

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA

Diovana Brambila Rockenbach
diovanarockenbach@ibest.com.br
Polo Novo Hamburgo.

Cleber Bisognin
cbisognin@ufrgs.br
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS.

Resumo:

A partir da reflexão sobre o estudo da geometria em sala de aula e análise da abordagem feita pelos livros didáticos podemos verificar que a mesma tem sido apresentada de uma maneira vaga e tediosa, já que por sua vez as questões geométricas costumam surgir de forma natural e espontânea, pois existem várias situações-problemas ligadas ao nosso cotidiano que favorecem o desenvolvimento da capacidade de argumentação, de construir conceitos, fazendo com que o aluno se aproprie da construção do seu próprio conhecimento. A Geometria torna a leitura interpretativa do mundo mais completa, a comunicação das ideias se amplia e a visão de Matemática torna-se fácil de entender (NETO, 2007).

A partir desse estudo venho apresentar uma sequência didática que possui como principal objetivo uma proposta de ensino do conceito de área através da decomposição e composição de figuras, em um ambiente de geometria dinâmica, realizada em uma turma do 7^a ano no Colégio Adventista de Viamão.

Palavras-chave: Geometria; Sequência didática; Geometria dinâmica.

1. Introdução:

Baseada na minha experiência como professora de Matemática em escola pública e particular fui capaz de observar ao longo dos anos a dificuldade de aprendizado dos alunos em relação ao estudo da geometria, conseqüentemente levando ao fracasso e a rejeição aos

conteúdos matemáticos. Em contrapartida podemos também observar os avanços tecnológicos. Mas, enquanto os alunos a cada ano traziam para a sala de aulas esses novos recursos, a escola estava andando na contramão de toda essa inovação.

A partir dessas análises e constatações podemos verificar que existe uma urgência em renovar o ambiente escolar e tornar nossas aulas mais dinâmicas com o auxílio das mídias digitais. Através de *softwares* matemáticos os alunos são desafiados e começam a se livrar dos bloqueios apresentados. Muitos temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la.

Para isso o presente trabalho apresenta um relato sobre a aplicação do *software* GeoGebra na construção do conhecimento e definição do que é área, a partir da decomposição e composição de figuras. Este tema foi escolhido diante da inquietação de muitos alunos do Ensino Médio em relação ao ENEM e ao vestibular, surgindo o seguinte questionamento – Professora como vou lembrar todas essas fórmulas? Neste momento comecei a me questionar e refletir sobre a minha prática pedagógica, onde estava à falha, estávamos ensinando geometria ou “jogando” um monte de fórmulas prontas sem significado?

O primeiro passo foi partir do início do problema, analisar os conceitos trabalhados nas séries finais do Ensino Fundamental, como eram realizadas as práticas pedagógicas, o que diziam os livros didáticos, como é definido o conceito de área para os alunos?

A partir dessas inquietações pude verificar que quando estudamos os conceitos de área de figuras planas, imediatamente nos dirigimos para as fórmulas dos cálculos a serem trabalhados. Esquecemos que muitas vezes, numa situação do cotidiano do aluno, muitos deles, ou alguém muito próximo já determinou a área de um piso, de uma parede, sem sequer ter ouvido falar em uma relação matemática pronta e modelada para aquela situação, lembrando também que muitos profissionais desta área, muitas vezes, nem frequentaram a escola. Observando essa realidade e o que os livros didáticos apresentam, chegamos ao seguinte questionamento: a introdução do conteúdo de área de figuras planas deve iniciar através de formulários para a resolução dos problemas?

De acordo com estudos teóricos, como Baltar (1996), Baturó e Nason (1996) (apud TELES 2007,p.1) entre outros, é reforçada a necessidade de aprofundar o papel das fórmulas na aprendizagem do conceito de área. Para isso devemos demonstrar a construção do “*significado*” das fórmulas.

Para que as fórmulas tenham um verdadeiro significado, devem-se iniciar as definições de área a partir da resolução de problemas para a construção do conhecimento matemático, para a obtenção de relações que façam sentido e não somente uma forma mecânica de se resolver exercícios. Estes questionamentos nos conduziram a olhar a fórmula como um “*conceito*”, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990).

A partir dessa ótica devemos nos focar na definição clara de área, onde o aluno é o autor do seu conhecimento e a fórmula torna-se a escrita matemática de um “*conceito*”, passando agora a ter significado, deixando de ser apenas um ato de memorização. Para isso partiremos da construção do que é área a partir da composição e decomposição de figuras utilizando de uma unidade de medida pré-estabelecida, pois quando um pedreiro deseja colocar o piso em um cômodo da casa, ele determina a quantidade necessária de peças a serem utilizadas, ou seja, determina a área do piso daquele cômodo.

Dentre as figuras geométricas planas, temos o retângulo, o quadrado, o paralelogramo e o triângulo, que são figuras frequentes na modelagem do mundo físico e básicas nas abordagens escolares. Estas figuras podem ser utilizadas na decomposição e recomposição de figuras para construção dos significados das fórmulas de área. Nas atividades trabalhadas foram utilizadas apenas o quadrado e o triângulo como unidades de áreas conhecidas.

De acordo com Gerard e Roegiers (1998, apud TELES,2006,p.3), um livro didático pode desempenhar diferentes funções, que variam de acordo com o contexto em que o livro é elaborado, o utilizador e a disciplina. Para o aluno, um livro didático pode preencher determinadas funções ligadas à aprendizagem: transmissão de conhecimentos, desenvolvimento de capacidades e de competências, consolidação e avaliação das aquisições. Com relação ao professor, são funções de formação: informação científica e geral, formação pedagógica, ajuda nas aprendizagens e na gestão das aulas. Para isso a escolha correta do material didático é muito importante, pois de acordo com a proposta a ser trabalhada, o livro didático deve apresentar uma prática que leve o aluno a construir o seu próprio conhecimento.

Podemos verificar que em relação à introdução do conceito de área alguns livros didáticos apresentam diretamente as fórmulas, sem significado e todos os livros analisados nenhum apresentou uma proposta utilizando tecnologia. Nos dias de hoje, onde a tecnologia está muito presente em nossas vidas, ainda não está presente na realidade escolar e não faz parte da rotina de sala de aula. Muitas pesquisas realizadas na área da

educação revelam a informática como recurso pedagógico que contribui para o processo de ensino-aprendizado do aluno.

A utilização de tecnologias em sala de aula auxilia a construção do pensamento matemático, a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica proporciona ao aluno a visualização e a elaboração de soluções para resolver os problemas propostos, sem ter que “*escolher*” a melhor fórmula, mas construindo saberes matemático. Nesta pesquisa, trabalhamos com o *software* GeoGebra por ser uma excelente ferramenta para a construção do conhecimento matemático, composto por ferramentas que permitem construir figuras geométricas desde as mais simples até às mais complexas, sendo composto por uma interface bem apresentável e didática. Com suas infinitas possibilidades, permite ao professor discorrer temas importantes da geometria. Sendo assim, o GeoGebra é muito útil em sala de aula, tornando as aulas mais dinâmicas, prazerosas e deixando mais concreto os resultados matemáticos.

Conforme o provérbio chinês, “O aluno ouve e esquece, vê e se lembra, mas só compreende quando faz”, logo podemos verificar que a utilização da informática em sala de aula colabora na construção do conhecimento matemático e na resolução de problemas.

2. Análises Prévias:

Estas análises foram avaliadas a partir de uma ótica utilizando três dimensões que nortearão todo o estudo: uma dimensão epistemológica, uma dimensão didática e uma dimensão cognitiva. Como base desses estudos iremos nos guiar por dois objetivos do Ensino Fundamental das séries finais, de acordo com os PCNs (1998): “Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos” e “Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação”.

Ainda de acordo com os estudos da Teoria dos Campos Conceituais, vimos de acordo com Moreira (2002) que esta teoria pode lidar com o desenvolvimento cognitivo e com a aprendizagem, levando em consideração os próprios conteúdos do conhecimento e a análise conceitual do seu domínio.

2.1. Dimensões Epistemológicas:

O entendimento das maneiras de ocupação do espaço, localização e visualização, bem como o deslocamento de objetos nesse espaço são competências de caráter geométrico que o ser humano necessita utilizar cotidianamente. Os saberes relacionados à geometria desenvolvem competências que facilitam a convivência dos sujeitos no espaço bem como a sua interpretação. Porém dados estatísticos das avaliações oficiais de desempenho de estudantes revelam que eles encontram dificuldades nesse campo do saber matemático. Diferentes estudos tentam explicar esse fracasso e contribuir para uma melhoria desses indicadores.

Setti e Cifuentes (2003, apud CARDOSO 2012,p.3) destacam que os problemas relacionados à aprendizagem em matemática podem estar relacionados aos chamados obstáculos epistemológicos. Dessa maneira, podemos interpretar que o processo de construção do conhecimento científico ocorre, geralmente, por meio da rejeição dos conhecimentos anteriores, o que defronta com obstáculos. Estes, não se configuram pelo não conhecimento, mas são conhecimentos de outros tempos, que não incorporam novas concepções o que ameaçaria o equilíbrio intelectual de quem detém ou construiu o conhecimento. Dessa maneira, Bachelard (2005) aponta que é necessária uma constante mobilização do conhecimento científico de modo a transformar conhecimentos estáticos em conhecimentos abertos e adequados ao meio empírico, garantindo a evolução dos conhecimentos.

Um dos objetivos do estudo da epistemologia genética é explicar o desenvolvimento humano e sua formação mental. O biólogo Jean Piaget elaborou o seu trabalho para a compreensão da evolução da inteligência humana. Para Piaget (1995) a criança constrói seu conhecimento por meio de uma experimentação ativa, ou seja, ela experimenta os objetos sem formar conceitos, pois estes só apareceram mais tarde. Sendo assim, Piaget defende dois tipos de experiência: a experiência física e a lógica-matemática. A Epistemologia Genética nos fornece a compreensão das operações lógicas gerais e das estruturas gerais do pensamento, o que nos permite entender o modo pelo qual um dado conhecimento pode ser internalizado pelo sujeito.

Para Vergnaud, o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio,

por parte do aprendiz, vai acontecendo ao longo de um extenso período de tempo, por meio da experiência, maturidade e aprendizagem (MOREIRA, 2002). Esses campos conceituais são recortes do mundo físico com um forte componente cultural associado. Vergnaud define como campo conceitual:

Um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. (apud MOREIRA, 2002,p.16)

2.2. Dimensões Cognitivas:

Considera-se que um dos principais meios de se construir o pensamento geométrico são as atividades geométricas. Estas estimulam o raciocínio lógico, o desenvolvimento de estratégias para solucionar problemas e proporcionar contextos que desenvolvem as habilidades do estudo da Geometria Plana no estudo de áreas de figuras.

No entanto, estudos realizados por Perez (1991) e Pavanello (1989, 1993), (apud SILVA 2013, p.60) afirmam que, mesmo a Geometria propiciando o desenvolvimento das capacidades cognitivas fundamentais nos estudantes e, estando presente na grade curricular de todas as escolas, ela não vem sendo abordada adequadamente nas salas de aula.

De acordo com o comentário de Souza (1999, apud SILVA 2013, p.60) “o ensino de Geometria comparado com o de outras partes da Matemática ainda é muito ausente das salas de aula, tanto na escola elementar, quanto ao longo de todo o Ensino Fundamental e Médio”. Essa situação se observa no dia a dia escolar.

Entende-se que a Geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível, que é um dos objetivos do ensino da Matemática.

Em virtude da reflexão proposta sobre a visualização e a representação, nota-se que o pensamento geométrico tem estrita relação com habilidades espaciais, envolvendo o domínio de uma inteligência particular que desperta novos questionamentos, tais como, o que se entende por inteligência espacial? Como a inteligência espacial se desenvolve? Todos nós somos capazes de possuí-la?

O raciocínio espacial é essencial para o pensamento científico, pois permite ao homem formar modelos do mundo físico através de representações visuais mentais e operar utilizando esses modelos. Essa habilidade seria um tipo de inteligência verificada em indivíduos com capacidade de perceber o mundo com precisão, de realizar transformações sobre uma percepção inicial, de ser hábil em recriar formas mesmo na ausência de estímulos físicos, não se valendo apenas de sua experiência visual.

Nos últimos anos, muitas pesquisas têm sido realizadas sobre o ensino-aprendizagem de geometria e a utilização de *softwares* matemáticos, pois os mesmos despertam habilidades e levam o aluno à construção do seu próprio conhecimento. De acordo com os PCNs (1998,p.43), temos que:

As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas.

Os recursos tecnológicos são grandes aliados para o desenvolvimento cognitivo dos alunos, pois possibilita o desenvolvimento do conhecimento e da aprendizagem do aluno ao longo do processo.

Na teoria dos campos conceituais, o desenvolvimento cognitivo depende fortemente da situação e da conceitualização específicas. Segundo Vergnaud:

O saber se forma a partir de problemas para resolver, quer dizer, de situações para dominar. [...] Por 'problema' é preciso entender, no sentido amplo que lhe atribui o psicólogo, toda situação na qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, de hipótese e de verificação, para produzir uma solução (1990, p. 52).

Sendo assim, Vergnaud, ao contrário de Piaget, não procura construir uma teoria geral para o desenvolvimento. Procura relacionar o desenvolvimento do sujeito com as tarefas que esse sujeito é levado a resolver. Nota-se que, para Vergnaud, a cognição possui uma componente fortemente situada nas situações. Afirma que o processo de desenvolvimento cognitivo, por ser fortemente dependente das situações a serem enfrentadas pelo sujeito, tem como cerne a construção de conceitos, ou seja, a conceitualização. A conceitualização é um processo longo, que requer uma diversificação das situações.

2.3. Dimensões Didáticas:

De acordo com Vergnaud temos três justificativas para a utilização do conceito de campo conceitual como forma de análise para a questão da obtenção de conhecimento:

Um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação;

Uma situação não se analisa com um só conceito;

A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo longo.

Avaliando as práticas pedagógicas pela Teoria dos Campos Conceituais e de acordo com GRAVINA (1998), que diz que grande parte dos alunos chega às universidades sem ter desenvolvido a habilidade de visualização, de interpretação e representações gráficas, apresentando pouca compreensão dos objetos geométricos. GRAVINA também ressalta que parte dessa situação tem origem nos programas e práticas de ensino e aprendizagem de nossas escolas e a falta de metodologias adequadas para o ensino e aprendizagem de geometria. De acordo com o pensamento de Gravina e o conceito de campos conceituais de Vergnaud, farei uma breve análise sobre alguns livros didáticos e a utilização do computador como ferramenta do estudo dos conceitos matemáticos.

De acordo com NOVAK (2000), que cita a Teoria de Ausubel, sendo a aprendizagem significativa um processo em que as novas informações ou os novos conhecimentos estejam relacionados com um aspecto relevante. Esta teoria descreve o processo segundo uma perspectiva construtivista e foi nomeada de Teoria da Aprendizagem Significativa – TAS. De acordo com mapa conceitual da **Figura 1**, podemos verificar que a aprendizagem pode ser tanto mecânica quanto significativa. No nosso caso estarei verificando os livros de acordo com uma aprendizagem significativa, que se faz através da construção do significado do conceito de área e não um aprendizado mecânico que é dado através do ensino de fórmulas para o cálculo de área de forma mecânica, sem significado e sem construção do “*conceito*”.

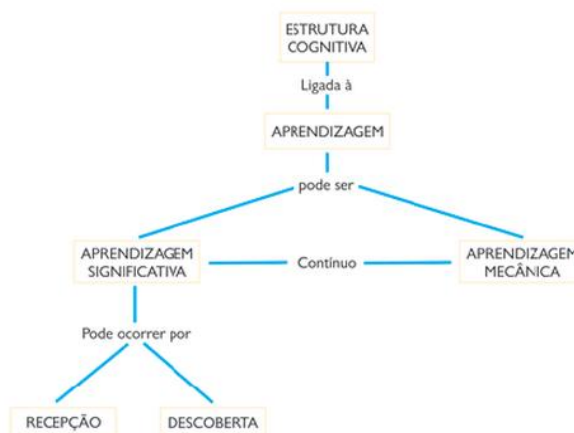


Figura 1: Mapa Conceitual de acordo com a Teoria Conceitual Significativa de Ausubel.

2.4. Análise dos livros didáticos:

Os livros selecionados para esta análise foram os trabalhados nas escolas onde ministro aula, com turmas do 7º ano do Ensino Fundamental. De acordo com os PCN's (1997) é importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, sua sensibilidade estética e de sua imaginação. Devemos nos preocupar com os livros didáticos, pois os mesmos apresentam destaque no cenário educacional, desempenhando um papel relevante no desenvolvimento das atividades de sala de aula, tratando-se de um importante instrumento utilizado pelos professores para o desenvolvimento de suas atividades docentes.

Mas sabemos também que muitas vezes o material didático não é escolhido pelos professores, é estabelecido pela instituição de ensino, ou até mesmo, na rede pública, nem sempre recebemos o material escolhido. No entanto, o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado e explorado, é importante que o professor conheça a realidade do aluno e o meio em que eles estão inseridos e traga atividades e recursos complementares.

Sendo assim, estarei avaliei os seguintes livros didáticos *Aplicando a Matemática* (Reis & Trovon ,2009), coleção utilizada na escola onde foi realizada a prática pedagógica; *Matemática* (BIANCHINI,2011) e *Praticando Matemática Edição Renovada* (ANDRINI e VASCONCELLOS,2012), coleções utilizadas na rede pública.

Iniciarei as análises pela coleção *Aplicando a Matemática* (Reis & Trovon,2009). De acordo com as **Figuras 2 e 3** podemos verificar que a proposta de construção do conceito de área inicia no 6º ano e tem sequência no 7º ano, iniciando com uma situação problema e utilizando a decomposição e composição de figuras para que o aluno entenda o significado trazendo situações do cotidiano.

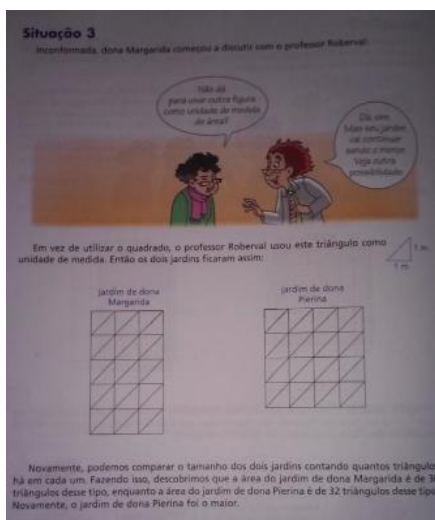


Figura 2: Aplicando a Matemática 6º ano

Fonte: Reis & Trovon (2009).

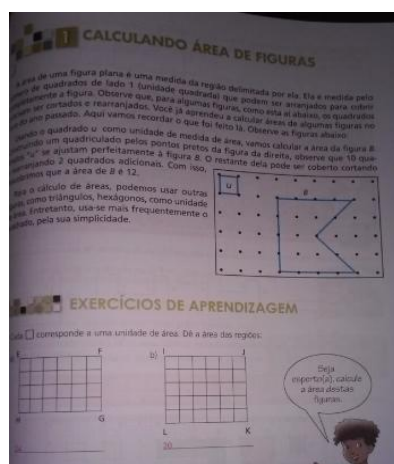


Figura 3: Aplicando a Matemática 7º ano

(Reis & Trovon,2009)

Na coleção Matemática (BIANCHINI), conforme **Figura 4**, o conceito é tratado apenas no 7º ano sendo utilizada a decomposição e composição de figuras, utilizando o TANGRAM para a construção desses conceitos. A proposta da utilização do TANGRAM é muito boa, mas o autor não contextualiza o assunto e não traz propostas do cotidiano do aluno, o inserindo nesta realidade.

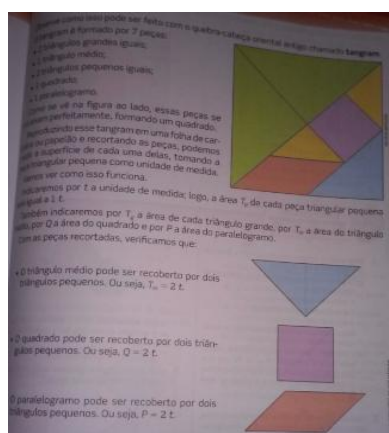


Figura 4: Matemática 7º ano
(BIANCHINI,2011)

Na coleção Praticando Matemática Edição Renovada 7º ano (ANDRINI e VASCONCELLOS, 2012), conforme **Figura 5**, o assunto já é proposto inserindo as fórmulas sem trazer nenhuma discussão e sem inseri-lo no dia-a-dia do aluno. Neste caso temos uma aprendizagem mecânica. Novamente trago o questionamento: A introdução do conteúdo de área de figuras planas deve iniciar através de formulários para a resolução dos problemas?

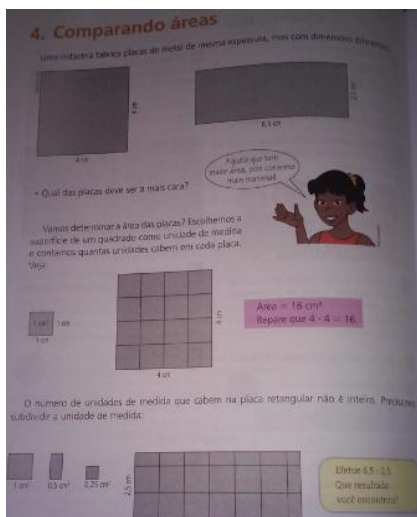


Figura 5: Praticando Matemática Edição Renovada 7º ano
(ANDRINI e VASCONCELLOS,2012)

Avaliando as propostas dos livros didáticos de acordo com as três justificativas do Conceito de Campos Conceitual de Vergnaud, temos:

1. *Um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação*, existe uma necessidade em diversificar as atividades de ensino, em um movimento que permita o aluno a aplicação de um dado conceito em diversas situações e que faça a integração entre as partes e o todo. Esta diversificação de situações deve cumprir um papel importante na conceitualização, pois fornece uma base para que os alunos possam testar seus modelos explicativos em contextos diversos, enriquecendo tais modelos ou reformulando-os.

2. *Uma situação não se analisa com um só conceito*, o conhecimento deve ter uma visão geral do conhecimento, devem propor atividades didáticas que permitam uma visão ampla do conhecimento e que possam contribuir para uma melhor apropriação do conhecimento matemático pelos alunos.

3. *A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo longo*, os conceitos devem ser bem estruturados levando o aluno ao longo dos anos estruturando este conhecimento de acordo com aplicações que devem levar ao aprendizado significativo.

Apenas a coleção *Aplicando a Matemática* (Reis & Trovon,2009) se encontra nas três situações citadas acima.Mas sabemos que nos dias de hoje, onde vivemos em uma era tecnológica falar em aprendizagem significativa, em lógica-matemática e não utilizar

recursos digitais em sala de aula é o mesmo que estarmos retrocedendo. Todos os livros didáticos analisados nesta proposta de trabalho não apresentaram propostas digitais, mas o professor pode adaptar atividades dos materiais utilizados em sala de aula e criar atividades utilizando *softwares* matemáticos. A proposta pedagógica de trabalho para a construção do conceito de área foi criada baseada nos livros didáticos utilizados pelos alunos nas escolas nas quais ministrou aula, mas com adaptações para trabalharmos no GeoGebra e de acordo com o mapa conceitual da **Figura 1**, e com o objetivo de que os alunos tenham uma aprendizagem significativa e não uma aprendizagem mecânica, trabalhada apenas com formulários sem conceitos.

3. Prática Pedagógica

A prática realizada consiste numa sequência de atividades que permite avaliar o conhecimento que os alunos possuem sobre área de figuras planas. Estas atividades foram elaboradas a partir da composição e decomposição de figuras e adaptadas dos livros didáticos analisados e do banco de questões das OBMEP de 2014 (Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas). Teve um período de duração de 4 horas/aula (períodos de 50 minutos), no turno da manhã, com um grupo formado por 30 alunos, do 7º ano do Colégio Adventista de Viamão/RS.

A escola possui uma boa estrutura do Laboratório de Informática possuindo 20 computadores, 1 monitor na área de informática e 1 quadro com data show para o auxílio das aulas, podendo-se trabalhar com 2 a 3 alunos por computador.

A experiência didática segue o seguinte roteiro:

Primeiro dia: (2 períodos)

Como esta turma já havia trabalhado área no 6º ano, apenas utilizando o livro didático *Aplicando a Matemática* (Reis & Trovon, 2009), e como os mesmos já estavam familiarizados com o GeoGebra, iniciamos com uma aula, no Laboratório de Informática, de sondagem dos conhecimentos já pré estabelecidos no ano anterior, conforme a **Figura 6**.



Figura 6: Início das atividades no Laboratório de Informática com a turma 71.

De acordo com Anexo 1, Atividade 1, foi solicitado que os alunos construíssem, em grupos de dois ou três componentes, no GeoGebra, utilizando a malha quadriculada, as três figuras propostas e logo em seguida determinassem o número de quadrados que compõem cada uma das figuras. Conforme podemos visualizar na **Figura 7**, os alunos realizando a tarefa solicitada.

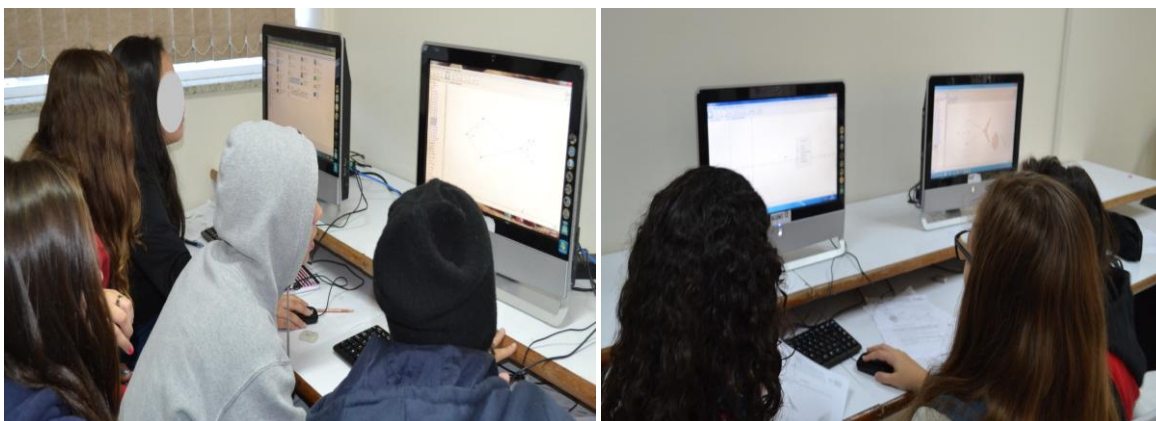


Figura 7: Alunos realizando a tarefa 1

Os alunos não encontraram problemas nas construções nem na contagem dos quadrados da Figura A, mas no momento da contagem dos quadrados nas Figuras B e C encontraram dificuldades, mas depois de debaterem em grupo e com algumas intervenções do professor, começaram a utilizar a decomposição da figura para determinar a quantidade dos quadrados que formavam as figuras. Podemos observar na **Figura 8** a intervenção da professora e as construções dos alunos nas **Figuras 9 e 10** abaixo.

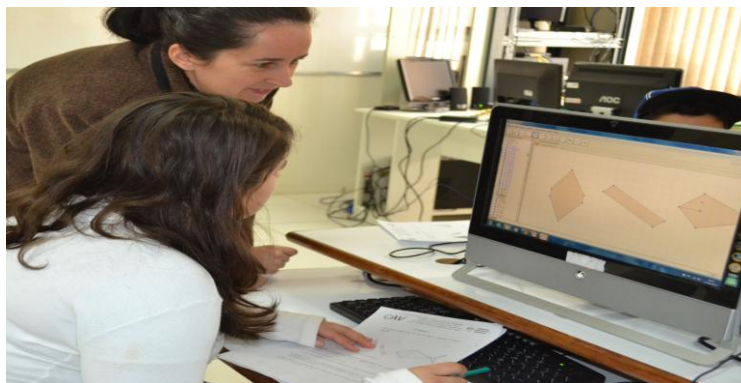


Figura 8: Momento de intervenção do professor.

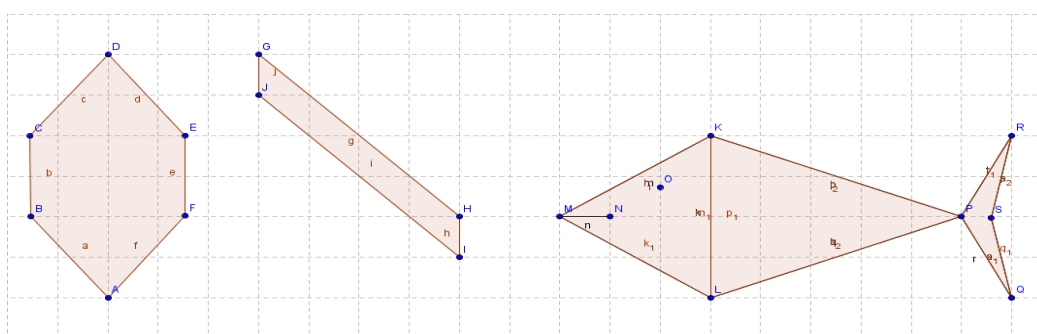


Figura 9: Construção realizada pelos alunos Alessandro, Amanda e Gabriel Pinheiro.

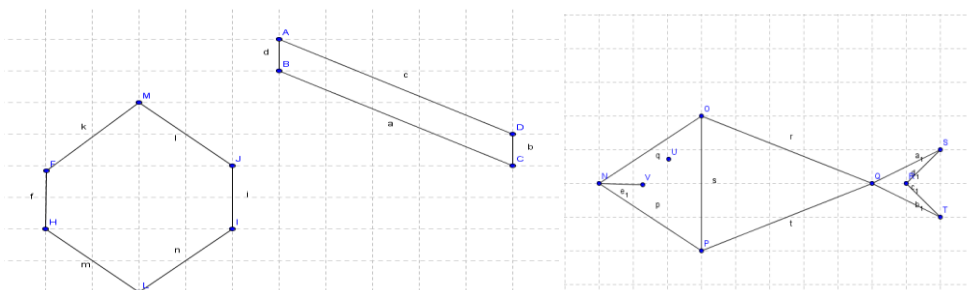


Figura 10: Construção realizada pelos alunos Marie, Luana e Douglas.

A partir das construções realizadas pelos alunos nas **Figuras 9** e **10** podemos observar que os mesmos aplicaram ferramentas diferentes do GeoGebra para realizarem suas construções, na **Figura 9**, utilizaram polígonos e na **Figura 10**, segmentos de reta, para chegarem no mesmo objetivo que era a construção das 3 figuras na malha quadriculada. Em relação aos valores da quantidade de quadradinhos que cada aluno encontrou podemos analisar que esse valor depende da maneira como foi construída cada figura, como não foi determinado um padrão, conforme podemos observar nas **Figuras 9** e **10** os desenhos não são idênticos, fazendo que cada grupo encontre um valor diferenciado, mas muito parecidos.

O grupo de alunos que construíram no GeoGebra os desenhos da Figura 9 obtiveram os seguintes resultados, para a Figura 9A: 12 quadradinhos, para a Figura 9B: 4 quadradinhos e para a Figura 9C: 21 quadradinhos. Já o grupo de alunos que construíram os desenhos da Figura 10 obtiveram os seguintes resultados: para a Figura 10A: 16 quadradinhos, para a Figura 10B: 5 quadradinhos e para a Figura 10C: 16 quadradinhos.

Depois das construções prontas e a quantidade de quadradinhos já contados, levantei o seguinte questionamento para os alunos: Quando determinamos o número de “quadradinhos” que compõem uma figura estamos determinamos o que? Muitos responderam “a sua medida”, conforme **Figura 11**, com esta resposta perguntei: Mas, que medida é essa? E alguns responderam que seria “a área das figuras”, conforme **Figura 12**. Logo, sabendo que a quantidade de quadradinhos que compõem uma figura, é a área dessa figura, a que conclusão chegamos? “Que a área é a medida da superfície das figuras planas”.

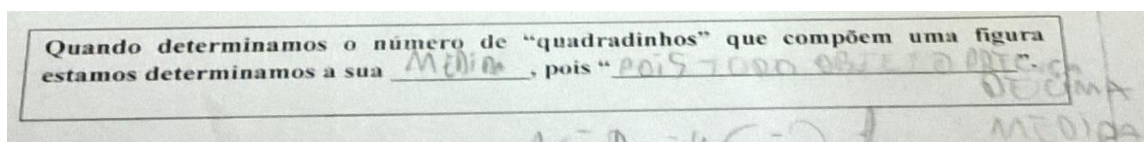


Figura 11: Resposta dada pelos alunos.

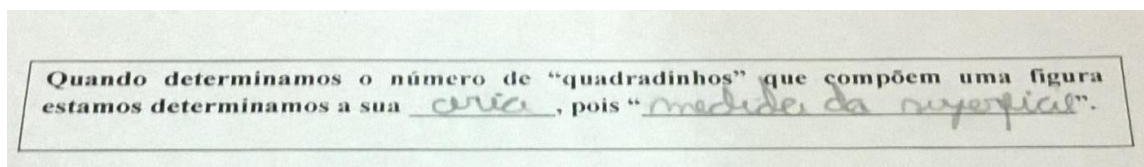


Figura 12: Resposta dada pelos alunos.

No segundo momento, em sala de aula, após determinarmos que a área de uma figura plana é a medida de sua superfície, ou seja, é a medida da sua região interna, os alunos deveriam responder as perguntas “a” e “b” da Atividade 1, do Anexo 1.

Na primeira pergunta não encontraram dificuldades, pois perceberam que já haviam determinado esses valores anteriormente, pois se a área é a quantidade de quadradinhos que compõem cada figura era só ver quantos quadradinhos haviam contado para cada uma delas que teriam suas respectivas áreas. Já na segunda pergunta não foi tão simples, de imediato pensaram em duplicar o valor da área encontrado na questão anterior, mas perceberam que a pergunta estava relacionada ao número de lados dos quadradinhos e o que dobrava não era da área dos quadrados e sim o valor de seus lados. Sendo assim,

deveriam quadruplicar o valor encontrado na questão anterior e depois multiplicar por 2,25 para encontrar a nova área das figuras, quando os lados dos quadrados passassem a ser 1,5. Esta tarefa já exigiu um pouco mais de atenção, leitura e interpretação dos alunos, a grande maioria sentiu bastante dificuldade para resolver e alguns não conseguiram atingir os objetivos propostos.

Segundo dia: (2 períodos)

No segundo dia iniciamos nos dirigindo para o Laboratório de Informática, pedi para que permanecessem os mesmos grupos e que utilizassem os mesmos computadores, pois seus arquivos foram salvos na área de trabalho para darmos sequência às atividades. Após aberto todos os arquivos, relembramos as definições de área da aula anterior e foi solicitado para que respondessem a pergunta “c” da Atividade 1, do Anexo 1. “Com o auxílio do GeoGebra poderíamos determinar a área das figuras acima sem contar os quadradinhos?” Os alunos que utilizaram a ferramenta polígono analisando a janela de álgebra do GeoGebra, conseguiram perceber que os valores relacionados a expressão “*pol*” eram os mesmos valores, ou valores muito próximo aos encontrados por eles na pergunta “a”. Depois que os alunos conseguiram visualizar que poderiam determinar a área dos polígonos através do *software* GeoGebra, pedi para os que utilizaram nas construções segmentos de reta, utilizassem a ferramenta polígono. Depois dessa etapa cumprida pedi para que comparassem os valores encontrados anteriormente e o fornecido pelo GeoGebra. Nas Figuras A e B, do item “c” da Atividade 1, do Anexo 1, praticamente todos os alunos encontraram os mesmos valores, já na Figura C, houve um número maior de erros, onde muitos chegaram muito próximo dos valores fornecidos no GeoGebra. Avaliamos os erros e discutimos como poderíamos chegar àquela solução, como iríamos decompor e compor a figura para que a nossa solução fizesse sentido.

Depois de concluída a Atividade 1 e definido através da decomposição e composição de figuras o conceito de área, realizamos mais duas atividades, para a verificação do aprendizado de acordo com Conceito de Campos Conceitual de Vergnaud, já citado, que diz: “Uma situação não se analisa com um só conceito”.

A Atividade 2 foi dividida em três arquivos de tarefas que foram disponibilizados para os alunos em uma pasta, nomeada Turma 71, na área de trabalho dos computadores do

Laboratório de Informática, e tiveram a seguinte sequência didática, conforme Atividade 2 do Anexo 2.

A primeira proposta segue uma sequência da proposta da Atividade 1 do Anexo 2, após concluirmos que seria possível determinar a área de cada figura apenas analisando os dados fornecidos na janela de álgebra do GeoGebra, o arquivo Tarefa_2a, de acordo com a **Figura 13**, solicitava para colocar em ordem crescente as figuras de acordo com o valor da sua área, questão adaptada do livro *Praticando Matemática Edição Renovada 7º ano*, ANDRINI e VASCONCELLOS (2012), sobre área de figuras planas, página 192.

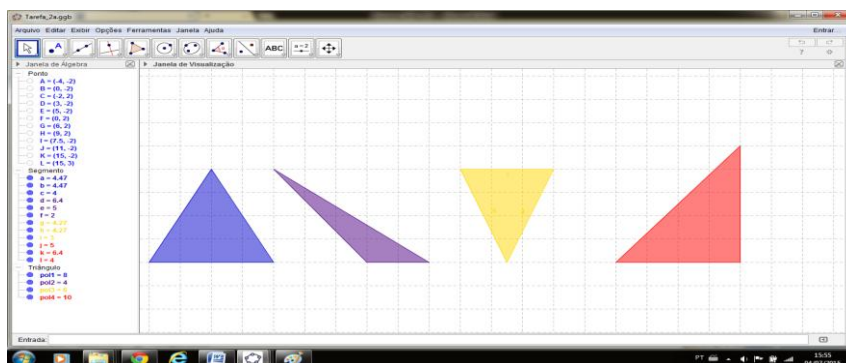


Figura 13: Arquivo Tarefa_2a

Esta tarefa foi realizada rapidamente, pois observando os triângulos e a janela de álgebra os alunos já identificaram a área de cada figura e colocaram os mesmos em ordem crescente de área, conforme mostra a **Figura 14**, arquivo do GeoGebra dos alunos Gabriel Duarte e Isadora, **Figura 15**, foto dos alunos realizando a tarefa e Figuras 16 e 17, resolução escrita da tarefa.

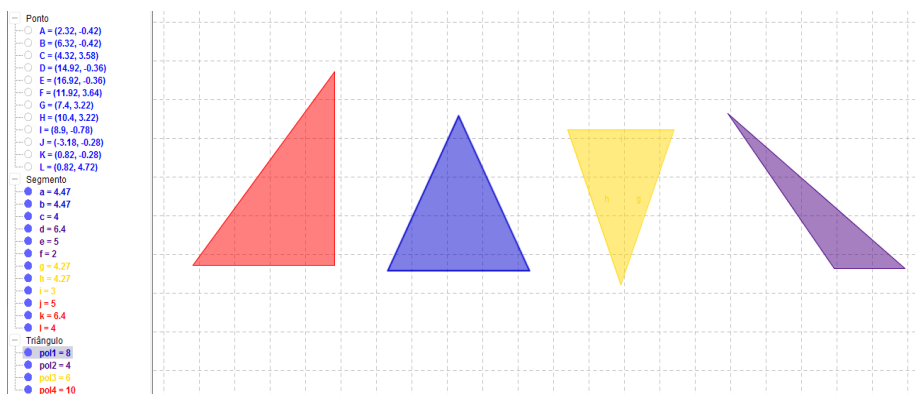


Figura 14: Atividade realizada pelos alunos Gabriel Duarte e Isadora.



Figura 15: Foto dos alunos realizando a tarefa.

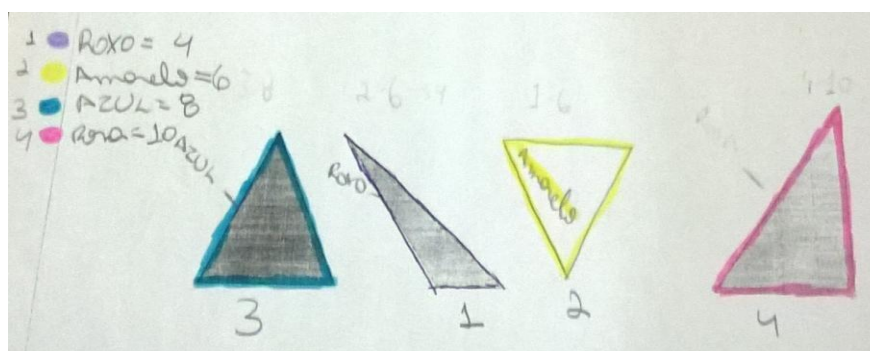


Figura 16: Resolução escrita da Tarefa 1 da Atividade 2.

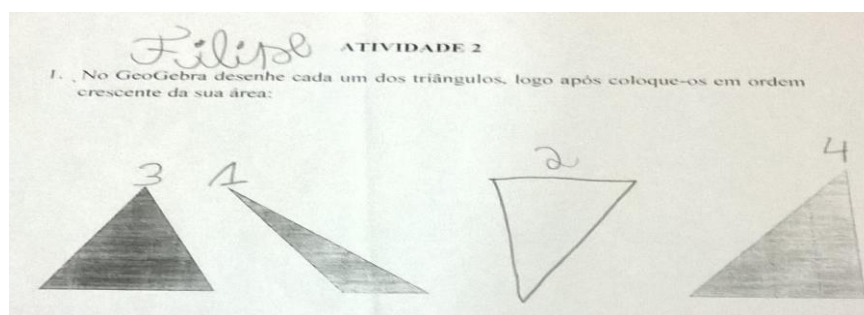


Figura 17: Resolução escrita Tarefa 1 da Atividade 2.

Logo após a finalização da Tarefa 1 da Atividade 2, os alunos deveriam abrir os arquivos Tarefa_2b1 e Tarefa_2b2, na sequência e responder a Tarefa 2 da Atividade 2, conforme anexo 2.

A próxima atividade é uma questão adaptada do Banco de Questões das Olimpíadas Brasileiras de Matemática para as Escolas Públicas (OBMEP) de 2014. De acordo com as **Figuras 18 e 19** seguem os seguintes questionamentos.

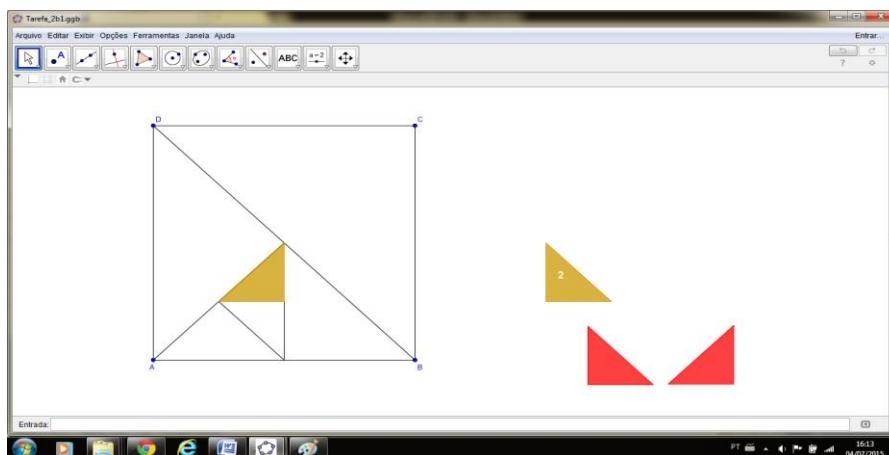


Figura 18: Arquivo da Tarefa_2b1

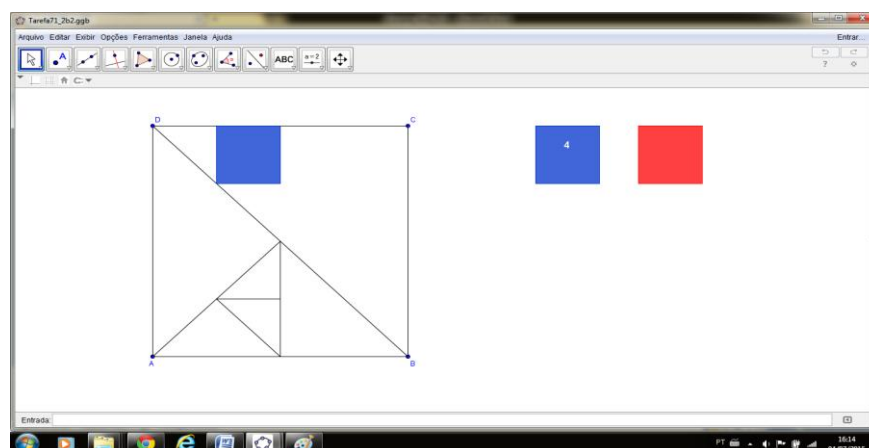


Figura 19: Arquivo da Tarefa_2b2

Nesta Tarefa os alunos deveriam determinar a área do quadrado ABCD, conforme mostram as **Figuras 18 e 19**, primeiramente tendo como base a área do triângulo marrom e depois determinar a área utilizando o quadrado azul, para isso não poderiam utilizar a malha, nem a janela de álgebra, apenas poderiam manusear os polígonos vermelhos para determinar a área do quadrado ABCD. Como não determinei a ordem da resolução da tarefa, alguns alunos iniciaram pela pergunta de item “b” e depois responderam a pergunta de item “a”. Nesta proposta surgiram as seguintes resoluções realizadas pelos alunos para o problema:

• O aluno Philippe, percebeu que “cabiam” 4 quadrados vermelhos de cada lado, logo sendo a área de cada quadrado azul 4 e que o quadrado vermelho era igual ao azul, a área do quadrado ABCD vale 64. Sabendo que a área de cada quadrado azul era 4 e que 2 triângulos marrons representavam a área de um quadrado azul a área do quadrado ABCD vale 64, conforme as **Figuras 20 e 21** no GeoGebra e **Figura 22** resposta dada pelo aluno sobre a resolução do problema.

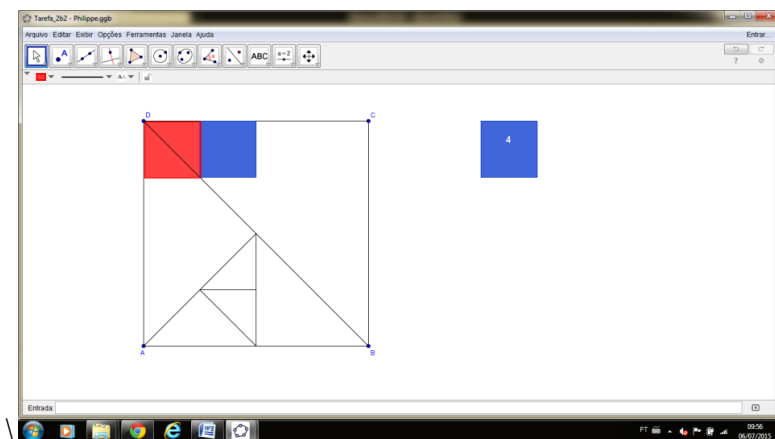


Figura 20: Resolução do aluno Philippe da Tarefa 2b

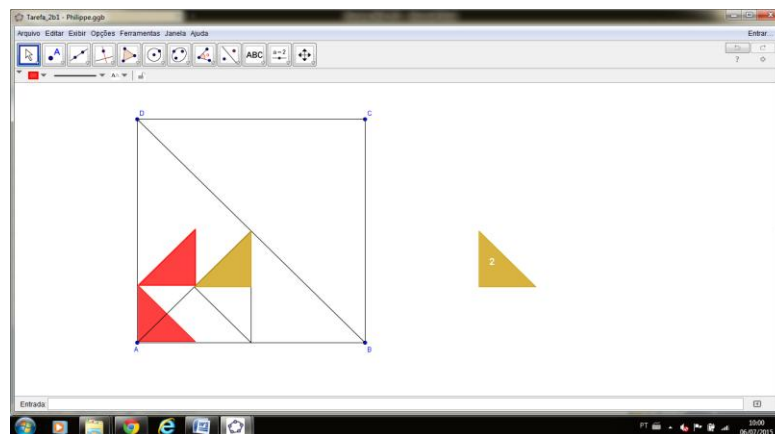


Figura 21: Resolução do aluno Philippe da Tarefa 2a

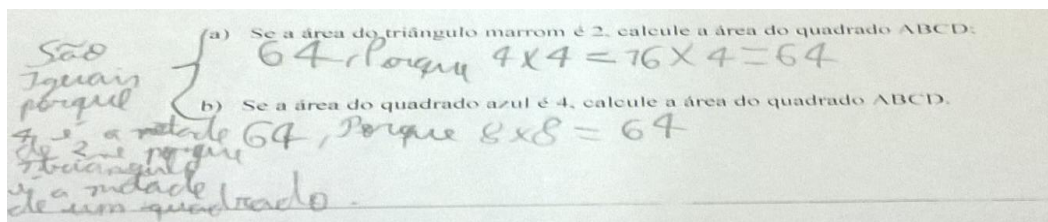


Figura 22: Resposta dada pelo aluno sobre a resolução do problema

- As alunas Vitória e Hellen, como não poderiam utilizar a malha e não estavam conseguindo visualizar sem este recurso, resolveram utilizar outras ferramentas do GeoGebra para a resolução do problema. Utilizaram retas paralelas e perpendiculares para determinar a área do quadrado ABCD, utilizando os triângulos vermelhos para a resolução da tarefa “a” e o quadrado vermelho para a tarefa “b”, de acordo com as **Figuras 23 e 24**, no GeoGebra e Figura 25 resposta escrita das alunas.

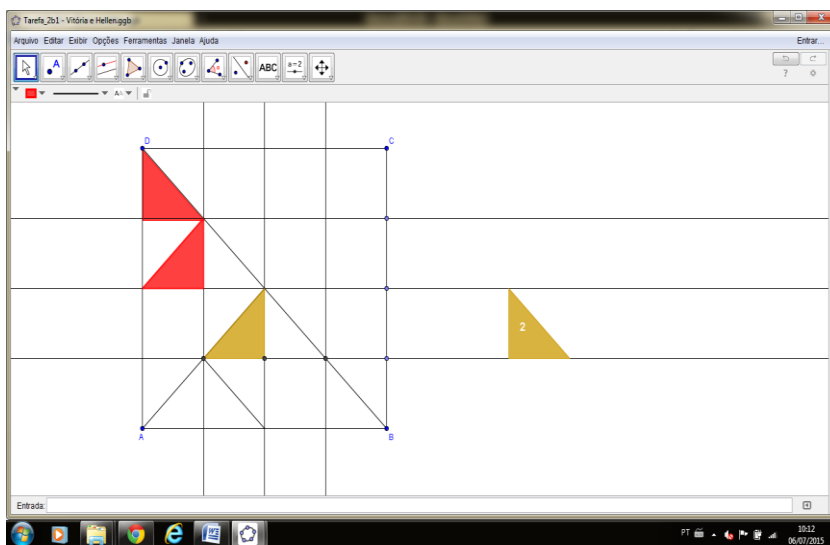


Figura 23: Resolução das alunas Vitória e Hellen da Tarefa 2a

De acordo com a **Figura 23**, podemos observar que as alunas construíram uma malha quadriculada utilizando a ferramenta de retas paralelas e perpendiculares e a partir dela contaram 32 triângulos de área 2 cada um, logo a área do quadrado ABCD é de 64.

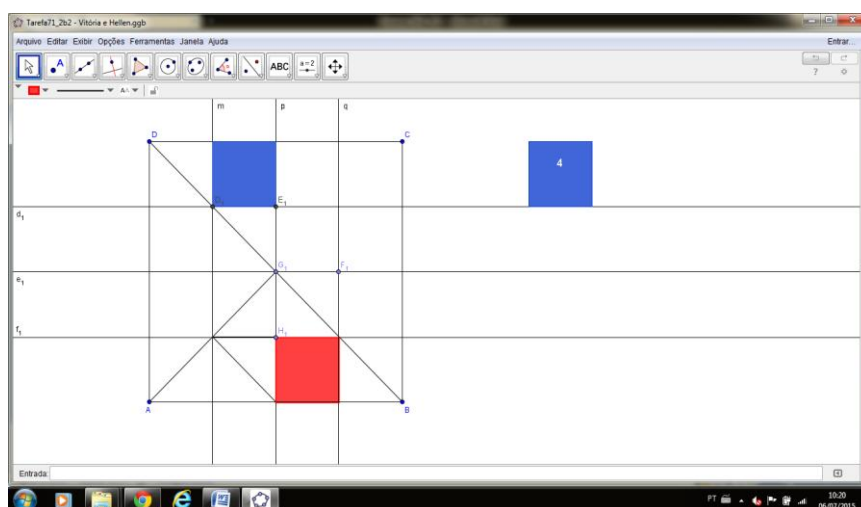


Figura 24: Resolução das alunas Vitória e Hellen da Tarefa 2b.

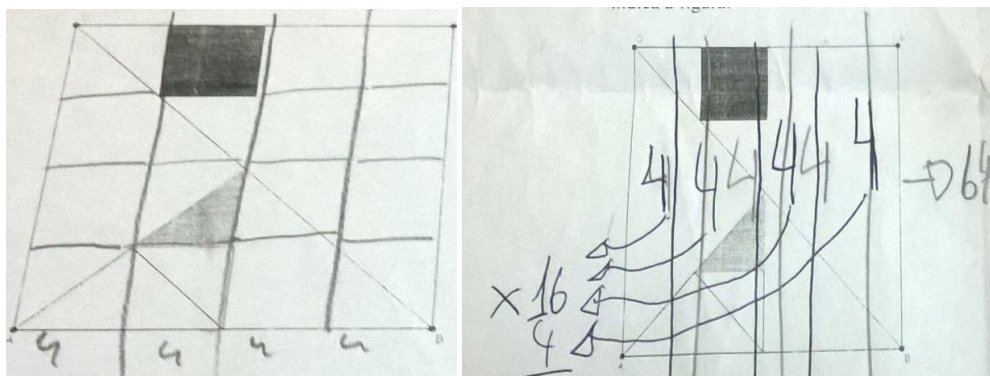


Figura 25: Resolução escrita das alunas Vitória, Hellen e Evelyn.

Conforme podemos observar na **Figura 24**, no GeoGebra e **Figura 25**, resolução escrita das alunas, novamente foi construída a malha utilizando retas paralelas e perpendiculares e assim determinaram que no quadrado ABCD “cabiam” 16 quadrados vermelhos, sendo cada quadrado vermelho igual ao quadrado azul que possui área 4, logo temos como área do quadrado ABCD é 64.

Neste momento fiz uma intervenção e questionei sobre as duas construções realizadas no GeoGebra, pedi para observarem as duas resoluções e o que havia em comum entre elas. Neste momento elas perceberam que as malhas construídas eram iguais e que cada triângulo era a metade de um quadrado logo as áreas deveriam ser iguais e estávamos tratando da mesma figura, o quadrado ABCD o que estava sendo alterado era a unidade de área trabalhada.

- As situações citadas anteriormente foram às aplicadas por um grupo de alunos, mas outro pequeno grupo não conseguiu solucionar a tarefa e precisaram de intervenção do professor e ajuda dos colegas que conseguiram encontrar a resolução do problema. Alguns alunos encontraram valores diferentes de área para as perguntas “a” e “b”, sendo que nos dois casos a figura era a mesma, o quadrado ABCD, o que foi alterado era a unidade de área.

As **Figuras 26 e 27** mostram as resoluções de alguns alunos:

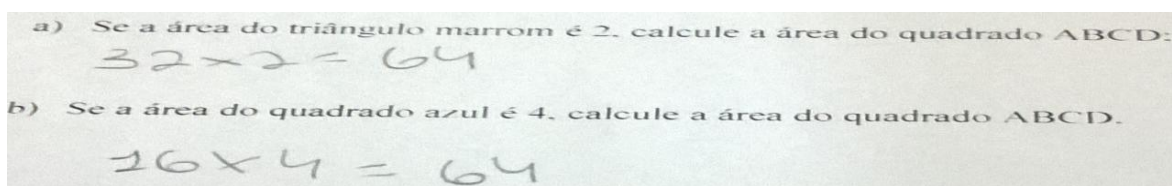


Figura 26: Resolução de um grupo de alunos

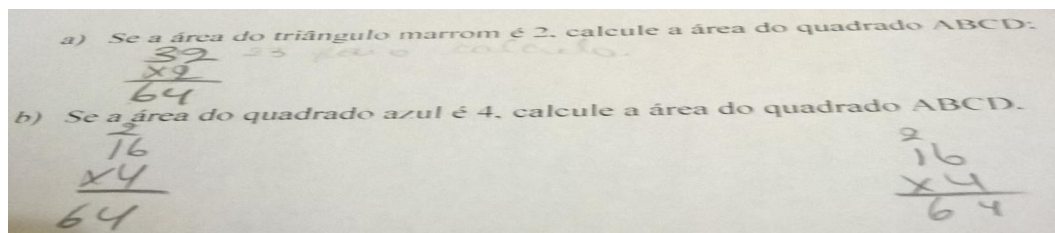


Figura 27: Resolução de um grupo de alunos

4. Considerações Finais

A proposta didática partiu da reflexão de repensar e rever a metodologia trabalhada em sala de aula, da análise das minhas aulas e da percepção de avaliar quem é o aluno que está a minha frente, o que quer, quais são suas necessidades, o que compreende e qual a linguagem adequada para trabalhar com esse aluno. Vivemos em constantes mudanças, onde a tecnologia está totalmente inserida em nossas vidas e a falta de mudança e atualização em sala de aula refletem a estagnação e o retrocesso da educação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a importância de o aluno desenvolver e construir capacidade para formar seu conhecimento matemático, indicando a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutindo caminhos para fazer Matemática na sala de aula, destacando a importância das Tecnologias da Comunicação.

A partir dessas análises verifiquei que muitos problemas encontrados no Ensino da Matemática no Ensino Médio surgem na construção de conceitos elaborados no Ensino Fundamental. Dessas reflexões foi desenvolvida a proposta investigativa sobre a construção do conceito de área. Utilizando a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), como base do meu trabalho e avaliando o ensino sobre área de figuras planas, podemos verificar que esse assunto foca-se completamente no uso de fórmulas dando pouca ênfase a construção do “conceito” de área, levando o aluno a construir um conhecimento mecânico e sem significado, ao qual vai se perdendo com o passar dos anos, chegando ao Ensino Médio sem lembrar nada, ou quase nada do significado de área e focando apenas na memorização de fórmulas.

Depois de diagnosticar o problema e realizar a análise dos livros didáticos trabalhados nas escolas que leciono, pude constatar que nos livros utilizados e em algumas coleções

não existe uma sequência do conteúdo de área e não seguem os PCN's, que como já citado devemos iniciar com Resolução de Problemas e utilizar a Modelagem e os Recursos Tecnológicos. De acordo com Gerard e Roegiers (1998), os livros desempenham funções importantes para o aprendizado do aluno e servem como formação pedagógica para o professor, responsável muitas vezes pela gestão das aulas. Mas quando este material não atende a todas as nossas necessidades e não apresentam a qualidade que esperamos o que devemos fazer? Descartar o material? De acordo com Gravina (1996) devido a essas falhas no aprendizado o aluno chega à universidade sem o conhecimento geométrico significativo.

Na prática realizada, foi utilizado o material elaborado para a sala de aula apenas adaptando para trabalhar com Resolução de Problemas e Tecnologia, pois o foco do nosso trabalho é o aluno, o que ele necessita como ele aprende e como devem ser nossas aulas para proporcionar a construção do seu conhecimento matemático.

Para isso foi elaborada uma sequência didática que explora a composição e decomposição de figuras, fazendo com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feita por determinadas figuras, como triângulos, quadrados. Assim como toda a figura poligonal pode ser composta e decomposta por outra facilitando o cálculo de áreas. Desenvolvendo os conceitos geométricos de uma forma significativa, através de um caráter dinâmico, envolvendo transformação das figuras.

A proposta realizada foi desenvolvida no *software* GeoGebra, e segue a linha da Teoria de Campos Conceituais, as atividades foram elaboradas de forma a levar o aluno a aplicar o conceito de área através da composição e decomposição de figuras em diversas situações e fazendo a integração do todo criando a elaboração de soluções para resolver os problemas propostos, sem ter que “escolher” a melhor fórmula, mas construindo saberes matemático para a resolução dos problemas propostos, levando o aluno a se apropriar do conhecimento matemático e estruturando este conhecimento de acordo com aplicações que devem levar ao aprendizado significativo.

Na prática podemos observar que os alunos possuem maneiras diferentes de formular o seu conhecimento e que alguns possuem muitas falhas no processo cognitivo. Foram apresentadas dificuldades de aprendizado, mas com auxílio do *software* GeoGebra a construção do conhecimento matemático do aluno pode ser desenvolvida de maneira significativa. Sendo desenvolvidas habilidades de percepção espacial e fazendo com que o

aluno consiga elaborar um sistema de propriedades que o levaram a interpretar e o permitiram resolver o problema proposto de acordo com a sua percepção. Assim construindo o conceito significativo de área, para depois iniciar o processo de elaboração das fórmulas.

Este processo foi realizado a partir da descoberta e de uma aprendizagem significativa e não mecânica, de modo a transformar conhecimentos estáticos em conhecimentos abertos e adequados ao meio empírico, garantindo a evolução dos conhecimentos.

5. Referências Bibliográficas

ABREU, Alex; BELTRÁN, Johel; HILÁRIO, Marcelo; FARFÁN, Jonathan e FRANCO, Tertuliano. *Banco de Questões da 10ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)*. Rio de Janeiro, 2014.

ANDRINI, Álvaro e VASCONCELLOS, Maria José. *Coleção Praticando Matemática – Edição Renovada*. Editora do Brasil, São Paulo, 2012.

BACHELARD, G.A Formação do Espírito Científico: Contribuição para uma Psicanálise do Conhecimento. Tradução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 5ª reimpressão 2005.

BELLEMAIN, Paula M. B. & BITTAR, Marilena. *O ensino da geometria e a teoria dos campos conceituais*. UFPE, 2000.

BIANCHINI, Edwaldo. *Coleção Matemática*. Editora Moderna, São Paulo, 2011.

BORBA, Marcelo de C. e PENTEADO, Miriam G. *Informática e Educação Matemática*. 2.ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BOYER, C. *História da Matemática*. São Paulo: Blucher, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática - ensino de primeira à quarta série*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática - ensino de quinta à oitava série*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

CARDOSO, Franciele Catelan. O Ensino da Geometria e os Registros de Representação sob um Enfoque Epistemológico. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, p. 3. Unijuí, 2012.

GRAVINA, Maria Alice; BARRETO, Marina Menna. *Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação de professor de Matemática*. Porto Alegre, 2012.

JUNIOR, Orlando Aguiar, JUNIOR, Gabriel Dias de Carvalho. *Os Campos Conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático*. Faculdade de Educação UFMG, Belo Horizonte/MG, 2008.

REIS, Lourisnei Fortes e TROVON, Alexandre Luís. *Coleção Aplicando Matemática*. Editora Casa Publicadora Brasileira, São Paulo, 2009.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo e BELLEMAIN ,Paula Moreira Baltar. *Um Estudo de Imbricações entre Campos Conceituais da Grandezas Geométricas, da Álgebra e das Funções*. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, p.2. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo e BELLEMAIN ,Paula Moreira Baltar. *Fórmulas de área de Figuras Geométricas Planas*, p.1. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

Teoria da Aprendizagem Significativa, disponível em <http://www.construirnoticias.com.br>. Acesso em 26 de junho de 2015.

SILVA, Sani de Carvalho Rutz da e SCHILO, Ana Cristina. Conhecimentos Prévios de Geometria Plana: estudo de caso com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental. P.60. Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR ,2013.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23): 133-170. 1990.

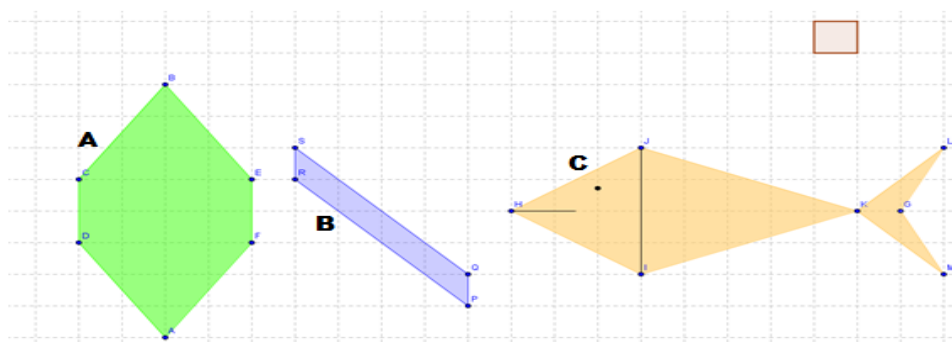
VERGNAUD, G. et al. Epistemology and psychology of mathematics education. In NESHER, P. & KILPATRICK, J. (Eds.) *Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press. 1990.

Anexos

Anexo 1:

ATIVIDADE 1

1. No GeoGebra desenhe cada uma das três figuras e responda as seguintes perguntas:



Questão adaptada do livro *Matemática 7º ano*, BIANCHINI(2011), área de regiões poligonais, página 261.

Quantos quadradinhos compõem cada figura?

A =

B =

C =

Quando determinamos o número de “quadradinhos” que compõem uma figura estamos determinamos a sua _____, pois “_____”.

A partir desse conceito responda as perguntas.

- a) Determine a área de cada figura, considerando que o lado do quadradinho mede 1 cm.

Figura A =

Figura B =

Figura C =

- b) Determine a nova área de cada figura, considerando agora que o lado do quadrado mede 2 cm. E se o lado de cada quadrado medisse 1,5 cm, qual seria a nova área de cada figura?

Figura A =

Figura A =

Figura B =

Figura B =

Figura C =

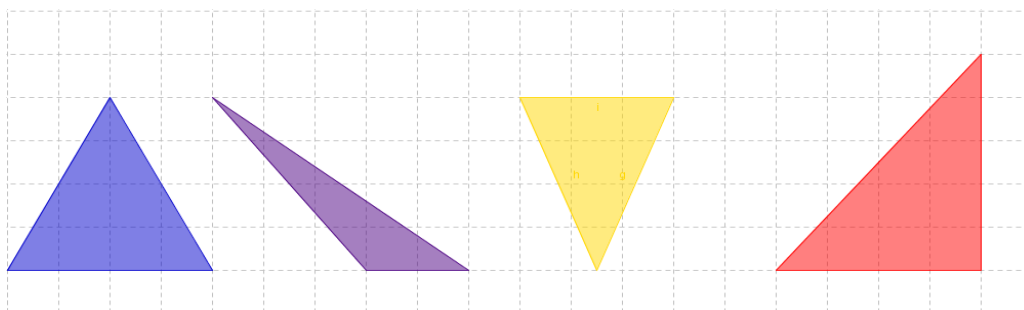
Figura C =

- c) Com o auxílio do GeoGebra poderíamos determinar a área das figuras acima sem contar os quadrados?

Anexo 2:

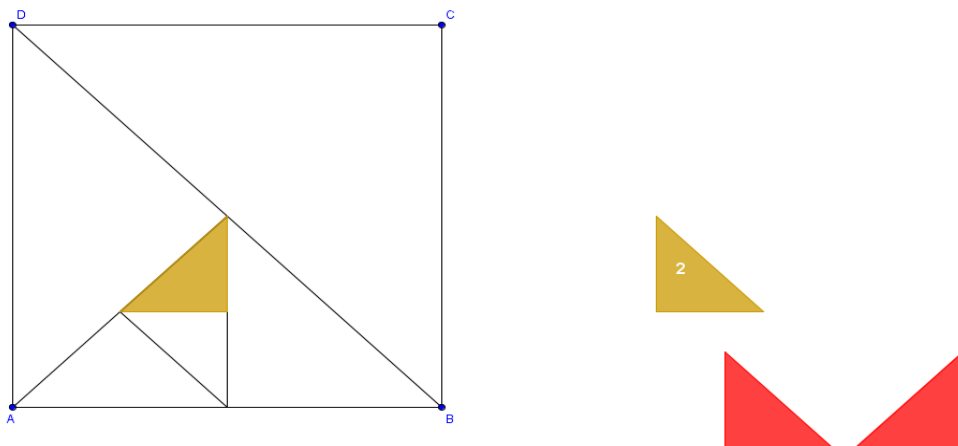
ATIVIDADE 2

1. Coloque as figuras abaixo em ordem crescente da sua área:



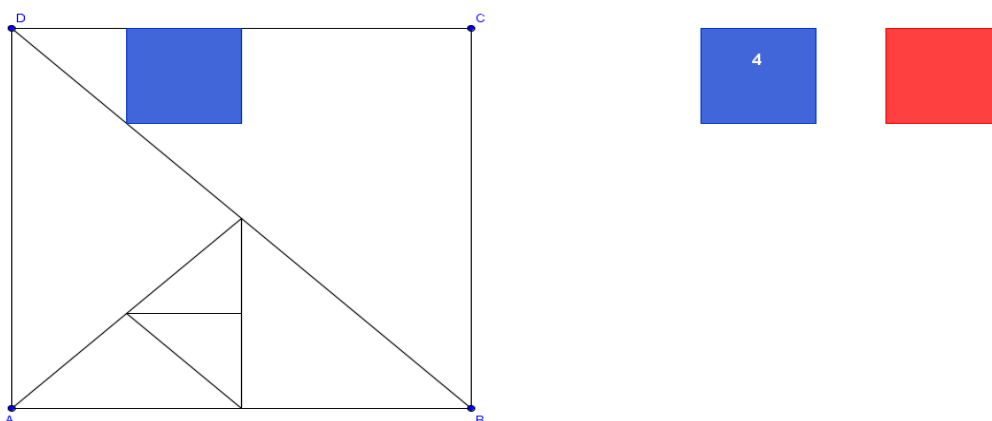
Questão adaptada do livro *Praticando Matemática Edição Renovada 7º ano*, ANDRINI e VASCONCELLOS (2012), áreas, página 192.

2. (OBMEP-2014) Abra o arquivo “Tarefa 2” na área de trabalho e manipule as figuras vermelhas para responder as seguintes perguntas. Sendo o quadrado ABCD é dividido em 6 triângulos retângulos isósceles como indica a figura:



Arquivo 2a – Questão adaptada do banco de questões OBMEP-2014.

- a) Se a área do triângulo marrom é 2, calcule a área do quadrado ABCD, arquivo 2a;
- b) Agora sabemos que a área do quadrado azul é 4, calcule a área do quadrado ABCD, arquivo 2b.



Arquivo 2b – Questão adaptada do banco de questões OBMEP-2014.

OBS: Nesta questão não poderá ser utilizada a malha, a janela de álgebra, apenas as figuras vermelhas em anexo.