



UMA NOVA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Elita Bavaresco Colet – elitacolet@bol.com.br – Polo Camargo

Prof.^a Dr.^a Maria Cristina Varriale – cristina.varriale@ufrgs.br – UFRGS

Resumo: O objetivo deste trabalho é compartilhar uma proposta didática que integra o uso da tecnologia digital ao ensino da matemática, mais especificamente ao estudo de Funções Quadráticas, bem como verificar o papel desempenhado por cada um de seus coeficientes. As atividades foram desenvolvidas com o auxílio do software *Winplot* em uma turma de 9º Ano do Ensino Fundamental. Os resultados comprovam a importância da utilização dessa ferramenta para a construção de um ensino de qualidade. Como metodologia de pesquisa, utilizou-se a Engenharia Didática.

Palavras-chave: Função Quadrática; *Winplot*; Construção do conhecimento.

1 Introdução

O conteúdo abordado é a Função Polinomial do 2º Grau, também conhecida como Função Quadrática. Após constatar que os alunos apresentam dificuldades em analisar o comportamento, bem como o papel desempenhado por cada um dos coeficientes da função quadrática, pretendeu-se, com este trabalho, analisar as contribuições que os recursos tecnológicos podem trazer para uma melhor formação dos nossos alunos em relação à capacidade de interpretação, comparação e investigação. A metodologia de pesquisa adotada foi a Engenharia Didática.

2 Desenvolvimento

A motivação para a realização deste trabalho deu-se pelo fato de observar que algumas escolas e/ou professores de Matemática que tive ao longo de minha vivência apenas transmitem informações, ensinando aos alunos de forma mecânica e repetitiva, dificultando ao olhar do aluno que a matemática seja associada a situações comuns de seu próprio cotidiano ou, até mesmo, a possibilidades de aplicações futuras de acordo com a carreira a ser seguida. O assunto escolhido foi Função Quadrática por ser um conteúdo que permite ao professor e aos alunos explorar conceitos e representações através de softwares matemáticos.

2.1 Fundamentação Teórica

Atualmente vive-se em uma sociedade permeada de recursos tecnológicos, e a escola não está isenta disso. Dessa forma o professor de hoje precisa estar disposto a inovar, como enfatiza Perez (2005, p. 252 apud GARCIA, 2011, p.12): “[...] É preciso estudo, trabalho, pesquisa para renovar e, sobretudo, reflexão para não ensinar apenas ‘o que’ e ‘como’ lhe foi ensinado”, o professor deve aproveitar e explorar o conhecimento tecnológico trazido pelos alunos e que estão disponíveis com fácil acesso nas redes e sites de ensino. Nesse contexto, o uso da tecnologia digital em sala de aula traz importantes contribuições ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática, pois de forma interativa permite a representação gráfica de conceitos matemáticos em estudo, facilitando a compreensão, desenvolvendo questionamentos, interesse, criatividade e contribuindo assim, para a construção de um aprendizado mais significativo. Os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem que a utilização dos recursos tecnológicos é satisfatória na medida em que:

a) relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que, por meio de instrumentos, esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente; b) evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas; c) possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem; d) permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo. (BRASIL, 1998 apud GARCIA, 2012, p.19).

Podemos citar também, Miskulin (2008, p.219) que afirma “A inserção da tecnologia na educação deve ser compreendida e orientada no sentido de proporcionar nos indivíduos o desenvolvimento de uma inteligência crítica, mais livre e criadora”. Dessa forma, o uso de novas tecnologias pode ser visto como importante aliado na construção do conhecimento, interligando a matemática e a escola à vida dos alunos, superando as possíveis dificuldades encontradas pelo professor em ensinar de forma integrada. Como salienta Papert:

[...] algumas de nossas dificuldades em ensinar matemática de maneira culturalmente integrada devem-se a um problema objetivo: antes dos computadores, havia pouquíssimos bons pontos de contato entre o que é mais fundamental e envolvente na matemática e qualquer coisa existente na vida

cotidiana. Mas o computador – um ser com linguagem matemática fazendo parte do dia-a-dia da escola, dos lares e do ambiente de trabalho – é capaz de fornecer esses elos de ligação. O desafio à educação é descobrir meios de explorá-los (PAPERT, 1985, p.68-69 apud MIRANDA; LAUDARES, 2007, p.79).

Nessa perspectiva, o *Winplot* é um software adequado para nossas necessidades. Além de gratuito, ele permite a visualização de gráficos em 2 D e 3 D, através de diversos tipos de equações (paramétricas, explícitas, etc.), permitindo inclusive visualizar diversas equações algébricas em um mesmo plano. Com este software, identificamos pontos de intersecção, vértice, coordenadas, zeros da função, enfim, fazemos um estudo completo da função. Sendo assim, construir e alterar dados, gerar novos gráficos, analisar as representações geradas e interagir para compreender, permite aos alunos dar significado aos conceitos, estabelecer relações e construir novos conhecimentos, além de desenvolver a observação, o questionamento e a criatividade.

Contudo, o professor precisa ter o cuidado para que esses recursos não se tornem motivo de desatenção, mas sim que possa provocar no aluno interesse e motivação,

[...] o uso do computador como meio institucional não torna dispensável o professor, antes, pode liberá-lo de algumas tarefas e reservar um espaço maior para o contato interativo entre ele e o aluno, necessário a um ensino que valorize a aprendizagem da descoberta. O computador não é o fim em si mesmo, mas um meio, um recurso instrumental a mais, cuja eficácia dependerá da capacidade daqueles que o utilizam (D'AMBROSIO, 1988, p.88).

Nesse sentido, Basso e Gravina (2011, p.14) nos colocam que os softwares devem: “a) ser instrumento para externar, consolidar e comunicar o saber matemático; b) ser instrumento que dá suporte aos pensamentos, mais especificamente aos processos cognitivos que produzem conhecimento matemático”.

Ao encontro de tudo isso, vem a Engenharia Didática propondo a análise e a reflexão sobre o funcionamento de um conteúdo ou a prática desenvolvida, com o objetivo de aperfeiçoá-la, qualificando-a ou modificando-a. Como coloca Garcia, “O termo “engenharia” tem duplo significado: um referencial, com etapas que sugerem um caminho para reflexão, investigação e construção de uma prática inovadora; e o próprio produto dessa reflexão, ou seja, a sequência didática proposta e a experimentação desenvolvida.” (GARCIA, 2011, p.22).

Segundo Artigue (1996), uma Engenharia Didática inclui quatro fases: “1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática; 3) implementação da experiência; 4) análise a posteriori e validação da experiência.” (ARTIGUE, 1996, p.193-217 apud CARNEIRO, 2005, p. 3).

2.2 Análises Prévias e o ensino habitual de Funções Quadráticas

Os princípios da Engenharia Didática envolvem prática e reflexão, relacionando os conceitos de professor pesquisador e reflexivo. Nesse sentido, institui-se,

[...] “professor pesquisador” como aquele que explicita as inquietudes que emergem da sua prática, e as toma como problema de pesquisa, procurando soluções, bem fundamentadas, com objetivo de propor e implementar mudanças concretas na sala de aula e/ou na instituição. O professor pesquisador é um professor reflexivo: reflete sobre a sua própria prática pedagógica, passando a buscar subsídios que ajudem a compreender e a enfrentar os problemas e os desafios do trabalho docente; a reflexão reveste-se de caráter sistemático e vale-se de contribuições teóricas que permitem ultrapassar as interpretações e soluções baseadas exclusivamente no senso comum. (GARCIA, 2011, p. 20)

A primeira etapa da Engenharia Didática, a etapa das análises prévias, tem como objetivo analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que modifique ou qualifique a prática desenvolvida usualmente. “Essa análise é feita para esclarecer os efeitos do ensino tradicional, as concepções dos alunos e as dificuldades e obstáculos que marcam a evolução das concepções.” (ARTIGUE, 1996, p.193-217 apud CARNEIRO, 2005, p. 5) Artigue (1996), sugere que essa análise aborde três dimensões: “1) dimensão epistemológica, associada às características do saber em jogo; 2) dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino; 3) dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino.” (ARTIGUE, 1996, p.193-217 apud CARNEIRO, 2005, p. 6).

2.2.1 Dimensão epistemológica

O estudo de Funções é um dos mais importantes conteúdos curriculares da disciplina de Matemática, como coloca os Parâmetros Curriculares Nacionais:

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. (BRASIL, 1999, p.44)

Com o passar do tempo, o conceito de função passou por significativas mudanças e aprimoramentos, cabe destacar o trabalho de grandes matemáticos, como Newton, Leibniz, Bernoulli, Euler, entre outros. O primeiro a apresentar o conceito foi o inglês Isaac Newton (1642 – 1727), sendo esse conceito, bem similar ao usado atualmente. Em seguida, apropriando-se das teorias de Newton, o matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716), foi um dos primeiros a demonstrar e utilizar o termo função. Em contato com Leibniz, o suíço matemático Johann Bernoulli (1667 – 1748), também fez suas contribuições. Em 1748, o matemático suíço, Leonhard Paul Euler (1707–1783) publicou uma obra sobre o estudo geral das funções; pode-se dizer que ele foi um dos maiores matemáticos da história e teve papel de grande importância no estudo de Funções. Bueno e Viali reforçam essa ideia:

Euler também foi o responsável pelos avanços seguintes mais significativos no desenvolvimento do conceito de função, detalhando o seu estudo de acordo com o padrão da análise matemática da época. Definiu uma constante como uma quantidade definitiva que assume sempre um e o mesmo valor, uma variável como um valor indeterminado ou universal que compreende todos os valores determinados e uma função de uma variável como uma expressão analítica composta por uma quantidade variável e números ou quantidades constantes. (BUENO; VIALI, 2009, p. 42)

É notável que cientistas e/ ou matemáticos de várias áreas procuravam uma fórmula que pudesse ajudar na demonstração de resultados obtidos em diferentes áreas do conhecimento. Sendo assim, o estudo de funções, bem como suas representações gráficas, se mostram bastantes relevantes não só no estudo da Matemática, mas também em diversas áreas de aplicações.

2.2.2 Dimensão didática

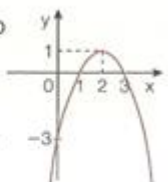
O assunto Funções Polinomiais do 2º Grau comumente é trabalhado através da explanação oral da matéria apresentada no quadro-negro, pelo professor. Os alunos copiam no caderno pontos importantes e exercícios presentes nos livros didáticos. Além disso, também, é utilizado material impresso, preparado pelo professor, contendo atividades elaboradas a partir de outras fontes, como sites, livros de diversas editoras, etc. Os exercícios de fixação muitas vezes são embasados na metodologia de resolução de problemas, possibilitando ao aluno relacioná-lo a outros conteúdos curriculares e às

suas vivências diárias, além, do desenvolvimento de suas competências, como coloca González, “a vivência e realização de tais tarefas pelos alunos constituem-se numa oportunidade para aprender e estimular a ativação de seus processos de pensamento de ordem superior, levando-os a maior chance de se tornarem indivíduos intelectualmente competentes” (GONZÁLEZ, 1998, p.67 apud ONUCHIC, 1999, p.12). Abaixo, segue uma lista de exercícios utilizada envolvendo análise, interpretação e construção de gráficos:

Figura 1: Lista de exercícios.

Atividades

1 Observando o esboço do gráfico da parábola, responda:



a) Quais são as raízes da função? $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$

b) Dê as coordenadas do vértice da parábola. $V(2, 1)$

c) Em que ponto a parábola intercepta o eixo y ? Qual o significado da ordenada desse ponto?
 $(0, -3)$; -3 é o valor de c na função $y = ax^2 + bx + c$

2 Considere as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e diga se o gráfico que as representa:

- ★ corta o eixo das abscissas em dois pontos
- ★ tangencia o eixo x
- ★ não corta o eixo x

a) $f(x) = x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$ corta em 2 pontos

b) $y = -4x^2 + 1$ corta em 2 pontos

c) $y = x^2 - 12x + 36$ tangencia

d) $y = x^2 + x + 5$ não corta o eixo x

3 Faça o esboço do gráfico das funções:

a) $y = x^2 - 2x - 8$

b) $y = -x^2 + 6x - 9$

4 Sejam as funções $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ e $g(x) = x + 1$. Pede-se:

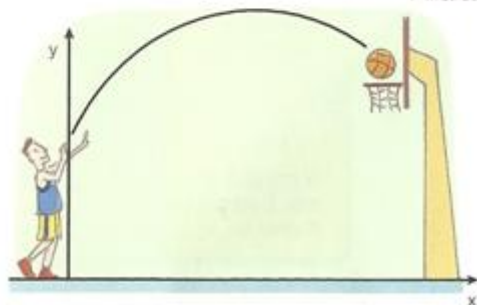
a) Encontre as raízes e o vértice de f . -1 e 5 ; $V(2, 9)$

b) Encontre os pontos de intersecção dos gráficos de f e g . $(-1, 0)$ e $(4, 5)$

c) Faça um esboço único dos gráficos de f e g , destacando os pontos de intersecção.

5 Oscar arremessa uma bola de basquete cujo centro segue uma trajetória plana vertical dada por $y = -\frac{1}{7}x^2 + \frac{8}{7}x + 2$, na qual os valores de x e y são dados em metros.

Oscar acerta o arremesso, e o centro da bola passa pelo centro da cesta, que está a 3 m de altura. Determine a distância do centro da cesta ao eixo y .



6 (UFPEL-RS) Um foguete, lançado acidentalmente de uma base militar, cairá perigosamente de volta à Terra. A trajetória plana do mesmo segue o gráfico de $y = 200x - x^2$. Para interceptá-lo, da mesma base é lançado um míssil, cuja trajetória é dada pela função $y = 50x$.

a) A que altura do solo o foguete deverá ser atingido? 7 500 m

b) Faça um esboço do gráfico dessas duas funções no mesmo sistema cartesiano.

Obs: x e y são medidas em metros.

Além disso, frequentemente as atividades são realizadas em duplas ou grupos, assim, os alunos discutem, questionam e tiram dúvidas entre eles mesmos, construindo o seu próprio conhecimento, pedindo auxílio ao professor apenas quando juntos não encontram uma resposta ou um caminho para a solução. Nesse contexto, Vygotsky (1987, p.18) vem a afirmar que "[...] o verdadeiro curso do desenvolvimento do pensamento não vai do individual para o socializado, mas do social para o individual". Veiga também trata da importância da interação do aluno na escola para que o processo de ensino aprendizagem ocorra, destacando que:

Nos grupos formados com objetivos educacionais, a interação deverá estar sempre provocando uma influência recíproca entre os participantes do processo de ensino, o que me permite afirmar que os alunos não aprenderão apenas com o professor, mas também através da troca de conhecimentos, sentimentos e emoções dos outros alunos. (VEIGA, 2000, p.105)

- **Opiniões dos alunos**

Segundo questionamentos feitos aos alunos sobre as dificuldades encontradas no estudo de Funções, o processo de construção da tabela de valores do gráfico, bem como a realização dos demais cálculos necessários para a identificação de alguns pontos importantes no esboço do gráfico muitas vezes tornam a aula um pouco cansativa. Eles afirmam que a introdução de um recurso tecnológico poderia melhorar essa realidade e proporcionar um melhor aprendizado.

Apresentamos abaixo através das figuras 2 e 3, a opinião de dois grupos de alunos sobre esse processo:

Figura 2: Opinião do grupo 1.

Você acha que um recurso tecnológico (vídeo, softwares, etc.) poderia lhe proporcionar um melhor entendimento da matéria? Explique.

*Sim, a gente pode entender melhor a matéria e tem
também uma atividade diferente.*

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3: Opinião do grupo 2.

Você acha que um recurso tecnológico (vídeo, softwares, etc.) poderia lhe proporcionar um melhor entendimento da matéria? Explique.

Sim, porque a aula pode ficar mais interessante e melhor.

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando as respostas dos alunos, nota-se que a turma percebe a importância do uso de recursos tecnológicos e os considera um importante facilitador no processo de aprendizagem.

Como vimos acima, uma proposta que busca aliar recursos tecnológicos ao ensino de funções seria a utilização de softwares como o *Winplot* que permitem aos alunos fazer interpretações gráficas e fazer comparações entre as diversas funções abordadas, podendo ser um recurso utilizado para apresentar o assunto ou apenas verificar o que já havia sido ensinado, que é o caso dessa proposta.

Por outro lado, há alunos que se identificam com o conteúdo, gostam da maneira que é trabalhado tradicionalmente e gostam de trabalhar com essa parte mais prática na construção dos gráficos, sem encontrar dificuldades significativas. Abaixo, na figura 4, segue o relato comum entre alguns alunos:

Figura 4: Resposta do Grupo 1.

Na sua opinião o que poderia ser feito para que você entendesse melhor a matéria? O modo em que o conteúdo é trabalhado lhe satisfaz?

De jeito que ela é explicada eu entendo. Sim.

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando as respostas dos alunos nota-se que a turma de uma forma geral está contente com a forma em que o conteúdo é trabalhado e não apresentam dificuldades relevantes. Entretanto, como podemos perceber nos questionamentos feitos em um momento anterior, os alunos admitem que o uso de recursos tecnológicos possa aprimorar o desenvolvimento das aulas.

- **Análise dos livros didáticos utilizados**

Nem sempre os materiais ao alcance do professor e dos alunos contribuem para um bom aprendizado, infelizmente muitas vezes o material não contempla as necessidades e/ou realidade escolar. Os exercícios muitas vezes são inadequados ou pouco exploram a capacidade do aluno, cabendo assim ao professor uma análise prévia do material a fim de selecionar e adequar segundo a realidade de seus alunos. Abaixo, segue uma análise dos principais livros didáticos utilizados para o estudo de Funções Quadráticas:

O livro *Construindo Consciências* (RIBEIRO e SOARES, 2006, pag. 164-183) trata o conteúdo de formas simples, é objetivo e apresenta uma linguagem clara. Além disso, apresenta o conteúdo de forma bem detalhada com representações gráficas e alguns exercícios-problema que facilitam a aprendizagem dos alunos.

Por outro lado, o livro *Vontade de Saber Matemática* (SOUZA e PATARO, 2012, p. 103-121) trata o conteúdo de forma resumida e incompleta, omitindo algumas questões importantes no estudo de funções, como a relação entre os coeficientes da função quadrática e a soma ou o produto das raízes e a resolução de equações incompletas, por exemplo. As atividades sugeridas nesse livro são mais complexas, com um grau de dificuldade maior o que na maioria das vezes, dificulta a compreensão dos alunos.

Sangiaco (1996, apud MEIER, 2012, p.16), diz que o olhar do professor “é fortemente influenciado pelos livros didáticos”, porém é pouco considerada a qualidade dos mesmos já que na maioria das vezes esses trazem exercícios ou explicações prontas, de forma direta e tentando convencer o aluno, sem demonstrar o real desenvolvimento matemático.

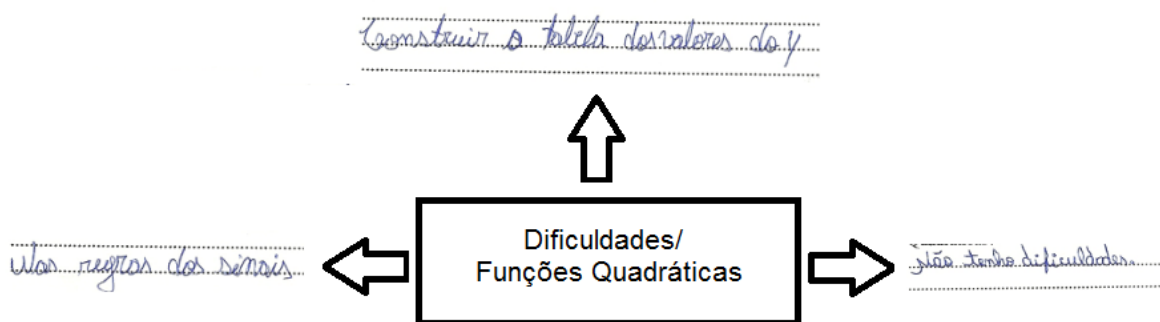
Sendo assim, é importante destacar que o professor não pode deter-se em apenas uma fonte ou metodologia de ensino, mas sim, deve estar ciente que não pode parar de buscar, de aprender, de inovar. Só assim, será possível construir um ensino de qualidade.

2.2.3 Dimensão cognitiva

Ao analisar o contexto escolar da turma em relação ao estudo de funções quadráticas é possível perceber que a maioria dos alunos apresenta facilidade em realizar cálculos, construir gráficos, identificar os coeficientes, a intersecção com o eixo

y, os zeros da função, etc. Entretanto, alguns alunos demonstram dificuldades em marcar os pontos no plano e conseqüentemente construir os gráficos, devido às falhas na aprendizagem nas operações que envolvem os números inteiros (\mathbb{Z}). Abaixo, na figura 5 seguem as opiniões dos alunos em relação às suas maiores dificuldades em relação ao conteúdo:

Figura 5: Opinião dos alunos sobre o estudo de Funções Quadráticas.



Fonte: Dados da pesquisa.

Mesmo que os alunos não tenham citado, é possível também perceber que alguns alunos demonstram grandes dificuldades em realizar a análise gráfica e identificar conceitos.

Portanto, é importante que o professor se alie a diferentes recursos e metodologias de ensino para poder abranger a diversidade de alunos existentes em uma mesma turma, considerando suas dificuldades e limitações. Cabe ao professor também, garantir que o aluno se sinta confiante em sala de aula, nesse caso em trabalhar com Funções Quadráticas e suas representações gráficas, seja por meio de situações-problema, softwares, vídeos, ou outras ferramentas. O aluno necessita ser motivado, instigado a aprofundar seus conhecimentos e certamente, a inovação no ensino é um bom caminho. Nesse sentido Kampff, Machado e Cavedini (2004, p.2) afirmam que:

É necessário repensar o ensino e a aprendizagem, colocando-se numa postura de professor inovador, criando situações significativas e diferenciadas, cabendo propiciar diferentes situações “problemas” ao educando. O aluno precisa ser motivado a envolver-se ativamente nesse processo, construindo o seu conhecimento a partir de múltiplas interações. O professor de matemática deve organizar um trabalho estruturado através de atividades que propiciem o desenvolvimento da exploração informal e investigação reflexiva e que não

privem os alunos nas suas iniciativas e controle da situação. (KAMPFF; MACHADO; CAVEDINI, 2004, p.2 apud ROSA, 2010, p.25).

2.3 Apresentação da prática desenvolvida e discussão dos resultados

No que segue, apresentaremos a segunda e a terceira fases da nossa metodologia de pesquisa, as quais consistem na concepção e na análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática, seguida pela implementação da experiência.

Nesse momento o objetivo foi o de avaliar o comportamento e os efeitos gerados nos alunos durante o desenvolvimento do Plano de Ações. Também, foram definidas hipóteses, acerca dos conhecimentos apresentados pelos alunos antes e depois da aplicação do plano.

A cada atividade proposta os alunos realizaram uma coleta de dados fazendo suas próprias anotações a respeito de conceitos e opiniões relacionados ao assunto. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, esse é um importante passo para que o aluno aprenda a utilizar a Matemática de forma a desenvolver sua capacidade de iniciativa em resolver problemas não só em Matemática:

[...] para o indivíduo acompanhar o que está a sua volta, deve ter habilidades como, selecionar informações, analisar as informações obtidas e, a partir disso, tomar decisões, exigirão linguagem, procedimentos e formas de pensar matemáticos que devem ser desenvolvidos ao longo do Ensino Médio, bem como a capacidade de avaliar limites, possibilidades e adequação das tecnologias em diferentes situações. (BRASIL, 1999, p. 85)

A atividade foi desenvolvida em grupos, devido à baixa quantidade de computadores na escola e também visando à interação, ao diálogo, à construção de ideias e à ajuda mútua durante o desenvolvimento da aula, principalmente no manuseio do software e do computador.

Os principais objetivos foram desenvolver nos alunos a capacidade de interpretação, a partir da análise do esboço dos gráficos gerados pelas funções propostas. Além disso, objetivou-se possibilitar aos alunos uma atividade diferente e motivadora, que os permitiu fazer uso de novas tecnologias.

A prática foi desenvolvida em uma Escola Municipal do interior do município de Soledade - RS, em uma turma de 9º Ano, em 4 horas-aula. Os principais conceitos em relação às Funções Quadráticas foram previamente trabalhados em sala de aula e

essa prática foi apenas um complemento ao conteúdo, a fim de verificar a aprendizagem dos alunos em relação ao assunto.

A coleta de dados da pesquisa foi dada pela observação das atividades realizadas, pelo empenho e dedicação dos alunos, pelo recolhimento da folha de anotações para uma posterior análise e arquivos salvos pelos alunos gerados pelo software *Winplot*.

2.3.1 Descrição e Análise da Prática

A dinâmica do trabalho ocorreu da seguinte forma:

- Todas as aulas ocorreram no laboratório de informática da escola, com 10 alunos distribuídos de forma livre em dois grupos de três alunos e um grupo de quatro alunos. A sala contava com três computadores disponíveis aos alunos; havia também um computador e um projetor disponíveis ao professor.

- Em todas as aulas, em um total de três, os alunos fizeram registros de suas ideias e responderam aos questionamentos propostos.

- Ao final de cada aula propôs-se uma discussão coletiva sobre as atividades realizadas. Esses momentos consistiram em uma troca de experiências entre todos os alunos sobre o conhecimento produzido nos momentos de realização das atividades.

Abaixo, no quadro 1 segue o planejamento das ações:

Quadro 01 – Plano de Ensino

Tempo Estimado: 4h	Objetivos	Ação	Recursos Didáticos
60 min.	1º Momento: Objetiva-se apresentar a proposta, conduzir os alunos ao Laboratório de Informática. Apresentar o software. Organizar os grupos.	Orientar os alunos para a organização dos grupos para o início da realização das atividades.	Exposição oral e software <i>Winplot</i> .

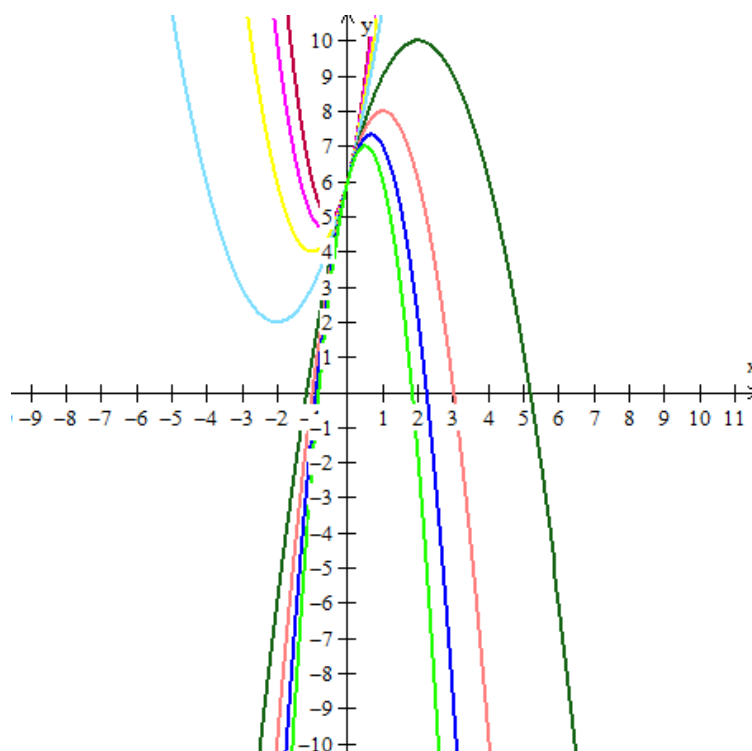
120 min.	2º Momento: Com essa atividade objetiva-se que o aluno seja capaz de perceber o comportamento dos gráficos ao fazer a variação dos coeficientes a , b e c .	Os alunos deverão construir no software <i>Winplot</i> as funções propostas e fazer a análise. As anotações dos dados identificados também deverão ser feitas.	Software <i>Winplot</i> , caderno, lápis, borracha e régua, folha de anotações.
60 min.	3º Momento: Objetiva-se tirar dúvidas, fazer as devidas correções em relação aos resultados obtidos e conversar sobre o software.	Estabelecer uma discussão com os alunos referente às dúvidas e impressões durante a aula.	Exposição oral e se necessário, quadro-negro e software.

No 1º momento os alunos foram organizados em grupos e foi explicado de que forma seria desenvolvida a atividade conforme o plano de ensino elaborado, além da importância e seriedade do trabalho. Em seguida, os alunos foram conduzidos ao Laboratório de Informática para dar início às atividades. No intuito de familiarizar os alunos com o software, já que esse seria o primeiro contato, foram apresentados os principais comandos que seriam utilizados. Nesse momento os alunos puderam também, manusear, testar algumas funções, verificar a funcionalidade e a forma de utilização do mesmo.

No 2º momento, os alunos deveriam fazer as construções no software *Winplot*, referentes à variação dos coeficientes “ a ”, “ b ” e “ c ” na função $y=ax^2+bx+c$, observar os gráficos gerados e a partir disso, fazer uma análise, anotando as suas observações.

Na atividade 1, do 2º momento, os alunos deveriam construir, utilizando o software *winplot*, gráficos de diversos polinômios do tipo $y = ax^2 + 4x + 6$, variando o parâmetro “ a ” (sendo positivos ($a>0$) e negativos ($a<0$)) e mantendo fixos “ b ”= 4 e “ c ”= 6. Nesse momento os alunos deveriam perceber que atribuindo valores negativos a “ a ”, a concavidade da parábola ficaria voltada para baixo e atribuindo valores positivos a “ a ”, a parábola ficaria voltada para cima. Abaixo, nas figuras 6 e 7, seguem a construção e as considerações dos alunos:

Figura 6: Gráfico da Função $y = ax^2 + 4x + 6$.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 7: Considerações dos alunos-atividade 1.

Quando a é positivo: quanto maior for o valor de " a " mais a parábola se aproxima do eixo y e se distancia do eixo x e a abertura diminui. A concavidade é voltada para cima. Quando " a " é negativo: quanto menor for o valor de " a " mais a parábola se aproxima do eixo y e do eixo x e a abertura diminui e a concavidade é voltada para baixo.

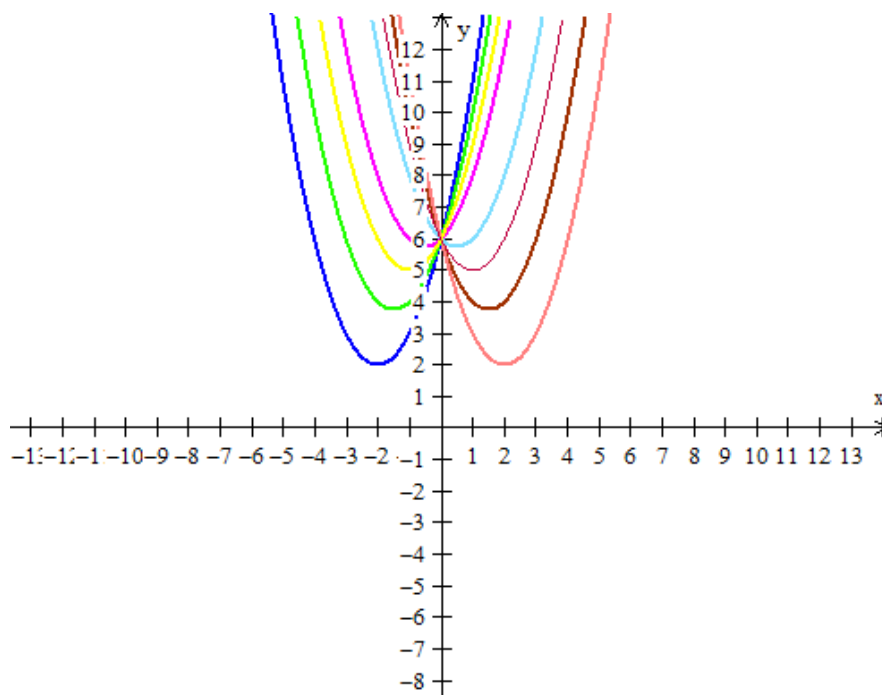
Fonte: Dados da pesquisa.

Dessa forma, através das anotações é notável que quanto à concavidade os alunos expressaram-se corretamente. Entretanto, podemos observar que um grupo fez anotações referentes à abertura da parábola mesmo que esses conceitos não tenham sido estudados, isso demonstra uma observação que foi além do proposto. Desse modo,

sabemos que à medida que os valores de “ a ” aumentam de 1 a 4, a concavidade da parábola vai se fechando, ao passo que, quando aumentam de -4 a -1, a concavidade vai se abrindo. Ou seja, a abertura da concavidade está relacionada com o valor absoluto de “ a ”. Quando $|a|$ cresce, a abertura da concavidade diminui, ou seja, se fecha. Quando $|a|$ diminui, a abertura da concavidade aumenta, ou seja, se abre. Em relação a esse comportamento da parábola, os alunos de certa forma expressaram-se corretamente quando se referem aos valores de $a > 0$, porém, em relação ao valor absoluto de “ a ”, ou seja, quando $a < 0$, os mesmos responderam de forma incorreta. Também, acredita-se que no intuito de expressar o que perceberam em relação à abertura da parábola, de forma errônea a associaram com a aproximação ou distanciamento em relação aos eixos.

Na atividade 2, do 2º momento, os alunos deveriam construir, utilizando o software *winplot*, gráficos de diversos polinômios do tipo $y = x^2 + bx + 6$, variando o parâmetro “ b ” (sendo positivos ($b > 0$) e negativos ($b < 0$)) e mantendo fixos “ a ” = 1 e “ c ” = 6. A partir da análise dos gráficos gerados através da figura 8 abaixo, os alunos deveriam verificar a translação dos gráficos percebendo que todos os gráficos cruzam em um mesmo ponto de intersecção no eixo y . Também, deveriam observar que o gráfico da parábola possui duas partes simétricas, separadas por um eixo vertical de simetria. Para os valores negativos ($b < 0$), a intersecção do gráfico com o eixo y ocorre à esquerda do eixo vertical de simetria. Já para os valores positivos ($b > 0$), a intersecção do gráfico com o eixo y ocorre à direita do eixo vertical de simetria. Abaixo, seguem o gráfico e as anotações:

Figura 8: Gráfico da Função $y = x^2 + bx + 6$.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 9: Considerações dos alunos-atividade 2.

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes "b":

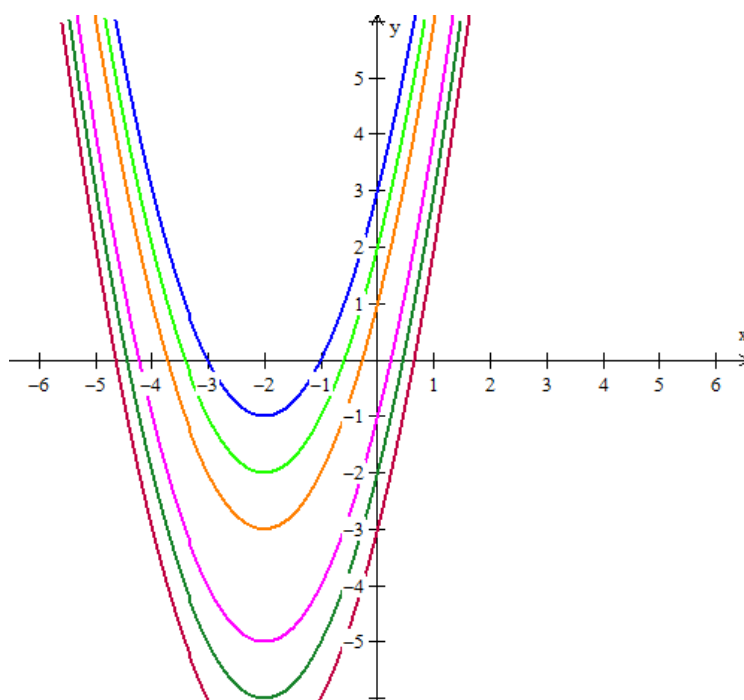
das funções que possuem o (b) positivos
 apresentam o vértice a esquerda do eixo y.
 as funções que possuem o (b) negativo apresentam
 o vértice a direita do eixo y. Todas possuem a concavi-
 dade voltada para cima, pois todas possuem o (a)
 positivo

Fonte: Dados da pesquisa.

Pelas anotações feitas pelos alunos, é possível verificar que os mesmos consideraram o ponto de intersecção com o eixo y como uma referência, porém, não consideraram o eixo vertical de simetria, mas sim o vértice, desse modo fazendo observações imprecisas e confusas. Em relação à concavidade os mesmos fizeram anotações corretas.

Na atividade 3, do 2º Momento, os alunos deveriam construir, utilizando o software *winplot*, gráficos que representam a variação para polinômios do tipo $y = x^2 + 4x + c$, variando o parâmetro “ c ” (sendo positivos ($c > 0$) e negativos ($c < 0$)) e mantendo fixos “ a ” = 1 e “ b ” = 4. A partir dessa construção, os alunos deveriam perceber que o parâmetro “ c ” indica o ponto onde a parábola intercepta o eixo y , ou seja, onde ocorre uma translação vertical (o gráfico sobe ou desce em relação ao eixo y conforme $0 > c$ ou $0 < c$, respectivamente), nesse caso, os alunos fizeram as considerações corretas, conforme podemos perceber nas figuras abaixo:

Figura 10: Gráfico da Função $y = x^2 + 4x + c$



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 11: Considerações dos alunos-atividade 3.

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes “ c s”.

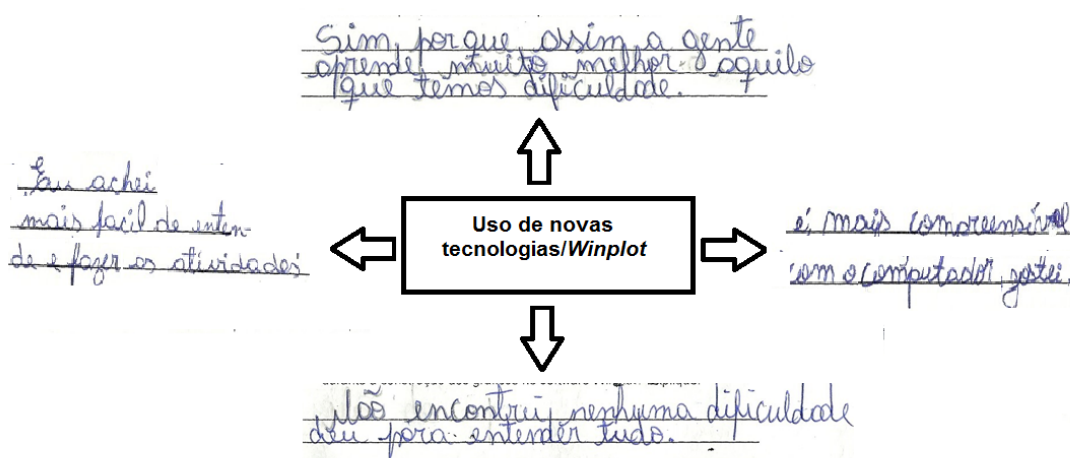
Conforme muda o valor do c também muda o ponto de interseção com o eixo y .

Fonte: Dados da pesquisa.

Pelas opiniões expostas acima, observa-se que os alunos não utilizam conceitos formalizados para descreverem as suas considerações em relação aos coeficientes “ a ”, “ b ” e “ c ” e em alguns casos não fazem todas as observações necessárias e/ou adequadas, mostrando-se confusos ao expressarem suas observações e consequentemente fazendo considerações inválidas. Todavia, é importante ressaltar a enorme discussão em relação ao conteúdo em estudo que essas atividades proporcionaram, instigando-os a pensar, repensar e procurar construir conceitos apropriados. E é nessa investigação, proporcionada pelo software, que se percebe uma grande oportunidade de construção do conhecimento.

Pelas opiniões expostas no 3º Momento das atividades propostas, verifica-se que o software apresentou-se como um importante agente facilitador na aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo de Funções Quadráticas. De fácil manuseio, o software possibilitou aos alunos realizar análises, fazer indagações e fixar melhor o conteúdo. Abaixo, seguem algumas opiniões apresentadas pelos alunos:

Figura 12: Opinião de alunos sobre o uso de ferramentas tecnológicas.



Fonte: Dados da pesquisa.

É importante lembrar que esses momentos de conversa e interação aonde foram discutidos os resultados, foram essenciais para a verificação dos conhecimentos prévios e/ou dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo, bem como, possibilitou fazer as devidas correções em relação às ideias erradas que os alunos tinham em relação ao mesmo. Além disso, permitiu verificar o quanto o trabalho aplicado influenciou positivamente no processo de ensino e aprendizagem desses alunos, possibilitando

realizar uma reflexão sobre a ação, avaliando e tentando compreender e reconstruir minha prática, para repensar e planejar as próximas ações.

3 Considerações Finais

Por fim, a última fase da Engenharia Didática consiste na análise a posteriori e validação da experiência.

Observando os relatos e o material produzido pelos alunos durante o desenvolvimento das atividades é possível perceber que a turma obteve resultados satisfatórios. Inicialmente, pelo fato dos alunos não conhecerem o software *Winplot*, os mesmos mostraram-se inseguros; entretanto, logo os alunos aprenderam a forma de utilizá-lo e em seguida realizaram as atividades sem o auxílio do professor, demonstrando autonomia e poder de investigação na resolução das atividades. Essas competências são essenciais para a construção do saber matemático e para o desenvolvimento de novos hábitos de pensamento matemático. Fonseca (2000) afirma, que “a realização de trabalho investigativo possibilita que os alunos façam matemática e se envolvam no pensamento matemático e não apenas que a observem” (FONSECA, 2000 apud MEIER, 2012, p.19).

O tempo para a realização da atividade foi suficiente para os alunos refletirem no grande grupo e terminarem o trabalho. O tempo para esclarecer suas dúvidas em relação ao conteúdo e ao software também foi bem aproveitado.

Quanto ao conteúdo de Funções Quadráticas, acredito que foi bem explorado pela lista proposta, possibilitando aos alunos comparação e análise das funções e curvas geradas.

Em relação ao uso do software *Winplot*, são visíveis as vantagens em utilizá-lo, pois facilitou a compreensão do conteúdo e possibilitou ao aluno visualizar e entender de forma mais clara e precisa, desconstruindo conceitos incorretos que os mesmos tinham em relação ao assunto. Dessa forma, o uso de recursos tecnológicos pode contribuir para um ambiente mais interessante e motivador no estudo de funções quadráticas ou de outros conteúdos matemáticos, sempre que utilizados de maneira adequada. Richt (2010, p.18) coloca as implicações promovidas pelo uso desses recursos no contexto educacional:

A apropriação do uso pedagógico e social das tecnologias digitais propicia formas distintas de promover a prática docente, modifica os processos de ensino e aprendizagem e, principalmente, torna-se condição essencial à adaptação do professor à nova cultura escolar, que é modificada com a presença desses recursos [...]. (RICHT, 2010, p.18 apud GARCIA, 2011, p.16).

A metodologia da Engenharia Didática, também, foi de suma importância para revelar os resultados encontrados, possibilitando analisar os pontos positivos da prática e reestruturar a prática de ensino habitual. Segundo Garcia (2008, p. 218), “[...] é adequada para os professores que desejam buscar os caminhos possíveis para melhorar sua prática de ensino num certo conteúdo [...]”.

E, finalmente, respondendo à questão inicial deste trabalho sobre a verificação das contribuições do uso de softwares e metodologias, pode-se dizer que a utilização dessas ferramentas tem se mostrado essencial para ampliar o conhecimento de conteúdos em estudo e desenvolver nos alunos novos hábitos de pensamento, autonomia e poder de investigação na realização das atividades. Desse modo, cabe ao professor não se cansar de buscar, estar em constante aperfeiçoamento a fim de mudar o cenário educacional, inserindo-se em “[...] uma cultura profissional que permita ao educador tornar-se um agente de mudança” (ALMEIDA, 2000, p.2 apud GARCIA, 2011, p.17) dentro de seu próprio contexto.

Referências

- BASSO, M. A., GRAVINA, M. A. Mídias Digitais na Educação Matemática. In: Matemática, Mídias Digitais e Didática – tripé para a formação de professores de Matemática. Porto Alegre. Cap. 1, p. 4-25, 2011.
- BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina A.; OLIVARES, Ayrton. Matemática: fazendo a diferença Volume 1. FTD, São Paulo, p. 120; 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC/Semtec, p. 21-85, 1999.
- BUENO, R. W. d. S. & VIALI, L. A Construção Histórica do Conceito de Função. Educação Matemática em Revista, 1(10), p. 37-47; 2009.
- BÚRIGO, Elisabete Zardo; GRAVINA, Maria Alice; BASSO, Marcus Vinícius de A.; GARCIA, Vera Clotilde V. Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática. Porto Alegre. UFRGS, p.30, 2011.

BÚRIGO, Elisabete Zardo; GRAVINA, Maria Alice; BASSO, Marcus Vinícius de A.; GARCIA, Vera Clotilde V. A Matemática na Escola: novos conteúdos, novas abordagens. Porto Alegre. UFRGS, 2012. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/livros/livro1-matematica_escola.pdf

CARNEIRO, Vera Clotilde GARCIA. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. Zetetike, Campinas UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática. São Paulo: Ática, p.88, 1988.

GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto. Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática. Porto Alegre: Evangraf: UFRGS, p.12-22, 2011. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/livros/livro3-reflexaopesquisa.pdf>. Acesso em: 01/07/2015.

GARCIA, V. C. Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino. Bolema, Rio Claro (SP), ano 21, n. 29, p. 199-222, 2008.

MEIER, Melissa. Modelagem geométrica e o desenvolvimento do pensamento matemático no ensino fundamental. Porto Alegre. UFRGS, p.16-19, 2012. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novas_abordagens/modulo_III/pdf/dissertacao_melissa_meier.pdf Acesso em: 05/07/2015.

MISKULIN, R. G. S. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de letras, p. 217-248, 2008.

RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elizabeth. Construindo Consciências: matemática, 8ª Série – Volume 1. Scipione, São Paulo, p. 164-183; 2006.

ROSA, Leandro Viana Da. Funções do 2º Grau: Interpretações Gráficas e Algébricas. Trabalho de Conclusão de Curso da disciplina de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 22-25, 2010. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/25913/000755809.pdf>. Acesso em: 22/06/15.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. Vontade de saber Matemática, 9º Ano. Volume 2. FTD, São Paulo, p. 103-121, 2012.

VASCONCELOS, Eduardo Silva. Explorando o Winplot – Volume 1 – Série: Softwares Matemáticos. P.18-26. Acesso em 15/05/2015. Disponível em: <http://math.exeter.edu/rparris/peanut/Explorando%20Winplot%20-%20Vol%201.pdf>

VEIGA, Ilma P. A. O seminário como técnica de ensino socializado. In: Veiga, I.P. A. (org). Técnicas de ensino: Por que não? Papyrus, Campinas, p. 105, 2000.

VYGOTSKY, L.S. A formação social da mente. Martins Fontes, São Paulo, p. 18, 1987.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: Bicudo, M.A.V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. UNESP, São Paulo, p.12; 1999.

ANEXO A: Atividades desenvolvidas com os alunos:

Explorando os coeficientes das Funções Quadráticas

Fonte: VASCONCELOS, Eduardo Silva. P. 18-26.

Relações entre os gráficos e os coeficientes “a”, “b” e “c” de funções quadráticas do tipo $y=ax^2+bx+c$.

Variando “a” e mantendo “b” e “c” fixos na função $y=ax^2+bx+c$.

Nesta atividade construiremos, utilizando o winplot, gráficos que representam a variação do polinômio do tipo $y = ax^2 + 4x + 6$, com os valores de “a” sendo positivos ($a>0$) e negativos ($a<0$).

Utilize o software Winplot para fazer a construção dos gráficos das funções abaixo:

- $f(x) = (4)x^2 + 4x + 6$
- $f(x) = (3)x^2 + 4x + 6$
- $f(x) = (2)x^2 + 4x + 6$
- $f(x) = (1)x^2 + 4x + 6$
- $f(x) = (-1)x^2 + 4x + 6$
- $f(x) = (-2)x^2 + 4x + 6$
- $f(x) = (-3)x^2 + 4x + 6$
- $f(x) = (-4)x^2 + 4x + 6$

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes “a”.

Variando “b” e mantendo “a” e “c” fixos na função $y=ax^2+bx+c$

Nesta atividade construiremos, utilizando o winplot, gráficos que representam a variação do polinômio do tipo $y = x^2 + bx + 6$, ao variarmos o “b”.

Utilize o software Winplot para fazer a construção dos gráficos das funções abaixo:

- $f(x) = x^2 + 4x + 6$

- $f(x) = x^2 + 3x + 6$
- $f(x) = x^2 + 2x + 6$
- $f(x) = x^2 + 1x + 6$
- $f(x) = x^2 - 1x + 6$
- $f(x) = x^2 - 2x + 6$
- $f(x) = x^2 - 3x + 6$
- $f(x) = x^2 - 4x + 6$

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes “ b_s ”.

Variando “ c ” e mantendo “ a ” e “ b ” fixos na função $y=ax^2+bx+c$

Nesta atividade construiremos, utilizando o winplot, gráficos que representam a variação do polinômio do tipo $y = x^2 + 4x + c$.

Utilize o software Winplot para fazer a construção dos gráficos das funções abaixo:

- $f(x) = x^2 + 4x - 3$
- $f(x) = x^2 + 4x - 2$
- $f(x) = x^2 + 4x - 1$
- $f(x) = x^2 + 4x + 1$
- $f(x) = x^2 + 4x + 2$
- $f(x) = x^2 + 4x + 3$

Anote as suas considerações a respeito da relação entre os gráficos e as variações dos coeficientes “ c_s ”.

Discutindo com os alunos:

Fonte: Arquivo pessoal.

- Você gostou da forma em que as atividades foram desenvolvidas? O uso do software *Winplot*, facilitou a sua compreensão? Explique.

- Você encontrou alguma dificuldade durante a realização das atividades ou durante a construção dos gráficos no software *Winplot*? Explique.

- Qual a sua impressão em relação ao que foi trabalhado até o momento sobre Funções Quadráticas? Explique.

- Quais as suas maiores dificuldades em relação ao conteúdo de Funções Quadráticas?

- Na sua opinião, o que poderia ser feito para que você entendesse melhor a matéria? O modo em que o conteúdo é trabalhado lhe satisfaz?

- Você acha importante que o conteúdo seja abordado envolvendo problemas que se aproximem da realidade em que você vive?

- Você acha que um recurso tecnológico (vídeo, software, etc.) poderia lhe proporcionar um melhor entendimento da matéria? Explique.
