GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM USANDO GEOMETRIA DINÂMICA

Letícia Heinen – letiheinen@hotmail.com – Polo Camargo

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso – basso.marcus@gmail.com – UFRGS

Resumo: A Geometria está presente em nosso cotidiano nas mais diversas formas e seu ensino, portanto, é fundamental. No entanto, o que se percebe cada vez mais é um abandono desse importante conteúdo nos currículos escolares. Por esse motivo, realizou-se uma pesquisa cujo principal objetivo foi o de buscar alternativas para o trabalho com Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, acreditando que uma boa base de conhecimento em Geometria é fundamental para a continuação de seu ensino nos anos seguintes. Pautado na teoria de Van Hiele, que apresenta cinco níveis de compreensão do pensamento geométrico e cinco fases de aprendizagem para o avanço entre esses níveis, este trabalho foi desenvolvido através da aplicação de uma proposta didática envolvendo a manipulação de figuras geométricas, utilizando o *software* de geometria dinâmica GeoGebra e o Geoplano virtual. Durante a realização do experimento, avaliou-se a contribuição das mídias digitais no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Palavras-chave: Geometria dinâmica; Geoplano; Anos iniciais.

Introdução

A geometria está presente em nosso cotidiano nas mais diversas formas, e por esse motivo seu ensino é fundamental. Ao aprender geometria passamos a estabelecer relações entre os conceitos presentes em nosso dia-a-dia. Além disso, por meio dos conhecimentos geométricos o aluno "desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (BRASIL, 2001, p. 55).

No entanto, o que se percebe nas nossas escolas, em sua grande maioria, é que o ensino dessa área tão importante dentro da Matemática, acaba sendo deixado de lado pelos professores, ou então é feito de forma superficial (PAVANELLO, 2004). De acordo com a autora, dentre os motivos alegados estão a falta de domínio de muitos professores no conteúdo, ou a falta de tempo, pois na maioria das vezes esse conteúdo é deixado para o final do ano letivo.

Em determinada oportunidade, uma colega, professora de Matemática, chegou a admitir que o currículo de Geometria da escola "é muito fraco", mas que apesar disso não há tempo para que seja ampliado.

Por esse motivo, considerando a importância do ensino de Geometria e o descaso dos professores e currículos de Matemática com o mesmo, decidi realizar minha pesquisa voltada para o ensino de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Afinal, desenvolver uma boa base de conhecimentos em Geometria é fundamental para a continuação de seu ensino nos anos seguintes.

Dessa forma, o objetivo desta pesquisa foi o de buscar alternativas para o trabalho com Geometria nos anos iniciais, através do uso de tecnologias, a fim de apresentar um caminho para o desenvolvimento de novas propostas nessa área. Além disso, buscou-se desenvolver a linguagem matemática com os alunos através da caracterização de objetos geométricos.

A proposta apresentada nessa pesquisa fundamenta-se na teoria de Van Hiele, que apresenta cinco diferentes níveis de compreensão do pensamento geométrico, com características gerais e particulares, além de fases de aprendizagem para o avanço dos alunos através desses níveis.

No que se refere à organização e aplicação da proposta didática, as atividades apresentadas aos alunos foram divididas em dois momentos distintos. O primeiro refere-se à exploração de objetos geométricos, reprodução e caracterização dos mesmos. O segundo é voltado à reprodução das figuras já exploradas a partir de caracterizações dos colegas, observando possíveis falhas nas mesmas.

Considerações sobre o ensino de geometria

Durante muitos séculos, o ensino da Geometria foi considerado indispensável à formação intelectual e ao desenvolvimento da capacidade de raciocínio dos indivíduos. No entanto, nas últimas décadas passou a ser, pouco a pouco, negligenciado pelos professores. Um estudo apresentado por Pavanello (1993) mostra que, ao longo dos anos, uma sucessão de medidas governamentais tomadas no âmbito da educação no Brasil tem levado ao abandono desse conteúdo tão importante nos programas de ensino de Matemática.

A partir disso, diferentes motivos vêm fazendo com que o ensino da Geometria seja deixado de lado. Esses motivos vão desde a divergência de opiniões entre os matemáticos quanto ao papel da Geometria, até o despreparo dos professores quanto à sua formação para o trabalho com esse conteúdo.

Dentre os fatores contribuintes para esse despreparo dos professores, destacam-se três, apresentados por um estudo desenvolvido por Guimarães, Vasconcellos e Teixeira (2006): o não reconhecimento da utilidade da Geometria por parte dos professores, as dificuldades para desenvolver o raciocínio hipotético-dedutivo e as falhas decorrentes da formação dos professores, sendo que este último engloba os outros dois.

Com isso, percebe-se a existência de um impasse no ensino-aprendizagem de Geometria. Enquanto nos anos iniciais ela é deixada de lado ou reduzida ao reconhecimento de figuras geométricas e cálculos de perímetro e área, nos anos finais é tratada de maneira formal, supondo-se que os alunos sejam capazes de fazer deduções típicas da Geometria (GUIMARÃES; VASCONCELLOS; TEIXEIRA, 2006).

Pavanello (1993) destaca que sobrepor o ensino da Álgebra ao da Geometria pode trazer sérios prejuízos ao desenvolvimento integral dos indivíduos. O trabalho (apenas) com Álgebra leva os alunos a executar operações mecanicamente, sem necessariamente compreendê-las, enquanto o trabalho com Geometria favorece a análise de relações, o estabelecimento de ligações entre elas e a dedução de novas relações a partir daí. Ou seja, enquanto o trabalho com Álgebra pode acostumar o indivíduo a operar sem questionar o que faz, o trabalho com Geometria pode desenvolver o pensamento crítico e autônomo.

É importante frisar que não se está discutindo a escolha entre trabalhar com a Álgebra ou com a Geometria, mas o estabelecimento de um equilíbrio entre estas duas áreas, ao passo que se complementam. Baseada na ideia de Atiyah (apud Pavanello, 1993, p.16), Pavanello defende a "necessidade de cultivar tanto o pensamento visual, dominante na geometria, quanto o sequencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais aos problemas matemáticos autênticos".

Sobre a importância do ensino de Geometria, Pavanello (2004, p. 4) destaca ainda que a mesma representa um campo fértil para desenvolver a "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível". Assim, podem-se alcançar sucessivos níveis de abstração, que veremos mais adiante ao tratar da teoria de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 2001) afirmam a importância do trabalho com conceitos geométricos no Ensino Fundamental, especialmente nos anos iniciais, pois através dele a criança desenvolve o pensamento de forma a compreender o mundo em que vive, descrevendo-o e representando-o de maneira organizada. Além disso, estimula a observação, a percepção e a identificação de regularidades, contribuindo para a aprendizagem de números e medidas.

Guimarães, Vasconcellos e Teixeira (2006) ressaltam que é inútil pensar que o aluno aprenderá através da memorização e da repetição. Em se tratando de crianças nos primeiros anos de escolarização, essa afirmação ganha ainda mais força. Nessa fase, o trabalho deve envolver atividades de observação, manipulação e exploração de diferentes objetos.

Recentemente, o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, programa instituído pelo Ministério da Educação com o objetivo de assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até os oito anos, ao final do 3º ano do Ensino Fundamental, têm reafirmado a importância do ensino de Geometria. Em seu caderno de Geometria apresenta sugestões para o trabalho com as crianças e ressalta a importância de um trabalho adequado para o desenvolvimento de diferentes aspectos do pensamento, destacando os atos de "conjecturar, experimentar, registrar, argumentar e comunicar procedimentos e resultados" (BRASIL, 2014, p. 14).

Portanto, é importante que desde os anos iniciais do Ensino Fundamental os alunos sejam estimulados a levantar hipóteses acerca dos objetos geométricos e testá-las através da experimentação e observação. Utilizando os resultados encontrados, os alunos devem apresentar fatos que venham a validar, ou não, as hipóteses iniciais. Durante todo esse processo, o registro é muito importante, seja ele escrito ou através de desenhos.

Permeando toda essa atividade que envolve a conjectura, experimentação, validação e argumentação está a comunicação, cujo objetivo é o compartilhamento das ideias, das conjecturas, dos procedimentos utilizados e dos registros realizados.

Teoria de Van Hiele para o ensino e aprendizagem de Geometria

Desenvolvido na década de 50, o modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico é resultado dos trabalhos de doutorado de Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof. Segundo Silva e Candido (2014), Pierre desenvolveu um modelo de ensino e aprendizagem de geometria enquanto Dina apresentou um exemplo concreto de aplicação desse modelo.

Kaleff *et al.* (1993) e Crowley (1994) colocam que o modelo desenvolvido pelo casal holandês é apresentado como um guia para a aprendizagem em geometria, podendo ser usado para orientação e para avaliação das habilidades dos alunos em geometria.

Segundo Kaleff *et al.* (1993), os resultados do estudo começaram a ser publicados em 1959, mas como Dina veio a falecer logo após o término de sua tese, foi Pierre que concluiu os estudos, aperfeiçoando e promovendo a teoria. Ainda na década de 60, o currículo de geometria da União Soviética foi reformulado para se adaptar ao modelo desenvolvido pelos Van Hiele, mas foi só na década seguinte, através da publicação do livro *Mathematics as an Educational* Task (*Matemática como tarefa* educacional - 1973) de Hans Freudenthal, professor do casal na Universidade de Utrecht, e de publicações do norte-americano Izzac Wirszup (1976), que o modelo começou a receber atenção internacional.

O interesse pelas contribuições do modelo passou a crescer ainda mais na década de 80, quando alguns dos principais trabalhos do casal foram traduzidos para o inglês.

O modelo sugere que o aluno avança através de cinco níveis de compreensão hierárquicos, sendo que determinado nível de raciocínio só pode ser atingido após passar por todos os níveis inferiores (NASSER; SANT’ANNA, 1998). Isso explica porque mesmo alunos com bom desempenho escolar podem apresentar dificuldades “quando são engajados num curso sistemático de geometria (nível 3), sem a necessária vivência prévia de experiências nos níveis anteriores” (NASSER; SANT’ANNA, 1998, p. 4).

Kaleff *et al.* (1993) colocam que o objetivo da experiência com os níveis de pensamento seria o de ajudar o aluno a desenvolver *insight* em geometria. De acordo com os autores, *insight* se define como: (a) ser capaz de se desempenhar numa possível situação não usual; (b) desenvolver corretamente as ações requeridas pela situação; (c) desenvolver conscientemente um método que resolva a situação.

“Para terem insight estudantes entendem o que estão fazendo, por que estão fazendo algo, e quando o fazem. Eles são capazes de aplicar seus conhecimentos ordenadamente para resolver problemas.” (KALEFF, et al., 1993, p. 25)

Originalmente, os níveis foram numerados de 0 a 4. Mas literaturas mais recentes passaram a numerá-los de 1 a 5, considerando que há alunos que não tem conhecimento suficiente no primeiro nível. Segue a descrição dos níveis de compreensão de Van Hiele.

NÍVEL 1 ou VISUALIZAÇÃO: os alunos reconhecem figuras geométricas com as quais possuem contato, identificando-as por sua aparência física, mas não por suas propriedades. Um aluno neste nível consegue desenvolver um vocabulário geométrico básico, identificar formas específicas e reproduzi-las. Se a um aluno deste nível for apresentada a figura de um retângulo, ele dirá que é um retângulo porque se parece com um retângulo ou com uma porta, baseando-se num modelo visual (CROWLEY, 1994). Como nos colocam Silva e Candido (2014, p. 2), "a descrição das figuras é feita através de comparações de objetos com formas geométricas".

NÍVEL 2 ou ANÁLISE: através da experimentação, os alunos passam a observar as características das figuras geométricas e conceituar classes de configurações através de suas propriedades. Reconhecem que as figuras têm partes e as reconhecem pelas mesmas. No entanto, ainda não estabelecem relações entre as propriedades ou entre diferentes figuras, não observam que algumas dessas características levam obrigatoriamente a outras (CROWLEY, 1994). Para exemplificar, Nasser e Sant'Anna (1998) nos colocam que o aluno descreve um quadrado utilizando todas as suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos. Silva e Candido (2014) acrescentam ainda que os alunos passam a utilizar as propriedades para resolver problemas.

NÍVEL 3 ou DEDUÇÃO INFORMAL: os alunos, nesse nível, já são capazes de estabelecer relações entre as propriedades (lados opostos paralelos inferem em ângulos opostos iguais) e entre as figuras (um quadrado é um retângulo pois possui todas as propriedades de um retângulo), bem como de deduzir propriedades e reconhecer classes de figuras, compreendendo assim a inclusão de classes. Um aluno neste nível consegue acompanhar demonstrações formais, mas não compreende que uma demonstração pode ser feita de diferentes maneiras (CROWLEY, 1994). Como exemplo, Nasser e Sant'Anna (1998, p. 5) colocam que o aluno faz a "descrição do quadrado pelas propriedades mínimas: 4 lados iguais e 4 ângulos retos".

NÍVEL 4 ou DEDUÇÃO FORMAL: os alunos começam a raciocinar formalmente, estabelecendo a teoria geométrica através de deduções. Constrói suas próprias demonstrações, percebendo que as mesmas podem ser feitas de diferentes maneiras, utilizando uma linguagem precisa. Um aluno neste nível é capaz de desenvolver uma sequência de propriedades deduzindo uma a partir de outra(s), além de distinguir uma afirmação de sua recíproca (CROWLEY, 1994). Nasser e Sant'Anna (1998) exemplificam que nesse nível os alunos demonstram as propriedades dos triângulos e quadriláteros utilizando a congruência de triângulos.

NÍVEL 5 ou RIGOR: "Neste estágio, o aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, isto é, podem-se estudar geometrias não euclidianas e comparar sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato" (CROWLEY, 1994, p. 4). Catala, Aymemi e Gomez (1997) ainda acrescentam que, como sugerem os últimos estudos sobre o tema, por seu alto grau de abstração este último nível deveria ser considerado uma categoria à parte.

Além das especificidades inerentes a cada nível do pensamento geométrico, existem algumas "generalidades que caracterizam o modelo", identificadas pelos Van Hiele, que são "particularmente significativas para educadores, pois podem orientar a tomada de decisões quanto ao ensino" (CROWLEY, 1994, p. 4). Essas características gerais – nomeadas como sequencial, avanço, intrínseco e extrínseco, linguística, combinação inadequada – são descritas a seguir.

Sequencial: para que um aluno possa acompanhar determinado nível, é preciso que tenha adquirido as estratégias dos níveis anteriores (CROWLEY, 1994). Ou seja, para assimilar conceitos e propriedades próprios de um nível é preciso dominar o nível anterior.

Avanço: o progresso de um nível para o outro, segundo Crowley (1994) depende mais do conteúdo e da metodologia do que propriamente da idade. Não há como fazer com que os alunos "pulem" níveis, mas os métodos podem acentuar ou retardar o progresso. É possível treinar os alunos a trabalhar com habilidades acima do seu nível real. Por exemplo, treinar operações com frações sem dizer aos alunos o que as frações significam. No entanto, o que ocorre em casos como esse é a redução do conteúdo a um nível inferior, sem que haja compreensão.

Intrínseco e extrínseco: objetos inerentes a um nível, mas que não eram compreendidos pelos alunos, passam a ser objetos de ensino no nível imediatamente posterior (CROWLEY, 1994). Por exemplo, no nível 1 é conhecida uma figura que, obviamente, é determinada por suas propriedades, mas é só no nível 2 que essas propriedades são conhecidas.

Linguística: "Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos" (CROWLEY apud P. Van Hiele, 1994, p. 5). Dessa forma, uma relação pode ser considerada correta em um nível, mas se modificar em outro devido à diferente compreensão. Tomando como exemplo o quadrado, que também pode ser chamado de retângulo, ou de paralelogramo, enfim. Até o nível 2 o aluno não é capaz de compreender essa relação, enquanto no nível 3 essa compreensão é fundamental.

Combinação adequada: segundo Crowley (1994), a aprendizagem desejada não acontecerá se o professor, o conteúdo e metodologia estiverem em níveis diferentes daquele em que se encontra o aluno. Exemplificando, se o material didático e a linguagem do professor estiverem em um nível superior ao do aluno, este não conseguirá acompanhar, se sentirá frustrado e não conseguirá avançar para o nível seguinte.

De acordo com Silva e Candido (2014), os Van Hiele afirmavam que mais importante do que a idade cronológica do aluno é a instrução dada pelo professor. Por conta disso, propuseram cinco fases de aprendizagem que, desenvolvidas em sequência, favorecem a aquisição de um nível de pensamento e o avanço para o nível imediatamente posterior. São elas: interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

Fase 1 – interrogação ou informação: nesta fase, o professor estabelece um diálogo com os alunos, levando-os a fazer observações, levantando questões e introduzindo um vocabulário específico do nível de compreensão. É quando o professor percebe os conhecimentos que os alunos já acumularam, e os alunos percebem em que direção avançarão os estudos (CROWLEY, 1994).

Fase 2 – orientação dirigida: o professor apresenta aos alunos uma sequência de atividades que os levarão a explorar o objeto de estudo e gradualmente compreender as estruturas características deste nível. Dessa forma, as atividades devem ser curtas e possibilitar respostas específicas e objetivas (CROWLEY, 1994).

Fase 3 – explicação: segundo Crowley (1994), nesta fase os alunos dialogam entre si sobre as opiniões provenientes das estruturas observadas, sobre as propriedades e características descobertas, tomando como base suas experiências anteriores, formando o sistema de relações do nível em questão. Nesse momento o único papel do professor é o de orientar os alunos no uso de uma linguagem adequada ao nível.

Fase 4 – orientação livre: o professor apresenta aos alunos tarefas mais complexas que na fase 2, com diferentes etapas, diferentes possibilidades de serem concluídas ou mesmo tarefas em aberto. O professor deve interferir o mínimo possível, deixando que os alunos utilizem seus conhecimentos anteriores para buscarem sua própria maneira de resolver as tarefas. Segundo Crowley (1994), dessa forma muitas das relações entre os objetos de estudo se tornam claras para os alunos.

Fase 5 – integração: nessa fase final, os alunos analisam e sintetizam o que aprenderam, formando uma visão geral do conteúdo que foi explorado. O professor tem a função de auxiliar nessa síntese fornecendo um resumo do que foi aprendido, sem introduzir nada de novo. (CROWLEY, 1994).

"No final da quinta fase, os alunos alcançaram um novo nível de pensamento. O novo domínio de raciocínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases de aprendizado no nível seguinte" (CROWLEY, 1994, p. 8).

Os níveis de compreensão do pensamento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas pelos Van Hiele, de acordo com Crowley (1994), vêm propor ao professor maneiras de identificar o nível de maturidade geométrica de seus alunos e caminhos para ajudá-los na transição de um nível para outro, ressaltando que, muito mais do que a maturidade cronológica dos alunos, é o método de ensino que tem maior significado nesse processo.

Observa-se que o modelo visa colocar o aluno como um ser ativo na aprendizagem, trabalhando com autonomia e orientando suas próprias descobertas.

Tecnologias na Educação Matemática e no ensino de Geometria

Vivemos na era da informação, tempo em que a introdução, disseminação e apropriação das tecnologias da informação e comunicação têm levado a uma utilização cada vez maior da informática nos meios de produção e serviços. Nessa sociedade da informação, a vida e a rotina das pessoas têm, cada vez mais, se organizado em função das facilidades tecnológicas que estão à sua disposição.

Gravina e Basso (2012) relembram que, num passado não muito distante, pessoas viviam de certa forma isoladas da maior parte do mundo, comunicando-se com ele através de cartas que por vezes demandavam muito tempo e percorriam grandes distâncias para chegar ao seu destino. No entanto, com o surgimento da internet, estabeleceu-se uma conexão em rede mundial que cresce exponencialmente.

Hoje temos à nossa disposição os mais variados tipos de tecnologia, que nos permitem acessar qualquer tipo de informação quase instantaneamente. Nesse sentido, Gravina e Basso colocam que "nossas rotinas de sala de aula também deveriam incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir" (2012, p. 12). Segundo os autores, as tecnologias ampliam as possibilidades para *experimentos de pensamento*, disponibilizando cada vez mais ferramentas que suportam a exteriorização, a diversificação e a ampliação de pensamentos.

Mais especificamente, as tecnologias nos fornecem ferramentas interativas que incorporam *sistemas dinâmicos de representação* na forma de objetos *concreto-abstratos*. "São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais" (GRAVINA; BASSO, 2012, p. 14). Os autores destacam duas funções primordiais dos sistemas de representação: a) permitir a externação, consolidação e comunicação do saber matemático; b) dar suporte aos pensamentos, aos processos cognitivos que produzem saber matemático.

Para Gravina (2001, p. 36), "o suporte dos ambientes informatizados à pesquisa em Matemática favorece a exploração, a elaboração de conjecturas e o refinamento destas, e a gradativa construção de uma teoria Matemática".

Da mesma forma, Almouloud (2005) defende o uso do computador como ferramenta na construção de conhecimentos, com os alunos "no centro do processo educativo, compreendendo conceitos e reconhecendo a sua aplicabilidade em situações por ele vivenciadas" (p. 52), tornando-se capazes de descrever, refletir e depurar ideias. Para isso, não basta que o professor tenha disponíveis os elementos tecnológicos e saiba operá-los, mas é preciso que saiba utilizá-los de forma a intervir de forma significativa no processo educativo.

Almouloud (2005) reforça que o objetivo do uso das tecnologias na educação é proporcionar ao aluno condições que favoreçam a construção de conhecimento e a superação das dificuldades. Sendo assim, o professor precisa organizar uma proposta pedagógica em função dos objetivos que quer alcançar e das ferramentas de que dispõe, buscando, antes de tudo, ponderar se o ambiente informático a ser utilizado realmente contribuirá para o alcance desses objetivos.

Nessa perspectiva, Miskulin et al (2006, p. 3) ressaltam que "os educadores devem estar aptos para essas novas formas do saber humano, novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento, novas formas de produção e apropriação do saber científico". Os autores reforçam a importância do professor como mediador do processo ensino aprendizagem proporcionando contextos favoráveis para que o processo educativo tome uma dimensão inovadora, considerando os avanços da ciência e da tecnologia. Além disso, destacam a importância da informática no desenvolvimento da capacidade cognitiva e rompimento da relação vertical professor-aluno, tornando a aprendizagem um processo cooperativo.

Dessa forma, é necessário que o professor busque constante atualização e aperfeiçoamento, de modo que acompanhe os avanços tecnológicos e possa utilizá-los a favor de sua prática docente.

No que se refere ao ensino da Geometria, surgem os ambientes de geometria dinâmica, definidos por Gravina (2001) como ferramentas que oferecem régua e compasso virtuais que permitem a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. "São micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso da geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador" (GRAVINA, 2001, p. 82).

Laborde (1997) destaca como características desse ambiente informático a coexistência de *primitivas de desenho puro e primitivas geométricas*, e a manipulação direta do desenho. Em outras palavras, os objetos geométricos são construídos a partir de elementos primitivos – pontos, retas, círculos – e de relações geométricas estabelecidas entre eles – paralelismo, perpendicularismo, etc. Sobre a manipulação direta, Laborde (1997) diz que se você rolar com o mouse um dos elementos básicos do desenho, ele transforma preservando as propriedades geométricas utilizadas em seu traçado e as destas derivadas. Sendo assim, o movimento constitui a principal característica dos ambientes de geometria dinâmica.

Sobre a estabilidade sob ação de movimento, Gravina et al (2012, p. 39), esclarecem:

> Feita uma construção, mediante movimento aplicado aos pontos que dão início à construção, a figura que está na tela do computador se deforma quanto ao tamanho e posição, mas preserva as propriedades geométricas que foram impostas no processo de construção, bem como as propriedades delas decorrentes.

Sendo assim, Laborde (1997) destaca que os ambientes de geometria dinâmica respondem à intenção de oferecer um sistema cujo domínio de funcionamento em relação à geometria seja maior, tornando mais evidentes os domínios de interpretação. De acordo com o autor, o campo de experimentação oferecido pelo desenho com lápis e papel está limitado por razões materiais, como a imprecisão do traçado e a impossibilidade de manipulação, por exemplo. Já os ambientes de geometria dinâmica, não só por sua funcionalidade de edição gráfica, mas também pelos conhecimentos geométricos que integra, amplia o campo de experimentação.

Dentre os ambientes de geometria dinâmica, destaca-se o GeoGebra, *software* com um menu consistente e interessante para se trabalhar com a geometria euclidiana, além de ser um *software* livre, não dependendo de licença para instalação. A interface interativa, de fácil manuseio, oferece régua e compasso virtuais, dados respectivamente pelos recursos *Reta por Dois Pontos* e *Círculo com Centro e Ponto*.

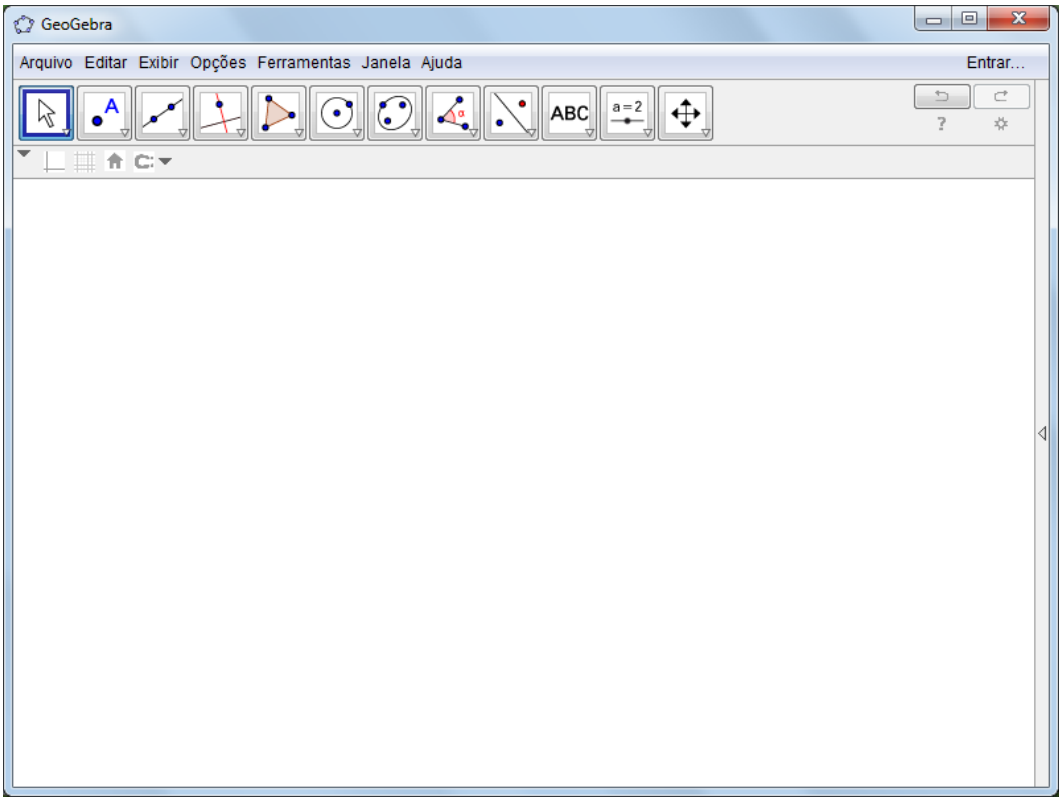
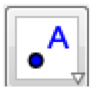
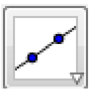
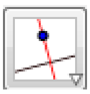
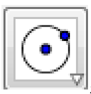
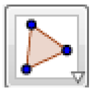
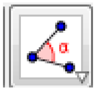
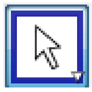


Figura 1 – *Interface* do GeoGebra (Geometria)

O menu do GeoGebra apresenta as ferramentas através das quais, com ajuda do *mouse*, são realizadas as construções na área de trabalho, como nos mostra a figura 1. Para construir um segmento de reta, por exemplo, devemos utilizar as ferramentas ponto  e segmento, embutido na ferramenta reta . Caso queira construir um quadrado cujos lados tenham a medida desse segmento, devo utilizar ferramentas como reta perpendicular  e círculo dados centro e um de seus pontos , por exemplo.

Além destas, o GeoGebra apresenta ferramentas como polígono , ângulos  e texto 

. Para mover as construções, utiliza-se a ferramenta mover .

Existem ainda outras ferramentas embutidas entre estas apresentadas, como semirreta, ponto de intersecção entre dois objetos, ponto médio, reta paralela, polígono regular, inserir imagem, entre outras, que permitem uma diversidade de possibilidades para o trabalho com geometria dinâmica.

Além de todas as possibilidades de um ambiente de geometria dinâmica, o GeoGebra, como o próprio nome já sugere, alia o estudo de Geometria (Geo) e Álgebra (Gebra). Dessa forma, é possível trabalhar as figuras geométricas sob o ponto de vista analítico. Para cada construção feita na área de trabalho ou janela de visualização (pontos, segmentos, retas, polígonos, círculos, etc.), temos sua representação algébrica na janela de álgebra (coordenadas dos pontos, medidas dos segmentos, área dos polígonos, equação da reta ou da circunferência, etc.).

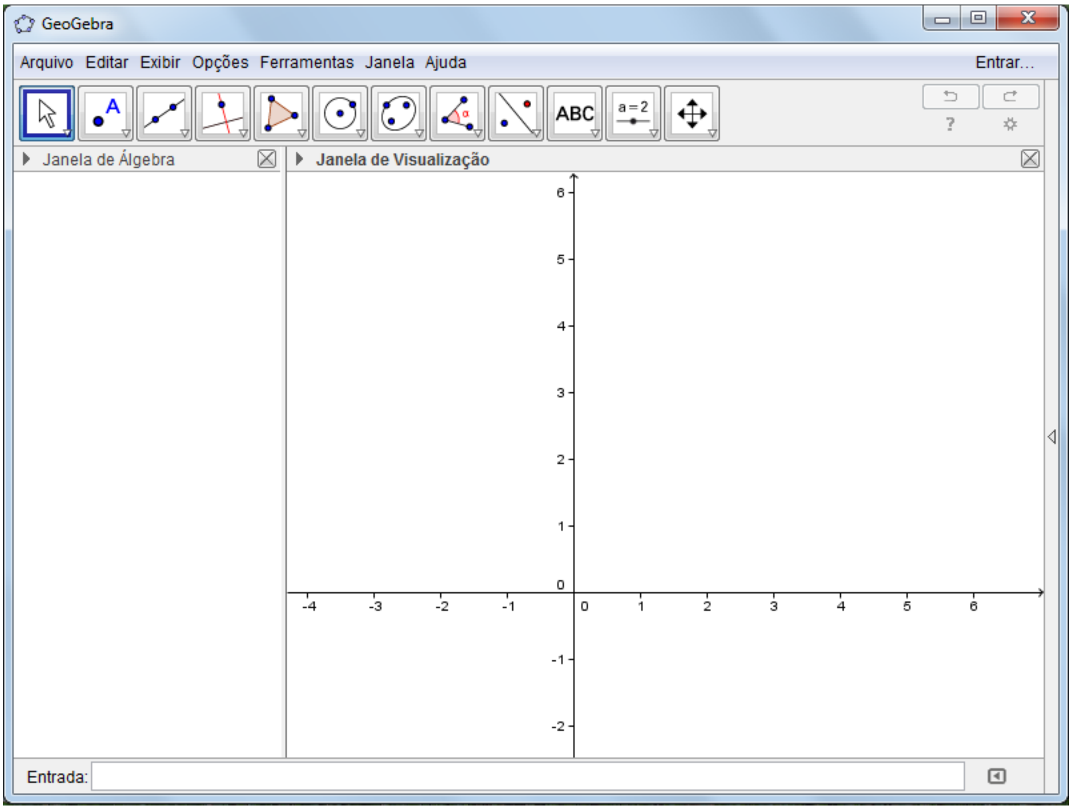


Figura 2 – *Interface* do GeoGebra (Álgebra)

Outro recurso didático de grande auxílio para o ensino de Geometria é o Geoplano. De acordo com Moraes (2008), o Geoplano foi criado por Caleb Gattegno, em 1961, e seu uso permite ao aluno a identificação e reprodução de figuras geométricas planas, identificação e diferenciação de unidades de medida, a compreensão de ideias de semelhança e congruência, a identificação e comparação de propriedade de figuras, entre outros.

O Geoplano, originalmente, constitui-se de um pedaço de madeira com pregos cravados a meia altura formando um quadriculado. O uso de tiras elásticas esticadas entre os pregos permite formar vários tipos de polígonos. Com a evolução das tecnologias, surgiram diversos jogos e aplicativos que oferecem o Geoplano virtual.

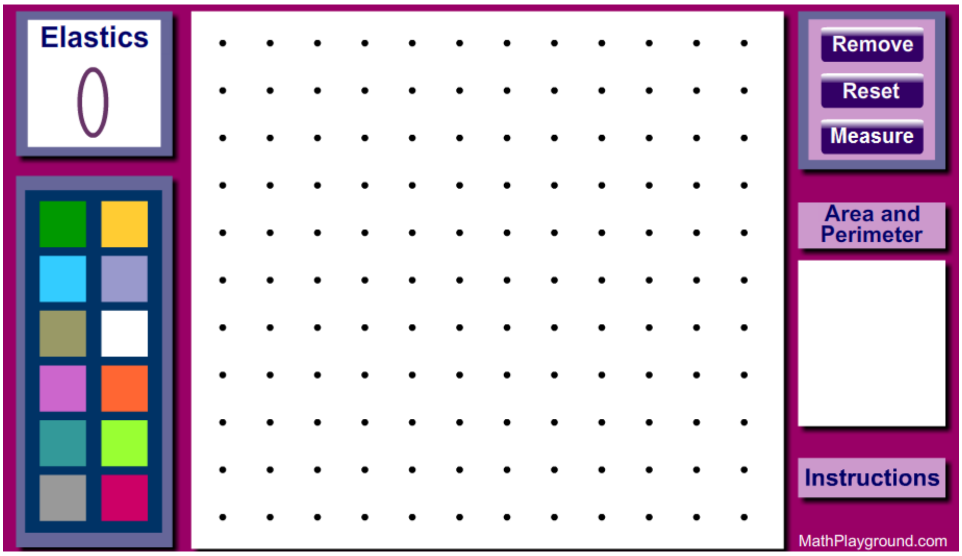


Figura 3 – *Interface* do Geoplano virtual
Fonte: <http://www.mathplaygroud.com/geoboard.html>

Através de um menu de fácil manuseio, apesar da idioma em inglês, os alunos constroem suas figuras, podendo modificá-las e removê-las quantas vezes acharem necessário. O botão “elastics” é utilizado para acrescentar uma nova tira elástica no Geoplano. Os botões com as cores podem ser utilizadas para colorir as figuras construídas. Para apagar a última figura construída, utiliza-se o botão “remove” e para limpar a tela o botão “reset”. O botão “measure” é utilizado para exibir as medidas de área e perímetro das figuras construídas na tela indicada por “area and perimeter”.

A figura 4 mostra uma construção realizada no Geoplano virtual.

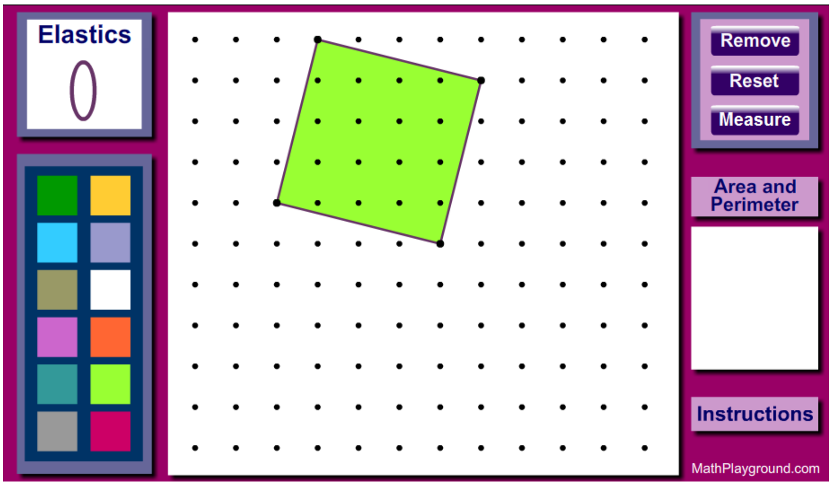


Figura 4 – Quadrado construído no Geoplano virtual
Fonte: <http://www.mathplaygroud.com/geoboard.html>

A proposta didática

O experimento foi desenvolvido com alunos do 4º ano de turno integral de uma escola municipal do interior do município de Mato Leitão, formada por 6 meninas e 7 meninos com idades entre 9 e 12 anos. No entanto, apenas 11 desses alunos participaram da pesquisa, sendo que um destes é aluno incluso. A professora titular responsável pela turma é a autora desta pesquisa.

A aplicação da proposta se deu em dois momentos distintos, com duração de duas horas cada um, e foi seguida de uma atividade de avaliação, a fim de validar, ou não, sua aplicabilidade.

O objetivo principal dessa proposta foi de buscar alternativas, através do uso de tecnologias digitais, para o trabalho com geometria nos anos iniciais, que possam ser compartilhadas com os profissionais que atuam nessa área e que nos apontem possibilidades de caminhos para desenvolver outras propostas na área de geometria, ou mesmo nas demais áreas da Matemática para os anos iniciais.

Com as atividades apresentadas nessa sequência didática, pretendia-se que os alunos realizassem manipulações com software de geometria dinâmica, identificando figuras geométricas e suas características e percebendo semelhanças e diferenças entre as figuras geométricas manipuladas, e construíssem figuras geométricas a partir das características observadas. Além disso, buscava-se auxiliar os alunos no desenvolvimento da linguagem matemática, através da caracterização escrita das figuras geométricas e da identificação de figuras a partir da leitura de suas características.

Apesar de o laboratório de informática permitir o uso de um computador por aluno, as atividades foram realizadas em duplas, pois essa forma permite maior possibilidade de troca de ideias e de colaboração mútua na identificação e escrita das características.

Segue a descrição das atividades da proposta didática.

1º momento

Os alunos foram solicitados a abrir um arquivo do GeoGebra com quatro figuras geométricas construídas: um quadrado, um retângulo, um paralelogramo e um losango, como mostra a figura 3. As medidas permaneceram em destaque para facilitar a percepção da diferença/igualdade entre os lados das figuras.

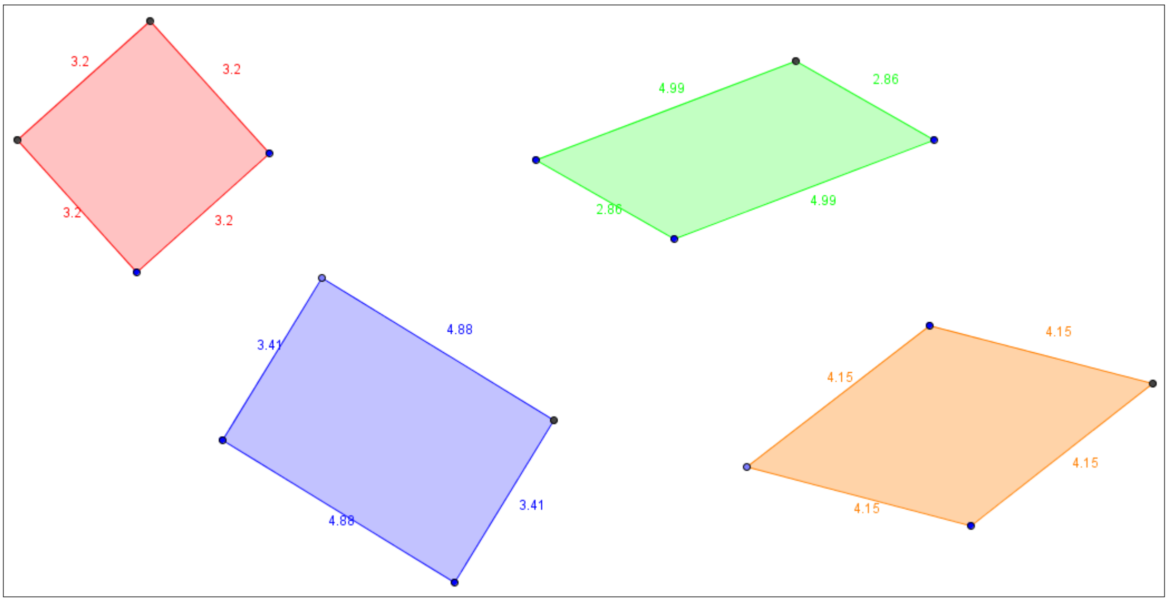


Figura 5 – Figuras geométricas apresentadas no GeoGebra

Os alunos foram questionados a respeito das figuras:

- *O que vocês estão vendo na tela?*

- *Vocês conhecem essas figuras?*

- *Como se chamam?*

- *Como sabem disso?*

- *Onde já viram essas figuras?*

Esperava-se, nesse momento, que os alunos dessem respostas como “figuras geométricas”, por exemplo, ou mesmo citassem os seus nomes. Após os questionamentos, os alunos deveriam identificar as figuras pelo nome utilizando a ferramenta *texto*.

Logo após, foram orientados a manipularem as figuras livremente, observando que tipos de alterações ocorriam em cada uma delas, de que forma se comportavam, enfim, o que acontecia quando aplicavam movimentos aos pontos.

Após as manipulações, foram feitos novos questionamentos:

- *O que aconteceu com as figuras?*

- *Por que vocês acham que isso aconteceu?*

Em seguida, os alunos foram orientados a construir no Geoplano virtual figuras que apresentassem as mesmas características das apresentadas e manipuladas no GeoGebra. Após cada construção no Geoplano virtual, os alunos deveriam reproduzir a mesma no Geoplano em papel, respondendo aos seguintes questionamentos:

1. A figura que você construiu é um ____________________________.

2. Se um colega perguntar a você como é um __________________________, como você poderia explicar para ele? Escreva o que você poderia dizer ao seu colega.

3. Você acha que seu colega conseguirá fazer uma figura igual à sua com essa resposta?

Foi de grande importância questionar os alunos constantemente durante as suas escritas, perguntando-os, por exemplo, no que estavam pensando ao escrever determinada característica. Isso faz com que pensem novamente sobre os objetos, podendo melhorar a compreensão que estão construindo dos mesmos.

2º momento

Após a compilação dos registros feitos pelos alunos, os mesmos foram redistribuídos entre os colegas sem que o nome da figura estivesse identificado. Utilizando o Geoplano virtual, os alunos deveriam construir figuras de acordo com as características que as descreviam, procurando identificar cada uma das figuras com seu nome.

Após a construção de cada objeto, responderam às seguintes questões:

1. Com a explicação do seu colega, você conseguiu construir uma figura geométrica?

2. Na sua opinião, faltou alguma informação? Qual?

3. Que figura você conseguiu formar com a resposta de seu colega?

Ao final das construções, e a partir das mesmas, foram descritas em conjunto as características que definem cada um dos objetos explorados ao longo da proposta.

Avaliação

Num terceiro momento, após a aplicação da proposta didática, os alunos resolveram duas atividades como as que seguem abaixo.

1. Escreva o nome de cada uma das figuras abaixo:

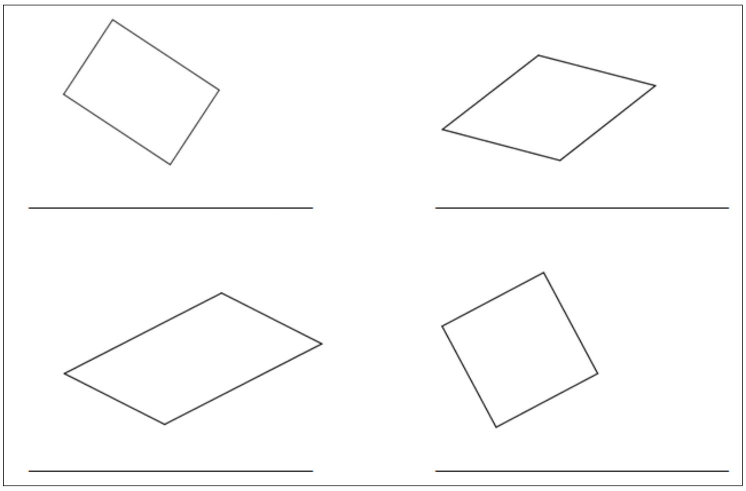


Figura 6 – Atividade avaliativa (identificação das figuras geométricas)

2. Ligue o nome de cada figura às suas características:

Quadrado •	• Quatro lados iguais, dois pares de pontas iguais frente a frente.
Retângulo •	• Dois pares de lados iguais frente a frente, dois pares de pontas iguais frente a frente.
Losango •	• Dois pares de lados iguais frente a frente, quatro pontas retas.
Paralelogramo •	• Quatro lados iguais, quatro pontas iguais e retas.

Figura 7 – Atividade avaliativa (caracterização das figuras geométricas)

Vale lembrar que as características e a linguagem utilizadas na segunda atividade foram baseadas nas características definidas conjuntamente pela turma.

Análise da prática

Como colocado anteriormente, num primeiro momento os alunos deveriam identificar, manipular, reproduzir e caracterizar quatro figuras geométricas, sendo elas o quadrado, o retângulo, o losango e o paralelogramo.

Como esperado, todos os alunos logo perceberam se tratar de figuras geométricas e identificaram prontamente o quadrado, o retângulo e o losango, pois são mais comumente observadas. O paralelogramo, por não ser tão comum como os demais, não foi identificado de imediato, mas depois de permitir um tempo para que pensassem acerca da figura, uma das alunas o identificou.

Ao serem questionados sobre onde já viram tais formas, passaram a relacioná-las com objetos de seu cotidiano. O retângulo, por exemplo, foi relacionado à porta da sala, ao quadro na parede, às janelas, à tela do computador. O quadrado foi comparado ao piso utilizado no chão do laboratório. O losango foi comparado às placas de sinalização que ficam em frente à escola, embora não tenham reconhecido que também se tratam de quadrados posicionados sem a base paralela ao chão. O que se percebe a partir dessa comparação, é que os alunos estão acostumados a trabalhar com as chamadas *imagens prototípicas*, que são apresentadas sempre da mesma maneira, com o mesmo posicionamento paralelo aos lados das folhas.

A partir dessas observações, pode-se dizer que, ao iniciar a pesquisa, os alunos se encontravam no Nível 1 da teoria de Van Hiele, que considera que o aluno é capaz de identificar as figuras geométricas, sem caracterizá-las.

Através da manipulação das figuras geométricas, os alunos puderam observar algumas transformações nas mesmas, ao mesmo tempo em que procuravam identificar características que permaneciam. Por exemplo: ao manipular o quadrado, perceberam que o mesmo mudava seu tamanho e sua posição na tela, ao mesmo tempo em que mantinha os quatro lados iguais. A cada manipulação executada na tela do computador, eram questionados sobre o que acontecia com as figuras e por que achavam que essas modificações podiam estar ocorrendo.

Essa, conforme a teoria de Van Hiele, se caracteriza como a fase de interrogação, primeira das fases de aprendizagem para o avanço até o nível de compreensão seguinte do pensamento geométrico. No entanto, é importante destacar que, por se tratarem de alunos menores, os questionamentos ocorrem mesmo durante as fases seguintes, pois os alunos sentem a necessidade constante que saber se o seu pensamento está correto.

Na segunda fase, denominada orientação dirigida, os alunos deveriam reconstruir as figuras observadas utilizando o Geoplano e caracterizar as figuras construídas. De acordo com Van Hiele, ao iniciar a caracterização das figuras geométricas, no nível 2, os alunos costumam registrar todas as características observadas. No entanto, algumas duplas as descreveram como é esperado no nível 3. Por exemplo, das cinco duplas/trios, três se detiveram apenas às características mínimas para a formação do quadrado: quatro lados iguais e quatro ângulos retos ou iguais. Com isso, esse número reduzido de características também se observou com relação às demais figuras.

Para a construção do quadrado, por exemplo, todos tiveram facilidade, mas de certa forma era esperado que reproduzissem figuras prototípicas, como podemos ver na construção de uma das duplas (figura 8).

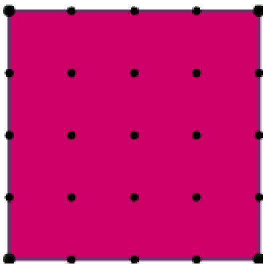


Figura 8 – Quadrado da dupla AS/AF

Apenas uma das duplas apresentou uma construção não convencional, buscando reproduzir uma figura exatamente igual àquela que fora apresentada no GeoGebra.

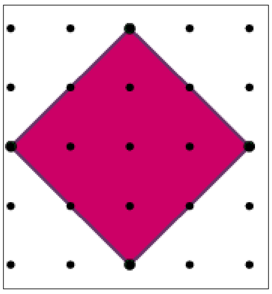
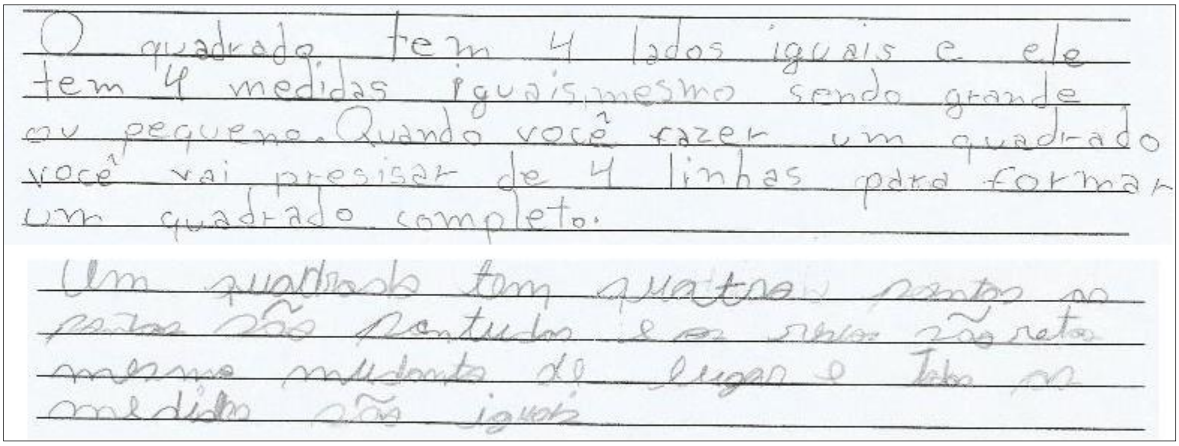


Figura 9 – Quadrado da dupla SB/JS

Apesar das construções diferenciadas, as duplas destacaram basicamente as mesmas características do quadrado, como se pode observar na figura 9.



O quadrado tem 4 lados iguais e ele tem 4 medidas iguais mesmo sendo grande ou pequeno. Quando você fazer um quadrado você vai presisar de 4 linhas para formar um quadrado completo.

Um quadrado tem quatro pontas as pontas são pontudas e os riscos são retos mesmo mudando de lugar e todas as medidas são iguais

Figura 10 – Caracterização do quadrado pelas duplas AS/AF e SB/JS

Em ambas as descrições, podemos observar que não foram destacadas todas as características presentes no quadrado, apenas aquelas já conhecidas de explorações anteriores: lados iguais e retos (referindo-se às linhas retas). As demais duplas destacaram ainda os ângulos retos e/ou todos iguais.

Partindo para a exploração do retângulo, observou-se que os alunos passaram a buscar mais características, o que aconteceu a partir de uma observação em voz alta de uma aluna dizendo que *"o retângulo tem as pontas iguais ao quadrado"*. Ao ser questionada sobre o que queria dizer com esta observação, respondeu que *"são todas retas"*. Questionei novamente sua colocação, perguntando *"o que tu queres dizer com pontas retas?"*, ao que me respondeu formando um ângulo reto com as mãos: *"assim"*.

Esse acontecimento em especial vem nos mostrar o desenvolvimento natural do vocabulário matemático. Embora em nenhum momento tenha sido usado o termo "ângulo", o termo "reto" surgiu de maneira natural, e passou a ser utilizado pelos alunos nas caracterizações que o exigiam. Dessa forma, quase todas as duplas destacaram as "pontas retas" ao caracterizar o retângulo.

Assim como na construção do quadrado, não houve dificuldades na construção do retângulo, embora todas as duplas tenham apresentado representações prototípicas para essa figura, como mostra a figura a seguir.

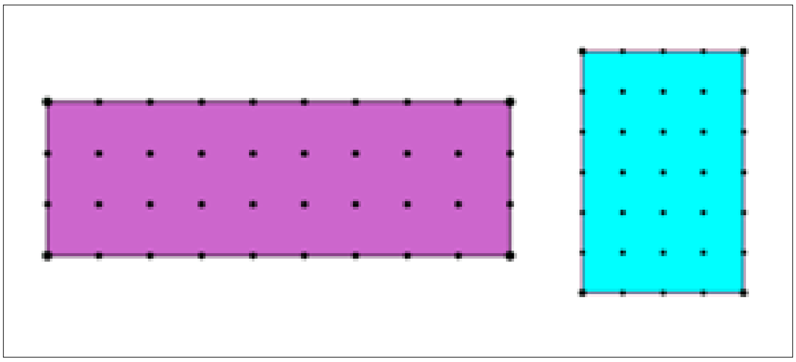
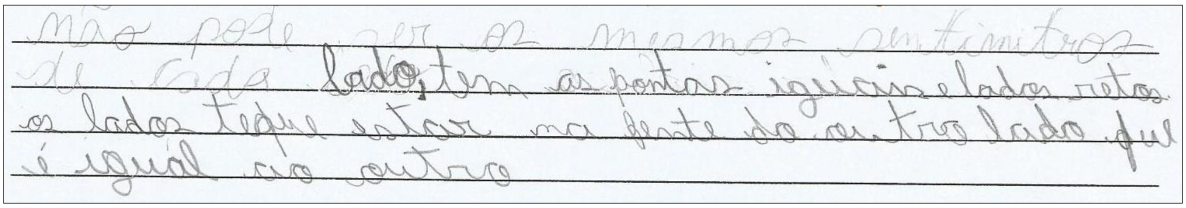


Figura 11 – Retângulos do trio MD/JF/LC e da dupla DS/ES, nesta ordem

Quanto à caracterização do retângulo, todas as duplas reforçaram que é formado por duas linhas maiores e duas linhas menores. No entanto, chamam atenção as duas descrições a seguir.

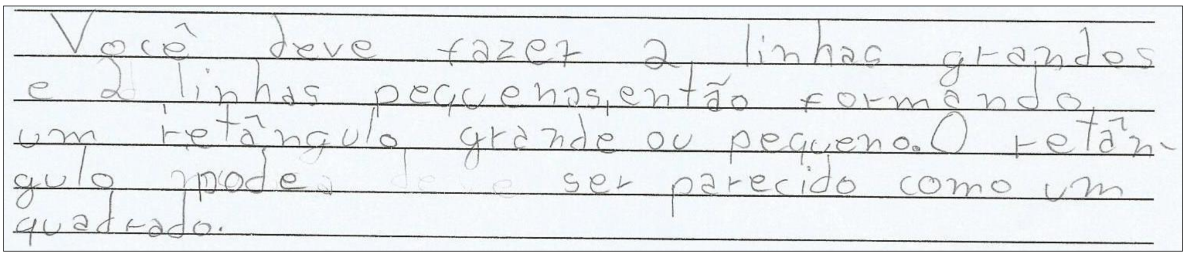


Não pode ser os mesmos centimitros de cada lado, tem as pontas iguais e lados retos os lados tequé estar na frente do outro lado que é igual ao outro

Figura 12 – Caracterização do retângulo da dupla DS/ES

Apesar da dificuldade em expressar seu pensamento, a dupla em questão destacou os lados opostos iguais, o que não foi observado em nenhuma outra caracterização.

Já a dupla AS/AF observou o fato de que, através da manipulação, o retângulo pode vir a se transformar em um quadrado, apesar de não ter deduzido que o quadrado é um tipo de retângulo. De todas as duplas, esta foi a única a não observar os ângulos retos do retângulo.



Você deve fazer 2 linhas grandes e 2 linhas pequenas, então formando um retângulo grande ou pequeno. O retângulo pode ser parecido como um quadrado.

Figura 13 – Caracterização do retângulo da dupla AS/AF

Passando à construção do paralelogramo, os alunos tiveram um pouco mais de dificuldade, demandaram mais tempo para realizá-la, mas todas as duplas obtiveram sucesso. Com relação às caracterizações, foram pouco desenvolvidas, a maioria se deteve somente aos lados da figura, como já havia acontecido com o quadrado.

A dupla AS/AF, por exemplo, ao concluir a construção do paralelogramo descobriu ter construído um losango. No entanto, por terem realizado a construção a partir da manipulação do paralelogramo, estavam certas de que sua construção estava correta, concluindo que o paralelogramo é parecido com o losango. Não chegaram a concluir que o losango é, na verdade, um tipo particular de paralelogramo, mas destacaram, em sua caracterização, que os lados opostos devem ser iguais: “quando você desenhar vai ter 2 lados iguais que são de frente, é parecido com um losango”.

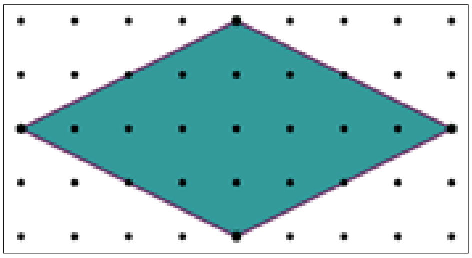


Figura 14 – Paralelogramo da dupla AS/AF

A dupla DS/ES obteve duas construções diferentes, uma delas um retângulo, mas teve dificuldades em perceber a diferença. Mesmo quando questionados, não perceberam que a primeira construção, embora correta, correspondia também à figura de um retângulo. Quanto às características da figura, poucas foram observadas e destacadas pela dupla além de uma das características mínimas: “os 2 lados um na frente do outro tem a mesma medida”.

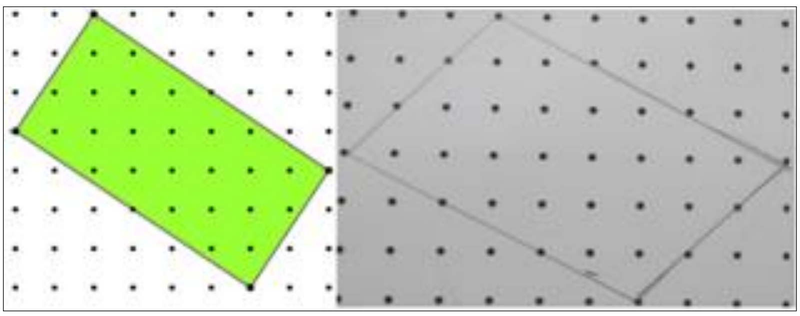


Figura 15 – Paralelogramos da dupla DS/ES

A dupla JF/LC é formada por dois alunos inclusos (originalmente seria um trio, mas no momento dessa construção um dos alunos teve de se ausentar do laboratório). Apesar de serem alunos com dificuldades extremas de aprendizagem em diversas áreas e de realizarem diversas construções frustradas, ao longo do trabalho se obrigaram a buscar estratégias que os demais colegas ainda não haviam percebido: contar a quantidade de pontos que deveriam "andar" na horizontal e na vertical para que os lados opostos ficassem de acordo com a figura observada no GeoGebra. Quanto à caracterização da figura, foi a única dupla que destacou os ângulos opostos iguais: "os lado comprido fica igual, as ponta da frente fica igual".

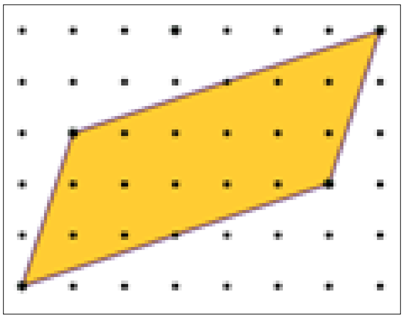


Figura 16 – Paralelogramo da dupla JF/LC

Quanto à construção e caracterização do losango, contrariando a expectativa, foi aquela em que os alunos mais dificuldades apresentaram. Por ser uma figura já conhecida dos alunos, identificada com facilidade no início da exploração, esperava-se que tivessem facilidade ao trabalhar com a mesma.

O que chamou atenção foi o fato de não conseguirem reproduzir no papel a construção feita no Geoplano virtual, e ao serem questionadas sobre como fizeram a primeira construção, a resposta era sempre *"mas eu não me lembro"*, o que mostra que ainda não conseguem conceituar de forma escrita a figura reproduzida. Três das cinco duplas participantes reproduziram no papel a figura de um quadrado sem que se dessem conta do fato, nem mesmo ao serem questionadas sobre o desenho.

A figura 16 mostra as construções e a caracterização do losango de uma das duplas. A descrição apresentada destaca os quatro lados iguais e os pares de ângulos iguais, embora não os ressalte como ângulos opostos. Mas, se compararmos a descrição com o desenho feito no papel, percebe-se que não foram coerentes, pois descreveram o losango com “duas pontas mais compridas e as outras mais pequenas”, enquanto o desenho apresentava quatro pontas iguais. Mesmo ao serem questionados, os alunos não perceberam que seu desenho não respeitava as características definidas por eles mesmos.

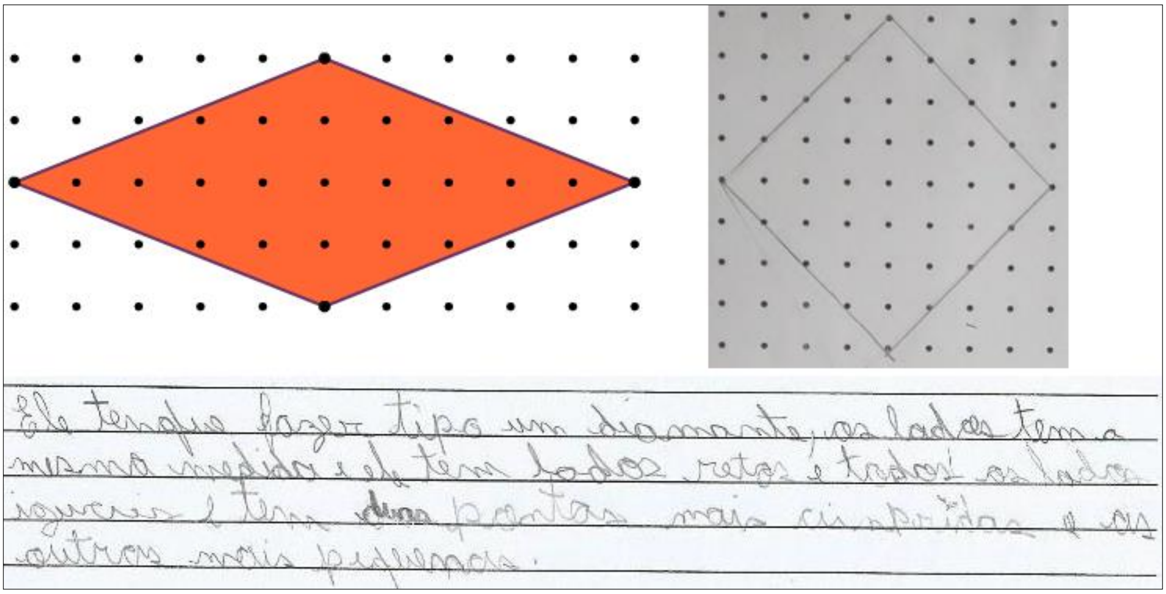


Figura 17 – Construções e caracterização do losango da dupla DS/ES

Percebe-se aí a dificuldade da dupla em reavaliar a construção e/ou a caracterização na figura, pois não foram capazes de perceber a impossibilidade de respeitar ambas as construções com a descrição feita.

Ao final da atividade, passou-se à explicação, terceira das cinco fases de aprendizagem de Van Hiele. Os alunos puderam expor suas ideias sobre aquilo que observaram e construíram ao longo da tarefa, e sobre as características observadas nas figuras exploradas.

Dessa forma, enquanto uma dupla colocava suas conclusões, outra complementava com alguma informação adicional. Por exemplo: o trio MD/JF/LC explicou que o quadrado tem todos os lados com a mesma medida. A dupla LF/JG complementou afirmando que as pontas também são todas iguais e retas. Da mesma forma aconteceu com o retângulo, sobre o qual também o trio falou que tem dois lados grandes e dois pequenos, enquanto a dupla DS/ES completou dizendo que também tem as pontas retas. A partir daí, a descrição das outras figuras foi automática. O paralelogramo foi descrito com dois lados grandes e dois pequenos, duas pontas compridas que ficam de frente e duas pontas pequenas que ficam de frente. O losango foi caracterizado com todos os lados iguais, duas pontas compridas que ficam de frente e duas pontas menores que ficam de frente.

Quando os alunos diziam “pontas compridas”, estavam na realidade se referindo aos ângulos agudos, e as “pontas pequenas” se referiam aos ângulos obtusos, considerando que a “ponta” é mais curta. Nesse momento foi importante destacar junto aos alunos que, na verdade, quanto mais aberta a “ponta” maior é a sua medida, pois esta é definida conforme o tamanho da abertura. Assim, ângulos agudos passaram a ser definidos como “pontas menores” e os ângulos obtusos como “pontas maiores”.

No segundo encontro no laboratório de informática, passou-se para a próxima fase de aprendizagem, denominada orientação livre. Os alunos receberam as características escritas pelos colegas para as quatro figuras exploradas, sendo que deveriam construir a figura conforme as mesmas e identificá-la. A distribuição foi feita de forma que nenhuma dupla recebesse sua própria escrita. Como havia um aluno faltando, foram formadas somente duplas.

A primeira figura que deveriam construir seria o quadrado, para o qual todos tiveram sucesso. Mesmo as duplas que receberam caracterizações que explicitavam apenas os quatro lados iguais. Certamente pelo fato de o quadrado ser justamente a figura mais conhecida, foi a primeira a ser considerada.

A dupla AS/AF, por exemplo, recebeu uma caracterização muito parecida com a que haviam escrito para essa mesma figura, conforme a figura 9 mostrada anteriormente. Apresentou apenas uma pequena falha na construção: por acharem que o próprio Geoplano se tratava de um quadrado, ocuparam a área total e acabaram por construir um retângulo, cujos lados possuem 10 e 11 unidades de medida.

Para a construção da segunda figura, que seria o retângulo, também não houve maiores dificuldades. A dupla AS/AF, por exemplo, escreveu que “você deve fazer duas linhas grandes e duas linhas pequenas, então formando uma figura grande ou pequena, pode ser parecido com um quadrado” e poderia ter sido interpretada de diferentes maneiras. Mas por ser uma figura conhecida, a dupla LF/JG entendeu exatamente o que as colegas queriam dizer.

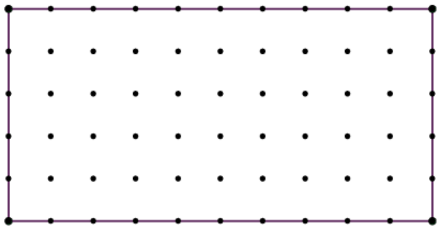


Figura 18 – Construção da dupla LF/JG a partir da escrita da dupla AS/AF

Já a construção da dupla AS/AF para a descrição dos colegas do trio MD/JF/LC não teve sucesso. A figura foi caracterizada como “sempre mais comprida ou mais alta ou mais baixa, as pontas dela são retas”. Sendo assim, apesar de soar um pouco confusa quanto aos lados, a escrita deixa claro que a figura possui ângulos retos. E essa característica não foi observada no momento da construção, como mostra a figura 18, o que levou a dupla a identificá-la incorretamente como um losango.

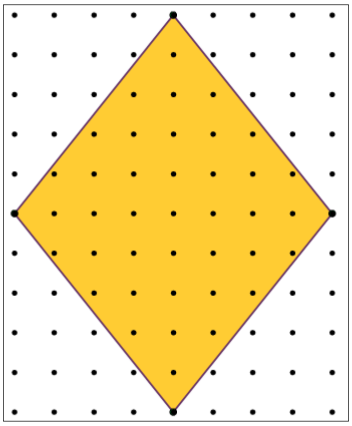


Figura 19 – Construção da dupla AS/AF a partir da escrita do trio MD/JF/LC

Já a dupla DS/ES respeitou todas as características no momento da construção, mas equivocou-se ao identificar a figura construída. A escrita da dupla LF/JG dizia que “as pontas são iguais e é mais largo na largura”, o que pode ser observado corretamente na figura 19. No entanto, sua construção foi reconhecida como paralelogramo, certamente por conta de sua posição não convencional, ou seja, não paralela à base do Geoplano.

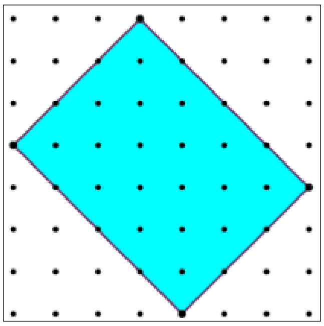


Figura 20 – Construção da dupla DS/ES a partir da escrita da dupla LF/LG

A terceira figura a ser construída se tratava do losango, e assim como na reprodução da figura a partir da observação e manipulação no GeoGebra, alguns alunos sentiram dificuldade em fazer os quatro lados iguais sem que a figura se tornasse um quadrado. Ao questionar as duplas se estavam respeitando as características lidas e levá-las a perceberem que sim, ficavam mais tranquilas. Um exemplo disso é a construção da dupla MD/JF (figura 20) a partir da escrita da dupla LF/JG que dizia “as pontas que ficam frente a frente são iguais e os lados dessa figura são todos iguais”.

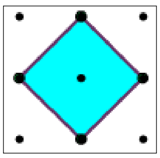


Figura 21 – Construção da dupla MD/JF a partir da escrita da dupla LF/JG

Apenas a dupla AS/AF, novamente, teve dificuldades com relação à interpretação da escrita dos colegas. As características escritas pela dupla DS/ES diziam “os lados tem a mesma medida e ele tem lados retos e todos os lados iguais, tem duas pontas mais compridas e as outras mais pequenas”. A figura 21 mostra a construção da dupla, que levou a um retângulo, apesar de a descrição deixar claro que a figura tem todos os lados iguais e que seus ângulos são diferentes.

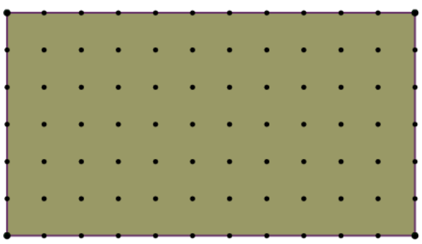


Figura 22 – Construção da dupla AS/AF a partir da escrita da dupla DS/ES

Para a construção da última figura, o paralelogramo, a maioria das duplas conseguiu concluir com sucesso, pois era a única figura que ainda não havia sido construída. A única dupla que não chegou ao paralelogramo foi DS/ES, pois já haviam identificado essa figura equivocadamente na segunda construção. Assim, sem nem ao menos fazer a leitura da escrita recebida, construíram um retângulo. Mesmo ao serem questionados se as características dadas pelos colegas conferiam com a figura, a dupla resistiu dizendo que não era necessário: *"todas as outras a gente já desenhou!"*.

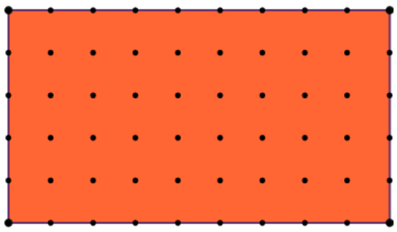


Figura 23 – Construção da dupla DS/ES a partir da escrita da dupla SB/JS

Ao final da atividade, realizou-se a integração, quinta e última fase de aprendizagem do modelo de Van Hiele. Nesse momento, os alunos complementaram as escritas que consideraram incompletas dos colegas, ou mesmo as suas, atribuindo conjuntamente as características que definiam as quatro figuras exploradas:

Quadrado – quatro lados iguais, quatro pontas retas;

Retângulo – dois pares de lados iguais frente a frente, quatro pontas retas;

Losango – quatro lados iguais, dois pares de pontas iguais frente a frente;

Paralelogramo – dois pares de lados iguais frente a frente, dois pares de pontas iguais frente a frente.

Ao longo dessas cinco fases de aprendizagem realizadas no laboratório de informática, algumas observações se fazem necessárias. Uma delas com relação às duplas de trabalho. Apesar da oportunidade de diálogo, observou-se que todas as duplas de certa forma elegeram aquele que executaria as atividades, manipulando as figuras e realizando as construções. Mesmo que tenha sido ressaltado em vários momentos que todos deveriam fazê-lo, sempre havia aquele que "liderava" o trabalho.

Outra observação interessante foi com relação à escrita. Oralmente, todas as duplas sempre tinham muito a contribuir. Já nos primeiros questionamentos, as duplas realizaram muitas observações, destacando características relevantes nas figuras exploradas. No entanto não as colocaram no papel, num intuito de terminar a atividade mais depressa.

Isso se refletiu diretamente no aproveitamento dos alunos, observado através da avaliação. Apenas três, dos onze alunos participantes, obtiveram 100% de aproveitamento na avaliação. Esses três alunos, justamente, haviam assumido uma postura ativa e realizaram a maior parte das atividades, enquanto seus colegas mantiveram uma postura passiva.

Quanto aos demais alunos, quatro foram capazes de identificar corretamente todas as figuras, três identificaram duas figuras e um aluno identificou apenas uma. Com relação às características das figuras, uma aluna relacionou todas corretamente, três alunos relacionaram corretamente apenas as características do quadrado e do retângulo, dois alunos relacionaram as características do losango e do paralelogramo apenas, um aluno relacionou corretamente apenas as características do retângulo e do paralelogramo e um aluno relacionou apenas as características do retângulo de maneira correta.

Dessa forma, ao final da aplicação dessa proposta didática, apenas três alunos alcançaram o Nível 2 de compreensão do pensamento geométrico, segundo a teoria de Van Hiele, nas quatro figuras exploradas. Quanto aos demais, cinco alunos alcançaram o nível 2 em duas das figuras exploradas, um aluno atingiu o nível 2 em uma figura, e dois alunos que não conseguiram alcançar o nível 2 em nenhuma das figuras exploradas.

Considerações finais

Diante dos dados coletados e analisados por meio dessa pesquisa, pode-se afirmar que o resultado foi positivo, apesar do avanço de grande parte dos alunos permanecer aquém da expectativa inicial, pois nos permite avaliar em que ponto a proposta foi realmente válida e de que forma pode ser aprimorada.

A iniciar pelas ferramentas utilizadas na execução da proposta, considero que foram de extrema importância. A manipulação das figuras geométricas através do GeoGebra permitiu que os alunos observassem características que não perceberiam de outra forma. O aumento proporcional das medidas do quadrado e do losango, a possibilidade de um retângulo “se transformar” em quadrado, as mudanças nas medidas dos ângulos do losango e do paralelogramo, são alguns exemplos.

O Geoplano virtual também foi de grande valia, pois possibilitou modificações nas construções para corrigir eventuais “erros” sem as inconveniências provocadas por um trabalho realizado em papel, que demanda mais tempo, deixa marcas do traçado "incorreto", provoca rasgos na folha e deixa os alunos frustrados.

Como observado durante a apresentação dos resultados da proposta, uma parte considerável dos alunos optou por assumir uma atitude passiva, deixando que o colega realizasse as manipulações e construções. Dessa forma, apesar de acreditar na importância do trabalho em duplas para que haja troca de ideias, creio que seja importante partir do trabalho individual, para que todos sintam a necessidade de participar ativamente de todas as atividades, possibilitando um resultado mais efetivo. Não que o diálogo e as trocas com colegas deixem de acontecer, mas que os alunos realizem essas trocas estando cada um realizando sua própria tarefa, seu próprio registro.

Considerando todas essas colocações, acredito que os resultados, certamente, serão muito mais efetivos, a curto e/ou longo prazo. Em curto prazo com relação à proposta didática em si, levando em conta as modificações colocadas para melhorar efetivamente o avanço dos alunos com relação às figuras geométricas exploradas. Em longo prazo se considerarmos a mudança na postura e na formação dos professores dos anos iniciais com relação ao ensino e aprendizagem da Geometria.

Referências

ALMOULOUD, Saddo A. informática e Educação Matemática. **Revista de Informática Aplicada**. Imes, v. 1, n. 1, p. 50-60, jan/jun 2005.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Geometria. Brasília: MEC, SEB, 2014.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. 3. ed. Brasília: A Secretaria, 2001.

CATALA, Claudi A.; AYMEMI, Josep M. F.; GOMEZ, Rafael P. **¿Por qué Geometría? Propuestas Didacticas para La ESO**. Madri: Editorial Sintesis, 1997.

CROWLEY, Mary L. O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary M.; SCHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994, p. 1-20.

GRAVINA, Maria A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo**. Porto Alegre: UFRGS, 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. Disponível em <http://hdl.handle.net/10183/2545>.

GRAVINA, Maria A; BASSO, Marcus V. de A. Mídias digitais na educação Matemática. In: **Matemática, Mídias Digitais e Didática**: tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

GRAVINA, Maria A; et al. Geometria dinâmica na escola. In: **Matemática, Mídias Digitais e Didática**: tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

GUIMARÃES, Sheila Denize; VASCONCELLOS, Mônica; TEIXEIRA, Leny R. M. O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos acadêmicos do Normal Superior. **Zetetiké**. Unicamp, v. 14, n. 25, p. 93-106, jan/jun 2006.

KALEFF, Ana M; et al. Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de Van Hiele. **Bolema**, Rio Claro, v. 10, p. 21-30, 1994.

LABORDE, Collete. Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. In: PUIG, Luis (org). **Investigar y Enseñar**: variedades de la educación matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1997.

MISKULIN, Rosana G. S; et al. Identificação e Análise das Dimensões que Permeiam a Utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação nas Aulas de Matemática no Contexto da Formação de Professores. **Bolema**. Rio Claro, v. 19, n. 26, p. 1-16, 2006.

MORAES, Marcela Balbino Santos de. **Geoplano**: um jogo educacional inteligente para o ensino de geometria plana. Trabalho apresentado na International Conference on Engeneering and Technology Education. p. 559 – 563. São Paulo, 2008.

NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática – UFRJ, 2 ed., 1998.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 7-17. 1993.

______. **Por que ensinar/aprender geometria**. 2004. Trabalho apresentado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, 2004.

SILVA, Luciana; CANDIDO, Cláudia C. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**. 2014.