# ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS: EXPLORANDO CONSTRUÇÕES DINÂMICAS COM GEOGEBRA

**Deise Tatiane Kich – deisekich@gmail.com – Polo de Picada Café**

**Giovana da Silva Lenzi – giovana.lenzi@ufrgs.br - UFRGS**

**Resumo:** Este estudo tem como foco o ensino dos conceitos de perímetro e área no 7º ano do ensino fundamental, a partir de proposta com uso de um *software* de Geometria Dinâmica, o GeoGebra. O principal objetivo do estudo é analisar se o uso de tecnologias digitais facilita a compreensão e a relação dos conceitos de perímetro e área e observar se a construção, a observação e a experimentação de figuras dinâmicas permite a análise de invariantes e padrões que possibilitem calcular área e perímetro de figuras planas diversas. Baseada na metodologia de Engenharia Didática foi criada uma sequência didática para que estes objetivos pudessem ser alcançados. A análise dos dados mostrou que o uso do GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos de perímetro e área e a observação e exploração das figuras dinâmicas permitiu que os alunos pudessem construir de forma correta e expressiva as fórmulas de cálculo de área e de perímetro de figuras planas.

**Palavras-chave:** Área; Perímetro; GeoGebra; Geometria Dinâmica.

## Introdução

O ensino de matemática vem sendo tema de diversos estudos científicos que buscam melhorar a qualidade do ensino. Isto porque se observam dificuldades e problemas nesta área, o que preocupa professores/pesquisadores. Em avaliações externas, como Prova Brasil e ENEM, estudantes apresentam dificuldades na área da matemática. Um dos motivos dessa dificuldade pode estar associado à abordagem centrada em fórmulas e algoritmos, procedimentos mecânicos sem significado para os alunos, que não conseguem aplicá-los, por exemplo, em situações-problema. Essa hipótese foi destacada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de 1998. Conforme os PCN's, "em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão" (PCN, 1998, p. 19).

A geometria é um destes conteúdos que merece atenção. O foco deste trabalho será o ensino dos conceitos de área e perímetro no ensino fundamental. Comumente estes conceitos são apresentados separadamente nos livros didáticos e nos currículos escolares. Assim, muitos professores também trabalham estes conteúdos de forma fragmentada. Por que não abordá-los de forma conjunta, relacionando-os? Estudos[1], que serão abordados na seção 1.4 deste trabalho, mostram que uma abordagem unificada destes dois conceitos traz mais significado para os alunos, pois podem observá-los simultaneamente em uma mesma figura.

A escolha deste tema justifica-se através de minhas experiências[2] docentes. Sou professora desde 2009, quando iniciei trabalhando em educação infantil. Leciono Matemática no ensino fundamental e médio[3] desde 2012. No corrente ano leciono apenas para turmas de 7º e 8º ano. Conclui minha graduação em 2013 e logo após iniciei o Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para a Educação Básica promovido pelo Instituto de Matemática da UFRGS. O título do curso foi o elemento que motivou meu interesse em participar dessa especialização visto que na graduação não tive contato com mídias digitais. Acredito que os recursos tecnológicos disponíveis devem ser utilizados para auxiliar na construção do conhecimento. Entretanto, se não conhecemos bem a mídia antes de utilizá-la com os alunos, nossos objetivos dificilmente serão totalmente atingidos.

Nesta especialização, aprendemos a sermos pesquisadores e produtores do nosso conhecimento. Estudamos a partir de desafios, atividades e situações-problema em que foi necessário pensar, relacionar conceitos e inovar. Exploramos diversos recursos digitais, entre eles, vídeos, GeoGebra, GrafEq e WinPlot. A geometria dinâmica esclareceu conceitos que para mim ainda não estavam bem fundamentados. Essa ferramenta didática possibilita a observação de padrões e invariantes que nos levam a compreender conceitos que a imagem estática nem sempre permite. Para que os meus alunos também pudessem ter uma experiência de descoberta e exploração por meio da

[1] CENTENARO, Grasciele Fabiana Casagrande. **Perímetro e Área: Uma proposta didática para o Ensino Fundamental.** Monografia (Especialização em Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.
GOBBI, Juliana Aparecida. **O software GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas.** Revista Brasileira de Ensino e C&T. v. 7, n. 1, jan.-abr. 2014, p. 182-199.

[2] Neste estudo entende-se “experência” sob o ponto de vista de Larrosa(2002), que afirma “é experiência aquilo que ‘nos passa’, ou que nos toca, ou que nos acontece, e ao nos passar nos forma e nos transforma. Somente o sujeito da experiência está, portanto, aberto à sua própria transformação.” Assim, relatarei experiências que me formam e transformam, levando-me a refletir sobre minha prática pedagógica.

[3] Lecionei para todos os anos do Ensino Fundamental, exceto o 6º ano.

geometria dinâmica, de modo a esclarecer os conceitos de perímetro e área, propus esta sequência didática.

A escola em que trabalho localiza-se em um bairro em desenvolvimento. Atualmente está com duas turmas de cada ano, exceto 8º e 9º ano, que ainda são turmas únicas. A partir deste ano começou a oferecer o ensino médio, com implantação gradativa.

Nos anos finais do ensino fundamental observo dificuldades na matemática, geralmente relacionadas a conhecimentos que não foram bem compreendidos nos anos anteriores dificultando a aprendizagem. Quando abordo os conceitos de perímetro e área percebo que os alunos ainda não compreenderam corretamente esses conceitos. Na escola onde leciono esses conceitos são introduzidos nos anos iniciais, mais precisamente no 5º ano. Porém, ao retomar os estudos sobre o conteúdo nos anos seguintes, os alunos geralmente confundem os dois conceitos. Quando os conceituam, dizem que “perímetro é a soma de todos os lados” e “área é base vezes altura”. Desta forma, questiono-me sobre como poderão calcular o perímetro e a área de um polígono irregular ou de uma circunferência. Percebo também que acreditam que figuras que possuem mesma área, possuem também mesmo perímetro ou que figuras com maior área apresentam também maior perímetro.

A pesquisa de Centenaro (2010) mostrou-me que geralmente os professores não apresentam aos alunos atividades que exigem o pensamento lógico, a análise e a comparação de figuras planas, de modo que eles conjecturem as fórmulas de cálculo de áreas e perímetros. Ao questionar colegas de trabalho, a autora observou que estes assumiram a responsabilidade por parte das dificuldades dos alunos, pois:

> […] nem sempre é possível preparar uma aula que demande mais tempo com atividades práticas, permitindo ao aluno explorar mais situações que envolvam o uso de instrumentos de medida, desenhos, representações gráficas para a resolução das atividades e assim, como consequência, uma melhor compreensão destes conceitos (CENTENARO, 2010, p. 20).

Suas análises mostraram que os professores entrevistados dizem-se preocupados em cumprir o programa do ano e por isso usam o caminho mais curto: aplicação de fórmulas. Desta forma, os alunos apenas decoram fórmulas e as aplicam, sem pensar no seu significado propriamente dito. Para Notare & Basso (2012) as tecnologias nos ajudam a mudar este cenário no ensino da matemática.

> Os softwares disponíveis hoje em dia podem proporcionar um valioso trabalho de construção do conhecimento matemático, desde que as atividades sejam elaboradas com o objetivo de engajar os alunos em um processo de superação de desafios, no qual a utilização de conceitos matemáticos seja

> necessária para alcançar os objetivos propostos inicialmente. (NOTARE & BASSO, 2012, p. 2)

A exploração de construções dinâmicas, com objetivos claros, segundo Gravina (1996), permite que os alunos experimentem, criem estratégias, façam conjeturas, argumentem e deduzam propriedades matemáticas. Assim, os alunos terão uma visão completa sobre estes conceitos e saberão utilizá-los corretamente em situações diversas.

Com a intenção de analisar se o uso de tecnologias digitais facilita a compreensão e a relação dos conceitos de perímetro e área e observar se a construção, a observação e a experimentação de figuras dinâmicas permite a análise de invariantes e padrões que possibilitem calcular área e perímetro de figuras planas diversas propôs-se o problema dessa pesquisa: "É possível facilitar a compreensão dos conceitos de perímetro e de área a partir da construção, da observação e da exploração de figuras dinâmicas com auxílio do *software* GeoGebra?"

Entendo que é preciso buscar uma forma mais eficiente de abordar os conteúdos de perímetro e área, de modo que o aluno realmente compreenda suas definições. Considero importante o uso de recursos e metodologias que auxiliem e possibilitem a construção destes conceitos. Este estudo traz uma proposta em que a abordagem destes conceitos é feita de através da exploração de construções dinâmicas com auxílio do *software* GeoGebra.

## Dos Caminhos da Pesquisa

A base metodológica da pesquisa é a Engenharia Didática, que foi criada na década de 80, na França, na área de Didática da Matemática. O termo é relacionado ao trabalho do engenheiro que necessita de muitos conhecimentos teóricos, mas a prática exige dele a resolução de problemas não encontrados na teoria.

De acordo com Carneiro (2005), a Engenharia Didática é uma metodologia que permite relacionar a teoria e a prática no meio educacional atrelando a prática de ensino à prática de investigação. A metodologia propõe que o professor reflita sobre sua prática avaliando-a, buscando sempre melhorá-la para que alunos construam conhecimentos de forma significativa[4].

Uma Engenharia Didática, segundo Artigue (1996), inclui quatro fases: 1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática; 3) implementação da experiência;

[4] A palavra "significativa" e suas variações serão entendidas neste trabalho com o sentido de algo que produza significado e que faça sentido para o aluno, sendo assim compreendido por ele.

4) análise a posteriori e validação da experiência. Logo, este trabalho será organizado conforme as fases propostas por Artigue, sendo utilizada uma adaptação desta metodologia.

## 1. Análises prévias

As análises prévias desta Engenharia Didática foram organizadas em três dimensões sugeridas por Artigue (1996): dimensão epistemológica, associada às características do saber em jogo; dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino; dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino.

Estas análises têm por objetivo mostrar os problemas observados no ensino usual dos conceitos de área e perímetro, para propor uma intervenção que trate desses conceitos de outra maneira buscando resultados mais eficazes.

### 1.1 Dimensão epistemológica

Muitos livros sobre a história da matemática dizem que a geometria surgiu nas civilizações egípcias. De acordo com Roque & Carvalho (2012), o historiador grego Heródoto (séc. V a.C.) acreditava que devido às enchentes do Rio Nilo, existia a necessidade de medir a área das terras a serem redistribuídas entre aqueles que haviam sido prejudicados ou reduzir proporcionalmente a carga de impostos cobrados dos proprietários que perderam parte de suas terras. O filósofo grego Aristóteles (384 – 322 a.C.), discípulo de Platão (428 – 348 a. C.), acreditava que a geometria havia surgido como atividade de lazer, pois os sacerdotes egípcios tinham permissão para desfrutar destas atividades. O ponto em comum das duas teorias é que os geômetras egípcios usavam cordas para fazer suas medições.

O Papiro de Rhind[5] é o mais antigo e importante registro egípcio que sobreviveu ao tempo, segundo Roque & Carvalho (2012). Nele estão contidos diversos problemas práticos que envolvem geometria. Estes problemas mostram como os egípcios calculavam a área de retângulos, triângulos, trapézios e círculos. Calculavam a área de um retângulo multiplicando a medida da sua base pela da altura. A área de triângulos isósceles era obtida multiplicando metade da base pela altura. Dividiam o triângulo em dois triângulos retângulos e organizavam-nos formando um retângulo. A área do

[5] Acredita-se que o Papiro de Rhind tenha sido copiado por volta de 1650 a.C., por um escriba chamado Ahmes (XVII a. C.). Ele pode ter sido escrito há três milênios e meio.

trapézio isósceles era obtida pela soma das metades das bases multiplicada pela altura. A área do círculo era calculada por aproximação.

As fórmulas de cálculo dos egípcios são muito próximas das que usamos hoje. O grande problema é que eles não distinguiam cálculos exatos de aproximações. Segundo Roque & Carvalho (2012, p. 45), “a ‘geometria’ dos babilônios e egípcios era essencialmente uma geometria métrica, isto é, preocupada em calcular comprimentos, áreas e volumes”.

Por volta de 700 a.C. existia um grande intercâmbio entre o Egito e a Grécia. Havia, além da troca de mercadorias, também a troca de ideias e conhecimentos. Os gregos procuraram os sacerdotes egípcios para aprender coisas novas. Alguns destes sedentos por conhecimento eram Tales, Pitágoras e Platão. Os estudiosos gregos buscavam sempre a razão das coisas, demonstrar e relacionar ideias. Os estudos e descobertas gregas realizadas por estes matemáticos não possuem muitos registros.

Somente por volta de 300 a.C., na obra Os Elementos de Euclides, faz-se referência a teoremas provados, teoricamente, por Tales. Nesta obra estão descritos todos os conhecimentos gregos desenvolvidos desde Tales. Dentre os 13 livros que compõem a obra, os seis primeiros tratam de aspectos da geometria plana.

Diz-se que a descoberta dos incomensuráveis provocou uma crise. Isto contribuiu para que a geometria e a aritmética tomassem rumos distintos, tornando-se um dos traços marcantes da matemática grega. Euclides tratou a geometria com formalidade e abstração. Passou a usar enunciados gerais que não envolvem somente procedimentos de medida. “Os *Elementos* de Euclides representam, neste contexto, o resultado dos esforços de formalização da Matemática para apresentar uma geometria consistente e unificada, válida para grandezas quaisquer, fossem elas comensuráveis ou incomensuráveis.” (ROQUE & CARVALHO, 2012, p. 64).

Toda a matemática grega refere-se à área como região delimitada por uma figura e não um valor numérico atribuído a esta região. Os gregos, após Euclides, procuravam comparar áreas, decompor figuras, descobrir propriedades e semelhanças entre figuras. A equivalência de áreas foi muito explorada. Buscavam fazer a quadratura de regiões poligonais ou limitadas por uma curva, ou seja, transformar estas figuras em quadrados equivalentes, de modo a comparar áreas.

Conforme Roque & Carvalho (2012), as maneiras como babilônios e egípcios calculavam comprimentos e áreas são muito diferentes dos modos que os gregos utilizavam. Os primeiros transformavam problemas geométricos em problemas numéricos. Seus métodos eram centrados em cálculos e algoritmos. Já os gregos buscavam uma argumentação consistente e demonstrações para suas descobertas.

Durante o século XVII, com a intervenção de métodos algébricos e infinitesimais, surge a Geometria Analítica, cujos pais são René Descartes (1596 – 1650) e Pierre de Fermat (1601 – 1665). Cavalieri (1598 – 1647) e Pascal (1623 – 1662) calculavam áreas usando a decomposição infinita de uma figura, desenvolvendo o cálculo infinitesimal. Leibniz (1646-1716) e Newton (1642-1727) conseguiram avanços significativos na geometria desenvolvendo o cálculo diferencial e integral.

### 1.2 Dimensão didática

Percebe-se que o ensino da geometria vem apresentando falhas marcadas pela dificuldade de compreensão dos conceitos apresentada pelos estudantes. Essas falhas também podem ser encontradas na formação de professores. Conforme Berti (2012, p. 28), temos nas escolas “um cenário em que professores se sentem inseguros em ensinar os conceitos geométricos por não dominarem o conteúdo e alunos memorizando as definições e propriedades, mas com dificuldade de utilizá-las na resolução de problemas.” Segundo Lorenzato (1995, p. 4), isso gera um “círculo vicioso: a geração que não estudou geometria, não sabe como ensiná-la”. Desta forma, muitos professores deixam de abordar a geometria com seus alunos.

De acordo com Santos e Bellemain (2007), os conteúdos de geometria geralmente aparecem no final dos livros didáticos e, por isso, nem sempre são estudados por falta de tempo. Apontam que uma justificativa para esta organização dos livros didáticos é que durante um longo período a geometria foi tratada com descaso pela escola brasileira. Quando são estudados, os conceitos geométricos aparecem de forma pronta, sem proporcionar ao aluno a exploração e interpretação dos conceitos. Segundo Gravina (1996, p. 2), “parte desta problemática tem origem nos programas e práticas de ensino de nossas escolas: é o tratamento estereotipado dado aos objetos geométricos, é a apresentação de demonstrações com argumentos ordenados e prontos”.

Além disso, observa-se que os conceitos de perímetro e área são trabalhados separadamente nos livros didáticos e assim também devem fazer os professores que os utilizam, pois, conforme os PCN’s (1998, p. 22) “os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória”. A abordagem simultânea dos dois conceitos, como apontam os estudos apresentados neste trabalho, é mais satisfatória e significativa, pois permite a relação e a diferenciação entre perímetro e área. Isso é possível, pois podemos comparar área e perímetro de polígonos diversos observando, assim, seu significado no polígono e a diferença entre os dois conceitos. Segundo os PCN's o estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos.

De acordo com os livros didáticos analisados para a elaboração deste trabalho constatou-se que os conteúdos de perímetro e área são abordados a partir do 5º ano do ensino fundamental. Nesta etapa, os alunos devem compreender os conceitos de perímetro e área de figuras diversas, sem se ater a fórmulas de cálculo, mas a atividades de exploração, identificação e construção de figuras diversas, geralmente pelo ladrilhamento. No 6º ano, este estudo é retomado no momento em que se estudam grandezas de medida, especificamente medidas de comprimento e medidas de área. Neste momento, geralmente são apresentadas as fórmulas de cálculo de área do quadrado e do retângulo. No 9º ano, são estudadas com mais cuidado as fórmulas de cálculo de áreas de figuras planas. No 2º ou 3º ano do Ensino Médio são novamente retomados os conteúdos da geometria plana, com a intenção de abordar os conteúdos da geometria espacial.

Observou-se nos livros didáticos analisados que vários exercícios referentes a conteúdos algébricos, envolvem situações em que é necessário calcular perímetro e área de figuras planas. Por experiência própria, quando trabalhamos expressões algébricas, monômios e polinômios no 8º ano e esses problemas são propostos, grande parte dos alunos não sabe como resolvê-los, pois não se lembram dos conceitos de perímetro e área. No 9º ano, situações como esta surgem no estudo de equações do 2º grau. Isso sugere que os alunos não compreenderam nos anos anteriores as definições e usos destes conceitos fundamentais.

Para contribuir com a reflexão foi analisada a abordagem dos conceitos de perímetro e área em cinco livros didáticos, sendo os volumes 1 e 2 da coleção Novo Praticando Matemática [6] e os volumes 1, 2 e 3 da coleção Vontade de Saber Matemática[7]. As duas coleções fizeram parte do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2014 e foram escolhidas, pois vêm sendo fortemente utilizadas por professores como fonte de exercícios. A segunda coleção está sendo utilizada na escola onde foi realizada a prática.

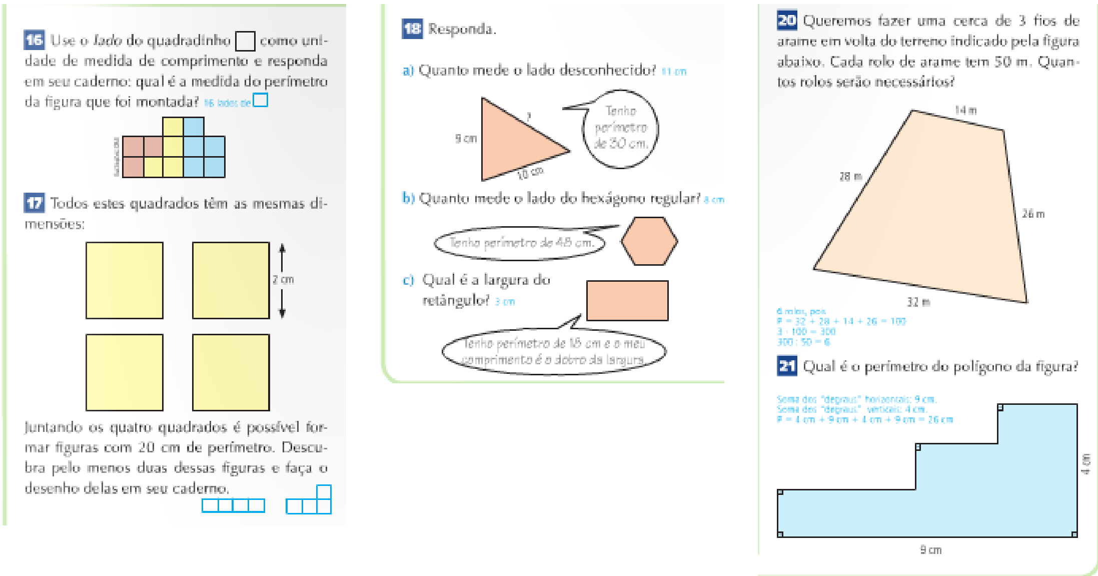
---

[6] ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Novo Praticando Matemática.** **v.** 1 e 2. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.
[7] SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. v. 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

A primeira coleção analisada foi Novo Praticando Matemática. O volume 1, 6º ano, é composto por 14 unidades. Os polígonos são apresentados na unidade 10. No final desta unidade, o conceito de perímetro é introduzido com um problema em que é necessário cercar um terreno em forma de trapézio, com todas as medidas dadas. Perímetro é definido como “a medida do contorno de uma figura geométrica plana”.

Os exercícios referem-se ao cálculo de perímetro de quadrados, encontrar a medida do lado desconhecido, cálculo do menor trajeto possível e cercar terrenos.

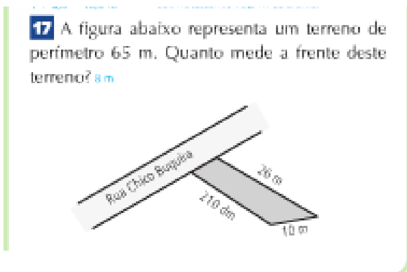
Figura 1 - Exercícios sobre perímetro




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 161.

Na unidade 14 são apresentadas as conversões entre as unidades de medida de comprimento. Como aplicação para estas unidades aborda-se novamente o perímetro de quadriláteros em situações como cercar terrenos. Apenas um exercício aborda o conceito de perímetro (Figura 2).

Figura 2 - Exemplo de exercício




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 243.

Nesse volume são apresentadas as unidades de medida de superfície, onde o conceito de área é introduzido com o exemplo de colocar carpete no piso de uma sala. A área é definida como “a medida de uma superfície”.

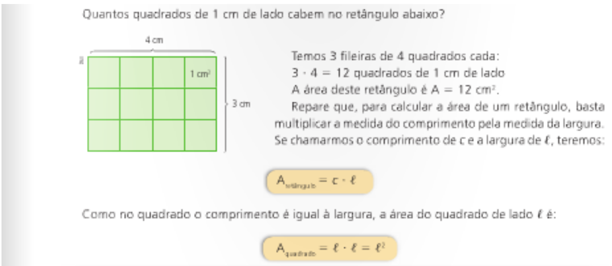
Figura 3 - Definição de área

Quando se coloca carpete no piso de uma sala, forra-se a **superfície** desse piso.
À sua volta, você pode observar várias superfícies: no tampo de uma mesa, na folha do caderno, no vidro da janela, nas paredes.
Uma superfície pode ser medida. A medida de uma superfície é a sua **área**. Sabendo a área da sala, por exemplo, podemos comprar a quantidade correta de carpete, evitando a falta ou o desperdício de material.
Se para medir comprimentos utilizamos um comprimento como unidade de medida, para medir superfícies a unidade de medida deve ser uma superfície.

Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 244.

Apresenta-se a área do retângulo a partir de um retângulo dividido em quadrados de 1 cm de lado e é feita a seguinte pergunta: “quantos quadrados de 1 cm de lado cabem no retângulo abaixo?”. Assim, a área do retângulo é calculada multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura. Como no quadrado o comprimento é igual à largura, a área do quadrado é “lado vezes lado”. Não há exemplo, nem ilustração para este caso.

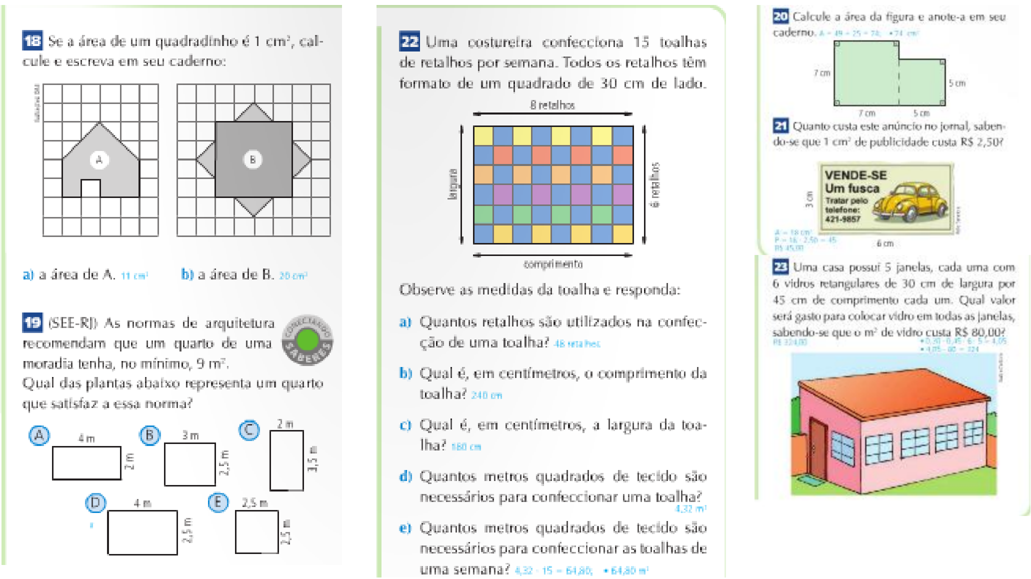
Figura 4 - Área do retângulo




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 245.

São exibidos exercícios como cálculo da área, relação com situações do cotidiano, uso de papel quadriculado pela contagem de área e composição de figuras.

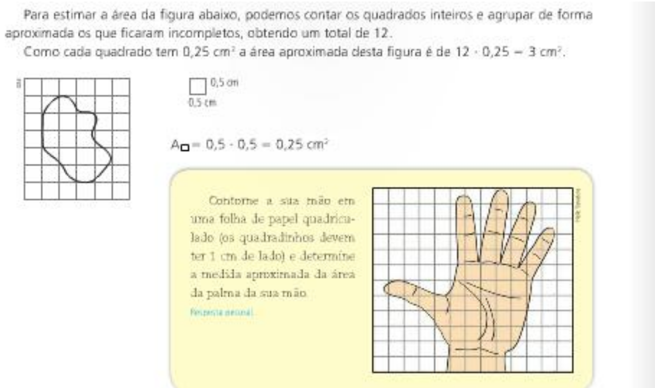
Figura 5 - Exercícios envolvendo área




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 246.

Por fim, ainda é apresentada uma forma de estimar a área de figuras irregulares.

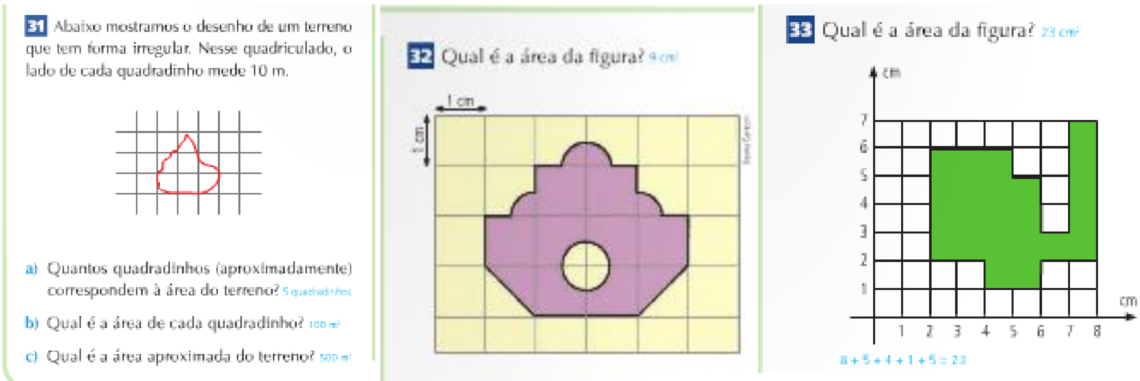
Figura 6 - Estimando áreas




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 248.

Os exercícios referentes a esta seção envolvem a aproximação de áreas de figuras irregulares e todas usando papel quadriculado.

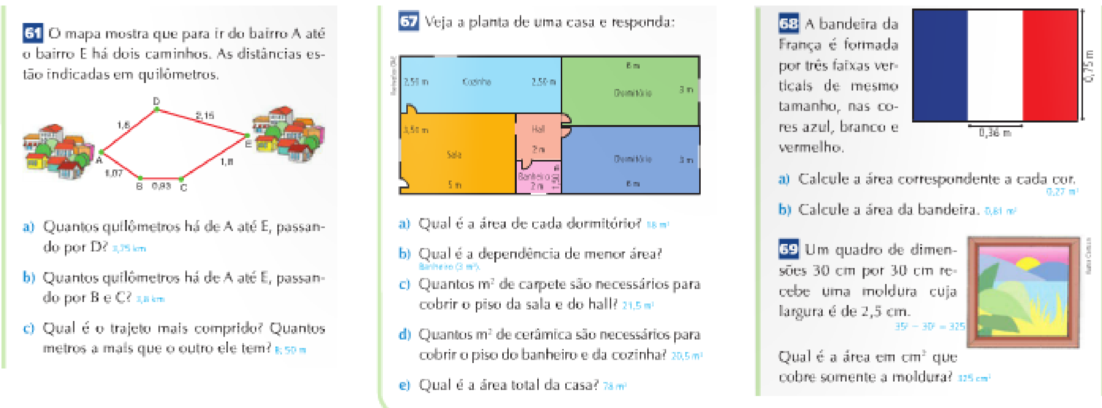
Figura 7 - Exercícios sobre estimativa de áreas




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 249.

Nos exercícios de revisão, há a exploração de planta de uma casa e cálculo de perímetro e área.

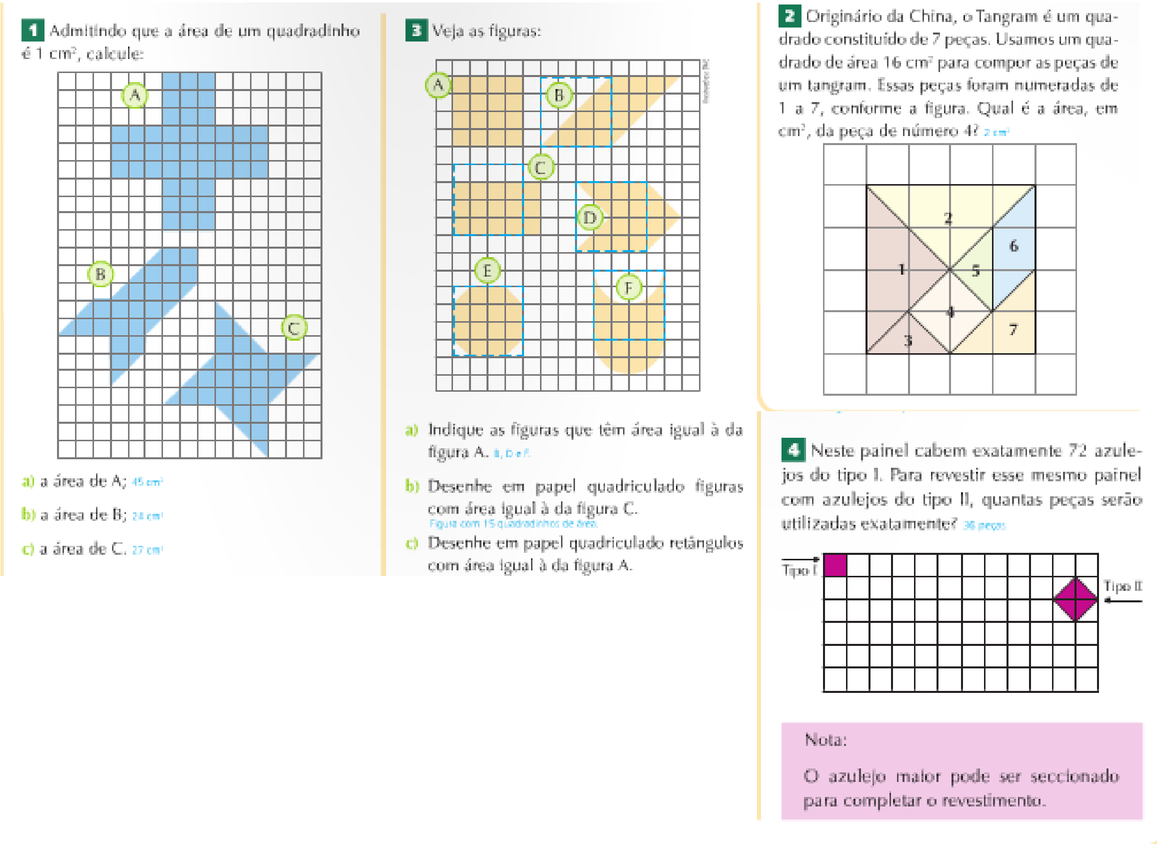
Figura 8 - Exercícios de revisão




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 1, p. 258/259.

O volume 2, 7º ano, é composto por 11 unidades. O conteúdo de áreas é apresentado na unidade 8. São apresentadas algumas medidas de superfície. Os exercícios abordam a área de polígonos na malha quadriculada, utilizando inclusive o Tangram.

Figura 9 – Exemplos de exercícios

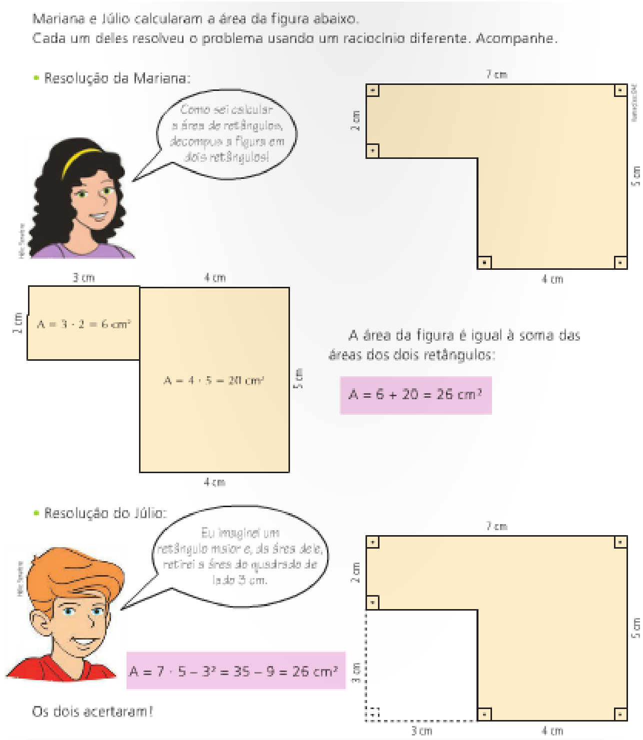



Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 174.

A seguir são apresentadas as conversões entre unidades de medida de superfície. Há um quadro que expõe medidas agrárias, como *hectare* e *alqueire*. Exibe-se como se calcula a densidade demográfica. Há uma seção especial para comparar a área de um quadrado com a de um retângulo a partir do quadriculado. A área do retângulo é apresentada como $A = c \times l$, sendo $c$ igual a comprimento e $l$ igual à largura. Em seguida, é apresentada a área do quadrado como um retângulo com comprimento e largura de mesma medida.

Há também uma seção que mostra duas formas diferentes que calcular a área de um polígono irregular a partir da composição e decomposição de figuras.

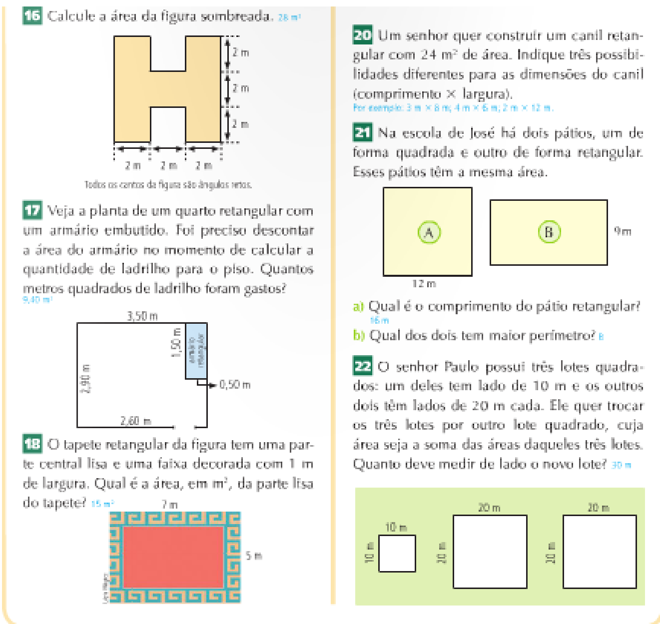
Figura 10 - Composição e decomposição de figuras




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 180.

Nesta seção há vários exercícios envolvendo composição e decomposição de figuras, áreas de quadrados e retângulos. O exercício 18 poderia ter sido melhor explorado com o cálculo da área da faixa decorada.

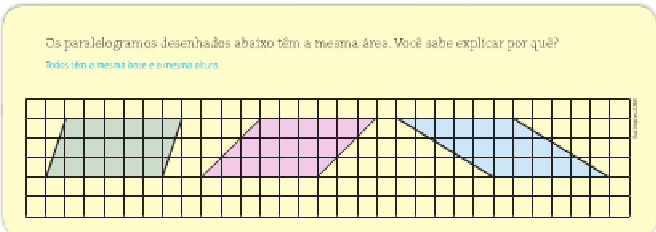
Figura 11 - Exemplos de exercícios




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 181.

A área do paralelogramo é apresentada com um exemplo de recorte na altura e montagem de um retângulo. “A área do paralelogramo é igual à do retângulo de base *b* e de altura $h$”. Após esta apresentação há um questionamento interessante que leva o aluno à reflexão.

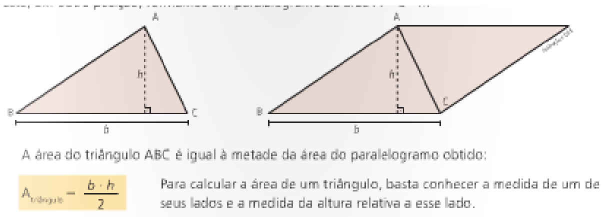
Figura 12 - Exemplo de reflexão




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 182.

Esse volume traz a área do triângulo como sendo metade da área do paralelogramo, pois na ilustração são encaixados dois triângulos congruentes formando um paralelogramo.

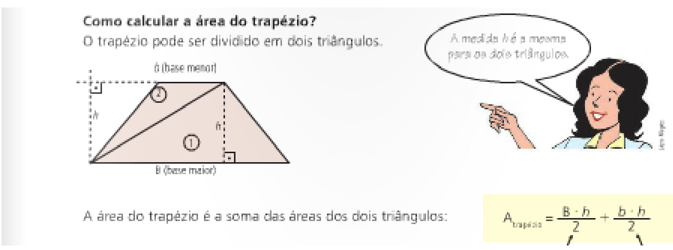
Figura 13 - Área do triângulo




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 183.

São apresentadas ainda as três alturas do triângulo, relativas a cada um de seus lados. A área do losango é apresentada de duas formas: como área equivalente ao retângulo de lados $D$ e $d$ (diagonais do losango) ou como o dobro da área do triângulo de base $d$ e altura $\frac{D}{2}$. A área do trapézio é apresentada de forma diferente da comum. Diz-se que o trapézio pode ser dividido em dois triângulos, de modo que cada base pertença a um triângulo diferente. A altura é a mesma para os dois triângulos, logo a área do trapézio é: $A = \frac{B \times h}{2} + \frac{b \times h}{2}$.

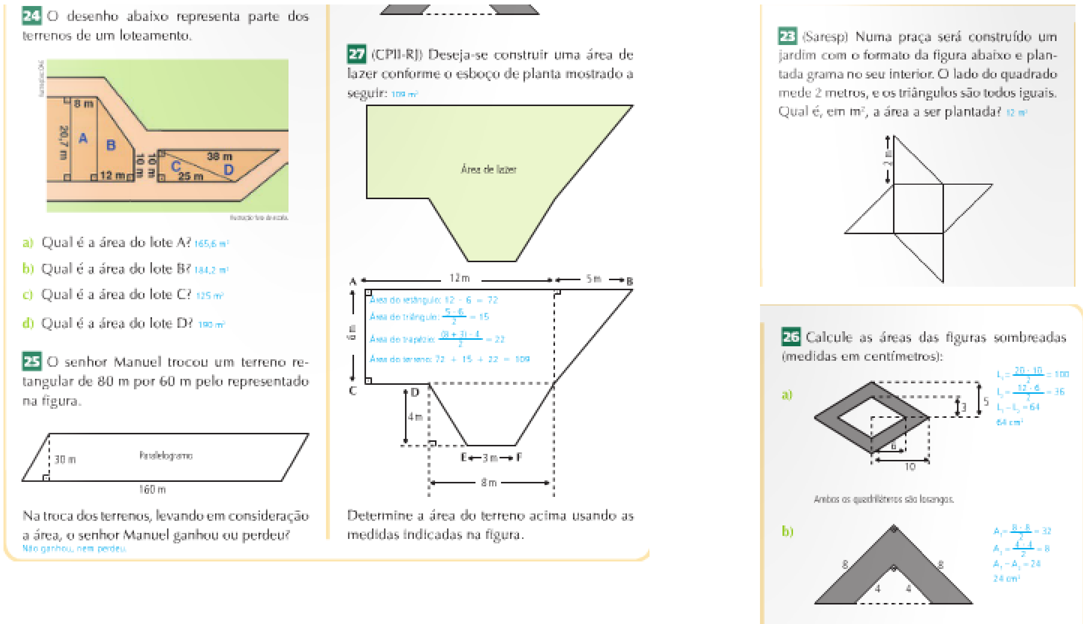
Figura 14 - Área do trapézio




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 185.

Nos exercícios são exibidas figuras com composição de quadrados, retângulos, trapézios e paralelogramos.

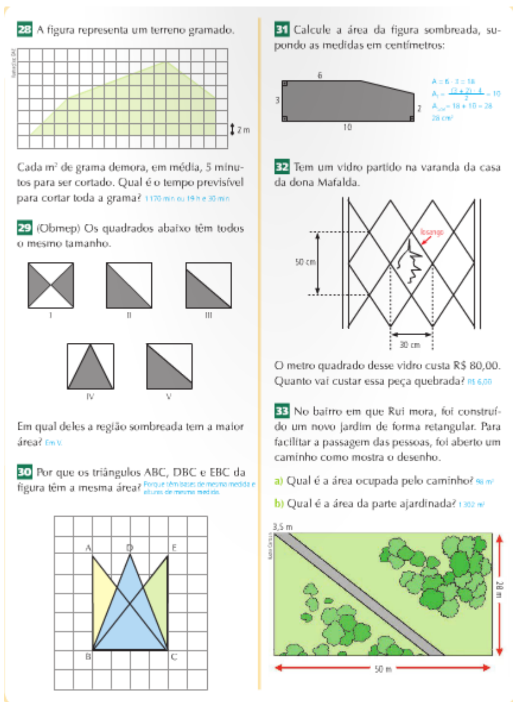
Figura 15 - Exemplos de exercícios




Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 187.

Novamente nos exercícios de revisão há situações que exigem maior reflexão do aluno.

Figura 16 - Exemplos de exercícios

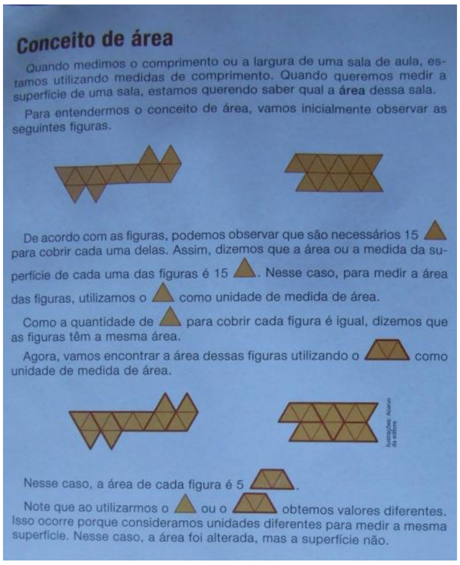



Fonte: Novo Praticando Matemática, v. 2, p. 188.

São abordadas composição de figuras, áreas sombreadas, comparação de áreas, reflexão sobre triângulos com base, altura e áreas iguais.

A segunda coleção analisada foi Vontade de Saber Matemática. No volume 1, 6º ano, há 14 capítulos. O conceito de área é abordado no capítulo 12. O capítulo é iniciado com um texto sobre a Floresta Amazônica, apresentando a área que foi desmatada em 2010. O conceito de área é exposto da seguinte forma: “quando queremos medir a superfície de uma sala, estamos querendo saber qual a área dessa sala”.

Figura 17 – Conceito de área


**Conceito de área**

Quando medimos o comprimento ou a largura de uma sala de aula, estamos utilizando medidas de comprimento. Quando queremos medir a superfície de uma sala, estamos querendo saber qual a **área** dessa sala.

Para entendermos o conceito de área, vamos inicialmente observar as seguintes figuras.

De acordo com as figuras, podemos observar que são necessários 15 para cobrir cada uma delas. Assim, dizemos que a área ou a medida da superfície de cada uma das figuras é 15 . Nesse caso, para medir a área das figuras, utilizamos o como unidade de medida de área.

Como a quantidade de para cobrir cada figura é igual, dizemos que as figuras têm a mesma área.

Agora, vamos encontrar a área dessas figuras utilizando o como unidade de medida de área.

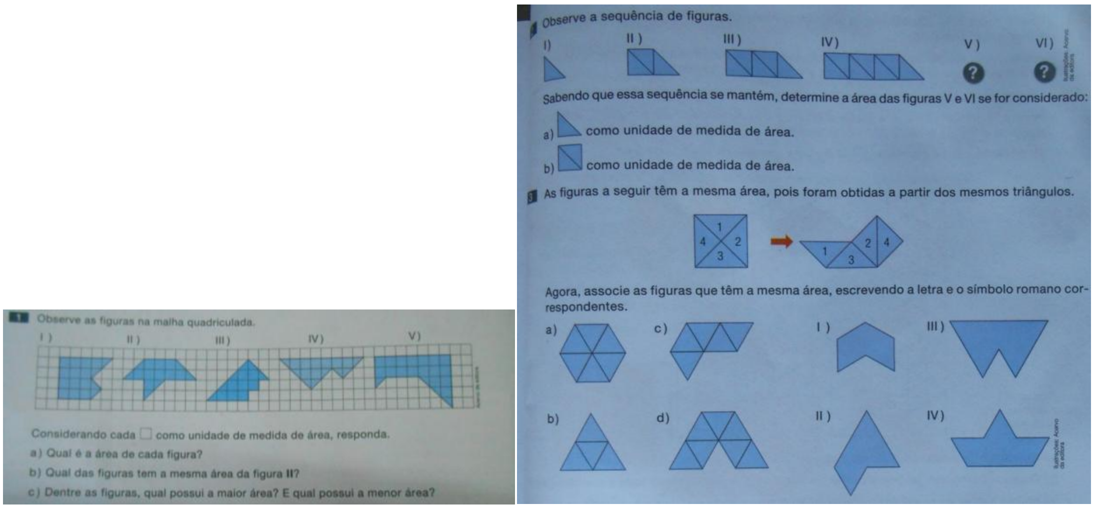
Nesse caso, a área de cada figura é 5 .

Note que ao utilizarmos o ou o obtemos valores diferentes. Isso ocorre porque consideramos unidades diferentes para medir a mesma superfície. Nesse caso, a área foi alterada, mas a superfície não.

Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.1, p. 270.

Os primeiros exercícios utilizam a malha quadriculada para obter a área de figuras quaisquer e abordam a noção de áreas equivalentes por decomposição e composição.

Figura 18 - Exemplos de exercícios


Observe as figuras na malha quadriculada.

I) II) III) IV) V)

Considerando cada como unidade de medida de área, responda.

a) Qual é a área de cada figura?

b) Qual das figuras tem a mesma área da figura II?

c) Dentre as figuras, qual possui a maior área? E qual possui a menor área?

Observe a sequência de figuras.

I) II) III) IV) V) VI)

Sabendo que essa sequência se mantém, determine a área das figuras V e VI se for considerado:

a) como unidade de medida de área.

b) como unidade de medida de área.

As figuras a seguir têm a mesma área, pois foram obtidas a partir dos mesmos triângulos.

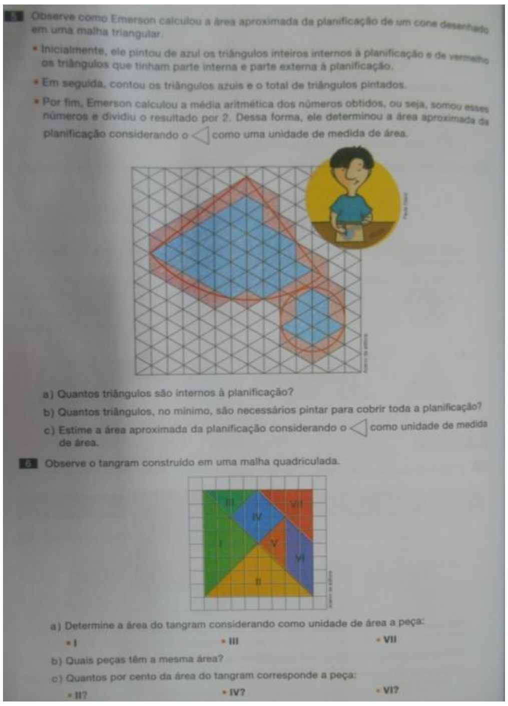
Agora, associe as figuras que têm a mesma área, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

a) c) I) III) b) d) II) IV)

Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.1, p. 270/271.

Apresenta-se uma forma de calcular a área por aproximação, tanto por falta como por excesso. O tangram também é analisado, verificando as peças de mesma área.

Figura 19 - Exemplos de exercícios


5 Observe como Emerson calculou a área aproximada da planificação de um cone desenhado em uma malha triangular.

- Inicialmente, ele pintou de azul os triângulos inteiros internos à planificação e de vermelho os triângulos que tinham parte interna e parte externa à planificação.
- Em seguida, contou os triângulos azuis e o total de triângulos pintados.
- Por fim, Emerson calculou a média aritmética dos números obtidos, ou seja, somou esses números e dividiu o resultado por 2. Dessa forma, ele determinou a área aproximada da planificação considerando o ◁ como uma unidade de medida de área.

a) Quantos triângulos são internos à planificação?

b) Quantos triângulos, no mínimo, são necessários pintar para cobrir toda a planificação?

c) Estime a área aproximada da planificação considerando o ◁ como unidade de medida de área.

6 Observe o tangram construído em uma malha quadriculada.



a) Determine a área do tangram considerando como unidade de área a peça:

- I
- III
- VII

b) Quais peças têm a mesma área?

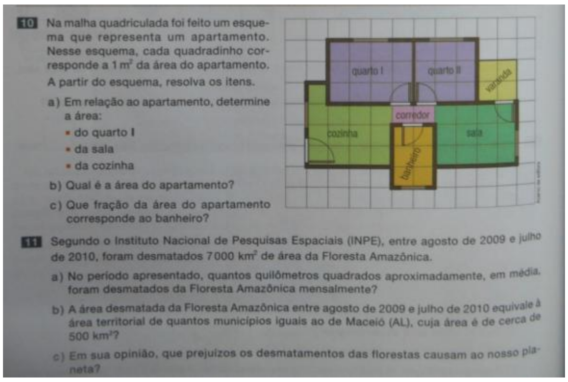
c) Quantos por cento da área do tangram corresponde a peça:

- II?
- IV?
- VI?

Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.1, p. 272.

Cada exercício apresenta um foco diferente, mas todos utilizam a malha quadriculada como referência de unidade de medida de área, variando entre malha quadriculada e triangular.

Figura 20 - Exemplos de exercícios


10 Na malha quadriculada foi feito um esquema que representa um apartamento. Nesse esquema, cada quadradinho corresponde a 1 m² da área do apartamento. A partir do esquema, resolva os itens.

a) Em relação ao apartamento, determine a área:

- do quarto I
- da sala
- da cozinha

b) Qual é a área do apartamento?

c) Que fração da área do apartamento corresponde ao banheiro?

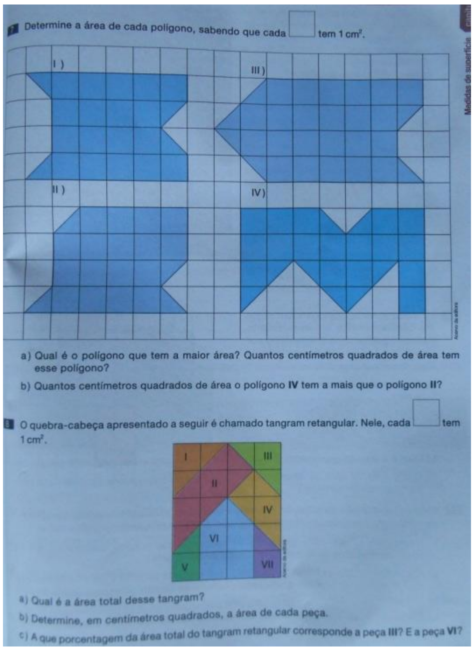


11 Segundo o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), entre agosto de 2009 e julho de 2010, foram desmatados 7000 km² de área da Floresta Amazônica.

a) No período apresentado, quantos quilômetros quadrados aproximadamente, em média, foram desmatados da Floresta Amazônica mensalmente?

b) A área desmatada da Floresta Amazônica entre agosto de 2009 e julho de 2010 equivale à área territorial de quantos municípios iguais ao de Maceió (AL), cuja área é de cerca de 500 km²?

c) Em sua opinião, que prejuízos os desmatamentos das florestas causam ao nosso planeta?


7 Determine a área de cada polígono, sabendo que cada □ tem 1 cm².



a) Qual é o polígono que tem a maior área? Quantos centímetros quadrados de área tem esse polígono?

b) Quantos centímetros quadrados de área o polígono **IV** tem a mais que o polígono **II**?

8 O quebra-cabeça apresentado a seguir é chamado tangram retangular. Nele, cada □ tem 1 cm².



a) Qual é a área total desse tangram?

b) Determine, em centímetros quadrados, a área de cada peça.

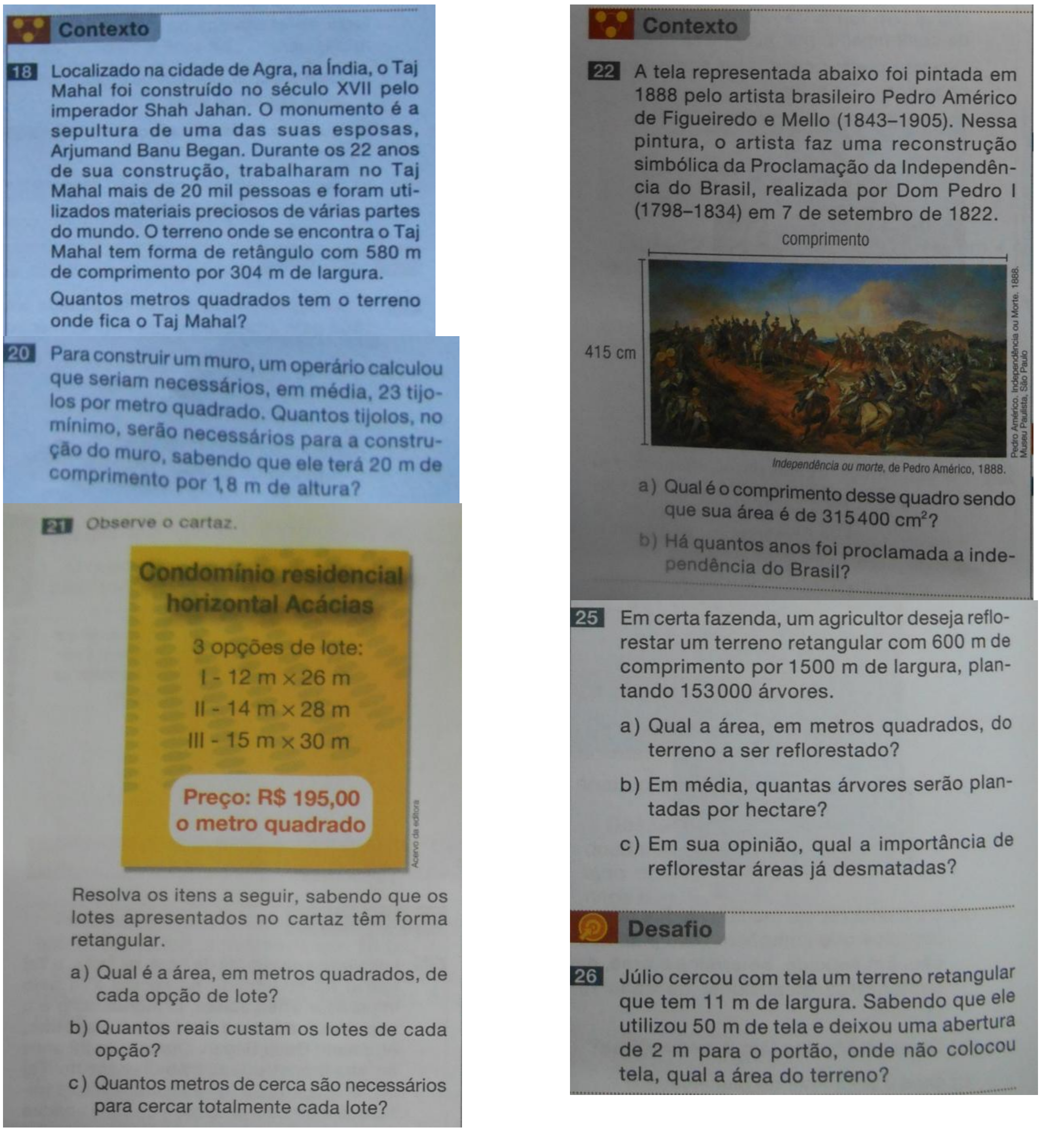
c) A que porcentagem da área total do tangram retangular corresponde a peça **III**? E a peça **VI**?

Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.1, p. 275/276.

Em seguida são apresentadas as unidades de medida de superfície padrão (cm², m², km² e medidas agrárias) com alguns exemplos de usos. Nos primeiros exercícios ainda utiliza-se a malha quadriculada, mas agora considerando que cada quadradinho tem 1 cm² ou 1 m². Uma das questões envolve o cálculo da densidade demográfica e as demais, exploram as medidas agrárias.

A seguir, são apresentadas as áreas do quadrado e do retângulo. A abordagem é feita através da malha quadriculada, observando a quantidade de quadradinhos por linha e coluna. Conclui-se que a área do retângulo é obtida multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura e a área do quadrado é obtida de maneira semelhante, mas as medidas de seus lados são iguais. Os exercícios não utilizam mais a malha quadriculada. Seis dos dez exercícios apresentados são contextualizados, mas não exigem muita reflexão.

Figura 21 - Exemplos de exercícios



**Contexto**

**18** Localizado na cidade de Agra, na Índia, o Taj Mahal foi construído no século XVII pelo imperador Shah Jahan. O monumento é a sepultura de uma das suas esposas, Arjumand Banu Began. Durante os 22 anos de sua construção, trabalharam no Taj Mahal mais de 20 mil pessoas e foram utilizados materiais preciosos de várias partes do mundo. O terreno onde se encontra o Taj Mahal tem forma de retângulo com 580 m de comprimento por 304 m de largura.
Quantos metros quadrados tem o terreno onde fica o Taj Mahal?

**20** Para construir um muro, um operário calculou que seriam necessários, em média, 23 tijolos por metro quadrado. Quantos tijolos, no mínimo, serão necessários para a construção do muro, sabendo que ele terá 20 m de comprimento por 1,8 m de altura?

**21** Observe o cartaz.



Resolva os itens a seguir, sabendo que os lotes apresentados no cartaz têm forma retangular.

a) Qual é a área, em metros quadrados, de cada opção de lote?
b) Quantos reais custam os lotes de cada opção?
c) Quantos metros de cerca são necessários para cercar totalmente cada lote?

**Contexto**

**22** A tela representada abaixo foi pintada em 1888 pelo artista brasileiro Pedro Américo de Figueiredo e Mello (1843–1905). Nessa pintura, o artista faz uma reconstrução simbólica da Proclamação da Independência do Brasil, realizada por Dom Pedro I (1798–1834) em 7 de setembro de 1822.



*Independência ou morte*, de Pedro Américo, 1888.

a) Qual é o comprimento desse quadro sendo que sua área é de 315 400 cm²?
b) Há quantos anos foi proclamada a independência do Brasil?

**25** Em certa fazenda, um agricultor deseja reflorestar um terreno retangular com 600 m de comprimento por 1500 m de largura, plantando 153 000 árvores.

a) Qual a área, em metros quadrados, do terreno a ser reflorestado?
b) Em média, quantas árvores serão plantadas por hectare?
c) Em sua opinião, qual a importância de reflorestar áreas já desmatadas?

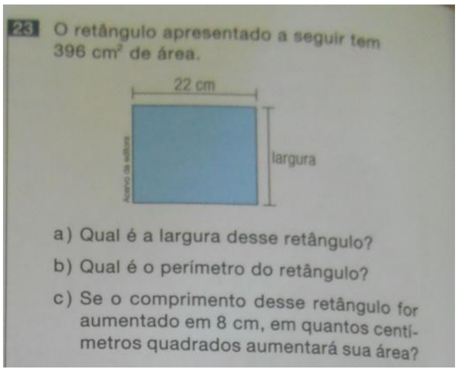
**Desafio**

**26** Júlio cercou com tela um terreno retangular que tem 11 m de largura. Sabendo que ele utilizou 50 m de tela e deixou uma abertura de 2 m para o portão, onde não colocou tela, qual a área do terreno?

Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.1, p. 279/280.

Em um dos exercícios pede-se para calcular o perímetro do retângulo, sendo que o conceito não foi apresentado no livro.

Figura 22 - Exemplo de exercício




Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.1, p. 280.

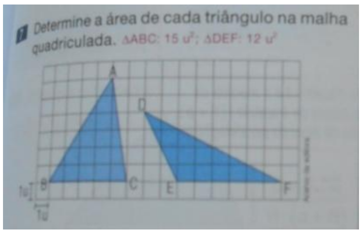
Por fim, é exibida a conversão de medidas. Na seção "Acessando tecnologias", apresenta-se uma tarefa a ser realizada com o *Google Earth,* para calcular a área do Estádio do Maracanã. Os exercícios de revisão apresentam atividades com malhas triangulares e quadriculadas, além de questões contextualizadas.

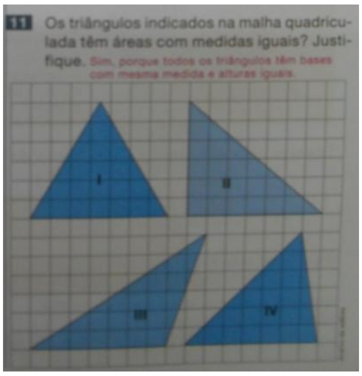
O volume 2, 7º ano, da referida coleção possui 12 capítulos. Neste volume não há nenhuma unidade que aborde os conceitos de perímetro e área. Já o volume 3, 8º ano, apresenta 13 capítulos. No capítulo 12 são exibidas as fórmulas de cálculo de alguns polígonos: paralelogramo, triângulo, trapézio e losango. A área do paralelogramo é exposta pelo método do recorte e composição de um retângulo. A área do triângulo é exibida pela composição de dois triângulos congruentes que formam um paralelogramo. É apresentada também a fórmula de Herão[8]: $A = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$, em que $a, b, c$ são as medidas dos lados do triângulo e $p$ é o semiperímetro, ou seja, metade do perímetro do triângulo.

Do mesmo modo, para obter a área do trapézio utiliza-se a composição de um paralelogramo com dois trapézios congruentes. A área do losango é apresentada como a metade da área do retângulo com medidas D e d. Grande parte dos exercícios envolve a simples aplicação de fórmulas. Um exercício relaciona perímetro e área do paralelogramo, outros dois utilizam a malha quadriculada para o cálculo da área de triângulos, observando que triângulos com medidas da base e de altura iguais possuem área igual.

[8] Não se sabe com exatidão as datas de nascimento e morte de Herão de Alexandria, mas acredita-se que tenha vivido em algum período entre 150 a.C. e 250 d.C. Sua principal obra acerca de Geometria foi a *Métrica*, na qual deduziu a fórmula da área do triângulo em função das medidas de seus lados, conhecida como fórmula de Herão.

Figura 23 - Exemplos de exercícios

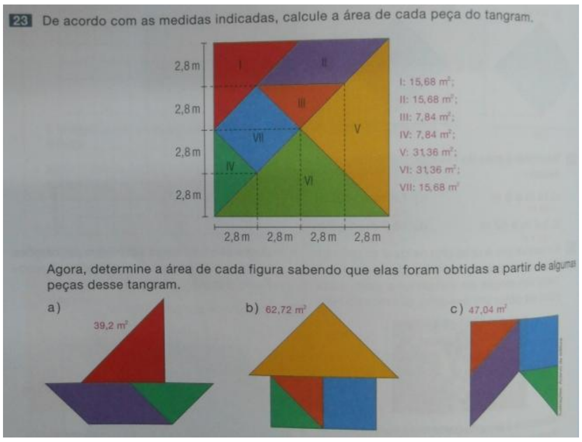




Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.3, p. 271/273.

O Tangram é explorado em uma questão, para que os alunos calculem as áreas de cada peça e posteriormente calculem a área de figuras construídas com estas peças. O objetivo da questão é perceber que é só somar as áreas das peças utilizadas em cada figura.

Figura 24 - Exemplo de exercício




Fonte: Vontade de Saber Matemática, v.3, p. 278.

Não é feita nenhuma menção às tecnologias digitais neste capítulo.

Concluo, a partir da análise dos livros didáticos, que já existe uma preocupação maior em abordar o assunto a partir da composição, decomposição e ladrilhamento. As fórmulas dos polígonos são apresentadas de forma semelhante nas duas coleções, exceto a do trapézio. Porém, ainda sente-se a falta de uma abordagem mais problematizadora e que envolva as mídias digitais disponíveis, como os *softwares* de Geometria Dinâmica. Na coleção Vontade de Saber Matemática são encontradas atividades envolvendo tecnologias no final de alguns capítulos, porém nenhuma envolvendo área e perímetro.

### 1.3 Dimensão cognitiva

A Engenharia proposta neste trabalho será baseada na superação de dificuldades de compreensão observadas em experiências didáticas anteriores, com grupos de alunos de 8º e 9º ano. Nessas experiências, observei que grande parte dos educandos não conceitua corretamente perímetro e área, confunde os conceitos e não os reconhece em figuras planas irregulares. Confundem também as unidades de medida, não compreendendo a diferença entre cm e $cm^2$, por exemplo. Isso foi observado quando abordados os conteúdos de expressões algébricas, monômios e polinômios no 8º ano e equações do 2º grau, geometria plana no 9º ano.

Quando abordo os conteúdos de área e perímetro nos anos finais do ensino fundamental percebo que os alunos ainda não compreenderam corretamente estes conceitos. Na escola em que atuo, estes conceitos são introduzidos no 5º ano, ainda nos anos iniciais. Porém, ao retomar o conteúdo nos anos seguintes, os alunos geralmente confundem os dois conceitos. Quando os conceituam, dizem que perímetro é "a soma de todos os lados" e área é "base vezes altura". Esta forma de conceituar é uma aproximação/simplificação que o aluno faz para conseguir calcular área e perímetro. Assim, estes conceitos não são de todo incorretos, mas precisam ser ajustados. O conceito de perímetro, por exemplo, estaria correto com a inserção da palavra "medidas": "perímetro é a soma das medidas de todos os lados de um polígono". Porém, o conceito de área utilizado pelos alunos está correto somente para alguns polígonos, sendo falso para outros. Assim, esta definição "simplificada" depende do polígono em questão. Além disso, os alunos acreditam que figuras que possuem mesma área, possuem também mesmo perímetro ou que figuras com maior área apresentam também maior perímetro. Os PCN's (1998, p. 23) afirmam que "de modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos".

Ao apresentar as fórmulas de cálculo de área e perímetro de figuras planas aos alunos, estes conseguem aplicá-las em exercícios em que se pede apenas para calcular área e o perímetro. Porém, quando são confrontados com situações-problema ou com exercícios em que as medidas não são facilmente dadas, mas que exigem raciocínio e compreensão da situação em que a simples aplicação da fórmula não é suficiente, não conseguem resolvê-los. Segundo observações de Chiummo (1998, p. 37):

> Quando o professor ensina para os alunos o conceito de área e perímetro pela fórmula, eles aprendem muito rápido e acham até que é muito fácil, mas aí

> está o engano, uma vez que não conseguem transferir conhecimentos para uma situação nova, não sabem fazer a mudança de quadros, confundem o perímetro com área constantemente. Essa estratégia usada pelo professor poderá vir a causar ao aluno um obstáculo didático.

Ou seja, provavelmente os conceitos de área e perímetro não foram bem compreendidos. Exemplos de tarefas em que se observam grandes dificuldades são aquelas em que é necessária a associação de conceitos e figuras: "calcule a área da parte sombreada", "sabendo que o perímetro da figura é *tal*, calcule sua área", "sabendo que a área da figura é *tal*, calcule seu perímetro" ou quando uma figura é composta pela composição de outras e pede-se para calcular área e perímetro.

Conforme Notare & Basso (2012, p. 2):

> Normalmente, o que se observa, é um sucesso aparente dos alunos na resolução de problemas. Isso ocorre porque, geralmente, as aulas de Matemática escolar reforçam a simples utilização e reprodução de procedimentos e algoritmos, enfatizando roteiros ou modelos a serem seguidos na resolução de problemas. Dessa forma, o que ocorre é a aprendizagem de um conjunto de procedimentos padrão, que possibilita a resolução de uma classe de problemas extremamente limitada; os alunos adquirem apenas a capacidade de efetuar cálculos, sem compreendê-los. Esse processo está longe do verdadeiro fazer matemática, que exige habilidades como conjecturar, testar, intuir, deduzir, generalizar – coordenar ações e retirar dessas coordenações novas coordenações, por abstrações refletidas.

Portanto, os alunos prendem-se apenas a fórmulas e a procedimentos-padrão de resolução de exercícios. Quando o padrão ensinado pelo professor não é observado, não sabem como proceder. Além disso, as fórmulas são decoradas apenas para uma avaliação, após, os alunos as esquecem.

Conforme Chiummo (1998, p. 37 e 38) observou em seu estudo:

> [...] se os conceitos de área e de perímetro forem bem explorados, a partir de situações envolvendo o pontilhado, o quadriculado, a composição e decomposição e, finalmente, a dedução de fórmulas, os alunos conseguirão passar com muita facilidade do quadro geométrico para o quadro numérico, sabendo também, dessa forma, utilizar a ferramenta adequada para atingir o objeto de aprendizagem e justificar as fórmulas utilizadas.

Assim, buscam-se outras formas para abordar os conceitos de área e perímetro de modo que os alunos possam construir esse conhecimento de maneira significativa.

### 1.4 Estudos correlatos

Centenaro (2010) realizou uma experiência sobre o ensino de perímetro e área de algumas figuras planas através do ladrilhamento, composição e decomposição de figuras em outras. O objetivo era investigar uma forma significativa e motivadora de apresentar estes conceitos aos alunos da 6ª série do ensino fundamental de modo que não sejam apenas decorados, mas compreendidos e construídos como conhecimento.

Para isso, foi utilizado um vídeo, materiais concretos e o *software* GeoGebra. A autora concluiu que a abordagem através do ladrilhamento, composição e decomposição de figuras torna a compreensão dos conceitos de perímetro e área mais fácil e a construção das fórmulas de maneira empírica favorece seu uso posterior. Ressalva que em próxima aplicação da sequência didática o *software* GeoGebra possa ser mais utilizado em lugar dos materiais concretos em algumas atividades.

Chiummo (1998) realizou um estudo envolvendo professoras de matemática do ensino fundamental. Utilizou a metodologia Engenharia Didática a fim de criar uma proposta didática para o ensino do conceito de área de figuras planas. O objetivo era criar uma sequência didática que pudesse ser aplicada em sala de aula. Utilizou como método o ladrilhamento, composição e decomposição. Uma de suas hipóteses mais importantes é a de que "um estudo das fórmulas de área e de perímetro de superfícies usuais feito com os invariantes geométricos das figuras favorece a construção da noção de área como grandeza" (CHIUMMO, 1998, p. 56). A pesquisadora acredita que os professores precisam ser capacitados a construírem situações inovadoras para trabalhar o conceito de área. De acordo com esses estudos, professores mais tradicionais não mudaram sua postura frente às atividades inovadoras. Os demais consideraram a sequência didática extremamente gratificante, pois os alunos conseguiriam construir os conceitos de área e perímetro sem fazer confusão entre esses conceitos e compreendendo a construção das fórmulas.

Gobbi (2014) investigou, por meio de uma sequência didática, quais as contribuições que o *software* GeoGebra pode proporcionar na aprendizagem de áreas e perímetros de algumas figuras geométricas planas, por alunos de um sétimo ano. A metodologia seguiu as etapas da Engenharia Didática. A pesquisadora concluiu que a aplicação da sequência didática auxiliou na aprendizagem dos alunos, pelas contribuições obtidas pelo uso do *software*, pois tornou as aulas dinâmicas, possibilitando aos alunos proporem conjecturas e buscarem suas comprovações. De acordo com Gobbi, o GeoGebra possibilita o desenvolvimento de noções e conceitos geométricos, criando ambientes exploratórios em Geometria. Além disso, a sequência didática possibilitou o entendimento dos alunos sobre o cálculo de perímetros e áreas, completando uma lacuna existente do ensino da geometria.

### 1.5 Síntese das análises prévias:

De acordo com as análises prévias compreendo que é necessária uma mudança na abordagem dos conceitos de área e perímetro já no 5º ano do Ensino Fundamental. Os professores/pesquisadores apresentados neste texto[9] apontam falhas no ensino deste item da Geometria e sugerem mudanças. Concluem que as fórmulas são importantes, mas não suficientes para que os alunos tenham uma aprendizagem consistente. Por isso, é imprescindível a construção de significado, a manipulação, a interpretação e a interação com as figuras planas, assim como é sugerido nos trabalhos correlatos.

Com o objetivo de construir satisfatoriamente os conceitos de área e perímetro com os alunos, atribuindo-lhes significado e superando as dificuldades observadas no estudo destes conceitos durante o ensino fundamental, propõe-se a sequência didática apresentada neste trabalho.

## 2. Concepção e Análise a Priori

A seguir serão apresentadas as escolhas didáticas para a proposta e suas justificativas, assim como a sequência didática elaborada para o estudo. Também serão apresentadas as estratégias para a coleta de dados.

### 2.1 Escolhas Didáticas

Entendo que estamos no meio de uma mudança de paradigmas na educação. O paradigma da reprodução do conhecimento, que reinou por muitos anos e ainda reina em muitas escolas, torna-se obsoleto. Isto porque suas práticas são baseadas na fragmentação do conhecimento, na cópia, na memorização, na reprodução, no trabalho individual e na inexistência de diálogo, contrapondo-se às novas exigências da sociedade. O paradigma que atende às novas exigências da sociedade é o da construção do conhecimento. Este se baseia na criatividade, na autonomia do aluno, na pesquisa, no entendimento, no trabalho em grupo, nas práticas diversificadas, no diálogo, no questionamento e vê o aluno e o mundo como um todo. Não se toma mais o aluno como

---

[9] CENTENARO, Grasciele Fabiana Casagrande. **Perímetro e Área: Uma proposta didática para o Ensino Fundamental.** Monografia (Especialização em Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.
CHIUMMO, Ana. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 1998.
GOBBI, Juliana Aparecida. **O software GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas.** Revista Brasileira de Ensino e C&T. v. 7, n. 1, jan.-abr. 2014, p. 182-199.

agente passivo, mas sim ativo na construção do seu conhecimento. Com este mudança paradigmática, o papel do professor também se altera. Passa da posição de transmissor, tornando-se orientador e facilitador da aprendizagem. Os PCN's (1998) comentam sobre o novo papel do professor:

> Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. Além de organizador o professor também é facilitador nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. (BRASIL, 1998, p. 38)

O aluno torna-se o centro do processo, é ativo. O currículo é organizado de acordo com os interesses do aluno. Os métodos de ensino são diferenciados, como jogos, atividades em grupo, material didático rico e experimentos. A matemática é obtida a partir da descoberta e o aluno aprende fazendo. O conhecimento surge da interação e reflexão, dá-se mais importância ao processo ao invés do produto. O erro é construtivo e todos constroem o conhecimento juntos. Professor e aluno dialogam e as metodologias usadas são a problematização, a modelagem matemática e a pesquisa. Além disso, conforme os PCN's (1998), o professor também é avaliador do processo.

> Ao procurar identificar e interpretar, mediante observação, diálogo e instrumentos apropriados, sinais e indícios das competências desenvolvidas pelos alunos, o professor pode julgar se as capacidades indicadas nos objetivos estão se desenvolvendo a contento ou se é necessário reorganizar a atividade pedagógica para que isso aconteça. Também faz parte de sua tarefa como avaliador levar os alunos a ter consciência de suas conquistas, dificuldades e possibilidades para que possam reorganizar suas atitudes diante do processo de aprendizagem. (BRASIL, 1998, p. 38)

Logo, o que se pretende na elaboração dessa sequência didática é estimular o aluno a exercer papel ativo na sua aprendizagem, algo a que infelizmente, sob meu ponto de vista, ainda não estão acostumados. Desta forma, estarão construindo o conhecimento a partir da exploração de materiais manipulativos e da reflexão sobre as atividades realizadas.

Segundo os PCN's (1998, p. 38):

> O confronto entre o que o aluno pensa e o que pensam seus colegas, seu professor e as demais pessoas com quem convive é uma forma de aprendizagem significativa, principalmente por pressupor a necessidade de formulação de argumentos (dizendo, descrevendo, expressando) e de validá-los (questionando, verificando, convencendo).

Desta forma, a engenharia aqui proposta fará com que o grupo de alunos envolvidos realize grande parte das atividades em duplas, pois acredito que a socialização de ideias, de hipóteses e de estratégias de resolução é campo fértil para a construção do conhecimento. De acordo com os PCN's (1998), os alunos percebem que devem cooperar para chegar a um consenso, explicar o seu pensamento e compreender o do colega, discutir as dúvidas e construir suas próprias ideias. Mas tudo isso só é possível se o ambiente de trabalho permitir ao aluno "criar, comparar, discutir, rever, perguntar, e ampliar ideias". (BRASIL, 1998, p. 39). Assim, será criado um ambiente acolhedor, em que os alunos se sintam à vontade para expor suas dúvidas e seus achados matemáticos, socializando e problematizando a aprendizagem.

## 2.2 Recurso digital utilizado

Os livros didáticos, inclusive os analisados neste trabalho, geralmente trazem uma pequena definição dos conteúdos de área e perímetro e um exemplo. Este exemplo mostra um caso particular que é chamado de desenho prototípico, segundo Gravina (1996), amparada na teoria de Fischbein (1993), esses exemplos não permitem que o aluno tenha uma imagem conceitual adequada sobre o conteúdo em estudo. Quando estes objetos são apresentados em outra situação ou posição, não o reconhecem. E sendo sempre apresentados desta forma estereotipada, os alunos passam a considerar essas características do desenho como sendo propriedades. O material didático analisado não propõem ao aluno a construção de objetos geométricos bem como a reflexão sobre as propriedades envolvidas na construção.

Com o avanço das tecnologias, o ensino da matemática passou por um processo de transformação. Conforme os PCN's (1998, p. 44), "o bom uso que se possa fazer do computador na sala de aula também depende da escolha de softwares, em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo". A Geometria Dinâmica surge como uma importante ferramenta de ensino, que contribui para a compreensão de conceitos, observação de propriedades e regularidades em construções geométricas. Os alunos podem, a partir da exploração do software ou de applets desenvolvidos nele, manipular as construções, de modo a criar conjecturas e hipóteses e testá-las por meio da exploração e do movimento proporcionado pelo ambiente.

Seja feita com régua e compasso ou com o auxílio da Geometria Dinâmica, a reflexão sobre a construção geométrica é essencial para a compreensão do conceito e para que se tenha uma imagem conceitual adequada. De acordo com Gravina (1996), o consenso entre o conceito e a imagem conceitual dá ao sujeito a informação apropriada sobre o objeto geométrico. No desenho estático certas propriedades do objeto não são observadas e características do desenho são confundidas com propriedades, ocasionando uma imagem conceitual distorcida. No desenho em movimento, as particularidades da representação se perdem e conservam-se as propriedades do objeto em questão, sendo mais facilmente observadas.

> Quanto às atitudes dos alunos frente ao processo de aprender: experimentam; criam estratégias; fazem conjeturas; argumentam e deduzem propriedades matemáticas. A partir de manipulação concreta, "o desenho em movimento", passam para manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor, e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático. (GRAVINA, 1996, p. 13)

Nesse sentido proponho, com a intenção de tornar o processo de aprendizagem da geometria mais atraente, significativo e esclarecedor, o uso do recurso digital, visto que as inovações tecnológicas convidam os alunos a se envolverem no processo de aprendizagem. De acordo com Gravina (2011, p. 3):

> Com os recursos tecnológicos disponíveis, diferente poderia ser o processo de aprendizagem da matemática a se instalar nas escolas – tanto na provocação das habilidades cognitivas dos alunos, quanto na integração de conteúdos que normalmente são estudados separadamente e desta forma o contexto da aprendizagem também poderia se aproximar daquele de natureza interdisciplinar.

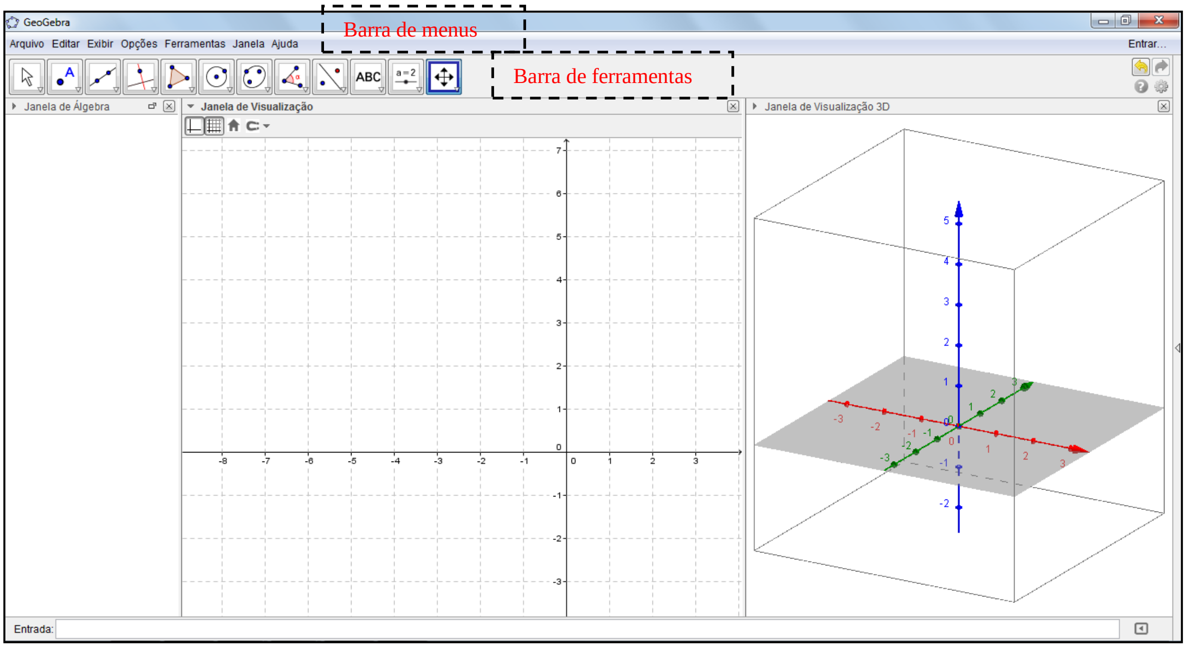
Dentre os recursos disponíveis, o *software* utilizado para desenvolver essa Engenharia Didática foi o GeoGebra. Michel (2011, p. 14) afirma que "trabalhar com o GeoGebra significa trabalhar com Geometria Dinâmica, ou seja, de tal forma que as construções geométricas, ao serem manipuladas e, em movimento, guardam as relações geométricas, que foram impostas nas construções." Por meio da observação e da ação, o aluno compreende com maior facilidade os conceitos matemáticos em questão. Segundo Gravina (2012, p. 39), "o GeoGebra, assim como outros softwares similares, tem o interessante recurso de 'estabilidade sob ação de movimento', ou seja, ao movimentar os pontos iniciais da construção, a figura muda de tamanho e posição, mas suas propriedades são mantidas". Assim, a tecnologia é uma grande aliada para levar o aluno do fazer ao compreender.

Desse modo, defende-se que as mídias digitais podem ser recursos favoráveis, se utilizadas em atividades investigativas. Segundo Meier (2012, p. 19), "investigar pode levar o aluno a caminhos matemáticos inesperados e não planejados, e isto enriquece o processo de aprendizagem." Os *softwares* de Geometria Dinâmica são recursos interessantes, pois permitem a manipulação de variáveis e, desta forma, auxiliam na compreensão dos conceitos geométricos. O GeoGebra é um ambiente que proporciona esta investigação e esta interatividade tão significativa para a aprendizagem do aluno.

> Dessa forma, este ambiente torna-se um importante recurso para ser utilizado como um espaço de exploração e manipulação pelos alunos, pois valoriza a ação do aluno, tanto no processo de construção, quanto no processo de exploração. Neste sentido, sua utilização nas aulas de Matemática pode levar os alunos ao processo de tomada de consciência de conceitos matemáticos. (NOTARE & BASSO, 2012, p. 6).

O GeoGebra é um *software* de geometria dinâmica, de acesso livre, gratuito e disponível para download[10]. O professor Markus Hohenwarter desenvolveu o *software* em 2001, na Universidade de Salzburg, para o ensino associado de cálculo, álgebra e geometria nos vários níveis de ensino. Ele permite trabalhar com conteúdos geométricos e algébricos simultaneamente, auxiliando no processo de pensar, refletir e criar soluções durante a execução das atividades. Utiliza-se da geometria dinâmica para a construção de objetos geométricos. A nova versão do *software* possui três janelas, uma de geometria 2D, uma de geometria 3D e uma de álgebra. Cada expressão apresentada na janela de álgebra corresponde a um objeto na janela de geometria e vice-versa. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si.

Figura 25 - Ambiente do GeoGebra




Fonte: Arquivo pessoal

Através da precisão, do dinamismo e da interatividade oferecidas pelo *software*, o objetivo dessa proposta de ensino é facilitar a compreensão dos conceitos de área e

[10] O *software* GeoGebra está disponível para download no endereço https://www.geogebra.org.

perímetro. Será dada especial atenção às construções feitas, observando suas propriedades, características que permanecem e outras que se alteram a partir do movimento. Além disso, sinto-me segura com o uso do software, visto que já o explorei durante as disciplinas do curso de especialização. Os alunos envolvidos na sequência didática não possuíam conhecimento do software, mas as ferramentas utilizadas são de fácil compreensão. Essas foram as razões que me levaram a escolher esse software para o desenvolvimento da Engenharia Didática proposta.

### 2.3 Hipóteses

Aqui serão apresentadas as hipóteses do estudo, que ao final da prática didática serão validadas ou não, através da análise dos dados coletados.

- Hipótese 1: A falta de familiaridade dos alunos com o *software* GeoGebra pode ser superada, iniciando com uma apresentação das ferramentas que serão utilizadas durante as atividades usando um projetor, para conhecimento do menu e da área de trabalho.
- Hipótese 2: Por meio do uso do *software* GeoGebra os alunos construirão de forma satisfatória os conceitos de área e perímetro e as fórmulas de cálculo de área e perímetro de figuras planas.
- Hipótese 3: Os conhecimentos de Geometria produzidos no meio informatizado, com auxílio do *software* GeoGebra, constituem campo mais amplo do que aquele que é tratado nos livros didáticos.
- Hipótese 4: O trabalho em duplas proporcionará momentos de reflexão e discussão sobre hipóteses e estratégias de resolução de problemas, promovendo a construção do conhecimento.
- Hipótese 5: Os alunos já reconhecem e identificam características das principais figuras planas, como o quadrado, o retângulo, o triângulo, o paralelogramo, o trapézio e o losango.
- Hipótese 6: Ao final das atividades, os alunos serão capazes de conceituar perímetro e área de forma correta, além de identificar estes conceitos em figuras planas, relacionando-os.
- Hipótese 7: A construção e o uso de fórmulas para cálculo de área serão facilitados pelo uso do *software* GeoGebra que possibilita a exploração de construções dinâmicas e a visualização de padrões e invariantes.

## 2.4 Atividades e estratégias de ensino

O objetivo geral das atividades foi identificar e compreender os conceitos de área e de perímetro, a partir da construção, da observação e da exploração de figuras dinâmicas, relacionando-os e aplicando-os em situações-problema.

Segue uma tabela com o resumo das atividades que foram realizadas neste estudo, acompanhadas de seus objetivos e recursos utilizados para sua aplicação.

Tabela 1 - Quadro de atividades

| **Aula/Momento** | **Objetivos** | **Atividades** | **Recursos** |
|---|---|---|---|
| Aula 1 Momento1 | Avaliação dos conhecimentos prévios dos alunos a fim de direcionar a prática. | Questionário inicial; conhecimentos prévios dos alunos sobre área e perímetro. | Lista de atividades fotocopiada |
| Aula 2 Momento 2 | Que os alunos, auxiliados pela professora, conceituem corretamente área e perímetro. | Conceituação de perímetro e área. | Quadro verde |
| Aula 2 Momento 3 | Que os alunos observem que se figuras possuem perímetro igual não significa que possuam área igual e vice-versa; comparem perímetros e áreas de figuras construídas no GeoGebra; calculem perímetro e área de uma figura vazada; percebam que meio quadradinho da malha possui área igual a 0,5 cm², ou que dois meios formam um inteiro. | Perímetro e área de figuras planas irregulares. | Computador, software GeoGebra, applets, lista de atividades fotocopiada |
| Aulas 3 a 6 Momento 4 | Que os alunos identifiquem o nome e algumas propriedades de figuras geométricas planas; Construam as fórmulas das áreas do triângulo, do paralelogramo, do quadrado, do retângulo, do losango e do trapézio a partir da experimentação de construções dinâmicas com o GeoGebra e sua análise. | Construção das fórmulas para calcular área e perímetro de figuras geométricas planas. | Computador, software GeoGebra, applets, lista de atividades fotocopiada |
| Aula 7 Momento 5 | Verificar se os alunos aprenderam os conceitos de área e perímetro. | Questionário final | Folhas fotocopiadas |
| Aula 7 Momento 6 | Verificar se a sequência didática colaborou com o aprendizado dos alunos e quais foram suas maiores dúvidas ou dificuldades durante a realização das tarefas. | Questionário avaliativo | Folhas fotocopiadas |

As tarefas, com exceção do questionário inicial, foram realizadas em duplas e um trio, organizando-se na primeira aula e mantendo a mesma organização até o final da aplicação da prática. Os alunos do 7º ano A puderam escolher suas duplas por afinidade, pois acredito que o diálogo e a troca de ideias sejam mais espontâneos desta forma.

## 2.5 Coleta de dados

A coleta de dados necessários para este estudo foi realizada principalmente através dos registros feitos por mim sobre os diálogos que ocorreram durante a realização das atividades. Para tanto, utilizaram-se os questionários inicial e final, as observações e anotações feitas sobre todas as atividades, as construções feitas pelos alunos no *software* GeoGebra e as respostas às atividades realizadas em folhas fotocopiadas. Todas as atividades realizadas pelas duplas foram recolhidas para que se pudesse analisá-las posteriormente, observando assim a evolução no decorrer das atividades. Foram tiradas também fotos das telas de trabalho e dos momentos realizados, mostrando os alunos trabalhando.

# 3. Implementação da Experiência

O grupo escolhido para a aplicação da sequência didática foi uma turma de 7º ano da escola em que atuo. É uma turma que participa ativamente das aulas. Os alunos são empenhados e realizam as tarefas propostas com dedicação. Gostam de conversar, perguntar e não vão para casa com dúvidas. Adoram desafios e situações-problema. A turma é composta por 17 alunos, sendo 7 meninos e 10 meninas. Apenas quatro alunos desta turma reprovaram em algum ano. Os demais pertencem à mesma turma desde a pré-escola. São muito integrados e acolhedores. Esta turma teve contato com os conceitos de área e perímetro no 5º ano do ensino fundamental, com exceção de uma aluna transferida este ano para a escola, e deveriam ter retomado estes estudos no 6º ano, entretanto a professora de matemática não abordou tais temáticas informando que não sobrou tempo para esse estudo.

A aplicação da sequência didática ocorreu no período de 27 de maio a 03 de junho de 2015, totalizando sete horas-aula, cada uma com duração de cinquenta minutos. Grande parte das atividades foi realizada no Laboratório de Informática da escola. Apenas a primeira atividade, de avaliação dos conhecimentos prévios, ocorreu em sala de aula. Com exceção da primeira e da última atividade, as demais foram realizadas em duplas, visto que não há computadores suficientes para o trabalho individual. Além disso, estes alunos já estão acostumados a trabalhar em duplas nas aulas de matemática, pois acredito que, desta forma, a construção do conhecimento fica favorecida, na medida em que eles conversam sobre suas hipóteses e constroem diferentes formas de resolução.

No início de cada atividade, entreguei a lista de atividades e li as questões com os alunos. Após, eles começavam a resolver as tarefas e eu circulava pela sala, tomando nota das dúvidas, das observações e das estratégias de resolução. Procurei não influenciar em respostas. As dúvidas dos alunos foram repassadas para o restante da turma se posicionar e resolver.

### 3.1 Descrição e Análise das Atividades

A seguir serão descritas e analisadas as atividades realizadas durante a prática. Os dados coletados serão transcritos exatamente como os alunos falaram ou escreveram, podendo apresentar erros ortográficos e de concordância. As contribuições dos alunos serão descritas entre aspas, destacando suas falas do restante do texto.

Momento 1: Questionário inicial

**Para a resolução das questões considere que o lado do menor quadrado da malha quadriculada mede 1 cm.**

1. Conceitue perímetro.
2. Conceitue área.
3. Desenhe no papel quadriculado duas figuras diferentes com perímetro igual a 8 cm.

a) Calcule as áreas das figuras.

b) As áreas são iguais?

c) Por que isso acontece?

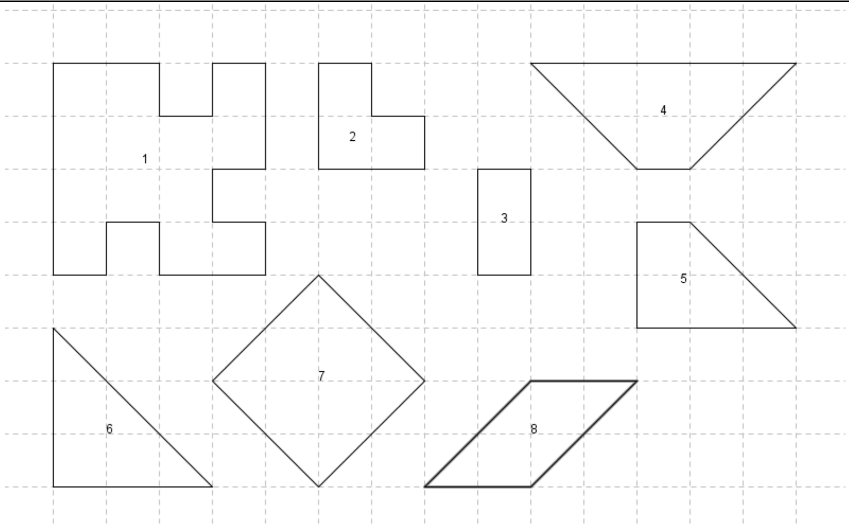
4. Desenhe no papel quadriculado duas figuras diferentes com área igual a 16 cm².

a) Calcule os perímetros das figuras.

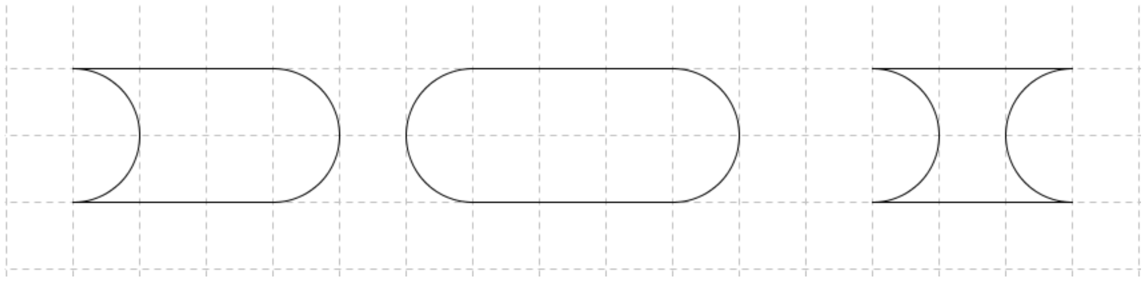
b) Os perímetros são iguais?

c) Por que isso acontece?

5. Diga qual é a área de cada uma das figuras abaixo. Explique como você chegou a estas respostas.




6. Qual das figuras possui maior área? E maior perímetro? Explique como você descobriu isso.

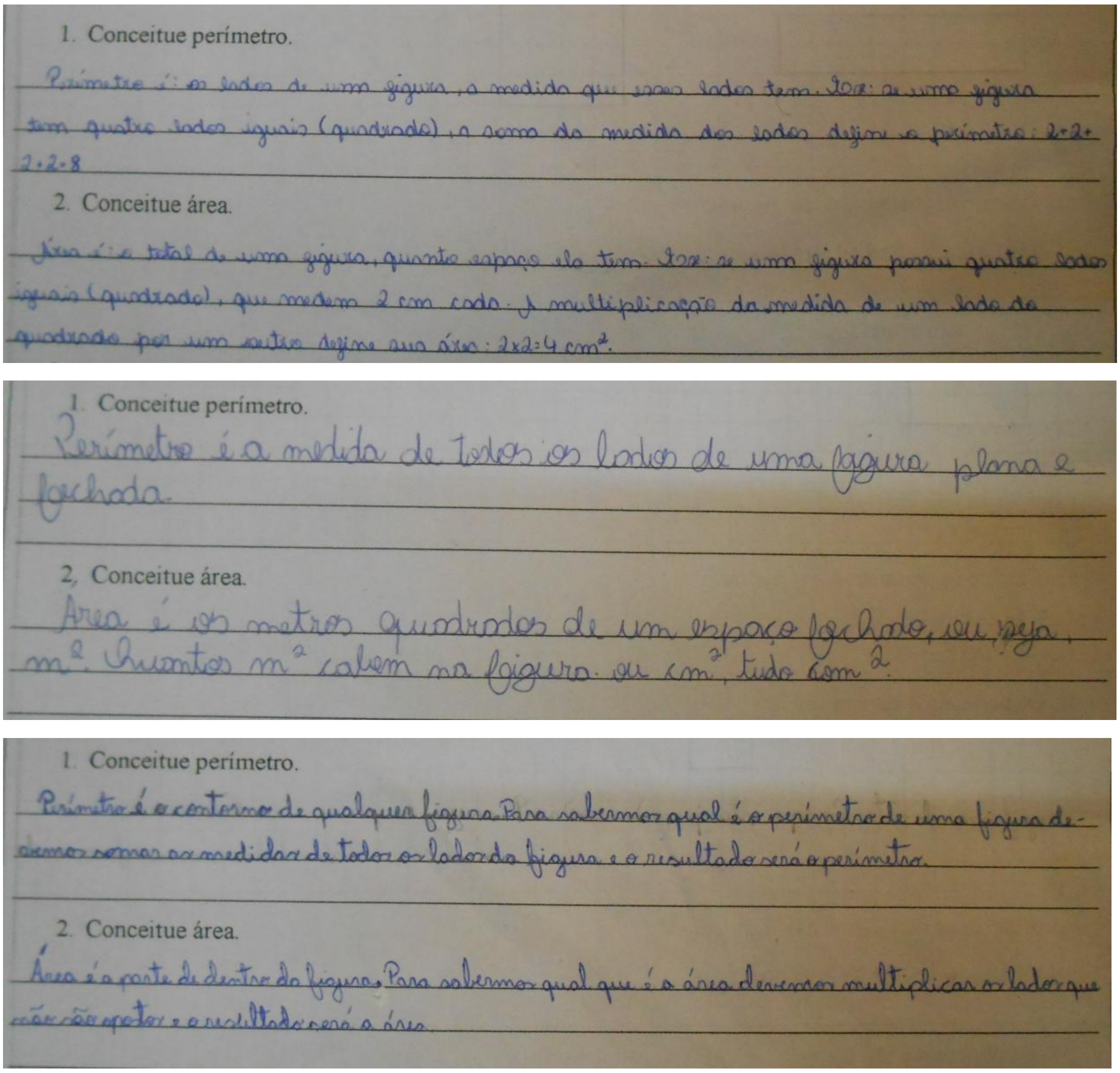


A primeira atividade realizada foi a aplicação do questionário com o objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos alunos. Quatro alunos faltaram à aula neste dia. Foram analisados apenas 12 questionários, já que a aluna que não teve contato com os conceitos de área e perímetro não soube responder aos questionamentos. A primeira reação dos alunos foi dizer que não se lembravam do que tinham aprendido no 5º ano. Ressaltei que deveriam escrever sobre o que tinham aprendido. Ao analisar os questionários, observei que alguns alunos lembravam-se dos conceitos de perímetro e área e registraram-nos da forma correta, enquanto outros confundiram os dois conceitos.

Na primeira questão três alunos conceituaram perímetro como “o contorno de uma figura”, um disse que é “a linha que forma o desenho”, quatro se referiram à “soma dos lados da figura”, um confundiu com “é o que está dentro do desenho” e três alunos não souberam responder.

Na segunda questão, três alunos conceituaram área como “a parte de dentro da figura”, dois alunos escreveram que é “lado vezes lado”, um disse “é os metros quadrados de um espaço fechado, ou seja, m². Quantos m² cabem na figura ou cm²”, outro disse que “é quanto espaço ela tem”, dois alunos confundiram-se registrando a definição de perímetro e outros três não souberam responder.

Figura 26 - Definição de perímetro e área



1. Conceitue perímetro.

Perímetro é: os lados de uma figura, a medida que esses lados tem. Ex: se uma figura tem quatro lados iguais (quadrado), a soma da medida dos lados define o perímetro: 2+2+2+2=8

2. Conceitue área.

Área é: o total de uma figura, quanto espaço ela tem. Ex: se uma figura possui quatro lados iguais (quadrado), que medem 2 cm cada. A multiplicação da medida de um lado do quadrado por um outro define sua área: 2x2=4 cm².

1. Conceitue perímetro.

Perímetro é a medida de todos os lados de uma figura plana e fechada.

2, Conceitue área.

Área é os metros quadrados de um espaço fechado, ou seja, m². Quantos m² cabem na figura. ou cm², tudo com ².

1. Conceitue perímetro.

Perímetro é o contorno de qualquer figura. Para sabermos qual é o perímetro de uma figura devemos somar as medidas de todos os lados da figura e o resultado será o perímetro.

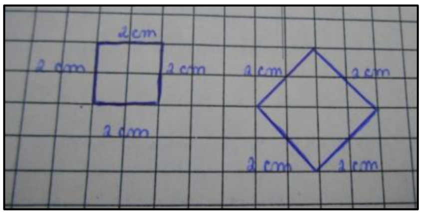
2. Conceitue área.

Área é a parte de dentro da figura. Para sabermos qual que é a área devemos multiplicar os lados que não são opostos e o resultado será a área.

Fonte: Arquivo pessoal

A terceira e a quarta questão tinham por objetivo perceber se os alunos sabem representar em malha quadriculada e diferenciar os conceitos de perímetro e área. Além disso, perceber que figuras com perímetro igual podem ter área diferente e que figuras com área igual podem ter perímetros diferentes. Na terceira atividade, apenas quatro alunos construíram duas figuras com perímetro igual a 8 cm e calcularam sua área corretamente. Dois alunos construíram uma das figuras corretamente e na segunda figura não levaram em consideração que a diagonal do quadradinho de referência não mede 1 cm.

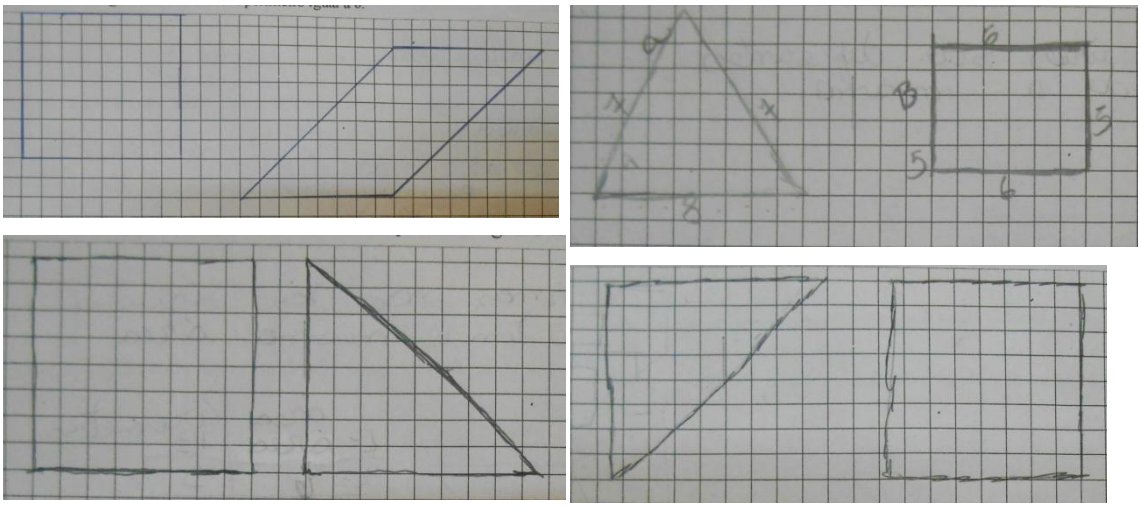
Figura 27 – Questão 3



Fonte: Arquivo pessoal

Dois alunos confundiram os conceitos de perímetro e área, construindo duas figuras com área igual a 8 cm². Quatro alunos não apresentaram nenhuma lógica em suas construções.

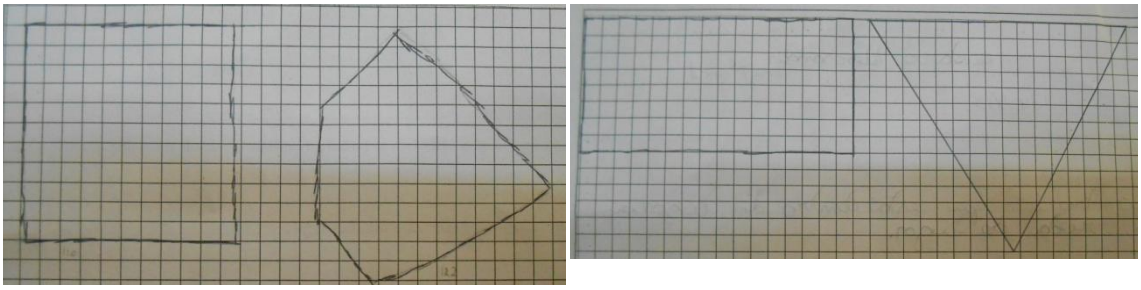
Figura 28 – Questão 3



Fonte: Arquivo pessoal

Na quarta atividade, sete alunos construíram corretamente duas figuras com área igual a 16 cm² e calcularam corretamente seus perímetros. Três alunos confundiram perímetro e área, construindo figuras com perímetro igual a 16 cm. Dois alunos não apresentaram lógica nas suas construções.

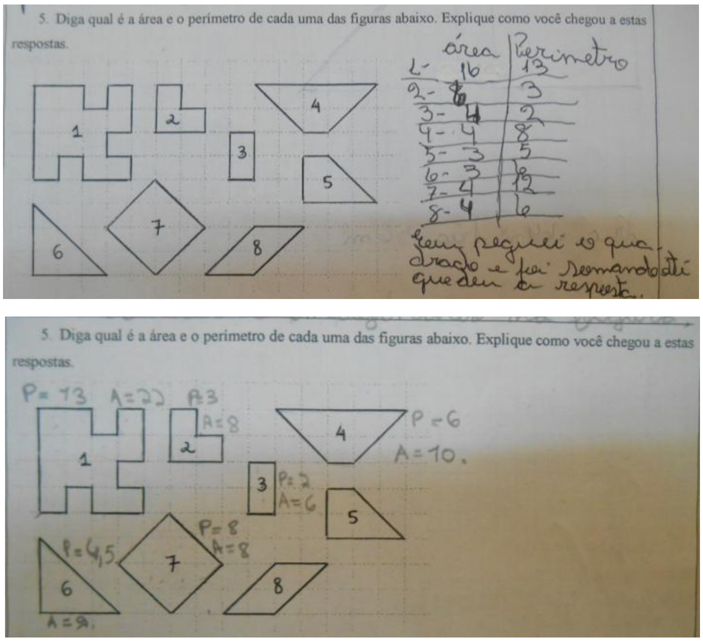
Figura 29 – Questão 4



Fonte: Arquivo pessoal

Na quinta atividade os alunos deveriam calcular área e perímetro de figuras desenhadas na malha quadriculada. Nesta atividade somente um aluno calculou corretamente todas as áreas. Sete alunos acertaram o perímetro das três primeiras figuras. Três alunos confundiram os conceitos de área e perímetro, trocando suas respostas.

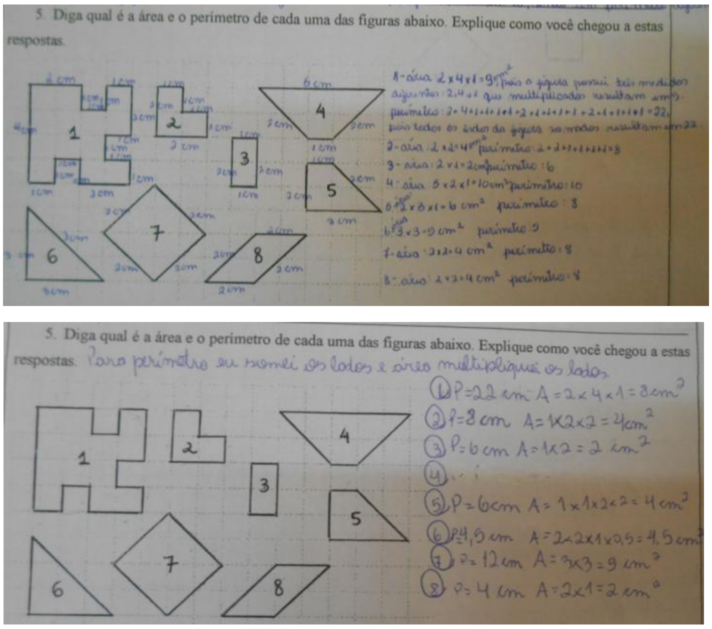
Figura 30 – Questão 5




Fonte: Arquivo pessoal

Dois alunos tentaram usar fórmulas para calcular a área e não conseguiram.

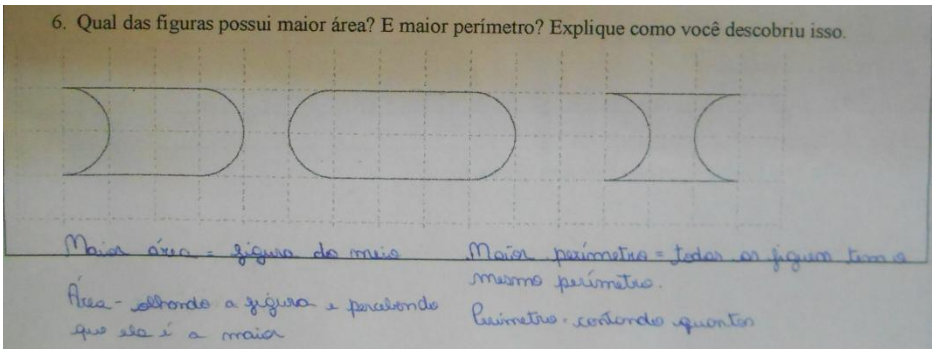
Figura 31 – Questão 5




Fonte: Arquivo pessoal

A última atividade tinha por objetivo observar área e perímetro de figuras envolvendo curvas. Onze alunos observaram a figura com maior área corretamente, porém somente um aluno observou que o perímetro das três figuras é igual.

Figura 32 – Questão 6




Fonte: Arquivo pessoal

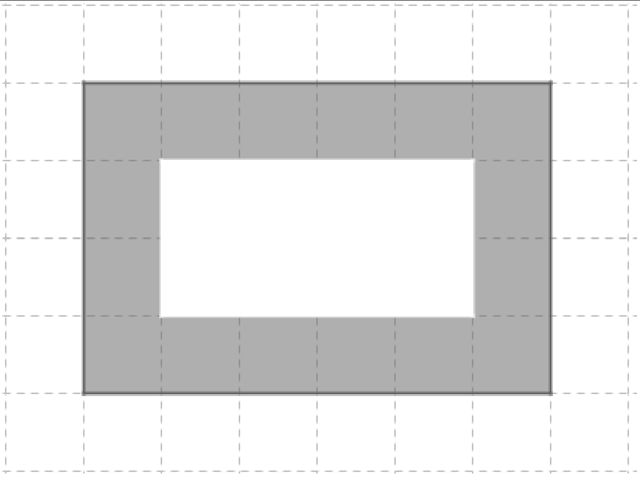
Observei que grande parte dos alunos optou por utilizar quadrados e retângulos quando pedido que construíssem figuras com perímetro e área determinados. Quando questionados por esta opção disseram que “é mais fácil, porque só precisa pensar na tabuada”. O questionário evidenciou que os conceitos de área e perímetro ainda não foram compreendidos pelos estudantes visto que os mesmos demonstram em suas respostas que há confusão entre os conceitos e sua aplicação em polígonos.

Momento 2: Após responderem ao questionário inicial, foram discutidos em grande grupo os conceitos de perímetro e área, em busca de uma definição comum. Quando iniciamos a discussão sobre os conceitos alguns alunos comentaram: “errei tudo” ou “confundi os dois”. Percebi que poucos alunos possuíam clareza sobre os conceitos.

Momento 3: Lista de atividades 1

**Realize as atividades utilizando o GeoGebra. Faça print de cada atividade e cole em um arquivo de texto. Ao finalizar a lista de atividades envie o arquivo para a professora.**

1. Construa três figuras diferentes com perímetro igual a 12.
a) O que você observa em relação às áreas destas figuras? São iguais?
b) Por que isso acontece?
2. Construa três figuras diferentes com área igual a 24.
a) O que você observa em relação aos perímetros destas figuras? São iguais?
b) Por que isso acontece?
3. Construa a figura no GeoGebra.



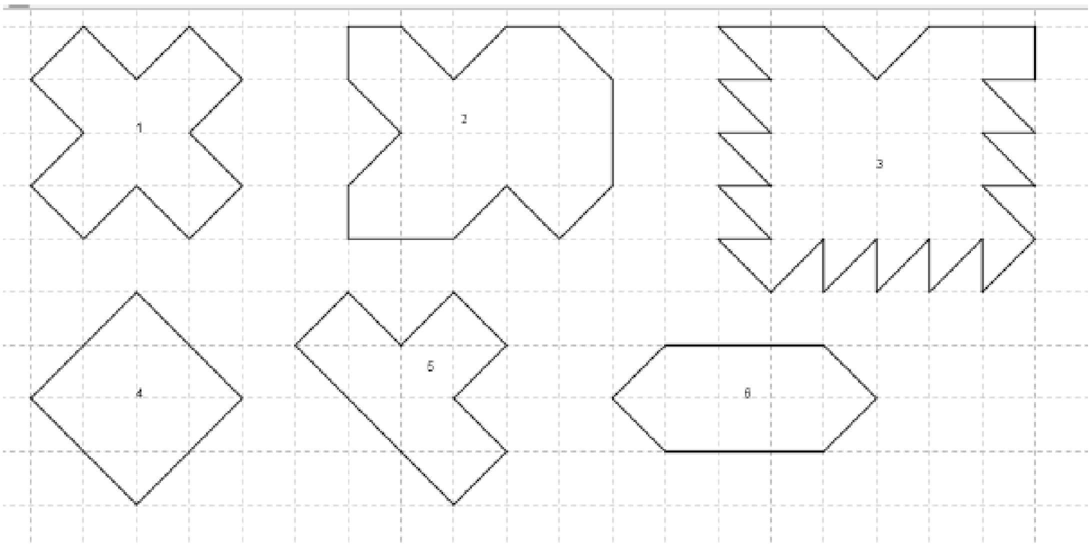
a) Como podemos calcular o perímetro desta figura cinza?

b) Qual é seu perímetro?

c) Como podemos calcular sua área?

d) Qual é a sua área?

4. Acesse o blog da professora http://matematicadinamica1.blogspot.com.br, selecione a página 7º ano e clique na atividade 4 da lista 1.

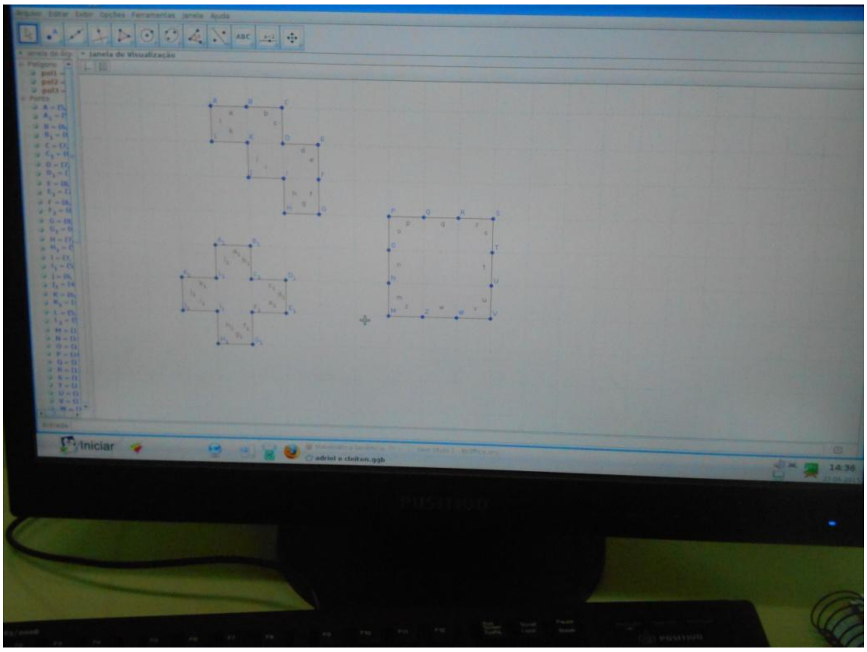



a) Determine a área de cada uma das figuras.

b) Como você chegou a estes resultados? Que método utilizou?

Este momento foi realizado em duplas e um trio no Laboratório de Informática. Após a definição de perímetro e área em sala de aula, todas as duplas conseguiram construir corretamente as figuras das questões 1 e 2 da lista de atividades 1.

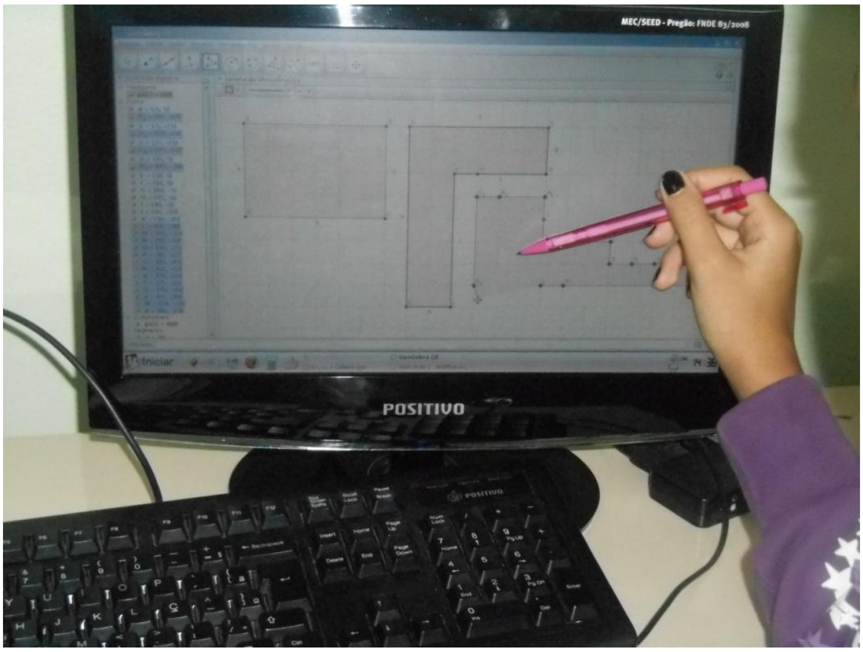
Figura 33 - Questão 1 da Lista 1



Fonte: Arquivo pessoal

Observaram que figuras de mesmo perímetro não possuem necessariamente a mesma área. Algumas duplas conseguiram construir duas figuras com mesma área e perímetro, mas a terceira figura construída mostrava que nem sempre isso funcionava. O mesmo ocorreu com as figuras de mesma área, que obtiveram perímetros diferentes.

Figura 34 – Questão 2 da Lista 1

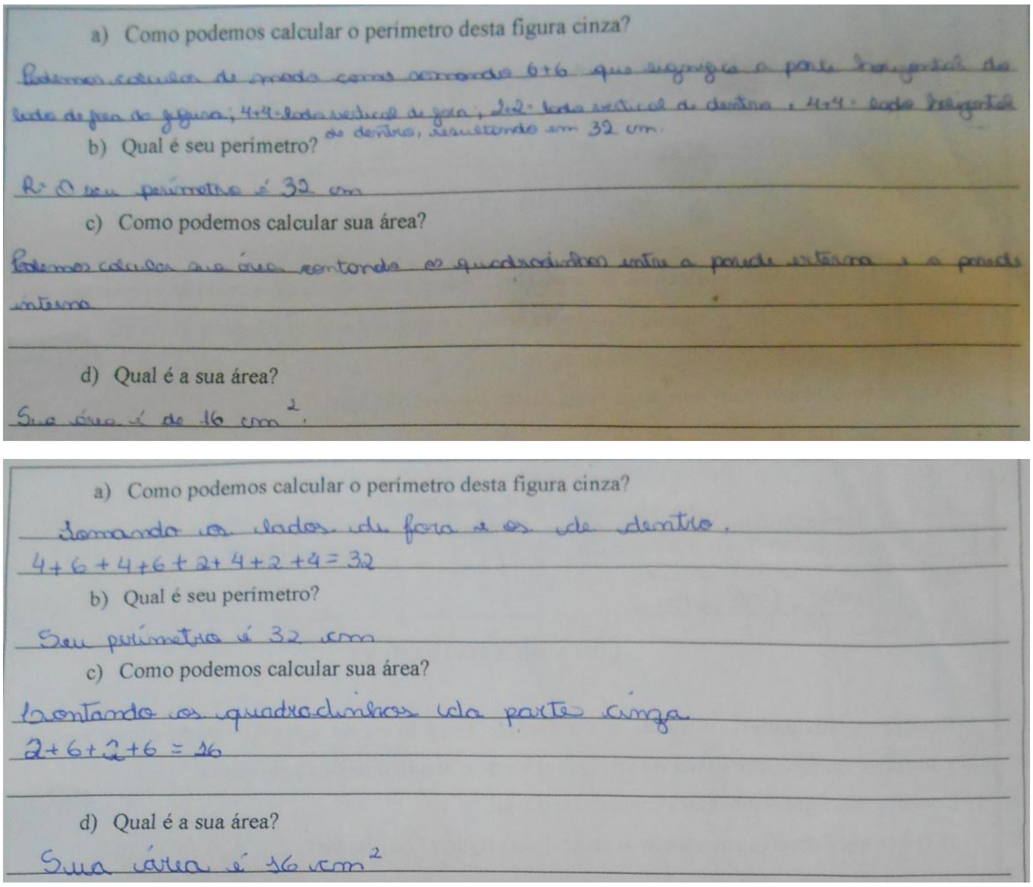



Fonte: Arquivo pessoal

Gostaram muito de explorar as atividades no GeoGebra, pois não precisavam apagar seus desenhos quando não conseguiam acertar logo a atividade. Movimentando os vértices era possível obter figuras diversas que preservavam as suas propriedades, mudando de forma e tamanho. Assim, diversas questões podiam ser respondidas com o simples movimento dos vértices, sem que houvesse necessidade de construir uma nova figura. Porém, o que se observa é que estes alunos possuem muita dificuldade em registrar de forma escrita o que observam.

Na questão 3, o objetivo era perceber que para obter o perímetro de uma figura vazada deveriam contar o contorno externo e o interno. Esta é uma atividade pouco explorada nos livros didáticos. A área deveria ser calculada subtraindo a área vazada. Para que todos observassem essas características foi preciso esclarecer a imagem, pois não haviam entendido que a parte interna havia sido "recortada" da figura.

Figura 35 – Questão 3 da Lista 1



a) Como podemos calcular o perímetro desta figura cinza?

Podemos calcular de modo como somando 6+6 que significa a parte horizontal do lado de fora da figura; 4+4 lado vertical de fora; 2+2 lado vertical de dentro, 4+4 lado horizontal de dentro, resultando em 32 cm.

b) Qual é seu perímetro?

R: O seu perímetro é 32 cm

c) Como podemos calcular sua área?

Podemos calcular sua área contando os quadradinhos entre a parte externa e a parte interna

d) Qual é a sua área?

Sua área é de 16 cm².

a) Como podemos calcular o perímetro desta figura cinza?

Somando os lados de fora e os de dentro.

4+6+4+6+2+4+2+4=32

b) Qual é seu perímetro?

Seu perímetro é 32 cm

c) Como podemos calcular sua área?

Contando os quadradinhos da parte cinza

2+6+2+6 = 16

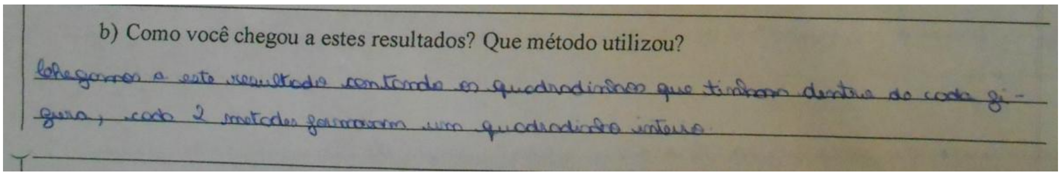
d) Qual é a sua área?

Sua área é 16 cm²

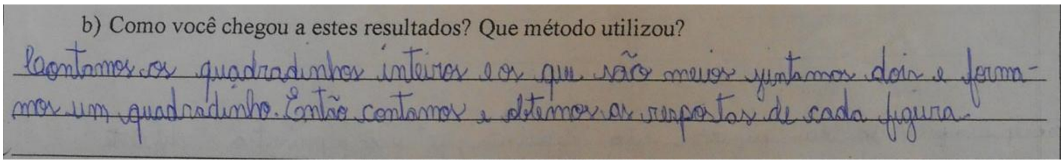
Fonte: Arquivo pessoal

E por fim, a questão 4, tinha novamente por objetivo verificar que dois meio quadradinhos formam um inteiro, ou seja, 1 cm². Das cinco duplas e um trio participantes, apenas três tiveram a preocupação com as unidades de medida de superfície, neste caso, cm².

Figura 36 – Questão 4 da Lista 1


b) Como você chegou a estes resultados? Que método utilizou?

Chegamos a esto resultado contando os quadradinhos que tinham dentro de cada fi-
gura, cada 2 metades formavam um quadradinho inteiro

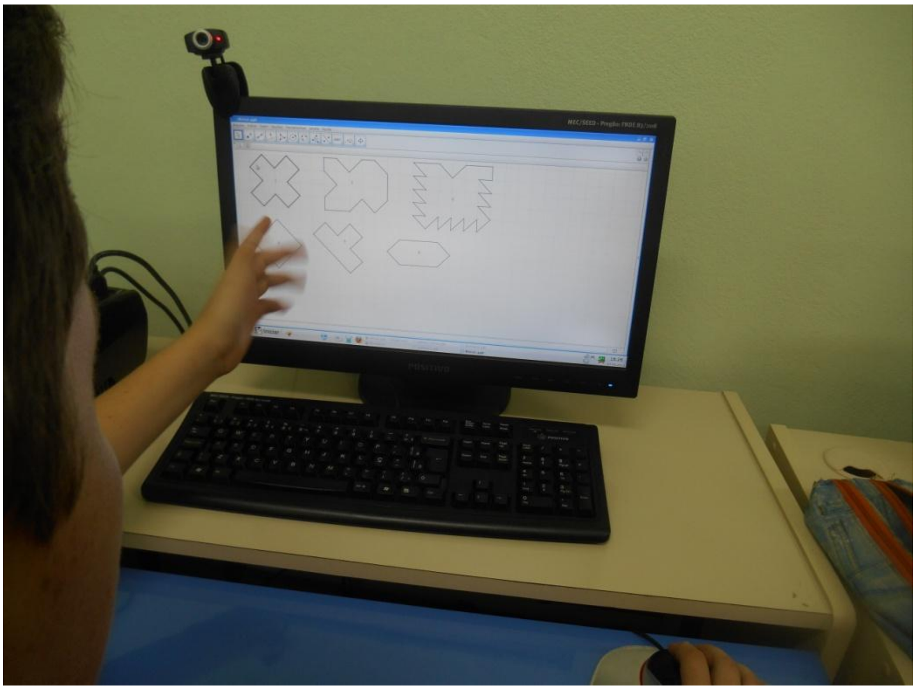

b) Como você chegou a estes resultados? Que método utilizou?

Contamos os quadradinhos inteiros e os que são meios juntamos dois e forma-
mos um quadradinho. Então contamos e obtemos as respostas de cada figura.

Fonte: Arquivo pessoal

A atividade obteve êxito, mas foi observada confusão na contagem da área da terceira figura. Apenas uma dupla obteve 22,5 cm², que era a área correta. Os demais resultados foram: uma dupla respondeu 23, outra 18,5 e três duplas obtiveram 22 cm². Os alunos não realizaram cálculos nesta tarefa e o motivo do erro foi a contagem equivocada dos meio-quadradinhos. Nas demais figuras obtiveram as áreas corretas.

Figura 37 - Questão 4 da Lista 1



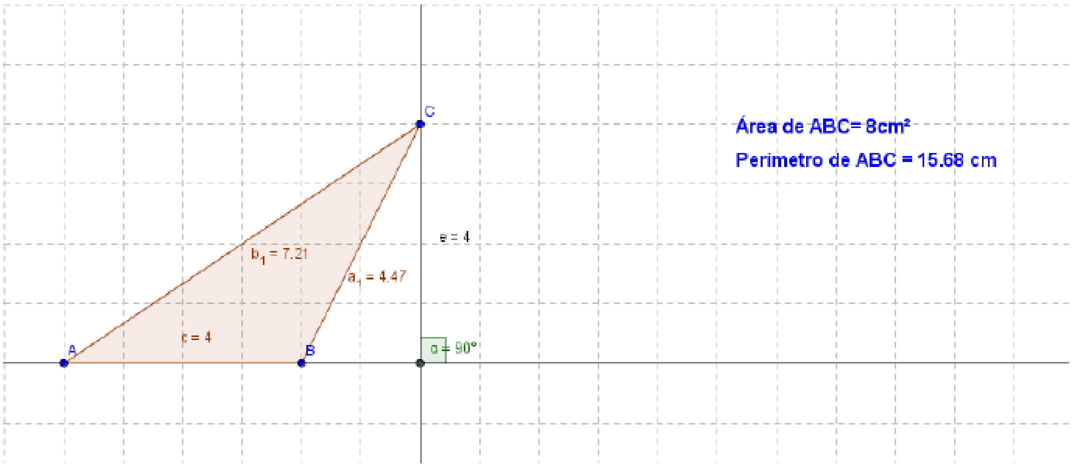
Fonte: Arquivo pessoal

Uma das formas de coleta de dados não pode ser utilizada, pois a ferramenta *Print Screen* não funcionou no sistema operacional *Linux*. Tive que mostrar aos alunos como salvar os arquivos produzidos. Após, com um *pen drive*, tive que recolher e salvar os arquivos em acervo pessoal, pois o e-mail dos alunos também não abria naqueles computadores. A internet na escola não é muito veloz e os navegadores não são compatíveis com todas as páginas da web.

Momento 4: Lista de atividades 2

**Realize as atividades utilizando o GeoGebra. Faça print de cada atividade e cole em um arquivo de texto. Ao finalizar a lista de atividades envie o arquivo para a professora.**

1. Acesse o blog da professora http://matematicadinamica1.blogspot.com.br, selecione a página 7º ano e clique na atividade 1 da lista 2.




Mova os vértices A, B e C e observe o que acontece com a área e o perímetro.

a) Preencha a tabela explorando o applet:

| Triângulo | Lado a | Lado b | Lado c | Perímetro | Base | Altura | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | 5 cm | 1 cm | |
| 2 | | | | | 5 cm | 2 cm | |
| 3 | | | | | 5 cm | 3 cm | |
| 4 | | | | | 5 cm | 4 cm | |
| 5 | | | | | 4 cm | 4 cm | |
| 6 | | | | | 3 cm | 4 cm | |
| 7 | | | | | 2 cm | 4 cm | |
| 8 | | | | | 1 cm | 4 cm | |

b) O que você observou em relação à base e à altura dos triângulos?

c) O que aconteceu com a área dos triângulos?

d) E com o perímetro?

e) Por que isso acontece?

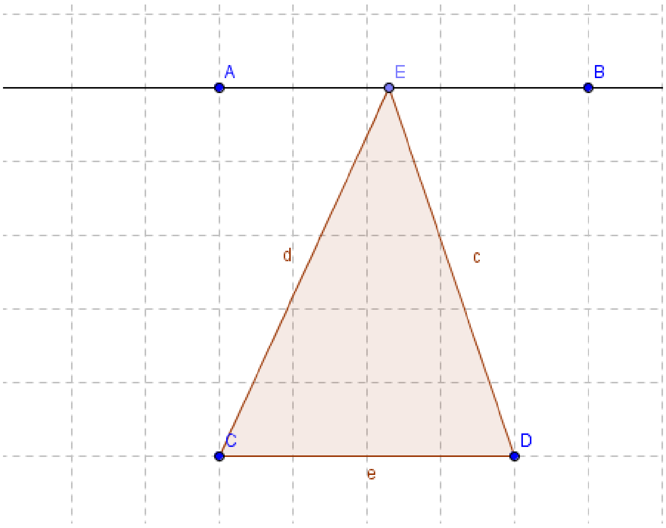
f) Existe somente um triângulo com base 5 cm e altura 2 cm?

g) Preencha a tabela com as medidas de três triângulos diferentes com base 5 cm e altura 2 cm.

| Triângulo | Lado a | Lado b | Lado c | Perímetro | Base | Altura | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | 5 cm | 2 cm | |
| 2 | | | | | 5 cm | 2 cm | |
| 3 | | | | | 5 cm | 2 cm | |

h) O que você pode concluir com esta tabela?

2. Construa uma reta AB. Em seguida um triângulo CDE, de modo que a base CD meça 4 cm, a altura relativa à base CD meça 5 cm e o vértice E pertença à reta AB.




Em seguida, selecione a ferramenta *Distância, comprimento ou perímetro* e clique sobre cada um dos lados do triângulo. Selecione a ferramenta *Área* e clique sobre o triângulo. Selecione novamente a ferramenta *Distância, comprimento ou perímetro* e clique sobre o triângulo.

Selecione a ferramenta *Mover* e mova o vértice C sobre a reta AB. Observe o que acontece com as medidas do perímetro e da área.

a) Escolha três triângulos obtidos a partir da movimentação. Preencha a tabela:

| Triângulo | Lado c | Lado d | Lado e | Perímetro | Base | Altura | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |

b) O que você observou em relação à base e à altura dos triângulos?

c) O que aconteceu com o perímetro dos triângulos?

d) E com a área dos triângulos?

e) Por que isso acontece?

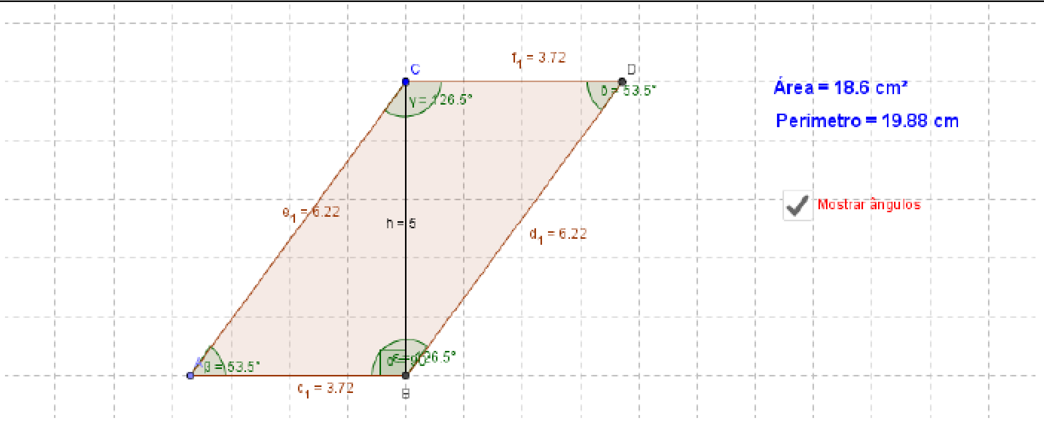
3. O que você pode concluir a partir das tabelas das questões 1 e 2?

a) Como podemos calcular o perímetro de um triângulo?

b) Como podemos calcular a área de um triângulo?

c) Crie uma fórmula para calcular a área de um triângulo qualquer a partir das medidas da base e da altura.

4. Acesse o blog da professora [http://matematicadinamica1.blogspot.com.br](http://matematicadinamica1.blogspot.com.br), selecione a página 7º ano e clique na atividade 4 da lista 2.




Mova os vértices A, B e C e observe o que acontece com a área e o perímetro.

a) Preencha a tabela:

| Paralelogramo | Lado c | Lado d | Perímetro | Base | Altura | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |

b) O que você pode concluir a partir desta tabela?

c) Como podemos calcular o perímetro de um paralelogramo?

d) Como podemos calcular a área de um paralelogramo?

e) Crie uma fórmula para calcular a área de um paralelogramo qualquer a partir das medidas da base e da altura.

Habilite a caixa *Mostrar ângulos*. Continue explorando o applet:

f) É possível obter um paralelogramo com quatro ângulos retos? Dê um exemplo.

g) Como se chama este tipo de figura geométrica?

h) É possível obter um paralelogramo com quatro ângulos retos e os quatro lados com mesma medida? Dê um exemplo.

i) Como se chama este tipo de figura geométrica?

5. Construa três retângulos diferentes usando o mesmo applet da atividade 4. Preencha a tabela:

| Retângulo | Base | Altura | Área | Perímetro |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

a) O que você pode concluir a partir desta tabela?

b) Como podemos calcular o perímetro de um retângulo?

c) Como podemos calcular a área de um retângulo?

d) Crie uma fórmula para calcular a área de um retângulo qualquer a partir das medidas da base e da altura.

6. Construa três quadrados diferentes usando o mesmo applet da atividade 4.

a) Preencha a tabela:

| Quadrado | Medida do lado | Área | Perímetro |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |

b) O que você pode concluir a partir desta tabela?

c) Como podemos calcular o perímetro de um quadrado?

d) Como podemos calcular a área de um quadrado?

e) Crie uma fórmula para calcular a área de um quadrado qualquer a partir da medida do lado.

f) Preencha a tabela:

| Quadrado | Medida do lado | Área | Perímetro |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 cm | | |
| 2 | 4 cm | | |
| 3 | 8 cm | | |

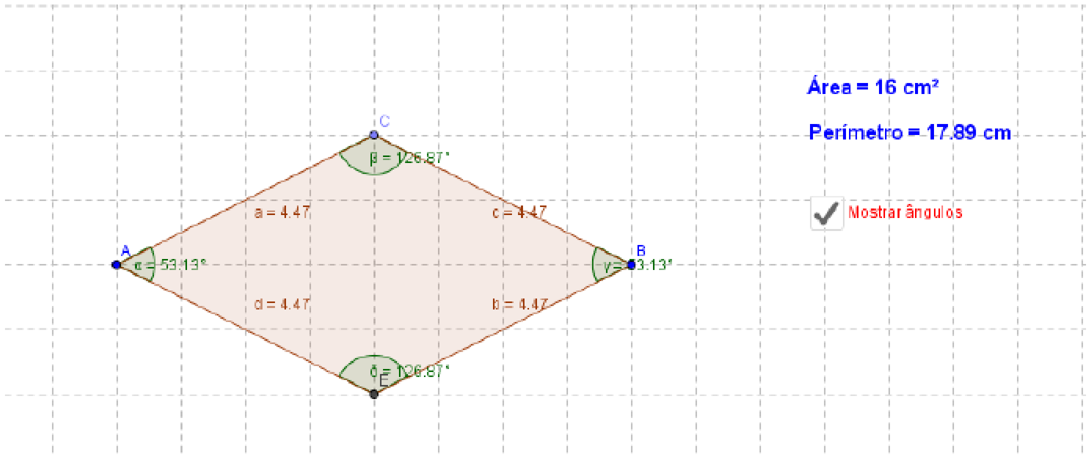
g) O que aconteceu com a medida dos lados dos quadrados?

h) O que aconteceu com o perímetro dos quadrados?

i) E com a área dos quadrados?

j) O que podemos concluir sobre a medida dos lados e a área dos quadrados?

7. Acesse o blog da professora http://matematicadinamica1.blogspot.com.br, selecione a página 7º ano e clique na atividade 7 da lista 2.




Mova os vértices A, B e C.

a) Com a ferramenta *Segmento* trace as diagonais do losango. E com a ferramenta *Distância, comprimento ou perímetro* meça o comprimento das diagonais.

b) Construa três losangos diferentes. Preencha a tabela:

| Losango | Lado a | Lado b | Lado c | Lado d | Perímetro | Diagonal maior | Diagonal menor | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |

c) Como podemos calcular o perímetro de um losango?

d) Como podemos calcular a área de um losango?

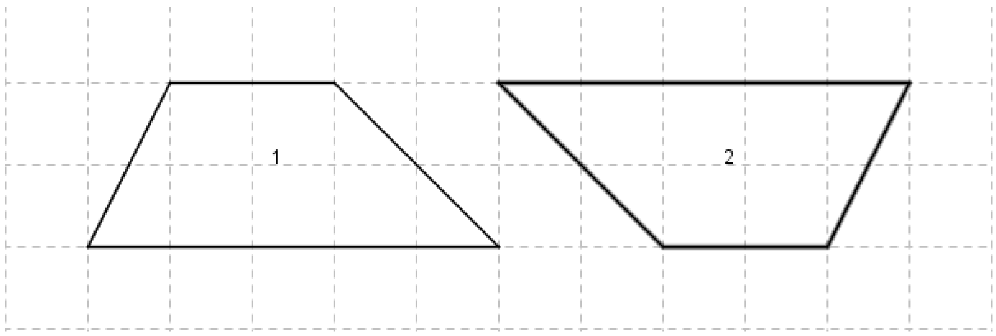
e) Crie uma fórmula para calcular a área de um losango qualquer a partir das medidas das suas diagonais.

Habilite a caixa *Mostrar ângulos.*

f) É possível construir um losango com todos os ângulos retos?

g) O que podemos concluir a partir disso?

8. Construa os trapézios abaixo.




a) Analise as medidas dos trapézios. O que podemos dizer sobre eles?

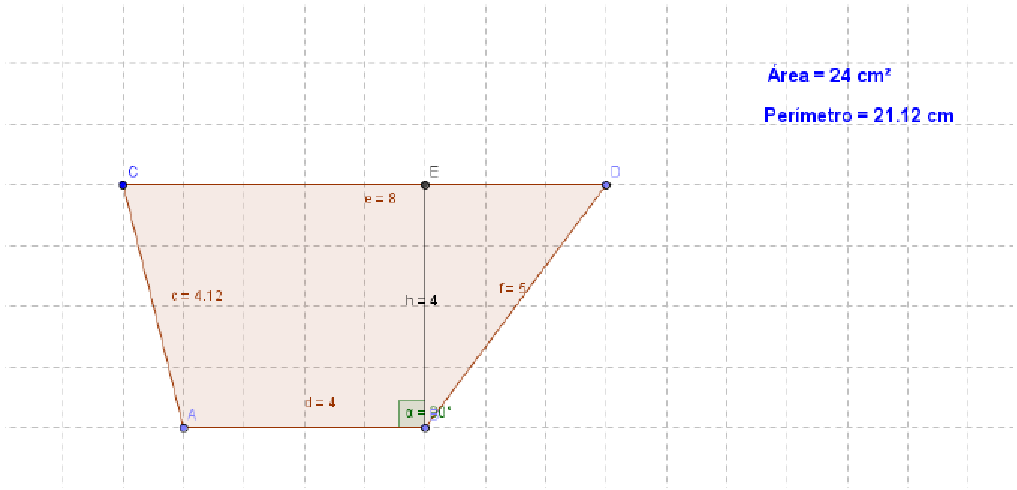
Encaixe os trapézios.

b) Que figura foi formada?

c) Calcule a área da figura formada.

d) Calcule a área de cada trapézio.

Acesse o blog da professora http://matematicadinamica1.blogspot.com.br, selecione a página 7º ano e clique na atividade 8 da lista 2.



Mova os vértices do trapézio.

e) Construa três trapézios diferentes com o applet. Preencha a tabela:

| Trapézio | Lado c | Lado f | Perímetro | Base maior | Base menor | Altura | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |

f) O que você pode concluir a partir desta tabela?

g) Como podemos calcular o perímetro do trapézio?

h) Como podemos calcular a área de um trapézio a partir da área do paralelogramo?

i) Crie uma fórmula para calcular a área de um trapézio qualquer a partir das medidas das bases e da altura.

Este foi o momento que exigiu maior reflexão por parte dos alunos. Foram tarefas trabalhosas, que demandaram muito tempo. Uma dupla e o trio destacaram-se nesta atividade, pois conseguiram registrar suas observações com clareza. As demais duplas, demonstravam melhor suas observações oralmente, não tendo a habilidade de traduzi-las para o papel.

Figura 38 - Questão 1 da Lista 2

Fonte: Arquivo pessoal

Iniciamos com a análise da área e do perímetro de triângulos. A atividade 1 não alcançou seus objetivos por ter sido mal formulada. A tabela apresentada na atividade não ficou bem elaborada. Seu objetivo era fazer com que o aluno percebesse que há variação na área dos triângulos em função da medida da base e da medida da altura. Para uma próxima aplicação da sequência didática sugiro que a tabela seja dividida em duas (Tabelas 2 e 3), de modo que a observação destas características seja facilitada. Na tabela 2 varia a medida da altura e na tabela 3, a medida da base.

Tabela 2 - Reformulação da atividade 1 da lista 2

| Triângulo | Lado a | Lado b | Lado c | Perímetro | Base | Altura | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | 5 cm | 1 cm | |
| 2 | | | | | 5 cm | 2 cm | |
| 3 | | | | | 5 cm | 3 cm | |
| 4 | | | | | 5 cm | 4 cm | |
| 5 | | | | | 5 cm | 5 cm | |

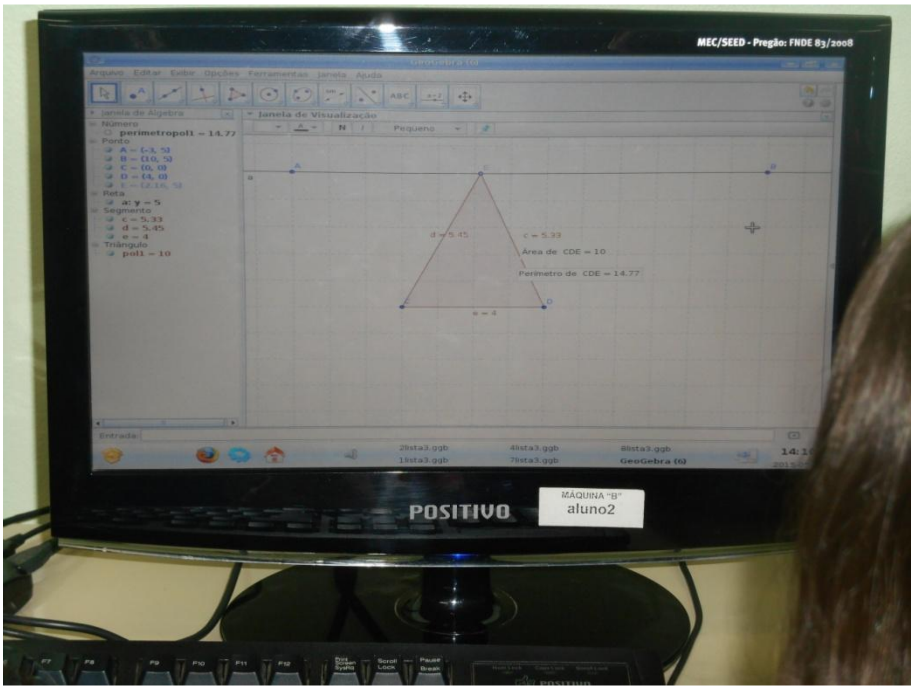
Tabela 3 - Reformulação da atividade 1 da lista 2

| Triângulo | Lado a | Lado b | Lado c | Perímetro | Base | Altura | Área |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | 5 cm | 4 cm | |
| 2 | | | | | 4 cm | 4 cm | |
| 3 | | | | | 3 cm | 4 cm | |
| 4 | | | | | 2 cm | 4 cm | |
| 5 | | | | | 1 cm | 4 cm | |

Apesar disso, os alunos perceberam uma regularidade nas áreas: “do 1 ao 4 a área mudava 2,5 cm² e do 4 ao 8 mudava 2 cm²”, “primeiro ela foi aumentando 2,5 cm e depois diminuindo 2 cm”. Apenas uma dupla respondeu: “observamos que conforme a altura e a base mudam a área e o perímetro também mudam, além da medida dos lados. A área dos triângulos mudou conforme alterávamos a base e a altura”. Nas atividades f, g e h da questão 1, os estudantes obtiveram êxito. Para uma próxima aplicação podem-se excluir os itens f, g e h da questão 1. Os alunos puderam observar que “há vários triângulos diferentes com base e altura iguais, mas vimos que a área continua a mesma nos três triângulos, já o perímetro muda”, “os lados iam mudando, mas a base e a altura era igual”.

A questão 2 tinha o mesmo objetivo desta segunda parte da questão 1. Ela alcançou seus objetivos, pois os alunos conseguiram perceber que há diversos triângulos com base e altura igual e, consequentemente, área igual. Desta forma, foi possível concluir na questão 3, que a área é obtida assim: “calculando a base vezes a altura e dividir por 2” e o perímetro é obtido “somando a medida dos lados do triângulo”.

Figura 39 - Questão 2 da Lista 2




Fonte: Arquivo pessoal

Na questão 4 tinha-se por objetivo a análise de perímetro e área do paralelogramo. Foi facilmente observado pelos alunos que “a área de um paralelogramo é igual a altura multiplicada pela base” e que “o perímetro é duas vezes a soma da base com o outro lado” ou “soma de todos os lados”. Nos itens de f até i, os alunos puderam observar que retângulos e quadrados são paralelogramos. Acredito que nesta questão o *software* GeoGebra foi essencial, pois perceber através da movimentação dos vértices que a partir de um paralelogramo podem-se obter retângulos e quadrados não é possível a partir do lápis e do papel. A experimentação com a Geometria Dinâmica permite que essas propriedades sejam observadas na prática, a partir do movimento.

A questão 5 tinha por objetivo analisar área e perímetro de retângulos. Os alunos concluíram que “podemos calcular a área de um retângulo multiplicando sua base pela sua altura” ou “multiplicando os lados que não são opostos”, “podemos calcular o perímetro multiplicando a soma dos lados não opostos por dois”. O foco da questão 6 foi o perímetro e a área do quadrado. Concluíram que “a medida do lado vezes ela mesma dava a área e a medida do lado vezes quatro dava o perímetro”, “a base vezes a altura de um quadrado resulta na sua área e que a soma da medida dos lados resulta no seu perímetro, sendo na área os dois números utilizados iguais e no perímetro os quatro números utilizados iguais”. A segunda parte da questão 6 objetivava a observação da área e do perímetro quando as medidas dos lados de um quadrado dobram. Observaram que “a medida do perímetro foi vezes dois e a área foi feito multiplicação por quatro”.

Figura 40 - Questão 4 da Lista 2

Fonte: Arquivo pessoal

A área e o perímetro do losango foram explorados na questão 7. Desta vez, não observaram com facilidade a forma de calcular a área, mesmo depois de terem traçado as diagonais. Estavam com muitas dificuldades, então tive de ajustar a tarefa, pedindo que os alunos inscrevessem o losango em um retângulo, de modo que os vértices do losango pertencessem ao perímetro do retângulo. Depois disso, observaram que “podemos calcular a área do losango multiplicando as diagonais e logo após dividir o resultado por dois” e “podemos calcular o perímetro de um losango somando a medida dos lados, que neste caso são todos iguais”. Os itens f e g foram importantes para que os alunos chegassem à conclusão de que “todo quadrado é losango, mas nem todo losango é quadrado”. Novamente o uso do *software* GeoGebra se mostrou importante na observação de propriedades dos quadriláteros, que também foram exploradas a partir desta prática.

Na questão 8 o foco foi a área e o perímetro do trapézio. Na primeira parte da questão deveriam observar que dois trapézios iguais formam um paralelogramo e disso segue que a área do trapézio é a metade da área do paralelogramo formado. Já na segunda parte deveriam construir uma fórmula para este cálculo. Foi necessária uma intervenção para nomear os segmentos envolvidos como base maior, base menor e altura. Observaram então que ao formar o paralelogramo são unidas as bases maior e menor e a altura permanece a mesma, logo “a soma da medida da base menor com a medida da base maior multiplicada pela altura, dividido por 2 é igual a área do trapézio” e “podemos calcular o perímetro de um trapézio somando a medida de cada um dos lados”.

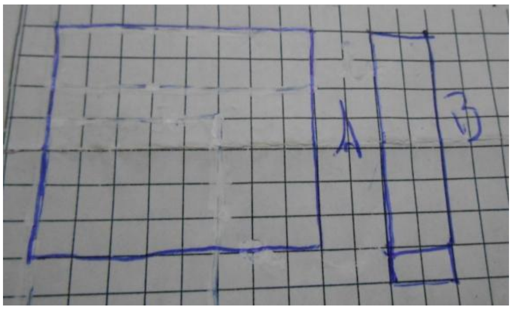
Figura 41 - Alunos trabalhando

Fonte: Arquivo pessoal

Logo, todas as questões da lista de atividades 2 alcançaram seus objetivos.

Momento 5: Foi aplicado o mesmo questionário do início da prática (Momento 1) para verificar se houve mudanças nas concepções dos alunos em relação aos conceitos de área e perímetro. A partir da análise das respostas, observou-se que 100% dos alunos conceituaram corretamente perímetro e área. Na questão 3, dez alunos obtiveram êxito na construção das figuras com perímetro igual a 8 cm. Mas novamente foi observado que todos, sem exceção, desenharam apenas quadrados e retângulos. Um dos alunos confundiu área e perímetro nas figuras, outro fez uma das figuras com 10 cm de perímetro e o último construiu duas figuras com lados iguais a 8 cm.

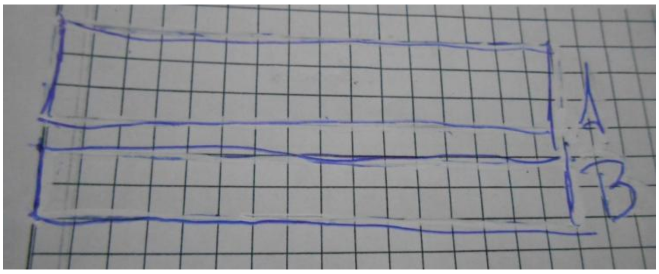
Figura 42 – Questão 3



Fonte: Arquivo pessoal

Na questão 4 onze alunos construíram suas figuras com área correta. Um aluno construiu duas figuras com perímetro de 16 cm e outro, novamente, figuras com um lado igual a 16 cm. Os mesmos onze alunos obtiveram êxito na questão 5. Os outros dois alunos leram apenas uma parte da questão e não a realizaram por completo. Observou-se que sete alunos preocuparam-se em adicionar as unidades de medida de comprimento e área (cm e cm²) às suas respostas, mesmo que nesta atividade não fosse exigido.

Figura 43 – Questão 4



Fonte: Arquivo pessoal

Em relação à questão 6, todos os alunos acertaram que a figura central possui maior área, porém somente três alunos observaram que as três figuras possuem mesmo perímetro. Isso ocorreu, pois não conseguiram "contar" o perímetro como nas outras atividades. Desta forma, observa-se que a comparação de figuras, principalmente curvas, deve ser mais explorada em sala de aula, de modo que observem as regularidades existentes. Apesar disso, em relação à primeira avaliação, houve melhora nesses resultados.

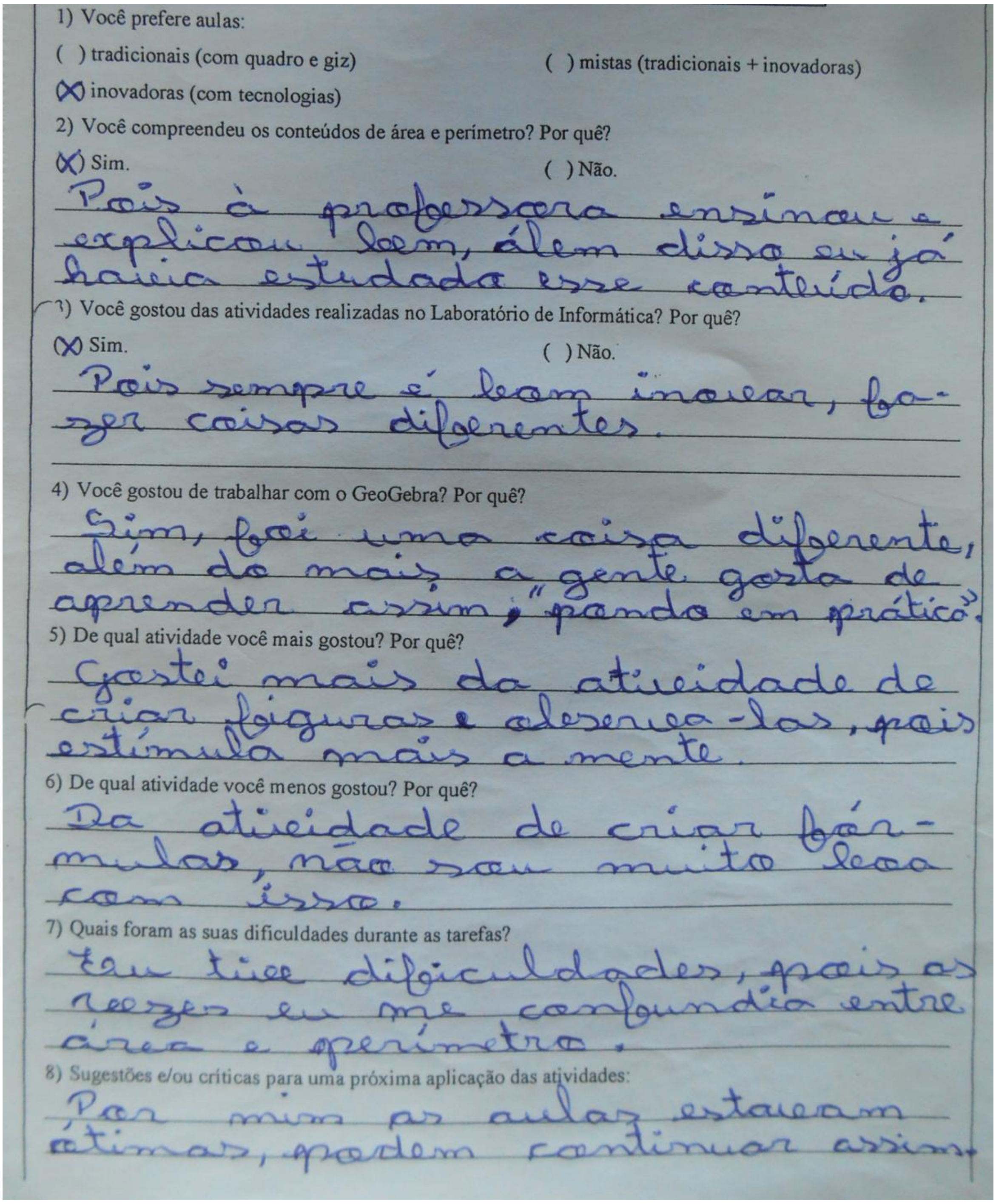
<u>Momento 6:</u> Avaliação da prática

| 1) Você prefere aulas: |
|---|
| ( ) tradicionais (com quadro e giz)<br>( ) inovadoras (com tecnologias)<br>( ) mistas (tradicionais + inovadoras) |

| |
|---|
| 2) Você compreendeu os conteúdos de área e perímetro? Por quê? |
| ( ) Sim.<br>( ) Não. |
| 3) Você gostou das atividades realizadas no Laboratório de Informática? Por quê? |
| ( ) Sim.<br>( ) Não. |
| 4) Você gostou de trabalhar com o GeoGebra? Por quê?<br>5) De qual atividade você mais gostou? Por quê?<br>6) De qual atividade você menos gostou? Por quê?<br>7) Quais foram as suas dificuldades durante as tarefas?<br>8) Sugestões e/ou críticas para uma próxima aplicação das atividades: |

Neste momento foi aplicado um questionário avaliativo da sequência didática. Todos os alunos responderam que compreenderam os conceitos de perímetro e área, porém pelo momento anterior, foi observado que alguns alunos não possuem domínio na sua aplicação. Em relação às atividades realizadas no Laboratório de Informática, apenas uma aluna manifestou não ter gostado e escreveu “não gostei, pois às vezes prefiro escrever no caderno”. A mesma também demonstrou não ter gostado de trabalhar com o GeoGebra justificando da seguinte forma: “não, pois eu não entendo muito dessas coisas”. Em relação às dificuldades surgiram diferentes respostas: “de entender algumas atividades”, “a área do trapézio”, “saber mexer no programa”, “área do losango”, “criar as fórmulas”, “de como fazer algumas atividades e saber se estavam certas” e “nenhuma”.

Figura 44 - Avaliação de aluno


1) Você prefere aulas:

( ) tradicionais (com quadro e giz) ( ) mistas (tradicionais + inovadoras)

(X) inovadoras (com tecnologias)

2) Você compreendeu os conteúdos de área e perímetro? Por quê?

(X) Sim. ( ) Não.

Pois à professora ensinou e explicou bem, além disso eu já havia estudado esse conteúdo.

3) Você gostou das atividades realizadas no Laboratório de Informática? Por quê?

(X) Sim. ( ) Não.

Pois sempre é bom inovar, fazer coisas diferentes.

4) Você gostou de trabalhar com o GeoGebra? Por quê?

Sim, foi uma coisa diferente, além do mais a gente gosta de aprender assim, "pondo em prático".

5) De qual atividade você mais gostou? Por quê?

Gostei mais da atividade de criar figuras e observa-las, pois estímula mais a mente.

6) De qual atividade você menos gostou? Por quê?

Da atividade de criar fórmulas, não sou muito boa com isso.

7) Quais foram as suas dificuldades durante as tarefas?

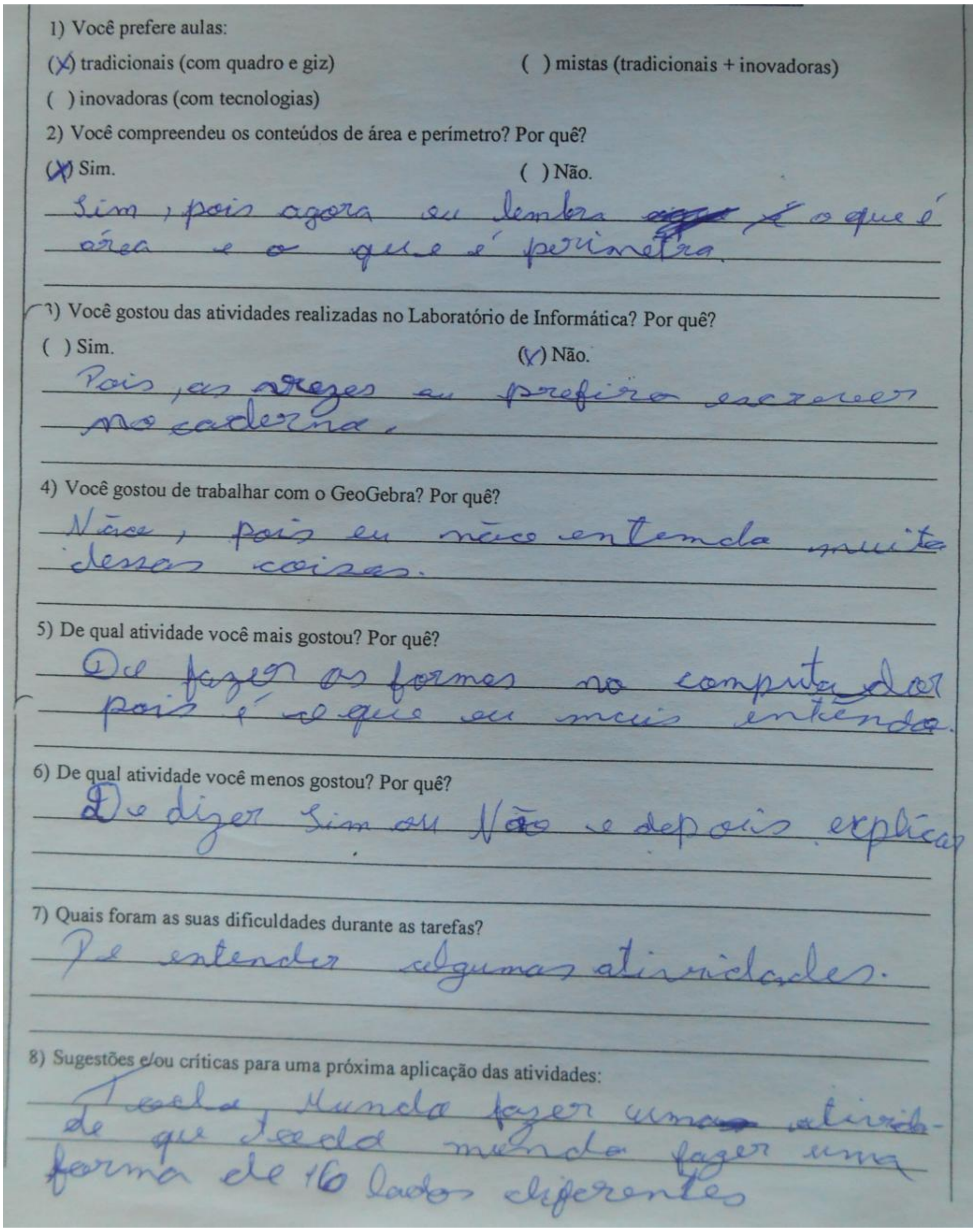
Eu tive dificuldades, pois as vezes eu me confundia entre área e perímetro.

8) Sugestões e/ou críticas para uma próxima aplicação das atividades:

Por mim as aulas estavam ótimas, podem continuar assim.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 45 - Avaliação de aluno


1) Você prefere aulas:

(X) tradicionais (com quadro e giz) ( ) mistas (tradicionais + inovadoras)

( ) inovadoras (com tecnologias)

2) Você compreendeu os conteúdos de área e perímetro? Por quê?

(X) Sim. ( ) Não.

Sim, pois agora eu lembra ~~agga~~ o que é área e o que é perímetro.

3) Você gostou das atividades realizadas no Laboratório de Informática? Por quê?

( ) Sim. (X) Não.

Pois, as vezes eu prefiro escrever no caderno.

4) Você gostou de trabalhar com o GeoGebra? Por quê?

Não, pois eu não entendo muito dessas coisas.

5) De qual atividade você mais gostou? Por quê?

De fazer as formas no computador pois é o que eu mais entendo.

6) De qual atividade você menos gostou? Por quê?

De dizer Sim ou Não e depois explicar

7) Quais foram as suas dificuldades durante as tarefas?

De entender algumas atividades.

8) Sugestões e/ou críticas para uma próxima aplicação das atividades:

Toda Munda fazer uma ativida-de que Toda munda fazer uma forma de 16 lados diferentes

Fonte: Arquivo pessoal

Os registros das percepções dos alunos em relação ao uso do GeoGebra mostram que eles gostaram da experiência visto que sentiram-se familiarizados com o ambiente digital.

## 4. Análise a Posteriori e Validação da Experiência

Neste momento será feita a análise das hipóteses e sua validação. Para realizar esta análise serão utilizadas as falas e/ou os registros dos alunos coletados durante a aplicação da sequência didática.

- Hipótese 1: A falta de familiaridade dos alunos com o *software* GeoGebra pode ser superada, iniciando com uma apresentação das ferramentas que serão utilizadas durante as atividades usando um projetor, para conhecimento do menu e da área de trabalho.

Durante a sequência didática, principalmente nos momentos 3 e 4, observei que realmente a apresentação do ambiente de trabalho e das principais ferramentas utilizadas nas atividades foram importantes para a sequência do trabalho. Por vezes fui chamada pelas duplas para resolver dúvidas pontuais sobre a manipulação do *software*. Quando observado que a dúvida se repetia nas duplas, expliquei ao grande grupo, por meio do projetor.

O grande problema observado na utilização do *software* foi que os computadores estavam muito lentos e travavam o cursor por algumas vezes, dificultando o funcionamento do GeoGebra e, assim, a realização das atividades. Os computadores já são antigos e o seu sistema operacional é Linux. Cada terminal opera com duas ou três máquinas, ou seja, quando uma delas apresenta problemas, as demais também não funcionam. A instalação do *software* não foi possível em dois terminais, impedindo, assim, o uso de quatro computadores. As duplas tiveram que se apertar nos computadores que funcionavam e acredito que isto tenha dificultado um pouco o trabalho.

Nas avaliações da sequência didática, onze dos doze alunos participantes demonstraram ter gostado de trabalhar com o *software*. Desta forma, apesar das dificuldades técnicas observadas, a hipótese foi validada.

- Hipótese 2: Por meio do uso do *software* GeoGebra os alunos construirão de forma satisfatória os conceitos de área e perímetro e as fórmulas de cálculo de área e perímetro de figuras planas.

Pela análise das listas de atividades 1 e 2 e dos questionários finais podemos validar esta hipótese, visto que os conceitos de perímetro e de área foram ajustados pela maioria dos alunos e as fórmulas de cálculo de área e perímetro construídas a partir da exploração dos applets da lista de atividades 2. As avaliações dos alunos vêm reforçar que compreenderam os conceitos.

- Hipótese 3: Os conhecimentos de Geometria produzidos no meio informatizado, com auxílio do *software* GeoGebra, constituem campo mais amplo do que aquele que é tratado nos livros didáticos.

As atividades observadas no livro didático utilizado pelos alunos neste ano[11], conforme análises prévias, não permitem a mesma reflexão obtida a partir da utilização do *software* por meio da sequência didática. Porém, ressalta-se que o *software* por si só não é responsável pela construção do conhecimento. É necessária a organização de uma sequência didática em que os objetivos e atividades estejam bem claros, de modo que a exploração das construções seja direcionada à construção do conhecimento. Como estes aspectos foram considerados na elaboração e observados na implementação da prática, concluímos que a hipótese foi validada.

- Hipótese 4: O trabalho em duplas proporcionará momentos de reflexão e discussão sobre hipóteses e estratégias de resolução de problemas, promovendo a construção do conhecimento.

A partir da observação do trabalho das duplas notei que houve muitos momentos de reflexão e discussão de hipóteses. Algumas duplas chamaram-me para decidir quem estava correto e devolvi a pergunta: "Será que os dois não estão corretos? Será que o que falta não é organizar as ideias?". Acredito que, se realizadas individualmente, as atividades propostas não teriam atingido seus objetivos com tanta facilidade. Desta forma, os alunos mais tímidos, que têm vergonha de perguntar, conversam com o colega e este ajuda a solucionar as dificuldades e por vezes até ser porta-voz daquele. Então concluo que a hipótese foi validada, pois o trabalho em duplas proporcionou maior reflexão sobre as atividades, assim como a formulação de hipóteses.

- Hipótese 5: Os alunos já reconhecem e identificam características das principais figuras planas, como o quadrado, o retângulo, o triângulo, o paralelogramo, o trapézio e o losango.

Esta hipótese não foi totalmente validada, pois os alunos não reconheceram características do losango e do trapézio, por exemplo, as diagonais do losango e as bases do trapézio. Nestes momentos foi necessária a minha intervenção para explicar essas propriedades. As demais figuras já eram bem conhecidas pelos alunos e estes não precisaram ser retomados. Porém, observa-se que os alunos possuem imagens conceituais distorcidas sobre algumas figuras. Quando movimentaram os vértices observaram os diferentes tamanhos e formas que as figuras podem ter, surpreendendo-se com a variedade de figuras que podiam manipular. Algumas duplas, na análise do

---

[11] SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. v. 2. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

paralelogramo, confundiram a altura com a medida do lado e também foi necessária minha intervenção. Logo, a hipótese não pode ser totalmente validada.

- Hipótese 6: Ao final das atividades, os alunos serão capazes de conceituar perímetro e área de forma correta, além de identificar estes conceitos em figuras planas, relacionando-os.

A partir da análise do questionário final, observamos que esta hipótese foi validada, conforme relatado no item "implementação da prática". Todos os alunos definiram corretamente perímetro e área, sem confundir os dois conceitos. Sua aplicação não foi compreendida totalmente por três alunos, conforme demonstrado na análise das questões 3 e 4 do questionário final. Apesar disso, observei que houve um avanço significativo em relação ao primeiro questionário aplicado.

- Hipótese 7: A construção e o uso de fórmulas para cálculo de área serão facilitados pelo uso do *software* GeoGebra que possibilita a exploração de construções dinâmicas e a visualização de padrões e invariantes.

A maioria das duplas não teve dificuldades em construir as fórmulas de cálculo de área e de perímetro, exceto quanto à área do trapézio e a do losango que exigiram minha intervenção. As atividades envolvendo o trapézio e o losango precisam ser aperfeiçoadas para uma próxima aplicação da sequência didática, para que os estudantes compreendam-nas melhor. Estas dificuldades foram observadas durante a implementação da prática e confirmadas pelas avaliações de alguns alunos.

Apesar de nem todas as hipóteses terem sido totalmente validadas, a sequência de atividades proporcionou uma aprendizagem consistente, mudando a visão dos alunos sobre os conceitos de área e de perímetro, que antes não estavam bem compreendidos por todos os envolvidos. O uso do GeoGebra foi essencial para o sucesso da prática. Para uma próxima aplicação serão necessários ajustes na proposta de modo a aprimorá-la e obter um resultado ainda melhor.

## Considerações Finais

O presente trabalho levou-me a refletir sobre a minha prática docente, de modo a buscar formas mais eficazes de abordar os conceitos de área e perímetro. A realização da pesquisa mostrou-me que a utilização de mídias digitais, neste caso o GeoGebra, como ferramentas auxiliadoras na construção do conhecimento proporciona uma aprendizagem consistente dos conceitos de área e perímetro. Mostrou-me também que propostas inovadoras, com uso de mídias digitais, envolvem muito mais os alunos na construção do conhecimento do que aulas tradicionais. Hoje é isso que se busca na educação: a participação ativa do aluno na construção do seu conhecimento, sendo o professor um mediador e facilitador deste processo.

A proposta contemplou o uso do *software* GeoGebra e o trabalho em grupo, tornando o ensino deste tema da geometria mais interessante e atrativo para aquele grupo de alunos. De fato, conseguiu-se este feito, pois os alunos demonstraram envolvimento e interesse em todas as atividades propostas. O GeoGebra permitiu analisar construções geométricas baseadas em suas propriedades, manipular essas construções experimentando possibilidades, identificando padrões, formulando conjecturas e resolvendo as atividades propostas. Esta experimentação foi fundamental para que os alunos compreendessem com maior facilidade os conceitos envolvidos na prática.

Foi possível observar que os alunos envolvidos sentiram-se motivados a realizarem as tarefas propostas, pois eram atividades diferentes das que realizavam em sala de aula. Porém, os alunos também ressaltaram que este tipo de tarefas, de experimentação, observação e análise, são mais “difíceis”, ou seja, exigem mais empenho e atenção por parte dos alunos. Foram atividades que exigiram a reflexão dos alunos, diferente das aulas tradicionais em que o professor geralmente apresenta tudo pronto, sem possibilitar que o aluno experimente e descubra o conhecimento.

A realização deste trabalho contribui satisfatoriamente para a minha formação docente. A proposta de repensar o ensino de um conteúdo problemático, levou-me a pesquisar inúmeras formas de melhorar a minha prática, não somente em relação ao conteúdo escolhido para este trabalho, mas de outros que são abordados em sala de aula. Outro fator importante foi a análise e a reflexão sobre a prática. Ressalta-se que estes devem fazer parte do dia-a-dia do professor, de modo que sempre possa melhorar sua prática.

A partir da aplicação da sequência didática e da coleta de dados, foi possível observar que os alunos aprendem melhor com atividades práticas, manipulativas e dinâmicas. A Geometria Dinâmica deveria fazer parte do dia-a-dia das aulas de matemática. O movimento proporcionado pelos *softwares* dinâmicos, em geral, não somente o GeoGebra, desenvolvem nos alunos habilidades difíceis de serem desenvolvidas através do lápis e do papel. No papel, não é possível observar se propriedades são mantidas a partir do movimento, pois ele não existe.

Outro aspecto observado foi que os alunos optaram, tanto no questionário inicial quanto no final, por utilizar quadrados e retângulos quando pedido que construíssem figuras com perímetro e área determinados. Quando questionados por esta opção disseram que "é mais fácil, porque só precisa pensar na tabuada". Isso mostra a forte influência de desenhos prototípicos. Concluo que nas próximas aulas devo mostrar-lhes que há outras formas de representar áreas e perímetros através de figuras irregulares ou desafiá-los a construírem outros quadriláteros com tais medidas.

Os alunos envolvidos na pesquisa apresentaram dificuldades em registrar por escrito suas observações, reflexões e conclusões. Conseguiam expressar-se melhor oralmente. Disso concluo que a reflexão dos alunos e o seu registro devem ser explorados com mais frequência em sala de aula, de modo que criem o hábito de explicar e justificar suas escolhas e respostas.

A sequência de ensino apresentada neste trabalho não teve todas as suas hipóteses validadas por completo. Entende-se que deve haver uma reformulação nas atividades antes de serem aplicadas novamente, para elencar as hipóteses não atendidas completamente. Apesar destes problemas, considero que a aplicação e a reflexão sobre a prática foram de extrema importância na minha formação docente.

Pela análise dos dados coletados é possível afirmar que o objetivo principal foi atingido, pois o uso de tecnologias digitais facilitou a compreensão e a relação dos conceitos de perímetro e área e a construção, a observação e a experimentação de figuras dinâmicas permitiu a análise de invariantes e padrões que possibilitassem calcular área e perímetro de polígonos diversos.

Assim, concluo que a inserção de mídias digitais, especialmente *softwares* de Geometria Dinâmica, nas aulas de matemática é indispensável. Elas facilitam a compreensão de conceitos geométricos. Espera-se que esta sequência didática contribua para a mudança necessária no ensino dos conceitos de área e perímetro e que outros professores se sintam encorajados a criar novas estratégias de ensino com o fim de proporcionar uma construção mais significativa do conhecimento matemático.

## Referências Bibliográficas

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática.** v**.** 1 e 2. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

BEHRENS, Marilda Aparecida. **O paradigma emergente e a prática pedagógica.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

BERTI, Carine Muraro. **As construções geométricas no ensino dos quadriláteros.** Porto Alegre, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática.** Brasília, MEC/SEF, 1998.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática.** Zetetike. Campinas: UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118.

CENTENARO, Grasciele Fabiana Casagrande. **Perímetro e Área: Uma proposta didática para o Ensino Fundamental.** Monografia (Especialização em Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.

CHIUMMO, Ana. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 1998.

GOBBI, Juliana Aparecida. **O software GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas.** Revista Brasileira de Ensino e C&T. v. 7, n. 1, jan.-abr. 2014, p. 182-199.

GRAVINA, Maria Alice; BARRETO, Marina Menna; DIAS, Mariângela Torre; MEIER, Melissa. Geometria dinâmica na escola. In: BÚRIGO, Elisabete Zardo, BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo, GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto; GRAVINA, Maria Alice. **Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação do professor de matemática.** 1. ed. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

GRAVINA, Maria Alice; CONTIERO, Lucas de Oliveira. Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar? **RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v.9, n. 1, jul. 2011.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. **A aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados.** Informática na Educação. PGIE-UFRGS. v.2, n. 1, p 73-88, mai. 1999.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. In: **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, 1996, Belo Horizonte, p.1-13, nov. 1996.

LARROSA, Jorge Bondía. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação.** s. l., n.19, jan.-abr. 2002, p. 20-28.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, n. 4, 1995.

MEIER, Melissa. **Modelagem geométrica e o desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental.** Porto Alegre, 2012.

MICHEL, Patrícia Espindola. **Tecnologias no ensino de matemática: relatos de experiência.** Novo Hamburgo, 2011.

NOTARE, Márcia Rodrigues; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Compreender. **Novas Tecnologias na Educação.** Porto Alegre, v. 10, n. 3, dez. 2012.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira. **Tópicos de História da Matemática.** Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SANTOS, M. R. dos, BELLEMAIN, P. M. B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática: uma análise sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. **Educação Matemática em Revista**, n. 23, a.13, dez. 2007.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de Saber Matemática.** v. 1, 2 e 3. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.