

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO NUMÉRICO DA CONVECÇÃO NATURAL SOBRE UMA ALETA ELÍPTICA
AQUECIDA NO INTERIOR DE UMA CAVIDADE

por

João Cervo Calderaro

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, 17 de novembro de 2015.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

ESTUDO NUMÉRICO DA CONVECÇÃO NATURAL SOBRE UMA ALETA ELÍPTICA
AQUECIDA NO INTERIOR DE UMA CAVIDADE

por

João Cervo Calderaro

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Profª Drª. Thamy Cristina Hayashi

Coordenadora do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Ciências Térmicas**

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Comissão de Avaliação:

Prof. Drª. Thamy Cristina Hayashi

Prof. Dr. Jorge Rodolfo Silva Zabadal

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França

Porto Alegre, 17 de novembro de 2015.

“O destino não é uma questão de sorte, é uma questão de escolha.
Não é algo para se esperar, é algo para se conquistar”
William Jennings Bryan.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, familiares e a minha companheira Larissa S. Oliveira que sempre me deram todo o apoio possível.

Agradeço à UFRGS, seus professores e funcionários pela oportunidade de realizar o curso de Engenharia Mecânica gratuito e com qualidade.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha pelos ensinamentos e suporte durante a realização deste trabalho.

A todos os meus amigos e colegas, em especial meu amigo e colega Eng. Moisés H. Krutzmann, que, de alguma forma, me ajudaram durante esta trajetória.

CALDERARO, J. C. **Estudo Numérico Da Convecção Natural Sobre Uma Aleta Elíptica Aquecida No Interior De Uma Cavidade**. 2015. 27 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

RESUMO

O presente trabalho apresenta um estudo numérico do escoamento laminar em cavidade quadrada aletada sob o efeito de convecção natural. O escoamento proposto é assumido bidimensional, laminar, incompressível e permanente. Objetiva-se a obtenção da geometria ótima da aleta, de forma a maximizar a transferência de calor entre o fluido que escoar no interior da cavidade e a aleta elíptica aquecida inserida no centro da superfície inferior. É fixada a relação das dimensões externas da cavidade $(H/L) = 1$ e variada a razão de aspecto da aleta, ou seja, a relação entre o semieixo vertical e horizontal da aleta (a/b) . A área da aleta também é fixa. Foram estudados casos em que a área da aleta é 0,1%; 1%; 5%; 10%; 20%; 30%; 40% e 50% da área total da cavidade, que também é mantida fixa. O fluido que escoar no interior da cavidade possui as propriedades termofísicas do ar para número de Prandtl $Pr = 0,71$. As forças de empuxo encontradas no escoamento são realizadas através do uso do número de Rayleigh, $Ra_H = 10^6$. Para solução numérica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia é utilizado o método de volumes finitos (FVM), programa comercial Fluent®, sendo o acoplamento entre velocidade e pressão realizado através do algoritmo SIMPLEC e a discretização espacial pelo método *upwind* de primeira ordem. Os resultados apresentam a geometria otimizada para cada fração de área (Φ). A melhor geometria, ou seja, a que obteve melhor número de Nusselt médio, é aquela cuja razão de aspecto da aleta é igual a 1,1 para a menor fração de área estudada, $\Phi = 0,001$, e obteve um aumento de transferência de calor entre a aleta e o fluido de 22,9%, quando comparada com a pior geometria da aleta com a mesma fração de área. A aleta elíptica pode, ainda, apresentar ganhos de desempenho de aproximadamente 13,3% quando comparada com aleta retangular com $\phi = 0,05$ nas mesmas condições térmicas.

PALAVRAS-CHAVE: Convecção natural; Aleta elíptica; Cavidade.

CALDERARO, J. C. **Numerical Study Of Natural Convection On A Heated Elliptical Fin Intruded Into A Cavity**. 2015. 27 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

ABSTRACT

The present study shows a numerical study of laminar flow inside finned square cavity under natural convection effect. The flow is assumed to be two-dimensional, laminar, incompressible and permanent. The objective is to obtain the optimum fin geometry in order to maximize heat transfer between the fluid flowing within the cavity and heated elliptical fin inserted in the center of the bottom surface. It is fixed the ratio of the cavity's external dimensions $(H / L) = 1$ and varying the fin aspect ratio, i.e., the ratio between the vertical and horizontal fin semi-axes (a / b) . The area of the fin is also fixed. Was studied the fin's area to 0.1%; 1%; 5%; 10%; 20%; 30%; 40% and 50% of the total cavity's area, which is kept fixed. The fluid flowing inside the cavity has the thermophysical properties of the air for Prandtl number $Pr = 0.71$. The buoyancy forces encountered in the flow are performed through the use of the Rayleigh number, $Ra_H = 10^6$. In order to solve the proposed problem, the commercial software Fluent® based on finite volume method (FVM) was used to solve mass, momentum and energy equations, coupling the pressure and velocity by the use of the SIMPLEC method and the spatial discretization, using first order upwind scheme. The results show the optimized geometry for each area fraction (Φ) . The best geometry, i.e., the one with have the best average Nusselt number, is one whose fin aspect ratio is 1.1 with the smaller area fraction studied, $\Phi = 0.001$; and obtained an increased heat transfer, between the fin and the fluid, of 22.9% when compared with the worse geometry fin with the same area fraction. The elliptical fin may also exhibit performance gains of approximately 13,3% compared with rectangular fin with $\phi = 0:05$ in the same thermal conditions.

KEYWORDS: Natural convection; Elliptical Fin; Cavity.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	1
2.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	2
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE RETANGULAR.....	2
4. FUNDAMENTOS DA CONVECÇÃO	3
4.1. EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO DOS ESCOAMENTOS.....	3
4.2. TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO	4
5. MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA.....	5
5.1. INDEPENDÊNCIA DE MALHA	6
5.2. O PROBLEMA PROPOSTO	8
6.RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	10
6.1. INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DA ALETA SOBRE O VALOR DE NUSSELT MÉDIO ...	10
6.2. CAMPO DE TEMPERATURA OTIMIZADO	12
7.CONCLUSÃO E SUGESTÕES DE FUTUROS TRABALHOS	13
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	14
APÊNDICE I.....	16
APÊNDICE II.....	17

LISTA DE FIGURAS

Figura 5.1 – Cavidade proposta para realização de independência de malha.....	7
Figura 5.2 – Esquema de configuração da cavidade.....	9
Figura 6.1 - \overline{Nu}_H para $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,71$ em função da razão de aspecto (a/b) e 4 valores de Φ	11
Figura 6.2 - $\overline{Nu}_{H,max}$; $(a/b)_{opt}$ e q_{max} em função de Φ	12
Figura 6.3 - Campo de temperaturas do fluido das aletas com $(a/b)_{opt}$ para os casos $\phi = 0.001, 0.01$ e 0.05	13

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Nusselt médio e erro para validação de malha.....	8
--	---

LISTA DE SÍMBOLOS

A	área, m^2
C_p	calor específico a pressão constante, $J\ kg^{-1}K^{-1}$
Eq.	equação
g	aceleração da gravidade, ms^{-2}
Gr	número de Grashof, $[(g\beta(T_s - T_\infty)L^3)/\nu^2]$
h	coeficiente de transferência de calor, $W\ m^{-2}\ K^{-1}$
k	condutividade térmica, $W\ m^{-1}K^{-1}$
H	comprimento característico, m
Nu	número de Nusselt, $[hH/k]$
P	pressão, $N\ m^{-2}$
Pr	numero de Prandtl, $[\nu/\alpha]$
q	taxa de transferência de calor, W
q''	fluxo de calor , Wm^{-2}
Ra	número de Rayleigh, $[g\beta(T_s - T_\infty)H^3/\nu\alpha]$
S	superfície na qual escoo o fluido, m^2
t	tempo, s
T	temperatura, K
u, v, w	velocidade nas direções x, y e z respectivamente, $m\ s^{-1}$
V	volume, m^3
X, Y, Z	componentes das forças de campo por unidade de volume nas direções x, y e z , $N\ m^{-3}$
x, y, z	coordenadas x, y e z , m

Letras Gregas

α	difusividade térmica, m^2s^{-1}
β	coeficiente de expansão térmica, K^{-1}
Γ	contorno do domínio
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	variação espacial na direção x, y e z , m
μ	viscosidade dinâmica do fluido, $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$
ν	viscosidade cinemática do fluido, $m^2\ s^{-1}$
ρ	massa específica, $kg\ m^{-3}$
τ	tensão de cisalhamento, $N\ m^{-2}$

Φ	função de dissipação viscosa, s^{-2}
ϕ	fração entre áreas, $[A_f/A]$

Sub-índices

L	comprimento da cavidade
H	altura da cavidade
max	máximo
<i>opt</i>	otimizado
a	semieixo vertical da aleta elíptica
b	semieixo horizontal da aleta elíptica

1. INTRODUÇÃO

Convecção é o transporte de calor decorrente do escoamento de um fluido (Bejan, 2004). Assim, para o efeito convectivo ocorrer é necessário haver a movimentação de um gás ou líquido no entorno de uma superfície com uma temperatura diferente da temperatura do fluido. Esse movimento pode ser gerado por um motor, como por exemplo, uma bomba hidráulica, causando uma convecção forçada, ou através do efeito do empuxo gravitacional causado pela diferença de massa específica do fluido circulante, sendo chamado de convecção natural. Há, ainda, a possibilidade dos dois processos convectivos ocorrerem simultaneamente no mesmo sistema, recebendo o nome de convecção mista. Matematicamente, o campo de escoamento de um fluido está ligado ao campo de temperaturas, uma vez que as variações de temperatura causam a variação da massa específica e, como consequência, há a presença das forças de empuxo (Bejan, 2004).

A convecção é amplamente estudada no âmbito da engenharia devido a sua importância tanto em projetos inovadores como em projetos tradicionais. A convecção natural vem sendo alvo de estudos devido a sua ampla aplicação em problemas de engenharia como painéis solares, resfriamento de equipamentos eletrônicos, cavidades ao redor de núcleos de reatores nucleares e isolamentos térmicos (Barakos et al., 1994). Temos a presença da convecção no resfriamento de alimentos para armazenagem e aletas de arrefecimento de equipamentos eletrônicos, assim como em sistemas de aquecimento como chaleiras elétricas e aquecimento do refrigerante para evaporadores em usinas termonucleares. Sistemas de refrigeração e climatização são exemplos de projetos que, cada vez mais, são importantes para o mundo contemporâneo, e os seus altos consumos de eletricidade vêm sendo um dos maiores responsáveis pelos picos de consumo elétrico nas grandes metrópoles. É inevitável a dependência da convecção para atingir melhores eficiências para estes equipamentos.

2. OBJETIVOS

No presente trabalho, tem-se o objetivo de investigar numericamente a transferência de calor em uma cavidade quadrada com uma aleta elíptica centralizada em seu interior. Será avaliada a geometria da aleta com o intuito de obter a geometria ótima, isto é, a que tiver maior troca térmica com o fluido circulante no interior da cavidade. Para isso será analisado o valor de Nusselt médio de maneira a quantificar a transferência de calor para diferentes configurações.

2.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

São objetivos específicos do presente trabalho:

- Desenvolver um modelo para estudo numérico da convecção sobre uma aleta elíptica;
- Validação do método numérico;
- Cálculo do número de Nusselt médio das aletas;
- Avaliar os efeitos da variação na geometria da aleta elíptica;
- Representar graficamente e analisar o campo de temperaturas das aletas otimizadas para os diferentes casos estudados.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE RETANGULAR

São diversos os estudos sobre convecção natural em cavidades. Davis (1983) realizou um estudo numérico em uma cavidade quadrada e bidimensional, utilizando o ar como fluido no interior e aproximação de Boussinesq para a variação da massa específica em função do campo de temperatura. Foram avaliados os diversos perfis de temperatura, velocidade e troca térmica para diversos valores do número de Rayleigh. O autor ainda concluiu que alguns resultados não foram completamente satisfatórios devido à falta de precisão do método de diferenças centrais finitas, ainda que o mesmo seja de segunda ordem. Em convecção natural, cavidade quadrada é uma das configurações mais estudadas na literatura de transferência de calor (Turan *et al.*, 2012).

Davis e Jones (1983) revisaram os resultados de trinta e sete trabalhos realizados em cavidades quadradas de diversos autores com o intuito de verificar a precisão dos resultados e servir de base para a utilização de benchmark. O problema estudado foi uma cavidade bidimensional quadrada, com a base e o topo isolados termicamente e as laterais esquerda e direita nas temperaturas adimensional $T^* = 1$ e $T^* = 0$, respectivamente. O escoamento foi considerado em regime permanente, as propriedades do fluido são as do ar para $Pr = 0,71$ e a aproximação de Boussinesq foi utilizada para consideração dos efeitos de convecção natural. Pode-se concluir, ainda, que os diversos resultados apresentam concordância e que os trabalhos, cuja obtenção do resultado numérico se deu por métodos de ordem superior, apresentam resultados mais precisos.

Lorenzini *et al.* (2015) realizaram um estudo numérico do escoamento laminar e permanente em uma cavidade quadrada com aleta retangular inserida na superfície inferior, com superfície superior em movimento, sob o efeito de convecção mista. O objetivo principal foi

maximizar a transferência de calor entre a aleta e o fluido. A razão entre as áreas da aleta e cavidade foi fixada ($\phi = 0.05$) e a razão de aspecto da aleta (H_1/L_1) foi variada $0.1 \leq H_1/L_1 \leq 10$. Fixou-se o número de Prandtl ($Pr = 0.71$). A influência da geometria da aleta sobre o número de Nusselt foi investigado para vários números de Rayleigh e Reynolds. Os resultados mostraram que a convecção mista possui grande influência sobre o aumento da transferência de calor. O aumento dos números de Reynolds e Rayleigh também aumenta o número de Nusselt sobre a superfície da aleta.

4. FUNDAMENTOS DA CONVECÇÃO

4.1. EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO DOS ESCOAMENTOS

As equações de conservação de massa, quantidade de momento nas direções x e y e energia para um problema de convecção, em regime permanente, incompressível e com propriedades constantes são, respectivamente,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} - \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4.2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} - \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - T_\infty) = 0 \quad (4.3)$$

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4.4)$$

onde ρ é a massa específica do fluido (kg/m^3); β é o coeficiente de expansão térmica (K^{-1}); μ é a viscosidade dinâmica (kg/ms); u e v são as velocidades na direção x e y (m/s); x e y são as coordenadas espaciais na direção x e y (m); P é a pressão (N/m^2); T é a temperatura (K); T_∞ é a temperatura de referência (K); g é a aceleração da gravidade na direção y (m/s^2).

4.2. TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

Convecção ou transferência de calor convectiva, é a transferência de calor ocasionada por um diferencial de temperatura e pela movimentação global de um fluido (Kays e Crawford, 1993). O fluxo de calor convectivo por unidade de área é definido como o produto do coeficiente de transferência de calor por uma diferença de temperatura (Bejan, 2004),

$$q'' = h(T_q - T_f) \quad (4.5)$$

sendo q'' o fluxo de calor ($W m^{-2}$), h o coeficiente de transferência de calor ($W m^{-2} K^{-1}$) e $(T_q - T_f)$ a diferença de temperatura entre a superfície da aleta e a superfície superior da cavidade (K).

O fluxo de transferência de calor por condução por unidade de área é dado por

$$q'' = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (4.6)$$

Associando as Eq. (4.5) e Eq. (4.6), obtém-se a definição do coeficiente de transferência de calor por convecção

$$h = \frac{-k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T_q - T_f)} \quad (4.7)$$

O número de Nusselt representa a razão entre a transferência de calor por convecção e condução e é definido como

$$Nu_H = \frac{hH}{k_f} \quad (4.8)$$

sendo H o comprimento característico.

O número de Nusselt médio é calculado através da integral do número de Nusselt local na superfície sobre a qual o fluido escoia

$$\overline{Nu} = \frac{1}{S'} \int_{S'} NudS' \quad (4.9)$$

sendo S a superfície onde o fluido escoia (m^2) e $S' = S/L^2$.

A convecção natural interna é definida pela movimentação de fluido dentro de cavidade devido a variação de massa específica causada pela diferença de temperatura do fluido que circula dentro da cavidade (Bejan, 2004). É possível notar a presença deste fenômeno de transferência de calor através da observação de torres de refrigeração, fornos, circuitos eletrônicos, processos ambientais, etc. (Bejan e Kraus, 2003).

O número de Grashof é utilizado para quantificar a relação entre as forças de empuxo e as forças viscosas agindo sobre um fluido em um escoamento e é dado por

$$Gr_H = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)H^3}{\nu^2} \quad (4.10)$$

sendo β o coeficiente de expansão térmica (K^{-1}).

O número de Rayleigh é utilizado para definir a importância da convecção natural na transferência de calor em um fluido. Valores inferiores a um valor crítico indicam que a transferência de calor predominante ocorre por difusão e para valores acima do valor crítico, a transferência de calor ocorre prioritariamente por convecção. O número de Rayleigh é definido por

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)H^3}{\nu\alpha} = GrPr \quad (4.11)$$

5. MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

Um *software* de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) deve cumprir três etapas para solução de um problema. Elas são: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

O pré-processamento é a definição da geometria que se deseja estudar, ou seja, o domínio computacional a ser resolvido. Além desta, ocorre a definição da malha a ser utilizada, bem como das propriedades e fenômenos físicos de interesse. Nesta etapa, são definidas as condições de contorno para as células que se encontram na fronteira do domínio.

Na etapa de processamento ocorre a aproximação do fluxo de cada variável através de simples funções. A discretização do problema ocorre através da substituição destas simples

funções de aproximação nas equações governantes. Diversos são os métodos para solução do conjunto de equações governantes de um problema, dentre eles o Método de Elementos Finitos (FEM), Método dos Volumes Finitos (FVM) e Método das Diferenças Finitas (FDM) (Patankar, 1980).

O pós-processamento consiste em utilizar os dados obtidos dos cálculos das variáveis na etapa de processamento para representar e gerar gráficos, fluxos, malha, superfícies, entre outros.

Para a solução de métodos iterativos, é necessário a definição de um valor como critério de convergência ao qual as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são submetidas. Para o presente trabalho, considerou-se como critério de convergência os resíduos $R_{\text{massa}} < 10^{-6}$, $R_{\text{movimento}} < 10^{-6}$ e $R_{\text{energia}} < 10^{-12}$ para as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, respectivamente.

As simulações realizadas neste trabalho foram feitas em software com código CFD comercial, Fluent® (2015), cuja solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia é baseada no método de volumes finitos. O acoplamento pressão-velocidade foi realizado pelo método SIMPLEC (Patankar,1980; Versteeg e Malalasekera, 1995).

5.1. INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Para garantir que a malha a ser utilizada na simulação do problema proposto neste trabalho seja adequada e atenda ao critério de independência de malha desejado, é realizada a simulação numérica do problema representado pela Figura 5.1, sendo este considerado regime permanente, propriedades constantes (exceto a massa específica), escoamento bidimensional e incompressível. A cavidade quadrada proposta apresenta dimensões $H^* = L^* = 1$. As superfícies superior e inferior possuem condição de contorno de Neumann e são consideradas adiabáticas. Para ambas as laterais da cavidade é considerado uma condição de contorno de Dirichlet, sendo imposta na superfície esquerda uma temperatura adimensional $T^* = 1$ e na superfície direita da cavidade é imposta uma temperatura adimensional $T^* = 0$. O fluido que se encontra no interior da cavidade é ar e suas propriedades termofísicas utilizadas na simulação são definidas pelos números adimensionais de $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$.

A solução numérica deste problema é obtida através da simulação em *software* Fluent® utilizando o algoritmo SIMPLEC.

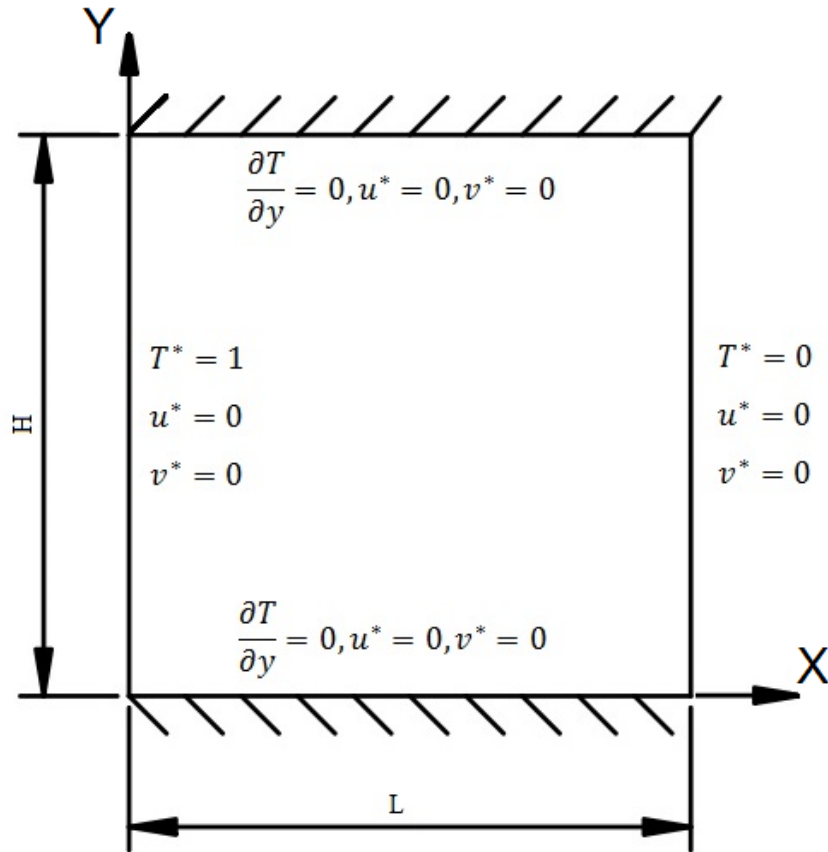


Figura 5.1 – Cavityde proposta para realização de independência de malha.

O problema proposto para verificação da independência de malha foi simulado numericamente para malhas de 30×30 ; 50×50 ; 80×80 ; 100×100 ; 200×200 ; 250×250 ; 300×300 ; 350×350 e 400×400 volumes.

Os termos adimensionais, representados pelo sobrescrito *, são definidos como:

$$x^*, y^*, H^*, L^* = \frac{x, y, H, L}{H} \quad (5.1)$$

$$T^* = \frac{(T - T_{\min})}{(T_{\max} - T_{\min})} \quad (5.2)$$

Os números de Nusselt local e médio são calculados em função da altura da cavityde, conforme demonstrado nas Eq. (4.8) e Eq. (4.9).

A Tabela 5.1 apresenta os valores de Nusselt médio e erro obtidos para simulação do caso proposto.

Tabela 5.1 - Nusselt médio e erro para validação de malha.

Volumes (x,y)	Total de Volumes	\overline{Nu}_H	Erro
30X30	900	4,7618	0,030340691
50X50	2500	4,6173	0,014598646
80X80	6400	4,5499	0,006492615
100X100	10000	4,5203	0,003874659
200X200	40000	4,5028	0,001189016
250 X 250	62500	4,4975	0,000737738
300 X 300	90000	4,4942	0,000640379
350 X 350	122500	4,4913	0,000190367
400X400	160000	4,4904	****

O erro considerado como critério de independência de malha é apresentado na Eq. 5.3.

$$erro = \left| \frac{\overline{Nu}_H^i - \overline{Nu}_H^{i+1}}{\overline{Nu}_H^i} \right| \leq 10^{-3} \quad (5.3)$$

no qual \overline{Nu}_H^i é o valor obtido na simulação atual, e \overline{Nu}_H^{i+1} é o valor de Nusselt médio do próximo caso. A malha de 62500 volumes apresentou erro inferior ao definido como critério de independência de malha.

Para a solução numérica do problema proposto neste trabalho, a introdução de uma aleta torna inviável a utilização de malha uniforme. Portanto será utilizada malha não uniforme na solução do problema. O número de volumes utilizado na solução numérica varia de acordo com a área da aleta, mantendo o tamanho dos volumes constantes.

5.2. O PROBLEMA PROPOSTO

É proposta a solução numérica de um problema de transferência de calor por convecção natural em cavidade quadrada, propriedades constantes, exceto a massa específica, sendo utilizada a aproximação de Boussinesq. O escoamento é incompressível e permanente. O problema analisado terá configuração 2D, simulando uma cavidade com profundidade infinita, e regime permanente, ou seja, será avaliado após tempo suficiente para que o campo de temperaturas permaneça constante. O fluido possui as propriedades do ar

para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$. O grau de liberdade será a razão de aspecto da aleta (a/b), enquanto que a geometria externa da cavidade será fixa ($H/L = 1$).

As superfícies, da cavidade e da aleta, são estáticas, ou seja, $u^* = 0$ e $v^* = 0$. As superfícies laterais e inferior são consideradas adiabáticas (condição de contorno de Neumann). As superfícies superior da cavidade e da aleta elíptica possuem temperatura adimensional prescrita (condição de contorno de Dirichlet) de $T^* = 0$ e $T^* = 1$, respectivamente, conforme representado na Figura 5.2.

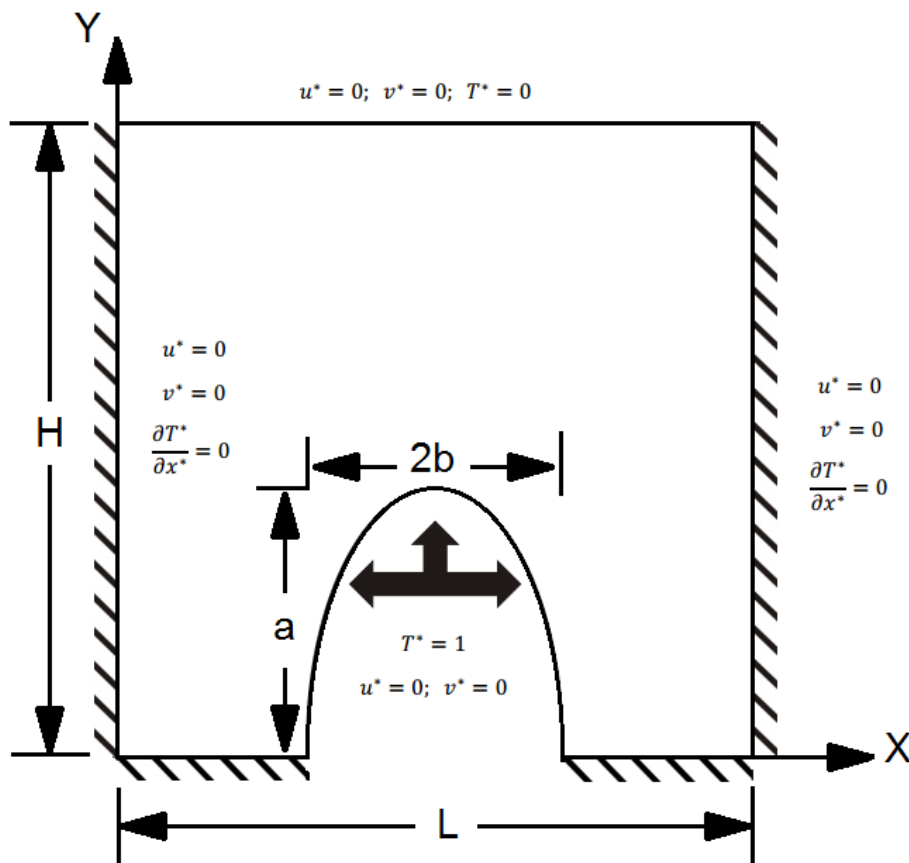


Figura 5.2 – Esquema de Configuração da Cavidade

Os semieixos da aleta são obtidos através da razão de aspecto (a/b), que é o parâmetro a ser variado, e respeitando-se a condição de ϕ dada por:

$$\phi = \frac{A_f}{A} \quad (5.4)$$

onde A_f é a área da aleta e A é a área da cavidade:

$$A = HL \quad (5.5)$$

$$A_f = \pi ab/2 \quad (5.6)$$

Variando-se a razão de aspecto de 0,2 até 5 e respeitando a condição de ϕ dada temos o valor de b calculado por:

$$b = \sqrt{\frac{2A_f}{\pi(a/b)}} \quad (5.7)$$

Com o b calculado pode-se obter o valor de a com:

$$a = b(a/b) \quad (5.8)$$

Pretende-se ainda fixar ϕ para os valores de $\phi = 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 0,05; 0,01; 0,001$. Uma vez fixadas a área da cavidade, a relação entre as áreas da aleta e cavidade ϕ e a variação da razão de aspecto (a/b), resultará em diferentes números de Nusselt médios na superfície da aleta elíptica.

Após a definição dos parâmetros anteriores, foi realizada a simulação numérica de 93 casos utilizando o *software* Fluent® para as diferentes razões de aspecto da aleta e valores de ϕ . O objetivo é obter a geometria ótima $(a/b)_{opt}$, ou seja, aquela que maximizar a transferência de calor entre o fluido e aleta.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão calculados os valores de Nusselt médio (\overline{Nu}_H) para as diversas geometrias de aleta elíptica estudadas, bem como, as geometrias ótimas $(a/b)_{opt}$ encontradas para os valores Φ utilizados. Também serão apresentados valores como troca de calor nas geometrias otimizadas $(a/b)_{opt}$ e campos de temperatura.

6.1. INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DA ALETA SOBRE O VALOR DE NUSSELT MÉDIO

A figura 6.1 apresenta o comportamento do valor do número de \overline{Nu}_H na superfície da aleta em função da razão de aspecto da geometria da aleta (a/b) para 4 valores de Φ .

Pode-se notar uma tendência similar para os valores das geometrias ótimas $(a/b)_{opt}$, com maior valor de \overline{Nu}_H ($\overline{Nu}_{H,max}$), para todos os valores de fração de área (Φ). Já os valores de \overline{Nu}_H demonstram crescimento acentuado em função do decréscimo no valor de Φ . Nota-se também uma melhora mais acentuada no valor de $\overline{Nu}_{H,max}$ de $\Phi = 0,001$, em relação à pior

geometria, de 22,9%. Para $\phi = 0,01$; $\phi = 0,05$ e $\phi = 0,1$ observa-se uma melhora na $\overline{Nu}_{H,max}$ de 18,1%; 13% e 17,5%; respectivamente.

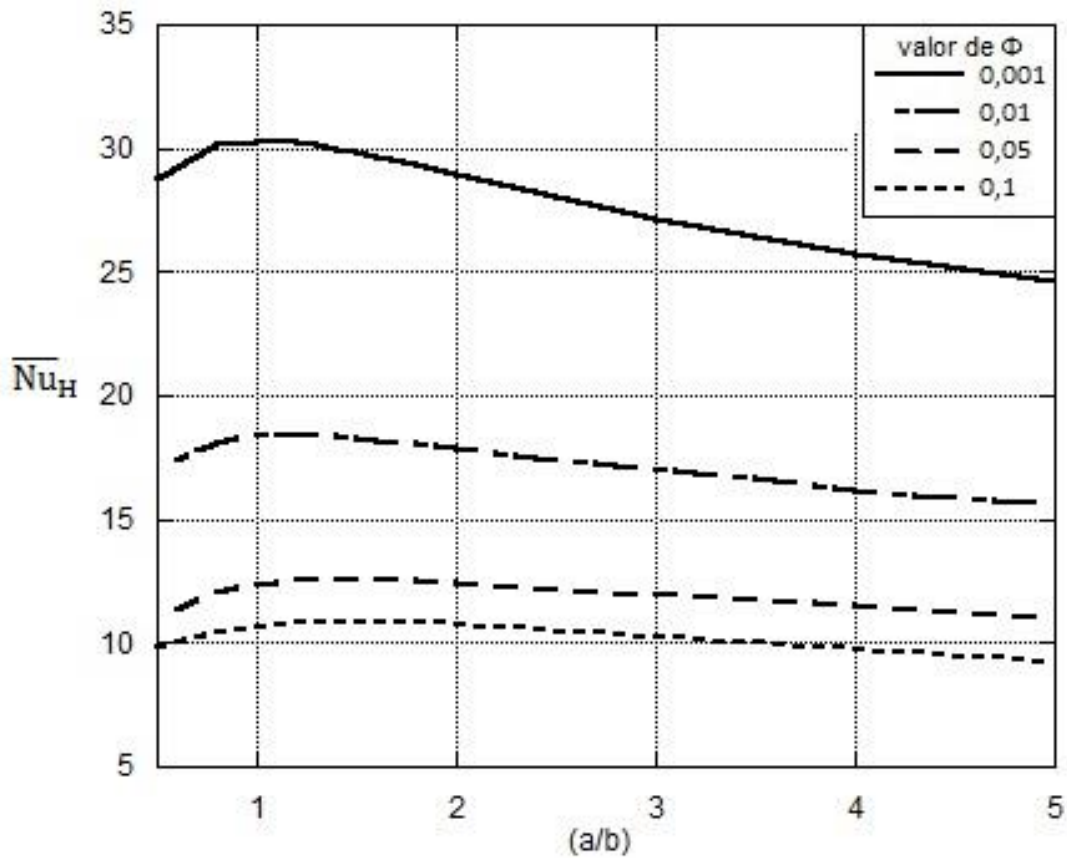


Figura 6.1 - \overline{Nu}_H para $Ra = 10^6$ e $Pr = 0,71$ em função da razão de aspecto (a/b) para 4 valores de ϕ .

A Figura 6.2 mostra o comportamento do $\overline{Nu}_{H,max}$; $(a/b)_{opt}$ e o calor, em watts, trocado pelas aletas ótimas em estado estacionário (q_{max}) em função de ϕ .

Pode-se constatar que as $(a/b)_{opt}$ para menores valores de ϕ se assemelham a um círculo, onde $(a/b) = 1$, enquanto os valores maiores de ϕ apresentam $(a/b)_{opt}$ mais esticada, com semieixo vertical maior ($(a/b) = 1,6$). Também é notável que o calor transferido sobe enquanto o $\overline{Nu}_{H,max}$ diminui. Isto se explica devido à superfície de contato da aleta aumentar proporcionalmente com ϕ . No entanto, para $\phi \geq 0,3$ nota-se que o valor de q_{max} estabiliza, indicando que o aumento da superfície da aleta não produz ganhos consideráveis de transferência de calor.

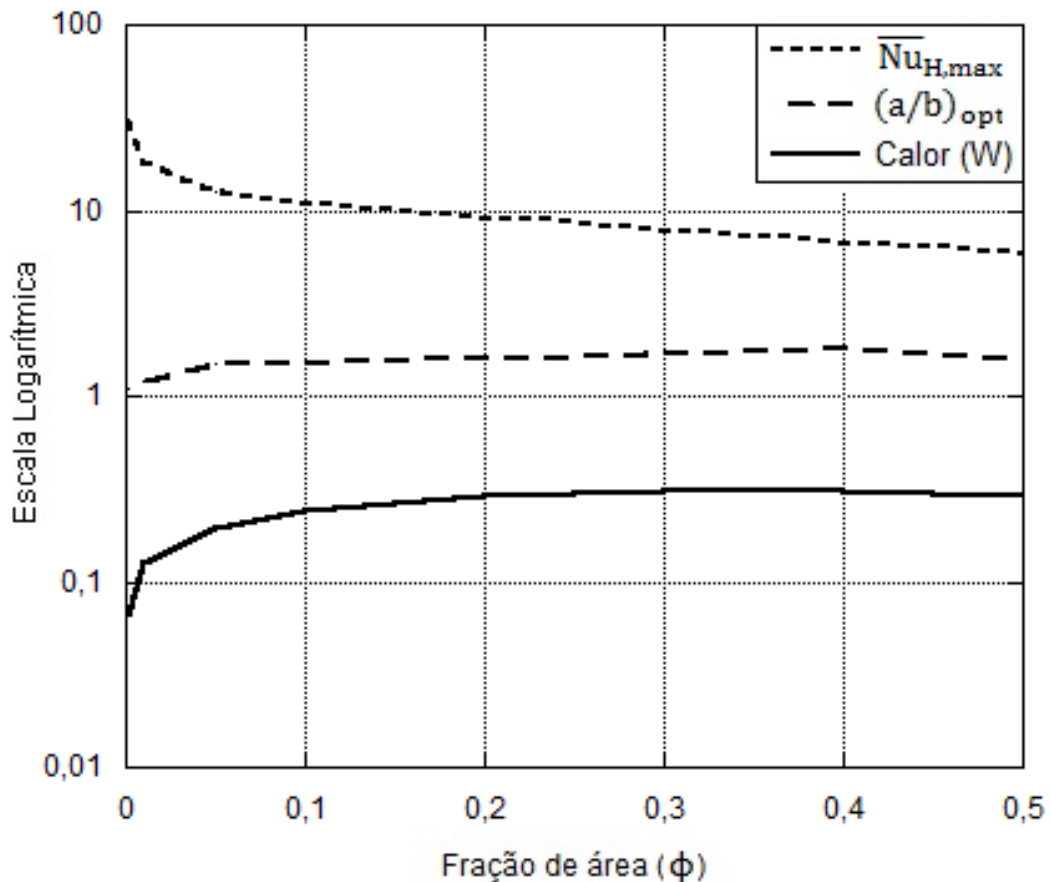


Figura 6.2 - $\overline{Nu}_{H,max}$; $(a/b)_{opt}$ e q_{max} em função de ϕ .

Note-se, ainda, que Oliveira (2014) concluiu em seu estudo numérico da convecção natural sobre uma aleta retangular aquecida no interior de uma cavidade que, para $\phi = 0,05$; a razão de aspecto ótima para uma aleta retangular é $(H_1/L_1)_{opt} = 1,2$; obtendo um valor de $\overline{Nu}_{H,max} = 11,1$. Comparando-se com a aleta elíptica de $(a/b)_{opt}$ e ϕ de mesmo valor, a aleta elíptica apresenta uma melhora de 13,3% para $\overline{Nu}_{H,max}$.

6.2. CAMPO DE TEMPERATURA DAS ALETAS OTIMIZADAS

É possível observar pela figura 6.3 o campo de temperatura das geometrias otimizadas com $\phi = 0,001; 0,01$ e $0,05$. O campo de temperaturas é representado por unidades de temperatura adimensional (T^*).

É possível observar pelas linhas isotérmicas que, estas, são perpendiculares às paredes laterais da cavidade satisfazendo, assim, a condição de contorno imposta de paredes laterais adiabáticas. Já a superfície superior e da aleta se encontram envoltas por temperaturas baixas e altas, respectivamente, sugerindo a condição de contorno imposta de superfícies com temperatura adimensional prescrita.

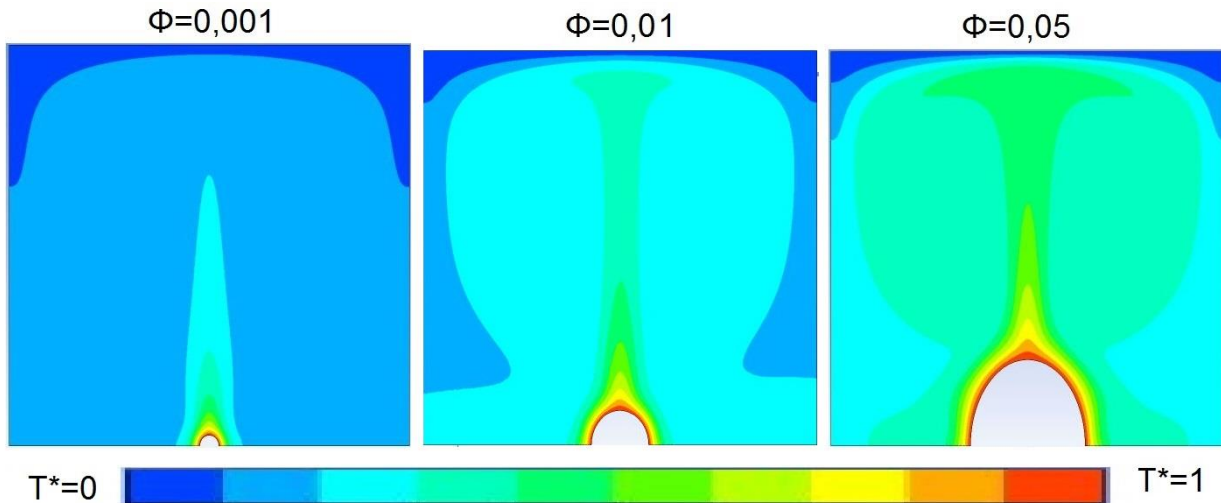


Figura 6.3 - Campo de temperaturas do fluido das aletas com $(a/b)_{opt}$.

7. CONCLUSÃO E SUGESTÕES DE FUTUROS TRABALHOS

Os resultados mostram que, variando-se as configurações de uma aleta elíptica inserida em uma cavidade quadrada, é possível obter diversos valores de Nusselt médio na superfície da aleta, podendo-se assim, sugerir qual apresenta uma geometria ótima. Em geral, a aleta de menor fração de área obteve os maiores resultados para $\overline{Nu}_{H,max}$ devido a maior área para recirculação do fluido, permitindo uma mistura mais fácil do fluido quente em ascensão, assim como, a menor quantidade de calor trocado é mais facilmente absorvido pela superfície superior resfriada.

Observando-se as imagens, pode-se sugerir que a razão de aspecto ótima $(a/b)_{opt}$ soluciona da melhor maneira a falta de velocidade do empuxo, que ocorre nas aletas de menor altura, e a falta de fluido resfriado nas partes mais altas da superfície, comum nas aletas de maior semieixo vertical Φ .

Este trabalho permite, ainda, enfatizar a importância da geometria na transferência de calor. Por exemplo, aletas com Φ pequeno possuem um valor de Nusselt maior (maior eficiência), porém apresentam um valor menor de taxa de transferência de calor. Nesse caso, a forma ótima da aleta se aproxima de um círculo. Por outro lado, para valores de $\Phi \geq 0,05$ a forma geométrica ótima da aleta é a que apresenta $(a/b)_{opt} = 1,5$. Entretanto, aumentando o valor de Φ diminui o valor de Nusselt e aumenta a taxa de transferência de calor (maior área de transferência de calor). Aumentos de $\Phi > 0,3$ não causam aumentos significativos de taxa de transferência de calor. É importante citar que a aleta elíptica pode apresentar ganhos de desempenho de aproximadamente 13,3% quando comparada com aleta retangular com $\Phi = 0,05$ nas mesmas condições térmicas.

Como propostas para futuros trabalho, são apresentadas as seguintes sugestões:

- Continuar este estudo para regime de escoamento turbulento;
- Estudar a otimização de transferência de calor com aletas com diferentes formatos;
- Estudar a influência do número de Pr ;
- Avaliar o comportamento térmico utilizando fluido não Newtoniano no interior da cavidade;
- Realizar estudo de otimização de aleta considerando convecção mista.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barakos, G.; Mitsoulis, E.; Assimacopolous, D. Natural Convection Flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models With Wall Functions, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v.18, p. 695-719, 1994.

Bejan, A.; Kraus, A. D. **Heat Transfer Handbook**, John Wiley, Durham, 2003.

Bejan, A.; Almogbel, M. Constructal T-shape fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p. 2101-2115, 2000.

Davis, G. V. Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 3, p. 249-264, 1983.

Davis, G. V.; Jones.I. P. Natural convection in a square cavity: A comparison exercise, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 3, p. 227-248, 1983.

Dos Santos, E.D.; Isoldi, L.A.; Souza, J. A.; Goulart, M.M.; Rodrigues, M.K.; Seibt, F.M., Souza, R. V.; Rocha, L.A.O. Constructal design of a rectangular fin intruded into forced convective lid-driven cavity flows. **Proceedings of Constructal Law Conference**, v. 1, p. 126-134, Nanjing, 2013.

FLUENT (version 14.5.7), ANSYS, Inc., 2014.

Incropera, F. P. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, 5th Ed., Wiley, 2001.

Lorenzini, G.; Machado, B. S.; Isoldi, L. A.; dos Santos, E. D. and Rocha, L. A. O. **“Constructal Design of Rectangular Fin Intruded into Mixed Convective Lid-driven Cavity Flows”** ASME Journal of Heat Transfer (Submetido para publicação).

Kays, W. M.; Crawford, M. E. **Convective Heat and Mass Transfer**, McGraw-Hill, New York, 1993.

Machado, B.S. **Constructal Design de Aleta Retangular Inserida em Cavidade com Superfície Superior Deslizante Sob Efeito de Convecção Mista**, Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

Maliska, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, LTC – Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 2004.

Oliveira, F. C. **Estudo Numérico Da Convecção Natural Sobre Uma Aleta Retangular Aquecida no Interior de uma Cavidade**, 2014.

Versteeg, H.K.; Malalasekera, W. **An introduction to computational fluid dynamics – the finite volume method**, Longman, England, 1995.

APÊNDICE I

Tabela 9.1 - Relação dos valores de $(a/b)_{opt}$, q_{max} e $\overline{Nu}_{H,max}$ em função de Φ .

$\Phi (A_f/A)$	$(a/b)_{opt}$	calor (w)	Nusselt médio
0,001	1,1	0,0652	30,3195
0,01	1,2	0,1259	18,3987
0,05	1,5	0,1969	12,5776
0,1	1,5	0,2405	10,8621
0,2	1,6	0,2876	9,0900
0,3	1,7	0,3047	7,7791
0,4	1,8	0,3055	6,6776
0,5	1,6	0,2921	5,8396

APÊNDICE II

Propriedades termofísicas utilizadas nas simulações:

$$Ra_H = 10^6$$

$$\beta = 0,006092 \text{ (1/K)}$$

$$\mu = 1,9114E-5 \text{ (kg/m.s)}$$

$$T_{sup.} = 301 \text{ (K)}$$

$$T_{inf.} = 300 \text{ (K)}$$

$$H = 1 \text{ (m)}$$

$$K = 0,0271 \text{ (W/m.K)}$$

$$C_p = 1007 \text{ (J/kg.K)}$$

$$Pr = 0,71$$

$$\rho = 1,127 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$\alpha = 2,317E-5 \text{ (m}^2\text{/s)}$$