

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE UM CILINDRO DE LAMINAÇÃO

por

Ismael Jorge Molz

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Novembro 2015

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TÉRMICO DE UM CILINDRO DE LAMINAÇÃO

por

Ismael Jorge Molz

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Alcy Rodolfo dos Santos Carrara  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Energia e Fenômenos de Transporte**

Orientador: Prof. Francis H. R. França

Comissão de Avaliação:

Prof. Volnei Borges

Prof. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Prof. Thammy Hayashi

Porto Alegre, 17 de Novembro de 2015.

## **AGRADECIMENTOS**

A minha família, que em todo o momento da minha graduação me apoiou e incentivou me proporcionando as melhores condições possíveis para a realização do curso de Engenharia Mecânica, o meu muitíssimo obrigado: pai Jorge Nestor Molz, mãe Ingrid Molz e irmã Luciana Molz Griebeler. A minha namorada Raíssa, pela paciência e compreensão durante os períodos difíceis da faculdade. Aos colegas pela parceria durante todo o curso e principalmente no final dele. Agradeço ao auxílio e ajuda dos colegas Alexandre Simon, Gustavo Vieira e Rafael Santos Netto Matias, pela disponibilidade da utilização dos seus computadores para rodar as simulações do presente trabalho. E principalmente ao colega Jean Poletto, pelo tempo e auxílio no desenvolvimento do código computacional.

MOLZ, J. I. **Análise do comportamento térmico de um cilindro de laminação**. 2015. 15 p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

## RESUMO

No processo de laminação de aço, os cilindros que conformam o material sofrem desgastes constantes, devido ao aquecimento contínuo provocado pelas barras em processamento. Esse desgaste interfere na vida útil do cilindro. Devido ao grande custo desses cilindros no processo de laminação, um melhor entendimento do comportamento térmico deles durante a sua produção é essencial para otimizar os parâmetros utilizados no sistema de refrigeração e assim aumentar a sua vida útil. Para isso, foi desenvolvido pelo autor deste trabalho, um código numérico, no *software Matlab*, para a simulação de casos reais de um laminador de aços longos, permitindo a verificação da influência de alguns dos parâmetros do sistema de refrigeração de um cilindro de laminação. Primeiramente o problema foi resolvido em regime estacionário, com o cilindro parado, para verificação do comportamento das condições de contorno impostas no cilindro. Em seguida, simulações em regime transiente foram desenvolvidas para dois casos distintos. No primeiro caso verificou-se a influência da temperatura dos jatos de água na refrigeração do cilindro evidenciando que a redução da temperatura da água em 5 °C diminui a temperatura superficial do cilindro em média de 4 °C. No segundo caso verificou-se a influência do ângulo de cobertura das cintas de refrigeração, mostrando agora, que com o aumento, em 30°, do ângulo de cobertura dos jatos de água, a temperatura superficial do cilindro tem uma redução de 60 °C em média. O código desenvolvido demonstrou um bom comportamento e convergência das soluções propostas com o refinamento das malhas geométrica e temporal. Com o código computacional desenvolvido e os resultados encontrados, é possível realizar melhorias na indústria com baixo investimento, por serem soluções simples e de grande eficiência, como foi demonstrado na situação do aumento do ângulo de cobertura dos jatos de água.

**PALAVRAS-CHAVE:** cilindros de laminação, transferência de calor, simulação numérica.

MOLZ, J. I. **Analysis of the thermal behavior of a Roller Mill**. 2015. 15 p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

#### ABSTRACT

In the process of rolling mill, the cylinders that make up the material suffer constant wastage, due to heating caused by the bars still in process. This wastage interferes in the useful life of cylinder. Due the great cost of these cylinders in the rolling mill process, a better understanding of the thermal behavior of them in their process it is essential for optimization the use of the cooling system parameters and thus increases their useful life. For this purpose, it was developed, by the author of this work, a numerical code, using Matlab software, for the simulation of actual cases of a long steel rolling, allowing the evaluation of the influence of some parameters of the cooling system of a rolling cylinder. First of all the problem was solved in the steady state, with stationary cylinder, to verify the behavior of the boundary conditions imposed on the cylinder. Then, transient simulations were solved for two different cases. In the first case was verified the influence of the water jet temperature in the cylinder cooling, showing that the reduction of the water jet temperature in 5 °C reduce the cylinder superficial temperature in average of 4 °C. In the second case it was verified the influence of the cooling belt's coverage angle, now showing that with increasing, in 30°, the water jet coverage angle, the cylinder superficial temperature reduces 60 °C in average. The developed code showed good behavior and convergence of the proposed solutions with the refinement of the geometric and temporal meshes. With these the developed computer code and the results, it is possible to make improvements in the industry with low investment, as they are simple and efficient solutions, as demonstrated in the situation of increased coverage angle of the jets of water.

**KEYWORDS:** roller mill, heat transfer, numerical simulation.

## SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	iii
RESUMO.....	iv
SUMÁRIO.....	vi
1. PROCESSO DE LAMINAÇÃO E DESGASTE EM CILINDROS DE LAMINAÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	1
3. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....	2
3.1. MODELO MATEMÁTICO .....	3
3.1.1. COEFICIENTES CONVECTIVOS .....	5
3.1.2. CONTATO ENTRE BARRA EM CONFORMAÇÃO E CILINDRO .....	6
3.2. MÉTODO NUMÉRICO .....	7
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	9
4.1. ESTUDO DA MALHA GEOMÉTRICA E TEMPORAL .....	9
4.2. ESTUDO DE CASO.....	11
4.2.1. REGIME PERMANENTE.....	11
4.2.2. INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA DA ÁGUA.....	12
4.2.3. INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE COBERTURA DOS JATOS DE ÁGUA .....	13
4.2.4. OSCILAÇÃO DA TEMPERATURA SUPERFICIAL DO CILINDRO .....	14
5. CONCLUSÃO.....	14
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	15
APÊNDICE A – Código computacional desenvolvido .....	16
APÊNDICE B – Evolução temporal da temperatura superficial do cilindro .....	19

## 1. PROCESSO DE LAMINAÇÃO E DESGASTE EM CILINDROS DE LAMINAÇÃO

A laminação é um processo de conformação mecânica que tem como objetivo a redução de seção da peça a ser conformada, o aumento do seu comprimento e a melhoria das propriedades dos materiais (ductilidade, resistência mecânica e estrutura superficial).

Os laminadores a quente, objeto deste estudo, são utilizados em laminação de aços longos não planos empregados principalmente na construção civil, como barras redondas e vergalhão.

No processo de conformação, os cilindros sofrem mudanças no seu perfil (expansão e contração) e desgastes constantes devido aos esforços mecânicos, aos ciclos de aquecimento pelo contato barra-cilindro e resfriamento por jatos de água na sua superfície.

Tudo isso interfere negativamente na vida útil dos cilindros causando fadiga térmica e o aparecimento de trincas superficiais, que obrigam a parada do sistema de laminação para troca de canais e, dependendo do caso, da própria substituição dos cilindros.

Este tipo de problema pode ser suavizado com o controle da temperatura superficial do cilindro através de um processo de refrigeração ajustado às condições de trabalho do laminador.

Obviamente que a dificuldade em otimizar o resfriamento dos cilindros de laminação tem origem no elevado número de variáveis como a pressão, a vazão, forma de pulverização da água, as temperaturas do fluido de refrigeração, os materiais dos cilindros, as temperaturas do material em conformação, a redução do material conformado em cada passe de laminação, a velocidade de laminação, entre outros. As variáveis relacionadas podem interferir de forma isolada ou em conjunto, causando variações nas condições operacionais de produção. Visto isso, são necessários estudos que permitam uma melhor compreensão dos processos envolvidos na distribuição de temperatura dos cilindros de laminação, para obter um melhor controle das variáveis envolvidas no problema.

Com o objetivo de contribuir ao melhor entendimento deste processo, este trabalho apresenta a solução do problema físico através de uma solução numérica bidimensional transiente, fornecendo uma ferramenta computacional para análise do comportamento térmico de um cilindro de laminação para a indústria siderúrgica possibilitando a otimização dos parâmetros do sistema de refrigeração visando o aumento da vida útil dos cilindros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo deste capítulo é fazer um breve relato da pesquisa sobre os cilindros de laminação em processos siderúrgicos.

STEVENS *et al.* (1971) elaboraram um trabalho experimental para avaliar o comportamento térmico dos cilindros de laminação, utilizando como base para pesquisa um cilindro instrumentado que permitiu reproduzir, a partir dos dados coletados as curvas de aquecimento, mostrado na Figura 2.1. A pesquisa foi motivada pela necessidade de prolongar a vida útil dos cilindros de laminação.

Normalmente os cilindros de laminação se desgastam por conta de três fatores determinantes: a abrasão devido ao contato da barra com o cilindro, a fadiga praticada pelas tensões provocada pela deformação da barra em contato com o cilindro e a fadiga térmica causada pelo aquecimento e resfriamento cíclico aos quais o cilindro é submetido.

No estudo foi possível também verificar o comportamento cíclico do cilindro em função da distribuição de temperaturas superficial, durante a passagem do material no processo de deformação em um período de tempo de 300 minutos, conforme apresentado na Figura 2.2. Na imagem é possível perceber que o cilindro de laminação aumenta a temperatura com o tempo até entrar em regime permanente, porém durante a evolução média da temperatura superficial ocorre a oscilação superficial com maior amplitude no início do processo diminuindo até que a temperatura média interna entre em regime permanente.

Com base na pesquisa foi desenvolvido um tipo de distribuidor de água que permitisse a refrigeração do rolo logo após o contato da barra com o cilindro, garantindo assim, um melhor resfriamento antes da propagação da energia da deformação para o interior do cilindro. Com a implantação do novo sistema de distribuição, foi constatado um acréscimo na vida útil dos cilindros e as substituições dos cilindros tiveram seu tempo ampliado 55% em média, garantindo assim uma maior produtividade e menos paradas do sistema.

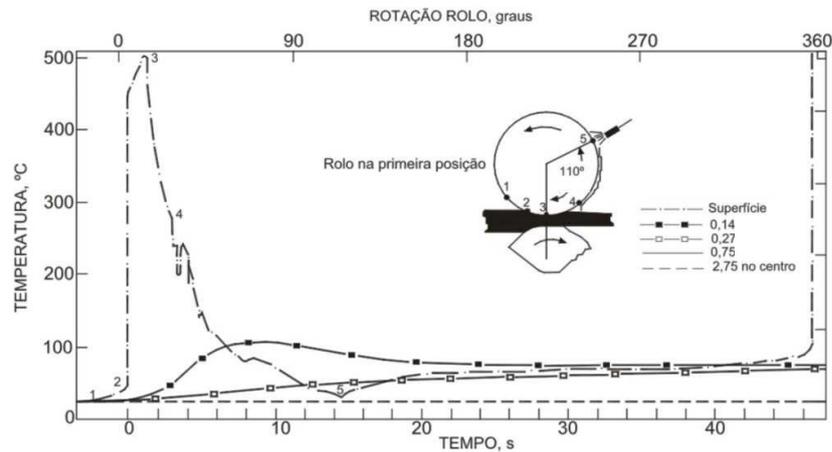


Figura 2.1. Distribuição da temperatura superficial durante a passagem do material.

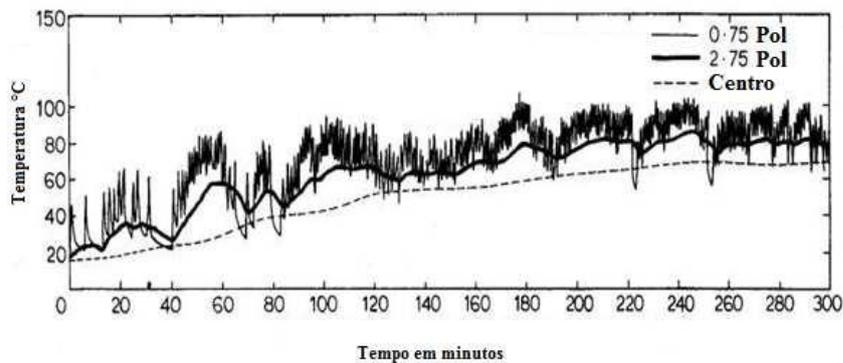


Figura 2.2. Temperatura do cilindro em função do tempo em vários níveis de profundidade.

RAUDENSKY *et al.* (2007) desenvolveram um trabalho para analisar a influência do resfriamento por jato no controle da temperatura superficial dos cilindros de laminação. No trabalho foi considerada a variação do ângulo do jato, tipo de jato, pressão e vazão do jato, afastamento da superfície de contato e afastamento entre bicos. Os resultados permitiram a identificação da melhor configuração de bicos e uma distribuição que possibilitasse uma maior retirada de calor do cilindro de laminação.

### 3. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O problema a ser resolvido consiste no estudo do comportamento térmico de um cilindro de laminação, utilizado no processo de conformação mecânica de barras de aço carbono previamente aquecidas a uma temperatura de 1050 °C. Para manter a temperatura superficial do cilindro dentro das condições de serviço, foi considerado um sistema de resfriamento por jatos de água a temperatura próxima do ambiente ou menor, distribuídos sobre o canal de laminação em que ocorre a passagem da barra.

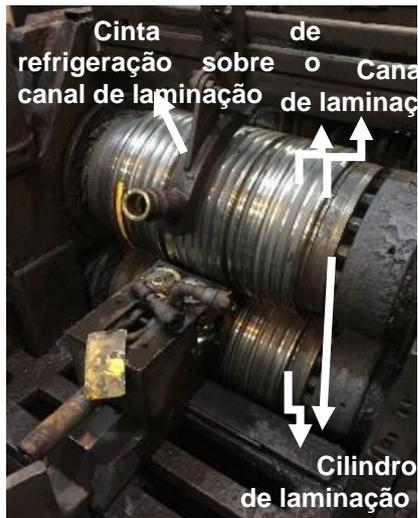


Figura 3.1 Montagem de cilindros de laminação com o sistema de refrigeração.

A Figura 3.2 representa um esquema simplificado do problema a ser modelado. As condições de contorno impostas a superfície externa, levam em consideração as situações que afetam a distribuição de temperatura do cilindro, durante o processo de laminação:

- a) Resfriamento superficial por convecção natural;
- b) Aquecimento superficial na região de contato do cilindro-barras, onde ocorre a deformação do material;
- c) Resfriamento superficial por convecção forçada, causado pelos jatos de água.

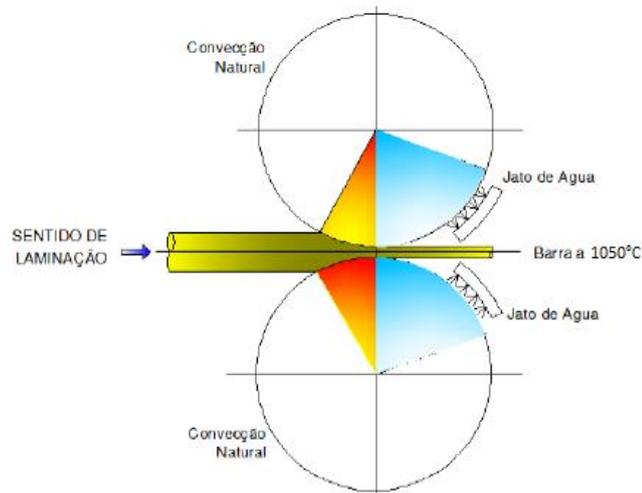


Figura 3.2. Representação do modelo físico estudado.

### 3.1. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático será desenvolvido a partir do balanço de energia aplicado no volume genérico elementar de uma malha regular considerando coordenadas polares, mostrado na Figura 3.3.

O modelo foi desenvolvido a partir da equação geral da transferência de calor, para o sistema em coordenadas polares, no plano  $(r, \theta)$ , e transiente conforme apresentado a seguir.

Como o cilindro gira com uma rotação específica, as condições de contorno variam continuamente em função da posição relativa do cilindro com a peça em conformação e com o jato de resfriamento.

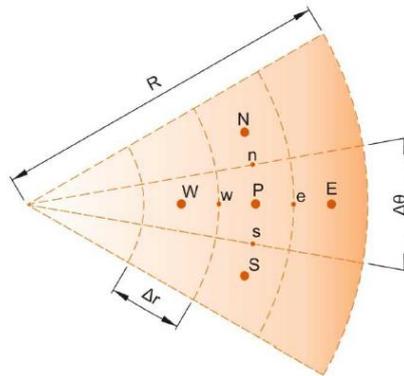


Figura 3.3. Orientação das coordenadas polares [adaptado de MALISKA, 2004].

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c_p} \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{\rho c_p} \left[ \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right] \quad (3.1)$$

Em que:

$\rho$  = massa específica do cilindro ( $\text{kg/m}^3$ );

$c_p$  = calor específico do cilindro ( $\text{J/kg.K}$ );

$T$  = temperatura do cilindro (K);

$t$  = tempo (s);

$k$  = condutividade térmica do cilindro ( $\text{W/m.K}$ ).

Para a solução da equação 3.1, serão consideradas as seguintes condições:

$$\text{Condição inicial (em } t = 0): T(r, \theta, t) = T_{\text{inicial}}(r, \theta, 0) \quad (3.2)$$

As condições de contorno na superfície do cilindro podem ser observadas na Figura 3.4 e apresentadas matematicamente pelas seguintes equações:

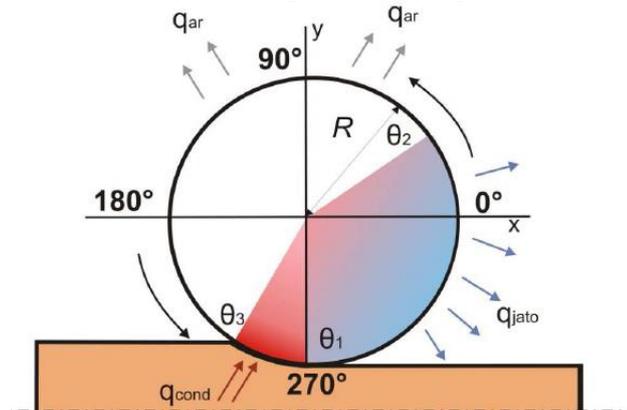


Figura 3.4. Condições de contorno aplicadas na superfície do cilindro.

Para  $\theta_1 < \theta < \theta_2$ ,  $t > 0$  (região de resfriamento por jato de água):

$$kA \frac{\partial T}{\partial r} = h_{\text{jato}} \cdot A (T_s - T_{\text{água}}) \quad (3.3)$$

Em  $\theta_2 < \theta < \theta_3$ ,  $t > 0$  (região de resfriamento por convecção natural):

$$kA \frac{\partial T}{\partial r} = h_{\text{ar}} \cdot A (T_s - T_{\text{ar}}) \quad (3.4)$$

E finalmente em  $\theta_3 < \theta < \theta_1$ ,  $t > 0$  (região de aquecimento por contato cilindro-barra):

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = q_{barra} \quad (3.5)$$

Para a condição de contorno no centro do cilindro pode-se assumir que o fluxo de calor é nulo. Então em  $r = 0$  e  $t > 0$  (no centro do cilindro):

$$q_{r0} = 0 \quad (3.6)$$

Nas equações acima:

$h_{jato}$  = coeficiente de transferência de calor por convecção pelo jato de água (W/m<sup>2</sup>K);

$h_{ar}$  = coeficiente de transferência de calor por convecção natural pelo ar (W/m<sup>2</sup>K);

$q_{barra}$  = fluxo de energia no contato barra-cilindro (W/m<sup>2</sup>);

$q_{r0}$  = fluxo de energia no centro do cilindro (W/m<sup>2</sup>);

$T_s$  = temperatura da superfície do cilindro (K);

$T_{água}$  = temperatura do jato de água (K);

$T_{ar}$  = temperatura do ar ambiente (K);

$k$  = condutividade térmica do cilindro (W/mK);

$A$  = área de troca de calor da superfície do cilindro (m<sup>2</sup>).

### 3.1.1. COEFICIENTES CONVECTIVOS

Os valores de  $h_{jato}$  podem variar entre 500 e 300.000 W/m<sup>2</sup>K dependendo das condições de operação (pressão, distância do bico até o canal, ângulo do jato, entre outros). O cálculo deste coeficiente convectivo para a refrigeração de canais de laminação, além de complexo, é de pouca utilidade prática. O importante é saber como cada uma das variáveis (pressão, distância do bico até o canal, ângulo do jato e impurezas) influi no valor de  $h_{jato}$  (DAMM, 2007).

A correlação para o coeficiente convectivo do jato de água utilizada no presente trabalho, sugerida por BISWAS *et al.* (1997), foi a descrita a seguir. O valor utilizado foi de 33.799 W/(m<sup>2</sup>.K), representando uma vazão de 20 m<sup>3</sup>/h e pressão da água de 3 bar, dados realistas de um trem laminador de aços longos e encontrado na literatura para a representação do resfriamento de um cilindro de laminação por jatos de água.

$$\bar{a} = 17,694 \left( \frac{u_{barra}}{L_{jet}} \right)^{1,89} \quad (3.7)$$

$$\bar{b} = 0,352 \left( \frac{u_{barra}}{L_{jet}} \right) \quad (3.8)$$

$$h_{jet} = \bar{a} (u_{jet})^{0,6} \left( \frac{x}{u_{barra}} \right)^{1,89} e^{\bar{b} \left( \frac{x}{u_{barra}} \right)} \quad (3.9)$$

Em que:

$u_{barra}$  = velocidade da barra (m/s);

$L_{jet}$  = comprimento do jato (m);

$x$  = área do jato (m<sup>2</sup>);

$u_{jet}$  = velocidade do jato (m/s).

Na região de resfriamento por convecção natural foi utilizada uma correlação para o número de Nusselt para cilindros aquecidos em regime permanente. Esta correlação é encontrada em livros textos de transferência de calor e foi sugerida por CHURCHILL *et al.* (1975), para um cilindro horizontal isotérmico. O valor calculado e utilizado para os casos das simulações do presente trabalho foi de 70 W/(m<sup>2</sup>.K).

$$Nu = \left\{ 0,6 + \frac{0,387Ra_D^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + (0,559/Pr)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}} \right\}, \text{ válida para } Ra_D \leq 10^{12} \quad (3.10)$$

Em que:

$Ra_D$  = número de Rayleigh (número adimensional associado ao fluido transferido por empuxo);

$Pr$  = número de Prandtl (número adimensional que define a relação entre a taxa de difusão viscosa e a difusividade térmica);

$Nu$  = Número de Nusselt (número adimensional que determina a relação entre a taxa de transferência de calor por convecção).

Além da parcela de convecção natural, existe a parcela associada a transferência de calor por radiação, que no modelo desenvolvido foi desconsiderado. Para esclarecimento, caso seja considerado que o cilindro troca calor por radiação térmica com a vizinhança como se fosse uma cavidade formada por duas superfícies em que a vizinhança é uma dessas superfícies. Se ainda for considerado que a temperatura da vizinhança está na temperatura do ar ambiente, então a transferência de calor por radiação pode ser representada pela equação a seguir.

$$q_{rad} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A(T_s^4 - T_{viz}^4) \quad (3.11)$$

Em que:

$\varepsilon$  = emissividade térmica;

$\sigma$  = constante de Stefan-Boltzmann ( $W/m^2K^4$ );

$A$  = área da superfície do cilindro ( $m^2$ );

$T_s$  = Temperatura da superfície do cilindro (K);

$T_{viz}$  = Temperatura da vizinhança (K).

### 3.1.2. CONTATO ENTRE BARRA EM CONFORMAÇÃO E CILINDRO

O aquecimento dos cilindros ocorre de forma cíclica, devido ao contato das barras aquecidas, ao esforço mecânico para deformação do material e ao resfriamento através de sprays de água. Esta oscilação é a principal causadora de trincas e desgastes superficiais excessivo nos cilindros de laminação que conseqüentemente produzem falhas nas barras laminadas. Para calcular a parcela de energia envolvida nesse processo é importante definir como determinar o ângulo de contato entre a peça e o cilindro.

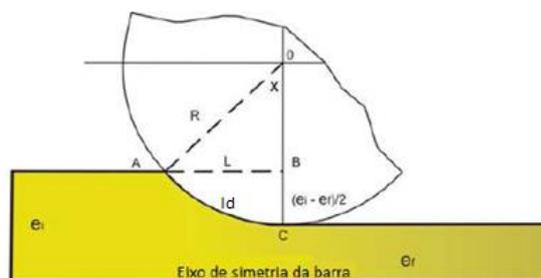


Figura 3.5. Relações geométricas na laminação.

Se um material é laminado de uma altura  $e_i$  até uma altura  $e_f$ , então a redução em altura é dada por:

$$e_i = e_f + 2R \cdot (1 - \cos(x)) \quad (3.12)$$

Para pequenos ângulos ( $x$ ) pode-se, em primeira aproximação, substituir  $\cos(x)$  pelo primeiro termo do seu desenvolvimento em série,  $\cos(x) \approx 1 - x^2/2$ . Considerando ainda que  $x \approx ld/R$  a equação 3.1.2.1 se transforma em:

$$e_i = e_f + \frac{ld^2}{R} \quad (3.13)$$

Onde  $R$  é o raio do cilindro e  $ld$ , o arco de contato, é a região de contato entre a barra e o cilindro e pode ser calculada através de uma relação de triângulos.

$$ld^2 = R^2 - \left(R - \frac{\Delta e}{2}\right)^2 = R \cdot \Delta e - \left(\frac{\Delta e}{2}\right)^2 \approx R \cdot \Delta e \quad (3.14)$$

Sendo assim, tem-se que:

$$ld = \sqrt{R \cdot \Delta e} \quad (3.15)$$

Através do arco de contato, pode-se encontrar o ângulo para esse arco, em radianos, sugerido por SCHAEFFER, 2004:

$$x = ld/R \quad (3.16)$$

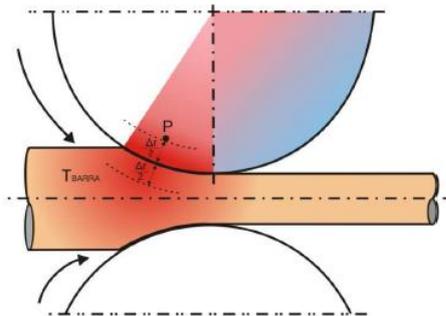


Figura 3.6. Condição de contorno entre a barra e o cilindro.

Definido o ângulo para a condição de contorno do contato barra-cilindro, utilizando a metodologia de resistências térmicas o balanço de energia na superfície do cilindro é determinado a partir da equação demonstrada a seguir e da Figura 3.6.

$$Q_{fronteira} = \frac{(T_p - T_{barra})}{\frac{\frac{\Delta r}{2}}{k_{cilindro}} + rc + \frac{\frac{\Delta r}{2}}{k_{barra}}} \quad (3.17)$$

Para o presente estudo o valor de  $rc$  em (K/W) foi considerado nulo no processo de transferência de calor entre o cilindro e a barra no processo de laminação.

### 3.2. MÉTODO NUMÉRICO

Considerando o modelo matemático apresentado e as condições de contorno impostas ao problema, a solução numérica do problema físico foi resolvido pelo método de volumes finitos através de uma solução totalmente implícita.

Partindo da equação geral da transferência de calor de uma geometria cilíndrica, representada pela equação 3.1 definida anteriormente, integrando os termos da equação em função do volume de um elemento e do tempo, resolvendo os termos das derivadas por diferenças centrais nas fronteiras dos volumes e por último introduzindo a interpolação

temporal na solução da integral, chega-se a equação para os volumes internos do cilindro, onde  $0 < r < R_{\text{cilindro}}$ , demonstrada a seguir.

$$C_1 T_P^{t-\Delta t} = C_1 T_P^t - C_2 r_e T_E^t + 2C_2 r_P T_P^t - C_2 r_w T_W^t - C_3 T_N^t + 2C_3 T_P^t - C_3 T_S^t \quad (3.18)$$

Para os volumes de fronteira, onde  $r = R_{\text{cilindro}}$ , o procedimento realizado foi o mesmo citado anteriormente e agora aplicando as condições de contorno descritas no modelo matemático. Para as condições de contorno na superfície, foi utilizado o método de resistências térmicas, resultando na seguinte equação:

$$C_6 \cdot T_P^{t-\Delta t} + C_7 \cdot T_\infty = (C_6 + C_8 + 2 \cdot C_9 + C_7) \cdot T_P^t - C_9 \cdot (T_N^t + T_S^t) + C_8 \cdot T_W^t \quad (3.19)$$

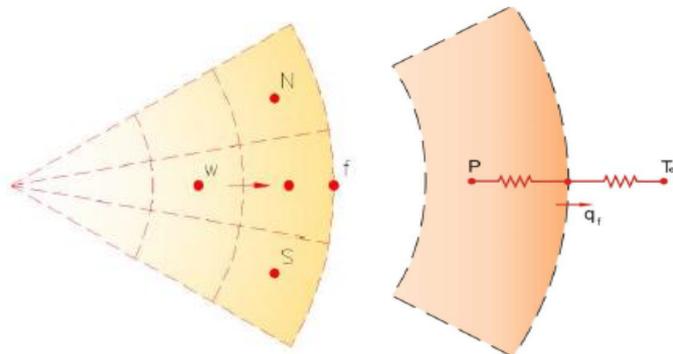


Figura 3.7. Condições de contorno e associação de resistência na fronteira do cilindro.

Para os volumes centrais, foi aplicado um balanço de energia no volume genérico P no anel central do cilindro. Neste caso em particular foram considerados os fluxos de energia nas fronteiras norte, sul e leste, pois uma das condições de contorno é de que no centro do cilindro não há fluxo de calor.

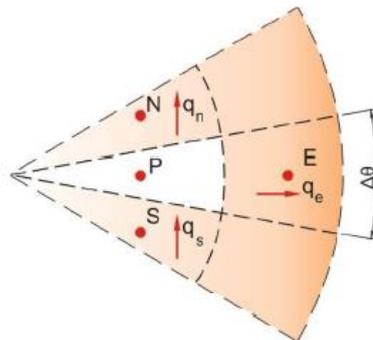


Figura 3.8. Condições de contorno no centro do cilindro.

O balanço de energia aplicado é demonstrado na equação a seguir.

$$\rho c_p V \frac{\partial T}{\partial t} = -q_e'' A_e - q_n'' A_n + q_s'' A_s \quad (3.20)$$

Na qual os fluxos de calor são dados por:

$$q_e'' = \left( -k \frac{\partial T}{\partial r} \right)_r \quad (3.21)$$

$$q_n'' = \left( -k \frac{\partial T}{r \partial \theta} \right)_n \quad (3.22)$$

$$q_s'' = \left( -k \frac{\partial T}{r \partial \theta} \right)_s \quad (3.23)$$

Aplicando os termos especificados, discretizando os termos de derivadas por diferenças centrais e implantando a interpolação temporal chega-se na equação para os volumes centrais do cilindro em  $r = 0$ .

$$C_4 T_P^{t-\Delta t} = C_4 T_P^t - \Delta\theta(T_E^t - T_P^t) - C_5 T_N^t + 2C_5 T_P^t - C_5 T_S^t \quad (3.24)$$

Os coeficientes descritos anteriormente são exemplificados a seguir.

$$C_1 = \frac{\Delta\theta \cdot \Delta r \cdot r_P}{\alpha \Delta t} \quad (3.25)$$

$$C_2 = \frac{\Delta\theta}{\Delta r} \quad (3.26)$$

$$C_3 = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{\Delta\theta} \quad (3.27)$$

$$C_4 = \frac{\rho c_p \Delta\theta \Delta r^2}{2k \Delta t} \quad (3.28)$$

$$C_5 = \frac{\Delta r}{\Delta\theta r_P} \quad (3.29)$$

$$C_6 = \frac{\Delta\theta \cdot \Delta r \cdot r_P \cdot \rho c_p}{\Delta t} \quad (3.30)$$

$$C_7 = \frac{\Delta\theta \cdot r_f}{R1} \text{ ou } C_7 = \frac{\Delta\theta \cdot r_f}{R2} \quad (3.31)$$

$$R1 = \frac{\Delta r/2}{k_{cilindro}} + \frac{1}{h} \quad (3.32)$$

$$R2 = \frac{\Delta r/2}{k_{cilindro}} + r_c + \frac{\Delta r/2}{k_{barra}} \quad (3.33)$$

Em que:

$\alpha$  = difusividade térmica do cilindro ( $m^2/s$ );

$\Delta t$  = passo de tempo (s);

$\Delta r$  = incremento radial (m);

$\Delta\theta$  = incremento angular (rad);

No caso da constante  $C_7$ , existem duas situações. Uma representa a condição de contorno no contato entre a barra e o cilindro, R2 e a outra situação é para as condições de contorno de convecção, tanto natural como forçada, representada pelo R1. No caso da condição de convecção natural o coeficiente convectivo  $h$ , terá o valor de  $70 \text{ W}/(m^2.K)$ , dado pela correlação de Nusselt 3.10, descrita anteriormente. Já para a condição de convecção forçada pelos jatos de água o coeficiente convectivo  $h$  terá agora o valor de  $33.799 \text{ W}/(m^2.K)$ , dado pela equação 3.9.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. ESTUDO DA MALHA GEOMÉTRICA E TEMPORAL

Inicialmente foram realizados os estudos da malha geométrica e temporal do modelo desenvolvido e calculado o erro das simulações a partir da seguinte equação.

$$ERRO \% = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad (4.1)$$

Em que  $T_2$  é a temperatura da solução com malha mais refinada e  $T_1$  a temperatura da solução com a malha mais grosseira.

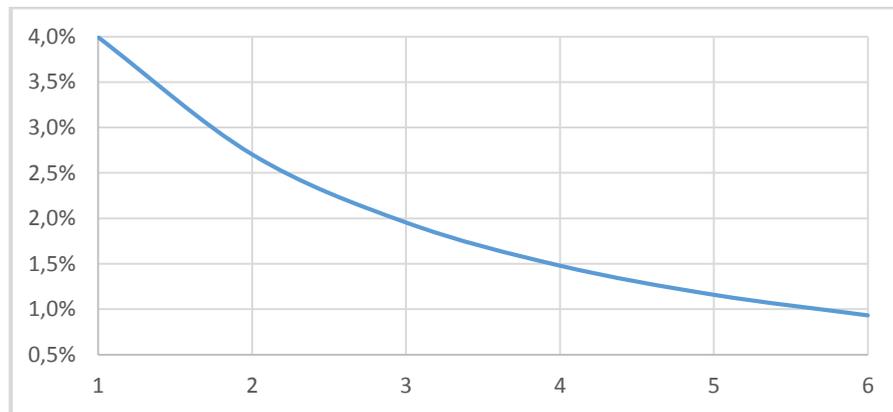
Para o estudo da malha geométrica o problema foi simulado em regime permanente com o cilindro parado, fixando o número de divisões circunferenciais e variando o número de divisões no raio do cilindro, demonstrado pela Tabela 4.1.

Conferindo a convergência da simulação do problema na Figura 4.1, foi escolhido uma malha geométrica mais refinada e uniforme tanto nas divisões radiais como nas circunferenciais, com 120 divisões no raio e 144 divisões na circunferência.

Com a malha geométrica definida, para o estudo da malha temporal foram simuladas quatro situações: considerando a rotação do cilindro de 3,78 rad/s e que o incremento circunferencial é de 2,5°, o incremento temporal foi escolhido de modo que o cilindro girasse dois elementos em cada passo de tempo, na primeira situação; um elemento em cada passo de tempo, na segunda situação; meio elemento em cada passo, na terceira situação; e um quarto de elemento em cada passo, na quarta situação.

*Tabela 4.1. Estudo malha geométrica*

RAIO	TETA - 10°							TETA - 5°			
	40R	50R	60R	70R	80R	90R	100R	70R	80R	90R	100R
1	107.6069	117.6967	126.1845	133.5149	139.952	145.6682	150.78406	116.2672	122.3056	127.6758	132.4882
40	850.9799	421.4577	330.1296	293.0907	273.7171	262.2746	255.05105	261.1782	244.0206	234.0841	227.9242
50		886.3779	476.0783	371.1635	326.0979	301.5287	286.38983	336.25	293.7581	271.1348	257.4186
51		<b>3.9936%</b>	499.5004	381.662	332.5356	306.1151	289.93668	346.5735	299.9634	275.5131	260.7866
60			911.0103	521.8847	407.1452	355.5059	326.55131	490.2445	373.3182	323.3011	295.9121
61			<b>2.7039%</b>	545.4618	418.0205	362.1531	331.25585	515.5067	384.237	329.8195	300.4718
70				929.1674	560.9175	439.1292	382.01858	933.7306	533.6798	406.8114	350.3178
71				<b>1.9541%</b>	584.3658	450.3056	388.85774	<b>0.4887%</b>	559.2323	418.2323	357.1222
80					943.1159	594.6045	467.8706		948.5109	571.6098	437.3231
81					<b>1.4790%</b>	617.7377	479.27972	<b>0.5688%</b>	<b>1.5583%</b>	597.1057	449.1608
90						954.1711	623.98387			960.0434	604.9411
91						<b>1.1586%</b>	646.6827	<b>0.6117%</b>		<b>1.2012%</b>	630.1357
100							963.15047				969.2799
101							<b>0.9323%</b>	<b>0.6324%</b>			<b>0.9529%</b>



*Figura 4.1. Convergência do erro no estudo da malha geométrica.*

Analisando os resultados da Tabela 4.2 e demonstrando a convergência do erro na malha temporal, o  $\Delta t$  escolhido foi de 2,31E-2 s, em que o cilindro gira dois elementos por passo de tempo. Como a prioridade do trabalho é sobre o comportamento térmico do cilindro com relação a alterações nos parâmetros de refrigeração, o erro encontrado para as soluções foi aceito, considerando a grande complexidade, incertezas do problema físico e o grande tempo computacional requerido para cada simulação. Sendo o ângulo de contato entre a barra e o cilindro para os casos simulados de 20°, ou seja, oito elementos na circunferência do cilindro, para todas as situações simuladas no presente trabalho o incremento temporal escolhido respeita a condição de que o cilindro percorra sempre um número inteiro de elementos em cada condição de contorno imposta ao problema.

Tabela 4.2. Estudo da malha temporal

RAIO	$\Delta t$	ERRO 1	$\Delta t/2$	ERRO 2	$\Delta t/4$	ERRO 3	$\Delta t/8$
1	104.17512	0.36233%	104.55395	0.06964%	104.4812	0.06543%	104.4129
15	130.18938	0.53176%	130.88537	0.40092%	130.3627	0.30570%	129.9654
30	136.73564	0.77338%	137.80138	0.40323%	137.248	0.30709%	136.8278
45	143.63307	1.06744%	145.1828	0.35989%	144.6622	0.27424%	144.2665
60	151.57366	1.45950%	153.81864	0.25510%	153.4273	0.19529%	153.1282
75	161.24609	2.02971%	164.58672	0.06646%	164.4774	0.05354%	164.3894
90	173.9871	2.96252%	179.29887	0.25195%	179.7517	0.18516%	180.0852
105	193.02282	4.75896%	202.66769	0.88762%	204.4827	0.65959%	205.8404
120	245.51271	2.76604%	252.49687	0.90914%	254.8135	0.69300%	256.5917

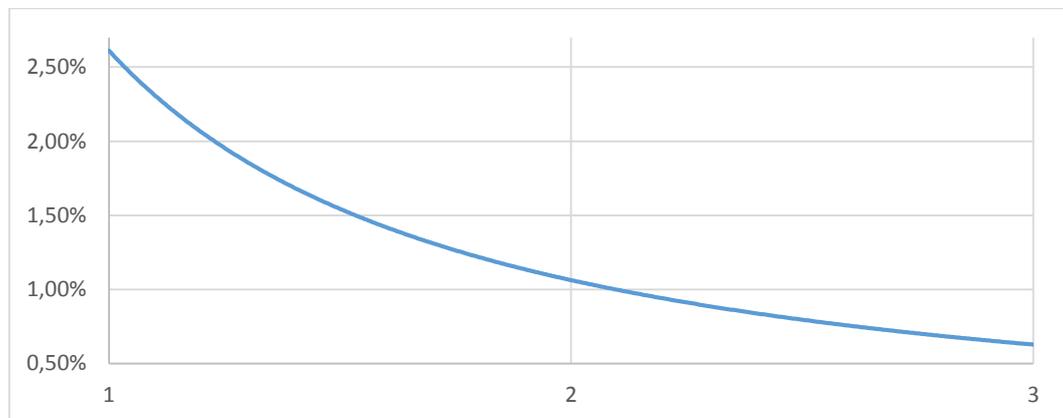


Figura 4.2. Convergência do erro no estudo da malha temporal.

## 4.2. ESTUDO DE CASO

### 4.2.1. REGIME PERMANENTE

A primeira simulação foi analisada em regime permanente com o cilindro parado para a verificação da influência de cada condição de contorno imposta no problema.

As variáveis do problema nesse caso são as demonstradas na tabela 4.3.

Tabela 4.3. Parâmetros utilizados para a simulação.

Denominação	Variável	Valor	Unidade
Propriedades do material			
condutividade - barra	kb	30	W/(m.K)
condutividade - cilindro	kc	70	W/(m.K)
densidade cilindro	ro	12700	kg/m <sup>3</sup>
calor específico cilindro	cp	251	J/(kg.K)
Condições de contorno			
temperatura exterior	T <sub>inf</sub>	30	°C
temperatura jato	T <sub>jato</sub>	25	°C
temperatura inicial	T <sub>inicial</sub>	30	°C
temperatura da barra	T <sub>barra</sub>	1050	°C

Na Figura 4.3 percebe-se a influência de cada condição de contorno sobre o cilindro. Com o contato da barra, entre 250° e 270°, tem-se o pico da temperatura do cilindro. Após os

270°, onde inicia-se a refrigeração pelos jatos de água, tem-se a queda brusca da temperatura. Por último, entre 30° e 250°, a convecção natural pelo ar, onde também existe a queda da temperatura porém mais suavemente comparada aos jatos de água.

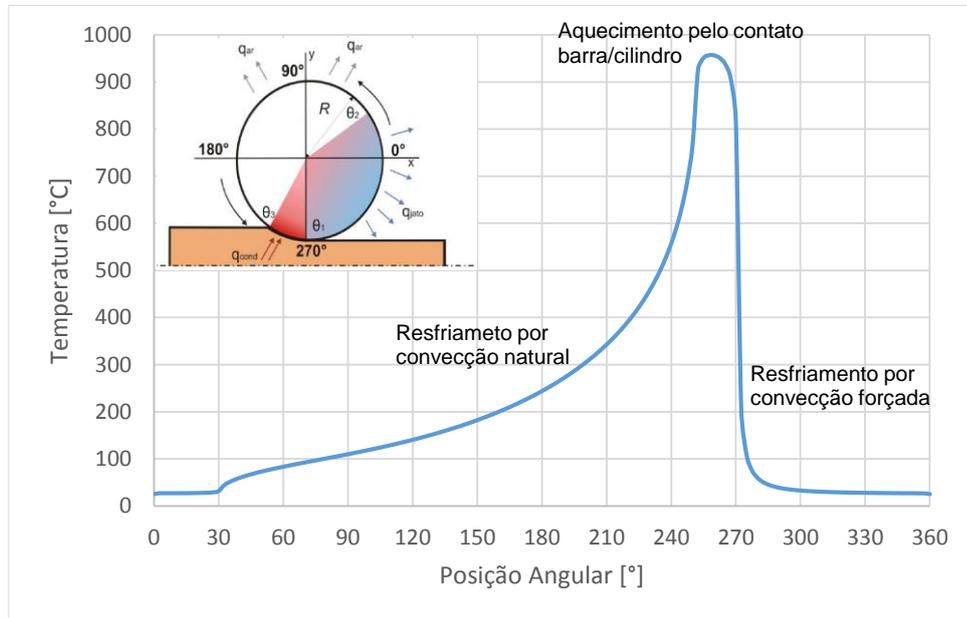


Figura 4.3. Distribuição da temperatura superficial no cilindro.

#### 4.2.2. INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA DA ÁGUA

Neste caso, agora com o cilindro girando, foram simuladas três situações com diferentes temperaturas dos jatos de água. Os parâmetros utilizados na simulação representam o comportamento térmico de um cilindro de ferro fundido após a passagem de uma barra no processo de conformação, demonstrados na tabela 4.4.

Na Figura 4.4, nota-se uma diferença de temperatura na superfície do cilindro com a diminuição da temperatura dos jatos de água. Variando a temperatura em 5°C, obteve-se uma diferença, em média, de aproximadamente 4°C na superfície do cilindro, após a passagem de uma barra.

Tabela 4.4. Parâmetros utilizados na simulação.

Denominação	Variável	Valor	Unidade
Propriedades do material			
condutividade - barra	kb	30	W/(m.K)
condutividade - cilindro	kc	31.9	W/(m.K)
densidade cilindro	ro	7250	kg/m <sup>3</sup>
calor específico cilindro	cp	544.28	J/(kg.K)
Condições de contorno			
temperatura exterior	Tinf	30	°C
temperatura jato	Tjato	25	°C
temperatura inicial	T_inicial	30	°C
temperatura da barra	T_barra	1050	°C

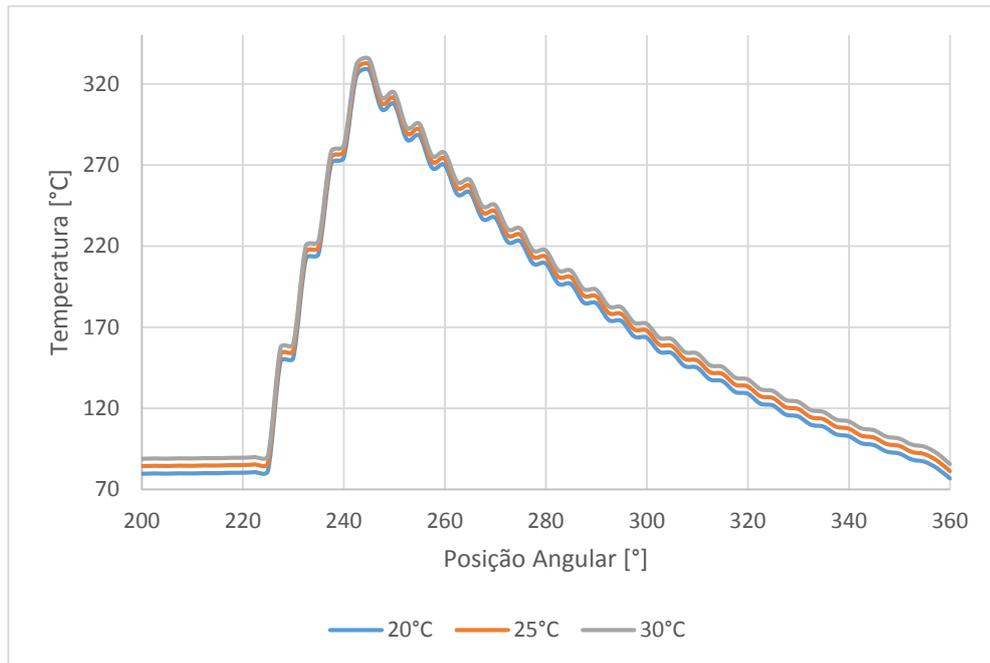


Figura 4.4. Temperatura superficial do cilindro.

#### 4.2.3. INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE COBERTURA DOS JATOS DE ÁGUA

Neste caso, também com o cilindro girando, foram simuladas três situações com diferentes ângulos de cobertura da refrigeração pelos jatos de água. Os parâmetros utilizados na simulação são os mesmos indicados no caso 4.2.2.

Na Figura 4.5, nota-se uma grande diferença de temperatura na superfície do cilindro com o aumento do ângulo de cobertura da refrigeração pelos jatos de água. Variando o ângulo de cobertura de 60° para 90° obteve-se uma diferença da temperatura, em média, de 60°C. Já na alteração de 90° para 120° a diferença, em média, foi de aproximadamente 30°C. Mostrando que a primeira alteração tem um maior impacto na temperatura superficial final do cilindro.

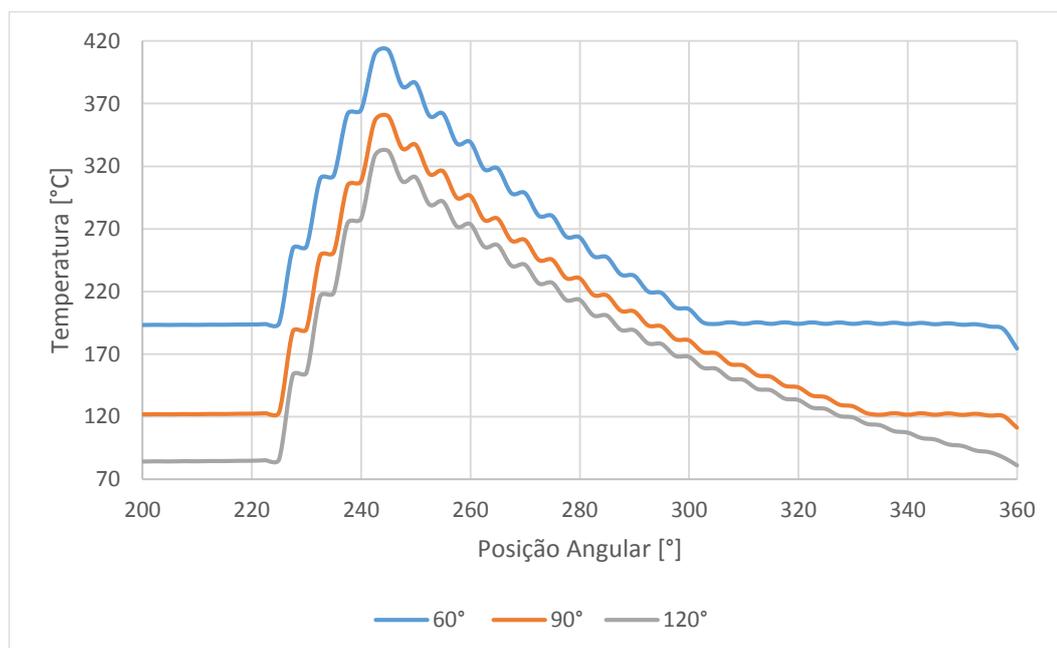


Figura 4.5. Temperatura superficial do cilindro.

#### 4.2.4. OSCILAÇÃO DA TEMPERATURA SUPERFICIAL DO CILINDRO

Para os dois casos de simulação com o cilindro em regime transiente nota-se uma oscilação da temperatura superficial do cilindro e isto ocorre devido ao passo de tempo escolhido para as soluções. Conforme mostra a figura 4.6, diminuindo o passo de tempo das soluções obtêm-se uma distribuição mais contínua das temperaturas superficiais do cilindro, caminhando para a independência de malha e estabilidade da solução.

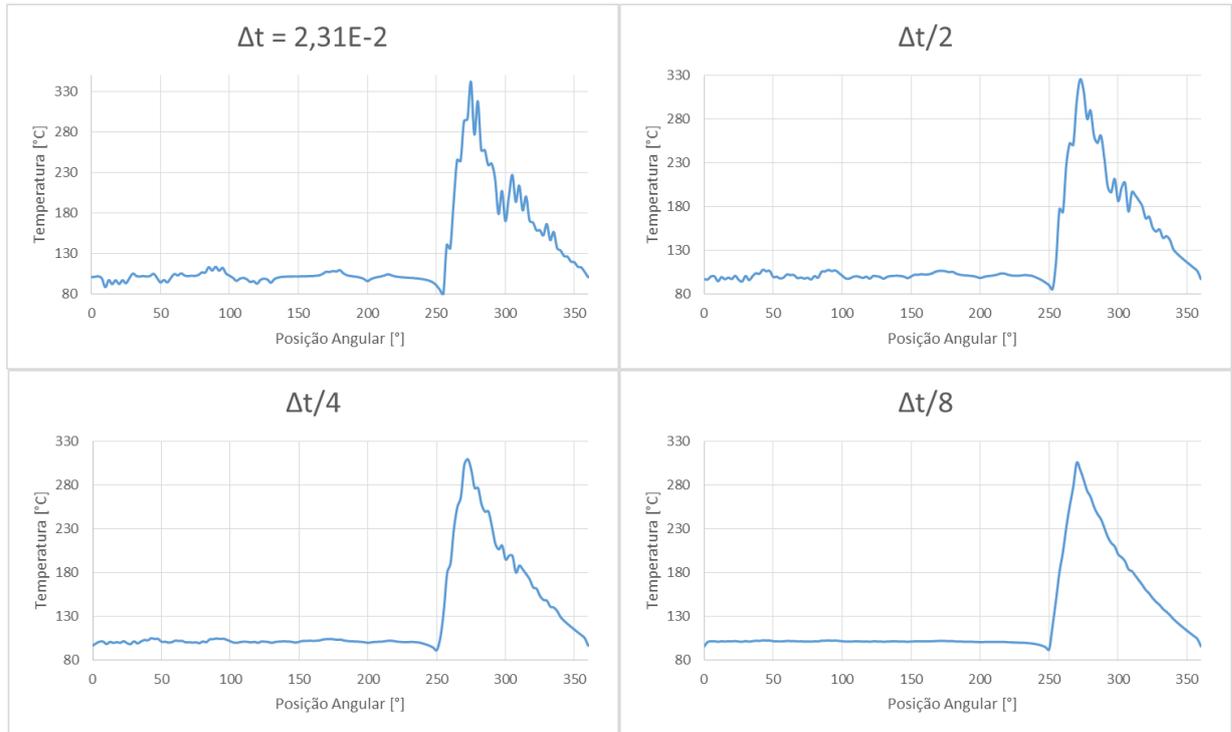


Figura 4.6. Oscilação da solução com relação ao passo de tempo escolhido.

## 5. CONCLUSÃO

O código computacional desenvolvido conseguiu obter o comportamento esperado conforme demonstrado por STEVENS *et al.* (1971) na distribuição de temperaturas do cilindro de laminação, demonstrando em todas as simulações a importância de cada condição de contorno imposta no cilindro. Como as soluções dos casos simulados necessitaram um elevado tempo computacional, com mais de 30h de simulação, foi optado pelo tempo de simulação representando a passagem de uma barra a ser conformada, 40 s, e um passo de tempo em que o cilindro gira dois elementos em cada instante. Sendo assim, o cilindro ainda não atingiu o regime estacionário, o que representaria a situação real da laminação. Conforme JÚNIOR (2013), em média, o cilindro leva o tempo de passagem de aproximadamente 40 peças para atingir o regime estacionário, ou seja, aproximadamente 1600 segundos, o que representaria um tempo de simulação muito grande para o presente trabalho, tornando-se inviável.

Outro ponto importante a observar é o fato da leve instabilidade do programa na solução da matriz de temperaturas superficiais do cilindro. Como o objetivo do trabalho foi estudar o comportamento térmico do cilindro e desenvolver uma ferramenta de análise para a indústria, essas oscilações não são significativas visto a grande complexidade do problema. Sendo assim, o que é mais interessante de mostrar são as variações da temperatura superficial do cilindro causadas pela mudança de alguns dos parâmetros do sistema de refrigeração.

Analisando as simulações desenvolvidas, mostrou-se mais eficiente o aumento da cobertura da refrigeração por jatos de água no cilindro de laminação. Esse fato pôde ser comprovado na indústria, pelo fato de nos cilindros superiores de laminação, as cintas de refrigeração cobrirem uma área do cilindro muito menor que as cintas de refrigeração dos cilindros inferiores o que leva, na prática, a maior tendência de trincas térmicas e desgaste excessivo nos canais de laminação dos cilindros superiores. Dito isso, o código computacional já se mostrou eficaz na análise do comportamento térmico dos cilindros de laminação pelo fato de que com esse resultado ser possível uma melhoria nas condições das cintas de refrigeração de uma indústria siderúrgica, o que pode ser realizado com baixo investimento e que tem capacidade de proporcionar um grande ganho na vida útil dos cilindros.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

BISWAS, Saroj K., SHIH-J, Chen., SATYANARAYANA, A. *Optimal Temperature Tracking for Accelerated Cooling Processes in Hot Rolling of Steel*. Dynamics and Control, 1997. v.7, p.327–340.

CHURCHILL S.W, CHU H.H.S. *Correlating equations for laminar and turbulent free convection from horizontal cylinder*. Int J Heat Mass Tran. 1975. v.18, p 1049-1053. [http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(75\)90222-7](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(75)90222-7)

DAMM, H. H. – *Refrigeração de cilindros de laminação (Aços Longos)*. São Caetano do Sul: Spitze Representações LTDA, 2007. 20 p.

JÚNIOR, L. C. J. *Avaliação numérica da distribuição de temperatura em cilindros de laminação*. *Tecnol. Metal. Mater. Miner.*, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 170-176, abr.-jun. 2013

MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

RAUDENSKY, M., HORSKY, J., KOTRBACEK, P., POHANKA, M. *Cooling of Rolls Used in Hot Rolling of Long Products*. Brno University of Technology, Heat Transfer and Fluid Flow Laboratory, Technicka 2896/2, 616 69 Brno, Czech Republic, 2007.

SCHAEFFER, L. *Conformação Mecânica*. 2ª edição. Porto Alegre: Editora Imprensa Livre, 2004. 170 p.

STEVENS, P.G., IVENS, K.P., HARPER, P. *Increasing Work-Roll Life by Improved Roll-Cooling Practice*. Journal of the Iron and Steel Institute, Jan. 1971.

## APÊNDICE A – Código computacional desenvolvido

O código computacional foi desenvolvido no *Matlab* e para isso foram criadas sete funções principais que são mostradas na figura a seguir.

```

1  function isma3(...)
109
110 function [axes1]=geometria(N_graus,N_raios,propriedades,axes1) ...
131
132 function [A]=coeficientes(propriedades,N_raios,N_graus,delta_t,teta1,teta2,teta3) ...
230
231 function [B]=termos_independentes(propriedades,N_raios,N_graus,delta_t,teta1,teta2,teta3,T) ...
308
309 function pos_processamento(hObj,event,axes1,Temp,N_graus,N_raios,propriedades,delta_t,raio_fixo,angulo_fixo,vel_angular,T) ...
360
361 function condicao_contorno(propriedades,axes1,N_graus,N_raios,teta1,teta2,teta3) ...
470
471 function salvar_matriz(propriedades,raio_fixo,angulo_fixo,t_final,delta_t,Temp,dir) ...

```

Figura A.1. Funções do código computacional.

Na primeira função mostrada (*isma3*), são apresentadas todas as propriedades que serão utilizadas e definido os parâmetros da simulação como: a velocidade da barra; condições iniciais; apresentação da geometria; a matriz  $[A]$  com os coeficientes do sistema de equações a ser resolvido; a matriz  $[B]$  com os termos independentes do sistema de equações.

Para a solução do sistema de equações do problema numérico utiliza-se a função *linsolve* ( $A$ ,  $B$ ) do *Matlab*, que resolve o sistema linear de equações utilizando o método direto de decomposição LU.

Na segunda função monta-se a malha bidimensional representando o cilindro de laminação em que pode ser visto a distribuição da temperatura no corpo do cilindro.

Para a terceira e quarta função, as matrizes  $[A]$  e  $[B]$  são montadas utilizando as funções *for*, *if* e *else* do *Matlab*, passando por cada volume finito - do anel central do cilindro ( $r = 0$ ), dos elementos internos e elementos de fronteira - da malha geométrica desenvolvida.

Na quinta função, é realizado o pós-processamento da solução do sistema, plotando a figura do cilindro com a distribuição da temperatura no corpo dele, conforme mostrado na figura a seguir.

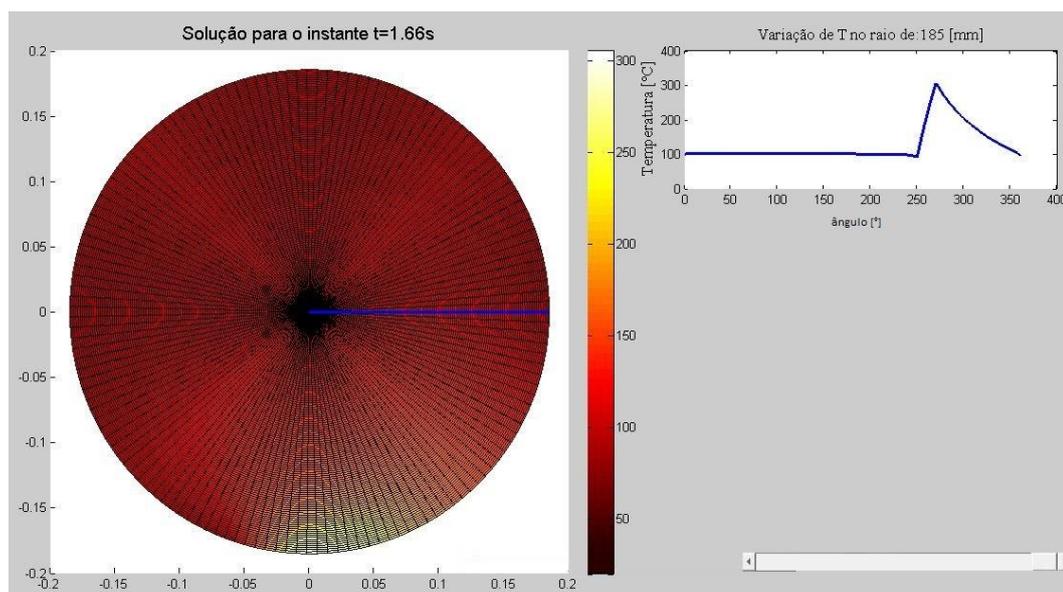


Figura A.2. Pós-processamento da solução numérica.

Para a sexta função, são impostas as condições para atuação de cada condição de contorno conforme posição do cilindro de laminação durante a sua rotação. As funções são demonstradas nas figuras a seguir.

```

361 function condicao_contorno(propriedades,axes1,N_graus,N_raios,teta1,teta2,teta3)
362
363     k1=1;
364     k2=1;
365     k3=1;
366     for i=1:N_graus
367         if teta1-teta2>0 % quebra no jato
368             if i>=teta3/propriedades.delta_teta && i<=teta1/propriedades.delta_teta
369                 % contato com a barra
370                 teta_contato(k1)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
371                 k1=k1+1;
372             elseif i>=teta2/propriedades.delta_teta && i<=teta3/propriedades.delta_teta
373                 % convecção natural
374                 teta_geral(k3)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
375                 k3=k3+1;
376             else
377                 %
378                 % Jato da agua
379                 teta_jato(k2)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
380                 k2=k2+1;
381             end
382
383             elseif teta2-teta3>0 % quebra na convecção
384                 if i>=teta3/propriedades.delta_teta && i<=teta1/propriedades.delta_teta
385                     % contato com a barra
386                     teta_contato(k1)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
387                     k1=k1+1;
388                 elseif i>=teta1/propriedades.delta_teta && i<=teta2/propriedades.delta_teta
389                     % Jato da agua
390                     teta_jato(k2)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
391
392                     k2=k2+1;
393                 else
394                     %
395                     % convecção natural
396                     teta_geral(k3)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
397                     k3=k3+1;
398                 end
399
400                 elseif teta3-teta1>0 % quebra no contato
401                     if i>=teta2/propriedades.delta_teta && i<=teta3/propriedades.delta_teta
402                         % convecção natural
403                         teta_geral(k3)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
404                         k3=k3+1;
405                     elseif i>=teta1/propriedades.delta_teta && i<=teta2/propriedades.delta_teta
406                         % Jato da agua
407                         teta_jato(k2)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
408                         k2=k2+1;
409                     else
410                         %
411                         % contato com a barra
412                         teta_contato(k1)=propriedades.delta_teta*i-propriedades.delta_teta/2;
413                         k1=k1+1;
414                     end
415                 end
416             end
417
418     raio_contato = repmat((propriedades.delta_r)*N_raios,1,length(teta_contato));
419     raio_jato = repmat((propriedades.delta_r)*N_raios,1,length(teta_jato));
420     raio_geral = repmat((propriedades.delta_r)*N_raios,1,length(teta_geral));
421     %
422 
```

Figura A.3. Código computacional utilizado para função da atuação das condições de contorno no cilindro durante a sua rotação.

```

421 % axes(axes1)
422 % hold on
423 % h=polar(teta_contato,raio_contato);
424 % set(h,'Color','red','LineWidth',3)
425 % hold on
426 % h=polar(teta_jato,raio_jato);
427 % set(h,'Color','blue','LineWidth',3)
428 % hold on
429 % h=polar(teta_geral,raio_geral);
430 % set(h,'Color','green','LineWidth',3)
431
432 - axes(axes1)
433 - vec_teta=linspace(0,2*pi,N_graus)-propriedades.delta_teta/2;
434
435 - [TH,R] = meshgrid(teta_contato,(propriedades.delta_r)*N_raios+0.1);
436 - [X,Y] = pol2cart(TH,R);
437 - hold on
438 - for i=1:length(teta_contato)
439 -     u(i)=-cos(X(i))*sin(X(i));
440 -     v(i)=-cos(Y(i))*sin(Y(i));
441 - end
442 - h=quiver(X,Y,10*u,10*v);
443 - set(h,'Color','red','LineWidth',2)
444 - clear TH R X Y u v h
445
446
447 - [TH,R] = meshgrid(teta_jato,(propriedades.delta_r)*N_raios+0.1);
448 - [X,Y] = pol2cart(TH,R);
449 - hold on
450 - for i=1:length(teta_jato)
451 -     u(i)=-cos(X(i))*sin(X(i));
452 -     v(i)=-cos(Y(i))*sin(Y(i));
453 - end
454 - h=quiver(X,Y,u,v);
455 - set(h,'Color','blue','LineWidth',2)
456 - clear TH R X Y u v h
457
458
459 - [TH,R] = meshgrid(teta_geral,(propriedades.delta_r)*N_raios+0.1);
460 - [X,Y] = pol2cart(TH,R);
461 - hold on
462 - for i=1:length(teta_geral)
463 -     u(i)=-cos(X(i))*sin(X(i));
464 -     v(i)=-cos(Y(i))*sin(Y(i));
465 - end
466 - h=quiver(X,Y,u,v);
467 - set(h,'Color','green','LineWidth',2)
468 - clear TH R X Y u v h
469 - end

```

*Figura A.4. Continuação do código computacional utilizado para função da atuação das condições de contorno no cilindro durante a sua rotação.*

Na sétima e última função desenvolvida, são salvas as matrizes da distribuição de temperatura do cilindro em formato *.txt*.

## APÊNDICE B – Evolução temporal da temperatura superficial do cilindro

Nas figuras demonstradas a seguir pode ser visto a evolução da temperatura superficial do cilindro para cada posição angular com o tempo.

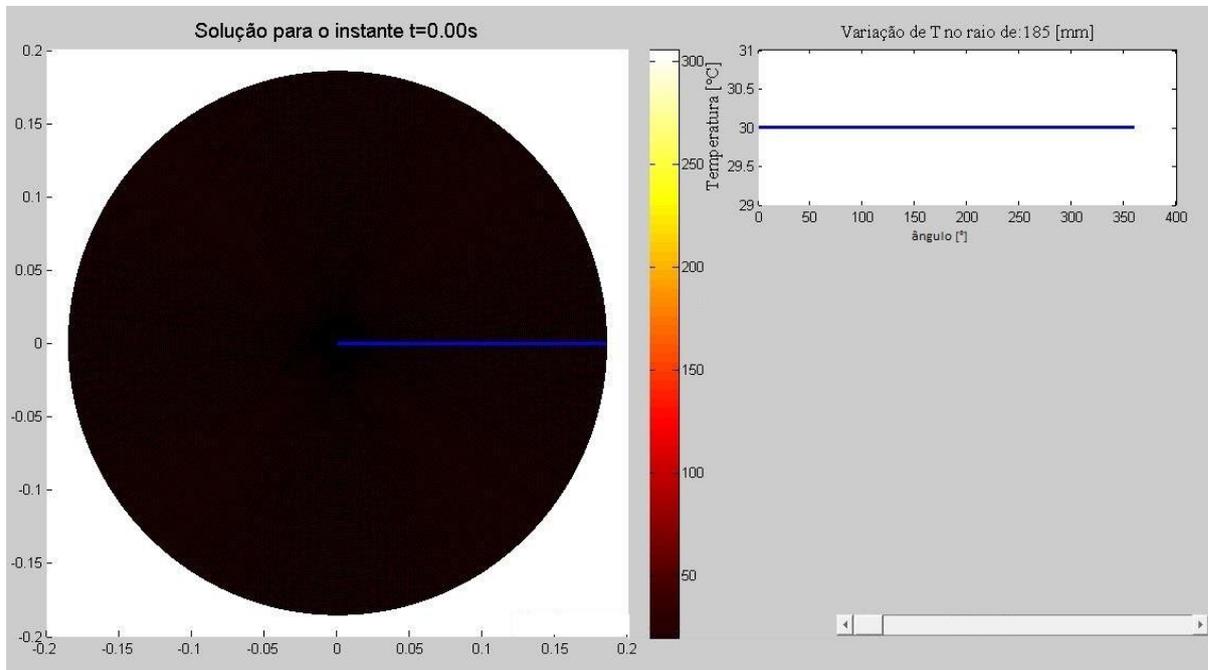


Figura B.1. Distribuição da temperatura superficial do cilindro no instante de tempo inicial.

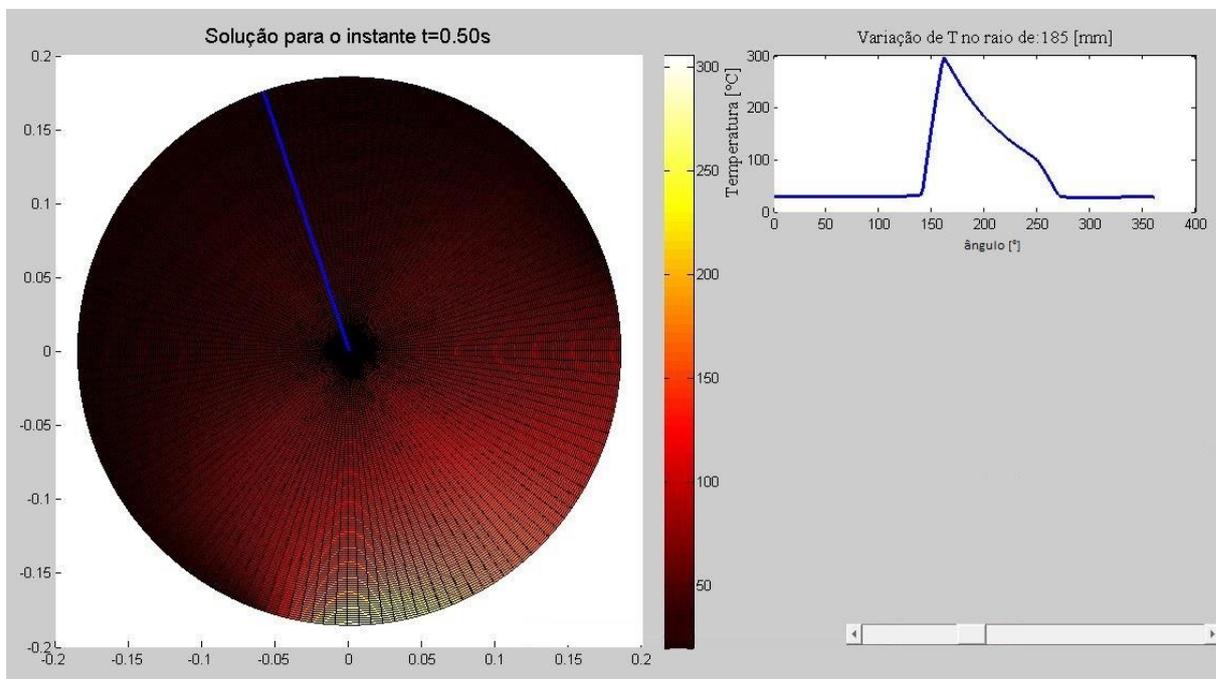


Figura B.2. Distribuição da temperatura superficial do cilindro no instante de tempo  $t = 0,50$  S.

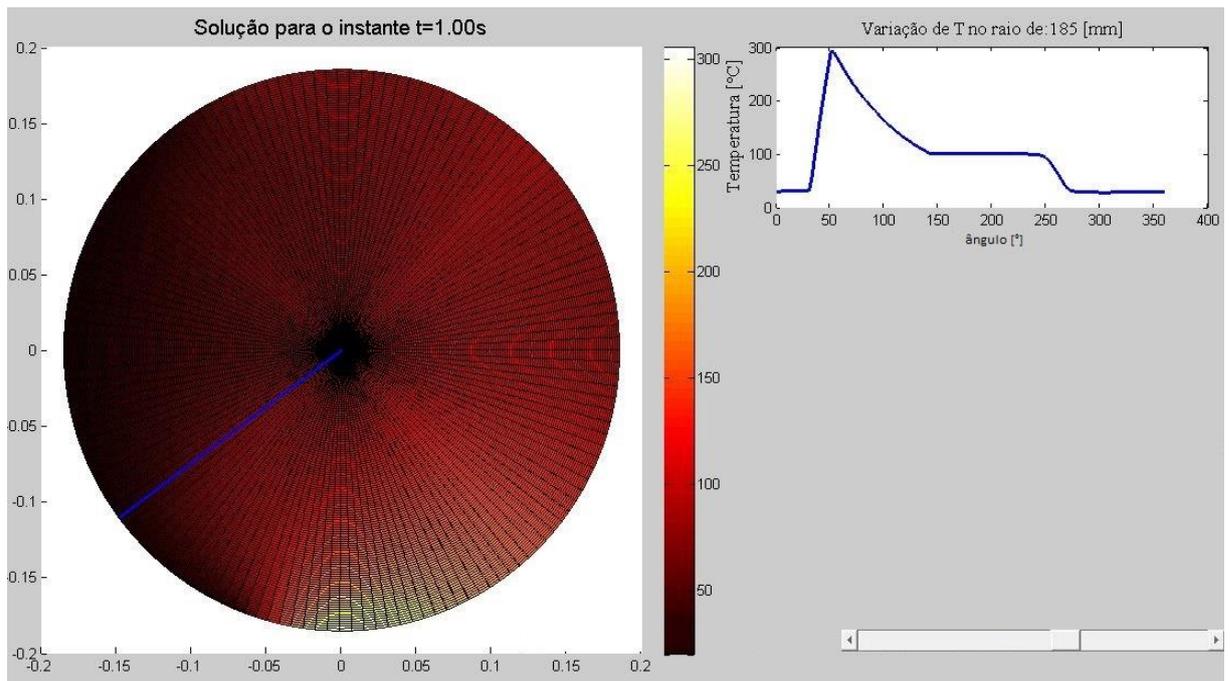


Figura B.3. Distribuição da temperatura superficial do cilindro no instante de tempo  $t = 1$  s.

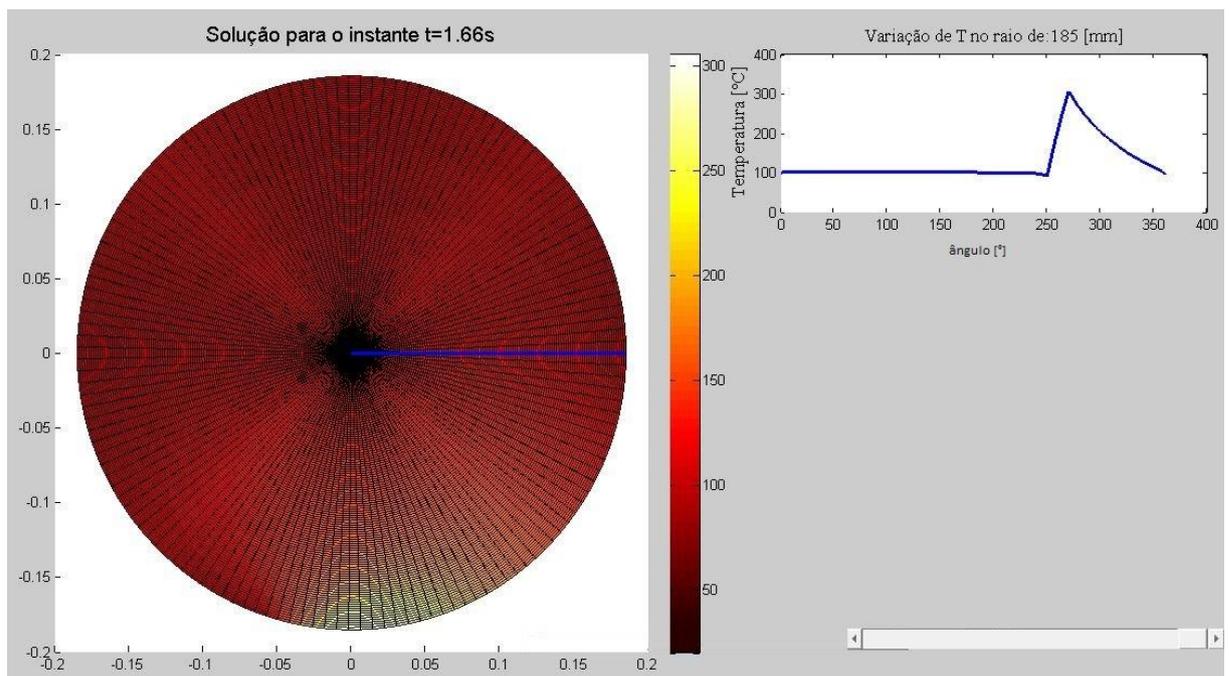


Figura B.4. Distribuição da temperatura superficial do cilindro no instante de tempo  $t = 1,66$  s representando uma volta completa do cilindro.