

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM

ESTUDO DA COMPACTAÇÃO UNIAXIAL DE PÓS E SUA INFLUÊNCIA NA  
VARIAÇÃO DE DENSIDADE DE MATERIAIS COMPÓSITOS PARTICULADOS DE  
MATRIZ FENÓLICA APLICADOS COMO MATERIAIS DE FRICÇÃO

Por

Eduardo Rovaris Gomes

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre

2009

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM

ESTUDO DA COMPACTAÇÃO UNIAXIAL DE PÓS E SUA INFLUÊNCIA NA  
VARIAÇÃO DE DENSIDADE DE MATERIAIS COMPÓSITOS PARTICULADOS DE  
MATRIZ FENÓLICA APLICADOS COMO MATERIAIS DE FRICÇÃO

Por

Eduardo Rovaris Gomes

Trabalho realizado no Departamento de Engenharia de Materiais da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Ciência e Tecnologia dos Materiais

Porto Alegre

2009

I

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração Engenharia de Materiais e aprovada em sua forma final, pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Perez Bergmann

Co-Orientador: Prof. Hazim Ali Al-Qureshi, PhD.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Thomas Clarke

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Juliane Vicenzi

Prof. Dr. Marcos Roberto Farias Soares

Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann

Coordenador do PPGEM

A todos aqueles que acreditam que, em qualquer etapa da vida,  
podemos escolher fazer o bem e sermos melhores.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar a minha sincera gratidão a todos que contribuíram para a realização desta etapa da minha vida.

Ao professor Carlos Pérez Bergmann, meu Orientador, por me aceitar como seu aluno, possibilitando o meu ingresso no curso de Pós Graduação da UFRGS e por se fazer disponível sempre que solicitado com grande atenção, empenho e cordialidade. Muito obrigado.

Ao meu Co-orientador e amigo, professor Hazim Ali Al-Qureshi, por todos os ensinamentos que me foram passados de ordem profissional e pessoal. Além de grande mestre na minha formação acadêmica, mestre para a vida.

Ao Dr. Marcos Roberto Farias Soares por compartilhar de tudo que esteve relacionado a este trabalho, por tornar possível o início da minha carreira profissional, mas, acima de tudo, por ter permitido que eu me tornasse seu amigo. Tenha certeza que o que aprendi contigo, levo para sempre comigo como profissional e pessoa.

Agradeço à empresa Fras-le S.A., por tornar possível a realização deste trabalho dentro de suas dependências como parte de suas atividades de pesquisa aplicada.

A todos os estagiários de Engenharia que contribuíram para a realização deste trabalho, em especial a Jonathan V. Martins, Carlos Dagoberto D. Gonçalves e Patricia D. Santos, por permitirem que eu utilizasse temas deste trabalho como assuntos a serem desenvolvidos como seus trabalhos de conclusão de curso.

Aos meus pais, Cláudio e Dalva, que sempre me apoiaram em todos os momentos da minha vida, aconselhando, orientando e me nutrindo de valores essenciais para o meu desenvolvimento constante como pessoa.

À Biana Souza Faraco, minha noiva, primeiramente por estar ao meu lado e me apoiar em todos os momentos decisivos da minha vida adulta e por ser capaz de me compreender mesmo nos momentos que nem eu acreditava que isso fosse possível. Muito obrigado por me deixar fazer parte da tua história.

# SUMÁRIO

|   |     |
|---|-----|
| LISTA DE FIGURAS .....  | VII |
| LISTA DE TABELAS .....  | IX  |
| LISTA DE SÍMBOLOS .....   | X   |
| RESUMO .....  | XI  |
| ABSTRACT .....  | XII |
| 1. INTRODUÇÃO.....  | 1   |
| 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....   | 4   |
| 2.1 - Sistema de Freio.....   | 4   |
| 2.2 – Materiais de Fricção .....  | 6   |
| 2.2.1 – Ligantes.....   | 7   |
| 2.2.2 – Fibras .....  | 7   |
| 2.2.3 – Modificadores de Atrito.....  | 7   |
| 2.2.4 – Cargas .....  | 8   |
| 2.3 - Processo Produtivo de Compósitos para Fricção.....                      | 8   |
| 2.3.1 - Processo de Mistura de Matérias-Primas .....                          | 8   |
| 2.3.2 – Processo de Compactação.....  | 9   |
| 2.3.3 – Normalização .....  | 9   |
| 2.4 – Materiais Compósitos.....   | 10  |
| 2.4.1 – Classificação de Materiais Compósitos .....                           | 10  |
| 2.4.2 - Lei das Misturas .....  | 13  |
| 2.5 – Variação de Propriedades do Compósito Como Função do Processamento..... | 13  |
| 2.5.1 – Variações de Densidade Provocadas por Compactação Uniaxial .....      | 16  |
| 2.6 – Modelamento Matemático do Processo de Compactação.....                  | 20  |
| 2.6.1 – Modelos Numéricos .....   | 20  |
| 2.6.2 – Modelos Constitutivos .....   | 21  |
| 2.7 - Método de Medição de Densidade de Materiais Porosos .....               | 24  |
| 3. MATERIAIS E MÉTODOS.....   | 26  |
| 3.1 – Materiais Utilizados no Estudo .....                                    | 26  |
| 3.2 – Processo de Obtenção de Amostras .....                                  | 27  |
| 3.2.2 – Homogeneização.....   | 27  |
| 3.2.3 – Prensagem .....   | 28  |

|   |    |
|---|----|
| 3.3 – Dados de Entrada para a Utilização do Modelo .....                    | 28 |
| 3.3.1 – Preparação das Amostras Para a Medição de Densidade .....           | 29 |
| 3.4 – Método de Medição de Densidade .....                                  | 30 |
| 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....  | 32 |
| 4.1 – Determinação de Valores a Serem Utilizado no Modelo .....             | 32 |
| 4.2 - Resultado das Medições de Densidade .....                             | 32 |
| 4.2.1 - Transformando o Modelo de Exponencial para Quadrático.....          | 37 |
| 4.2.2 – Confronto dos Resultados Experimentais com o Modelo Quadrático..... | 41 |
| 4.3 – Previsões do Modelo .....   | 43 |
| 5. CONCLUSÕES .....   | 46 |
| 6. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....                                     | 47 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....  | 49 |
| ANEXO I.....  | 56 |
| ANEXO II .....  | 57 |
| ANEXO III .....   | 58 |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 2.1 – Exemplos de sistemas de freios a disco comerciais. ....  | 5  |
| Figura 2.10 – Diferença entre a pressão aplicada no processo de compactação e a pressão transmitida para as paredes do molde [Briscoe, 1998].....   | 18 |
| Figura 2.11 – Gráfico mostrando a curva de Densificação (D) em relação à pressão hidrostática aplicada à mistura de pós. [Kim, 2001]......  | 20 |
| Figura 2.12 – Simplificação proposta para o estudo da injeção de pós metálicos [Al-Qureshi, 2005].....  | 22 |
| Figura 2.13 - Comparativo entre resultados teóricos e experimentais para materiais produzidos com dois diferentes tamanhos de partículas de Pó de Cobre [Al-Qureshi, 2005].....                           | 24 |
| Figura 2.14 – Comparativo de resultados entre a medição de densidade com mercúrio e com impermeabilização da amostra por parafina [Bó, 2002] .....  | 25 |
| Figura 2.2 – Exemplos de sistema de freio a tambor.....   | 5  |
| Figura 2.3 – Exemplo de configuração de molde de simples efeito utilizado para a confecção de compósitos aplicados como material de fricção.....  | 9  |
| Figura 2.4 - Classificação de materiais compósitos [Al-Qureshi, 1988].....  | 11 |
| Figura 2.5 – Relação tridimensional entre condutividade elétrica $\sigma_f$ (S/cm), distância da base para o centro da amostra $X$ (cm) e a velocidade máxima de rotação $W$ (rpm) [Funabashi, 1997]..... | 14 |
| Figura 2.6 – Relação tridimensional entre fração volumétrica de fibra $V_f$ (%), distância da base para o centro da amostra $X$ (cm) e a velocidade máxima de rotação $W$ (rpm) [Funabashi, 1997].....    | 15 |
| Figura 2.7 – Perfil de densidade de um painel de material compósito [Oudjehane, 1998]. ....   | 15 |
| Figura 2.8 – Exemplo de distribuição de densidade no interior de uma peça compactada uniaxialmente [Briscoe, 1998]. ....  | 17 |
| Figura 2.9 - Distribuição não usual de densidade em uma peça compactada uniaxialmente. [Khoei, 2007] .....  | 17 |
| Figura 3.1 – Exemplo de um moinho de pás. ....  | 27 |
| Figura 3.2 – Processo de compactação utilizado na confecção de amostras. ....   | 28 |
| Figura 3.3 – Fatias do corpo de prova seccionadas ao longo de sua espessura.....  | 30 |
| Figura 4.1 – Visualização gráfica da média das medidas de cada fatia da Amostra A. As barras de erro representam o desvio padrão das medidas. ....  | 34 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.2 - Visualização gráfica da média das medidas de cada fatia da Amostra B. As barras de erro representam o desvio padrão das medidas. ....                       | 35 |
| Figura 4.4 – Comparativo de resultados experimentais medidos no Material A com o modelo exponencial desenvolvido por Al-Qureshi, 2007.....                               | 36 |
| Figura 4.5 – Comparativo entre resultados teóricos e experimentais para a Amostra A. ....  | 42 |
| Figura 4.6 – Comparativo entre resultados teóricos e experimentais para a Amostra A. ....  | 42 |
| Figura 4.7 – Variação da resposta do modelo quadrático com a variação do coeficiente de atrito entre o material e o molde.....   | 43 |
| Figura 4.8 – Variação da resposta do modelo quadrático com a variação do coeficiente de atrito entre as partículas da mistura.....                                       | 44 |
| Figura 4.9 – Variação da resposta do modelo quadrático com a variação do coeficiente de atrito entre as partículas da mistura.....                                       | 45 |
| Figura 6.1 – Resultados experimentais do acompanhamento da força de compactação e deslocamento do pistão durante a prensagem de um material compósito [Schlffner, 2006]. | 48 |
| Figura 6.2 – comparativo entre a tensão normal e radial ao sentido de compactação do material [Schlffner, 2006]. ....  | 48 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 3.1 - Materiais utilizados no estudo. Valores em percentuais volumétricos. ....              | 26 |
| Tabela 3.2 – Normas utilizadas para a medição de propriedades.....                                  | 29 |
| Tabela 4.1 – Valores medidos nos materiais A e B.....   | 32 |
| Tabela 4.3 – Tabela de resultados de medições de densidade o Material A peças A1, A2 e A3.<br>..... | 33 |
| Tabela 5.4 – Tabela de resultados de medições de densidade da Amostra B peças B1, B2 e<br>B3. ....  | 33 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

°C - Graus Celsius

P - Propriedade

v - Fração volumétrica

$\rho$  - Densidade

$\sigma_f$  - Condutividade elétrica

X - Distância da base ao centro da amostra

W - Velocidade Máxima de rotação

D - Densificação

FEM - Métodos de Elementos Finitos

Pa - Pressão aplicada

$\bar{\sigma}$  - Tensão Efetiva

$\mu$  - Coeficiente de atrito entre o material e a parede do molde

H - Altura final da peça compactada

Z - Porção da altura da peça compactada

r - Raio da cavidade da matriz

$\mu_i$  - Coeficiente de Atrito entre as partículas do material

M - Massa

$\Sigma$  - Somatório

g – Gramas

cm - Centímetros

MPa - Megapascal

R<sup>2</sup> - Fator de Correlação

rpm – Rotações por minuto

## RESUMO

Produtos fabricados por compactação de pós necessitam de grande controle de seus parâmetros de produção para garantir suas propriedades finais. Assim, são necessários estudos de correlação entre as variáveis de processo e suas implicações no produto visando aperfeiçoar seu controle. Processos de compactação unidirecionais geram diferentes regiões de densidade na peça, o que implica na variação de suas propriedades [Sinka, 2004; Fu, 2001; Srivatsan, 2002]. Materiais de fricção são incluídos neste grupo, por serem compósitos particulados, a base de materiais orgânicos e grande percentual de inorgânicos, fabricados por este processo em moldes rígidos [Casaril, 2007]. Assim, o objetivo deste trabalho é entender este problema via o estudo de um modelo teórico de compactação que apresenta uma expressão da densidade da peça como função da pressão aplicada, do coeficiente de atrito entre partículas e entre o pó compactado e a matriz. Os resultados apresentam uma relação coerente das tendências entre resultados teóricos e experimentais de densidade como função da espessura do produto.

## **ABSTRACT**

Uniaxial powder compaction is largely used to manufacture several products. Some products are compacted with rigid molds that can generate different compaction sites on parts [Sinka, 2004; Fu, 2001]. These sites are generally related to properties variation into a product [Srivatsan, 2002]. Friction materials are classified as particulate composites that are produced with this process [Casaril, 2007]. This work identifies the friction material density behavior generated with uniaxial compaction as a function of part thickness. Density profiles were measured of different friction materials and different process. Results showed that there are friction materials that present this behavior and some that do not.

# 1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas a indústria em geral tem buscado constantemente uma maior robustez de seus produtos. Neste sentido, todas as empresas que estão envolvidas no fornecimento de componentes estão sujeitas a um nível cada vez mais elevado de controle de qualidade, gerando necessidade de se obter a menor variação possível das características de seus produtos. Esta afirmação é especialmente verdadeira quando são analisadas peças que compõem os sistemas de segurança de um automóvel. Um dos componentes deste tipo de sistema é a pastilha de freio que é responsável pela transformação da energia cinética do veículo em outros tipos de energia, como calor e som [Cho, 2006].

Por se tratarem de componentes que precisam atender a diversos requisitos técnicos e econômicos, pastilhas de freio são, de maneira geral, produzidas a partir de materiais compósitos particulados de matriz polimérica. Atualmente, mais de 2000 diferentes materiais e suas variações são empregados em componentes de freios comerciais. [Blau, 2001]. O tipo e a quantidade de cada matéria-prima do compósito são determinados em grande parte por observações empíricas. Seus componentes mais utilizados são os aglomerantes, fibras de reforço, lubrificantes sólidos, abrasivos e cargas [Jacko, 1992].

As propriedades finais dos compósitos são determinadas tanto pela sua formulação quanto por seu processo produtivo. Assim, tanto pastilhas como lonas de freio necessitam de um grande controle de seu processo produtivo para garantir menores variações entre as peças produzidas e maior homogeneidade de propriedades em cada peça fabricada. Como consequência, o estudo de melhorias no processo produtivo de materiais de fricção é necessário, a fim de aperfeiçoar o entendimento de suas diferentes implicações nas características do produto e de melhorar o controle de parâmetros significativos à sua qualidade [Harmel, 2000, Nicholson, 1995].

Dentre os processos empregados atualmente na manufatura de materiais compósitos de base polimérica para fricção, o mais comum utiliza-se de uma mistura de pós e posterior compactação a quente para que o material adquira as características de interesse do produto final [Nicholson, 1995].

O processo de compactação a quente de materiais de fricção envolve a compactação da mistura, confinada em um molde, por uma pressão aplicada através de um punção. Esta etapa é caracterizada por uma considerável redução no volume do material (em média 3:1) e pela acomodação de seus componentes reduzindo os espaços livres entre eles [Nicholson, 1995]. Estas interações entre os componentes do compósito durante a compactação geram forças contrárias às de compactação, as quais podem influenciar na variação de propriedades dos compósitos produzidos [Khoei, 2008]. Dentre as propriedades mais influenciadas por estes fenômenos está a densidade, que é largamente utilizada na indústria para este tipo de controle por ser de fácil implementação.

O principal objetivo deste trabalho é entender quais os parâmetros envolvidos na variação de densidade de compósitos de fricção via o estudo de um modelo teórico-experimental para a compactação de pós que descreva a propriedade de densidade do material de fricção ao longo de seu sentido de compactação.

Para validar o modelo, será realizado um comparativo entre valores descritos por este e resultados experimentais de compósitos produzidos para este fim. Caso o modelo encontrado não descreva os resultados experimentais, serão propostas alterações visando adequá-lo a estes valores. Estes resultados serão avaliados do ponto de vista da composição dos materiais. Posteriormente serão realizadas simulações com o modelo a fim de definir quais os parâmetros mais relevantes na distribuição da densidade em peças fabricadas por compactação uniaxial.

Visando contemplar todo este trabalho, esta dissertação se desenvolve por 6 Capítulos, onde o Capítulo 1 apresenta uma introdução ao problema a ser abordado pelo estudo, seus objetivos gerais e específicos e uma breve descrição da estrutura do trabalho. No Capítulo 2 será feita uma revisão bibliográfica de materiais de atrito, de suas matérias-primas e processo de obtenção, materiais compósitos, variações de propriedades de compósitos e sua relação com o processamento e de método de medição de densidade.

O Capítulo 3 apresenta os materiais utilizados no estudo, compreendendo a sua composição e processo de obtenção, além dos métodos utilizados para a determinação de propriedades necessárias ao estudo. Adicionalmente, será feita uma breve discussão do método de medição de densidade de materiais porosos e os erros envolvidos em sua aplicação.

Os resultados e discussões serão apresentados no Capítulo 4 onde estão evidenciados os resultados experimentais obtidos para os dois materiais estudados, bem como um comparativo entre eles. Em seguida será apresentada uma correlação entre resultados experimentais e o modelo matemático encontrado em literatura, bem como uma adequação deste modelo para se obter uma melhor adequação entre os valores experimentais e os teóricos. Finalmente serão apresentadas simulações realizadas com o novo modelo visando identificar quais são os parâmetros de maior influência na distribuição de densidade do compósito.

Por fim, no Capítulo 6, estão apresentadas algumas sugestões de trabalhos futuros que visam aprimorar e enriquecer a ferramenta criada nesta dissertação.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 - Sistema de Freio

Os sistemas de freio são dispositivos de conversão de energia cinética em energia térmica, entre outras formas de energia, sendo proporcional à quantidade de movimento imprimida pelo veículo. Na prática, o propósito dos sistemas de freio é reduzir a velocidade do veículo ou mantê-lo em uma determinada velocidade ou ainda manter o veículo parado, conforme a necessidade imposta à situação em que o veículo se encontra.

A frenagem do veículo ocorre através do contato entre o material de fricção, fixo à estrutura do carro, e o rotor, que gira com a roda do veículo. Este contato é promovido através do pedal freio, o qual, quando acionado, gera pressão no sistema hidráulico ou pneumático do veículo, sendo o material de fricção pressionado contra o rotor. O contato destas partes em movimento relativo possui um determinado coeficiente de atrito, o qual gera um torque de frenagem contrário ao movimento do veículo, fazendo com que o mesmo reduza sua velocidade ou aceleração. Vale lembrar que o sucesso na redução de velocidade do veículo também é dependente do contato que ocorre entre os pneus do veículo e o solo, e é extremamente dependente da qualidade deste contato. Qualquer força de frenagem, aceleração ou mesmo direcionamento do veículo são geradas na área de contato dos pneus com o terreno. Para manutenção da segurança, somente podem ser aplicadas forças de frenagem menores ou iguais ao produto da força normal pelo coeficiente de atrito da interface piso/pneu. Caso este limite seja ultrapassado, ocorrerá o arraste dos pneus, situação considerada perigosa por causar a perda de dirigibilidade do veículo, além de resultar em distâncias de frenagem muito maiores [Limpert, 1999].

De maneira geral, existem dois tipos de sistemas de freio: disco/pastilha e tambor/lona. A Figura 2.1 mostra dois sistemas de freio disco/pastilha típicos. As quais correspondem a um sistema de freio disco/pastilha de um veículo esportivo de passageiros. A Figura 2.1 (b) apresenta um sistema de freio disco/pastilha durante teste de alta criticidade em dinamômetro. Esta classe de freio disco/pastilha é destinada a veículos pesados. As duas pastilhas de freio são alocadas no interior da pinça (em vermelho na Figura 2.1 (a)).



(a) Veículo de Passageiros.



(b) – Veículos comerciais.

Figura 2.1 – Exemplos de sistemas de freios a disco.

A Figura 2.2 mostra a configuração de um sistema de freio tambor/lona acoplado a um eixo destinado a veículos pesados. A Figura 2.2 (a) mostra o detalhe da lona posicionada sobre os patins na parte interna do tambor, enquanto a Figura 2.2 (b) apresenta o eixo completo com dois sistemas de freio, um em cada extremidade.



(a) Sistema de freio.



(b) Eixo com sistema de freio acoplado.

Figura 2.2 – Exemplos de sistema de freio a tambor.

O sistema de freio disco/pastilha tem a característica de maior estabilidade em relação ao sistema de freio tambor/lona. Isso se deve ao desenho do sistema o qual confere ao mesmo a vantagem de estabelecer uma relação linear entre o coeficiente de atrito e o torque de frenagem resultante. Para o sistema tambor/lona, essa correlação não é linear, podendo originar perturbações consideráveis no torque de frenagem, mesmo com pequenas variações no coeficiente de atrito na interface tambor/lona.

Outro fator de grande influência no desempenho de sistemas de freio a tambor, que também está relacionado ao seu desenho, é a sua temperatura de utilização. Altas temperaturas de utilização do freio a tambor podem levar dilatação do tambor de freio a

patamares que ocasionam perda da capacidade de frenagem. O sistema de freio a disco, devido ao seu conceito, tem uma liberdade maior de trabalho em relação à temperatura [Limpert, 1999].

O balanço entre desempenho e custo, associado às características específicas dos mercados onde o sistema de freio será empregado, determinaram a escolha entre o tipo de freio, disco/pastilha ou tambor/lona, para um determinado veículo. Atualmente no mercado brasileiro, todos os veículos de passageiros montados nas últimas duas décadas utilizam sistemas de freio disco/pastilha nas rodas dianteiras, o qual recebe uma maior participação no balanço de frenagem, já nas rodas traseiras, os dois sistemas são empregados. Em veículos ditos “populares” comumente são utilizados sistema de freio tambor/lona devido ao seu menor custo. Em veículos das categorias “médios” e “grandes” há uma tendência gradual de aplicação do sistema de freio disco/pastilha. Para veículos pesados, como caminhões e ônibus, é comum a aplicação do sistema de freio lona/tambor, em todos os eixos do veículo, sendo que a aplicação do sistema disco/pastilha é muito reduzida. Essa mesma tendência é observada em todo o continente Americano. No mercado europeu, onde os requisitos legislativos de segurança são bastante rígidos, percebe-se uma ampla aplicação do sistema de freio disco/pastilha em todas as linhas e categorias de veículos. O sistema tambor/lona encontra aplicação somente em segmentos restritos, como trailers e veículos agrícolas.

## **2.2 – Materiais de Fricção**

Os materiais de fricção mais usuais, como as pastilhas de freio para automóveis, podem ser classificados como compósitos particulados de matriz polimérica. Devido ao grande compromisso de propriedades requerido por este tipo de produto, estes materiais são compostos por um grande número de constituintes (geralmente mais de 10). Esta grande gama de componentes é utilizada para gerar uma determinada combinação de características de desempenho, dentre as quais podem ser citadas a alta estabilidade de atrito, a elevada durabilidade do par tribológico (pastilha e disco) e baixo nível de ruído gerado pelo sistema [Öesterle, 2007, Gurunath, 2007]

Os constituintes de materiais de fricção podem ser divididos em quatro grandes categorias: ligantes, fibras, modificadores de atrito e cargas de enchimento [Gurunath, 2007].

### **2.2.1 – Ligantes**

Os ligantes são basicamente polímeros termofixos utilizados com a finalidade de manter unido o aglomerado de outros tipos de matérias primas utilizadas para que estas possam atuar de forma efetiva no desempenho do material de fricção [Gurunath, 2007, Blau, 2001]. Por esta razão, grandes esforços são concentrados no sentido de um aprimoramento do desempenho deste tipo de produto. Assim, existe disponibilidade de uma grande variedade de termofixos com diferentes propriedades no mercado, sendo as resinas fenólicas e epóxi as mais largamente utilizadas [Nicholson, 1995].

### **2.2.2 – Fibras**

De maneira geral, as fibras são introduzidas no material de fricção para conferir-lhes características de atrito, resistência a temperatura e condutividade térmica, além de reforçar e tenacificar o ligante [Lu, 2006]. Em alguns casos, as fibras também são utilizadas para conferir melhor processabilidade do material. A fibra de amianto foi a mais usada na fabricação de materiais de fricção por ter baixo custo, boa resistência mecânica e térmica, boa processabilidade e baixa agressividade ao disco de freio. Atualmente são utilizadas fibras acrílicas, de carbono, de latão, de cobre, de aço, de vidro, rocha, fibras vegetais, entre outras [Nicholson, 1995].

### **2.2.3 – Modificadores de Atrito**

Este tipo de material é empregado visando manter o coeficiente de atrito estável durante o uso. Este tipo de material está dividido em dois grupos: os abrasivos e os lubrificantes. Muitos tipos de modificadores de atrito podem ser utilizados em uma única formulação, já que cada um deles pode atuar de forma mais efetiva em diferentes faixas de temperatura, de acordo com sua natureza química, tamanho, dureza, forma das partículas, etc. Exemplos comuns de abrasivos são óxidos (de alumínio, ferro, magnésio, etc.) e carbetos. Os lubrificantes mais utilizados são compostos à base de carbono (grafites) e sulfetos metálicos como os de molibdênio, antimônio, cobre-ferro, zinco, manganês, chumbo, titânio, etc [Nicholson, 1995; Wong, 2007].

#### **2.2.4 – Cargas**

Geralmente as cargas são materiais de baixo custo que visam baratear a formulação quando esta já possui quantidades suficientes de resinas, fibras, lubrificantes, abrasivos e orgânicos para garantir o seu desempenho. Algumas podem ter funções secundárias no material de fricção, entretanto a maioria visa apenas a redução de custo. Seu exemplo mais conhecido para materiais de fricção é a Barita [Nicholson, 1995; Blau, 2001].

### **2.3 - Processo Produtivo de Compósitos para Fricção**

De maneira geral a produção de pastilhas e lonas é muito semelhante, havendo apenas diferenças nas formulações e no maquinário utilizado em cada sistema de produção. Usualmente o processo adotado consiste em uma etapa de pesagem e mistura dos componentes, compactação a quente desta mistura e a normalização do material [Nicholson, 1995].

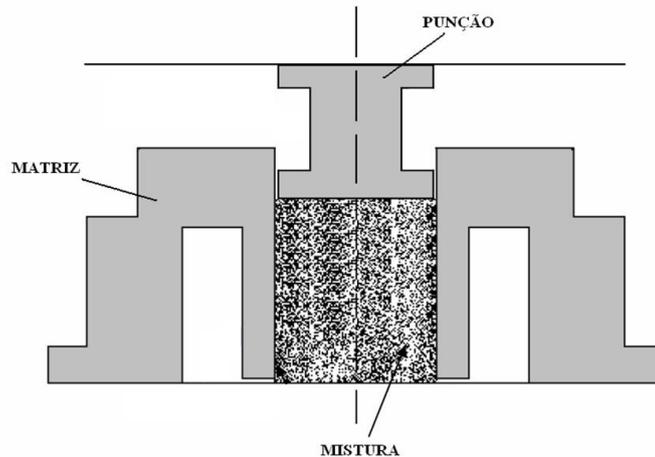
#### **2.3.1 - Processo de Mistura de Matérias-Primas**

Um dos fatores primordiais na compactação de compósitos é garantir a homogeneidade da mistura tornando o material a ser compactado o mais uniforme possível. Uma mistura de composição homogênea é o primeiro passo para garantir um produto final uniforme.

A mistura das matérias-primas é realizada em moinhos de pá. Cada matéria-prima tem uma seqüência para ser adicionada, e tempos determinados para serem misturadas. Em alguns casos, algumas matérias-primas tendem a decantar e/ou suas percentagens no total da mistura são muito pequenas para viabilizar uma parada do misturador para sua adição. Assim, um conjunto destes materiais pode ser pré-processado em separado e adicionado posteriormente à mistura final. A estas chamamos de pré-misturas [Nicholson,1995, Wong, 2007].

### 2.3.2 – Processo de Compactação

O processo normalmente utilizado para a fabricação de materiais de fricção se dá através da compactação uniaxial da mistura em uma matriz rígida de efeito simples (Figura 2.3). Este processo ocorre a uma dada temperatura e pressão as quais são definidas para cada composição de material utilizada.



**Figura 2.3 – Exemplo de configuração de molde de simples efeito utilizado para a confecção de compósitos aplicados como material de fricção.**

Nesta etapa, são necessários repetidos alívios de pressão para eliminar voláteis resultantes de reações químicas que ocorrem durante o processo a fim de evitar defeitos no produto fabricado. O número de aberturas ao longo do processo de compactação também é um parâmetro definido para cada material produzido.

### 2.3.3 – Normalização

A etapa de normalização tem por finalidade estabilizar termicamente o material de fricção. Para isso, os materiais são colocados em estufas que atingem temperaturas superiores às de compactação. A normalização tem duração usual de 8 a 15 horas, com temperaturas que variam entre 100°C e 250°C. [Nicholson,1995, Wong, 2007].

## **2.4 – Materiais Compósitos**

A maioria das tecnologias modernas exige materiais com uma combinação de propriedades que não pode ser encontrada pelas ligas metálicas, cerâmicas e materiais poliméricos convencionais. Visando encontrar soluções para este tipo de problema, o estudo da combinação de propriedades de interesse de um determinado projeto é amplamente estudado via o desenvolvimento de materiais compósitos.

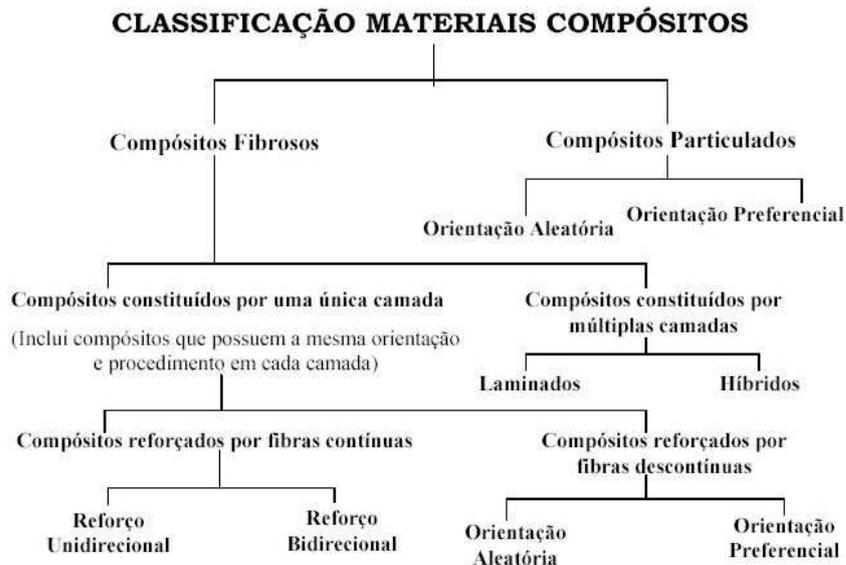
Existem diversas definições para o termo “compósito” e os critérios que devem ser atendidos para que um material seja considerado compósito ainda é discutida no meio acadêmico. Entretanto quase todas citam como principais características o fato de ser um material que consiste de uma ou mais fases descontínuas embebidas em uma fase contínua, as quais são combinadas em escala macroscópica para dar origem a um material útil que possua uma combinação de propriedades diferente da apresentada por seus constituintes individualmente [Al-Qureshi, 1988; Callister, 2000].

As propriedades dos materiais compósitos são uma função das propriedades dos materiais que o constituem, das quantidades relativas de cada constituinte e da geometria da fase dispersa. Por “geometria da fase dispersa” entende-se sua forma, seu tamanho, sua distribuição e orientação.

A larga utilização de materiais compósitos na indústria se deve, além da versatilidade na obtenção de combinações não usuais de propriedades, ao crescente desenvolvimento de insumos e processos produtivos mais baratos, viabilizando a utilização comercial destes materiais [Silvestri filho, 2001].

### **2.4.1 – Classificação de Materiais Compósitos**

Como a geometria do reforço influencia de maneira muito significativa nas propriedades do compósito, uma classificação deste tipo de material pode ser feita, levando-se em consideração esta característica básica. A Figura 2.4 mostra um exemplo de como os materiais compósitos podem ser classificados de acordo com esta característica.



**Figura 2.4 - Classificação de materiais compósitos [Al-Qureshi, 1988].**

Neste esquema, verifica-se que os este tipo de material pode ser classificado em duas divisões principais: “Fibrosos” e “Particulados”.

### **2.4.1.1 – Compósitos Fibrosos**

São chamados assim por serem produzidos com fibras longas (com razão de aspecto acima de 10), geralmente contínuas e na forma de mantas ou tecidos alinhados com a direção de trabalho do componente. A razão de se utilizar fibras longas está relacionada à sua função de suportar o carregamento em sua direção de alinhamento com o esforço. Para esta função são utilizadas fibras de materiais mais rígidos do que a matriz, geralmente cerâmicas e metais para o caso de matriz polimérica.

A utilização de fibras na construção de materiais compósitos se ocorre devido a estas possuírem melhores propriedades, como resistência mecânica e rigidez, quando comparadas ao mesmo material na forma volumétrica. Isto acontece porque os defeitos internos, normalmente presentes em componentes de grande volume, quase desaparecem nas fibras. [Al-Qureshi, 1988; Callister, 2000].

Apesar do grande foco no desenvolvimento de materiais compósitos serem feitos em materiais com fibras contínuas, os materiais de fricção são desenvolvidos através de

compósitos de fibras descontínuas, comumente chamadas de “fibras picadas”. Conceitos provenientes da Micromecânica dos materiais compósitos mostram que as fibras picadas oferecem um potencial de incremento de propriedades mecânicas inferiores quando comparado com as fibras contínuas. Isto ocorre porque no caso em que são utilizadas fibras picadas, a carga aplicada ao componente é transferida para as fibras, por deformação da matriz, através da interface matriz/fibra. Este processo é menos efetivo para o reforço do material do que no caso de fibras contínuas onde o esforço aplicado no componente é transferido diretamente para a fibra. Em compósitos de fibras picadas, a resistência do material compósito é função direta do comprimento das fibras [Al-Qureshi, 1988; Casaril, 2007; Calister, 2000].

Apesar de apresentarem menor resistência mecânica do que materiais produzidos a partir de fibras contínuas, os compósitos de fibras picadas apresentam uma vantagem de processamento quando comparados com materiais laminados. Isto se deve ao fato de que os materiais laminados necessitam de equipamentos mais caros para sua confecção e maiores cuidados em seu processo produtivo [Calister, 2000]. Como materiais de fricção não são empregados como compósitos estruturais, sua resistência mecânica não é o único fator relevante em seu desenvolvimento. Assim, a relação custo-benefício de produtos gerados a partir de compósitos de fibras curtas é mais adequada.

#### **2.4.1.2 – Compósitos Particulados**

São chamados assim por serem produzidos pela adição de partículas, classificadas como não fibrosas, à matriz. A vantagem de se utilizar partículas em materiais compósitos está relacionada ao ganho em características como a resistência ao desgaste, o aumento da dureza e a melhora em propriedades térmicas e elétricas dos materiais, entre outras. As partículas introduzidas em um material compósito deste tipo são, geralmente, de origem metálica ou cerâmica.

Por ter em sua composição materiais particulados de baixa razão de aspecto, este tipo de compósito não permite a fabricação de um componente com estrutura orientada na direção de maior solicitação como no caso dos compósitos fibrosos. A orientação encontrada em materiais deste tipo usualmente é fruto do processo produtivo ao qual a mistura de componentes é submetida [Al-Qureshi, 1988; Callister, 2000].

#### 2.4.2 - Lei das Misturas

Às propriedades mecânicas dos materiais compósitos, pode ser aplicado o Princípio da Aditividade, o qual estabelece que, ao se adicionar à matriz uma ou mais fases dispersas a fim de formar um material compósito, as propriedades do novo material formado serão intermediárias entre as propriedades dos componentes constituintes. A partir desse princípio, e com enfoque nos materiais compósitos com matriz polimérica reforçada com fibras contínuas, a Lei das Misturas foi desenvolvida para prever propriedades físicas dos materiais compósitos. Esta está representada na Equação 2.1.

$$P_c = P_f v_f + P_m v_m \quad \text{Equação 2.1}$$

Onde  $P_c$  representa a propriedade mecânica em questão do compósito, na direção longitudinal, da mesma forma que  $P_f$  representa a propriedade mecânica em questão da fibra e  $P_m$  é a propriedade mecânica em questão da matriz,  $v_f$  e  $v_m$  são as frações volumétricas, da fibra e da matriz, respectivamente [Callister, 2000].

Uma representação adequada da Lei das Misturas, e útil para o desenvolvimento deste trabalho, é apresentada na Equação 2.2, a qual descreve a densidade teórica do material compósito com base nas densidades de seus constituintes e suas frações volumétricas [Al-Qureshi, 1988].

$$\rho_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad \text{Equação 2.2}$$

#### 2.5 – Variação de Propriedades do Compósito Como Função do Processamento

Existem diversos estudos relacionando o processo de produção de um componente com a sua variação pontual de propriedades em um determinado sentido. Este tipo de comportamento está atrelado de forma geral ao tipo de compósito produzido e seu processo de

fabricação [Rossi, 2007, Kim, 2003, Abdalla, 2007]. A Figura 2.5 mostra um exemplo desta variação de propriedades onde o processo de obtenção do material se deu por moldagem assistido por força centrípeta [Funabashi, 1997; Ogawa, 2006]. Como pode ser observado no caso apresentado, a velocidade na qual o material é processado é diretamente proporcional à força centrípeta a qual este é sujeito, sendo que suas propriedades finais se tornam altamente dependentes dos parâmetros do seu processamento.

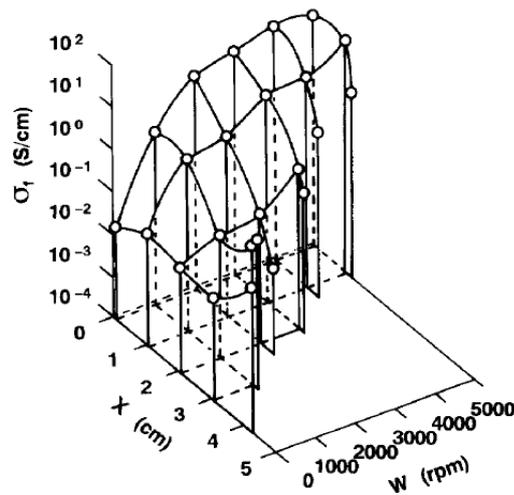


Figura 2.5 – Relação tridimensional entre condutividade elétrica  $\sigma_f$  (S/cm), distância da base para o centro da amostra  $X$  (cm) e a frequência máxima de rotação  $W$  (rpm) [Funabashi, 1997].

A Figura 2.6 mostra um exemplo da relação entre a variação da fração volumétrica de um dos materiais que constituem o compósito com o comportamento da propriedade representada na figura 2.5.

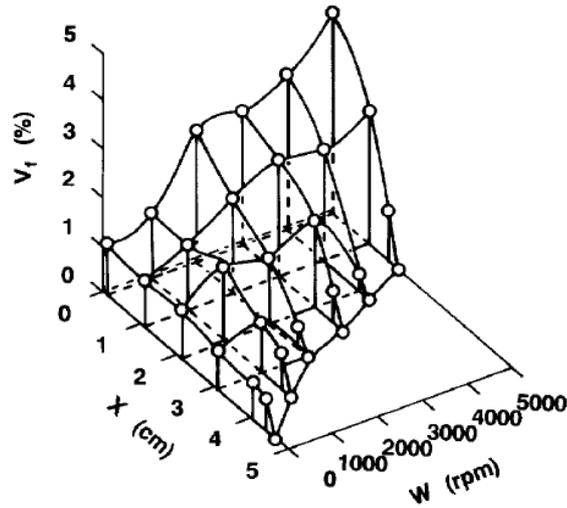


Figura 2.6 – Relação tridimensional entre fração volumétrica de fibra  $v_f$  (%), distância da base para o centro da amostra  $X$  (cm) e a frequência máxima de rotação  $W$  (rpm) [Funabashi, 1997].

Comparando-se os resultados apresentados em ambas as Figuras (2.5 e 2.6) verifica-se que, como regra geral, as variações da propriedade de interesse do estudo estão diretamente relacionadas à distribuição da fração volumétrica de fibras [Oudjehane, 1998]. A Figura 2.7 mostra este mesmo fenômeno em uma peça produzida via compactação uniaxial a quente. Entretanto a propriedade em estudo é a variação de densidade dentro da peça produzida.

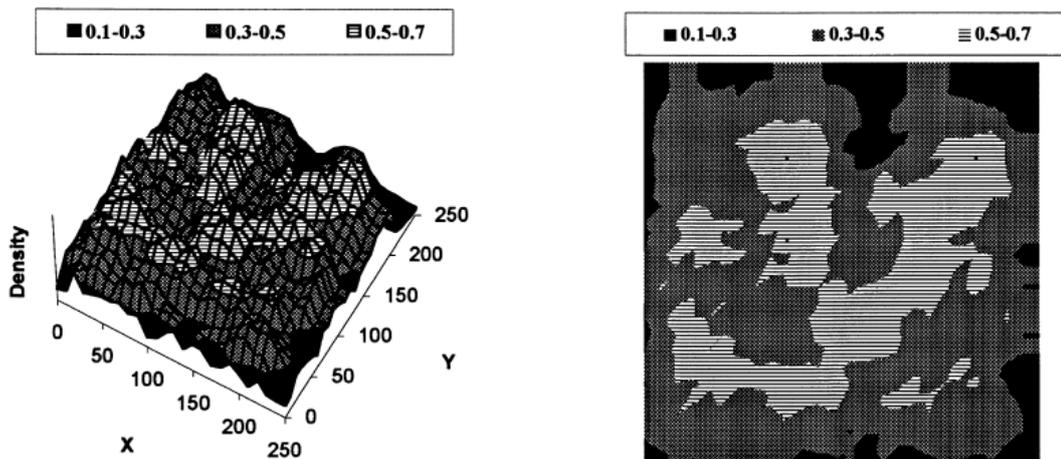


Figura 2.7 – Perfil de densidade de um painel de material compósito [Oudjehane, 1998].

Assim, vê-se que diversos tipos de processos estão sujeitos a este tipo de variações em menor ou maior grau. Processos mais complexos como os de injeção, de infiltração de resina e de laminação também mostram este fenômeno [Casaril, 2007; Daoud, 2007; Alonso, 2006].

A correlação direta entre propriedades mecânicas do material de fricção e a variação pontual de sua composição pode ser explicitada através de estudos que tratam do modelamento de compósitos [Casaril, 2007]. Isto é particularmente possível quando estes modelos estão baseados na Lei das Misturas, a qual é largamente aplicada para a predição de propriedades de compósitos.

Supondo que a variação de densidade do material está relacionada à distribuição de vazios ou dos diferentes materiais presentes na formulação do compósito, a propriedade mecânica da porção da peça que apresenta, por exemplo, uma maior concentração de vazios (gerando menor densidade local), apresenta propriedades mais pobres que sua região vizinha podendo acarretar em falha prematura deste tipo de material [Dai, 1997].

Outro ponto a ser levado em consideração é que durante o processo de compactação ocorrem transferências de força entre as partículas do pó compactado através de seus pontos de contato. O mesmo tipo de interação ocorre entre as partículas do pó e as paredes do molde no qual este está confinado. Destas interações resultam forças contrárias à de compactação que geram perdas de pressão localizadas ao longo da espessura da peça resultando em variações de densidade do componente [Al-Qureshi, 2007; Chen, 2007, Bier, 2007].

### **2.5.1 – Variações de Densidade Provocadas por Compactação Uniaxial**

Este tipo de processo é largamente utilizado para a produção de materiais de fricção devido a sua viabilidade econômica, porém este apresenta muitas limitações. Uma delas está relacionada à sua versatilidade quando se faz necessário fabricar peças de geometrias complexas, outra está relacionada à formação de gradientes de densidade no produto fabricado. (ASM, 1984).

Existem estudos aplicados a cerâmicas e metais sobre a compactação de pós com o objetivo de determinar a distribuição de densidade do compactado fabricado pelo processo de pressão uniaxial utilizando-se a variação de parâmetros experimentais como ferramenta. Os resultados destes estudos mostram, de maneira geral, que regiões de baixa densidade se concentram na base da peça na parte externa do raio da peça, sendo que, regiões de alta densidade acontecem no topo da peça também na parte externa de seu raio. No eixo da peça, ocorrem regiões de alta densidade no topo e baixa densidade na base. Esta distribuição, para a

Alumina compactada uniaxialmente, está representada na Figura 2.8 (Briscoe, 1998; Al-Qureshi, 2007; Khoei, 2008).

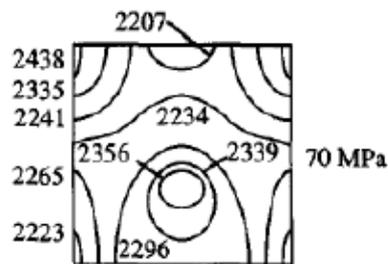


Figura 2.8 – Exemplo de distribuição de densidade no interior de uma peça compactada uniaxialmente [Briscoe, 1998].

Apesar de a maioria dos estudos apresentarem esta distribuição de densidade ao longo do eixo da peça para processos de compactação, estudos recentes mostram que outras distribuições de densidade podem ocorrer através deste tipo de processamento.

A Figura 2.9 mostra uma análise por elementos finitos de uma peça obtida a partir de pós metálicos para aplicação na indústria automobilística, compactada em molde rígido de simples efeito. No caso representado nesta figura, a peça apresentou um gradiente de densidade com o seu centro mais denso do que as suas extremidades.

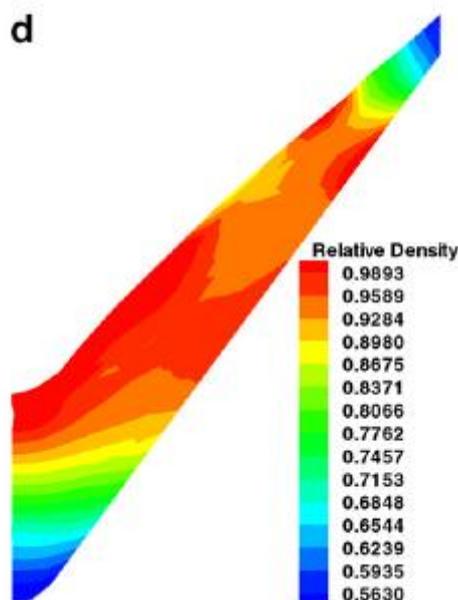


Figura 2.9 - Distribuição não usual de densidade em uma peça compactada uniaxialmente. [Khoei, 2008]

As variações de densidade em uma peça compactada em moldes rígidos ocorrem devido a perdas de carga geradas durante o processo de compactação [Al-Qureshi,2005; De Lorensis, 2005; Barbosa, 2006]. Este fenômeno é determinado pela diferença entre a pressão aplicada à mistura e a pressão transmitida por toda a cavidade da matriz. A Figura 2.10 representa esta perda de carga em um processo de compactação de efeito simples, evidenciando sua distribuição em diferentes regiões do molde principalmente no raio e na altura do compactado [Briscoe, 1998].

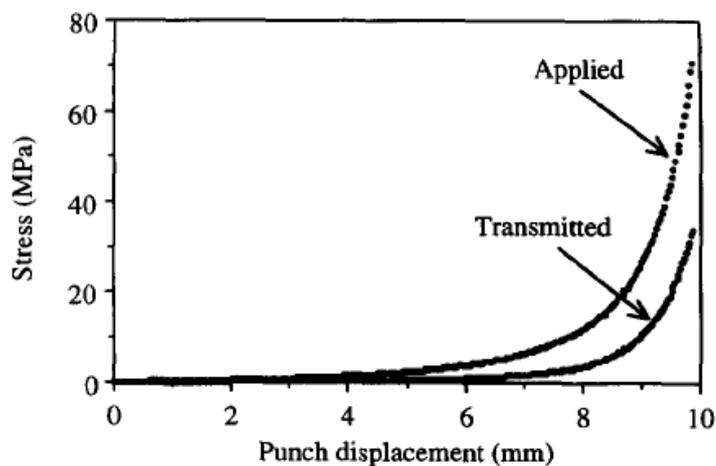


Figura 2.10 – Diferença entre a pressão aplicada no processo de compactação e a pressão transmitida para as paredes do molde [Briscoe, 1998].

Como exemplo desta perda pode-se citar o caso do pó de ferro puro compactado até atingir uma densidade de 80% do seu valor teórico. Este material tem um coeficiente de perda de 0,31, ou seja, se a pressão aplicada for de 200kgf/cm<sup>2</sup>, então a pressão real ao longo do raio é de 62 kgf/cm<sup>2</sup> (Al-Qureshi.,2007; Kim, 2001).

As perdas de pressão geradas em processos de compactação estão relacionadas ao atrito entre as partículas da mistura compactada e pelo atrito entre o pó e a parede do ferramental utilizado. Altos valores de atrito entre o material e as paredes do molde e entre as partículas da mistura resultam em gradientes de pressão significativos durante o seu processamento. (Özkan, 1996, Briscoe, 1998, Al-Qureshi, 2005, Al-Qureshi, 2007).

O atrito gerado no processo de compactação tem origem em diversos aspectos relacionados às características do material compactado e às ferramentas utilizadas para a produção do componente. Alguns dos parâmetros de grande influência nos mecanismos de

compactação envolvidos estão relacionados ao tipo de acabamento utilizado no molde, à morfologia da partícula utilizada e à capacidade de deformação plástica do material compactado [Briscoe,1998; Al-Qureshi, 2007; Khoei, 2008].

Inicialmente os pós dúcteis sofrem um rearranjo de suas partículas reduzido os espaços vazios presente entre elas aumentando seus pontos de contato. Logo após ocorre deformação plástica das partículas facilitando o processo de compactação. Durante todo este processo ocorre um aumento do atrito entre as partículas, o qual é função da soldagem a frio e do entrelaçamento das rugosidades presentes. (Al-Qureshi, 2007).

Ao contrário dos pós dúcteis, os pós frágeis não sofrem deformação durante a sua compactação, impossibilitando a redução de espaços vazios entre suas partículas. Assim, a compactação de materiais com esta característica se dá pelo rearranjo das partículas aumentando seus pontos de contato, sua quebra e seu rearranjo final. Por este motivo, os atritos gerados na compactação de partículas frágeis são maiores quando comparados com partículas dúcteis. (Al-Qureshi, 2007; Brook, 1996).

Estudos publicados mostram a influência da natureza dos pós e de seu percentual adicionado à mistura no seu comportamento de densificação quando compactado em molde rígido. Como pode ser evidenciado na Figura 2.11, Kim, 2001 mostrou que, no processamento de um compósito metálico onde se utilizou Cobre como matriz (ou pó dúctil), o aumento da fração volumétrica de Cobre na mistura de pós compactada facilitou a densificação do componente.

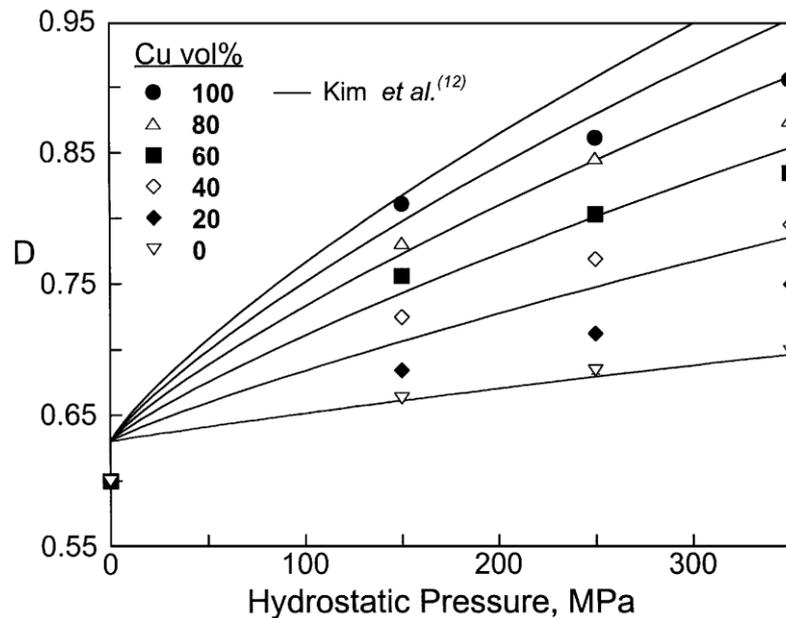


Figura 2.11 – Gráfico mostrando a curva de Densificação (D) em relação à pressão hidrostática aplicada à mistura de pós. [Kim, 2001].

Como materiais de fricção são compósitos nos quais estão presentes tanto pós dúcteis como frágeis, espera-se que os processos de compactação citados acima se tornem concorrentes, sendo o comportamento determinado pelo tipo de pó adicionado à mistura e pela diferença na fração volumétrica de pós dúcteis e frágeis.

## 2.6 – Modelamento Matemático do Processo de Compactação

Existem ferramentas que são utilizadas atualmente para prever o comportamento de materiais durante o seu processamento ou utilização. Dentre elas, os modelos matemáticos são largamente utilizados por se mostrarem efetivos quando utilizados adequadamente. Estes modelos podem se utilizar de ferramentas essencialmente numéricas ou podem ser construídos a partir de relações matemáticas já existentes os quais são chamados de modelos numéricos e constitutivos respectivamente.

### 2.6.1 – Modelos Numéricos

Trabalhos foram desenvolvidos visando simular a compactação de pós utilizando Métodos de Elementos Finitos (FEM) e baseando-se em comportamentos elasto-plásticos de

alta deformação. Nestes modelos, o pó é considerado um material contínuo que apresenta deformação plástica quando é aplicada a ele uma pressão externa. [Al-Qureshi, 2007]

A maior parte dos componentes a ser produzidos por metalurgia do pó é governada pelo projeto do molde e parâmetros de manufatura da peça. Estes fatores geram um alto tempo de desenvolvimento resultando em altos custos de prototipagem, principalmente quando são empregados moldes complexos com punções em diversos níveis e transferência de produto. Assim, as análises realizadas através de Métodos de Elementos Finitos para a compactação de pós e sinterização se torna um método muito utilizado e conhecido para prever a distribuição de densidade a verde de componentes, assim como suas distorções durante a sinterização e outros fatores relevantes. Existem programas comerciais de FEM utilizados por diversas indústrias para a realização de cálculo. Entretanto, estes programas manipulam e adequam as variáveis de processo para ajustar a solução proposta para um determinado componente, o que gera algumas desvantagens, como a geração de malhas, condições de contorno e custos operacionais elevados que se tornam proibitivos para o a utilização desta ferramenta em empresas menores devido ao seu alto custo de implementação. Desta maneira, modelos baseados em mecânica dos sólidos podem ser uma alternativa de razoável desempenho, de fácil entendimento e manipulação das variáveis de processos com o objetivo de se ajustar a solução para um determinado componente [Al-Qureshi, 2007].

### **2.6.2 – Modelos Constitutivos**

O desenvolvimento de equações de compactação empíricas e teóricas para descrever a relação entre a pressão aplicada e a densidade a verde de componentes na metalurgia do pó foram publicados a fim de testar este tipo de modelo. Entretanto, estes geralmente dependem de totalmente ou parcialmente de fatores experimentais [Al-Qureshi, 2007].

Neste cenário, alguns modelos foram desenvolvidos baseados nas equações de plasticidade modificadas, as quais não dependem de constantes empíricas que precisam ser determinadas na compactação dos pós. Estas podem ser de difícil determinação e modelos matemáticos podem ser utilizados para sua avaliação.

O modelo desenvolvido por Al-Qureshi para a simulação do processo de injeção de pós metálicos foi escolhido para o desenvolvimento deste trabalho, pois para simplificar a análise do problema relacionado à compactação de produtos injetados, Al-Qureshi, 2005

considerou o processo de injeção como uma compactação uniaxial de duplo efeito. A Figura 2.12 mostra um esquema do processo analisado para a construção do modelo proposto.

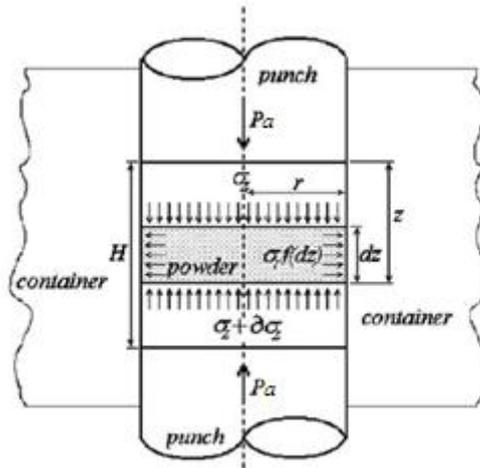


Figura 2.12 – Simplificação proposta para o estudo da injeção de pós metálicos [Al-Qureshi, 2005].

Com a solução do esquema apresentado acima, chegou-se a um modelo que relaciona a densidade a verde pontual da peça injetada como função de parâmetros de processo e da mistura [Al-Qureshi, 2005]:

$$\rho_g = \rho_p + (\rho_t - \rho_p) \times \left\{ 1 - \text{EXP} \left[ - \left( 1 + \frac{Pa}{\sigma} \right) \times e^{\mu(H-2Z)/r} + 1 \right] \right\} \quad \text{Equação 2.3}$$

Onde:  $\rho_g$  - Densidade à verde da peça a uma altura “z”;

$\rho_p$  - Densidade aparente da mistura;

$\rho_t$  - Densidade teórica do material;

$P_a$  - Pressão aplicada ao material;

–

$\sigma$  - Tensão efetiva exercida ao material;

$\mu$  - Coeficiente de atrito entre a mistura e a parede do molde;

$H$  - Altura final da peça;

$Z$  - Porção da altura “H”;

$r$  - Raio da cavidade interna do molde.

A tensão efetiva do material foi definida como sendo a resistência à compactação do material em estudo corrigida pelo atrito interno do material que ocorre entre as suas partículas.

$$\bar{\sigma} = \sigma \left( \frac{1 + \mu_i}{1 - \mu_i} \right) \quad \text{Equação 2.4}$$

Onde:  $\sigma$  - Tensão de escoamento do material.

$\mu_i$  - Atrito entre as partículas do material

O modelo apresentado foi validado através da comparação de seus resultados com resultados experimentais da injeção de pó de Cobre. Um exemplo desta relação é mostrado na Figura 2.13 onde se pode verificar a excelente concordância entre os resultados gerados através do modelo proposto e os resultados experimentais encontrados em literatura.

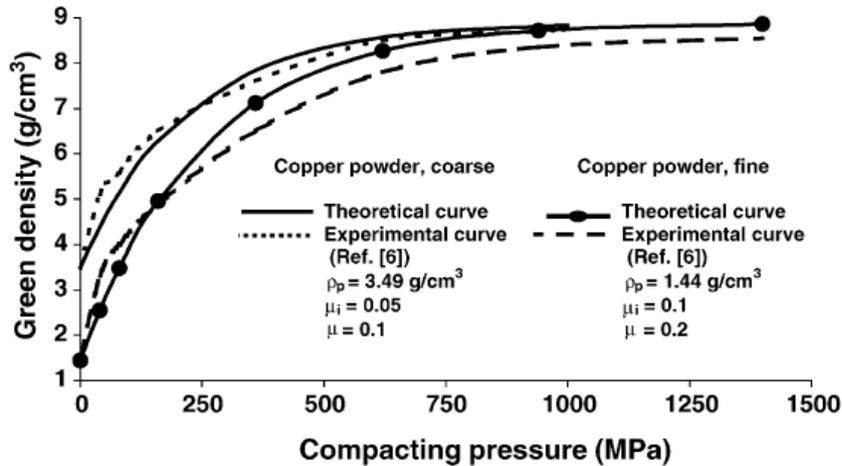


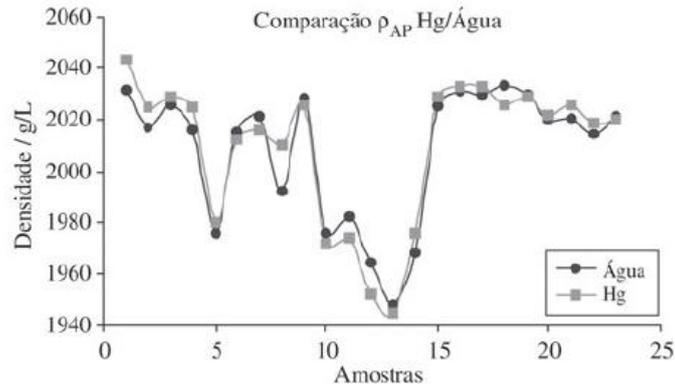
Figura 2.13 - Comparativo entre resultados teóricos e experimentais para materiais produzidos com dois diferentes tamanhos de partículas de Pó de Cobre [Al-Qureshi, 2005].

Estes resultados mostram que se obtêm resultados satisfatórios realizando-se uma análise deste tipo. Assim, pode-se propor um modelo semelhante para processos mais simples do que este, como o de compactação uniaxial em um único sentido.

Como materiais de fricção são produzidos por este tipo de compactação a quente, os carregamentos à que estas misturas estão sujeitas são muito parecidos com o caso da injeção de pós metálicos apresentado anteriormente, podendo-se traçar um paralelo entre o que acontece neste processo e esperar que as variações de densidade sejam similares em ambos os casos.

## 2.7 - Método de Medição de Densidade de Materiais Porosos

O método de Arquimedes, como apresentado em normas internacionais para medição de densidade, pode apresentar erros de medição muito altos quando utilizado para medir materiais porosos. Uma das formas de medir a densidade aparente de corpos porosos utiliza mercúrio como líquido, porém devido à toxicidade desse produto, o método se encontra em desuso. Uma maneira de substituir o uso do mercúrio se dá através da impermeabilização do material poroso com o uso de parafina, evitando a absorção de água durante a medição. Um comparativo dos resultados obtidos pelos dois métodos de medição pode ser visto na Figura 2.14, onde a cerâmica, no seu estado à verde, foi o material poroso trabalhado (Bó; 2002).



**Figura 2.14 – Comparativo de resultados entre a medição de densidade com mercúrio e com impermeabilização da amostra por parafina [Bó, 2002]**

A parafina usada como impermeabilizante do corpo deve ser incluída nos cálculos de densidade aparente. Como descrito na Equação 2.5.

$$\rho_{ap} = \frac{M_o \rho_{\text{água}} \rho_p}{(M_p - M_a) \rho_p - (M_p - M_o) \rho_{\text{água}}} \quad \text{Equação 2.5}$$

Onde  $\rho_{ap}$  é a densidade aparente da peça,  $M_o$  a massa do corpo antes da impermeabilização com parafina,  $M_p$  representa a massa do corpo impermeabilizado com parafina,  $M_a$  representa a massa do corpo impermeabilizado com parafina submerso em água destilada,  $\rho_p$  a densidade da parafina utilizada que é 0,87 g/cm<sup>3</sup>. e  $\rho_{\text{água}}$  é a densidade da água, considerada igual a 1,00g/cm<sup>3</sup>.

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 – Materiais Utilizados no Estudo

Para o teste do modelo encontrado em literatura, buscou-se composições com características de formulação similares à de materiais de fricção comerciais a fim de que fossem representativos dos utilizados no campo [Nicholson, 1995, Blau, 2001].

As matérias-primas utilizadas foram resina fenólica em pó, pó de caju, fibras de aço, óxido de alumínio, grafite natural, pó de borracha reciclado e carbonato de cálcio. A Tabela 3.1 mostra a formulação destes materiais com a participação de seus constituintes descrita em fração de volume.

Buscou-se definir a composição dos materiais utilizados no estudo de maneira que suas diferenças fossem significativas quando analisadas do ponto de vista do modelo encontrado em literatura. Assim, as amostras que apresentassem maior diferença no atrito entre suas partículas e entre a mistura e a parede do molde.

**Tabela 3.1 - Materiais utilizados no estudo. Valores em percentuais volumétricos.**

| Matéria-prima     | Densidade (g/cm <sup>3</sup> )* | Material A | Material B |
|-------------------|---------------------------------|------------|------------|
| Resina Fenólica   | 1,25                            | 7,00       | 7,00       |
| Pó de Cajú        | 1,06                            | -          | 9,00       |
| Fibras de Aço     | 7,80                            | 11,00      | 7,50       |
| Óxido de Alumínio | 3,90                            | 8,00       | 3,50       |
| Grafite           | 1,80                            | 33,00      | 30,50      |
| Pó de Borracha    | 1,15                            | 11,00      | 4,50       |
| Mineralita        | 2,74                            | 30,00      | 38,00      |

*\*A densidade das matérias-primas utilizadas foi determinada segundo a norma NBR11513.*

Através desta tabela, pode-se verificar que o Material A apresenta uma razão lubrificante/atritante (grafite/óxido de Alumínio) de 4:1 e de 9:1 para o Material B. Assim, pode-se esperar que o Material B apresente um menor valor de atrito entre suas partículas e entre a sua mistura e as paredes do molde, gerando uma amostra com distribuição de densidade mais uniforme quando comparado com o Material A.

### 3.2 – Processo de Obtenção de Amostras

O processo de fabricação utilizado para a produção dos materiais compósitos foi realizado de maneira semelhante ao processo empregado na produção de pastilhas de para veículos leves. Consiste de três etapas básicas: homogeneização, compactação a quente e tratamento térmico de pós-cura.

#### 3.2.2 – Homogeneização

A homogeneização da mistura de matérias-primas foi feita em um moinho de pás, representado na Figura 3.1. O moinho possui uma pá de homogeneização e um rotor “intensificador”. A pá de homogeneização é fixa, o contêiner gira com frequência de 72 rpm e o intensificador com frequência de 1375 rpm.

O processo de homogeneização é feito colocando-se primeiramente as fibras e a grafite os quais são misturados por 3 minutos com o contêiner em movimento e os intensificadores ligados. Posteriormente, o restante das matérias-primas é adicionado e o processo segue por mais 4 minutos com o contêiner em movimento e os intensificadores ligados.



**Figura 3.1 – Exemplo de um moinho de pás.**

A utilização do intensificador no processo de mistura é de extrema importância neste processo, pois este atua no sentido de promover maior desagregação das fibras presentes no material.

### 3.2.3 – Prensagem

A compactação a quente do material foi realizada em um molde rígido, cilíndrico de efeito simples de 4,5cm de diâmetro. A temperatura utilizada para a consolidação dos materiais foi de 145°C e a pressão de compactação utilizada foi de 30MPa. O tempo utilizado foi de 5 minutos com 4 aberturas da cavidade de 5 segundos cada a fim de liberar os gases provenientes da cura da resina fenólica. O processo completo está representado na Figura 3.2.

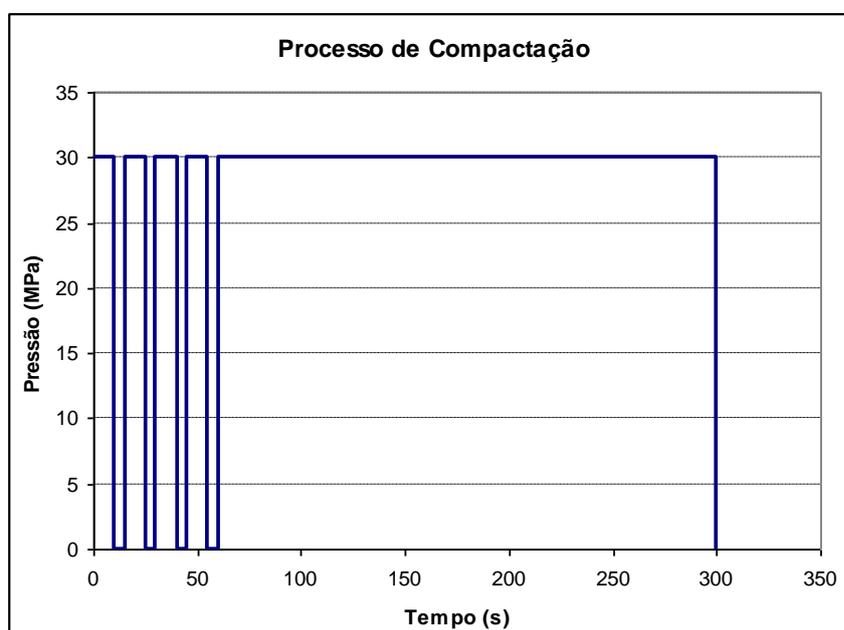


Figura 3.2 – Processo de compactação utilizado na confecção de amostras.

Para cada peça utilizou-se 300g de material a fim de se obter uma espessura final de aproximadamente 1,6cm.

### 3.3 – Dados de Entrada para a Utilização do Modelo

Com o objetivo de se estabelecer uma relação entre os dados experimentais de densidade medidos nas amostras e os valores de densidade previstos pelo modelo, algumas outras características dos materiais de fricção, ou de suas misturas, foram mensuradas para

servirem como dados de entrada do modelo encontrado em literatura. Estas características e suas respectivas normas utilizadas estão representadas na Tabela 3.2.

**Tabela 3.2 – Normas utilizadas para a medição de propriedades.**

| <b>Propriedade Medida</b>     | <b>Norma Utilizada</b> |
|-------------------------------|------------------------|
| Resistência à Compressão      | NBR11569               |
| Densidade aparente da Mistura | ASTM D1895B            |

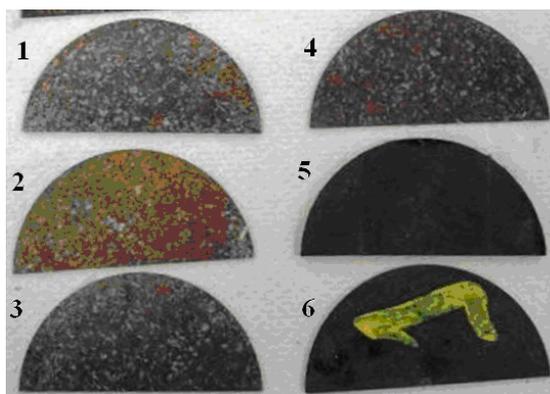
A densidade teórica dos materiais utilizados precisou ser determinada pela Lei da Misturas (Equação 2.2) em conjunto com os valores de fração volumétrica e a densidade de cada matéria-prima dos materiais apresentados na Tabela 3.1.

O coeficiente de atrito entre as partículas do pó compactado e entre a mistura e a parede do molde não puderam ser mensurados. Assim, utilizou-se de valores encontrados na literatura para as simulações realizados com o modelo matemático.

Valores típicos para o atrito entre partículas da mistura para a compactação de pós utilizados na metalurgia do pó variam entre 0,01 a 0,09. Para o atrito entre as paredes do molde e as partículas da mistura este valor varia de 0,20 a 1,00 [Al-Qureshi, 2005, Al-Qureshi, 2007, Rossi, 2006, Briscoe, 1998, 1995, Khoei, 2008].

### **3.3.1 – Preparação das Amostras Para a Medição de Densidade**

Para a determinação da variação de densidade no sentido de compactação da peça, três corpos de prova de cada material foram seccionados em 6 fatias de cerca de 2 mm de espessura (Figura 3.3). Utilizou-se apenas metade da peça para facilitar a medição de densidade. Posteriormente, a densidade aparente de cada fatia foi mensurada a fim de se traçar um comparativo entre seus perfis de densidade e os valores previstos pelo modelo.



**Figura 3.3 – Fatias do corpo de prova seccionadas ao longo de sua espessura.**

Para que a presença de poros não afetasse os resultados medidos, as amostras foram impermeabilizadas com um banho de parafina fundida, a cerca de 100°C e sua densidade foi calculada conforme a Equação 2.5.

### **3.4 – Método de Medição de Densidade**

Uma vez que o método a ser utilizado para a medição de densidade das amostras porosas impermeabilizadas com parafina foi encontrado em literatura, seu erro não é conhecido como no caso em que o método utilizado é descrito em norma. Assim, neste trabalho, foram realizados estudos para a determinação do erro associado a estas medições para que a interpretação dos resultados não fosse prejudicada. Estes estudos geraram um relatório interno da Empresa Fras-le e um trabalho de conclusão de curso em Engenharia de Materiais na UCS.

Apesar de apresentar resultados satisfatórios, os erros associados às medições de densidade permaneceram desconhecidos. Assim, realizou-se um estudo de repetibilidade e reprodutibilidade do método proposto a fim de se identificar seu comportamento com dois materiais considerados homogêneos e de densidades conhecidas, a saber, Resina Fenólica e Aço (1,25g/cm<sup>3</sup> e 7,80g/cm<sup>3</sup> respectivamente). Estes resultados mostraram que, para a faixa de densidades testadas, o método apresenta um erro de  $\pm 0,2\%$  em relação ao valor medido podendo este ser utilizado como barra de erro do método [Martins, 2007].

No trabalho de conclusão de curso, Gonçalves verificou que Medições iniciais da densidade pelo método proposto por Bó, 2002 mostraram que este apresentou resultados satisfatórios quando comparados com valores parecidos com os apresentados pelo método de

imersão em Mercúrio. Este estudo foi realizado na Fras-le utilizando-se materiais compósitos aplicados como materiais de Fricção [Gonçalves, 2009].

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 – Determinação de Valores Utilizados no Modelo

Como descrito anteriormente, os valores de resistência à compressão dos materiais bem como a densidade aparente de suas misturas foram medidos e as médias de seus resultados estão apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valores medidos nos materiais A e B.

| Material | Tensão (MPa) | Densidade Aparente da mistura(g/cm <sup>3</sup> ) |
|----------|--------------|---|
| A        | 8,81         | 0,769   |
| B        | 9,96         | 0,741   |

Os valores de densidade teórica para cada material foram calculados conforme apresentado na Tabela 4.2

Tabela 4.2 – Cálculo da Densidade Teórica dos Materiais A e B pela Lei das Misturas.

| Matéria-Prima  | $\rho$ Matéria-Prima (g/cm <sup>3</sup> ) | Material A  | Material B  |
|--|---|-------------|-------------|
|  |   | v (%)       | v (%)       |
| Fibra de Aço   | 7,80                                      | 6,50        | 12,00       |
| Resina   | 2,15                                      | 7,50        | 7,00        |
| Pó de Cajú   | 1,06                                      | -           | 9,00        |
| Alumina  | 3,90                                      | 5,00        | 3,00        |
| Grafite  | 1,80                                      | 31,00       | 28,00       |
| Pó de borracha   | 1,15                                      | 11,00       | 5,00        |
| Mineralita   | 2,74                                      | 39,00       | 36,00       |
| <b>Densidade teórica do material - <math>\Sigma\rho_i v_i</math></b> |   | <b>2,62</b> | <b>2,85</b> |

### 4.2 - Resultado das Medições de Densidade

A medição da distribuição de densidade ao longo da espessura da peça do Material A está apresentada na Tabela 4.3. Da mesma forma, esta mesma medição para o Material B está apresentada na Tabela 4.4.

**Tabela 4.3 – Tabela de resultados de medições de densidade o Material A peças A1, A2 e A3.**

| Peça       | Localização na espessura da peça | Massa sem parafina (g) | Massa com parafina (g) | Massa com parafina sob a água (g) | Densidade Aparente (g/cm <sup>3</sup> ) |
|------------|----------------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------------------|---|
| Amostra A1 | Topo                             | 7,6859                 | 8,0972                 | 4,61                              | 2,54                                    |
|            | 2                                | 7,5019                 | 7,9249                 | 4,44                              | 2,50                                    |
|            | 3                                | 7,3885                 | 7,8111                 | 4,35                              | 2,48                                    |
|            | 4                                | 5,9865                 | 6,3551                 | 3,53                              | 2,49                                    |
|            | 5                                | 6,8052                 | 7,2287                 | 4,06                              | 2,53                                    |
|            | Base                             | 7,5321                 | 7,9952                 | 4,51                              | 2,54                                    |
| Amostra A2 | Topo                             | 6,7512                 | 7,1505                 | 4,05                              | 2,55                                    |
|            | 2                                | 6,2131                 | 6,5212                 | 3,68                              | 2,49                                    |
|            | 3                                | 6,6825                 | 6,9817                 | 3,95                              | 2,48                                    |
|            | 4                                | 5,3251                 | 5,5887                 | 3,14                              | 2,48                                    |
|            | 5                                | 7,1402                 | 7,5074                 | 4,25                              | 2,52                                    |
|            | Base                             | 9,6854                 | 10,0865                | 5,84                              | 2,55                                    |
| Amostra A3 | Topo                             | 6,3005                 | 6,7163                 | 3,76                              | 2,54                                    |
|            | 2                                | 8,6329                 | 9,1392                 | 5,10                              | 2,49                                    |
|            | 3                                | 6,7984                 | 7,2802                 | 3,99                              | 2,48                                    |
|            | 4                                | 6,5469                 | 7,0163                 | 3,85                              | 2,49                                    |
|            | 5                                | 6,132                  | 6,5658                 | 3,64                              | 2,52                                    |
|            | Base                             | 7,4532                 | 8,0056                 | 4,45                              | 2,55                                    |

**Tabela 4.4 – Tabela de resultados de medições de densidade da Amostra B peças B1, B2 e B3.**

| Peça       | Localização na espessura da peça | Massa sem parafina (g) | Massa com parafina (g) | Massa com parafina submersa na água (g) | Densidade Aparente (g/cm <sup>3</sup> ) |
|------------|----------------------------------|------------------------|------------------------|---|---|
| Amostra B1 | Topo                             | 12,4126                | 12,6861                | 7,98                                    | 2,82                                    |
|            | 2                                | 7,5907                 | 7,7837                 | 4,88                                    | 2,83                                    |
|            | 3                                | 7,6482                 | 7,8747                 | 4,92                                    | 2,83                                    |
|            | 4                                | 8,1223                 | 8,3215                 | 5,22                                    | 2,82                                    |
|            | 5                                | 6,9135                 | 7,1303                 | 4,42                                    | 2,80                                    |
|            | Base                             | 10,5102                | 10,7652                | 6,75                                    | 2,82                                    |
| Amostra B2 | Topo                             | 9,361                  | 9,6188                 | 6,03                                    | 2,84                                    |
|            | 2                                | 9,8741                 | 10,0702                | 6,36                                    | 2,83                                    |
|            | 3                                | 8,5174                 | 8,6979                 | 5,48                                    | 2,82                                    |
|            | 4                                | 7,2969                 | 7,5066                 | 4,69                                    | 2,83                                    |
|            | 5                                | 7,7025                 | 7,8794                 | 4,95                                    | 2,82                                    |
|            | Base                             | 9,3865                 | 9,6381                 | 6,01                                    | 2,81                                    |
| Amostra B3 | Topo                             | 10,8108                | 11,0296                | 6,98                                    | 2,84                                    |
|            | 2                                | 9,7496                 | 9,9424                 | 6,27                                    | 2,82                                    |
|            | 3                                | 6,8911                 | 7,0938                 | 4,42                                    | 2,82                                    |
|            | 4                                | 8,1453                 | 8,3521                 | 5,21                                    | 2,80                                    |
|            | 5                                | 8,6135                 | 8,8385                 | 5,52                                    | 2,81                                    |
|            | Base                             | 10,2068                | 10,4927                | 6,55                                    | 2,82                                    |

Realizando-se o cálculo das médias de todas as medições de densidade apresentadas nas Tabelas 4.3 e 4.4 para os Materiais A e B respectivamente, verifica-se que o primeiro apresenta uma densidade média de  $2,51\text{g/cm}^3$  e o segundo de  $2,81\text{g/cm}^3$ .

Comparando estes valores médios com os valores de densidade teórica calculados através da Lei das Misturas, apresentados na Tabela 4.2, verifica-se que ambos os materiais apresentam porosidades de 2,7% e 1,4% para os Materiais A e B respectivamente. Este resultado indica que ambos os materiais estão bem compactados e não apresentam diferenças significativas entre si.

Visando facilitar a análise destes resultados, criou-se um gráfico com a média das medições realizadas em cada fatia do corpo de prova, indicando o seu desvio padrão como barras de erro. As Figuras 4.1 e 4.2 apresentam estes resultados.

Comparando as duas figuras, verifica-se que o Material A apresentou uma variação significativa de sua densidade no sentido de sua espessura, já o material B se mostrou mais homogêneo. Esta diferença entre os comportamentos dos materiais pode estar relacionada às diferenças em suas composições químicas discutidas anteriormente (relação Grafite/Óxido de Alumínio).

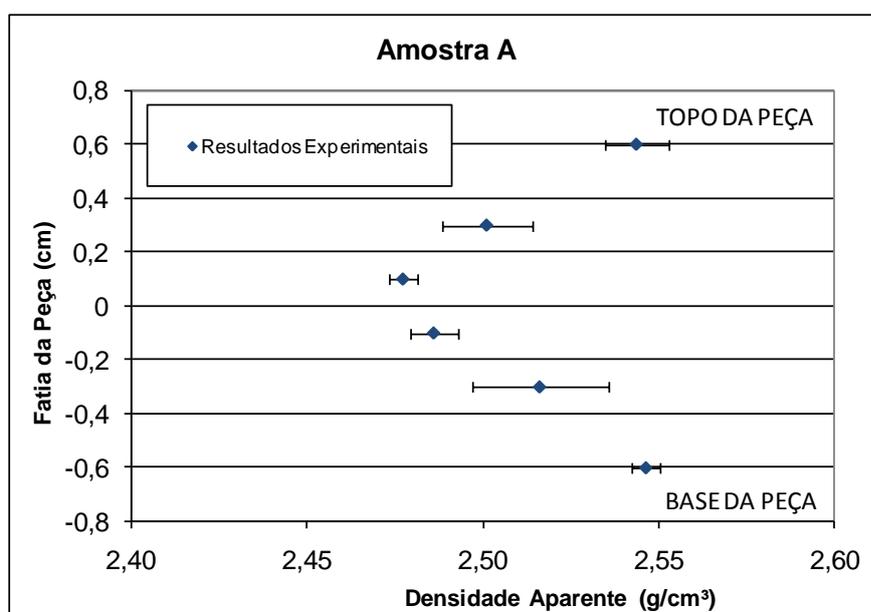


Figura 4.1 – Visualização gráfica da média das medidas de cada fatia da Amostra A. As barras de erro representam o desvio padrão das medidas.

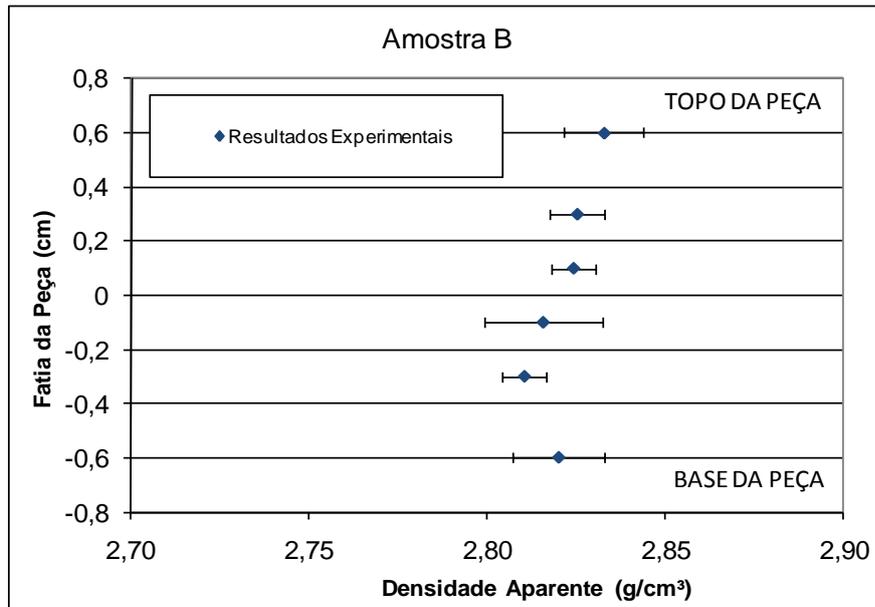


Figura 4.2 - Visualização gráfica da média das medidas de cada fatia da Amostra B. As barras de erro representam o desvio padrão das medidas.

Buscando identificar o tipo de comportamento apresentado pelo Material A, traçou-se uma linha de tendência tentando descrever os pontos apresentados pelo resultado experimental apresentado e calculou-se o seu fator de correlação ( $R^2$ ). Para isso, inverteu-se os eixos apresentado na Figura 4.2. Este estudo está apresentado na Figura 4.3

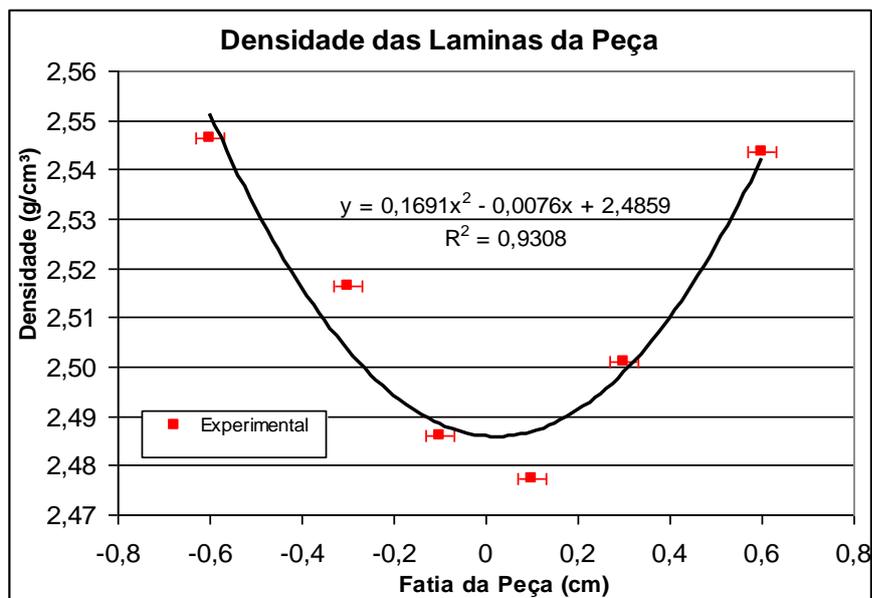


Figura 4.3 – Resultados experimentais descritos de maneira satisfatória ( $r^2 - 0,93$ ) por uma equação quadrática.

Como se pode notar o Material A apresentou um comportamento quadrático com seu ponto de inflexão no centro da peça e um  $R^2$  acima 0,9 o que reforça a eficiência deste tipo de curva em descrever os resultados experimentais. Através destes resultados, buscou-se verificar se existe concordância dos resultados experimentais obtidos com o modelo desenvolvido por Al-Qureshi, 2007.

Utilizando-se de valores de atrito do material com a parede e de atrito interno entre partículas encontrados na literatura, buscou-se ajustar duas curvas exponenciais obtidas através da equação proposta por Al-Qureshi (Equação 2.4) aos resultados experimentais obtidos. Para isso, foram utilizados diversos valores de atrito a fim de verificar qual combinação destes resultaria em uma melhor adequação das curvas propostas pelo modelo aos resultados experimentais. Este comparativo está apresentado na Figura 4.4. As planilhas de cálculo do modelo estão apresentadas no Anexo 1

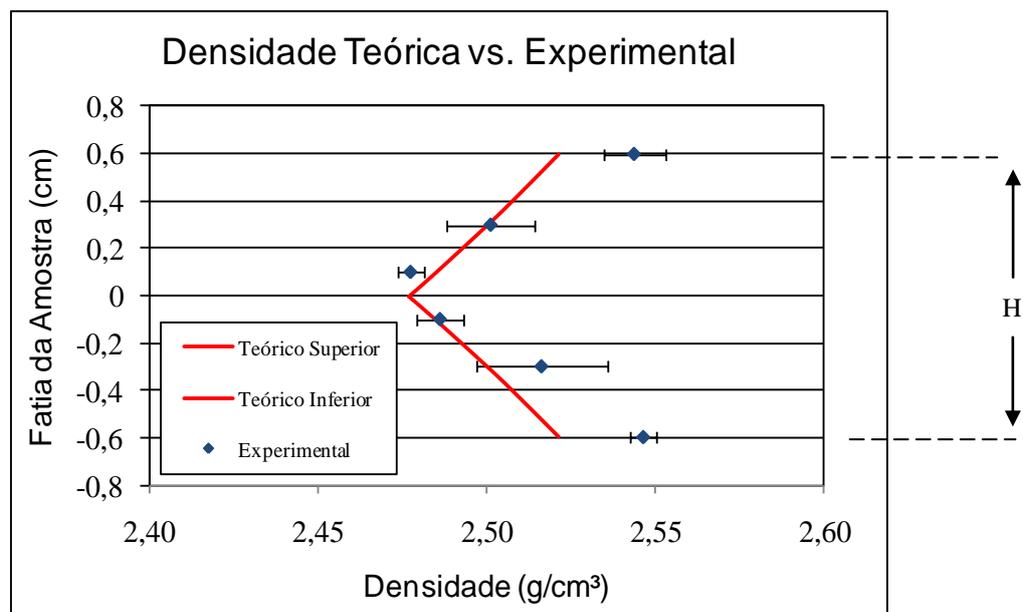


Figura 4.4 – Comparativo de resultados experimentais medidos no Material A com o modelo exponencial desenvolvido por Al-Qureshi, 2007.

Para o comparativo apresentado na Figura 4.4, utilizou-se dos valores de atrito entre partículas ( $\mu_i$ ) de 0,05 e de atrito entre as partículas e a parede do molde ( $\mu$ ) de 0,30, os quais apresentaram maior aproximação com os resultados experimentais.

Através desta análise, pode-se dizer que o modelo não consegue representar com certa concordância os dados obtidos. Uma vez que os resultados se apresentaram descrevendo uma

distribuição parabólica, o modelo exponencial desenvolvido por Al-Quresi não se mostrou satisfatório para descrever os resultados de maneira contínua. Assim, buscou-se adequar o modelo proposto por Al-Qureshi para que, com o uso de uma única equação, o comportamento da densidade deste tipo de material em função de sua espessura possa ser descrito.

#### 4.2.1 - Transformando o Modelo de Exponencial para Quadrático

Partindo-se do modelo proposto por Al-Qureshi (Equação 2.3), verificou-se que a primeira necessidade de adequação seria a eliminação dos termos exponenciais da equação a fim de alterar sua forma geométrica.

$$\rho_g = \rho_p + (\rho_t - \rho_p) \times \left\{ 1 - \text{EXP} \left[ - \left( 1 + \frac{Pa}{\sigma} \right) \times e^{\mu(H-2Z)/r} + 1 \right] \right\} \quad \text{Equação 2.3}$$

Onde:  $\rho_g$  - Densidade à verde da peça a uma altura “Z”;

$\rho_p$  - Densidade aparente da mistura;

$\rho_t$  - Densidade teórica do material;

$P_a$  - Pressão aplicada ao material;

—

$\sigma$  - Tensão efetiva exercida ao material;

$\mu$  - Coeficiente de atrito entre a mistura e a parede do molde;

$H$  - Altura final da peça;

$Z$  - Porção da altura “H”;

$r$  - Raio da cavidade interna do molde.

Para isso, utilizou-se de séries de potências em  $x$  considerando-se os termos de até de segunda ordem. Assim, para o termo exponencial  $e^{\mu(H-2Z)/r}$  utilizou-se a série  $e^x = 1 + X + \frac{X^2}{2}$ , onde  $X = 2\mu(H-2Z)/r$ . Desta maneira, obteve-se a Equação 4.1.

$$e^{\mu(H-2Z)/r} = 1 + \frac{\mu}{r}(H-2Z) + \frac{\mu^2}{r^2}(H-2Z)^2 \quad \text{Equação 4.1}$$

Substituindo a Equação 4.1 na Equação 2.3, tem-se:

$$\rho_g = \rho_p + (\rho_t - \rho_p) \times \left\{ 1 - \text{EXP} \left[ - \left( 1 + \frac{Pa}{\sigma} \right) \times \left( 1 + \frac{\mu}{r}(H-2Z) + \frac{\mu^2}{r^2}(H-2Z)^2 \right) + 1 \right] \right\} \quad \text{Equação 4.2}$$

Com o objetivo de se eliminar o segundo termo exponencial da Equação 2.3, utilizou-se novamente uma série de potências em  $x$ , considerando-se os termos até de primeira ordem.

Assim, para o termo  $e^{\left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) \left(1 + \frac{\mu}{r}(H-2Z) + \frac{\mu^2}{r^2}(H-2Z)^2\right)}$  utilizou-se a série  $e^Y = 1 + Y$ , onde  $Y = 1 - \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) \left(1 + \frac{\mu}{r}(H-2Z) + \frac{\mu^2}{r^2}(H-2Z)^2\right)$ . Desta maneira, obteve-se a Equação 4.3.

$$e^Y = 2 - \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) \left(1 + \frac{\mu}{r}(H-2Z) + \frac{\mu^2}{r^2}(H-2Z)^2\right) \quad \text{Equação 4.3}$$

Substituindo a Equação 4.3 na Equação 4.2, tem-se:

$$\rho_g = \left( \frac{\mu^2}{r^2} (H - 2Z)^2 + \frac{\mu}{r} (H - 2Z) + \frac{2\rho_p - \rho_t}{(\rho_t - \rho_p) \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right)} + 1 \right) (\rho_t - \rho_p) \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) \quad \text{Equação 4.4}$$

Com o objetivo de simplificar a visualização da manipulação matemática a ser realizada, pode-se escrever a Equação 4.4, em função de  $Z$  como:

$$\rho_g = A(H - 2Z)^2 + B(H - 2Z) + C \quad \text{Equação 4.5}$$

Onde:

$$A = \frac{\mu^2}{r^2} \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) (\rho_t - \rho_p);$$

$$B = \frac{\mu}{r} \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) (\rho_t - \rho_p);$$

$$C = \left( 1 + \frac{2\rho_p - \rho_t}{\left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) (\rho_t - \rho_p)} \right) \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) (\rho_t - \rho_p) = \left(1 + \frac{Pa}{\sigma}\right) (\rho_t - \rho_p) + 2\rho_p - \rho_t.$$

Resolvendo a Equação 4.5, esta pode ser escrita da seguinte forma:

$$\rho_g = AH^2 - 4AHZ + 4AZ^2 + BH - 2BZ + C \quad \text{Equação 4.6}$$

Visando garantir que a curva descrita pelo modelo representado na Equação 4.6 possa descrever os resultados experimentais com precisão, realizou-se uma mudança de variável transferindo o vértice da curva para o ponto médio da peça.

Para determinar o ponto de inflexão da curva e calculou-se a derivada primeira de  $\rho_g$  em relação à  $Z$  (ou  $Z_0$ ):

$$Z_0 = \frac{H}{2} + \frac{B}{4A} \quad \text{Equação 4.7}$$

Substituindo “A” e “B” na Equação 4.7, tem-se:

$$Z_0 = \frac{r}{4\mu} + \frac{H}{2} \quad \text{Equação 4.8}$$

Assim, verificou-se que o valor de  $Z_0$  é diferente de zero, indicando que o ponto de inflexão da curva que representa a equação quadrática descrita pela Equação 4.6 não tem o seu valor de mínima densidade no ponto  $Z = 0$ . Desta maneira, buscou-se provocar esta simetria em relação ao eixo igualando a Equação 4.8 a zero e substituindo-a na Equação 4.6, obtendo-se a seguinte relação:

$$\rho_g = -A \frac{r^2}{2\mu} + 2AZ \frac{r}{\mu} + 4AZ^2 - B \frac{r}{2\mu} - 2BZ + C \quad \text{Equação 4.9}$$

Substituindo os termos A, B e C na Equação 4.9, tem-se:

$$\rho_g = \left( \frac{1}{2} - \frac{\mu}{2} + \frac{4Z^2\mu^2}{r^2} \right) (\rho_t - \rho_p) \left( 1 + \frac{Pa}{\sigma} \right) + 2\rho_p - \rho_t \quad \text{Equação 4.10}$$

A Equação 4.10 apresenta uma equação quadrática para a densidade aparente ( $\rho_g$ ) em um determinado ponto “Z” da peça. Onde:

$\rho_g$  - densidade aparente da peça em um ponto “Z” da sua altura;

$\rho_t$  - densidade teórica do material compactado;

$\rho_p$  - Densidade aparente da mistura;

$Pa$  - pressão aplicada na compactação do material;

$\sigma$  - Tensão efetiva do material;

$r$  - Raio do molde;

$\mu$  - Coeficiente de atrito entre a mistura e a parede do molde;

#### 4.2.2 – Confronto dos Resultados Experimentais com o Modelo Quadrático

A Figura 4.5 mostra a concordância entre os resultados experimentais do Material A e a curva teórica descrita pela Equação 4.10. Verifica-se uma excelente concordância entre os comportamentos apresentados. A planilha de cálculo dos resultados previstos no modelo estão apresentadas no Anexo II.

Para a adequação dos valores experimentais apresentada na Figura 4.5 os valores de atrito entre as partículas da mistura e entre a mistura e a parede foram de 0,09 e 0,30 respectivamente. Valores já utilizados em trabalhos anteriores para este tipo de compactação.

A Figura 4.6 mostra a concordância entre os resultados experimentais do Material B e a curva teórica descrita pela Equação 4.10. Novamente, verifica-se uma excelente concordância entre os comportamentos apresentados. A planilha de cálculo dos resultados do modelo está apresentada no anexo III.

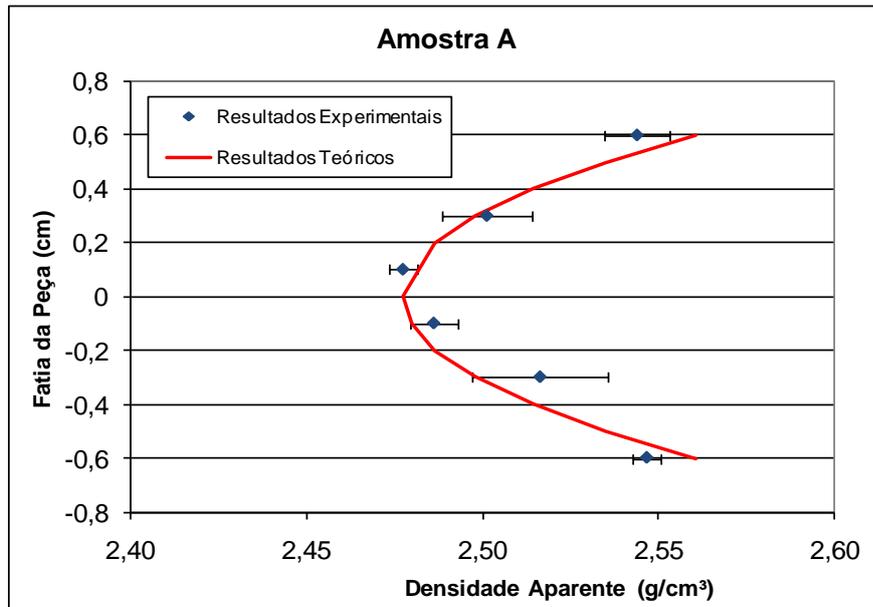


Figura 4.5 – Comparativo entre resultados teóricos e experimentais para a Amostra A.

Para a adequação dos valores experimentais apresentada na Figura 4.6 os valores de atrito entre as partículas da mistura e entre a mistura e a parede foram de 0,01 e 0,10 respectivamente. Valores já utilizados em trabalhos anteriores para este tipo de compactação [Al-Qureshi, 2005, Al-Qureshi, 2007, Rossi, 2006, Briscoe, 1997, Khoei, 2008].

Verifica-se, numa comparação entre os valores de atrito encontrados para que o modelo descreva de maneira satisfatória os resultados experimentais, que o Material B apresenta valores maiores de atrito em relação ao Material A.

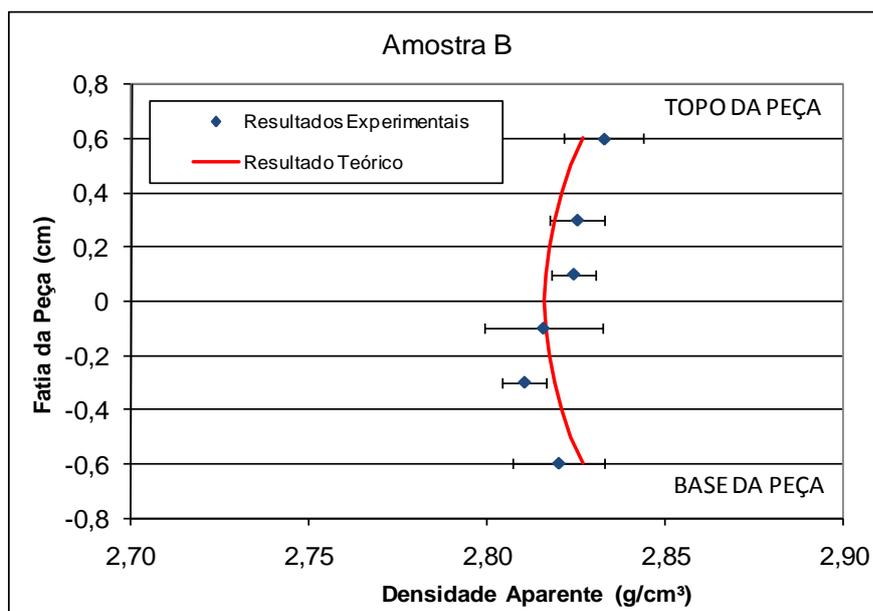


Figura 4.6 – Comparativo entre resultados teóricos e experimentais para a Amostra A.

Este resultado indica que a diferença na composição dos materiais utilizados explicitada anteriormente através da razão entre a fração volumétrica de lubrificante e de atritante pode gerar uma diferença significativa no comportamento de compactação destas amostras.

### 4.3 – Previsões do Modelo

Uma vez verificada a boa concordância do modelo com os resultados experimentais mensurados nos compósitos de fricção avaliados, algumas extrapolações podem ser feitas com o modelo a fim de se verificar qual a influência de cada parâmetro na homogeneidade da densidade deste tipo de compósito compactado em matriz uniaxial de molde rígido.

A Figura 4.7 mostra o comportamento da distribuição da densidade em relação à posição da altura da peça ( $Z$ ) para diversos níveis de atrito do material com a parede do molde. Este resultado indica que em situações onde o molde apresenta boa lubrificação ou em que o material possui uma boa quantidade de lubrificação sólida, problemas de distribuição heterogênea de densidade não ocorrem. Este efeito já foi descrito anteriormente na revisão bibliográfica [Kim, 2001], entretanto a Figura 4.7 indica que o modelo quadrático desenvolvido está de acordo com a bibliografia encontrada e com os resultados experimentais obtidos neste trabalho.

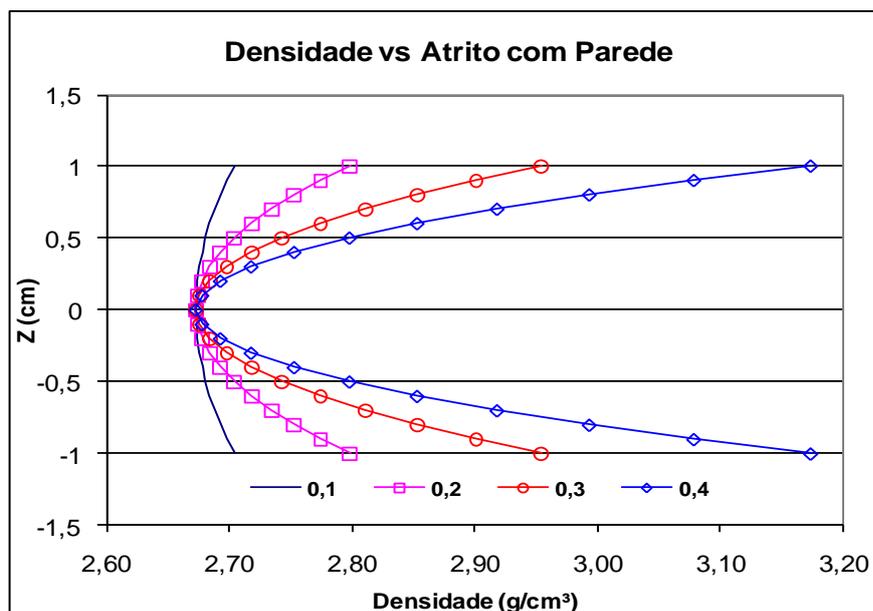


Figura 4.7 – Variação da resposta do modelo quadrático com a variação do coeficiente de atrito entre o material e o molde.

Outra simulação feita com o modelo foi verificar o comportamento da densidade com a variação do coeficiente de atrito interno entre os componentes do material. Este comparativo está apresentado na Figura 4.8.

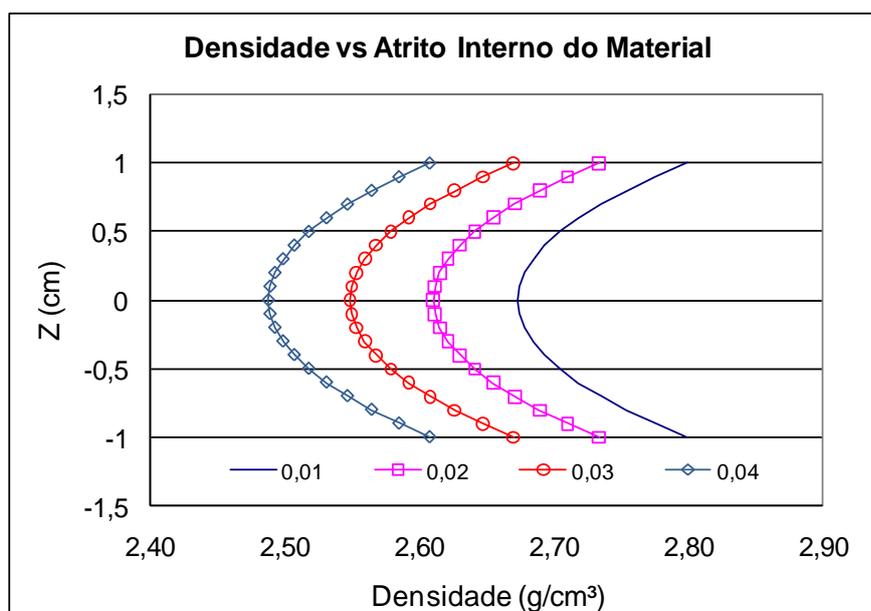


Figura 4.8 – Variação da resposta do modelo quadrático com a variação do coeficiente de atrito entre as partículas da mistura.

Neste, verifica-se que, quanto maior o atrito interno da mistura, mais difícil é a sua compactação. Este resultado também pode ser relacionado a estudos anteriormente apresentados na revisão bibliográfica os quais fazem relação entre a natureza das partículas presentes no material compactado e o atrito entre as partículas, onde partículas frágeis geram mais atrito interno no material tornando-o mais difícil de ser compactado resultando em maior porosidade [Briscoe, 1998; Kim, 2001].

A Figura 4.9 apresenta o comportamento da densidade previsto pelo modelo quadrático com a densidade aparente da mistura a ser compactada. Este resultado mostra que quanto maior for o volume de molde ocupado pela mistura, ou seja, quanto menor a densidade aparente desta, maior será heterogeneidade de densidade provocada no interior da peça.

Este fenômeno também foi estudado [ASM, 1988], indicando que quanto maior o volume da coluna de pó dentro do molde, maior será a perda de pressão em sua compactação.

Assim, o modelo quadrático desenvolvido também, pode funcionar como ferramenta de estudo para esta propriedade.

Comparando-se os resultados apresentados nas Figuras 4.7, 4.8 e 4.9, verifica-se que alterações de atrito entre o material e a parede do molde e a densidade aparente da mistura são mais efetivos e fáceis de implementar do que alterações na composição do pó a ser compactado, a qual pode gerar efeitos indesejados no produto final. Assim, pode-se utilizar de artifícios como a aplicação de um tratamento superficial sobre o molde a fim de minimizar o atrito entre o material e sua parede.

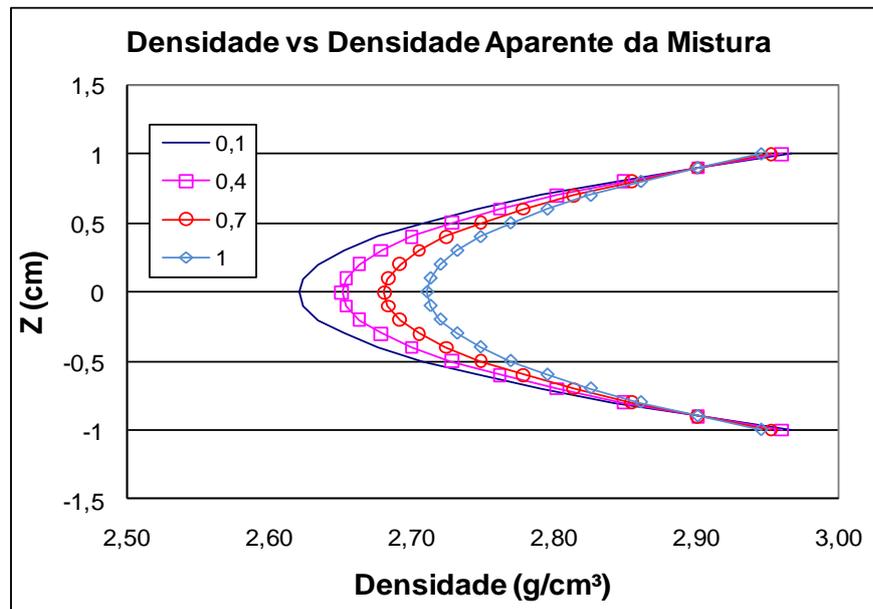


Figura 4.9 – Variação da resposta do modelo quadrático com a variação do coeficiente de atrito entre as partículas da mistura.

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho se desenvolveu um comparativo de um modelo matemático existente em literatura com resultados experimentais construídos a partir de materiais que representassem compósitos de matriz fenólica utilizados como materiais de fricção. Uma alteração do modelo matemático apresentado por Al-Qureshi foi proposta, gerando um novo modelo matemático o qual se propõe a descrever de forma mais acurada os resultados experimentais medidos.

Os resultados experimentais mostraram que este tipo de compósito pode apresentar heterogeneidades de densidade ao longo de sua espessura. Mostrou também que este efeito é influenciado pela composição do material de fricção, fato evidenciado pela diferença entre os materiais quanto à valores de atrito entre suas partículas e seu atrito com a parede.

Um comparativo entre os resultados experimentais da variação de densidade do material com sua espessura e o modelo matemático apresentado por Al-Qureshi foi realizado. Este comparativo mostrou que o modelo encontrado em literatura não descreve adequadamente a distribuição de densidade gerada na compactação uniaxial de materiais de fricção.

Testes comparativos entre os resultados experimentais de dois compósitos de diferente composição química e o modelo matemático desenvolvido neste estudo mostraram que o modelo descreve com elevada acuracidade o comportamento da distribuição de densidade dos dois materiais de fricção utilizados. Estes resultados estão de acordo com teorias que descrevem o comportamento ocorrido durante a compactação uniaxial de pós encontradas em literatura. Desta maneira, este novo modelo matemático pode ser utilizado para o projeto de materiais de fricção que apresentem propriedades mais homogêneas a partir da determinação de parâmetros de sua mistura, características do molde e de variáveis de processo as quais se apresentam relacionadas no modelo matemático proposto.

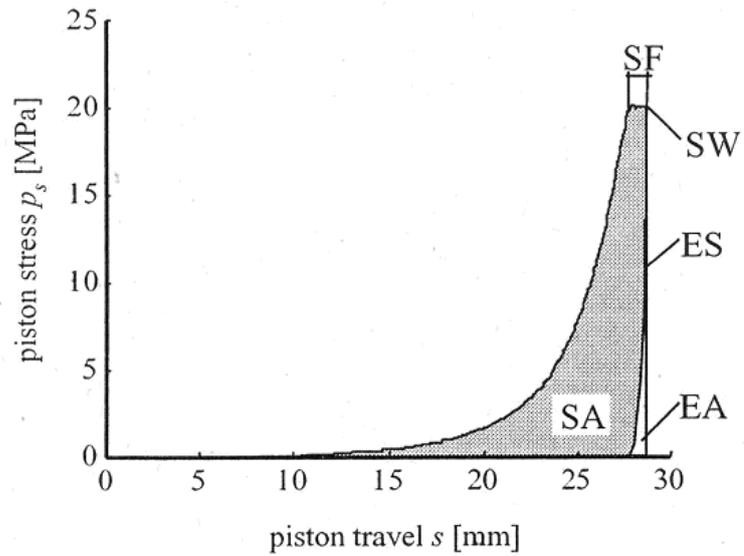
## 6. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Como evidenciado neste trabalho, um dos fatores que mais alteram a característica da distribuição de densidade ao longo da espessura de um material de fricção compactado uniaxialmente é o atrito de suas partículas com a parede do molde. Assim, um aparato capaz de quantificar este valor combinada com o modelo matemático desenvolvido neste trabalho, se torna uma ferramenta capaz de estabelecer a sensibilidade da distribuição de propriedades deste material às alterações de projeto de molde, de fator de empacotamento da mistura e de composição química da mistura de pós a ser compactada.

Em seu trabalho, Schlffner correlacionou parâmetros de compactação de processo com modelos matemáticos utilizando ferramentas instrumentadas para medir valores necessários à comprovação do modelo. Este verificou que uma ferramenta deste tipo possibilita a medição de características de processo como o grau de compactação do material, a pressão efetiva aplicada a este, a pressão radial desenvolvida no molde em função da compactação da mistura entre outras [Schlffner, 2006].

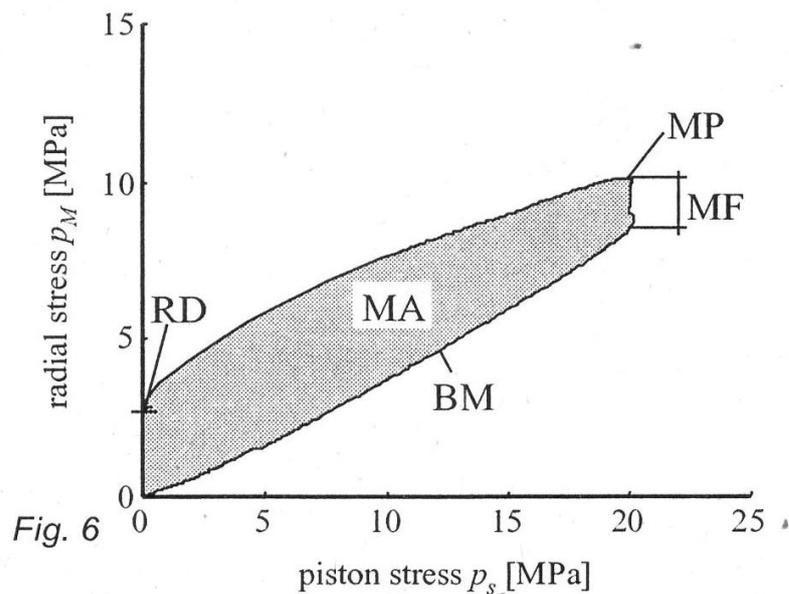
Através desta ferramenta, é possível levantar curvas de compactação do material no mesmo momento em que este é produzido (Figura 6.1). Este tipo de levantamento de comportamento tem como objetivo a melhor determinação de parâmetros de processo (como tempos de ventilações) quando aplicado a materiais de atrito. Os dados são levantados através de um Strain Gauge posicionado no pistão da ferramenta, o qual fornecerá as informações de força aplicada ao material a ser compactado.

Através de um outro *strain gauge* posicionado no corpo da cavidade, pode-se medir a força radial na parede do molde através da sua deformação.



**Figura 6.1 – Resultados experimentais do acompanhamento da força de compactação e deslocamento do pistão durante a prensagem de um material compósito [Schlffner, 2006].**

Assim, pode-se verificar qual é o comportamento da força normal ao sentido de compactação e a força radial gerada pela compactação (Figura 6.2). Esta medição foi particularmente importante para a determinação do coeficiente de atrito entre o material a ser compactado e as paredes da matriz.



**Figura 6.2 – comparativo entre a tensão normal e radial ao sentido de compactação do material [Schlffner, 2006].**

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDALLA, M. M., SETOODEH, S., G., Design of variable stiffness composite panels for maximum fundamental frequency using lamination parameters, *Composite Structures*, v. 81, p. 283–291, 2007

AL-QURESHI, H. A., *Composite Materials: Fabrication and Analysis; Third Edition;* Instituto Tecnológico de Aeronáutica – Brasil, 1988.

AL-QURESHI, H. A., SOARES, M.R.F., HOTZA, D., ALVES, M.C., KLEIN, A.N., Analyses of the fundamental parameters of cold die compaction of powder metallurgy, *Journal of Materials Processing Technology*, doi:10.1016/j.jmatprotec.2007.08.030, 2007.

AL-QURESHI, H.A., GALIOTTO, A., KLEIN, A.N., On the mechanics of cold die compaction for powder metallurgy, *Journal of Materials Processing Technology*, v. 166, p. 135–143, 2005.

ALONSO, M.V., AUAD, M.L., NUTT, S.R., Modeling the compressive properties of glass fiber reinforced epoxy foam using the analysis of variance approach, *Composites Science and Technology*, v. 66, p. 2126–2134, 2006.

ASM International Handbook Committee - Powder metallurgy. Metals Park (OH): American Society for Metals, 9<sup>a</sup> ed., 897p, 1988.

BARBOSA, V. C. BREITSCHAFT, A. M. S. Um aparato experimental para o estudo do princípio de Arquimedes. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 28, n. 1, p. 115 – 122, 2006.

BIER, W., DARIEL, M.P., FRAGE, N., HARTMANN, S., MICHAILOV, O., Die compaction of copper powder designed for material parameter identification, International Journal of Mechanical Sciences, v. 49, p. 766–777, 2007.

BLAU, Peter j, Composition, Functions, and Testing of Friction Brak Materials and Their Additives, ARNL/TM 2001/64.

BRISCOE, B. J.;ROUGH, S. L., The effects of wall friction in powder compaction, Colloids and surfaces, v. 137, p. 103 – 116, 1998.

BROOK, R. J., Processing of ceramics: A Comprehensive Treatment, VCH, v. 17, 405 p., Weinheim, 1996.

BÓ, M. D.; NEVES, W. F.; AMARAL, S., Substituição do Mercúrio por Água na Determinação da Densidade Aparente do Suporte Cerâmico Cru, Revista Cerâmica Industrial, v. 7, 2002.

CALLISTER JR., W. D., Materials science and engineering: an introduction, 5th. Edition, J. Wiley, New York 1999, c2000.

CASARIL, A., GOMES, E. R., SOARES, M. R., AL-QURESHI, H. A., Micromechanical analysis of composites with short fibers and particles, *Key Engineering Materials*, v. 348-349, p. 577-580, 2007.

CHEN, P., KIM, G. Y., NI, J., Investigations in the compaction and sintering of large ceramic parts, *Journal of Materials Processing Technology*, v. 190, p. 243–250, 2007.

CHO, J.R., CHOI, J.H., YOO, W.S., KIM, G.J., WOO, J.S., Estimation of dry road braking distance considering frictional energy of patterned tires, *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 42, p. 1248 – 1257, 2006.

DAI, C., D., STEINER, P. R., On horizontal density variation in randomly-formed short-fibre wood composite boards, *Composites Part A*, v. 28A, p. 57-64, 1997.

DAOUD, A., ABOU EL-KHAIR, M.T., ABDEL-AZIZ, M., ROHATGI, P., Fabrication, microstructure and compressive behavior of ZC63 Mg–microballoon foam composites, *Composites Science and Technology*, v. 67, p. 1842–1853, 2007.

DE LORENZIS, L., LA TEGOLA, A., Effect of the actual distribution of applied stresses on global buckling of isotropic and transversely isotropic thin-walled members: theoretical analysis, *Composite Structures*, v. 68, p. 339–348, 2005.

FU, Y., JIANG, G.; LANNUTTI, J. J., WAGONER R. H., DAEHN, G. S., Effect of Cyclic Pressure Consolidation on the Uniformity of Metal Matrix Composites, *In press: Material Transaction*, October, 2001.

FUNABASHI, M., Gradient composites of nickel coated carbon fibre filled epoxy resin moulded under centrifugal force, *Composites Part A*, v. 28A, p. 731-737, 1997.

GONÇALVES, C. D. D., Estudo comparativo dos métodos de medição de densidade aplicados aos Materiais de Fricção, Trabalho de Conclusão de Curso, Curso de Engenharia de Materiais, UCS, 2008.

GURUNATH, P.V., BIJWE, J., Friction and wear studies on brake-pad materials based on newly developed resin, *Wear*, v. 263, p. 1212–1219, 2007.

HARMEL, V., ROELANDT, J.M., GACEL, J.N., SCHMIT, F., Finite element modeling of clinch forming with automatic remeshing, *Computers and Structures*, v. 77, p. 185-200, 2000.

JACKO M.G., RHEE S.K., Brake linings and clutch facings, *Kirk-Othmer encyclopedia of chemical technology*, vol. 4, 4ª edição, 1992.

KHOEI, A. R., KESHAVARZ, A.R., KHALOO, A. R., Modeling of Large Deformation Frictional Contact in Powder Compaction Processes, *Applied Mathematical Modeling*, v. 32, p. 775 – 801, 2008.

KIM, K.T.; CHO, J. H., A densification model for mixed metal powder under cold compaction, *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 43, p. 2929 – 2946, 2001.

KIM SJ, JANG H, KIM KS, Optimization of manufacturing parameters for brake lining using Taguchi method, *Journal of Materials Processing Technology*, v. 136, p. 202-208, 2003.

LIMPERT, R., *Brake Design and Safety*, Second Edition, SAE - Society of Automotive Engineers, EUA, 1999.

LU, Y., A combinatorial approach for automotive friction materials: Effects of ingredients on friction performance, *Composites Science and Technology*, v. 66, p. 591–598, 2006.

MARTINS, J. V., Estudo do efeito do volume aparente no gradiente de densidade ao longo da espessura, e sua influência nas propriedades mecânicas de pastilhas de freio prensadas em prensa uniaxial de efeito simples, Relatório Interno de Estágio Curricular V, UFSC, 2007.

NICHOLSON, G.; *Facts about Friction: 100 years of brake linings & clutch facings*; Ed. P&W Prince Enterprises, Inc.; 1ª Edição; Croydon, PA; 1995.

ÖESTERLE, W., KLOBB, H., URBAN, I., DMITRIEV, A.I., Towards a better understanding of brake friction materials, *Wear*, v. 263, p. 1189–1201, 2007.

OGAWA, T., WATANABE, Y., SATO, H., KIM, I. S., FUKUI, Y., Theoretical study on fabrication of functionally graded material with density gradient by a centrifugal solid-particle method, *Composites: Part A*, v. 37, p. 2194–2200, 2006.

OUJJEHANE, A., LAM, F., On the density profile within random and oriented wood-based composite panels: horizontal distribution, *Composites Part B*, v. 29B, p. 687–694, 1998.

ÖZKAN,N., BRISCOE, B.J., Characterization of Die-Pressed Green Compacts, *Journal of the European Ceramic Society*, v. 17, p. 697 – 711, 1996.

ROSSI, R., ALVES, M.K., AL-QUIRESHI, H.A., A model for the simulation of powder compaction processes, *Journal of Materials Processing Technology*, v. 182, p. 286–296, 2007.

SCHLFFNER, K., HEFTRICH, M. BRECHT, J., Modeling of Compaction Processes of Friction Material Mixes, SAE paper #2002-01-2594, 2006.

SILVESTRE FILHO, G. D., Comportamento mecânico do poliuretano derivado do óleo de mamona reforçado por fibras de carbono: contribuição para o projeto de hastes de quadril; Dissertação de Mestrado, USP-São Carlos; 2001.

SINKA, I. C., CUNNINGHAM, J.C., ZAVALIANGOS, A., Analysis of Tablet Compaction. II. Finite Element Analysis of Density Distributions in Convex Tablets, *Journal of Pharmaceutical Sciences*, v. 93, No 8, p. 2040-2053, 2004.

SRIVATSAN, T.S., RAVI, B.G., PETRAROLI, M., SUDARSHAN, T.S., The microhardness and microstructural characteristics of bulk molybdenum samples obtained by consolidating nanopowders by plasma pressure compaction, *International Journal of Refractory Metals & Hard Materials*, v. 20, p. 181–186, (2002).

WONG, K.C., COTTER, X., J., EADIE, D.T., WONG, P.C., MITCHELL, K.A.R.,  
Surface and friction characterization of MoS<sub>2</sub> and WS<sub>2</sub> third body thin films under simulated  
wheel/rail rolling–sliding contact, *Wear*, doi:10.1016/j.wear.2007.04.004, 2007

## ANEXO I

Planilha de cálculo utilizada para a determinação da distribuição da densidade teórica para o material A através do modelo encontrado em bibliografia desenvolvido por Al-Qureshi.

| <b>Exponencial Superior</b>       |       |       |       |       |       |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Resistência Mecânica (MPa)        | 8,95  | 8,95  | 8,95  | 8,95  | 8,95  |
| Atrito Interno ( $\mu_i$ )        | 0,05  | 0,05  | 0,05  | 0,05  | 0,05  |
| Densidade da Mistura ( $\rho_a$ ) | 0,769 | 0,769 | 0,769 | 0,769 | 0,769 |
| Densidade teórica ( $\rho_t$ )    | 2,67  | 2,67  | 2,67  | 2,67  | 2,67  |
| Atrito com parede ( $\mu$ )       | 0,3   | 0,3   | 0,3   | 0,3   | 0,3   |
| Raio da matriz (r)                | 4,7   | 4,7   | 4,7   | 4,7   | 4,7   |
| Altura do compactado (H)          | 1,6   | 1,6   | 1,6   | 1,6   | 1,6   |
| Porção da altura (Z)              | 0,6   | 0,4   | 0,3   | 0,1   | 0     |
| Pressão de Compactação (Pa)       | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    |
| Densidade no ponto Z ( $\rho_g$ ) | 2,52  | 2,51  | 2,50  | 2,49  | 2,48  |

| <b>Exponencial inferior</b>       |       |       |       |       |       |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Resistência Mecânica (MPa)        | 8,95  | 8,95  | 8,95  | 8,95  | 8,95  |
| Atrito Interno ( $\mu_i$ )        | 0,05  | 0,05  | 0,05  | 0,05  | 0,05  |
| Densidade da Mistura ( $\rho_a$ ) | 0,769 | 0,769 | 0,769 | 0,769 | 0,769 |
| Densidade teórica ( $\rho_t$ )    | 2,67  | 2,67  | 2,67  | 2,67  | 2,67  |
| Atrito com parede ( $\mu$ )       | 0,3   | 0,3   | 0,3   | 0,3   | 0,3   |
| Raio da matriz (r)                | 4,7   | 4,7   | 4,7   | 4,7   | 4,7   |
| Altura do compactado (H)          | 1,6   | 1,6   | 1,6   | 1,6   | 1,6   |
| Porção da altura (Z)              | -0,6  | -0,4  | -0,3  | -0,1  | 0     |
| Pressão de compactação (Pa)       | 30    | 30    | 30    | 30    | 30    |
| Densidade no ponto Z ( $\rho_g$ ) | 2,52  | 2,51  | 2,50  | 2,49  | 2,48  |

## ANEXO II

Planilha de cálculo utilizada para o cálculo da distribuição da densidade teórica para o material A através do modelo quadrático.

| Dados de Entrada                | Valor       | Unidade  | $\rho g$ | $z$ (cm) |
|---------------------------------|-------------|----------|----------|----------|
| Densidade aparente ( $\rho_p$ ) | 0,769       | $g/cm^3$ | 2,56     | 0,6      |
| dens teo ( $\rho_t$ )           | 2,67        | $g/cm^3$ | 2,54     | 0,5      |
| atrito ( $\mu$ )                | 0,3         |          | 2,52     | 0,4      |
| atrito i ( $\mu_i$ )            | 0,09        |          | 2,50     | 0,3      |
| altura (H)                      | 1,6         | cm       | 2,49     | 0,2      |
| raio (r)                        | 4,7         | cm       | 2,48     | 0        |
| Tensão aplicada (Pa)            | 30          | MPa      | 2,48     | 0        |
| Resistência ( $\sigma$ ) –      | <b>8,95</b> | MPa      | 2,48     | -0,1     |
| Tensão efetiva ( $\sigma$ )     | 11          |          | 2,49     | -0,2     |
|                                 |             |          | 2,50     | -0,3     |
|                                 |             |          | 2,52     | -0,4     |
|                                 |             |          | 2,54     | -0,5     |
|                                 |             |          | 2,56     | -0,6     |

### ANEXO III

Planilha de cálculo utilizada para o cálculo da distribuição da densidade teórica para o Material B através do modelo quadrático.

| Dado de Entrada                 | Valor | Unidade           | $\rho g$ | $z$ (cm) |
|---------------------------------|-------|-------------------|----------|----------|
| Densidade aparente ( $\rho_p$ ) | 0,741 | g/cm <sup>3</sup> | 2,82     | 0,6      |
| dens teo ( $\rho_t$ )           | 2,85  | g/cm <sup>3</sup> | 2,82     | 0,5      |
| atrito ( $\mu$ )                | 0,1   |                   | 2,81     | 0,4      |
| atrito i ( $\mu_i$ )            | 0,01  |                   | 2,81     | 0,3      |
| altura (H)                      | 1,2   | cm                | 2,81     | 0,2      |
| raio (r)                        | 4,7   | cm                | 2,81     | 0,1      |
| Tensão aplicada (Pa)            | 30    | MPa               | 2,81     | 0        |
| Resistência ( $\sigma$ )        | 9,93  | MPa               | 2,81     | -0,1     |
| Tensão efetiva ( $\sigma$ )     | 10    |                   | 2,81     | -0,2     |
|                                 |       |                   | 2,81     | -0,3     |
|                                 |       |                   | 2,81     | -0,4     |
|                                 |       |                   | 2,82     | -0,5     |
|                                 |       |                   | 2,82     | -0,6     |