Curso de Especialização em
MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA
PARA EDUCAÇÃO BÁSICA
Instituto de Matemática

UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO E DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Natali Medeiros Dias
natalimdias@hotmail.com
Pólo de Três Passos
Andréia Dalcin
andreia.dalcin@ufrgs.br

Resumo

Este artigo sintetiza o Trabalho de Conclusão de Curso desenvolvido no Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática: Tripé para a Formação do Professor de Matemática que teve por objetivo analisar uma proposta didática para o ensino do Teorema de Pitágoras com o uso de Tecnologia Digital. Foram realizadas atividades com alunos do 9° Ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Pedro II em Santo Ângelo com o uso do software GeoGebra. A análise de dados foi realizada por meio dos registros das atividades e um questionário. Concluímos que os objetivos elencados neste trabalho foram atingidos uma vez que os alunos compreenderam que o triângulo que possui um ângulo reto interno é um triângulo retângulo independentemente do seu posicionamento e neste polígono é aplicado o Teorema de Pitágoras. A identificação da hipotenusa e dos catetos no triângulo retângulo também ficou entendida conforme é mostrado nas atividades desenvolvidas.

Palavras-chave: Mídias Digitais; Triângulo Retângulo, Teorema de Pitágoras.

Introdução

O presente artigo sintetiza o Trabalho de Conclusão do Curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática: Tripé para a Formação do Professor de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob a orientação da professora Dra. Andreia Dalcin. O trabalho constituiu-se em uma pesquisa qualitativa que se propôs a elaborar, aplicar e analisar uma proposta didática desenvolvida com 16 alunos do 9° Ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Pedro II em Santo Ângelo, no Rio Grande do Sul, para isso foram realizados quatro encontros.

A escolha pelo tema Teorema de Pitágoras deve-se ao fato de o triângulo retângulo ser um polígono muito utilizado nos estudos matemáticos, é explorado na sala de aula desde as séries iniciais. Seu estudo prossegue ao longo do Ensino Fundamental por meio das classificações dos triângulos de acordo com seus ângulos internos, e no último ano do Ensino Médio, intensifica-se através das relações métricas e trigonométricas.

Muitas vezes os alunos não conseguem identificar se o triângulo é um triângulo retângulo ao ser em que apresentado em uma posição diferente da habitual e não reconhecem a hipotenusa ou os seus catetos.

Diante dessa realidade, se faz necessário a construção e desenvolvimento de metodologias alternativas para o ensino de Matemática, em que o professor não seja o transmissor do conhecimento, mas um agente de formação capaz de instigar os alunos e fazer com que estes realizem descobertas, e para isto, é preciso que no ambiente de aprendizagem manipulem as figuras, discutam as possíveis soluções para os problemas, busquem alternativas, tracem suas estratégias.

O uso das tecnologias é iminente, a utilização desses meios para a construção do conhecimento deve mobilizar educadores quanto à utilização de tecnologias, pois estas vêm contribuindo, criando desafios e diversas possibilidades de soluções que facilitam a compreensão dos alunos sobre procedimentos e conteúdos matemáticos.

Valente (2008) ressalta que a escola deveria incorporar cada vez mais a utilização das tecnologias digitais, para que seus estudantes pudessem aprender a ler, escrever e se expressar através desses novos instrumentos.

Com o intuito de explorar as potencialidades das mídias na informática foi criada uma proposta de ensino para o estudo do Teorema de Pitágoras.

Com esta proposta a intenção era que os alunos pudessem utilizar as ferramentas disponíveis para medir e identificar diferentes ângulos, reconhecer e classificar o triângulo retângulo quanto aos seus ângulos internos, independente da posição do mesmo, realizar procedimentos geométricos a partir de relações estabelecidas e por fim, aplicar devidamente o teorema na resolução de situações-problemas.

Pressupostos Teóricos

1. O TEOREMA DE PITÁGORAS, SEU ENSINO E AS TECNOLOGIAS.

Para a realização deste trabalho buscamos conhecer a história do Teorema de Pitágoras.

De acordo com Lima, E. L. et al.(2013,p.71):

> Temos provas concretas de que os babilônicos antigos conheciam o Teorema de Pitágoras. Muitos tabletes de barro datados do período de 1800 a 1600 a. C. foram encontrados, decifrados e hoje se encontram em museus. Um deles, chamado Plimpton 322 mostra uma tabela de 15 linhas e 3 colunas de números. Os pesquisadores descobriram conter nesta tabela ternos pitagóricos, ou seja, lados de um triângulo retângulo. Como o que restou é apenas um pedaço de um tablete que deveria fazer parte de um conjunto de tabletes, não se sabe como esses números foram encontrados. Mas uma pista de que os babilônicos conheciam alguma forma de encontrar esses números está em um tablete guardado no Museu Britânico. Nesse tablete está escrito o seguinte: 4 é o comprimento, 5 é a diagonal, Qual é a altura? 4 vezes 4 da 16, 5 vezes 5 dá 25. Tirando 16 de 25 o resto é 9. Quantas vezes devo tomar para ter 9? 3 vezes 3 dá 9. 3 é a altura.
> Isto nos indica que os babilônicos tinham conhecimento da relação entre os lados de um triângulo retângulo.

Em seu artigo, Nobre (2004) apresenta como duvidosa a existência de um homem chamado Pitágoras, afirmando que a comprovação é sobre uma seita na qual havia membros que chegaram a importantes resultados, e esta seita era chamada de Escola Pitagórica, de onde se supõe que o mestre teria sido uma pessoa de nome Pitágoras.

Diante de tais pesquisas não podemos afirmar que o Teorema de Pitágoras foi descoberto por um homem chamado Pitágoras.

Lima. E. L. et al. (2013), afirma que desde o século 5 a.C. até o século 20 d.C. surgiram inúmeras demonstrações do Teorema de Pitágoras. Sendo que no ano de1940, o matemático americano E. S. Loomis publicou 370 demonstrações dentre outras existentes.

As demonstrações deste teorema podem ser classificadas em algébricas, que são baseadas nas relações métricas nos triângulos retângulos, e demonstrações geométricas que são baseadas em comparações de áreas.

Segundo os PCN para o Ensino Fundamental, os conceitos geométricos ocupam importante posição no currículo de Matemática por possibilitarem ao aluno a compreensão, a descrição e a representação organizada do mundo em que vivemos, facilitando a aprendizagem e estimulando a observação. Apresentando um campo fértil que permite ao aluno estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento (Brasil, 1998).

Lorenzato (1995) afirma que sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

De fato, é a geometria que possibilita a ideia de paralelismo, diagonal, semelhança, medidas proporcionais e desproporcionais, enfim, tudo o que está a nossa volta seja no lazer, comunicação ou profissão, diariamente, estamos envolvidos com a geometria.

A geometria auxilia o indivíduo na assimilação do espaço onde vive e seu estudo no Ensino Fundamental adquire relevância no desenvolvimento de habilidades e na resolução de situações reais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) das séries finais do Ensino Fundamental apontam meios de abordar o estudo da geometria:

> No que diz respeito ao campo das figuras geométricas, inúmeras possibilidades de trabalho se colocam. Por exemplo, as atividades de classificação dessas figuras com base na observação de suas propriedades e regularidades. (BRASIL, 1998, p.124)

São inúmeros os recursos disponíveis ao professor voltados a comprovações, demonstrações e representações no campo matemático e, cabe ao mesmo selecionar o que mais se adequa à realidade do seu trabalho.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais salientam a necessidade e a importância dos educadores repensarem os processos de ensino aprendizagem, buscando novas alternativas e estratégias com a utilização das tecnologias, destacando:

> [..] recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, radio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais tem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão. (BRASIL, 1998, p.97).

Há inúmeros softwares para se trabalhar Matemática, os quais podem ser utilizados como fonte de informação, auxílio no processo de construção de conhecimento, reflexão, autonomia e criação de soluções. Dentre eles, destacamos o GeoGebra, um programa de geometria dinâmica.

Conforme Gravina, M. A. et al.:

> Os programas de geometria dinâmica são ferramentas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. São ambientes que concretizam a geometria euclidiana plana, e diferente daquilo que obtemos com lápis e papel e régua e compasso, pois com o mouse podemos manipular as figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que estão na construção. (Gravina, M. A. et al. 2012, p. 38):

Esta manipulação das figuras vem ao encontro da necessidade da prática do exercício de análise e reflexão do aluno.

A escolha do GeoGebra para este trabalho deu-se também por se tratar de um software livre e gratuito, ou seja, seu uso não depende de aquisição de licença e assim pode ser instalado facilmente nos computadores da escola, facilitando o acesso e manuseio, além disso por sua linguagem simples e explicativa no menu para se trabalhar a geometria.

Valente (2008) salienta que o sujeito é o autor e as tecnologias digitais apresentam diversas facilidades que permitem às pessoas serem autoras, produtoras e disseminadoras do conhecimento.

Nesse sentido, toda e qualquer metodologia de ensino deve estar voltada a aprendizagem do aluno, sendo que o trabalho do professor é pensar e epalicar as mídias como estratégias para atingir este objetivo.

Para Cotta Junior:

> A introdução do computador na sala de aula, por si só, não constitui nenhuma mudança significativa para o ensino", isto é, não basta equipar as escolas com salas de informática, por exemplo, se não houver um uso adequado dessa tecnologia. (Cotta Junior, 2002, p.20)

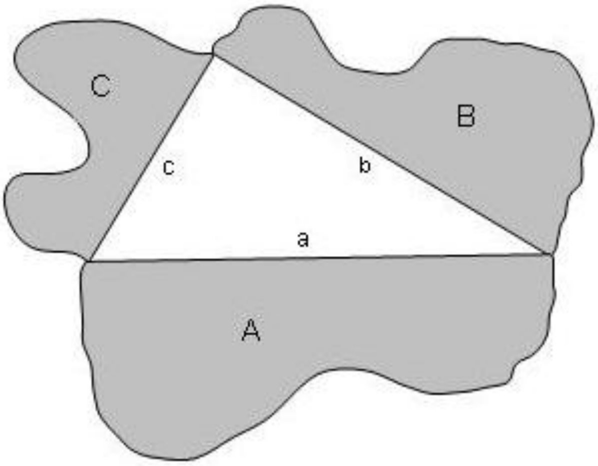
É de grande relevância incluir as tecnologias em nossas propostas de trabalho devido as diferentes contribuições para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, lembrando que estas precisam ser inseridas de forma consciente pelo corpo docente e por meio de um planejamento sistematizado.

2. A GENERALIZAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Segundo Lima, E. L. et tal.:

O Teorema de Pitágoras afirma que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos. Imaginemos figuras semelhantes quaisquer construídas sobre os lados de um triângulo retângulo.

Figura 1 – Figuras Semelhantes construídas sobre os lados de um triângulo retângulo



Fonte: Lima et tal. (2013, p.79)

Sejam então A, B e C as áreas de figuras semelhantes construídas sobre a hipotenusa *a* e sobre os catetos *b* e *c* de um triângulo retângulo como mostra a figura acima.

Sabemos que a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança. Então:
$A/B=(a/b)^2$ ou $A/a^2=B/b^2$
$A/C=(a/c)^2$ ou $A/a^2=C/c^2$

Portanto: $A/a^2=B/b^2=C/c^2$

Pela propriedade das proporções, como $a^2=b^2+c^2$, concluímos que A=B+C. Isto quer dizer que, se figuras semelhantes são construídas sobre os lados de um triângulo retângulo, a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos. (Lima, E. L, et. tal, 2013, p. 79):

Esta é uma generalização do Teorema de Pitágoras e com isto, nos propomos a realizar uma construção que possibilita relacionar as áreas de figuras semelhantes construídas sobre os lados de um triângulo retângulo.

Descrição das atividades aplicadas

A proposta de ensino foi desenvolvida por meio de uma sequência didática aplicada em uma turma do 9º Ano do Colégio Estadual Pedro II, em Santo Ângelo.

Foi utilizado o software GeoGebra como recurso didático para explorar o triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras. As referidas atividades deramse em quatro dias, com períodos de 45 minutos cada, no período de 14 de julho a 17 de julho de 2015.

ATIVIDADE 1

Esta atividade se desenvolveu em dois encontros de um período cada. Nestes encontros os alunos deveriam atingir os seguintes objetivos:

- Medir com auxílio de transferidores os diferentes ângulos internos nos triângulos.
- Identificar ângulos retos em triângulos.

Cada aluno recebeu uma folha com um mosaico de triângulos e foram orientados a sentar em duplas, no entanto, individualmente realizariam o trabalho registrando suas conclusões. A tarefa consistia em identificar os ângulos e pintar o triângulo quando tratava-se de um triângulo retângulo.

ATIVIDADE 2

A atividade foi realizada em um encontro de dois períodos.

Neste terceiro encontro, os alunos foram encaminhados até o Laboratório de Informática da escola. Novamente sentaram-se em duplas. Os objetivos da atividade foram reproduzir e compreender geometricamente uma das construções do Teorema de Pitágoras a partir da relação estabelecida entre as áreas dos quadrados formados pelos lados do triângulo retângulo, além de retomar as definições de segmento de reta, retas perpendiculares, ângulos, polígonos regulares, e área de figuras planas.

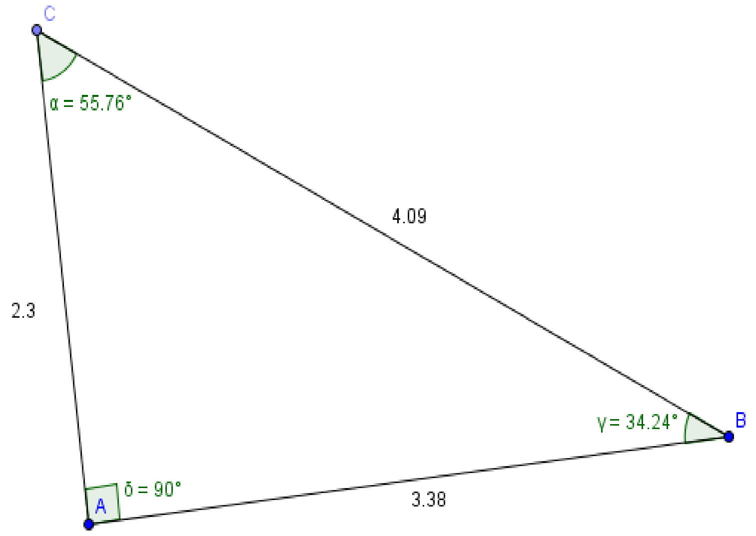
Para a realização da construção não se fez necessário uma explicação sobre as ferramentas do software GeoGebra pois a turma já havia realizado atividades com este software e conhecem sua forma de manuseio e aplicabilidade. Inicialmente foi construído um polígono (triângulo retângulo) que através da geometria dinâmica não perde suas propriedades ao mover-se os vértices. Vejamos os passos da construção:

- Dois pontos, A e B;
- Um segmento de reta passando por esses pontos;
- Uma reta perpendicular ao segmento de reta passando pelo ponto A;
- Um ponto qualquer sobre a reta perpendicular, denominado ponto C;

- Um segmento de reta passando pelos pontos B e C;
- Em propriedades, exibimos valor dos segmentos de retas;
- Na ferramenta ângulo, determinamos as medidas dos ângulos internos deste triângulo.

A Figura 2 ilustra uma construção realizada durante a aplicação desta atividade.

Figura 2 – Triângulo Retângulo



Fonte: a pesquisa

Após a construção foi solicitado aos alunos para realizarem os seguintes procedimentos e responderem as questões:

1. Mova o ponto A. O que acontece com os lados e os ângulos internos do triangulo?
2. Mova o ponto B. O que acontece com os lados e os ângulos internos do triangulo?
3. Mova o ponto C. O que acontece com os lados e os ângulos internos do triangulo?
4. O que acontece com o ângulo A ao movermos os pontos do triângulo, e o que isso significa?

Após ser explanado aos alunos sobre o que é a hipotenusa de acordo com o Dicionário Aurélio (é o lado oposto ao ângulo reto) e os catetos (qualquer dos dois lados perpendiculares do triângulo retângulo), foi entregue um questionário com as seguintes perguntas:

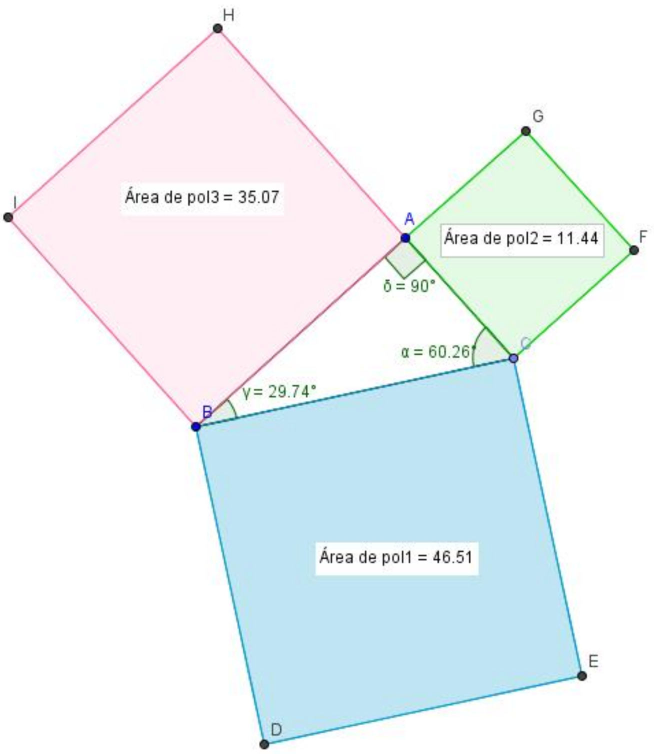
5. O que você entendeu que é a hipotenusa?
6. O que você entendeu por catetos?

Após responder a estas questões, os valores dos lados do triângulo retângulo foram ocultados, deixando apenas os ângulos em evidência, para realização da construção no GeoGebra de quadrados sobre os lados que o formam. Os passos da construção foram:

- Em polígono regular, selecionamos os pontos A e B e digitar 4 como número de vértices;
- Em polígono regular, selecionamos os pontos A e C e digitar 4 como número de vértices;
- Em polígono regular, selecionamos os pontos B e C e digitar 4 como número de vértices;
- Determinamos cores diferentes para cada um dos quadrados;
- Na oitava ferramenta, opção área, selecionamos os quadrados construídos para o calculo das suas áreas;

A Figura 3 ilustra uma construção realizada durante a aplicação da proposta didática.

Figura 3 – cálculo das áreas dos quadrados formados pelos lados dos triângulos retângulo



Fonte: a pesquisa

Foi pedido aos alunos para responderem a última pergunta do questionário, fazendo com que assim pudessem realizar suas tentativas e descobertas.

7. Existe uma relação entre as áreas dos quadrados formados pelos lados do triângulo? Qual?

O livro Temas e Problemas Elementares de Lima et al. (2013), “traz o enunciado do Teorema de Pitágoras da seguinte forma: Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual a soma das áreas dos quadrados que tem como lados cada um dos catetos”.

Tal enunciado foi escrito pelos alunos em seus cadernos de anotações e desta forma determinamos em aula que se chamarmos a hipotenusa de *a* e os catetos de *b* e *c*, segundo o teorema temos: $\boldsymbol{a^2=b^2+c^2}$.

Em seguida, foi solicitado que os alunos movessem os pontos do triângulo de tal forma que as áreas dos quadrados fossem de valores diferentes e os alunos comprovassem o teorema através da construção.

Esse passo foi importante para que os alunos pudessem verificar independente do valor dos lados do triângulo retângulo o teorema enunciado.

Atividade 3

Este encontro teve como objetivos que os alunos identificassem a hipotenusa como o maior lado do triângulo retângulo, aplicando o Teorema de Pitágoras de modo a estabelecer a igualdade entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos seus catetos. Neste momento foi retomada a definição de perímetro de figuras planas e classificação dos triângulos de acordo com seus lados. Foi entregue aos alunos uma folha impressa com a atividade.

3. Análise das Atividades

Apresentamos nesta seção as respostas dos alunos sobre as atividades envolvendo o triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras.

- Análise da Atividade 1:

A importância desta atividade se dá devido ao fato dos triângulos retângulos estarem no mosaico de diferentes tamanhos e posições, possibilitando à turma a constatação de que para ser triângulo retângulo basta o triângulo obter um ângulo interno de 90°.

Por se tratar de um 9° Ano do Ensino Fundamental, acreditava-se que os alunos não teriam problemas com o manuseio dos transferidores para medir os ângulos, porém, a atividade levou mais tempo do que esperado, pois os alunos não sabiam como usar o instrumento. Alguns nunca tinham medido ângulos antes dessa aula. Foi necessário auxílio da professora/pesquisadora sobre a contagem dos ângulos e posicionamento do transferidor na figura a ser analisada.

Os alunos deveriam pintar os triângulos retângulos com cores da sua preferência e destacar o ângulo reto no triângulo. Houve alunos que preferiram cores variadas e outros pintaram com apenas uma cor todos os triângulos em que encontraram o ângulo de 90°.

Durante a atividade, alguns alunos foram até outras duplas da turma para segundo eles “confirmar” quantos triângulos eram triângulos retângulos e quais, portanto a discussão não ficou apenas com um colega, mas toda a turma interagiu na realização desta atividade.

Ao todo, foram encontrados 12 triângulos retângulos, e aqueles que não conseguiram obter esse resultado eram convencidos pelos colegas que com o uso dos transferidores identificavam as medidas dos ângulos e classificavam os triângulos em retângulos ou não retângulos.

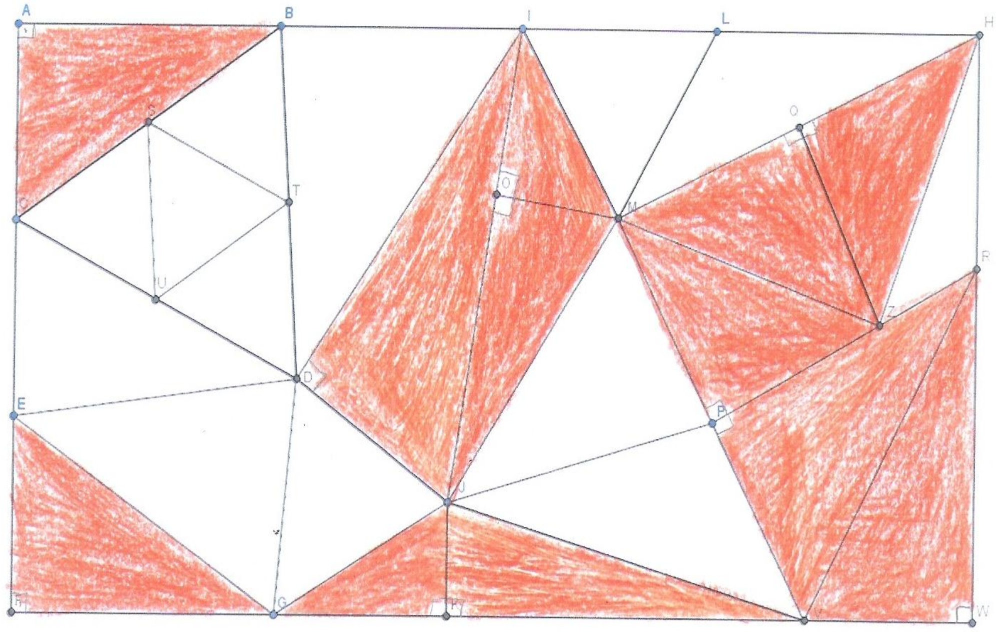
Um determinado aluno fez uma observação bastante interessante ao dizer que se o ângulo K do triângulo GJK era de 90°, então o ângulo K do triângulo JKV também deveria ser uma vez que, segundo ele o segmento JK estava perpendicular ao segmento GV. Depois de comprovar sua descoberta com o uso do transferidor ele explicou para os colegas da classe que juntos observaram o mesmo ocorrido em outros dois casos: nos triângulos QHZ e QMZ retângulos em Q, e os triângulos IOM e OMJ retângulos em O.

O triângulo BDI causou discussão na sala por ter um ângulo interno com valor aproximado a 90°, o ângulo B, media 86,3°. Alguns alunos questionaram se era possível arredondar a medida e determinar o ângulo B como reto, porém decidimos em conjunto que não faríamos arredondamentos para valores maiores do que 5°. O mesmo ocorreu com o triângulo CDE cujo ângulo E era de 82,9°.

Após o término desta atividade os alunos a entregaram para a professora/pesquisadora que escolheu aleatoriamente um dos trabalhos para anexar neste artigo.

A Figura 4 ilustra a atividade realizada por um dos alunos.

Figura 4 – Mosaico



Fonte: a pesquisa

- Análise da Atividade 2

Após a construção do triângulo retângulo e da construção do Teorema de Pitágoras no GeoGebra os alunos responderam ao questionário como forma avaliativa das atividades.

As perguntas 1, 2 e 3 tinham o objetivo de fazer com que o aluno manipulasse a construção. Ao mover os pontos A e B apenas os lados do triângulo sofriam alterações e seus ângulos permaneciam os mesmos. Ao mover o ponto C apenas os lados AC e BC eram alterados e também os ângulos internos B e C. Todos obtiveram a mesma resposta, porém, escrita de maneiras diferentes. Devido a isto, escolhemos aleatoriamente as respostas de um aluno.

1. Mova o ponto A. O que acontece com os lados e os ângulos internos do triângulo?

   Todos os lados mudam de tamanho, mas os angulos contiam os mesmos

2. Mova o ponto B. O que acontece com os lados e os ângulos internos do triangulo?

   Os lados mudam, e os ângulos continuam iguais

3. Mova o ponto C. O que acontece com os lados e os ângulos internos do triangulo?

   Dois dos lados e angulos mudam de tamanho, mas o angulo de 90° continua o mesmo

A quarta questão foi elaborada com o intuito de fazer com que o aluno observasse a propriedade fundamental do triângulo retângulo. Vamos analisar as respostas obtidas:

Dupla A:

4. O que acontece com o ângulo reto (90°) ao mover os pontos do triângulo, e o que isso significa?

   Nada, significa que ele sempre sera um triângulo Retângulo, não importa a posição dele

Dupla B:

Que sempre vai ser um triângulo retângulo independente do como mover o triângulo ele sempre será um triangulo retangulo se tiver um angulo com 90°

Dupla C:

isso significa que mesmo mudando os lados o angulo A sempre sera 90 porque ele é um triangulo retangulo

Dupla D:

ele continua normal, sem sofrer mudanças, isso significa que o Triângulo é um Triângulo Retângulo independente de sua mudança de lados

Dupla E:

Não muda, isso significa que é um triângulo retangulo em qualquer posição

Dupla F:

Nada ele sera sempre um triangulo retangulo, idependente da posição

Dupla G:

ele não muda, significa que ele é um triangulo retangulo

Dupla H:

porque ele é um triangulo retangular porque ele tem um angulo de 90° graus

Todos identificaram que não ocorreram mudanças no ângulo reto e concluíram que ao acontecer isto, o triângulo será sempre um triângulo retângulo independente da posição dele no plano. Tais respostas vêm ao encontro dos objetivos definidos para a proposta de ensino.

As questões 5 e 6 tratam da compreensão da localização dos catetos e da hipotenusa que havia sido exposta pela professora/pesquisadora durante a atividade. Por isso vamos expor apenas a resposta de uma dupla que relatou seu entendimento sobre o que foi passado.

5. O que você entendeu que é a hipotenusa?

é um termo que designa o lado mais longo de um triangulo retangulo por ser oposto ao angulo reto

6. O que você entendeu por catetos?

os catetos são os lados que ficam juntos ao angulo reto

A sétima questão trata do Teorema de Pitágoras e da relação entre as áreas dos quadrados formados pelos lados do triângulo construído. Ao analisar as respostas, observamos que as duplas A, B, E, F, G e H tiveram a mesma conclusão e a escreveram de forma bastante semelhante. Vamos expor as respostas das duplas A e E:

7. Existe alguma relação entre as áreas dos quadrados formados pelos lados do triângulo? Qual?

Sim, Se somar os dois quadrados menor é o mesmo valor que a área do maior.

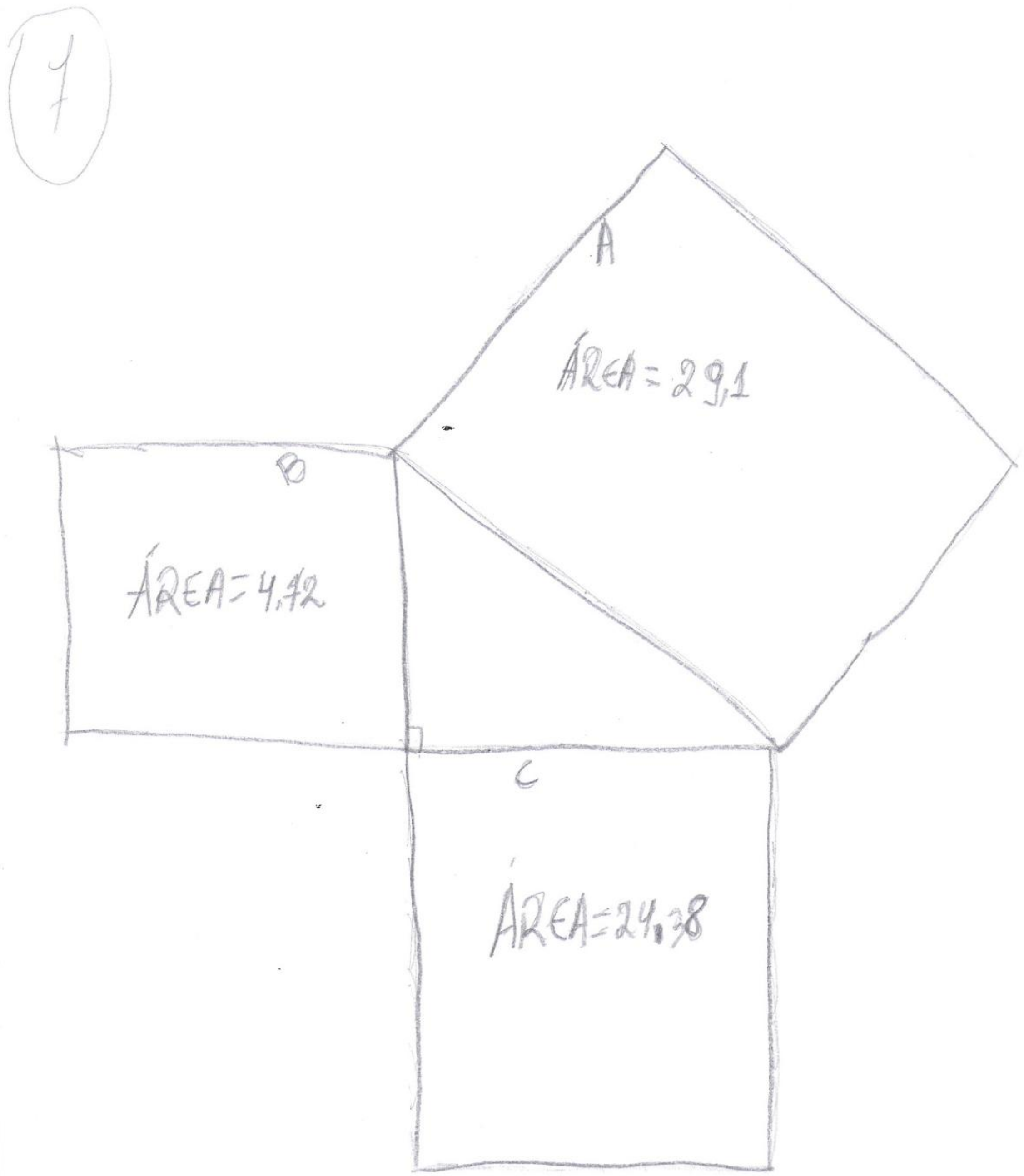
Sim, o maior quadrado é a soma dos dois quadrados menores

A dupla D foi a única que relatou a áreas dos quadrados dos lados do triângulo utilizando a nomenclatura correta da hipotenusa e catetos.

Se você somar a área dos catetos, se consegue a Área da Hipotenusa

A dupla C detalhou a relação com suas palavras e no verso do trabalho reproduziu o desenho da tela do computador e sua relação, denominando os quadrados A, B e C e seus valores.

Somando B e C da o mesmo area do
quadrado A e diminuindo o quadrado
A e B da o valor do quadrado C. →



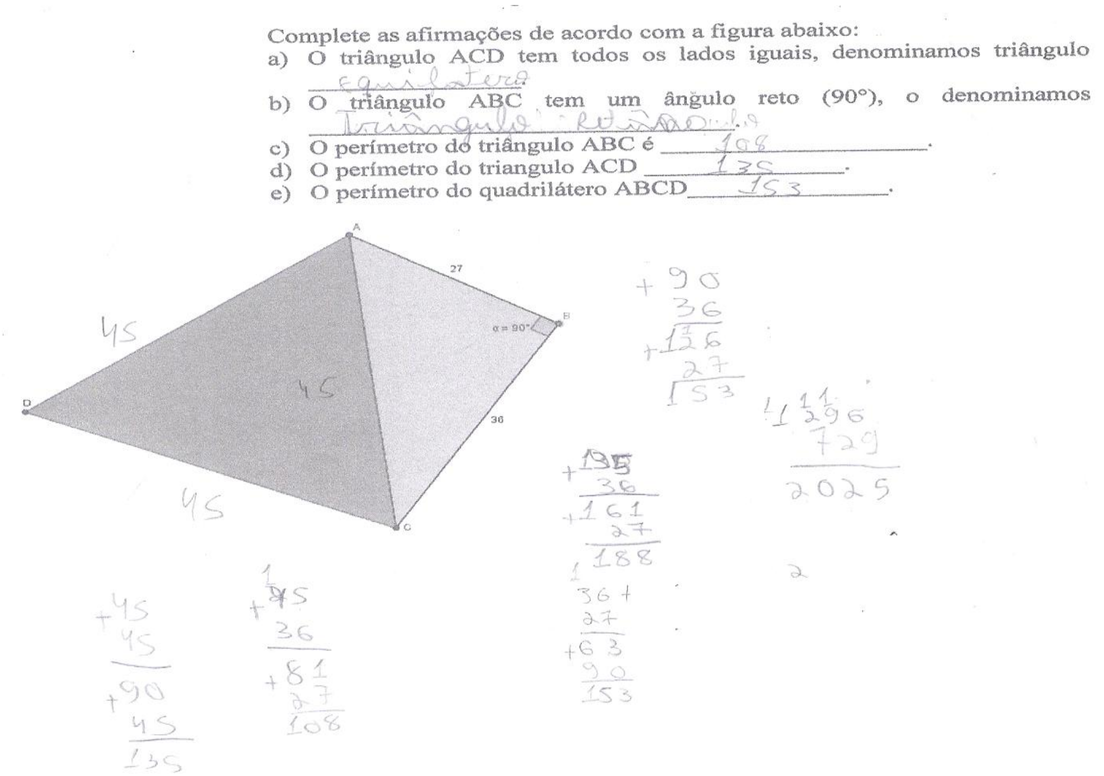
Inicialmente, um dos alunos da dupla C descobriu que a área formada pelo quadrado da hipotenusa menos a área formada pelo quadrado de um dos seus catetos resulta exatamente a área formada pelo quadrado do outro cateto. Logo depois disso, ele mesmo conseguiu entender que tal relação era a soma das áreas dos catetos resultando na área da hipotenusa.

Ao realizarem a descoberta os alunos consultavam o computador do colega ao lado para ver se a afirmação era verdadeira nos outros casos. Depois quando foi pedido para que movessem os pontos do triângulo retângulo e observassem os valores das áreas dos quadrados formados eles alegaram que daria certo.

- Análise da Atividade 3

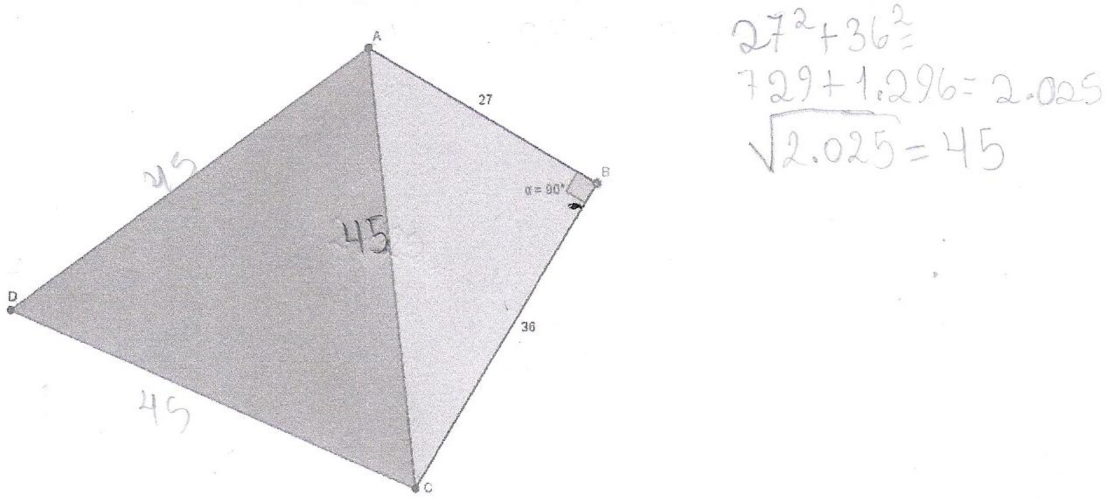
Feitas as descobertas e análises sobre o tema determinado, a aula 3 tinha por objetivo a resolução de uma atividade em que era necessário a identificação da hipotenusa e dos catetos no triângulo retângulo para aplicação do teorema.

Vamos analisar as atividades do aluno denominado L.


Complete as afirmações de acordo com a figura abaixo:
a) O triângulo ACD tem todos os lados iguais, denominamos triângulo equilátero.
b) O triângulo ABC tem um ângulo reto (90°), o denominamos Triângulo Retângulo.
c) O perímetro do triângulo ABC é 108.
d) O perímetro do triangulo ACD 135.
e) O perímetro do quadrilátero ABCD 153.

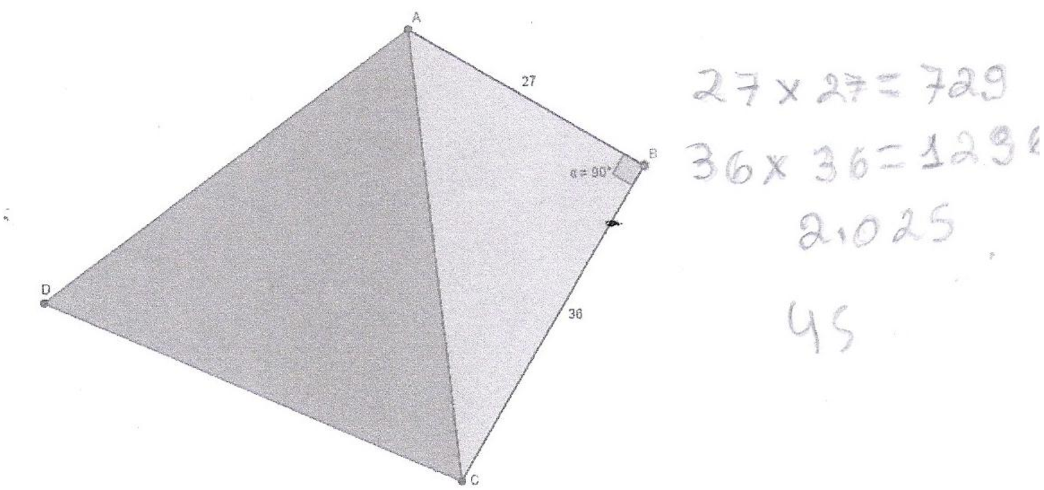
Nesta atividade não vemos a fórmula do teorema escrita como habitual onde se substituem as incógnitas *a, b* e *c* por valores numéricos. Porém, está evidente que o aluno elevou ao quadrado as medidas dos catetos e depois somou os resultados (1296+729=2025). Durante a resolução, a professora questionou ele sobre o resultado e este explicou que bastava pensar em um valor que multiplicado por ele mesmo resultaria no número 2025 e que após algumas tentativas encontrou a resposta que satisfazia a solução.

Uma aluna, denominada V faz a relação dos quadrados dos lados do triângulo retângulo da seguinte maneira:



Do resultado encontrado na resolução dos quadrados dos valores dos lados, a aluna resolve utilizando o método de radiciação, diferentemente do outro aluno que fez por tentativas.

Ao analisar as respostas dos demais alunos, não sabemos qual método utilizaram para resolver a atividade, se por tentativa ou por decomposição de fatores primos, contudo, a atividade foi concluída com êxito. A imagem a seguir é a resposta de um aluno, denominado M. As outras resoluções se assemelham muito a esta, então, escolhemos aleatoriamente.



É importante salientar que nesta atividade a turma não teve auxilio da professora/pesquisadora. Acreditamos que, de acordo com as resoluções, ficou compreendido para os alunos que na atividade proposta eles deveriam encontrar o valor referente à hipotenusa do triângulo retângulo e que este valor seria o valor dos lados do triângulo equilátero ACD.

Considerações Finais

Nesta proposta didática procuramos trabalhar com o recurso das mídias digitais que possibilita que o conteúdo matemático seja explorado pelo educando e assim este ser de fato autor do conhecimento na relação com outras atividades que envolvam lápis e papel.

Na atividade 1 os alunos utilizaram transferidores para medir os ângulos dos triângulos do mosaico, e com isto, verificaram que o triângulo retângulo pode ser encontrado em diferentes posições no plano. Durante a atividade 2 realizada com o GeoGebra, quando os alunos moviam os pontos do triângulo construído, puderam observar que o ângulo A de 90° permanecia evidente na figura, que alterava apenas os valores dos lados e os outros dois ângulos internos B e C e com isto concluímos que para um triângulo ser triângulo retângulo basta que ele tenha um ângulo interno medindo 90°.

Outra importância da atividade 2 foi a constatação de que os valores dos lados também podem variar no triângulo retângulo e ainda assim o Teorema de Pitágoras pode ser aplicado, pois ao mover os pontos do triângulo as áreas dos quadrados obtinham valores diferentes sempre comprovado o teorema através da soma das áreas dos quadrados menores resultando na área do quadrado maior.

Os programas computacionais de Geometria Dinâmica são fortes aliados ao ensino da Geometria. Cabe ao professor propor estratégias para que o aprendiz possa fazer uso destas ferramentas.

O software GeoGebra é voltado para o estudo da Matemática e através dele os estudantes podem fazer as manipulações necessárias para responder seus próprios questionamentos. Durante as aulas os alunos trocam experiências e o estudo se torna atrativo e significativo.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: **matemática – 5ª a 8ª série**. Brasília, 1998.

COTTA JÚNIOR, Alceu. Novas Tecnologias Educacionais No Ensino de Matemática: Estudo De Caso - Logo e do Cabri-Géomètre. Dissertação de Mestrado. Florianópolis, 2002.Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/82401/188428.pdf?sequence= 1.>

GIOVANNI, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito e GIOVANNI Jr., José Ruy. **A conquista da Matemática, 8ª série**. São Paulo: FTD,1998.

LIMA, Elon Lages. **Temas e problemas elementares** / Elon Lages Lima, Eduardo Wagner, Paulo Cezar Pinto Carvalho e Augusto César Morgado. 5 ed. – Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? Educação Matemática em Revista. SBEM, ano III, 1995.

NOBRE, S. **Leitura Crítica da História**: Reflexões Sobre a História da Matemática. Disponível em:< http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/15.pdf>

MATEMÁTICA, **Mídias Digitais e Didática** – tripé para formação do professor de Matemática. (Organizadores: Maria Alice Gravina, Elisabete Búrigo, Marcos Basso e Vera Garcia, 2012) Capítulo 2: Geometria Dinâmica na Escola.

VALENTE, J. A. **As tecnologias digitais e os diferentes letramentos**. Revista Pátio. Porto Alegre - RS, v. 11, n. 44, 2008.