ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA

José Guilherme Heinen – jheinen@brturbo.com.br – Novo Hamburgo
Virgínia Maria Rodrigues - vrodrig@mat.ufrgs.br - Instituto de Matemática - UFRGS

RESUMO

Este trabalho descreve e analisa uma experiência de ensino que aborda os principais conceitos de função quadrática, através de relações estabelecidas entre a visualização gráfica e os conceitos algébricos correspondentes, utilizando o programa GeoGebra como recurso de geração e manipulação de gráficos. Essa sequência de atividades foi aplicada em uma turma de 1º ano do Ensino Médio da Escola Bernardo Vieira de Melo, na cidade de Esteio, RS.

Palavras-chave: Função Quadrática; Parábola; Funções e Gráficos.

1. INTRODUÇÃO

O uso da informática, nas últimas décadas, causou e vem causando diariamente uma verdadeira revolução na sociedade, na economia e nas ciências. Em geral, muitos avanços foram feitos para implementação de ferramentas computacionais no ensino, entretanto, é preciso melhorar a formação do professor para trabalhar em sala de aula com as novas tecnologias.

Durante a realização deste curso de especialização fomos incentivados a fazer leituras relacionadas à educação matemática e ao uso das mídias digitais, bem como a estruturar a prática docente baseada numa sequência didática com o uso de tecnologias, com a finalidade de inovar no ensino da matemática.

Ao escolhermos o tema, *Ensino de Função Quadrática utilizando o GeoGebra*, para este trabalho, tivemos por finalidade abordar este conteúdo de uma forma diferenciada, que fugisse da rotina de sala de aula e contribuísse para a aprendizagem deste assunto. Desta forma, este trabalho propõe atividades que estimulam os alunos a investigar situações que os conduzam a conceitos matemáticos que serão obtidos através da manipulação e observação de gráficos gerados pelo programa GeoGebra. Assim, o aluno assume papel de um pesquisador testando suas hipóteses e, por fim chegando aos conceitos almejados na concepção das atividades.

Foi a experiência como professor de Ensino Médio, que permitiu observar que a construção do conceito de função é um processo demorado e o nível de compreensão varia de aluno para aluno.

No planejamento das aulas, fizemos uso da engenharia didática como metodologia de ensino, elaborando uma sequência de atividades que devem ser realizadas com o uso do programa GeoGebra como ferramenta de geração de gráficos, possibilitando a investigação de propriedades através da manipulação dos coeficientes da função quadrática e observação dos correspondentes resultados gráficos apresentados.

Nos capítulos seguintes, apresentamos a nossa sequência didática, descrevendo o processo de aplicação, as atividades desenvolvidas e sua fundamentação.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 REFERENCIAL TEÓRICO

Através da experiência em sala de aula, podemos constatar que uma das dificuldades dos alunos no estudo de função quadrática é estabelecer relações entre a linguagem algébrica e a representação gráfica desta função. Conforme evidenciado no Anexo, é rotineiro, ao iniciar as aulas deste assunto, trabalhar com a definição dessa função seguida pelo esboço do gráfico por meio da determinação de pontos auxiliares quaisquer, para posteriormente comentar sobre os pontos notáveis da parábola que, facilitam o esboço dos gráficos, e finalmente, poder tratar de aplicações em situações-problema.

Nesse modelo de trabalho percebemos que há uma preocupação em ensinar um processo de construção do gráfico ao aluno, que é aprendido pela simples repetição dos conhecimentos transmitidos pelo professor. Dessa forma, o aluno acaba por perder uma ferramenta poderosa que é a aprendizagem por meio da investigação.

Documentos oficiais como, os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio – PCNEM (1999), analisam o tema sobre Funções Quadráticas e, mais recentemente publicado pelo

MEC, as Orientações Curriculares para o Ensino médio (OCEM), com o objetivo de contribuir para o diálogo do professor na prática docente, sugere que o estudo seja iniciado "com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas..." (p. 72). O documento sugere também que os alunos expressem em palavras uma função dada na forma algébrica.

Quanto à representação gráfica de funções, é enfatizado que, a elaboração de um gráfico por meio de simples transcrição de dados, tomados em uma tabela numérica não permitirá, ao aluno, avançar na compreensão do comportamento das funções.

De acordo com BRASIL (2008, p. 72), é importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes.

De acordo com GRAVINA, BÚRIGO, BASSO, GARCIA, (2012), a tecnologia digital coloca à nossa disposição diferentes ferramentas interativas que descortinam na tela do computador objetos dinâmicos e manipuláveis. Isso vem trazendo interessantes reflexos nas pesquisas em Educação Matemática, especialmente naquelas que têm foco nos processos de aprendizagem e de desenvolvimento cognitivo nos quais aspectos individuais e sociais se fazem presentes.

Uma exploração em que o aluno consiga visualizar e identificar o mesmo objeto em suas diferentes representações é uma das condições para a compreensão em matemática e GRAVINA (2001) nos diz:

> Considerando que um mesmo objeto matemático pode receber diferentes representações e que estas registram diferentes facetas do mesmo, uma exploração que transita em diferentes sistemas torna-se significativa no processo de construção do conceito. Por exemplo, uma função pode-se associar uma representação gráfica que evidencia variações qualitativas [...]. Ou ainda, pode-se estudar família de funções sob o ponto de vista de operações algébricas e correspondentes movimentos geométricos nos gráficos associados. O aluno pode concentrar-se em interpretar o efeito de suas ações frente as diferentes representações, até de forma simultânea, e não em aspectos relativos a transição de um sistemas à outro, atividade que geralmente demanda tempo(GRAVINA, 2001, p. 14).

Gravina destaca um recurso de um programa que permite manipulação de figuras diretamente na tela do computador:

> O "desenho em movimento" torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. De imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos concreto-abstratos, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais, características do pensar matemático – o estabelecer relações e conjecturar – e o faz de forma contundente, se comparado às possibilidades apresentadas pelo desenho estático, em papel (GRAVINA, 2001, p. 6).

No ensino de função quadrática, ao utilizar o programa GeoGebra, o aluno poderá observar de forma rápida e muito mais eficiente as características comuns das parábolas, podendo assim construir seus conhecimentos através da investigação, o que torna o ato de aprender muito mais eficiente e prazeroso.

Na tentativa de tornar o aluno sujeito ativo do processo de aquisição de novos conhecimentos, foi concebida a sequência de atividades deste trabalho.

2.2 O PROGRAMA GEOGEBRA E SEU USO EM SALA DE AULA

Neste trabalho desenvolvemos uma experiência de ensino com o uso do GeoGebra, um programa gratuito de matemática dinâmica que combina geometria, álgebra e cálculo. Com ele podemos fazer construções geométricas, desenhar gráficos de funções e manipulá-los dinamicamente, ou seja, alterando os valores algébricos, visualizamos as alterações provocadas no gráfico. O GeoGebra tem como características fundamentais a visualização de expressões na janela algébrica simultaneamente à visualização de um objeto correspondente na janela geométrica, assim como cada objeto visualizado na janela geométrica tem sua representação algébrica mostrada na janela algébrica. Com o uso desse programa acreditamos que será possível aumentar o entendimento dos conteúdos trabalhados em sala de aula, em particular dando mais segurança aos alunos para predizerem o comportamento dos gráficos de funções a partir da variação de seus coeficientes e observação de suas representações geométricas.

Em sua obra intitulada *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo*, Gravina (2001) mostra que os ambientes de Geometria Dinâmica auxiliam os estudantes a transpor as barreiras dos raciocínios.

> Na transição do conhecimento empírico para o que tem caráter de teoria matemática, mostra-se necessária uma crucial reestruturação da forma de pensar, e a tecnologia informática pode muito bem intermediar o desenvolvimento das habilidades cognitivas que aí entram em jogo. Anuncia-se, então, ao que se pretende esta tese: investigar como as situações que chamar-se-iam de técno-didáticas – situações didáticas que acontecem em ambientes informatizados – podem favorecer a superação das dificuldades presentes no processo de aprendizagem da geometria (GRAVINA, 2001, p. 5).

2.3 AMBIENTE DE REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES DE ENSINO

As atividades de ensino que apresentamos neste trabalho foram realizadas nos dias 22 e 24 de junho de 2015, na cidade de Esteio, RS, numa turma do 1º ano da Escola de Ensino Médio Bernardo Vieira de Melo, localizada na região central. A turma é composta por 26 alunos, sendo 14 meninos e 12 meninas, com idade média de 14 anos. Os dois encontros ocorreram no laboratório de informática da escola que é composto por 20 máquinas com sistema operacional Linux. Para auxiliar no trabalho, foi utilizado um projetor multimídia para apresentar o programa GeoGebra e seu funcionamento.

Figura 1: Alunos transcrevendo os resultados observados na resolução das atividades.

2.4 DESCRIÇÃO DA PROPOSTA DE ENSINO

2.4.1 Primeiro dia de aula no laboratório de informática

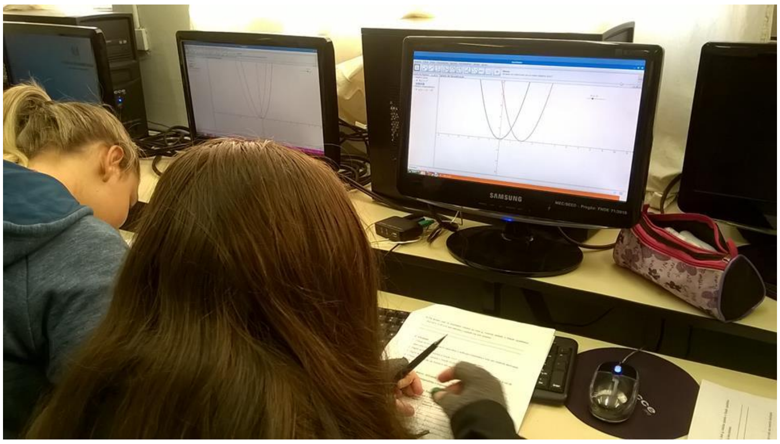
Na primeira aula no laboratório de informática, foi apresentado o programa GeoGebra, suas principais ferramentas e as janelas algébrica e geométrica. Também foi entregue aos alunos uma folha com atividades envolvendo comportamento do gráfico da função quadrática, que foram realizadas durante a aula. Foi explicado que as atividades foram desenvolvidas para que eles pudessem construir seu conhecimento ao realizá-las, obtendo uma base conceitual sólida através das investigações propostas, o que provavelmente facilitará a aprendizagem do conteúdo a trabalhado em sala de aula.

Na concepção da sequência de atividades, buscou-se proporcionar ao aluno a postura de ser o agente produtor de seus conceitos através da manipulação e investigação de características similares entre parábolas de uma mesma família. Assim cada uma das atividades propostas têm um objetivo específico bem definido.

Após apresentação do GeoGebra e entrega do material para os alunos, iniciamos a primeira atividade, apresentada a seguir. Nesta atividade, através da simples manipulação dos valores dos coeficientes da função quadrática, o aluno pôde observar o comportamento do gráfico desta função.

A atividade começa explorando a relação entre o coeficiente ***a*** da função $f(x)= ax^2 + bx + c$ e a concavidade da parábola, que será voltada para baixo se o coeficiente ***a*** assumir valores negativos e voltada para cima se ***a*** assumir valores positivos. Procura-se, também, que os alunos observem a necessidade do coeficiente ***a*** ser não nulo para termos uma função quadrática. Com a realização da atividade espera-se que os alunos concluam que a concavidade do gráfico pode ser determinada apenas pela simples observação do coeficiente ***a***.

A atividade também requer a manipulação dos valores do coeficiente ***c***. Espera-se que os alunos visualizem que o coeficiente **c** da função f é a ordenada do ponto em que o gráfico da função intercepta o eixo das ordenadas.



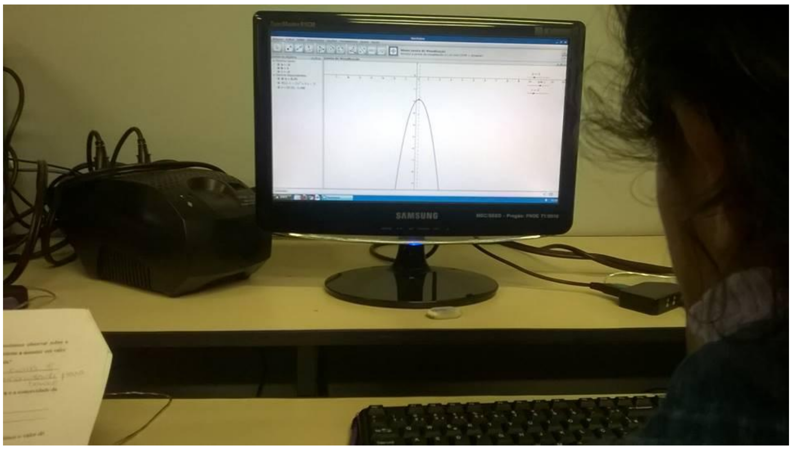


Figura 1 e 2: Alunos trabalhando com o uso do programa GeoGebra.

Material entregue para os alunos:

E.E. de Ensino Médio Bernardo Vieira de Mello

Função Quadrática

Professor: José Guilherme Heinen

Aluno: ______________________________________ Turma: ______ Data: ___/___/___

1ª Atividade

- Clique no ícone Educativo para abrir o software Geog*ebra*;
- Crie um controle deslizante, procurando no menu o botão e escolhendo os valores de acionamento do movimento para os coeficientes **a**, **b** e **c**;
- Digite na barra de entrada a função **f(x)=a*x^2+b*x+c** e clique em enter;
- Digite na barra de entrada, Extremo [f] e clique em enter. Aparecerá um ponto que será o vértice da parábola;
- No menu, clique em reta perpendicular, depois clique no ponto de vértice e sobre o eixo x. A reta que aparecerá é o eixo da parábola, que mostra a simetria da curva;
- Clique com o botão da direita sobre o eixo de simetria, em seguida clique em propriedades e selecione tracejado;

Utilizando o GeoGebra para manipular os valores de a, b e c da função quadrática, responda:

a) O que ocorre no gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ quando variamos o valor do coeficiente **a**?

Coeficiente **a**	O gráfico é uma reta ou uma parábola? A parábola tem concavidade para cima ou para baixo?
a = 5	
a = 3	
a = 0	
a = -2	

b) O que ocorre com o gráfico da função f(x) se **a** = 0? Dê uma condição para a função f(x) ser quadrática.

____

____

c) Quando o coeficiente **a** assume um valor positivo, o que podemos observar sobre a concavidade da parábola, no gráfico da função f? E se o coeficiente **a** assumir um valor negativo, o que se pode observar sobre a concavidade da parábola?

____

____

d) Utilizando o item ***c***, apresente a relação entre o sinal do coeficiente **a** e a concavidade da parábola.

____

____

e) O que ocorre com a abertura da parábola quando aumentamos ou diminuímos o valor do coeficiente **a**, mantendo o seu sinal?

____

____

f) O que ocorre no gráfico da função $y = ax^2+bx+c$ quando variamos o valor do coeficiente **c**?

Coeficiente **c**	Em que ponto o gráfico intercepta o eixo das ordenadas?
c = 4	
c = 1	
c = 0	
c = -3	

g) Construa o gráfico da função $y=ax^2+bx+c$, utilizando os valores indicados para os coeficientes. Em cada caso, determine o mínimo ou máximo da função

Coeficientes	A função tem máximo ou tem mínimo? Qual o valor?
a=-1 ; b= 2 e c = 1	
a=-2 ; b= 0 e c = 3	
a= 1 ; b= -2 e c = 3	
a= 2 ; b= -2 e c = -2	

h) De acordo com os resultados obtidos no item g, conclua quando a função quadrática $f(x)= ax^2 + bx + c$ tem máximo e quando ela tem mínimo.

2.4.2 Segundo dia de aula no laboratório de informática

Dando prosseguimento aos trabalhos sobre função quadrática com o uso do programa GeoGebra, os alunos receberam uma folha com duas atividades que foram realizadas durante a aula.

A **2ª Atividade**, os alunos devem construir gráficos de funções quadráticas buscando estudar a translação vertical da parábola quando relacionamos e comparamos as funções $f(x) = x^2$ e $f(x) = x^2 + k$ para diferentes valores de $\boldsymbol{k}$.

Nesta atividade, deverá ser manipulado o valor da variável $\boldsymbol{k}$ e, espera-se que o aluno observe que a parábola, gráfico da função $f(x)=x^2$, sofre um deslocamento vertical para cima quando $\boldsymbol{k}$ é positivo e um deslocamento para baixo quando $\boldsymbol{k}$ é negativo.

Observando os gráficos, o aluno também deverá observar o deslocamento do vértice sobre o eixo das ordenadas.

Material entregue para os alunos:

E.E. de Ensino Médio Bernardo Vieira de Mello

Função Quadrática

Professor: José Guilherme Heinen

Aluno: ______________________________________ Turma: ______ Data: ___/___/___

3ª atividade

1. Clique no ícone Educativo para abrir o software GeoGebra e crie um controle deslizante para uma variável k;
2. Digite na barra de entrada a função f(x)= x^2 e clique em enter;
3. Digite na barra de entrada a função f(x)= x^2 + k e clique enter;
4. Clique com o botão da direita e, em seguida clique em propriedades e selecione a cor de cada uma.

Nos exercícios abaixo, utilizando diferentes valores de k, observe o que acontece com o gráfico da função correspondente e responda as perguntas, justificando as respostas.

a) Comparando o gráfico da função $f(x) = x^2 + k$ com o gráfico da função $f(x) = x^2$, o que ocorre quando variamos o valor de k ?

Valor de k	Lei da função	Houve deslocamento da parábola? Para cima ou para baixo? Quantas unidades?
k = 0	$f(x) = x^2$	
k = 1	$f(x) = x^2 + 1$	
k = 2	$f(x) = x^2 +2$	
k = -1	$f(x) = x^2 - 1$	
K = -2	$f(x) = x^2 - 2$	

b) Conforme pode ser observado na tabela acima, o gráfico da função $f(x) = x^2 + k$, onde k é positivo, é uma translação do gráfico da função $f(x) = x^2$? Em qual direção e sentido? De quantas unidades?

____

____

____

c) Conforme pode ser observado na tabela acima, o gráfico da função $f(x) = x^2 - k$, onde k é negativo, é uma translação do gráfico da função $f(x) = x^2$? Em qual direção e sentido? De quantas unidades?

____

____

____

d) Com relação ao gráfico da função $f(x)=x^2+k$, o que podemos observar sobre as coordenadas do vértice da parábola quando alteramos o valor de k?

____

____

____

A **3ª atividade**, que apresentamos abaixo, procura comparar os gráficos das funções $f(x)=x^2$ e $f(x) = (x+h)^2$ para diferentes valores de h. Na resolução das questões elaboradas, o aluno deve manipular o valor da variável ***h*** e, espera-se que ele conclua que a parábola da função $f(x)=x^2$, sofre um deslocamento horizontal para a esquerda quando ***h*** é positivo e para direita quando ***h*** é negativo.

Construindo os gráficos, o aluno também deverá observar o deslocamento do vértice sobre o eixo das abscissas.

Material entregue para os alunos:

E.E. de Ensino Médio Bernardo Vieira de Mello

Função Quadrática

Professor: José Guilherme Heinen

Aluno: ______________________________________ Turma: ______ Data: ___/___/___

3ª Atividade

1. Clique no ícone Educativo para abrir o software GeoGebra e crie um controle deslizante para uma variável h;
2. Digite na barra de entrada a função f(x)= x^2 e clique em enter;
3. Digite na barra de entrada a função f(x)= (x+h)^2 e clique enter;
4. Clique com o botão da direita sobre a função f(x)= x^2 e, em seguida clique em propriedades selecionando uma cor. Depois repita o procedimento para a função f(x)= (x+h)^2.

Nos exercícios abaixo, utilizando diferentes valores de h, observe o que acontece com o gráfico da função correspondente e responda as perguntas, justificando as respostas.

a) Comparando o gráfico da função $f(x) = (x + h)^2$ com o gráfico da função $f(x) = x^2$, o que ocorre quando variamos o valor de h ?

Valor de h	Lei da função	Houve deslocamento da parábola? Para direita ou para esquerda? Quantas unidades?
h = 0	$f(x) = x^2$	
h = 1	$f(x) = (x+1)^2$	
h = 2	$f(x) = (x+2)^2$	
h = -1	$f(x) = (x-1)^2$	
h = -2	$f(x) = (x-2)^2$	

b) Conforme pode ser observado na tabela acima, o gráfico da função $f(x) = (x + h)^2$, onde h é positivo, é uma translação do gráfico da função $f(x) = x^2$? Em qual direção e sentido? De quantas unidades?

____

____

c) Conforme pode ser observado na tabela anterior, o gráfico da função $f(x) = (x - h)^2$, onde h é negativo, é uma translação do gráfico da função $f(x) = x^2$? Em qual direção e sentido? De quantas unidades?

____

____

d) Com relação ao gráfico da função $f(x) = (x + h)^2$, o que podemos observar sobre as coordenadas do vértice da parábola quando alteramos o valor de h?

____

____

e) Em que ponto o gráfico da função $f(x) = (x + h)^2$ corta o eixo das ordenadas?

____

____

2.5 ANÁLISE DAS AULAS

Primeiramente coloque que esta matéria foi apresentada aos alunos diretamente com o uso do programa GeoGebra, sem antes ter falado sobre o conteúdo na sala de aula de forma tradicional.

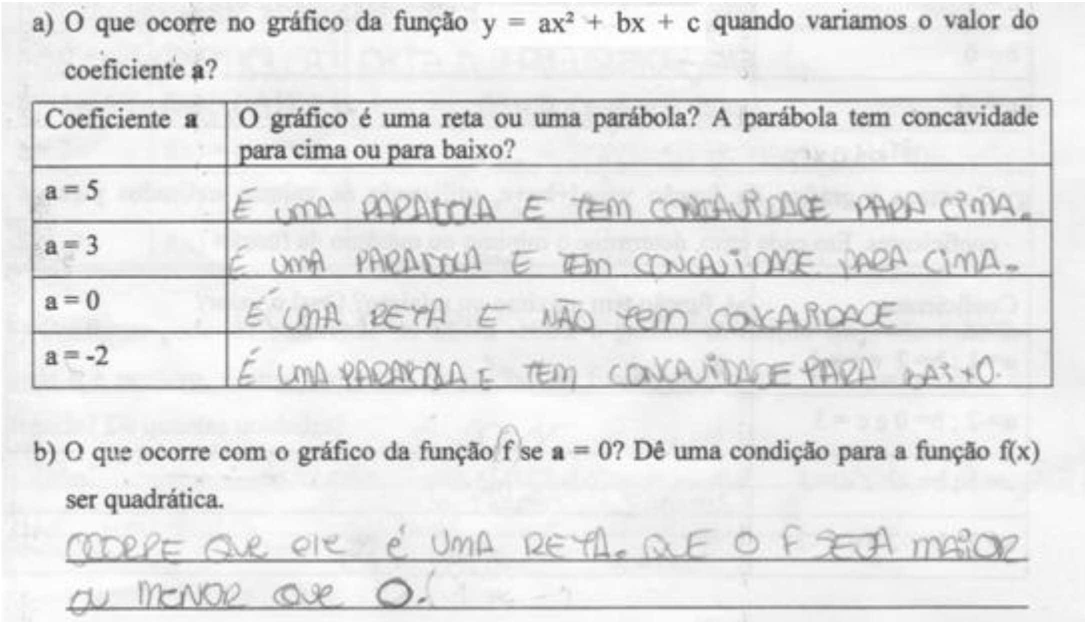
As aulas foram realizadas e seguiram o planejamento da seção anterior dentro do prazo estipulado, atendendo as expectativas.

No início da primeira aula, quando conversei com os alunos que iríamos estudar a função quadrática no laboratório de informática, eles ficaram empolgados, pois pensaram que iriam pesquisar na internet o assunto. Quando viram que não pesquisariam na internet e, que teriam de responder questões, não gostaram, pois era um trabalho que envolvia atenção e raciocínio.

Durante a realização das atividades, os alunos pareciam inseguros, a ponto de perguntarem se estava certo o que respondiam para cada uma das questões apresentadas. Algumas perguntas como concavidade e eixo das ordenadas, respondi a eles para que pudessem ter noção das respostas.

Orientei-os para que observassem o que ocorria com a parábola na tela do computador quando alteravam o valor dos coeficientes e transcrevessem o que observavam para as respostas. Notei, pelos comentários dos alunos, que eles entendiam corretamente, mas tinham dificuldade em transcrever para o papel as respostas.

Podemos observar nas figuras abaixo, algumas das respostas dadas pelos alunos:



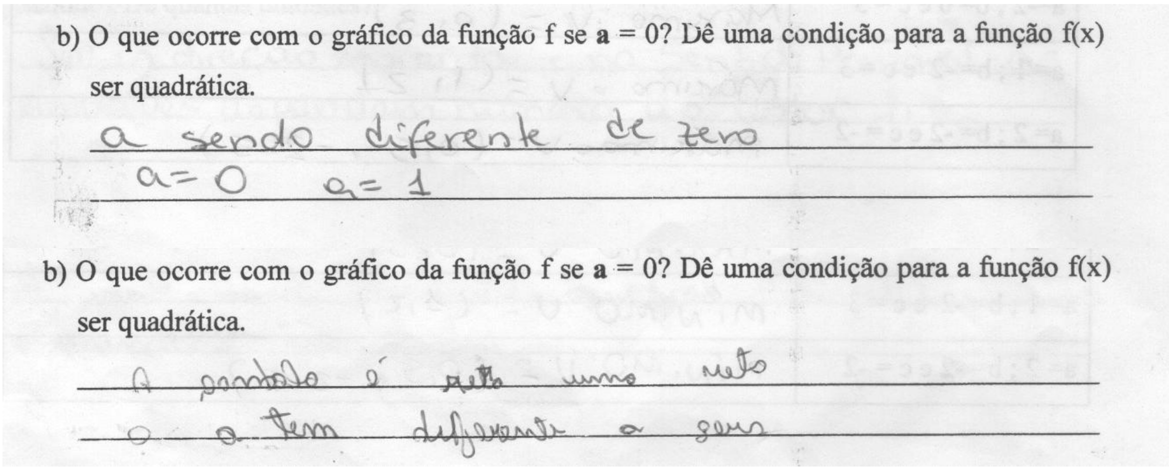
a) O que ocorre no gráfico da função y = ax² + bx + c quando variamos o valor do coeficiente **a**?

Coeficiente **a**	O gráfico é uma reta ou uma parábola? A parábola tem concavidade para cima ou para baixo?
a = 5	É UMA PARÁBOLA E TEM CONCAVIDADE PARA CIMA.
a = 3	É UMA PARÁBOLA E TEM CONCAVIDADE PARA CIMA.
a = 0	É UMA RETA E NÃO TEM CONCAVIDADE
a = -2	É UMA PARÁBOLA E TEM CONCAVIDADE PARA BAIXO.

b) O que ocorre com o gráfico da função f se **a** = 0? Dê uma condição para a função f(x) ser quadrática.

OCORRE QUE ELE É UMA RETA. QUE O F SEJA MAIOR OU MENOR QUE 0.

Figura 3: resposta com interpretação correta, mas colocou f em vez de a.



b) O que ocorre com o gráfico da função f se **a** = 0? Dê uma condição para a função f(x) ser quadrática.

a sendo diferente de zero

a= 0 a= 1

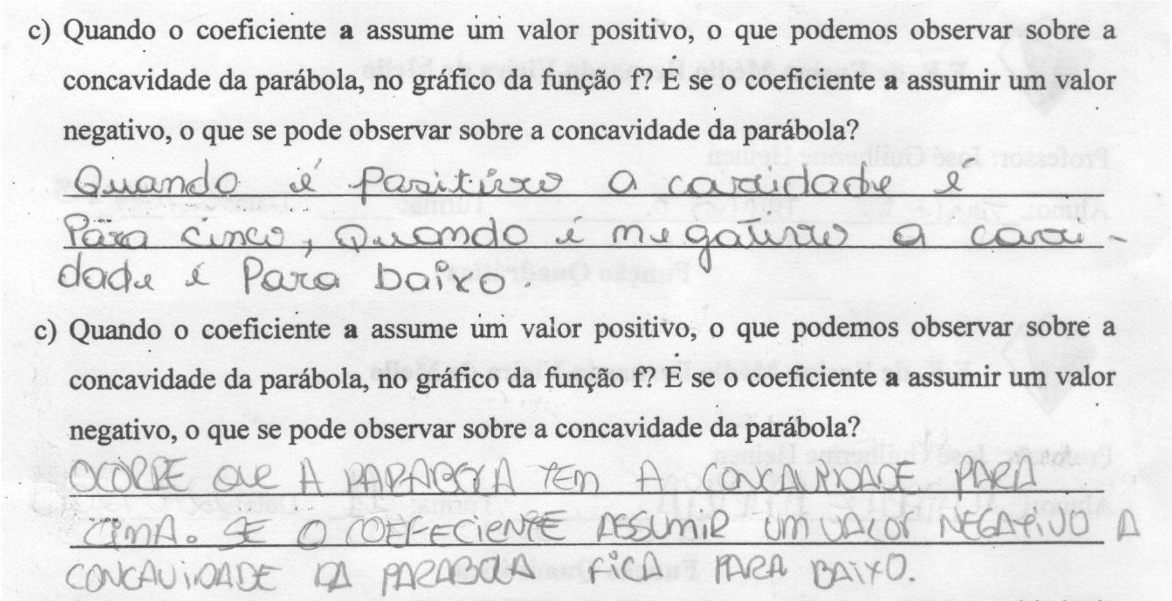
b) O que ocorre com o gráfico da função f se **a** = 0? Dê uma condição para a função f(x) ser quadrática.

A parábola é reta uma reta

o a tem diferente a zero

Figura 4: respostas confusas de alunos diferentes para mesma pergunta

Entretanto em geral o resultado foi satisfatório. Por exemplo, as respostas do item c mostraram que os alunos entenderam que o sinal do coeficiente **a** determina se a concavidade do gráfico é voltada para baixo ou para cima, como podemos ver na figura 5 abaixo.


c) Quando o coeficiente **a** assume um valor positivo, o que podemos observar sobre a concavidade da parábola, no gráfico da função f? E se o coeficiente **a** assumir um valor negativo, o que se pode observar sobre a concavidade da parábola?

Quando é Positivo a cavidade é Para cima, Quando é negativo a cavi-dade é Para baixo.

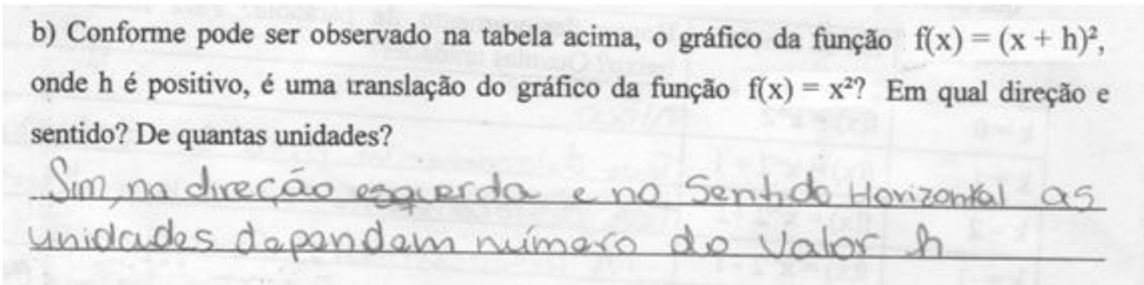
c) Quando o coeficiente **a** assume um valor positivo, o que podemos observar sobre a concavidade da parábola, no gráfico da função f? E se o coeficiente **a** assumir um valor negativo, o que se pode observar sobre a concavidade da parábola?

OCORRE QUE A PARABOLA TEM A CONCAVIDADE PARA CIMA. SE O COEFECIENTE ASSUMIR UM VALOR NEGATIVO A CONCAVIDADE DA PARABOLA FICA PARA BAIXO.

Figura 5: respostas coerente com a pergunta

No segundo dia de aula, já ambientados com o programa Geogebra trabalharam melhor. Estavam mais participativos e independentes na realização das tarefas.

Abaixo segue resposta de um aluno para um item da segunda atividade e a transcrição de um diálogo:


b) Conforme pode ser observado na tabela acima, o gráfico da função $f(x) = (x + h)^2$, onde h é positivo, é uma translação do gráfico da função $f(x) = x^2$? Em qual direção e sentido? De quantas unidades?

Sim, na direção esquerda e no Sentido Horizontal as unidades dependem número do Valor h

Figura 6: resposta construída depois do diálogo abaixo

Aluno: “Quantas unidades? Como vou saber?”

Professor: “É um valor. Em que posição a parábola pára?”

Aluno: “A unidade é o dois?”

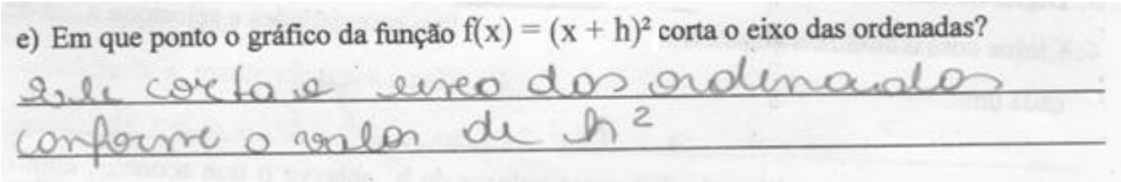
Professor: “Porque o dois? É só o dois a unidade? Teria outra unidade? O que acontece quando mexe no controle deslizante h?”

Aluno: “Muda de posição a parábola. Ah! Então a unidade é o valor que eu deixo o h.”

Professor: “Isso!”

Outro aluno: “Então o valor da unidade de deslocamento depende do valor de h.”

Abaixo descrição de outra resposta de um aluno para um item através do diálogo.


e) Em que ponto o gráfico da função $f(x) = (x + h)^2$ corta o eixo das ordenadas?

Ele corta o eixo dos ordenados conforme o valor de h^2

Figura 7: resposta construída pelo diálogo

Aluno: “O que é ordenada?”

Professor: “Corresponde ao eixo y do plano cartesiano.”

Aluno: “Como vou saber o valor?”

Professor: “Determine o valor de h=1 e observe onde a parábola intercepta o eixo y. depois altere o valor de h para 2, 3 e 4.”

Aluno: “Ah! Quando deixo h=1, corta no 1. Quando deixo no dois corta no 4 e no três corta no nove.”

Professor: “Repare aqui no quadro. Olhe os valores que me disseste. Que relação podemos fazer entre os valores de h e onde corta o eixo y? Onde corta o eixo y se deixar o h=4?”

Aluno: Analisando, respondeu sem olhar na tela do computador: “corta no 16”. Então confirmou no gráfico. Alterando o valor de h para cinco, observou que cortava no 25, dizendo “Corta o eixo y conforme o valor de h ao quadrado.”

Finalizando, observo que comparando o desempenho dos alunos quanto ao estudo da função quadrática, nas quatro turmas de primeiro ano que eu trabalho, a turma que trabalhou a função quadrática no laboratório com uso do programa GeoGebra conseguiu relacionar e entender muito melhor o tema abordado, do que aos alunos das outras turmas, que tiveram o assunto abordado de forma tradicional, com uso de quadro e livro didático.

Assim, acredito que a experiência foi positiva e atingiu os objetivos propostos.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, tratamos do ensino da função quadrática com uso do GeoGebra, para que através da geometria dinâmica os alunos pudessem descobrir e apropriar-se de propriedades gráficas desta função. Pela experiência didática, no decorrer dos anos de ensino, e por uma revisão bibliográfica de acordo com PCNEM a respeito do assunto, pode-se constatar que os alunos não associam a lei da função quadrática com o seu gráfico, o que motivou-nos na realização desta proposta de experiência.

Sendo o GeoGebra um programa que tem como característica trabalhar simultaneamente a álgebra e a geometria, fornecendo-nos recursos dinâmicos que permitem dar movimentos aos objetos matemáticos representados geometricamente, sejam estes, pontos, retas, polígonos ou gráficos de funções. Ao elaborarmos a presente proposta de ensino, ficamos animados com a forma de poder desenvolver certos conteúdos matemáticos, com o uso deste programa.

Nossa expectativa foi satisfeita ao constatarmos que os alunos que participaram das aulas no laboratório de informática, compreenderam o conteúdo com mais facilidade, quando abordado posteriormente em sala de aula, do que outras turmas que não tiveram a possibilidade de trabalhar com o GeoGebra.

Com isso, reforçamos nossa crença sobre a potencialidade da forma de ensino que faz uso de recursos tecnológicos. Podemos usar ferramentas computacionais para dar uma maior interação entre o aluno e o conteúdo, utilizando programas que permitem a criação de atividades que coloquem o aluno a agir sobre o assunto a ser aprendido, delineando caminhos que favoreçam a apropriação do conhecimento, além de utilizar algo tão presente em suas vidas e que alguns, tanto gostam, que é o computador. Acreditamos que, a utilização da tecnologia no ensino transmite ao aluno um convite a aprender e a nós professores, a refletir sobre a criação de propostas pedagógicas que utilizem recursos digitais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GRAVINA, Maria Alice; **BÚRIGO**, Elisabete Zardo; **BASSO**, Marcus Vinicius de Azevedo; **GARCIA**, Vera Clotilde Vanzetto (Org.). **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática.** Porto Alegre: Evangraf, 2012.

BRASIL. MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: MEC, 1999.

_____ . **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**; volume 2. **Ciências da Natureza, matemática e suas tecnologias/ Secretaria de Educação Básica**. - Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2008.

GRAVINA, Maria Alice. ***Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo*.** Tese(Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática naEducação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. Disponível em <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática – Contexto e Aplicações.** 2. ed. Vol. 1.- São Paulo: Editora Ática, 2014.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo Olhar - Matemática: 1**. 2. ed.- São Paulo: FTD, 2013.

ANEXO 1 - Conceitos Básicos de Função Quadrática

Os conceitos que apresentamos aqui podem ser encontramos em SOUZA (2013. p.115) e DANTE (2013, p.103), estudando função quadrática, a define como "A função f: IR→IR, que a todo número x ∈ IR associa o número $\mathbf{ax^2 + bx + c}$, onde **a**, **b** e **c** são números reais e **a** ≠ 0, é denominada função quadrática."

1.Gráfico

O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada **parábola**.

Toda parábola possui um eixo de simetria, que a intercepta em um único ponto, denominado **vértice** da parábola. O eixo de simetria da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ é a reta vertical de equação $x = \frac{-b}{2a}$ e o vértice é o ponto de coordenadas $V = (\frac{-b}{2a} ; \frac{-\Delta}{4a})$, onde $\Delta = b^2 - 4.a.c$.

Por exemplo, no caso da função $f(x) = x^2$, cujo gráfico é apresentado na figura 1 abaixo, o eixo de simetria coincide com o eixo y e seu vértice possui coordenadas (0, 0).

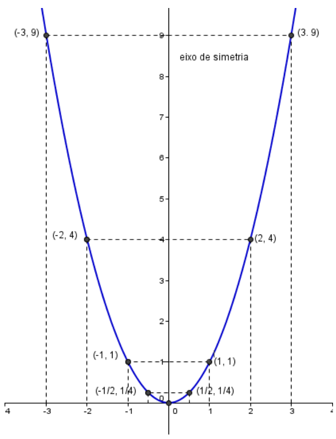
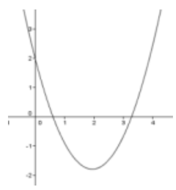


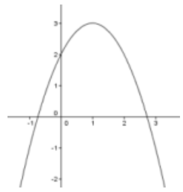
Figura 1

Analisando os coeficientes de uma função quadrática, podemos obter informações que nos auxiliam a esboçar o gráfico dessa função. Pelo coeficiente **a** da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos verificar se a parábola que a representa, possui concavidade para baixo ou para cima, bem como a sua "abertura". Temos que:

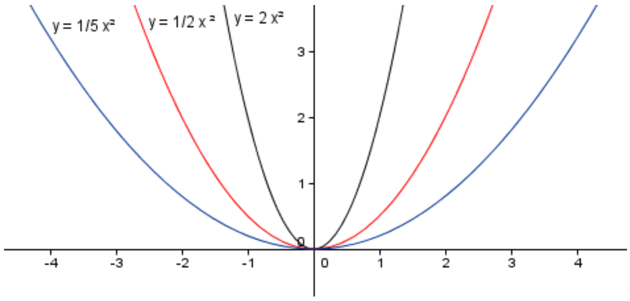
se **a** > **0**, a parábola tem a concavidade voltada para cima;



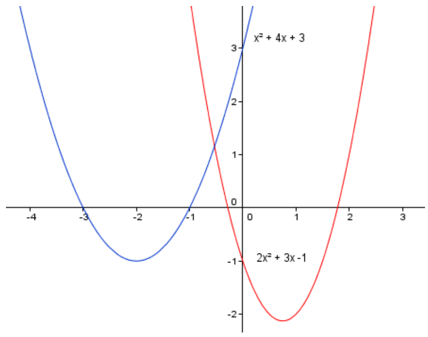
se **a < 0**, a parábola tem a concavidade voltada para baixo;



Quanto **menor** for o valor absoluto do coeficiente ***a*, maior** será a abertura da concavidade.



O coeficiente **c** da função quadrática corresponde à ordenada do ponto em que a parábola, gráfico da função, intercepta o eixo y.



2. Raízes

As raízes (os zeros) da função quadrática, são todos os valores de $x \in IR$, tais que, f(x) = 0 e que, graficamente, as raízes correspondem às abscissas dos pontos em que o gráfico intercepta o eixo x.

De acordo com os coeficientes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos três casos possíveis para os valores de $\Delta = b^2 - 4.a.c$

2.1 Δ>0

Neste caso a equação $ax^2 + bx + c = 0$ possui duas raízes reais e distintas, x_1 e x_2, logo o gráfico de f intercepta o eixo x nos pontos de coordenadas $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$.

2.2 $\Delta = 0$

Neste caso a equação $ax^2 + bx + c = 0$ possui duas raízes reais e iguais, $x_1 = x_2$, logo o gráfico de f intercepta o eixo x em um único ponto, de abscissa $x_1 = x_2$ e ordenada 0.

2.3 $\Delta < 0$.

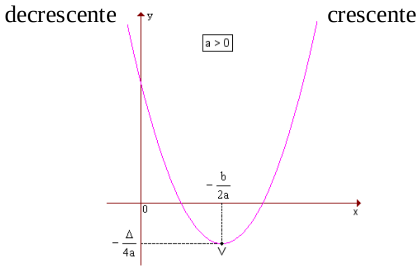
Neste caso a equação $ax^2 + bx + c = 0$ não possui raízes reais, e o gráfico de f não intercepta o eixo x.

3. Extremos absolutos

A determinação do vértice da parábola ajuda na construção do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como o ponto de máximo ou ponto de mínimo dessa função.

Se uma função quadrática é crescente à direita de seu vértice, então ela será decrescente à esquerda desse ponto, e vice-versa, dependendo da concavidade da parábola. Vejamos pelo gráfico:

- Quando **a > 0**, a parábola tem concavidade voltada para cima e seu ponto de mínimo é o vértice. Neste caso a imagem da função é o intervalo $[\frac{-\Delta}{4a}; +\infty)$.



- Quando **a < 0**, a parábola tem concavidade voltada para baixo e seu ponto de máximo é o vértice. Neste caso a imagem da função é o intervalo $(-\infty; \frac{-\Delta}{4a}]$.