

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CLARISSA FERNANDES PERALVO VERGARA

**Estratégias de resolução de um problema em uma prática interdisciplinar
com abordagem pedagógica em modelagem matemática**

Porto Alegre

2015

CLARISSA FERNANDES PERALVO VERGARA

**Estratégias de resolução de um problema em uma prática interdisciplinar
com abordagem pedagógica em modelagem matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Comissão de Graduação em Matemática da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como requisito parcial para obtenção do grau
de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Débora da Silva
Soares

CLARISSA FERNANDES PERALVO VERGARA

**Estratégias de resolução de um problema em uma prática interdisciplinar
com abordagem pedagógica em modelagem matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Comissão de Graduação em Matemática da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como requisito parcial para obtenção do grau
de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Débora da Silva
Soares

Comissão Examinadora:

Prof^ª. Dr^ª. Débora da Silva Soares

Prof^ªDr^ª. Marilaine de Fraga Sant'ana

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'ana

Porto Alegre
2015

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pelo amor incondicional e respeito. À minha irmã por ter doado seu tempo para cuidar de mim quando era jovem e por me permitir ser dinda do bebê mais especial, o Alexandre. Meu irmão Davi Vergara pelo companheirismo infinito, pelas noites acordados desde quando éramos crianças e jogávamos xadrez, até hoje virando madrugadas estudando e discutindo Educação. Ao meu irmão Felipe Vergara, pela garra e coragem, por ter me ensinado que na vida não devemos medir esforços para alcançar nossos objetivos. À minha mãe e meu pai (*in memoriam*), mulher guerreira e homem incansável, meus heróis, que trabalharam a vida toda arduamente para dar condições aos filhos de estudarem e crescerem humildemente, porém batalhadores. Deixaram seus desejos para trás e lutaram para que o amor sempre estivesse presente em casa.

Agradeço imensamente à Claudia e Kelly, duas amigas que tive o privilégio de ter em minha vida esse ano e que fizeram meus dias mais alegres, especiais e cheio de amor. Vocês aguentaram junto comigo a barra desse fim de ano. Obrigada, meninas. A zoeira é infinita e meu amor por vocês também.

Agradeço às pessoas que dividiram a moradia comigo desde o início da graduação, que se tornaram parte da minha família compartilhando emoções e nossa personalidade. Maiko Sarmiento, Gilberto Santos, Fernando Braun, Leonardo Coitinho, Carla Nunes, Cássia Cotrim e Walquiria Morato. Em especial à Cassia Cotrim que me cuidou como uma filha e me ensinou que o amor se constrói de forma exponencial quando há união nas horas boas e nas madrugadas chuvosas. Madrugadas essas em que ela fazia uma oração e me convidava para dormir com ela.

Agradeço aos meus amigos do Ensino Médio, com certeza eles somaram muito na construção da minha personalidade e nos meus valores. Em especial à Amanda Nunes, pelas noites ouvindo Leoni, pelas longas conversas dos mais variados assuntos, pelo carinho e pela amizade que mesmo após anos se mantém, mesmo distante.

Aos meus amigos que conheci na graduação e tornaram-se irmãos para mim, em especial à Juliana Ribeiro, ao Lucas Goulart e ao Guilherme Porto. Em especial a Juliana Ribeiro, tu foste uma irmã durante todo esse tempo.

Aos meus colegas de trabalho na Olimpíada Regional de Matemática: Gabriela Teixeira, uma grande amiga; professor Sergio Claudio Ramos (*in memoriam*), por ter sido um pai para mim.

Ao professor Thiago Silva, pela amizade e parceria e por me mostrar que a docência é amor. À professora Lucia Carrasco, por tornar-se minha amiga e partilhar seu conhecimento comigo até nos finais de semana, sendo uma professora que, assim como o Thiago, me motiva a querer seguir na área do Ensino de Matemática.

À professora Débora Soares, por orientar esse trabalho com tanto amor e dedicação. Obrigada!

Também não posso deixar de agradecer à minha tia Teresinha e ao meu dindo Michael, que me acolheram esse ano em sua casa. Sou muito grata por todo amor que vive nesse lar, por todos os momentos que estamos vivendo, eu não conseguiria se não fosse o apoio e a compreensão de vocês.

Ao pessoal da secretaria do IME, em especial à Fatima Santos que acompanhou minha trajetória acadêmica, ouviu meus desabafos, aconselhou-me em muitas das minhas decisões, foi a mãe que eu precisava dentro da Universidade. Nunca esquecerei do carinho que recebi de ti, tu és uma mulher muito especial. Obrigada!

Às escolas que trabalhei pois me mostraram que era isso que eu queria pra toda minha vida. EMEF Afonso Guerreiro Lima, EEEM Walter Jobim, EMEF Vila Cruz, EEEM Antônio Gomes Correa, EEEM Luciana de Abreu, EEEB Monsenhor Leopoldo Hoof. Dessas agradeço em especial à Coordenadora do Projeto Mais Educação da Escola Afonso Guerreiro Lima, Mônica Sanchotene, pois foi nessa escola que me descobri professora, que descobri que meus olhos brilhavam ao estar com os alunos, que os abraços e os sorrisos me tornaram uma professora realizada e feliz.

Por último, devo meu agradecimento ao pessoal que dividiu sala de trabalho comigo no IME: ali surgiu uma família, um ambiente de amizade e companheirismo. Jean Cândido, Luana Pedrotti, MaiaraThiele e em especial à Angela Maria, uma amiga que acrescentou muito às minhas escolhas e me apoiou durante muito tempo na graduação. Obrigada, Angela!

Aos professores Marilaine de Fraga Sant'ana e Alvino Alves Sant'ana, que aceitaram o convite de participar da banca deste trabalho.

Em memória de meu pai, Milton Vergara, por me apresentar ao mundo mágico das poesias e me ensinar que a família é a base para que possamos viver sempre em paz. E, hoje, ao meu irmão, Felipe Vergara, que está cumprindo com esse papel de pai, me provando que com força e dedicação tudo é mais valioso.

RESUMO

Esse trabalho de conclusão de curso trata de uma análise das estratégias utilizadas por alunos quando apresentados a uma aula interdisciplinar com abordagem pedagógica em Modelagem Matemática. Para isso, realizou-se uma prática em sala de aula em uma turma do primeiro ano do ensino médio, a qual teve duração de duas aulas na Escola Estadual de Ensino Básico Monsenhor Leopoldo Hoff. Os participantes dessa pesquisa eram em sua maioria provenientes da Vila Bom Jesus, bairro localizado na zona leste de Porto Alegre. Aos alunos foi apresentado um problema sobre a reprodução assexuada de planárias, no qual deveriam resolver uma situação biológica a partir do uso de ferramentas matemáticas. Foram analisadas diferentes soluções apresentadas pelos alunos: gráfico, sequência e tabela. Essas soluções foram satisfatórias e subsidiaram o desenvolvimento dessa pesquisa, na qual evidencia os benefícios de um trabalho interdisciplinar com uma abordagem pedagógica alternativa, nesse caso a Modelagem Matemática.

Palavras-Chave: Biomatemática; Interdisciplinaridade; Modelagem Matemática; Estratégias de Resolução de Problemas.

ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the strategies applied by students when presented to an interdisciplinary class with a pedagogical approach in Mathematical Modeling. For this, it was conducted a practice in a first year high school class, which lasted 4 hours at the State School of Basic Education Monsignor Leopoldo Hoff. The participants of this research were mostly from Vila Bom Jesus, which is a neighborhood located on the east side of Porto Alegre, Brazil. The students were presented to a problem related to the asexual reproduction of flatworms, in which they should solve a biological situation using mathematical tools. It was analyzed different solutions presented by the students: graphic, sequence and table. These solutions were satisfactory and based the development of this research, which highlights the benefits of an interdisciplinary work with an alternative pedagogical approach, in this case the Mathematical Modeling.

Keywords: Biomathematics; Interdisciplinarity; Mathematical Modeling; Troubleshooting strategies.

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| INTRODUÇÃO..... | 10 |
| 2 ABORDAGEM METODOLÓGICA..... | 14 |
| 2.1 Pesquisa Qualitativa..... | 16 |
| 2.2 Contexto da pesquisa e descrição da prática..... | 16 |
| 3 ABORDAGEM TEÓRICA..... | 19 |
| 3.1 Modelagem Matemática..... | 19 |
| 3.2 Interdisciplinaridade | 21 |
| 4 TRABALHOS CORRELATOS..... | 23 |
| 5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE INICIAL DOS DADOS..... | 25 |
| 5.1 Descrição detalhada da prática (Caderno de campo)..... | 25 |
| 5.2 Descrição das resoluções dos grupos..... | 29 |
| 5.2.1 Grupo 1..... | 29 |
| 5.2.2 Grupo 2..... | 31 |
| 5.2.3 Grupo 3..... | 35 |
| 6 ANÁLISE DOS DADOS..... | 38 |
| 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 49 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 50 |
| ANEXOS..... | 52 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1. Aluno conhecendo as planárias | 17 |
| Figura 2. Folha distribuída aos alunos | 17 |
| Figura 3. Simulação de cortes do grupo 1 | 30 |
| Figura 4. Sequência de números formados pelo grupo 1 | 30 |
| Figura 5. Cálculo feito pelo grupo 1 para obter o número de ciclos de cortes | 31 |
| Figura 6. Menino do grupo 2 desenhando o gráfico | 32 |
| Figura 7. Simulação de cortes do grupo 2 | 33 |
| Figura 8. Gráfico do grupo 2 | 34 |
| Figura 9. Representação do gráfico anterior para melhor visualização do leitor | 34 |
| Figura 10. Tabela construída pelo grupo 3 | 35 |
| Figura 11. Simulação da quantidade de planárias do grupo 3 | 37 |
| Figura 12. Tabela para análise desenvolvida pelo grupo 3 | 39 |
| Figura 13. Números da tabela do grupo 3 | 40 |
| Figura 14. Comentário sobre a aula de aluna do grupo 3 | 41 |
| Figura 15. Trabalho do grupo 1 | 42 |
| Figura 16. Gráfico produzido pelo grupo 2 para análise | 45 |
| Figura 17. Gráfico feito pela autora para melhor visualização do leitor | 46 |
| Figura 18. Comentário sobre a aula de aluno do grupo 2 | 48 |

INTRODUÇÃO

No seguinte trabalho, apresento uma prática de modelagem matemática que foi desenvolvida com alunos do ensino médio, cujo objetivo foi trabalhar a criação de um modelo exponencial para o comportamento da regeneração de planárias. A pergunta norteadora desse trabalho é: Quais as estratégias dos alunos para resolver um problema de modelagem matemática envolvendo a fragmentação de planárias?

Mais especificamente, o objetivo principal desta investigação é discutir o processo de modelagem matemática com base em uma aula interdisciplinar, enfatizando, em particular, as estratégias dos alunos para resolverem o problema proposto, como as facilidades, as dificuldades e os tipos de solução.

O planejamento e a proposição dessa prática e investigação tiveram relação com minha trajetória escolar e acadêmica. Do ponto de vista pessoal, sempre gostei de me envolver com outras áreas, logo, é um prazer poder ensinar matemática dialogando com outras ciências. Quando era aluna, adotava o típico comportamento de perguntar em que a matemática estava presente. Fazendo uma pequena retrospectiva, entendo que, na verdade, nunca gostei da matemática por si só. Hoje, como professora, me dedico à busca das mais diversas relações que os conceitos matemáticos podem ter para os meus alunos. Antes mesmo da graduação trabalhei em sala de aula e desde cedo percebi que os alunos não percebiam aplicabilidade à matemática ou, até mesmo, não conseguiam visualizar situações que poderiam ilustrar tais usos. Isso sempre me lembrava da época da escola, pois era o que eu também queria quando ocupava o papel de aluna. Por esse motivo, construí a vontade de estudar práticas que envolvessem as relações matemáticas na natureza aliando-as aos conteúdos estudados na escola básica. Acredito que a utilização de uma metodologia diferenciada auxilia na aprendizagem matemática, na compreensão da matemática enquanto teoria e principalmente em seus aspectos mais práticos, vinculados ao cotidiano

Ao longo de minha graduação fui, portanto, buscando formas de como mostrar aos alunos onde a matemática poderia estar inserida e seu importante papel nas relações com a natureza. Desse modo, escolhi a modelagem matemática como auxílio em minhas práticas, e nesta pesquisa, utilizando conteúdos relacionados à matemática e à biologia. Neste mesmo sentido, a matemática pode estar associada à música, à poesia e à física, por exemplo. Todos esses são conteúdos que muito têm a somar na aprendizagem dos jovens, principalmente quando ilustram situações cotidianas.

Penso que, em práticas docentes, é necessário olhar para as facilidades e benefícios dos conteúdos ensinados, principalmente, em uma perspectiva de associar diferentes saberes em prol da aprendizagem do aluno, uma vez que é mais fácil ver a aplicabilidade dos conhecimentos vistos na escola quando se percebe o significado e as contribuições que estes revelam ao mundo. Mesmo assim, compreendo algumas dificuldades na relação entre teoria e prática. Há beleza na teoria que embasa as práticas interdisciplinares e eu, como professora e aluna interessada em propor práticas diferenciadas, não posso negar que ainda há muita resistência por parte dos professores em desenvolver esse tipo de trabalho. É nesse contexto que a dificuldade se encontra, pois o trabalho com diversas áreas requer uma prática que necessita do envolvimento de terceiros.

A meu ver, há uma maneira de começar a pensar dessa forma na área da matemática. Acredito que essa maneira se debruça no relacionamento dos próprios conteúdos da disciplina com outros conhecimentos. O que quero dizer é que não é preciso ensinar de maneira cronológica todos os conteúdos, é possível estabelecer uma relação direta entre eles e ensinar ao mesmo tempo mais de um conceito, já embasando o aluno às suas aplicabilidades por vezes dentro da própria matemática. Para exemplificar, trago um pouco da minha vivência em uma aula ministrada durante a disciplina de Estágio em Educação Matemática II, em uma escola de Porto Alegre. Ao iniciar o estudo de gráficos de setores, também trabalhei proporcionalidade e regra de três simultaneamente. Eram três conceitos novos, porém, naquele contexto, considerei conveniente trabalhar no ritmo imposto pela turma, mostrando que é possível utilizar mais de um conteúdo na resolução de um problema. A questão consistia em realizar uma pequena pesquisa e construir um gráfico de setores.

É claro que essa prática não se assemelha a uma prática interdisciplinar, contudo, talvez seja um indício para proporcionar aos alunos a possibilidade de relacionar conteúdos disciplinares. Em 2012, também tive duas experiências muito interessantes, porém, estas não ocorreram em sala de aula - cito isso, porque o ambiente escolar é, por si só, fragmentado, como percebemos com a divisão curricular. Quando apresentei um minicurso sobre *Matemática no bar*, junto com um professor de biologia e outra colega da matemática, simulamos as reações do corpo quando ingerimos bebidas alcoólicas, bem como o tempo médio para que essas bebidas fossem eliminadas do organismo. Outra experiência relevante foi em uma palestra que dei sobre *Biomatemática* junto com meu irmão, hoje graduado em Ciências Biológicas.

Já em um contexto escolar, no presente ano, lecionei uma aula interdisciplinar para três turmas do terceiro ano do Ensino Médio da Escola de Ensino Básico Monsenhor

Leopoldo Hoff, cujo tema era Energia. Durante a aula trabalhamos com Física, Química, Biologia, Geografia e Matemática.

Todas essas experiências e reflexões fundamentaram a elaboração de uma prática de educação matemática que envolve a área das ciências biológicas, mais especificamente na área de zoologia de invertebrados, com ênfase em helmintologia, a qual apresento e analiso neste trabalho o comportamento exponencial que representa a reprodução induzida das planárias por meio de fragmentações, sendo essa a motivação para apresentar aos alunos a aplicação matemática desse conteúdo na biologia. Sua importância no campo da zoologia é visualizada por meio de uma aprendizagem de função exponencial e reconhecimento de sua relação com uma atividade natural da biologia.

Escolhi como material de estudo as planárias da espécie *Pasipha*. As principais razões que me levaram a optar pelas planárias foram as seguintes: a facilidade de cultivo; a clara visualização de um modelo matemático; a facilidade com que se pode realizar uma fragmentação artificial¹ desses animais; a obtenção em curto prazo dos resultados esperados (aproximadamente 21 dias), podendo ser repetidos mais de uma vez; a fácil identificação dos novos descendentes após o processo de fragmentação artificial; e a simplicidade desses animais com relação à morfologia, ao comportamento e ao habitat.

Acredito que a prática em sala de aula envolvendo a modelagem matemática fornece uma importante base para os alunos começarem a utilizar seus conhecimentos em matemática como ferramentas para compreender fenômenos cotidianos. Esse fato resulta em um fortalecimento da aprendizagem que, na prática, envolve dois saberes (o matemático e o biológico) sem que algum deles possa ser ensinado separadamente ou em momentos distintos, pois, nesse modo de abordagem, cada um contribui para o desenvolvimento do outro.

Também é importante salientar a relevância que os conhecimentos matemáticos agregam às pesquisas em biologia, sendo esta uma abordagem viável e aplicável para a valorização da modelagem em sala de aula. Penso que com práticas dessa natureza, há o incentivo não só para os professores de matemática trabalharem com modelagem, como também para que outros professores busquem outras metodologias de ensino em suas aulas, com ênfase na aplicação da interdisciplinaridade.

Tendo em vista a dificuldade de visualização do conteúdo estudado, são muitos os empecilhos encontrados pelos estudantes para entender a ideia de função como uma relação

¹ A *fragmentação artificial* se refere à reprodução assexuada das planárias com a intervenção humana, valendo-se, para isso, de materiais necessários para realizar a fragmentação desses animais.

de dependência. O primeiro passo para que o aluno entenda as funções de maneira geral, mais especificamente as funções exponenciais, é compreendendo que existem variáveis envolvidas. Falando especificamente do caso das planárias, havia dois conjuntos: o primeiro deles que dizia respeito ao número de ciclo de cortes e o segundo que dizia respeito ao número de planárias. Essa experiência pode colaborar para a compreensão da relação de funções ao valer-se, neste caso, da explicação de um fenômeno.

Nesse sentido, considero essa pesquisa relevante para a área de Educação Matemática. Primeiramente por dar apoio aos professores que procuram, assim como eu, práticas em que seus alunos possam discutir e aprender matemática relacionando-a a uma situação real. E, em segundo lugar, por permitir que o conhecimento matemático não se resuma a uma série de fórmulas e mera resolução de exercícios descontextualizados, promovendo incentivo à uma aprendizagem mais interessante, por meio da prática. Por fim, a importância da pesquisa se dá para que a aula de matemática seja um ambiente motivador, inclusive para a percepção de sua influência em situações cotidianas, envolvendo diversas habilidades e competências dos estudantes.

Quanto à estrutura do trabalho, além da introdução, no capítulo 1 inicio apresentando a revisão da literatura utilizada, que foi aquela que percorri para conhecer práticas que corroboraram com as mesmas ideias dessa pesquisa. No capítulo 2 apresento a metodologia de pesquisa sendo do contexto qualitativo bem como o referencial utilizado nessa escolha e o contexto da pesquisa. No capítulo 3 busco na literatura referencial para apoiar-me na elaboração e análise dos resultados, com ênfase na Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade. Nos capítulos 4 e 5 faço a apresentação seguida da análise dos dados.

Para finalizar, nas considerações finais, aponto os aspectos relevantes desse trabalho, refletindo sobre o que essa prática acrescentou em minha formação docente. Em seguida do anexo I, que contém o plano de aula da prática.

2 ABORDAGEM METODOLÓGICA

2.1 Pesquisa Qualitativa

Em abordagens qualitativas não há a exigência de um modelo fixo a seguir, pois não se trata de uma sequência de procedimentos pré-definidos no qual é de se esperar resultados dos quais já há um parâmetro. Essa forma de pesquisa é apropriada quando estamos interessados primordialmente no processo e não em um resultado final ideal. Situa-se aí um ponto muito importante, uma vez que as interações dos sujeitos na pesquisa e seus envolvimento com ela enriquecem os resultados obtidos. O foco da pesquisa volta-se do ponto de chegada para a caminhada. Em outras palavras, importa muito mais o caminho percorrido do que onde vamos chegar.

Garnica (2004 *apud* Borba 2004) define uma pesquisa qualitativa como aquela que tem as seguintes características:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Tomamos, então, como ideia essas características, o que não significa que deve-se seguir cada uma delas passo a passo. Apenas vale ressaltar que são conceitos importantes e que perpassam esse tipo de pesquisa.

Outro fato importante a ser salientado é que uma pesquisa qualitativa não elimina a opção de utilizar dados quantitativos em algum procedimento de pesquisa ou análise. Bogdan e Biklen (1994 *apud* Borba 2004) discutem essa questão:

embora os dados quantitativos recolhidos por outras pessoas (avaliadores, administradores e outros investigadores) possam ser convencionalmente úteis tal como foram descritos, os investigadores qualitativos dispõem-se à recolha de dados quantitativos de forma crítica. Não é que os números por si não tenham valor. Em vez disso, o investigador qualitativo tende a virar o processo de compilação na sua cabeça perguntando-se o que os números dizem acerca das

suposições das pessoas que os usam e os compilam. [...] Os investigadores qualitativos são inflexíveis em não tomar os dados quantitativos por seu valor facial (p. 195).

Tendo em vista o objetivo de analisar as estratégias dos alunos na resolução de um problema de modelagem, considerei a abordagem de pesquisa qualitativa adequada, uma vez que a análise dessas estratégias envolve um processo de interpretação dos dados construídos. À medida que os alunos interagiram com a prática foram levantadas informações para a investigação.

Valendo-se de uma metodologia qualitativa, o estudo de caso foi aquele que mais se adequou à proposta. De acordo com Yin (2001, p. 21), o estudo de caso coopera para a compreensão de “fenômenos individuais, organizacionais, sociais e políticos”. Esse tipo de pesquisa se insere justamente “do desejo de compreender fenômenos sociais e complexos”. Considerando os objetivos dessa pesquisa, percebemos que não é possível mensurar os resultados que podem surgir na prática, pois o que nos interessa são as estratégias utilizadas pelos alunos e não o resultado final. Assim, podem aparecer diferentes propostas e na interpretação desses dados é importante discorrer sobre cada uma delas. Yin (2001, p.64) caracteriza essa situação como um caso incorporado, uma vez que “isso ocorre quando, dentro de um caso único, se dá atenção a uma subunidade ou várias subunidades”. No caso dessa pesquisa, cada grupo de alunos constitui-se como uma subunidade de análise.

Para que houvesse um registro de minha prática elaborei um caderno de campo e recolhi os apontamentos dos alunos. Durante as duas aulas anotei no caderno de campo minhas expectativas para as aulas, registrei o processo como um todo, teçi comentários e dúvidas.

Os alunos receberam um material para anotar e realizar as atividades, que posteriormente serviram para se extrair o máximo de informações possíveis.

2.2 Contexto da pesquisa e descrição da prática

Conforme comentei na Introdução, a prática proposta teve como objetivo o estudo da fragmentação de planárias de um ponto de vista matemático. As primeiras planárias as quais tive acesso foram doadas pela Prof^a. Dr^a. Claudia Calegari Marques², do laboratório de Helmintologia do Instituto de Biociências da UFRGS. Ela também me forneceu orientações sobre o cuidado, sobre o processo de fragmentação, bem como traçou orientações gerais sobre o referencial teórico necessário para embasar meu estudo sobre as planárias. Como experiência, realizei os primeiros cortes em casa, seguindo as orientações da professora, contando com a supervisão de um biólogo. Seguindo as orientações, as planárias foram criadas em vidros, imersas em água mineral e à temperatura ambiente, sendo alimentadas semanalmente com carne vermelha.

Essa experiência serviu como base para a elaboração da proposta pedagógica, a qual foi organizada como segue. Para a experimentação em sala de aula dividi a turma em três grupos. Cada um ficou responsável por estudar o comportamento de crescimento de planárias de acordo com o número preestabelecido. Assim, o grupo 1 foi responsável pelas planárias que tiveram apenas um corte; o grupo 2 foi responsável pelas planárias que tiveram dois cortes; e assim o grupo 3 foi responsável pelas planárias que tiveram seu corpo fragmentado em três partes, porém no decorrer da prática o grupo 3 optou por ficar responsável também pelas planárias que recebiam 1 corte.

Primeiramente distribuí para cada grupo um vidro que continha uma planária e para embasar o conhecimento biológico a ser incorporado à aula, apresentei no quadro características do animal e qual sua importância para o meio ambiente.

² Agradeço à professora por compartilhar comigo seus conhecimentos, doando as planárias e disponibilizando material teórico para minha aprendizagem acerca do assunto.

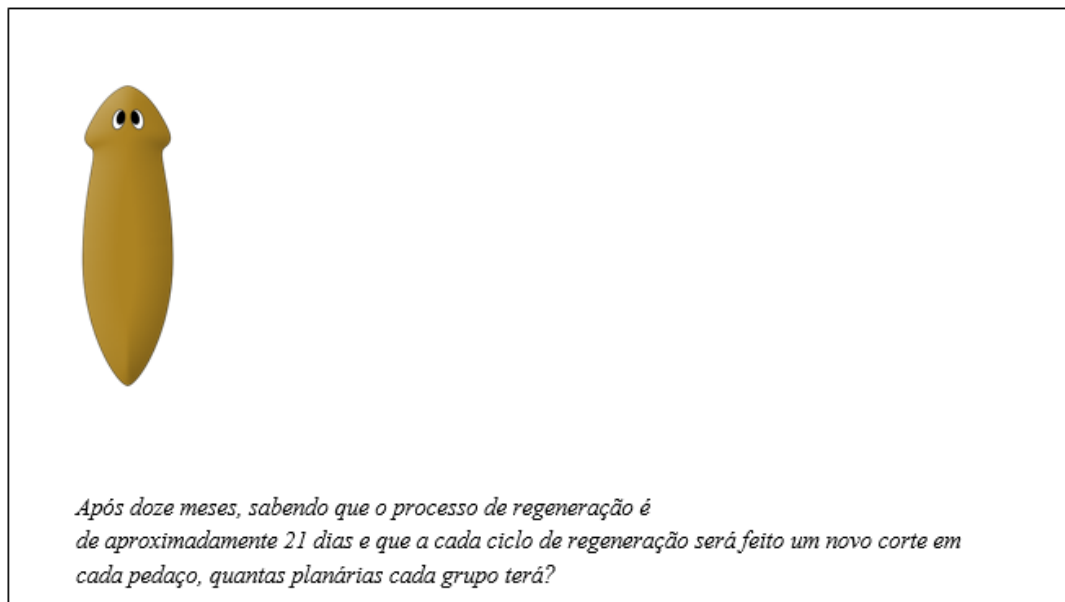
FIGURA 1. ALUNO CONHECENDO AS PLANÁRIAS



Fonte: a autora.

Após esse momento, distribuí folhas que representavam cada uma das planárias e seus cortes e pedi que eles completassem como achavam que elas iriam se comportar. Após esse questionamento, lancei o seguinte problema: *Após doze meses, sabendo que o processo de regeneração é de aproximadamente 21 dias e que a cada ciclo de regeneração será feito um novo corte em cada pedaço, quantas planárias cada grupo terá?*

FIGURA 2.FOLHA DISTRIBUÍDA AOS ALUNOS



Fonte: a autora.

O estudo objetivou, por meio de desenhos ou expressões, demonstrar o comportamento exponencial que está por trás do crescimento das planárias. Também desejava

que pudessem interagir na aula com questionamentos e opiniões criando um ambiente de aprendizagem mais interessante para mim e para eles.

A prática foi aplicada em uma turma do primeiro ano do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Básico Monsenhor Leopoldo Hoff, alunos por sua maioria da Vila Bom Jesus, bairro localizado na zona leste de Porto Alegre.

3. ABORDAGEM TEÓRICA

Nesta seção, apresento alguns aspectos acerca da Modelagem Matemática e da Interdisciplinaridade, que embasam a prática apresentada e analisada nesse trabalho.

3.1 Modelagem Matemática

Skovsmose (2000) afirma que toda atividade escolar oferece condições sob as quais os alunos são convidados a atuar. Dessa forma o professor de matemática tem livre escolha sobre qual metodologia é mais adequada para a aprendizagem de seus alunos. No caso da modelagem matemática temos uma janela de possibilidades e ações que auxiliam o professor a desenvolver uma atividade capaz de oferecer experiências em que o aluno pode analisar, discutir, questionar e criar. O ambiente de Modelagem está associado à problematização e à investigação (BARBOSA, 2004). Essa característica da modelagem, que permite ao aluno uma interação direta com problemas que envolvem matemática, organizando dados, discutindo e buscando modelos que os descrevem é o que acredito ser o caminho certo para a aprendizagem.

Segundo Barbosa (2001, p.6) “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Assim, percebemos que a modelagem é uma prática conveniente para o ensino de matemática pois associa essa metodologia a um ensino não tradicional que visa proporcionar aos alunos uma experiência de questionamentos e discussões. Barbosa também configura a modelagem matemática em níveis de problematização e investigação no qual apresenta tipos de situações do uso da modelagem em sala de aula. Os casos que Barbosa (2001) apresenta são:

1) Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

2) Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.

3) Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

Tabela 1 – O aluno e o professor nos casos de modelagem matemática

| | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|
| Elaboração da situação- problema | <i>professor</i> | <i>professor</i> | <i>professor/aluno</i> |
| Simplificação | <i>professor</i> | <i>professor/aluno</i> | <i>professor/aluno</i> |
| Dados qualitativos e quantitativos | <i>professor</i> | <i>professor/aluno</i> | <i>professor/aluno</i> |
| Resolução | <i>professor/aluno</i> | <i>professor/aluno</i> | <i>professor/aluno</i> |

Fonte: Barbosa (2001).

Percebemos que em todos os casos os alunos estão presentes e são ativos no processo, sendo esse o principal interesse em trabalhar com modelagem matemática. Penso que assim, se proporciona aos alunos a liberdade em, no seu processo de aprendizagem, investigar, conjecturar e desenvolver ferramentas para resolver problemas. Isso pode tornar as aulas de matemática mais atrativas, dinâmicas e criativas. Além disso, o aluno estará envolvido com a matemática num contexto que não é puramente numérico, envolvendo outras ciências e situações do cotidiano, podendo ser crítico e ativo na construção de seus argumentos para compreender os fenômenos de forma prática.

Pensando na questão da modelagem matemática, Skovsmose (1990 *apud* Barbosa, 2001 p.4) distingue três tipos diferentes de conhecimento que permeiam tal prática. Tais tipos podem ser resumidos como:

- (a) o conhecimento matemático em si; (b) o conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático; e (c) o conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação

Pode-se dizer que aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias,

tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL-MEC, 1998).

Nesse sentido temos também os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que reconhecem a importância do aluno na construção do conhecimento. Em relação à matemática, os PCNs (BRASIL, 1998) apresentam essa necessidade em envolver situações-problemas no ensino, corroborando com os autores anteriormente citados. Portanto de acordo com os PCNs, somando-se ao que postula o Ministério da Educação, aprender matemática de forma contextualizada possibilitaria o desenvolvimento de habilidades e competências basilares para os alunos. Aí também se apresenta mais uma vantagem em utilizar a modelagem matemática no contexto escolar.

3.2 Interdisciplinaridade

Muitos estudos hoje permeiam a ideia de um sistema interdisciplinar visando novas abordagens em sala de aula. Contudo, ainda não há respostas claras ou definições especificamente corretas para os conceitos de interdisciplinaridade. De qualquer modo, independente de qual relação estamos tratando, sabemos que seu início está no sistema escolar. É nesse sistema que tudo é iniciado, ou seja, é com ele que estamos devidamente preocupados inicialmente.

Nilson José Machado, em seu artigo intitulado *Interdisciplinaridade e Matemática*, traz uma abordagem filosófica que destaca os obstáculos e dialoga com a organização curricular, que envolve os conceitos de interdisciplinaridade e transdisciplinaridade. O artigo começa com a seguinte frase:

Em sua forma paradigmática, a organização do trabalho escolar nos diversos níveis de ensino baseia-se na constituição de disciplinas que se estruturam de modo relativamente independente, com um mínimo de interação intencional e institucionalizada. (MACHADO, 1993 p.1)

De fato, não podemos negar que dentro da educação temos um sistema de disciplinas separadas por barreiras, em que cada uma comporta o que entende ser específico da sua área. Machado (1993 p.32), quando disserta sobre o conceito de transdisciplinaridade, afirma que o trabalho na escola é multidisciplinar e que “os interesses próprios de cada disciplina são preservados, conservando-se sua autonomia e seus objetos particulares”. Nesse sentido,

percebe-se a existência da justaposição de disciplinas diversas; dessa forma, a escola pode ser percebida como um sistema multidisciplinar. A exemplo disso, quando olhamos um currículo escolar, encontramos várias disciplinas - física, química, matemática, língua portuguesa, entre outras – e todas elas apresentam-se isoladamente. Em geral, não ocorre comunicação entre as disciplinas, ou seja, não há integração e cooperação entre elas. Tal cenário não é exclusivo da educação básica, essa é a formação que recebemos também nos cursos de graduação e que se organizam por meio de um caráter fragmentado.

Porém, têm surgido críticas sobre o modelo curricular que trata as disciplinas isoladamente, uma vez que já não é novidade que nenhuma disciplina sozinha consegue compreender a realidade, a complexidade do mundo e, ainda, resolver os problemas propostos. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, por exemplo, a interdisciplinaridade é descrita como uma forma de relacionar as disciplinas através de um conjunto de atividades, de maneira mais prática, através de um projeto.

A interdisciplinaridade seria uma forma de desenvolver projetos, bem como um caráter que pode assumir o desenvolvimento das atividades articuladas em um projeto. Na perspectiva escolar, a interdisciplinaridade não tem a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista. Em suma, a interdisciplinaridade tem uma função instrumental. Trata-se de recorrer a um saber diretamente útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos. (BRASIL, 2000, p.21)

De fato, considero que o mais importante para o professor é saber integrar as áreas sob relações naturais entre elas, distanciando-as de um processo forçado, sem conexões reais aparentes. Isso quer dizer que não deve haver apenas uma justaposição entre as disciplinas; no processo interdisciplinar deve haver uma troca entre as áreas, para que a compreensão de um determinado problema seja visto a partir de diferentes pontos de vista.

Tomaz e David (2008) discutem a importância que a matemática tem no processo para produção de modelos para “descrever ou ajudar a compreender fenômenos nas diversas áreas do saber, produzindo conhecimentos novos nessas áreas, ao mesmo tempo que se desenvolve enquanto campo de conhecimento científico”. Compartilho desse pensamento, uma vez que venho buscando conceitos que atravessam outras áreas do conhecimento e podem tornar mais interessante a aprendizagem matemática.

4 TRABALHOS CORRELATOS

Para somar ao trabalho aqui construído, é necessário visitar a bibliografia existente no que diz respeito ao ensino interdisciplinar de matemática e ao uso da modelagem matemática como abordagem pedagógica. Nesse sentido, cabe fazer um apanhado daqueles trabalhos que corroboram com as ideias aqui apresentadas. Barreto (2007), Golin (2011), Vergara (2014) e Santos (2014) são alguns exemplos de pesquisas ou práticas que merecem atenção neste momento.

Em 2007, Marina Menna Barreto realizou um trabalho intitulado “Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários”. Ela discute em seu trabalho a responsabilidade social associada à matemática com base no estudo de temas transversais para responder a seguinte questão: *É possível promover a articulação entre Educação Sexual e Ensino de Matemática, na escola?* Utilizando-se do que postula Barreto (2007), é possível identificar semelhanças com meu trabalho: ela trata de modelagem matemática e a apresenta como abordagem pedagógica, além disso seu trabalho é construído com funções de variáveis discretas. Somado a isso discute-se a diferença entre variáveis discretas e contínuas, associando esses conceitos ao fenômeno trabalhado. A autora faz uma passagem da função discreta para a função contínua. Por fim, sua pesquisa resultou na importância da contextualização e da modelagem para o aprendizado e concluiu que esta metodologia de ensino pode ser uma boa opção para estabelecer conexões da matemática com temas da vida que, no caso de Barreto, possuem real interesse dos jovens.

Golin (2011), por sua vez, desenvolveu seu trabalho de conclusão de curso propondo atividades relacionadas com a alimentação. Sua pesquisa abordou o tema “Você é o que você come” e tais atividades foram trabalhadas com estudantes da 7^a e 8^a série do Ensino Fundamental -os atuais 8^o e 9^o anos, respectivamente. Os alunos analisaram sua dieta diante do número de calorias ingeridas e compararam posteriormente com dietas consideradas ideais, trabalhando com a temática da alimentação saudável a partir de comparações. A autora concluiu em seu trabalho que a modelagem matemática se torna essencial quando pretendemos trabalhar com os alunos buscando despertar o interesse deles, auxiliando-os a desenvolver um raciocínio lógico.

Abordando um tema semelhante, Vergara (2014), relaciona diversas áreas do conhecimento com o tema “alimentação”, valendo-se da importância do ensino interdisciplinar e discutindo suas aplicações. O autor realizou uma pesquisa com professores da educação básica para discutir as disciplinas que podem contribuir para a aprendizagem sobre o tema proposto. Nela fica claro que nenhuma disciplina sozinha consegue abordar todos os aspectos relevantes sobre esse tema, conforme constata o autor. Constitui-se aí a necessidade do aprendizado escolar acontecer de maneira não isolada, mas conjuntamente. Deste modo, foi possível perceber, através dos três trabalhos, que a matemática pode ter um papel fundamental no ensino de temas transversais.

Embora outras metodologias também possam contribuir com estes pontos, acredito que a modelagem matemática seja a abordagem pedagógica que mais se aproxima de um trabalho interdisciplinar, como pude perceber exercendo docência nesta área. O trabalho de Santos (2014), intitulado “Modelagem Matemática e resolução de problemas no ensino interdisciplinar de matemática e física”, corrobora com meu ponto de vista. Nele, o autor faz uma análise da viabilidade do ensino interdisciplinar de Matemática e Física com foco a responder a pergunta: *É viável o ensino interdisciplinar de Matemática e Física, através de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas?* A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Porto Alegre, em uma turma de 1º ano do Ensino Médio. O autor concluiu que sim, é possível essa forma de ensino. De modo geral, observamos que os trabalhos apresentados trazem práticas de modelagem matemática e discussões sobre interdisciplinaridade, desenvolvidas em diferentes níveis de ensino e envolvendo diferentes conteúdos matemáticos. Debruçando-me entre esses trabalhos pude compreender relações entre os conteúdos e a viável aplicabilidade da modelagem matemática em diversos contextos.

O ponto em que tais trabalhos se assemelham ao meu se dá na escolha da abordagem pedagógica em modelagem matemática e, também, quanto à relação que esses trabalhos possuem quanto à preocupação com interdisciplinaridade. O ponto de distinção a ser traçado entre meu trabalho e o de Santos (2014) se dá pela utilização de duas tendências matemáticas em sua prática: a resolução de problemas e a modelagem matemática, bem como a utilização em uma prática interdisciplinar esteve relacionada com a área da física. Meu trabalho, por outro lado, debruça-se em uma abordagem que trata da modelagem matemática relacionando-a com a área da biologia.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE INICIAL DOS DADOS

Os dados obtidos por meio da aplicação da prática serão a seguir apresentados de acordo com a turma trabalhada e o respectivo dia em que as atividades foram desenvolvidas. Os excertos apresentados foram retirados do caderno de campo produzidos após minhas práticas e observações.

5.1 A prática

Essa prática se caracterizou pelo seu caráter interdisciplinar com abordagem pedagógica em modelagem matemática. De maneira mais específica podemos classificá-la como o caso 1 descrito por Barbosa (2001), ou seja, como um problema cujos dados iniciais foram apresentados pela professora e os alunos ficaram responsáveis pela sua resolução.

Minha prática foi realizada em uma turma de primeiro ano nos períodos que eram destinados à aula de biologia. Anteriormente, tive a oportunidade de conversar com a professora de matemática e de biologia para explicar sobre o que consistia minha prática. No primeiro encontro com a turma conversamos em média dez minutos sobre quem eu era, o que eu estava fazendo ali e, em um segundo momento, os alunos se apresentaram.

Após esse momento, mostrei-lhes as planárias. Levei-as em potes transparentes com fundo branco para torná-las mais visíveis. Perguntei a eles se já conheciam esses animais e o que achavam que iríamos fazer. A curiosidade aumentou quando perceberam que a aula iria se tratar de duas disciplinas e que eles teriam uma tarefa importante, ou seja, resolver um problema e explicar para os colegas como resolveram. Levei um período explicando no quadro quem eram as planárias, seu papel ambiental, suas características e seu processo de regeneração. Depois dessa introdução totalmente voltada à parte biológica, que introduziu a aula, dividi a turma em 3 grupos. Um grupo foi formado por 5 meninas, chamarei esse grupo de grupo 3; outro por 3 meninos, chamarei esse grupo de grupo 1; e outro por 2 meninas e um menino, chamarei esse grupo de grupo 2. Cada grupo ficou responsável por resolver o seguinte problema:

Após doze meses, sabendo que o processo de regeneração é de aproximadamente 21 dias e que a cada ciclo de regeneração será feito um novo corte em cada pedaço, quantas planárias cada grupo terá?

O grupo 1 foi responsável pelas planárias que tiveram apenas um corte; o grupo 2 foi responsável pelas planárias que tiveram dois cortes; e assim o grupo 3 foi responsável pelas planárias que tiveram seu corpo fragmentado em três partes, porém no decorrer da prática o grupo 3 optou por ficar responsável também pelas planárias que recebiam 2 cortes. No início os grupos simularam cortes em uma folha A3, deixei-lhes um tempo sozinhos pensando e discutindo as ideias de como resolver o problema. Ao longo da aula sentei com os grupos para ver como estavam direcionando a resposta e, que se necessário, intervi com alguma sugestão. Priorizei que nesse primeiro encontro eles estivessem livres para rascunhar quais os métodos poderiam ser usados para resolver e representar o problema proposto. Quando iniciei essa parte prática avisei que todos deveriam me apresentar no final da outra aula como chegaram à resposta final e por qual caminho percorreram até chegar naquela solução.

O grupo 3 iniciou de uma forma bem interessante: para saber quantos ciclos de corte deveriam ocorrer, foram diretamente no calendário do celular, com minha permissão, para ver em quais dias caíam os períodos de 21 dias. Marcaram o primeiro dia como o dia da prática 2015 e adicionaram 21 dias até completar 1 ano. Depois desse momento elas simularam alguns cortes e foram escrevendo quantas planárias teriam em cada dia. O grupo 1 imediatamente começou a simular os cortes, montando uma sequência com os números que encontravam. Já o grupo 2 me chamou para contar que estavam aprendendo funções com a professora de matemática e se poderiam montar um gráfico também com a situação das planárias. Eu, feliz com a prontidão deles, disse que sim. O importante era que eles pudessem visualizar e analisar o processo do crescimento delas e que um gráfico ajudaria muito nesse caso. O Grupo 2 então, começou fazendo um plano cartesiano e marcando alguns pontos.

Essa primeira aula durou 2 períodos de 50 minutos, cada grupo já estava encaminhado e demonstrava saber o que estavam fazendo. O grupo 3 foi um dos grupos mais preocupados com a resposta final, com o número que iriam me entregar; com o grupo 2 percebi que agiam de maneira muito mecânica quanto à simulação, não demonstrando tanto interesse inicialmente; o grupo 1 ficou maravilhado com as planárias, tirando fotos delas para mostrar aos colegas que faltaram à aula, além de fazerem muitas perguntas e pedirem informações sobre esses animais.

Um fato interessante dessa primeira aula foi que a professora de matemática deles pediu para assistir um pouco a prática e esteve presente por alguns minutos, olhando os grupos e conversando comigo sobre o perfil da turma. Ela comentou que eles eram bons alunos, mesmo que por sua maioria fossem alunos de um bairro menos privilegiado e com

muitos problemas sociais. Também me mostrou suas anotações das aulas que eles estavam tendo nos períodos de matemática.

Outro acontecimento que marcou muito minha prática foram as diversas perguntas sobre minha aula ser de matemática ou de biologia, além de indagarem o porquê de, se eu estava me formando em matemática, ter interesse em outra disciplina. Expliquei a eles que antes de ser professora de matemática sou uma professora e que estou interessada em buscar metodologias que deixem eles mais interessados, podendo ajudá-los a compreender onde a matemática está presente. Falei um pouco sobre algumas aplicações da matemática na música, no meio ambiente, sobre como é gratificante ver que os alunos puderam enxergar a matemática em um processo que envolve outros fatores e contextos. Falei também para eles que o importante, para mim, era que eles pudessem compreender a matemática como relações que podem estar presente em diversos lugares. Foi uma aula bem prazerosa, eles se interessaram e acharam divertido eu ter levado os animais para a sala de aula. Resumindo, foi uma aula diferente, mas muito encantadora.

No segundo dia de trabalho começamos a aula revisando o que tínhamos feito na aula anterior, até porque muitos alunos não estavam presentes. Fiquei surpresa com o fato de que todos os alunos que estavam na primeira aula, foram na segunda, e, nas palavras de um aluno, diziam estarem apreensivos em “ver onde que ia dar tudo isso”. Então, como professora, também me questionei: “onde daria tudo isso?”

A aula iniciou com uma revisão da matéria e com comentários dos colegas sobre o que tínhamos feito até então. Depois, os grupos se juntaram com os colegas “novos” explicando-lhes como cada grupo estava trabalhando. O grupo 3, que anteriormente estava com 5 alunos, ficou com 7; o grupo 1, anteriormente com 3 alunos ficou com 4; e o grupo 2 permaneceu com 3 alunos. Deixei-os alguns minutos conversando com os colegas para ver como iriam terminar a tarefa. Logo depois, circulei entre os grupos para ver quais as dúvidas e como eu poderia intervir. Nesse momento senti insegurança, um frio na barriga. Mesmo com experiência em sala de aula, estava um pouco nervosa sobre como intervir sem solucionar o problema, como dar apenas a direção sem dar o ponto de chegada. Até porque devíamos terminar a tarefa nessa aula e eu ainda queria generalizar o problema com todos.

O grupo 3 conseguiu chegar em um valor numérico ao fazerem as multiplicações necessárias e colocarem nas respectivas datas do calendário que criaram. Contudo, pediram minha autorização para diminuir o número de corte para 2, para facilitar as contas. Autorizei-os e eles continuaram seu trabalho. O resultado final desse grupo foi apresentado em forma de tabela. O grupo 1 estava com muitas dúvidas sobre quando deveriam parar de multiplicar e

sobre a difícil tarefa de descobrir quantas vezes teriam que cortar as planárias em um ano. Valendo-se disso, fiz uma pergunta que pudesse deixar mais claro o que deveriam ter feito. Perguntei: “se 1 mês tem 30 dias e 1 semana tem 7 dias, quantas semanas tem aproximadamente 1 mês?”. Eles responderam rapidamente “4 semanas” e então os questionei novamente: “como vocês descobriram isso?”. E aí veio aquela frase que eu estava querendo escutar: um aluno do grupo 1 disse “Ahhhhh já sei, entendi, entendi”. Pedi que ele explicasse para os colegas o que pensou, até para eu ver se realmente ele havia entendido. Ele então disse: “se um ano tem 365 dias e os cortes acontecem a cada 21 dias é só dividir, né?”. Então dei aquele sorriso e balancei a cabeça concordando com sua ideia. Após fazer a divisão, ele percebeu que seriam 17 ciclos de cortes, então eles fizeram uma sequência com 17 números a partir das multiplicações. O grupo 2 também estava com dificuldades em saber quantos ciclos teriam, chegaram a fazer o cálculo, mas não me entregaram a resposta numérica, disseram-me que se empolgaram com o gráfico, mas que entenderam o que fazer.

Quando percebi que todos os grupos já estavam encaminhados para a resposta final propus uma discussão, em que cada grupo deveria apresentar o que fez para os colegas e dar uma ideia sobre como resolver esse problema se eu não desse um número determinado de anos, se fossem em “n” ciclos de cortes.

Percebi que eles estavam envergonhados, não falavam muito, apenas mostraram as folhas e disseram: “fizemos um gráfico”, “fizemos uma tabela” ou, ainda, “só multiplicamos e deu”.

Então pedi para que me entregassem os trabalhos e fui ao quadro questioná-los sobre a generalização do problema. Perguntei se existiu algo que eles perceberam que estava muito evidente nas multiplicações, se algo lhes chamou atenção. Um aluno do grupo 1 falou: “Era só ficar multiplicando pelo mesmo número”. Uma aluna do grupo 3 falou: “Era só ir vendo qual número que sempre repetia, né?”. Nesse momento questionei se eles lembravam de alguma operação que se assemelhasse ao processo de multiplicação que eles fizeram. Calados e pensativos, era assim que se encontravam.

Faltando menos de 30 minutos para terminar a aula, eu queria que eles pudessem sozinhos chegar às conclusões. Esperei mais algum tempo e perguntei: “De qual outra maneira posso escrever 2×2 ?”. Um aluno respondeu: “4” e em seguida todos responderam “4”. Queria fazer com que eles se lembrassem da operação de potenciação, até que disse o seguinte: “Vocês lembram de alguma operação que vocês tinham que sempre multiplicar pelo mesmo número várias vezes?”. Um aluno respondeu: “Ah sim, aquele negócio do quadrado, né? Que põe o numerozinho em cima”. E, então, falei: “A potenciação, né”. Para

exemplificar, peguei o caso do grupo 1 e perguntei quantas vezes eles multiplicaram por 2 e se podiam representar o resultado de outra forma. Um dos integrantes do grupo disse: “Ah, então deve ser 2^{17} né porque a gente multiplicou o 2 por ele mesmo 17 vezes”.

Então questionei os alunos: “E se fossem n ciclos, como podemos representar?” Uma aluna não quis falar em voz alta e me chamou na classe para ver se estava certo o pensamento dela. Ela disse que, então, seria sempre o número de planárias após o primeiro corte elevado no número de ciclos, porque o grupo delas fez isso e os outros também, mudando apenas a quantidade de cortes. Eu disse que ela estava certa e fui mostrar aos outros colegas o que a colega tinha pensado. Depois que eu fiz a generalização, peguei o trabalho do grupo 2 e mostrei o gráfico que eles fizeram, reproduzi um rapidamente no quadro, pois faltavam poucos minutos para o intervalo e perguntei se eles notavam algum comportamento naquele gráfico. Eles disseram que os pontos eram colocados cada vez mais altos e que não teria espaço para os valores. Como faltava pouco tempo, conversei um pouco com eles sobre crescimento exponencial.

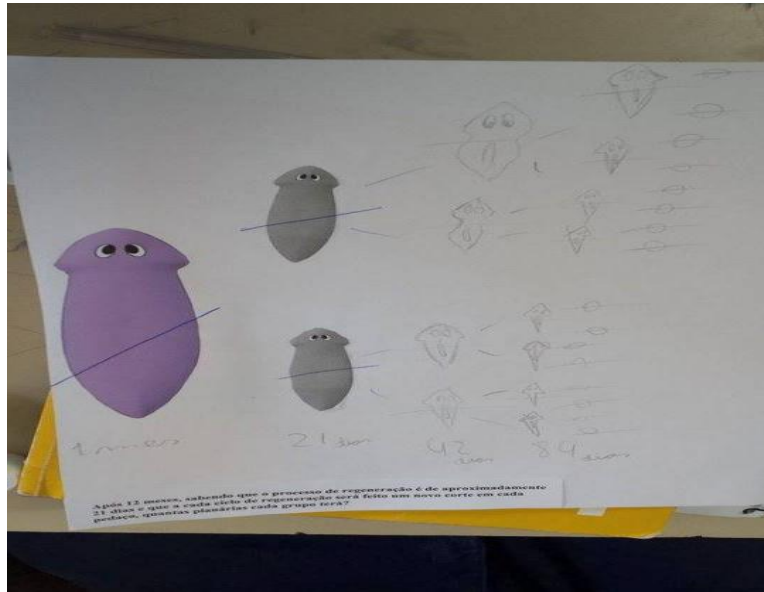
A professora de matemática regente dessa turma disse que eles aprenderiam funções exponenciais dali duas semanas e que usaria esse exemplo para falar do crescimento exponencial, pois ficaria bem claro quando uma grandeza cresce muito rápido, já que eles haviam realizado a prática em sala.

5.2 Descrição detalhada dos grupos

5.2.1 Grupo 1

O Grupo 1 era formado por 3 meninos que foram responsáveis pelas planárias que receberiam apenas 1 corte, sendo dividida sempre em 2 pedaços. Esse grupo não estava tão interessado com a prática, mas seus integrantes realizaram a tarefa, com uma estratégia diferente da dos colegas, talvez por ser uma maneira mais prática, o que enriqueceu ainda mais a aula. Eles decidiram utilizar apenas cálculos para resolver e, diferente dos outros, grupos estavam preocupados com o resultado final que iriam me entregar. Logo de início começaram a simular cortes com planárias, conforme consta na figura abaixo, para ver se tinham alguma inspiração sobre como continuar a atividade.

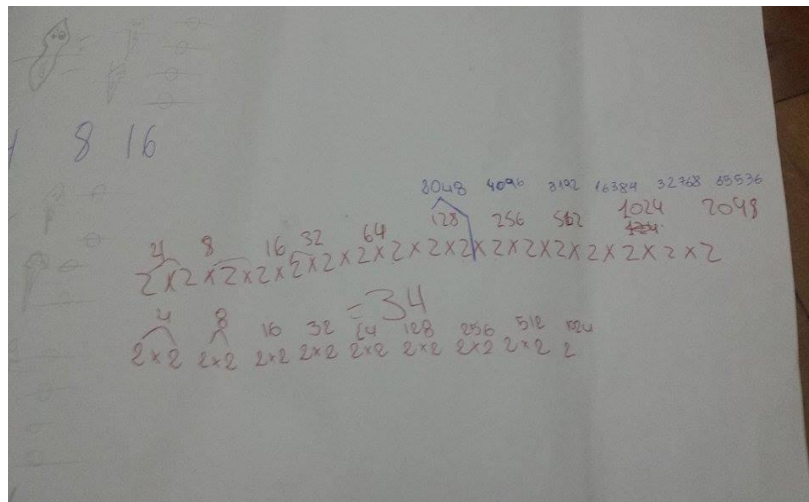
FIGURA 3. SIMULAÇÃO DE CORTES DO GRUPO 1



Fonte: a autora.

Depois desse primeiro momento o grupo 1 decidiu manipular os números e de início começaram a ver quantos ciclos de cortes deveriam ter.

FIGURA 4. SEQUÊNCIA DE NÚMEROS FORMADOS PELO GRUPO 1



Fonte: a autora.

Essa segunda figura mostra a lógica que eles encontraram para resolver. Perceberam que deveriam multiplicar por 2 até fechar o número de ciclos, e para descobrir o número de ciclos no cantinho da folha, percebemos o cálculo:

FIGURA 5. CÁLCULO FEITO PELO GRUPO 1 PARA OBTER O NÚMERO DE CICLOS DE CORTES

The image shows a piece of paper with handwritten calculations in blue ink. At the top, there is a division: $360 \overline{) 21}$. Below this, the number 17 is written, followed by a vertical line and a small triangle, likely representing a remainder or a specific step in a calculation.

Fonte: a autora.

Percebemos que esses alunos fizeram o cálculo na calculadora do celular, já que eu permiti o uso. Então eles apenas montaram o cálculo, pois pedi que tudo que eles fizessem deveria constar na folha para eu analisar depois. O grupo então decidiu que em 1 ano haveria 17 ciclos de cortes a serem feitos. E, seguindo a lógica apresentada na segunda figura, eles multiplicaram desde o primeiro ciclo 17 vezes o número dois por ele mesmo, fazendo então uma potenciação de base dois e expoente 17.

Esse grupo me deixou bastante realizada, pois podemos ver que não existem estratégias mais fáceis ou mais difíceis. Cada aluno avalia de uma maneira diferente um problema e usa sua bagagem para resolvê-los. Questionei esse grupo sobre o método adotado e a resposta foi sempre: “Assim é mais fácil”. No início eles não tinham ainda visto a relação da potenciação com o problema, pois ainda não tinham pensado na pergunta de maneira generalizada.

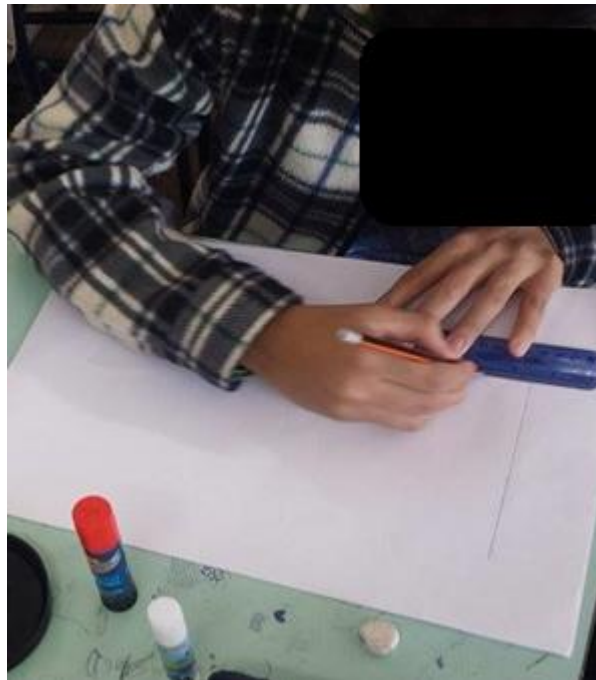
No final da prática, no segundo dia, quando eu generalizei o problema e conversei com os alunos sobre crescimento exponencial e potenciação esse foi o grupo que mais se envolveu e quis dar soluções, pois perceberam que as estratégias utilizadas por eles eram bem parecidas com o que eu queria propor no caso de generalizar os n ciclos.

5.2.2 Grupo 2

O grupo 2 era formado por 2 meninas e um menino. No início esse grupo mostrou-se bem entusiasmado com a atividade proposta, mas ao longo da prática apenas o menino se envolveu nas atividades. Esse grupo, assim como o grupo 3, ficou responsável pelas planárias que recebiam 2 cortes, sendo divididas em 3 pedaços. As meninas preferiram ficar com a parte de cortar planárias, desenhar e “passar a limpo”. Quando propus o problema, a primeira

atitude do grupo foi montar um gráfico. Tal fato me chamou muita atenção, uma vez que o menino do grupo me chamou e perguntou se poderia montar um gráfico, já que na aula de matemática estava aprendendo funções lineares e achou que seria legal fazer um gráfico para as planárias.

FIGURA 6. MENINO DO GRUPO 2 DESENHANDO O GRÁFICO

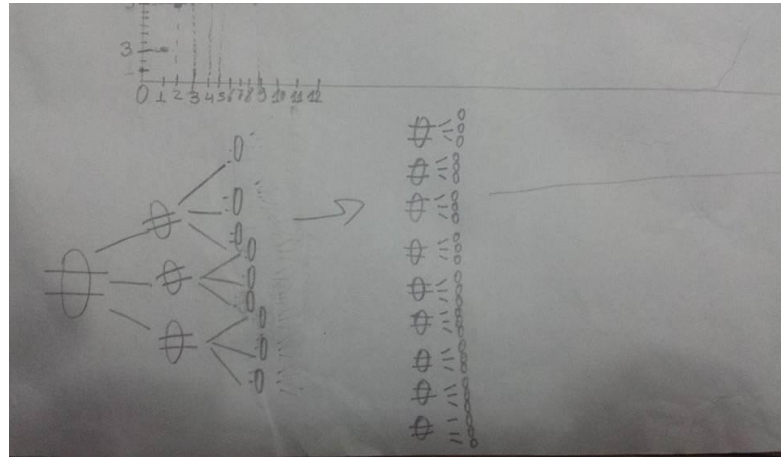


Fonte: a autora.

Inicialmente ele começou desenhando os dois eixos ordenados, e sua dúvida foi em onde colocar cada variável. Eu perguntei para ele: Nas funções que tu estás aprendendo nas aulas de matemática como que tu escolhe quem vai no eixo das ordenadas e quem vai no eixo das abcissas?” Ele respondeu: “É o x e o y ”. Então questionei se ele lembrava da ordem de dependência entre as duas variáveis, quem dependia de quem. Ele pensou um pouco e disse que no eixo x é o que vem antes, então seria os cortes porque primeiro eu corto para depois ter a quantidade de planária, dessa forma no eixo y iriam o número de planárias que obteve após cada ciclo de corte.

Assim o aluno seguiu fazendo o gráfico. Primeiramente desenhando os eixos, depois decidindo qual variável ia em cada um. Depois desse momento o grupo simulou cortes na forma de diagrama e anotando quais os pontos iriam marcar, como percebemos na figura abaixo.

FIGURA 7. SIMULAÇÃO DE CORTES DO GRUPO 2



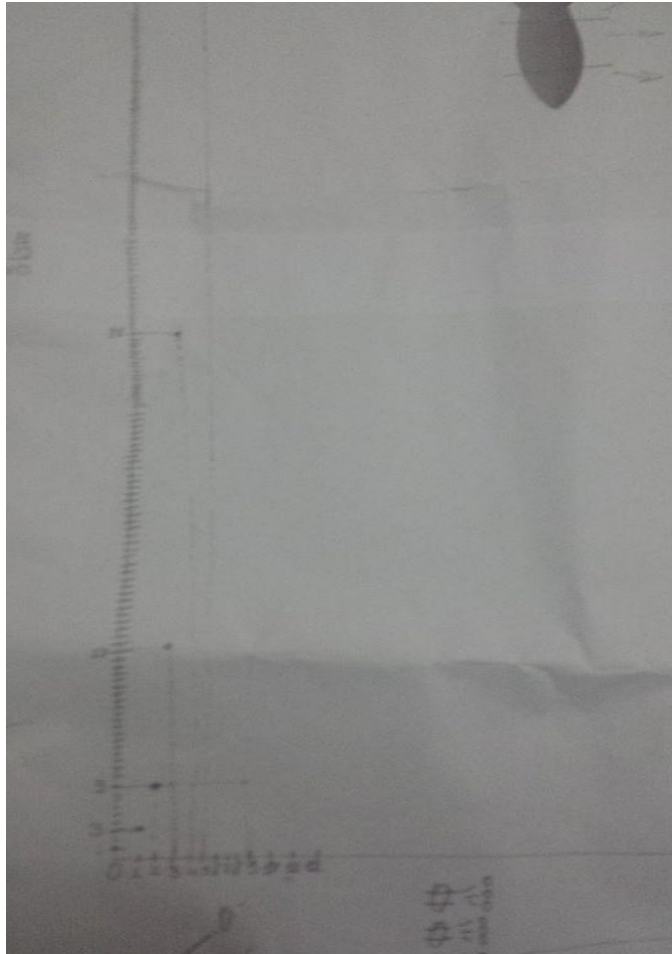
Fonte: a autora.

O grupo evoluiu bastante na prática apesar de não chegarem a uma resposta numérica. O que mais me intrigou foi a maturidade para relacionar o que estavam aprendendo na aula de matemática com a atividade proposta. Isso demonstra o quanto os alunos guardam as informações recebidas nas aulas, precisando de uma situação problema que lhes permitam desenvolver essas habilidades. Nesse caso percebemos uma competência bem visível que é a competência 4 designada pelo MEC avaliada pela prova do ENEM: Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

Percebemos que a estratégia escolhida por esse grupo permeia bem essa competência.

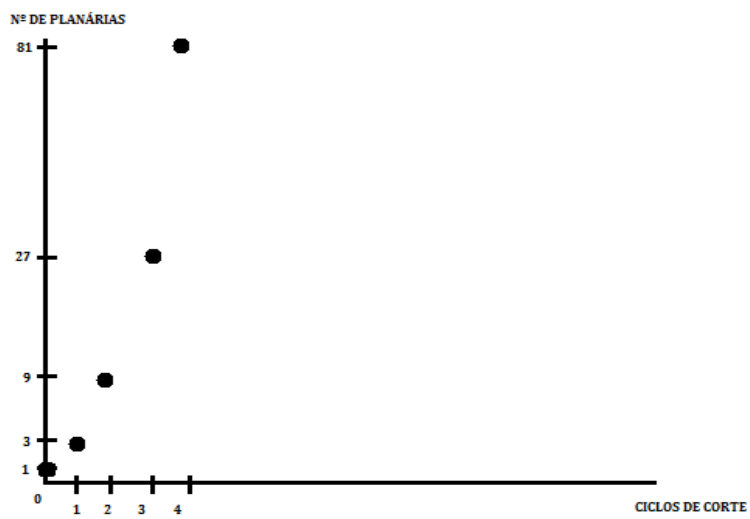
Algo bem interessante que ocorreu no meio da prática foi a curiosidade em perguntar mais sobre as planárias, o que me deixou bem satisfeita, pois percebi que os alunos estavam conseguindo se envolver tanto com a parte biológica do problema, quanto com a parte matemática. Eles perguntavam a todo momento o porquê da minha escolha em fazer uma atividade que envolvesse as duas disciplinas. Tais perguntas me deixaram feliz, pois percebemos que os alunos sentem necessidade em ver as áreas se relacionando.

FIGURA 8.GRÁFICO DO GRUPO 2



Fonte: a autora.

FIGURA 9.REPRESENTAÇÃO DO GRÁFICO ANTERIOR PARA MELHOR VISUALIZAÇÃO DO LEITOR



Fonte: a autora.

Ao final da prática conversei com esse grupo sobre a estratégia elegida por eles, questionando sobre o porquê de terem escolhido esse caminho. Também elogiei-os, assim como fiz com os outros grupos em função de sua disposição em apresentarem trabalho com tanto apreço e participar da minha pesquisa.

5.2.3 Grupo 3

Primeiro dia: Como já foi mencionado no caderno de campo esse grupo iniciou a atividade de uma forma bem interessante, preocupando-se, em além de chegar em uma resposta final, em apresentar datas nas quais os cortes iriam ser feitos. Os alunos elaboraram a tabela abaixo:

FIGURA 10. TABELA CONSTRUÍDA PELO GRUPO 3

| Data | Corte | nº de Planarinas |
|------------|-------|------------------|
| | 1 | 3 |
| 10-09-2015 | 2 | 69 |
| 1-10-2015 | 3 | 27 |
| 22-10-2015 | 4 | 81 |
| 12-11-2015 | 5 | 243 |
| 3-11-2015 | 6 | 729 |
| 24-12-2015 | 7 | 2,187 |
| 14-01-2016 | 8 | 6,561 |
| 4-02-2016 | 9 | 19,683 |
| 25-02-2016 | 10 | 59,049 |
| 17-03-2016 | 11 | 177,147 |
| 7-04-2016 | 12 | 531,441 |
| 28-05-2016 | 13 | 1,594,323 |
| 19-06-2016 | 14 | 1.782,969 |
| 9-07-2016 | 15 | 14.348,907 |
| 30-07-2016 | 16 | 13.046,721 |
| 21-08-2016 | 17 | 129.140,163 |

Fonte: a autora.

Percebemos que esse grupo foi bem prático e organizado com os dados. Eles seriam responsáveis por trabalhar com as planárias que receberiam 3 cortes, porém com minha permissão, trabalharam com planárias que recebem 2 cortes, para facilitar os cálculos e ter tempo hábil de apresentar e discutir as ideias.

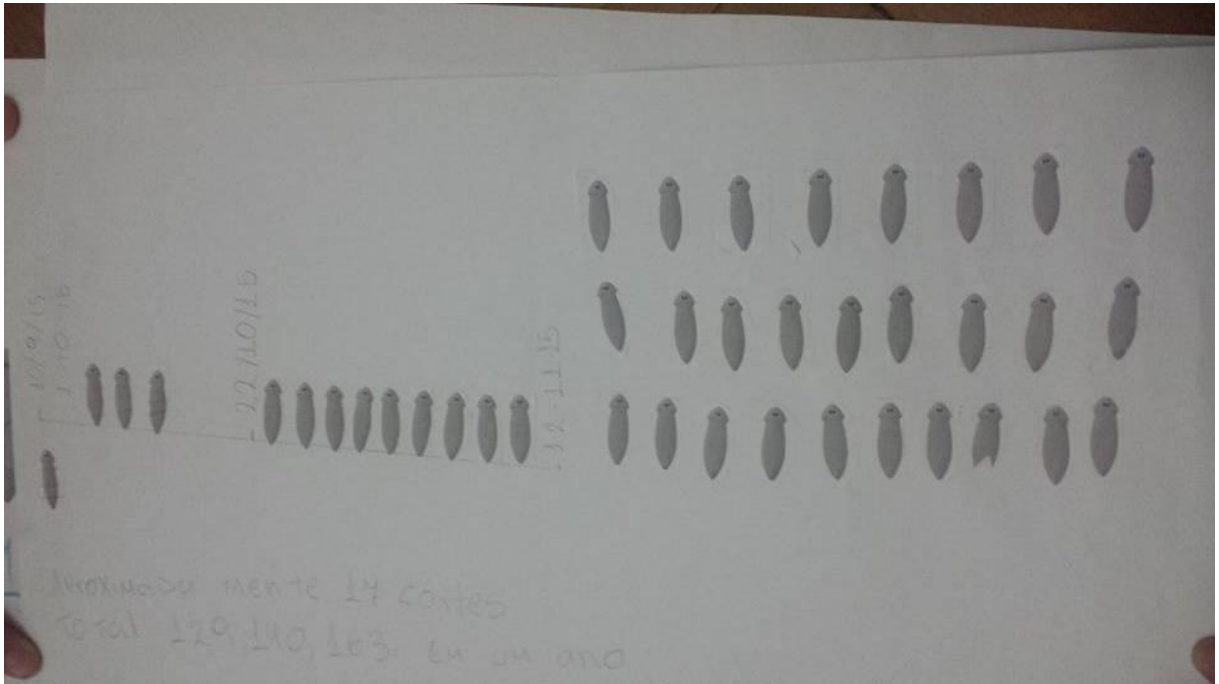
Conversei com esse grupo, sobre como simplificar esses dados e como o grupo poderia me apresentar esse resultado de uma maneira mais prática. Estava instigando eles a pensarem nos modos de representação matemática e também caminhando para a pergunta do caso generalizado, pois “Será que conseguiríamos fazer uma tabela para planárias que receberiam n ciclos de corte?”. Esse tipo de pergunta provoca nos alunos curiosidade em relação à maneira de apresentar os dados, assim, pedi para reproduzirem, na aula seguinte, em uma folha A3 como elas estavam pensando que aconteciam esses cortes e escrever um pouco se elas encontraram alguma lógica no processo.

Esse tipo de estratégia, utilizada na primeira aula, remete à organização e à praticidade em resolver o problema, dado que elas não precisaram em primeira hora simular cortes, ou fazer cálculos para entender quantos ciclos precisaria existir.

No segundo dia duas alunas integraram-se ao grupo 3, fazendo então com que esse grupo ficasse com 7 alunas. Mesmo sendo um grupo grande autorizei interação dos alunos, pois não teríamos tempo hábil de começar do zero com grupos pequenos. Solicitei, portanto, que o grupo explicasse para as novas integrantes o que vimos na aula passada, mesmo eu já tendo feito a revisão no quadro. Pedi que mostrassem quais as estratégias que usaram para resolver o problema e perguntar se elas gostariam de ajudar com outra forma de representação.

Como nessa aula propus que eles analisassem um caso mais geral, o grupo 3 decidiu simular alguns cortes com datas e fazer alguns cálculos, o que me deixou particularmente muito feliz, pois estavam no caminho certo, descobrindo métodos e aplicando conhecimentos já estudados anteriormente. Na imagem abaixo percebemos algumas simulações de cortes com datas e a resposta escrita.

FIGURA 11. SIMULAÇÃO DA QUANTIDADE DE PLANÁRIAS DO GRUPO 3



Fonte: a autora.

Em geral esse grupo foi o que mais se envolveu na atividade, e o que me chamou atenção foi que elas fugiram totalmente de como eu esperava que poderiam resolver o problema. Isso é o mais gratificante como professora. Foi possível ver que as alunas utilizando sua bagagem de conteúdos e experiências desenvolveram seus próprios métodos de resolver problemas. Mostraram-me que, quando são incentivados a criar e não apenas reproduzir, eles exploram suas bagagens pessoais e nos mostram que conseguem chegar mais longe do que pensamos.

6 ANÁLISE DE DADOS

Como já citado anteriormente em Barbosa (2001) temos três casos de modelagem matemática no ambiente escolar. O caso que se encaixa no que foi trabalhado com os alunos é o caso 1, em que o professor leva à sala de aula o problema e os dados e compete aos alunos o processo de resolução. Acredito que esse caso seja o mais apropriado para minha pesquisa, pois meu objetivo principal situa-se na análise de estratégias desenvolvidas no processo de modelagem.

A análise que fiz das resoluções dos grupos se debruçou sobre a sequência de informações que eles buscaram, bem como sobre a escolha do modelo. Nesse sentido, foi muito importante para eles a livre escolha de resolução, pois geralmente estão acostumados a seguir um padrão de resolução de exercícios. A citação a seguir corrobora com essa ideia:

A abordagem da Matemática através da resolução de problemas pode contribuir na formação de cidadãos mais autônomos e críticos, à medida que o aluno torna-se agente de sua própria aprendizagem, criando seus métodos e estratégias de resolução, em contrapartida a metodologias mais tradicionais, onde predomina a memorização e mecanização. (FURLANETTO, DULLIUS, ALTHAUS, 2012 p.3)

Percebi em minha pesquisa que a criação de métodos e estratégias colaboram para que os alunos tenham mais gosto pelo trabalho. O grupo 3, por exemplo, escolheu resolver o problema na forma de tabela com datas, não dividiram o número total de dias pelo tempo de regeneração, que era o esperado. Encontraram um método organizado e se pôde perceber que todas as integrantes estavam se envolvendo nessa construção, se dividiam entre olhar as datas no calendário, verificar os intervalos de tempo entre elas, passar para a folha A3, colocar os ciclos e os cortes. Os integrantes do grupo estavam bem dinâmicos e compartilhavam as ideias, me chamavam para comentar sobre como estavam resolvendo o problema e perguntavam a todo instante se “estava certo”. Isso me fez refletir sobre como eles não estavam acostumados a ser autores das suas estratégias, pois em geral os grupos sentiam necessidade de perguntar se estavam no caminho ideal ou esperado. Eu sempre comentava com eles que não existe um caminho certo, que eles teriam que encontrar maneiras para resolver o problema e que cada um poderia encontrar uma maneira diferente. Com isso, os alunos puderam desenvolver a capacidade de descobrir, sistematizar e aplicar os conhecimentos já vistos anteriormente na escola básica. Isso quer dizer que, trabalhada desse

modo, a modelagem matemática valoriza o conhecimento que os alunos possuem. D'Ambrosio (1986) enfatiza que

[...] o ponto de vista que me parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em outro contexto, novo. Isto é, a transferência de aprendizado resultante de uma certa situação para a situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da Matemática, e talvez o objetivo maior do seu ensino (p 44)

Percebemos que há, assim, um forte envolvimento entre a modelagem matemática e a valorização das estratégias que os alunos escolhem para resolver os problemas. Quando pensamos especificamente com relação ao grupo 3, ou seja, o que desenvolveu a tabela com datas, percebemos que o trabalho foi realmente produtivo, pois houve uma interação entre os integrantes do grupo e eles próprios escolheram uma forma prática e diferente de apresentar os dados e resolver o problema proposto. Durante o desenvolvimento da resolução, auxiliiei-os, porém sem opinar diretamente sobre como eles deveriam me apresentar os resultados.

FIGURA 12. TABELA PARA ANÁLISE DESENVOLVIDA PELO GRUPO 3

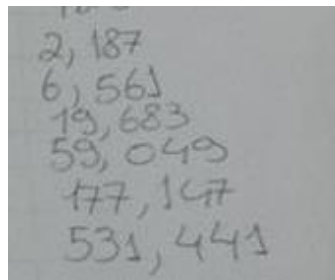
| Data | Corte | nº de Planarinas |
|------------|-------|------------------|
| | 1 | 3 |
| 10-09-2015 | 2 | 63 |
| 1-10-2015 | 3 | 27 |
| 22-10-2015 | 4 | 81 |
| 12-11-2015 | 5 | 243 |
| 3-11-2015 | 6 | 729 |
| 24-12-2015 | 7 | 2,187 |
| 14-01-2016 | 8 | 6,561 |
| 4-02-2016 | 9 | 19,683 |
| 25-02-2016 | 10 | 59,049 |
| 17-03-2016 | 11 | 177,147 |
| 7-04-2016 | 12 | 531,441 |
| 28-05-2016 | 13 | 1,594,323 |
| 13-06-2016 | 14 | 1,782,969 |
| 9-07-2016 | 15 | 14.348,907 |
| 30-07-2016 | 16 | 13.046,721 |
| 21-08-2016 | 17 | 129.140,163 |

Fonte: a autora.

Em relação ao problema proposto, que era saber em 1 ano quantas planárias cada grupo teria, eles relacionaram a posição temporal ao calendário. Assim seria mais lógico verificar por datas quando cada ciclo de corte aconteceria. Quando os grupos fizeram suas apresentações o grupo 3 verificou que a quantidade de ciclos encontrada era igual à quantidade de ciclos encontrada pelos outros grupos, dezessete, assim eles mesmo puderam interagir e mostrar aos outros colegas como resolveram o problema.

Outro feito que percebemos nesse grupo foi a escrita dos números, a posição da vírgula e do ponto. Como o grupo utilizou a calculadora para realizar os cálculos, e essa utiliza o sistema de numeração americano, as alunas se confundiram sobre colocar ponto ou vírgula em alguns números.

FIGURA 13. NÚMEROS DA TABELA DO GRUPO 3



Fonte: a autora.

O grupo me chamou para perguntar o porquê do uso da vírgula e expliquei que a calculadora adota o sistema numeral americano. Recordo que, nesse momento, uma aluna chegou a comentar “Sim né, como vai ser 2,187 que é menor que três”. Aproveitei esse fato para conversar com a turma sobre a calculadora e o sistema numeral. Após isso as alunas começaram a substituir as vírgulas pelos pontos quando passaram para o caderno de aula as informações, mas entregaram o trabalho com as vírgulas, pois afirmaram que não tinham tempo para arrumar. Conferi no caderno de aula delas e elas tinham entendido a substituição. Isso foi um fato bem importante na sala de aula, pois podemos discutir o uso da calculadora e explorar o sistema numeral brasileiro e americano. Essa atividade tornou satisfatório o uso da calculadora na sala de aula. Autores como BORBA (1995) afirmam que sua utilização proporciona uma maior discussão, guiando o tema trabalhado a diversas direções de investigação desenvolvidas pelos educandos. A calculadora é uma ferramenta muito utilizada hoje, principalmente por estar presentes em todos os celulares, que já é acessível a praticamente todos os estudantes desta faixa etária. Então, ao professor é de extrema

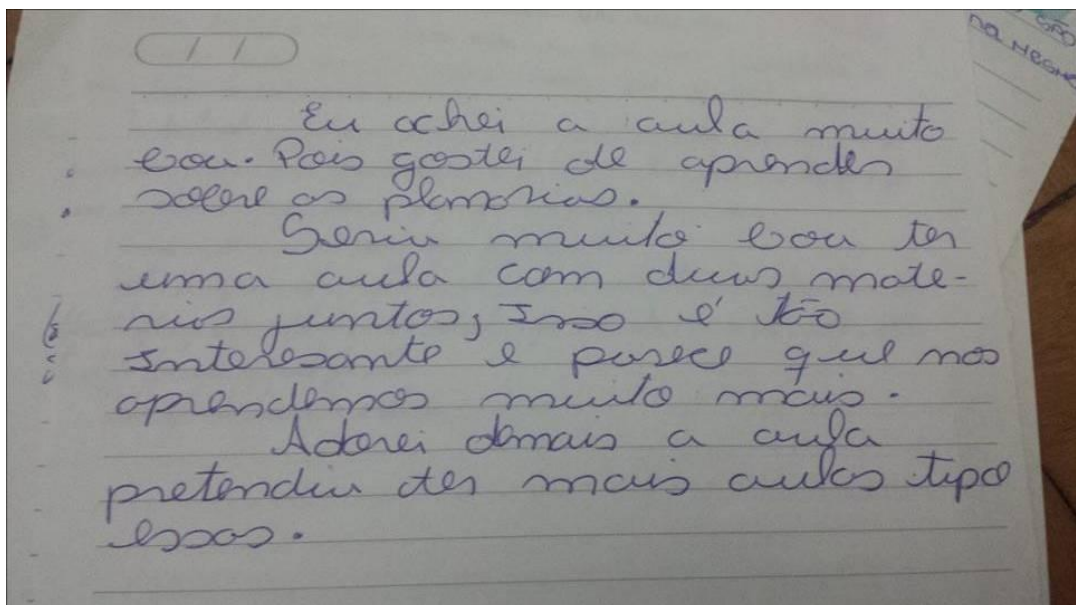
importância utilizá-la em sala de aula, pois pode favorecer a compreensão sobre os números e estimativa de valores. A frase da aluna que comentou sobre a impossibilidade do resultado ser 2,187, é uma prova de comparação entre dois valores. Esse fato gerou uma intervenção bem interessante na aula.

Tal uso também é abordado por Oliveira (1999) que afirma que:

O uso calculadora em sala de aula de Matemática é um dos meios que o professor de Matemática pode se utilizar para criar situações que levem a ele e seus alunos a refletir sobre a construção do conhecimento matemático e a socialização do saber, transformando a sala de aula em um ambiente propício à discussão, troca de experiências e de elaboração de estratégias para se construir uma nova sociedade brasileira.

Outra discussão que surgiu com esse grupo foi a interação da matemática com a biologia. Perguntavam-me bastante sobre as planárias: se era verdade que elas se regeneravam e se os cálculos eram verdades. Ao longo da aula me preocupei em interpretar os cálculos, gráficos e tabelas dos alunos, juntamente a eles, em termos da situação real que representava. No fim da aula pedi para que todos os alunos escrevessem algumas linhas sobre como foi esta prática para eles e uma das alunas escreveu: “Eu achei a aula muito boa. Pois gostei de aprender sobre as planárias. Seria muito boa ter uma aula com duas matérias juntos, isso é tão interessante e parece que nós aprendemos muito mais. Adorei demais a aula pretendia ter mais aula tipo essas” (Fig.14).

FIGURA 14.COMENTÁRIO SOBRE A AULA DE ALUNA DO GRUPO 3

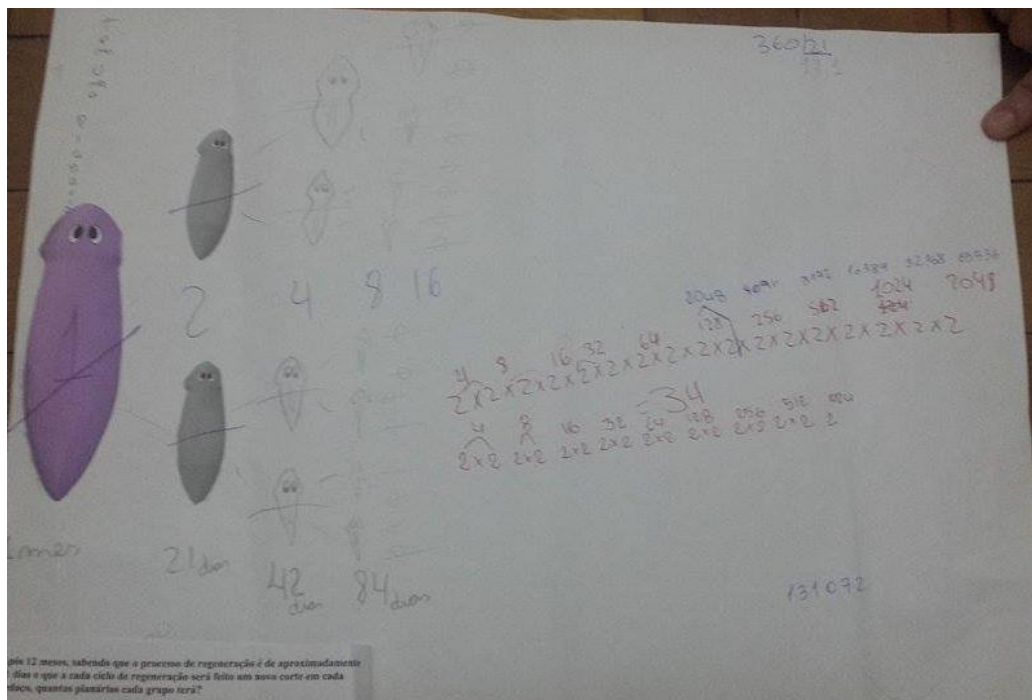


Fonte: a autora.

Esse comentário me fez refletir sobre como, mesmo sendo a resolução do problema totalmente matemática, essa aluna conseguiu relacionar com o problema real e no final da tarefa saber que aprendemos conceitos de disciplinas diferentes. Pude perceber que a construção do conhecimento em torno de uma aula interdisciplinar foi de maneira prazerosa e dinâmica.

O grupo 1, por sua vez, adotou uma estratégia diferente do grupo 3. O grupo compreendeu o problema e elaborou uma estratégia mais tradicional e simplificada da situação.

FIGURA 15. TRABALHO DO GRUPO 1



Fonte: a autora.

Primeiramente eles simularam alguns cortes nas planárias, depois viram que existia uma lógica que se repetia a cada corte: o número pela qual deveriam multiplicar. Após descobrir essa lógica, imediatamente montaram uma sequência de números para expor e realizaram o cálculo multiplicando os números. Para descobrir quantas vezes precisavam multiplicar, o grupo adotou o método da divisão do número de dias total pelo tempo de regeneração, assim encontraram o valor de 17 ciclos de corte.

O grupo escolheu um método prático e lógico, e questionaram a mim se eles poderiam fazer desse jeito, por ser mais simples. Expliquei ao grupo que o importante era eles entenderem a situação que estava ocorrendo, a relação dos cálculos que eles fariam com o problema proposto, que não existia método certo ou errado se eles utilizassem corretamente as ferramentas matemáticas sempre respeitando os princípios matemáticos, como os teoremas e regras. Com relação a esse ponto específico, um dos procedimentos apontados pelo MEC como fundamental para a compreensão de números naturais na Matemática, na área de números naturais é a “Resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos” (BRASIL,1997 p.59). O que percebemos na resolução do grupo, mesmo que realizada de maneira simples, é que souberam utilizar as ferramentas básicas de operação para resolver o problema.

A proposta do grupo gerou uma discussão sobre sequências e progressões geométricas de forma contextualizada que, além de exemplificar a situação exposta, gerou uma compreensão que vai além dos cálculos, visto que foi aberta a discussão para o caso geral do problema que modela o crescimento de planárias como uma progressão geométrica com razão igual ao número de cortes. O estudo dos padrões matemáticos ajuda aos alunos a aprender relações, estabelecer conexões e generalizações com problemas cotidianos. Por exemplo, no trabalho do grupo 2, observando a sequência “1, 2, 4 e 8” os alunos previram que o próximo número da sequência era o 16. Nesse momento eles me chamaram para perguntar se estavam corretos nessa suposição, pois reconheceram que estava sempre multiplicando por 2.

A modelagem busca entender uma situação de um fenômeno em termos matemáticos. Os alunos do grupo 2 perceberam uma regularidade na sequência dos cortes, estabelecendo um modelo matemático de forma intuitiva expressando a relação do crescimento de planárias através de uma sequência.

É importante salientar que foi discutido com os grupos suas resoluções, expondo para a turma quais foram as estratégias que cada um pensou para resolver o problema. Como não foi estabelecido uma sequência rigorosa a ser cumprida, eu, como mediadora da atividade, fui orientando os grupos, conduzindo-os de acordo com os procedimentos que cada grupo optou, sempre salientando o contexto no qual o problema estava exposto e o caminho trilhado para resolvê-lo. Segundo Bassanezi (2002, p.38),

Mais importante do que os modelos obtidos são o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das

técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo na sociedade em que vive.

O grupo 2 preferiu modelar o problema graficamente, já que, como comentado por um integrante do grupo, estavam aprendendo a plotar pontos no plano cartesiano na aula de matemática. Essa maneira de resolução reforça um pensamento já expressado anteriormente, pois, em uma atividade desta natureza, os alunos utilizam os conhecimentos prévios como ferramentas de resolução de problemas, analisando e selecionando o que é necessário para chegar à resposta final.

Esse grupo teve dificuldade quanto à escolha das variáveis, sobre qual era a variável dependente e independente. Auxiliei os alunos a identificarem essas variáveis para compor o plano cartesiano. Acredito que a parte mais importante da escolha deles, a compreensão do estudo de funções, se deve a um bom referencial sobre relacionar as variáveis e entender como elas se comportam. Por esse motivo, decidi dar importância a esse momento e discutir também com a turma sobre como se comportavam as variáveis escolhidas, qual dependia de qual, o que dependia de que. Preocupava-me muito o entendimento deles acerca dessa escolha. Perguntei a eles se o número de planárias dependia do número de corte ou o número de cortes dependia do número de planárias. Um aluno disse: “o eixo x é o que vem antes, então, seriam os cortes porque primeiro eu corto para depois ter a quantidade de planárias, dessa forma no eixo y vai o número de planárias”. É importante a discussão em sala de aula sobre variáveis porque nelas está o ponto principal para um bom entendimento de funções, sendo esse um dos mais importantes da matemática.

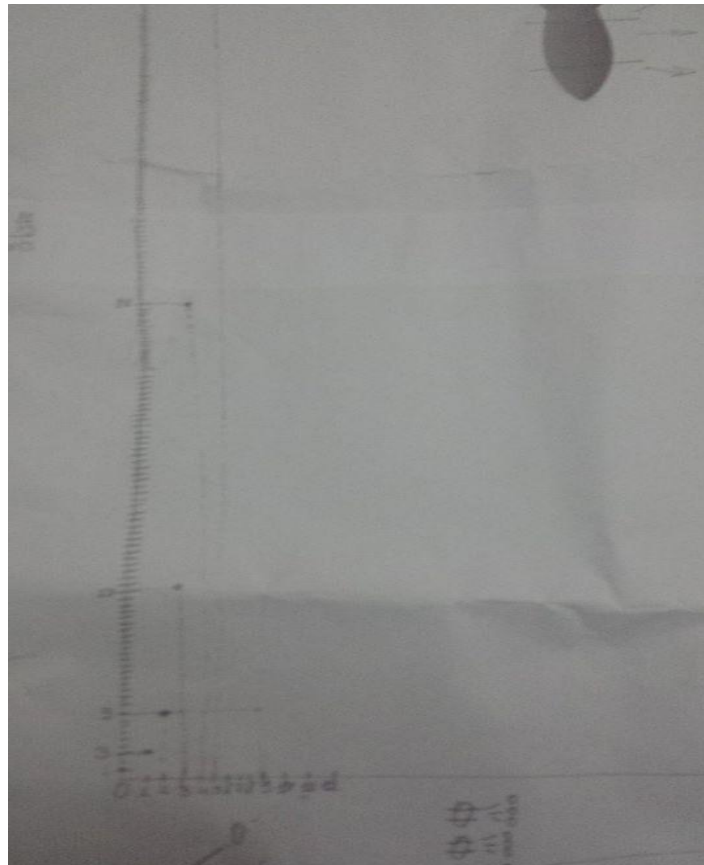
Os trabalhos de BARRETO (2007) e de SANTOS (2014) também discutem sobre essa dificuldade que cerca os alunos e a importância de relacionar o conceito de outras áreas na matemática. BARRETO (2007) disserta sobre o poder de alcance do conceito de função e a importância que esse conceito tem em outros campos do conhecimento dialogando com o que dizem as Orientações Curriculares para o Ensino Médio.

O estudo de funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL 2006, p.121 *apud* BARRETO, 2007)

Trata-se, portanto, de uma dificuldade bem comum, também percebida na análise dos dados da prática sobre velocidade média de SANTOS (2014), no qual foi percebido que um erro comum a dois alunos foi confundir as variáveis da função.

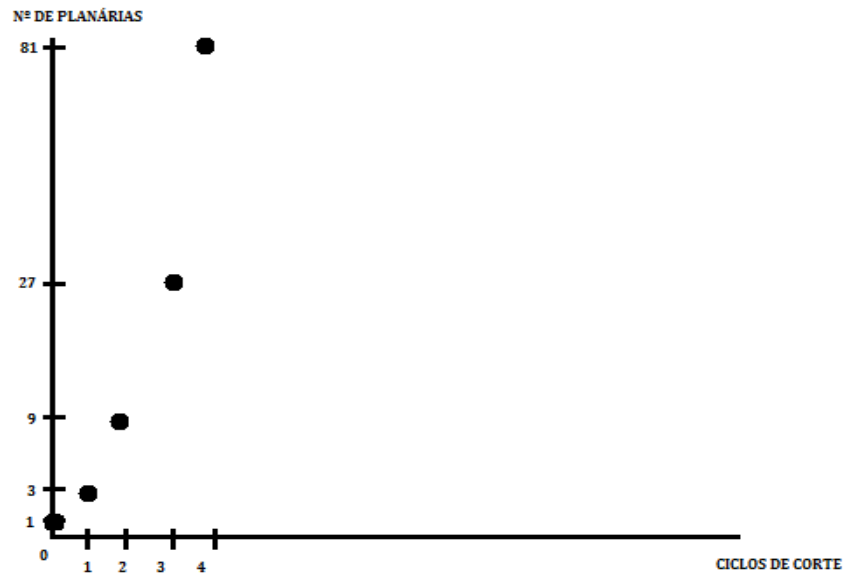
Após a escolha das variáveis e da construção do plano cartesiano os alunos desse grupo simularam os cortes às planarias para começar a construir o gráfico. Uma dúvida do grupo foi se eles precisavam fazer todos os pontos já que os eixos estavam ficando com muitos números e eles estavam respeitando o máximo a escala. Orientei eles a plotarem apenas alguns pontos e prestarem atenção no comportamento dos números, ou seja, na maneira com que estavam crescendo. A imagem abaixo mostra a construção realizada pelos alunos.

FIGURA 16. GRÁFICO PRODUZIDO PELO GRUPO 2 PARA ANÁLISE



Fonte: a autora.

FIGURA 17. GRÁFICO FEITO PELA AUTORA PARA MELHOR VISUALIZAÇÃO DO LEITOR



Fonte: a autora.

A estratégia desse grupo foi uma representação gráfica, que viabiliza uma melhor visualização do comportamento exponencial das planárias. Aqui percebemos da mesma maneira como no trabalho dos outros grupos, como se dá a produção de matemática a partir de dados biológicos, exemplificando e analisando as informações.

A interdisciplinaridade e a modelagem matemática estiveram presentes ao longo do desenvolvimento do trabalho. Percebi nos alunos certa criticidade ao comparar o número de planárias obtidas no primeiro ciclo com relação à quantidade anterior e o número de planárias obtidas no quarto ciclo, quando houve comentários como “cada vez tem mais planárias”; outra aluna relatou “sim, né, tá multiplicando, sempre vai ter mais”; mas outro aluno insistia dizer que “mas tá aumentando muito”. Aí percebemos um gatilho muito importante para começar uma discussão sobre variação entre duas grandezas, tanto no sentido de discutir proporcionalidade quanto taxa de variação de funções. Nessa parte aproveitei também para abrir uma discussão com a turma sobre funções discretas e contínuas, pois o grupo imediatamente traçaria retas entre os pontos do gráfico, já que como bem observado pelo aluno “na aula de matemática é assim, a gente coloca os pontos e depois liga com as retas”.

A primeira orientação que dei foi que não era necessário colocar todos os pontos, depois expliquei para eles e contei para a turma o porquê de não serem traçadas retas ligando

os pontos. Nesse momento percebemos como nós, mediadores da proposta em modelagem matemática, devemos subsidiar a compreensão conceitual dos aspectos envolvidos. Eu, como mediadora no momento, interagi com a turma abordando as informações necessárias e buscando, no conhecimento prévio dos alunos, conceitos já aprendidos que pudessem colaborar com o entendimento dos novos conceitos. Esses conceitos já construídos ao longo da trajetória escolar dos alunos interferem no significado e na maneira com que os novos conceitos serão interpretados.

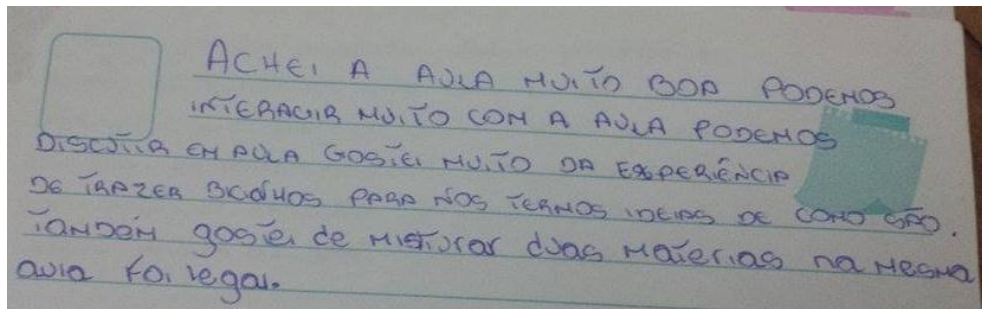
Deste modo, perguntei a eles: entre um ciclo e outro, por exemplo, entre o segundo e o terceiro ciclo, existe alguma planária que já está totalmente regenerada? Podemos dar um valor numérico para a quantidade de planárias existente entre dois momentos de cortes? Eles pensaram algum tempo. Percebi que não fui clara na pergunta que fiz, então, fui ao quadro e questionei, no diagrama de cortes que eu já havia feito anteriormente, se poderíamos contar as planárias quando elas ainda estavam no processo de regeneração. Um aluno do grupo 2 disse: “mas elas estão pela metade, né? Ou ainda nem tem cabeça... É só depois de 21 dias, não é?”. Nesse instante foi mais fácil os alunos entenderem sobre o porquê de não podermos traçar uma reta entre dois pontos, pois estaríamos afirmando que existiriam muitos pontos entre um ciclo e outro, porém não existiriam planárias inteiras.

Percebi alguma dificuldade em aula, pois além de ter que interagir com todas as estratégias dos grupos provocando discussões com a turma para um maior aprendizado e entendimento da situação-problema, era necessário ainda abordar cada conceito novo que aparecia. Senti certa insegurança por não poder aprofundar com cada grupo esses conceitos. Também me questionei sobre a possibilidade de ter mais tempo para trabalhar com a turma, uma vez que esse trabalho com certeza iria proporcionar de muito aprendizado para ambos os lados.

Ante o exposto percebo a vantagem de utilizar a modelagem matemática como abordagem metodológica, pois ela deixa os alunos livres para buscarem novos conceitos, entender propriedades e analisar situações com seus olhares, valorizando os saberes individuais e coletivos. Essa prática situou-se no que Skovsmose (2000) considera um ambiente de aprendizagem. Skovsmose (2000, *apud* Barbosa 2001) apresenta a noção de ambiente de aprendizagem para se referir às condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolverem determinadas atividades, além de pensar em como os alunos foram instigados a investigarem situações de outras áreas. Nesse sentido, considero que houve uma aprendizagem de Modelagem, tal qual se refere Barbosa (2001). No que diz respeito a essas indagações que surgiram em todos os grupos percebi que os alunos se envolveram e se

sentiram parte da resolução do problema, pois suas dúvidas eram dialogadas com toda turma, gerando um espaço de discussões de ideias e conceitos matemáticos, conceitos estes usados para modelar um problema da biologia.

FIGURA 18. COMENTÁRIO SOBRE A AULA DE ALUNO DO GRUPO 2



Fonte: a autora.

Essa interação se refletiu também no comentário de um dos alunos, em suas palavras: “Achei aula muito boa podemos interagir muito com a aula podemos discutir em aula gostei muito da experiência de trazer bichos para nos termos ideia de como são. Também gostei de misturar duas matérias na mesma aula foi legal”. Esse comentário é o que todo professor-pesquisador gostaria de ler após uma prática, pois torna uma experiência de pesquisa como esta, válida e gratificante. Percebo que nas aulas tradicionais pouco se dá valor para o que as outras disciplinas podem colaborar à área estudada e, geralmente, não há espaço para que os alunos possam discutir o que estão aprendendo e de fato serem atores principais da formação do conhecimento matemático. O prazer em ler esse tipo de comentário impulsiona a busca de novas metodologias, a valorização dos saberes dos alunos e encoraja a não desistir de preparar aulas mais dinâmicas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve como objetivo analisar quais seriam as estratégias dos alunos para resolver um problema de modelagem matemática, apresentando uma prática que envolvesse duas áreas do conhecimento: a matemática e a biologia. Para desenvolver essa análise foi realizada uma prática com duração de duas aulas em uma escola estadual de educação básica de Porto Alegre. A proposta foi trabalhada em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio. Os alunos foram instigados a escolherem formas para resolver o problema, de modo que cada grupo escolheu uma forma diferente. Houve um grupo que escolheu modelar o problema de forma gráfica, pois estavam aprendendo funções de 1º grau na aula regular de matemática; outro grupo decidiu montar uma tabela com datas que simbolizavam ciclos de corte; e um grupo escolheu modelar como uma sequência de números, verificando assim um padrão nos resultados que representavam o número de planárias obtidas a cada corte.

Nas duas aulas em que se deu a prática, os grupos escolheram formas distintas para resolver o problema e, ao final da prática, escreveram sobre o que acharam das aulas e o que tinham aprendido. Ao conversar com a professora regente de matemática da turma entendi que muitas vezes falta apoio da equipe escolar e planejamento para propor práticas diferentes aos alunos da escola básica. A falta de tempo foi citada pela professora como um dos empecilhos para organizar aulas mais dinâmicas, que possam relacionar a matemática com outras áreas do conhecimento. Com minha experiência em sala de aula também constatei esse fato.

Avalio a prática proposta como uma aula interessante para instigar os alunos. Gostaria de ter tido mais tempo para discutir de forma mais aprofundada alguns conceitos que foram aparecendo ao longo da prática, o que eu já sabia anteriormente que não era possível, pois fiz a prática em época de greve escolar e consequências burocráticas influenciaram na aplicação da prática. Acredito que o objetivo principal desse trabalho foi cumprido, mas também sei que sempre existem melhorias para nossas intervenções, planejamento e prática. E isso é o que mais me estimula a buscar com todo amor melhorias e metodologias às minhas aulas. Uma das mudanças que eu faria em minha pesquisa seria propor a prática em mais períodos, enfatizando em cada estratégia os conteúdos matemáticos envolvidos e como estes auxiliam na resolução de problemas e interpretação de fenômenos. Se fosse possível dar continuidade a esse estudo em sala de aula, proporia aos grupos o desafio de elaborar uma situação-problema no mesmo contexto, a fim de motivá-los a criar, ponderar resultados e repensar cenários.

Essa pesquisa somou muito à minha formação como professora, pois entendi que vale a pena buscar novas abordagens metodológicas para engrandecer as aulas, uma vez que os alunos se envolvem mais e participam, ou seja, há reciprocidade. Em minha experiência como professora na rede pública de Porto Alegre, sei que muitas vezes não temos tempo hábil de planejar esse tipo de aula. Por outro lado, hoje posso dizer que se os professores se unirem e planejarem um projeto político pedagógico que viabilize projetos escolares com aulas mais dinâmicas e com a participação da equipe escolar se torna viável e produtivo as aulas.

BIBLIOGRAFIA

- BARBOSA, J.C. **Modelagem Matemática: Contribuições para o Debate Teórico.** In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu, Anais...Caxambu: ANPED, 2011.1 CD-ROM
- BARRETO, Marina Menna. **Matemática e educação sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.
- BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.
- BOGDAN, Robert C. BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.
- OLIVEIRA, Djalma de P.R. **Planejamento estratégico: conceitos, metodologias e práticas.** 14.ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- BORBA, M. C. **A pesquisa qualitativa em Educação Matemática.** In: Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da ANPEd. Caxambu, MG, 21 – 24 nov. 2004.
- BORBA, M. C. **O uso de calculadora gráficas no ensino de funções na sala de aula.** Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: livro de resumos, 1995.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Brasília, 2000.
- DAMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação — reflexões sobre educação e matemática.** São Paulo, SUMMUS/UNICAMP 1986. 115p.
- BRASIL. **SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL.** Parâmetros curriculares nacionais. DP & A, 1998.
- FURLANETTO, Virginia, DULLIUS, Maria Madalena, ALTHAUS, Neiva. Estratégias de resolução de problemas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. In: Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul ANPED Sul, 9, 2012. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/2551/275>
- GOLIN, Ana Caroline Pinheiro. **Modelagem Matemática no Ensino Fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

MACHADO, Nilson José. **Interdisciplinaridade e matemática**. Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação–UNICAMP–Pro-posições. Campinas, n. 1, p. 10, 1993.

SANTOS, Dioger dos. **Modelagem matemática e resolução de problemas no ensino interdisciplinar de matemática e física**. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. *Bolema de Educação Matemática* Rio Claro, n.14, p. 66-91, 2000.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela MS. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula**. Autêntica, 2008.

VERGARA, Davi Fernandes Peralvo. **“O sol é capaz de nos transmitir vitaminas?”**: os alimentos e seus nutrientes como temática interdisciplinar. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Tradução Daniel Grassi. 2. Ed. Porto Alegre. Bookman, 2001, 202p.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004.

ANEXO I – Plano de Aula

PLANO DE AULA

TEMÁTICA: Regeneração de Planárias e Modelagem Matemática

DURAÇÃO: 4 períodos

Objetivo Geral

Compreender de forma interdisciplinar e contextualizada o processo regenerativo das planárias e sua relação com o meio ambiente; perceber a reprodução das planárias como um fenômeno biológico e matemático. Construção de um modelo matemático que represente a reprodução de planárias.

Habilidades e Competências de acordo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), que almeja-se desenvolver nesta atividade:

H15 – Interpretar modelos e experimentos para explicar fenômenos ou processos biológicos em qualquer nível de organização dos sistemas biológicos. (Ciências da Natureza e suas tecnologias)

H17 – Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica. (Ciências da Natureza e suas tecnologias)

H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais. (Matemática e suas tecnologias)

Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

Desenvolvimento:

PRIMEIRO DIA

MOMENTO 1: Apresentação e explicação sobre os futuros encontros e os conteúdos que serão desenvolvidos.

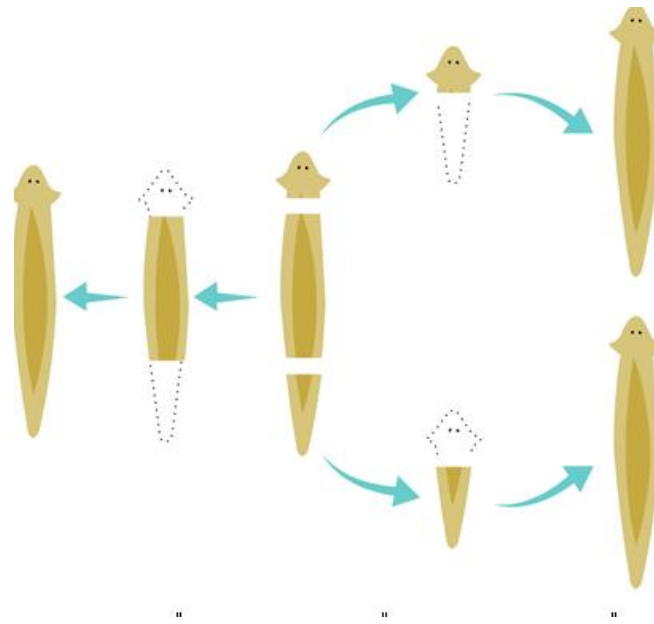
Nesse momento será feita uma breve discussão com a turma sobre minha pesquisa, sobre a importância da participação deles na aula e quais os conteúdos que estarão envolvidos nesses procedimentos.

MOMENTO 2: Exposição sobre Planárias: quem são, onde vivem, qual seu papel no meio ambiente, qual a importância do estudo das planárias na biomedicina e o processo de regeneração de planárias.

Planárias são vermes, que vivem principalmente em córregos. São animais com capacidade de recompor partes do corpo a partir da regeneração dos tecidos. O principal papel ambiental das planárias é o monitoramento ambiental, pois são sensíveis tanto à poluição orgânica quanto as modificações estruturais dos ambientes, assim colaborando para a qualidade dos ambientes

aquáticos. As planárias apresentam os dois tipos de reprodução, sexuada e assexuada. O tipo de reprodução que nos interessa é a reprodução assexuada que é feita através da regeneração dos tecidos, essa capacidade regenerativa tem grande potencial no estudo das células-tronco, serve como um modelo para as investigações em organismos mais complexos, incluindo seres humanos.

Abaixo segue uma representação da fragmentação e regeneração de planárias.



MOMENTO 3: A turma será dividida em 3 grupos. Cada um ficará responsável por estudar um comportamento de crescimento de planárias devido ao número de cortes pré-estabelecido: o grupo 1 será responsável pelas planárias que tiveram apenas um corte, o grupo 2 será responsável pelas planárias que tiveram dois cortes e o grupo 3 pelas planárias que tiveram 3 cortes. Primeiramente será distribuído para cada grupo um vidro que contém uma planária, e será entregue uma ficha para que eles possam anotar todas as características do seu animal. Nele deverão constar dados como tamanho aproximado e número de cortes que simularão fazer. Após esse momento de familiarização com o tema irei lançar o problema:

Após doze meses, sabendo que o processo de regeneração é de aproximadamente 21 dias e que a cada ciclo de regeneração será feito um novo corte em cada pedaço, quantas planárias cada grupo terá?

Os alunos receberão uma folha (em anexo) para rascunhar suas soluções.


Nesse momento vou circular entre os grupos tanto para auxiliar eles com dúvidas que podem surgir quanto para explorar quais as estratégias que eles usam para resolver o problema.

SEGUNDO DIA


Continuação da construção do modelo e discussão dos resultados. Começaremos o segundo dia retomando o que vimos na aula passada, abordando os principais tópicos e focando na solução do problema. Vou pedir que eles representem de todas as

maneiras que acham que seja possível essa solução. Depois que os grupos forem terminando vou propor uma conversa entre os grupos sobre seus modelos e como pensaram na resolução.

ANEXO II - CONSENTIMENTO DA ESCOLA



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
Av. Bento Gonçalves 5500 - Agronomia - 91509-900 Porto Alegre - RS - BRASIL
Tel. (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301
e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

A Escola Estadual de Ensino Básico Monsenhor Leopoldo Hoff, escola da rede pública estadual de ensino, neste ato representada pela direção por intermédio do presente instrumento, autoriza Clarissa Fernandes Peralvo Vergara, brasileira, estudante, CPF [REDACTED] a aplicar a proposta de ensino: "Reprodução de Planárias: uma prática interdisciplinar com abordagem pedagógica em Modelagem Matemática" na turma [REDACTED]. A Escola está ciente de que a referida proposta de ensino é base para o trabalho de conclusão de curso (TCC) de Clarissa, o qual é uma exigência parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e que é orientado pela Profª. Drª. Débora da Silva Soares.

A autorizada, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes da escola que participarão da aplicação da proposta de aula.

Porto Alegre, 17 de setembro de 2015.

Clarissa Fernandes Peralvo Vergara
Clarissa Fernandes Peralvo Vergara

Profª. Débora da Silva Soares
Profª. Débora da Silva Soares

Alencino
Direção da Escola
Alencino Ferreira Alves
E.E. de Educação Básica Monsenhor Leopoldo Hoff