UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Carlos Renato Pereira da Costa

Áreas e Perímetros: um estudo de caso utilizando o Geoplano Digital

Porto Alegre - RS
2015

Carlos Renato Pereira da Costa

Áreas e Perímetros: um estudo de caso utilizando o Geoplano Digital

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Leandra Anversa Fioreze

Porto Alegre - RS

2015

Carlos Renato Pereira da Costa

ÁREAS E PERÍMETROS: um estudo de caso utilizando o Geoplano Digital

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Leandra Anversa Fioreze

Aprovado em _____ de ________________ de _________

Comissão Examinadora

____

Prof.ª Dr.ª Leandra Anversa Fioreze

Faculdade de Educação – UFRGS

____

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

____

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana

Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Porto Alegre – RS

2015

AGRADECIMENTOS

Cheguei ao final de mais uma etapa. Quantas pessoas fizeram parte desta jornada? Como lembrar de todas elas? Por onde começar? Acredito que deva começar do princípio, no qual este sonho teve origem.

Posso adiantar que minha história é um tanto diferente do comum. Ela começou em 2003, ano que ingressei no Ensino Médio, mais precisamente na primeira prova de matemática do Ensino Médio. Jamais me esquecerei dela, principalmente do seu conteúdo, a saber, equação do segundo grau. E por que não me esquecerei de uma simples prova? A resposta é simples, porque foi a pior nota que tirei em todo meu Ensino Básico. Bom, não fui só eu quem tirou uma nota ruim, mas quase toda a turma, entretanto desde minha memória mais remota, sempre tive facilidade com os números e tirar uma nota ruim em matemática estava fora de questão. Sendo assim, literalmente baixei a cabeça e comecei a estudar. Funcionou, pois na segunda prova, acreditem se quiser, tirei dez. E como isto pode ter sido o início para escolher cursar Licenciatura em Matemática? Alguns alunos da turma viram como minha nota tinha melhorado de uma prova para outra e vieram me perguntar se eu dava aula particular. Sem pestanejar disse que sim. Os colegas que fizeram aulas comigo tiveram uma melhora na nota e eu me questionei: será que eu seria um bom professor de matemática? Surgiu aqui a ideia. Deste modo, agradeço a todos os colegas que fizeram aula comigo, vocês despertaram em mim a vontade de lecionar.

Chega o ano de 2007 e com ele o preparo para o vestibular. Neste ano fiz grandes amigas que participaram e participam de muitos momentos da minha vida, bons e ruins. Obrigado Fabiana, Stefani e Hellen por terem me incentivado e encorajado sempre. Vocês fazem parte desse sonho.

Enfim o tão esperado “listão” chegou e junto com ele minha aprovação, não pude conter a alegria, abracei uma desconhecida que também tinha sido aprovada. Aqui começou minha jornada de acadêmico da UFRGS. Nesta Universidade conheci muitas pessoas incríveis e aprendi muitas coisas, não só coisas relacionadas ao ensino, mas também ao companheirismo e à amizade. Agradeço pelos momentos de intenso estudo Andressa e Margareth, sem vocês este curso teria sido mais complicado.

Agradeço a todos meus amigos que ficaram ao meu lado durante essa empreitada, principalmente aqueles que fizeram parte da minha vida desde o Ensino Médio. Obrigado Paulo e Ana por serem amigos que levarei para a vida toda. Vocês fizeram a diferença, As amigas Érica, Paola e Caroline por esses momentos finais da graduação. Vocês tornaram o fim muito divertido. Obrigado.

A todos os meus alunos, vocês me dão força para ser um professor melhor a cada dia. Cada um me ensinou muito sobre docência, muito obrigado.

Agradeço aos professores Alvino e Marcus, por aceitarem fazer parte da banca deste trabalho.

À minha orientadora Leandra, por ser tão paciente comigo vendo minha ansiedade extrema.

Obrigado à toda minha família, pelas palavras de encorajamento.

E como sempre deixamos o melhor para o final, agradeço às duas mulheres mais importantes da minha vida, minha mãe e minha vó. Ambas me ensinaram muito sobre a vida, me ensinaram a ser íntegro, honesto, determinado e, principalmente, não desistir dos meus sonhos. Recebi muito apoio delas durante o ano de estudos para entrar na Universidade e realizar esse sonho antigo. Calma que você consegue foi uma frase que ouvi muitas vezes nessa época. Infelizmente, minha vó não me viu realizar esse sonho, pois ela nos deixou uma semana antes do meu aniversário em 2007. Entretanto, elas me ensinaram tão bem que eu devo, sempre, correr atrás dos meus sonhos, que um dia depois de ela ter nos deixado eu estava estudando novamente.

Mãe, muito obrigado por ter-me “suportado” neste último semestre. Sei que não foi nada fácil ouvir todas minhas lamentações e inseguranças. Mas se estou aqui, escrevendo meus agradecimentos de formatura, é por tua causa.

Por fim, gostaria de deixar um recado: não desistam dos seus sonhos, pois tudo é possível quando, realmente, se quer.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo principal investigar se o Geoplano pode auxiliar no ensino-aprendizagem do conceito de área e perímetro. E para verificar se esta hipótese é verdadeira, foi desenvolvida uma sequência didática que prioriza diálogos entre os alunos. Esta sequência faz uso do software Geoplano e foi aplicada em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola privada de Porto Alegre. A teoria utilizada foi a Negociação de Significados, pois ela estuda as trocas e diálogos que ocorrem na sala de aula. Como metodologia, foi utilizado o estudo de caso, metodologia esta que prima por entender o “como” e os “porquês” da entidade estudada. No que se refere às conclusões, pode-se dizer que houve evolução da aprendizagem dos alunos quanto à construção e diferenciação do conceito de área e perímetro, do conceito de quadriláteros e no entendimento de por que as fórmulas de área são generalizadas de determinada maneira, de modo que o Geoplano potencializou esta aprendizagem.

Palavras-chave: Geoplano. Negociação de Significados. Área e Perímetro.

ABSTRACT

This study aims at investigating if Geoboard can help in perimeter and area concepts teaching- learning process. In order to verify if this hypothesis is true, it was developed a didactic sequence the prioritize dialogues among students. This sequence has used Geoboard software and it has been applied in a seventh year class from Elementary level at a specific private school in Porto Alegre. The theory presented in this paper is The Meaning Negotiation, which studies dialogues and the exchange of these in the classroom. A study case was the methodology chosen here because it helps to understand how and why the process was conducted. According to the results, it can be presented that there was development in students' learning process concerning the construction and the differentiation between the concepts of area and perimeter, understanding of the concept of quadrilateral shapes and why the area equations are generalized in a certain way. By doing this study, it is possible to affirm that the Geoboard has enhanced the learning process.

Keywords: Geoboard. Meanings. Negotiation. Area and Perimeter.

.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A principal motivação para o desenvolvimento deste trabalho surgiu assim que ingressei na Universidade, pois ao me deparar com situações acadêmicas tão distintas das que havia vivenciado anteriormente no Ensino Fundamental e Médio, me questionei: Por que os alunos, em sua maioria, perguntam "como" e não "por que"? Este questionamento ficou por algum tempo adormecido, contudo ressurgiu com força ao final do meu segundo semestre, pois tinha acabado de cursar a disciplina de Fundamentos da Aritmética e depois de ser aprovado, constatei que somente com o argumento de que certo algoritmo funcionava em determinadas condições e/ou situações não era mais suficiente, era necessário saber o porquê determinada situação ocorria. Fazer-me questionamentos só contribuiu para meu crescimento acadêmico, ao buscar saber mais os porquês da matemática.

Depois que pensei nisso, refleti por um momento e percebi que não tinha recordação alguma de questionar o professor na escola por que determinado algoritmo funcionava, entretanto tinha inúmeras recordações de questioná-lo como ele funcionava. E por que tive esta atitude na escola? Acredito que, principalmente, por causa das provas, pois para resolvê-las não era necessário saber os porquês, sendo assim, o como era suficiente.

Além disso, no decorrer de minha jornada na Universidade pude observar nas disciplinas de Laboratórios e Estágios[1], três fatos que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho: primeiro, pude comprovar que os alunos, raramente, perguntam ao professor por que determinada situação ocorre. Segundo, a Geometria é alvo de pouco estudo e quando este conteúdo é proporcionado, os alunos demonstram grande dificuldade de entendimento; e terceiro, os recursos utilizados pelos professores em sua maioria, são limitados ao quadro-negro e ao livro didático, o que diminui a amplitude de possibilidades que o professor pode dispor para ensinar determinado conteúdo, utilizando metodologias adequadas aos recursos disponíveis.

Com base nestas três observações fui inspirado a desenvolver este trabalho, sendo a última o motivo de maior inquietação. Segundo Barra (2013, p. 126) o quadro-negro teria surgido entre o final do século XVIII e início do século XIX com o intuito de ser um instrumento para o ensino coletivo, entretanto em pleno século XXI tem sido utilizado como se fosse o único por muitos professores.

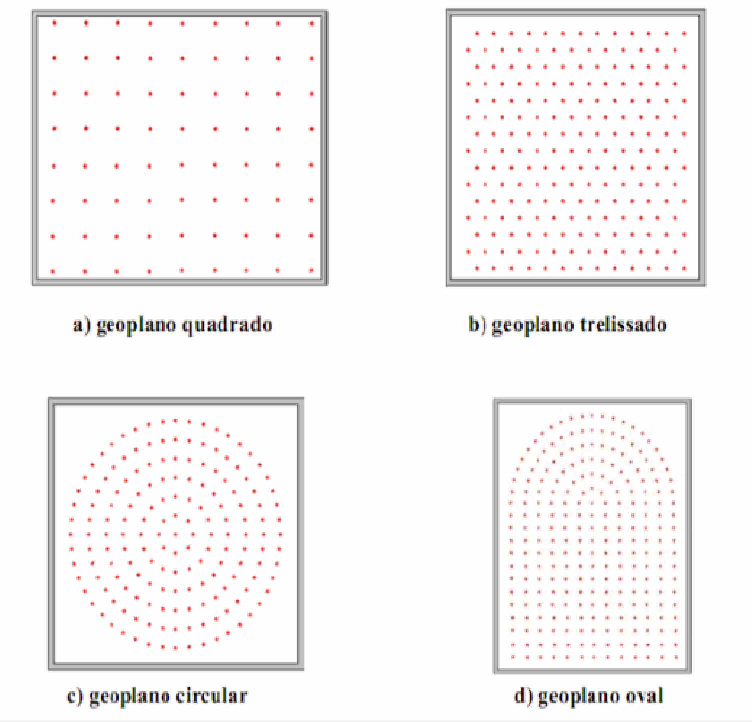
---

[1] Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática e Estagio em Educação Matemática, disciplinas práticas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

> Isto ocorre, em boa parte, porque uma quantidade considerável de professores fez sua formação antes da ampla divulgação dos recursos didáticos digitais. Assim, é compreensível que eles prefiram manter-se afastados das práticas que fazem uso de tais recursos. (GRAVINA & NOTARE, 2013, p.1)

Deste modo, fui inspirado a realizar meu trabalho utilizando tecnologia e o objeto de aprendizagem digital escolhido para isto foi o Geoplano. Ele é constituído por pontos que formam uma malha em formato geométrico. O utilizado neste trabalho, e também mais comum, é o Geoplano quadrangular, formado por quadrados, porém existem outros geoplanos: o isométrico, formado por triângulos equiláteros, o circular e o oval.

Figura 1-Modelos de Geoplano



Fonte: MACHADO (1993, p.2)

E por que a escolha da geometria? Em primeiro lugar porque é um conteúdo que considero interessante e atrativo pelo forte apelo visual. E em segundo lugar porque de acordo com Pavanello (2004, p. 3) “verifica-se, por exemplo, a pouca capacidade de percepção espacial de grande número de alunos (e de pessoas, em geral), requerida no exercício ou compreensão de múltiplas e variadas atividades profissionais[2]”. E com esta percepção restrita

[2] Baracs e Pallacio (1981; 37) citam, entre outras, a cristalografia, a bioquímica, a cirurgia, a coreografia, a arquitetura, a operação de pás mecânicas.

os alunos acabam apresentando dificuldades até mesmo nos cursos superiores de matemática, sendo incapazes de entender ou realizar alguma demonstração e até mesmo não sabendo como utilizar a geometria para visualizar alguns conceitos matemáticos (PAVANELLO, 2004).

Neste trabalho investigo se o Geoplano Digital pode auxiliar no ensino e na aprendizagem do conceito de área e de perímetro. Para esta investigação, foi desenvolvida uma sequência didática com atividades exploratório-investigativas para ser realizada em grupos, sendo que esta foi aplicada em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental. O intuito desta sequência é o de possibilitar que haja interação social entre os alunos, proporcionando a negociação de significados. A escolha deste objeto de aprendizagem digital foi feita, pois acredito que o conhecimento em geometria não se construa por meio de metodologias mecânicas como a de simplesmente decorar fórmulas, por exemplo, mas sim por meio de manipulações e construções as quais o objeto de aprendizagem possibilita.

Para a realização desta pesquisa foi utilizada a Teoria da Negociação de Significados, teoria esta que estuda a troca e a produção destes significados em sala de aula direcionadas pela interação entre alunos e alunos-professor.

Este trabalho foi estruturado em sete capítulos, sendo que no capítulo 2, discorro sobre o Geoplano e sobre Teoria da Negociação de Significados, teoria esta que foi utilizada na construção e na análise da sequência didática proposta.

O terceiro capítulo trata do ensino da Geometria nas escolas e a forma de abordagem deste conteúdo nos livros didáticos. Também neste capítulo faço considerações sobre área e perímetro e analiso alguns trabalhos correlatos.

O capítulo 4 trata da metodologia da pesquisa, sendo esta um estudo de caso. Também é feita a caracterização da amostra e da coleta de dados. No capítulo 5 é descrita a sequência didática que foi aplicada e alguns objetivos que tive ao desenvolvê-la.

No capítulo 6 é feito o relato e análise da experiência desenvolvida com os alunos. E por fim, o sétimo capítulo contém as considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

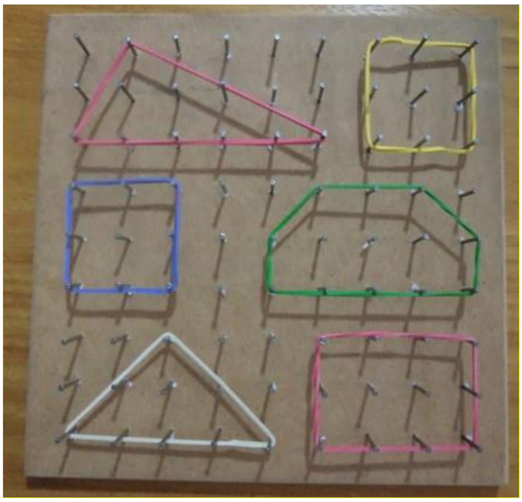
2.1 GEOPLANO

O Geoplano é um recurso que pode auxiliar no trabalho com a Geometria, a partir de atividades planejadas envolvendo figuras e formas geométricas, suas características e propriedades, ampliação e redução de figuras, simetria, área e perímetro, radicais, dentre outros conceitos.

O raciocínio geométrico abrange um conjunto de habilidades importantes para uma percepção mais apurada do mundo que cerca o indivíduo. Desse modo, este indivíduo observa para construir, ou constrói para observar, ou ainda representa e constrói.

O Geoplano é um material criado pelo matemático inglês Calleb Gattegno. Constitui-se por uma placa de madeira, marcada com uma malha qualquer, neste caso, quadriculada. Em cada vértice dos quadrados formados fixa-se um prego, onde se prenderão os elásticos, usados para "desenhar" sobre o geoplano. Podem-se criar geoplanos de vários tamanhos, por exemplo, na figura 2 tem um geoplano 5x5, ou seja, cada lado do geoplano tem 5 pinos (pregos).

Figura 2-Geoplano 5x5



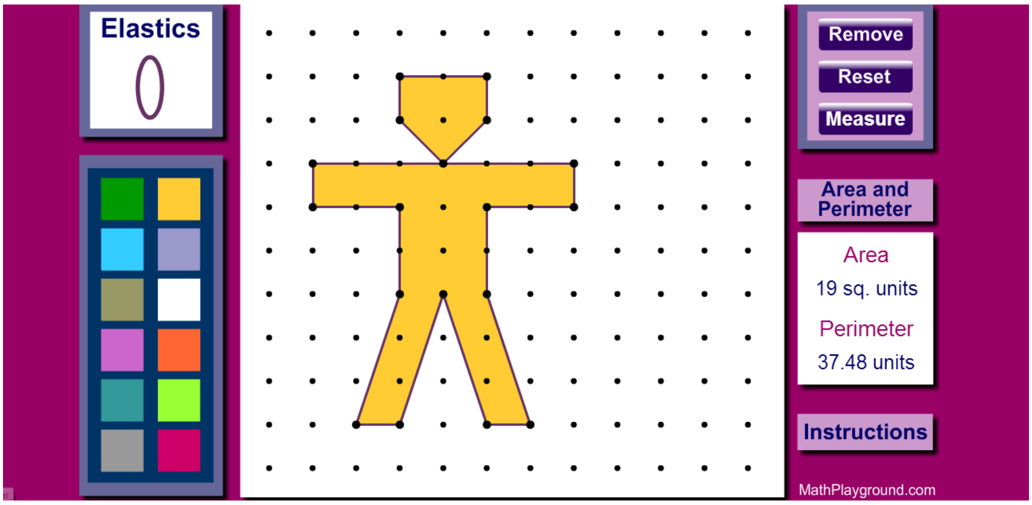
Fonte: Google[3]

---

[3] Disponível em:
https://www.google.com.br/search?q=geoplano&biw=1366&bih=667&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ei=BMieVYCeFcKjwgSPmZOIDA&ved=0CAYQ_AUoAQ#; Acesso em: 09/07/2015.

Neste trabalho será utilizado o Geoplano Digital, que pode ser obtido na página http://escolovar.org/mat_geometri_geoplano.mathplay.swf. Este objeto de aprendizagem digital permite que o aluno obtenha a área e o perímetro da figura construída a partir do botão *Measure* localizado no canto superior direito da página, viabilizando que o aluno possa conferir seus cálculos, como mostra a figura abaixo.

Figura 3-Geoplano virtual



Fonte: Geoplano Digital[4]

O primeiro contato que tivemos com este software foi na disciplina de Educação Matemática e Tecnologia, porém, como este não era um objeto de aprendizagem que constasse na programação da disciplina, não tivemos a oportunidade de trabalhar com ele. Sendo assim, o interesse no Geoplano ficou latente até que aparecesse uma oportunidade de utilizá-lo e essa oportunidade surgiu justamente com este trabalho.

2.2 NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS

A teoria que apoia este trabalho chama-se Negociação de Significados e ela estuda a troca e a produção destes significados em sala de aula, troca esta direcionada pela interação entre alunos e alunos-professor.

[4] Disponível em: https://www.google.com.br/search?q=geoplano&biw=1366&bih=667&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ei=BMieVYCeFcKjwgSPmZOIDA&ved=0CAYQ_AUoAQ#; Acessado em: 10/05/2015.

Faz-se necessário dizer, neste momento, que uma palavra se torna significativa a partir do momento que conceitos e definições são atrelados a ela. Deste modo não é aconselhado impor um significado e sim negociá-lo.

É sabido que essas interações sociais são assim o eixo central das dinâmicas conducentes à aquisição e partilha do conhecimento matemático, em que todos têm possibilidades de emitir ideias e construir novos significados a partir de experiências de interação entre si e com os objetos matemáticos (BISHOP;GOFFREE, 1986).

Conforme visto , estas interações colaboram com a aprendizagem matemática e acreditamos que isto seja verdade, pois no momento em que dois alunos discutem sobre determinado assunto e cada um tem um conceito diferente, se faz necessária a busca por um conceito que seja plausível para ambos. Esperamos que esta busca seja mais facilmente estimulada quando os alunos encontram essas diferenças entre si e não quando o professor mostra quais são elas. Temos verificado esta situação nas escolas onde realizamos nossas disciplinas práticas, em que os alunos lutam por suas opiniões muito mais ferrenhamente quando são contrariados por outro aluno. Quando é o professor a indagá-los ou refutá-los, as respostas são muito mais tímidas, pois acreditam que o professor sempre estará certo. Por este motivo que os trabalhos em grupo deveriam ser mais estimulados, pois esta prática possibilita, não só o diálogo aberto entre pares, mas também entre professor-aluno. É importante ressaltar que este pode ser um processo longo, mas para que ele tenha sucesso deve acontecer sem que haja pressa, tendo em vista que cada aluno tem seu tempo para aprender.

Esta teoria também tira o professor da condição de detentor absoluto da verdade e o coloca na posição de negociador, não mais na de uma pessoa que impões suas verdades. E isto não o deixa confortável, ao passo que ele não está mais impondo um conceito e sim construindo coletivamente. É comum verificarmos que na maioria das escolas, desde os conceitos, definições, fórmulas, dentre outras coisas, tudo é dado para os alunos, não tornando a aprendizagem significativa.

Muito possivelmente estes conceitos são corretamente fornecidos, entretanto se o aluno simplesmente decorá-los, estes serão fixados momentaneamente e logo serão esquecidos. Deste modo, entendemos necessária esta negociação de significado para que seja obtido um conceito coletivo o qual se tornará individual.

3. GEOMETRIA

3.1 SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

Neste capítulo discorrerei sobre o ensino de Geometria, tanto nas escolas quanto nos livros didáticos. De acordo com Pavanello (2000, p.1):

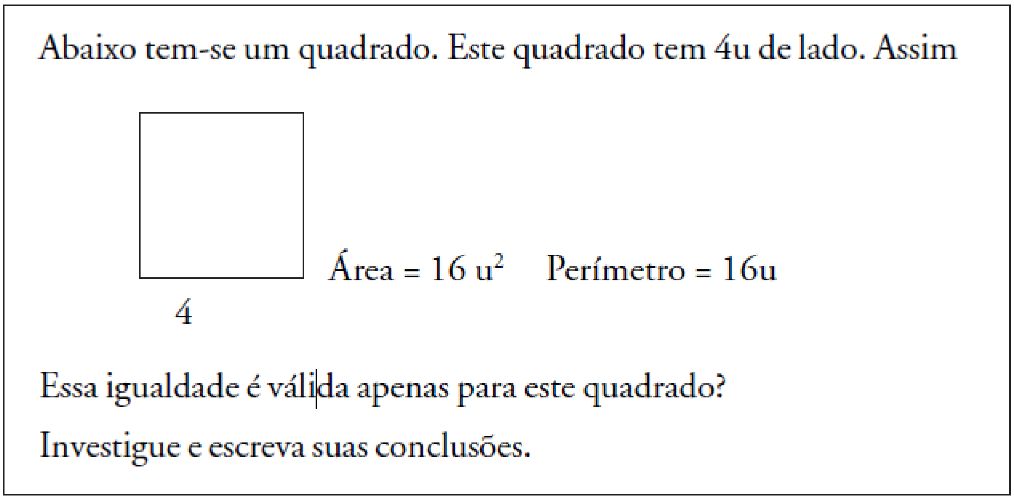
> A maioria das Propostas Curriculares de Matemática elaboradas na década de 80 ressaltam a importância da aprendizagem dos conceitos geométricos nas séries iniciais do ensino fundamental, o mesmo acontecendo nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, editados no final dos anos 90. No entanto, em visitas às escolas, acompanhando os estágios de acadêmicos de Pedagogia da UEM ou realizando pesquisas, constatamos ser prática comum entre os professores desse nível do ensino preocuparem-se somente com o estudo dos números e das operações e deixarem de lado o trabalho com a geometria.

Tenho constatado isto que Pavanello afirma sobre a falta de preocupação com a geometria nas escolas durante minha graduação em meus laboratórios e estágios. Tive a oportunidade de trabalhar com este conteúdo apenas uma vez, entretanto o que me causou estranheza foi o fato da professora me relatar que seria a primeira vez que sua turma teria contato com esta matéria naquela escola. A professora trabalhava ali há alguns anos, este também era meu primeiro laboratório e já recebia um "choque de realidade".

Segundo ela, a geometria fica para o final do ano e não é um conteúdo que certamente fará parte do ano letivo, pois acredita que haja pouco tempo para desenvolver todos os conteúdos do currículo. E isto pode, possivelmente, ser explicado pelos livros didáticos, que muitas vezes são o único embasamento que os professores utilizam para a elaboração de seus planos de aula. Digo isto, pois segundo Carlovich (2005, p. 110), "nas coleções de 1990 observamos que o ensino da Geometria é concentrado num único capítulo, não havendo integração com as outras partes da Matemática. Nas coleções de Giovanni e Iezzi esse estudo é realizado no final do livro".

Entretanto, em análise realizada por Carlovich (2005) com os livros das coleções de 2000, se verifica uma mudança quanto à integração com outras áreas da Matemática. Esta integração é importante pelo fato de ajudar o aluno a conseguir fazer a transformação de um problema cotidiano em um problema matemático, como, por exemplo, transformar o problema de verificar qual a maior área possível para construir um cercado em formato retangular com um determinado comprimento de arame. Matematicamente, consiste em determinar uma função quadrática e a partir disso, as coordenadas do vértice desta função, sendo o y do vértice o valor da maior área possível referente a este cercado. Transformação esta que não seria muito viável se ele não tivesse trabalhado na sala de aula problemas ou situações que interligassem as áreas de conhecimento da matemática ou até mesmo analisar um problema puramente matemático de alguma outra forma. Para ficar mais claro, exemplificarei:

Figura 4-Área e perímetro do quadrado


Abaixo tem-se um quadrado. Este quadrado tem 4u de lado. Assim

Essa igualdade é válida apenas para este quadrado?

Investigue e escreva suas conclusões.

Finte: Grando (2008)

Esta atividade mencionada por Grando (2008) foi desenvolvida por uma graduanda do curso de Matemática e entregue a um grupo de professores para que estes a aplicassem em suas respectivas salas de aula. Dentre todas as resoluções entregues o padrão era o de desenhar os quadrados de medidas de lados menores e posteriormente de medidas de lados maiores que quatro, calcular suas áreas e os perímetros correspondentes e assim, depois de verificarem o padrão de seus desenhos, concluírem que esta igualdade entre área e perímetro só ocorre quando o lado é igual a quatro. Entretanto um aluno se diferenciou dos demais e chamou a atenção dos professores ao analisarem sua resposta, pois ao invés de fazer como todos, ele transformou a questão geométrica numa equação, resolvendo todo o problema em apenas algumas linhas e sem nenhum desenho. Ele igualou as fórmulas do perímetro e da área e obteve $4l = l^2$ e com isto verificou que $l = 0$ ou $l = 4$, sabendo que não existe um quadrado de lado zero ele concluiu que o lado deveria ser quatro.

Segundo Pavanello (2000, p.1).

> Uma prática pedagógica que privilegia apenas alguns temas matemáticos em detrimento de outros certamente trará graves conseqüências para a construção dos saberes matemáticos pelos alunos. A aprendizagem acaba empobrecida e desprovida

> de significado quando não se considera que os diferentes ramos da matemática são construídos por interação.

Deste modo podemos verificar, com base na tarefa exemplificada acima, como se faz importante a integração entre a geometria e outras áreas do conhecimento matemático e que o sistema que privilegia ensinar apenas algumas áreas do conhecimento em detrimento de outras não é aconselhável.

3.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE ÁREA E PERÍMETRO

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), a geometria é naturalmente atrativa aos olhos dos alunos, possibilitando assim, que o professor não tenha resistência que teria se fosse abordar outro conteúdo com seus alunos. Também é importante mencionar que os alunos frequentemente confundem os conceitos de área e perímetro, não conseguem fazer relações verdadeiras utilizando esses dois conceitos, como por exemplo, ao compararem dois polígonos afirmam que "a figura de maior área tem necessariamente o maior perímetro". E uma das possíveis explicações para isto é que os alunos, normalmente, não são expostos a este tipo de situação-problema nas quais as duas noções estejam presentes. O ensino seria mais proveitoso se fossem propostas situações em que fosse necessário comparar figuras com mesmo perímetro e áreas diferentes, ou mesma área e perímetros diferentes; ou com duas figuras sendo uma tenha maior perímetro e maior área e a outra tenha maior perímetro e menor área.

Outro fato importante a ser discutido sobre áreas e perímetros é referente à obtenção de fórmulas. Acredito que o ensino de fórmulas de área deva ser feito de modo que o aluno compreenda como elas foram obtidas, tendo em vista que segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 131) "A experiência tem mostrado que os alunos que aprendem mecanicamente fórmulas costumam empregá-las de forma também mecânica e acabam obtendo resultados sobre os quais não têm nenhum tipo de crítica e controle, além de as esquecerem rapidamente".

Com isso, tenho a convicção de que atividades exploratório-investigativas que possibilitem aos alunos tanto diferenciarem área de perímetro, quanto deduzirem uma fórmula, são fundamentais para a construção do seu conhecimento geométrico.

3.3 TRABALHOS CORRELATOS SOBRE ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO

Aqui farei uma análise de alguns Trabalhos de Conclusão de Curso e artigos publicados que tenham como objetivo o ensino de área e perímetro. Verificarei qual a teoria utilizada, o método e seus resultados ou objetivos.

3.3.1 Berger – Explorando o conceito de área com o Tangram

Este trabalho, publicado em 2013 propõe utilizar o objeto de aprendizagem Tangram para o ensino de áreas de uma nova forma, pois ele possibilita o aluno manusear o quebra-cabeça, dando ao aluno a possibilidade de desenvolver raciocínios de uma maneira diferente da usual. Para realizar este trabalho foi utilizada a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) que é uma teoria psicológica do conceito que oferece uma estrutura para as pesquisas sobre aprendizagem e também auxilia o professor a entender como funciona a construção do conhecimento matemático (BERGER, 2013).

Foi criada uma sequência didática utilizando o Tangram que compreendia desde a construção do quebra-cabeça até a noção de invariância da área das diferentes figuras, passando pelo cálculo de áreas de algumas figuras utilizando polígonos diferentes como unidade de área e alguns paradoxos. Esta sequência possuía oito atividades, sendo elas as seguintes:

A primeira atividade consistia na construção do Tangram utilizando EVA e seguindo os passos dados pela autora. Logo a seguir a segunda atividade que era um tanto mais complexa, consistia em reconstruir o quadrado original depois de separadas as peças e sem auxílio visual de como foi montado o quebra-cabeça.

Já na terceira atividade a turma deveria calcular a área de cada uma das sete peças do quebra-cabeça, sabendo que ele possuía 20 cm de lado. A intenção desta atividade não era a de verificar se as respostas obtidas seriam corretas, mas sim de verificar as estratégias para realizar os referidos cálculos. Logo após a quarta atividade, a proposta era de calcular a área de algumas figuras utilizando figuras diferentes como unidades de área, tais como um triângulo e um quadrado. A autora relata que o objetivo desta atividade era o de mostrar que a unidade de área é uma região que é comparada com outra. Na quinta atividade a turma deveria construir uma série de polígonos com uma área pré-definida utilizando o triângulo pequeno como unidade de área.

A sexta atividade consistia na construção de algumas figuras pré-definidas e na determinação de suas respectivas áreas, sabendo que todas as sete peças eram utilizadas em todas as figuras. Na sétima atividade foram colocados alguns paradoxos, sendo eles figuras que, supostamente, teriam sido construídas com todas as sete peças, porém, aparentemente, teriam áreas diferentes. O que ocorria nestas figuras é que elas não eram exatamente iguais e sim muito parecidas, dando a impressão que a área seria diferente, entretanto não eram. E por fim, na oitava atividade são entregues duas questões aos alunos, sendo uma do vestibular de 2006 da UFSM (Universidade Federal de Santa Maria) e outra do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

No término da sequência a autora conclui que através das atividades constituídas com o Tangram, foi possível perceber a construção do conhecimento de área por parte dos alunos.

3.3.2 Vieira - Usando Geoplano e Geogebra para trabalhar o conceito de área

Este trabalho procura fornecer sugestões de atividades para o ensino de área com o uso do Goeplano e do GeoGebra. Este livro é o produto final da pesquisa de Mestrado intitulada: **"Reinventando a Geometria no Ensino Médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, *softwares* de geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele"**. A teoria que dá suporte a este trabalho é a Teoria de Van Hiele.

Segundo Nascer (1997), citado por Vieira (2010, p. 3):

> [...] O modelo sugere que os alunos progridem segundo uma seqüência (*sic*) de níveis de compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem geometria. O progresso de um nível para o seguinte se dá através da vivência de atividades adequadas. Portanto, a elevação de níveis depende mais da aprendizagem adequada do que de idade ou maturação.

Os níveis de Van Hiele são classificados numa escala de cinco níveis, sendo eles os seguintes: nível 0 (básico): visualização (ou reconhecimento); nível 1: análise; nível 2: dedução informal (ou ordenação); nível 3: dedução formal; e nível 4: rigor.

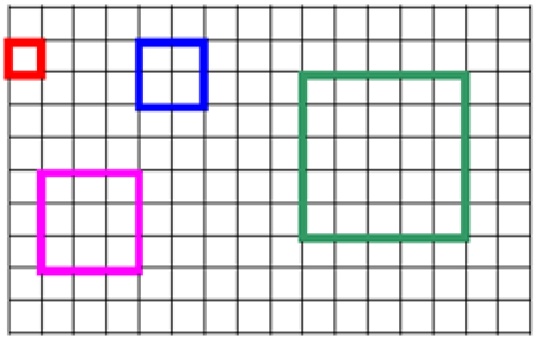
Primeiramente a autora traz uma sequência de atividades preparatórias que consistem em diferenciar figuras planas de espaciais, classificar os quadriláteros, identificar propriedades dos diferentes quadriláteros e identificar propriedades comuns entre alguns quadriláteros. E logo na sequência são apresentadas algumas atividades com o uso do Geoplano.

As atividades com o Geoplano foram divididas em duas partes e explicarei no que consistiam ambas a seguir:

1ª parte:

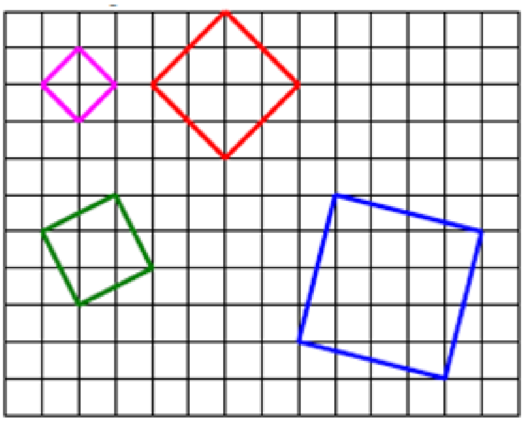
A primeira atividade consistia em construir alguns quadrados e retângulos com áreas pré-definidas, a segunda, triângulos. Na terceira atividade era pedido também que fossem construídos alguns quadrados, entretanto estes quadrados não tinham sua base e altura facilmente definidos pela malha quadriculada do Geoplano, pois os lados dos quadrados eram formados por diagonais de retângulos contidos nesta malha quadriculada enquanto que os lados dos quadrados da primeira atividade eram formados por segmentos da malha como mostram as figuras abaixo.

Figura 5-Atividade 1 Vieira: quadrados de áreas 1, 4, 9 e 25.



Fonte: Vieira (2010)

Figura 6-Atividade 3 Vieira: quadrados com áreas 2, 5, 8 e 17.



Fonte: Vieira (2010)

A atividade quatro consistia na construção de paralelogramos, que não fossem retângulos, também com áreas pré-definidas.

2ª parte:

Nesta parte a autora aborda o conteúdo de uma maneira diferente da primeira, pois ao invés de fornecer a área e pedir que construamos uma figura ela fornece a figura e pede que calculemos a área. Na primeira atividade são dados alguns retângulos e na segunda, que está diretamente atrelada à primeira, é fornecida uma tabela e solicitado que se preencham os campos destinados à base, altura e área de cada retângulo. Esta atividade, aparentemente, tem a intenção de induzir o aluno a generalizar a maneira de calcular a área de qualquer retângulo. Todas as outras atividades são iguais a esta, entretanto os polígonos abordados são o triângulo e o paralelogramo.

A sequência de atividades com o GeoGebra é equivalente a primeira parte da sequência do Geoplano, pois consiste em construir as mesmas figuras com áreas pré-definidas, entretanto agora num *software.*

A autora aplicou um teste antes e depois da pesquisa para verificar se houve aprendizagem do conteúdo.

Ao final, a autora conclui que o Geoplano e o GeoGebra são ferramentas que podem ser utilizadas em vários assuntos e em vários níveis de ensino, salientando também que eles podem não ser uma solução definitiva para suprir as dificuldades de ensino, contudo criam uma nova possibilidade para o desenvolvimento de atividades geométricas.

3.3.3 Centenaro – Perímetro e Área: Uma proposta didática para o ensino fundamental

Este trabalho, publicado em 2010 tem como objetivo o ensino de área e perímetro de algumas figuras planas a alunos de 6ª série do ensino fundamental de tal forma que este seja significativo e motivador e que os conceitos não sejam memorizados, mas sim compreendidos e incorporados.

A teoria usada neste trabalho foi a Engenharia Didática, teoria esta que foi desenvolvida por Artigue (1996). A autora da teoria a compara com o trabalho de um engenheiro que, para realizar um trabalho com êxito, precisa de conhecimento científico. A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa que articula a construção do saber a uma prática reflexiva investigativa diante de uma sequência didática experimental (FANTINELLI, 2010, p. 14).

A Engenharia Didática se divide em quatro etapas:

Análises preliminares: são as análises que são feitas previamente com o objetivo de desenvolver a sequência didática.

Elaboração e concepção da sequência didática e da análise à priori das atividades: nesta etapa são feitas as escolhas didáticas para a elaboração da engenharia didática, levando em consideração as análises feitas anteriormente.

Realização da experimentação: realização da sequência com os alunos.

Análise posterior: são analisadas e interpretadas as informações obtidas na sequência didática, posteriormente a confrontando com a preliminar para validar ou não a questão pesquisada.

Como metodologia de trabalho, foi desenvolvida uma sequência didática contendo doze atividades, as quais serão expostas na sequência.

A primeira atividade consistia em assistir a um vídeo intitulado “As coisas têm área, volume e forma” e logo após discutir sobre alguns pontos do filme em questão. A segunda atividade consistia em abrir o arquivo *recobrindo.ggb* e utilizar algumas formas geométricas para cobrir a figura. Na terceira atividade a turma deveria construir um quadrado de 20 cm de lado, dividi-lo em cem quadradinhos de lado 2 cm cada e depois responder a algumas questões. Na quarta atividade foram dadas quatro figuras diferentes e solicitado que os alunos respondessem o que era possível constatar referente ao perímetro e área de todas elas. Na quinta atividade foi solicitado que a turma recortasse a diagonal de vinte quadradinhos da atividade três, de modo que obtenham quarenta triângulos. De posse desses triângulos deveriam montar cinco figuras diferentes utilizando oito triângulos e dez quadrados e depois responder a algumas questões. Na sexta e sétima atividade era solicitado que o aluno desenhasse retângulos com medidas definidas e que respondesse a algumas perguntas.

Da oitava atividade em diante é realizada uma sequência de construções de triângulos, paralelogramos e trapézios com régua e compasso. Na oitava atividade o aluno deveria construir dois triângulos iguais e um deles sofreria um corte na linha que representa sua altura. Em seguida seriam feitas questões para que relacionassem a área e o perímetro do triângulo e do retângulo. Na nona e décima atividade foi pedido que o aluno desenhasse um paralelogramo e traçasse uma reta perpendicular à base, entretanto na nona esta reta deveria passar por um vértice e na décima poderia passar em qualquer lugar. Depois de construir o desenho, foram feitas questões que relacionassem a área e o perímetro do paralelogramo com o retângulo. E finalmente a décima primeira e décima segunda atividades eram semelhantes às anteriores, porém com trapézios equilátero e isósceles.

Esta sequência possibilita que o aluno aprenda realmente como obter a área de alguns polígonos de maneira significativa, haja vista que ele não é exposto a fórmulas em momento algum, mas começa a ter noção de como realizar estes cálculos.

Ao final do trabalho a autora conclui que o estudo de área e perímetro de figuras poligonais torna-se mais fácil utilizando ladrilhamento e composição e decomposição de figuras para obter outras.

3.3.4 Grando, Nacarato e Gonçalves - Compartilhando Saberes em Geometria: Investigando e aprendendo com nossos alunos

Este artigo, publicado em 2008 tem como objetivo a discussão sobre as tendências didático-pedagógicas referentes ao ensino da Geometria na Educação Básica. Com o objetivo de criar um espaço alternativo para a formação docente, em 2003 foi criado um grupo de estudos e pesquisas focado na Geometria, sendo este grupo formado por graduandos, professores da educação básica e alunos da pós-graduação. A cada semestre era escolhida uma temática acerca da Geometria, e depois de feita esta escolha eram discutidas questões e elaboradas situações para serem aplicadas nas salas de aula.

Este artigo traz uma atividade que foi levada para a sala de aula com a meta de discutir a potencialidade das tarefas exploratório-investigativas, questão esta que já foi abordada no subcapítulo 3.1 (figura 4). A autora salienta que até mesmo os alunos que não se interessavam pelas atividades escolares fizeram o solicitado e obtiveram suas conclusões.

Esta experiência propiciou reflexões a cerca da atividade em pelo menos três dimensões: (1) possibilidades e limites do uso de material didático no ensino de geometria; (2) possibilidades de generalização, tornando uma tarefa investigativa; (3) valorização das diferentes estratégias e argumentações em sala de aula. Entende-se que a tarefa teve sucesso, entretanto deveria ter uma continuação, posto que os alunos, aparentemente, não visualizaram a possibilidade de os lados serem não naturais.

Segue o quadro resumo dos trabalhos que foram analisados:

Quadro Resumo

AUTOR	TÍTULO	TEORIA	OBJETIVO	RESULTADOS
Berger, Carolina Chiarelli	Explorando o conceito de área com o Tangram	Campos Conceituais (TCC)	Investigar se o Tangram pode auxiliar no ensino e na aprendizagem do conceito e do cálculo de áreas.	Foi possível perceber a construção do conhecimento de área por parte dos alunos.
Vieira, Carmem Rosilene	Usando Geoplano e GeoGebra para trabalhar o conceito de área	Van Hiele	Verificar se o uso dos recursos materiais, combinados com *softwares* de geometria dinâmica, contribui para uma melhor aprendizagem de Geometria.	A utilização dessas ferramentas de ensino são favoráveis, pois criam novas possibilidades no desenvolvimento de atividades.
Centenaro, Grasciele Fabiana Casagrande	Perímetro e área: Uma proposta didática para o ensino fundamental	Engenharia Didática	Investigar se o estudo de perímetro e área de figuras planas torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição das figuras, e investigar se uma sequência de atividades que trabalhe a diferença entre esses conceitos apresenta resultados significativos no aprendizado.	Foi possível concluir que o estudo de área e perímetro utilizando ladrilhamento e composição e decomposição de figuras se torna mais fácil.
Grando, Regina Célia, Nacarato, Adair Mendes, Gonçalves, Luci Mara Cardoso	Compartilhando saberem em geometria: Investigando e aprendendo com nossos alunos		Discutir as atuais tendências didático-pedagógicas para o ensino de geometria na educação básica, tomando como foco o trabalho que vem sendo desenvolvido por um grupo de estudos e pesquisas sobre esse campo de saber, na Universidade São Francisco (Itatiba, SP).	A autora conclui que a atividade foi bem sucedida, entretanto deveria ter uma continuação, pois os alunos não perceberam que a possibilidade de existirem lados não naturais.

4. METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada para a elaboração e análise da sequência de atividades, a caracterização dos sujeitos da pesquisa e a forma de coleta de dados e uma explanação sobre a própria sequência didática.

A proposta deste trabalho esta embasada na metodologia de pesquisa chamada de Estudo de Caso e ela faz uma abordagem investigativa que busca compreender o “como” e os “porquês” de uma determinada entidade. Entidade esta que pode ser tanto uma “pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social” bem definida, inseridas em um contexto. (PONTE, 2006, p.2).

O estudo de caso analisa uma situação específica, única e especial identificando suas características e a partir destas elabora uma reflexão que contribui para a compreensão generalizada de uma situação de interesse.

Esta metodologia é caracterizada da seguinte forma:

- Coleta e análise de documentos no campo de ação (entrevistas, questionários, anotações, gravações, vídeos, etc);
- Investigação de natureza empírica;
- Forte cunho descritivo;
- Estuda uma entidade em seu contexto real.

Esta investigação tem como objetivo verificar se o Geoplano pode auxiliar no ensino e na aprendizagem de áreas e perímetros. E para fundamentar as discussões em sala de aula será utilizada a Teoria da Negociação de Significados.

Seguirei com uma abordagem qualitativa. A abordagem qualitativa “[...] envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação encontrada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”. (BOGDAN; BIKLEN apud BONADIMAN, 2007, p. 62).

Esta pesquisa foi realizada com uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental composta por trinta alunos em uma faixa etária de aproximadamente treze anos. Para o desenvolvimento do trabalho os alunos foram deslocados para o laboratório de informática da escola e posteriormente divididos em grupos de dois ou três integrantes.

A coleta de dados considerou as interações feitas entre os alunos e entre eles e o pesquisador. Para isto foram feitas anotações, gravações de áudio e capturas de fotografias durante o desenvolvimento da prática. No final da aula foram recolhidas todas as tarefas produzidas pelos grupos. Antes de iniciar a sequência a ser desenvolvida foi feita uma averiguação acerca dos conhecimentos dos alunos sobre área e perímetro

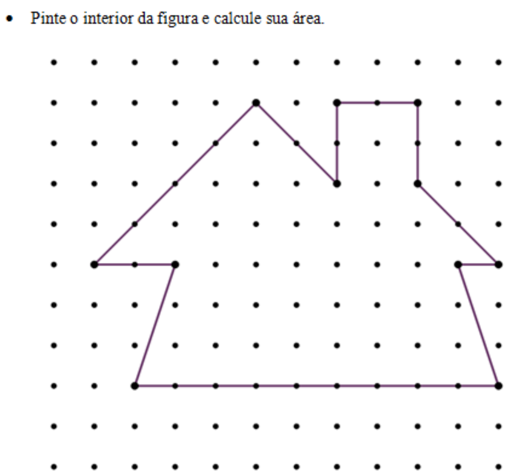
Salientamos que todas as tarefas da sequência didática que foram entregues aos grupos possuíam espaço suficiente para as respostas, tanto para as escritas, quanto para as que necessitavam de um desenho.

.

5. DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O teste inicial consiste no cálculo da área de uma figura que foi reproduzida na malha do Geoplano. Esta atividade tem como objetivo averiguar o modo que os alunos realizarão este cálculo, tendo em vista que o desenho da casa não é constituído apenas por retângulos, mas também por triângulos e, dependendo do olhar do aluno, também por paralelogramos e trapézios.

Figura 7-Teste Inicial



Fonte: Arquivo pessoal

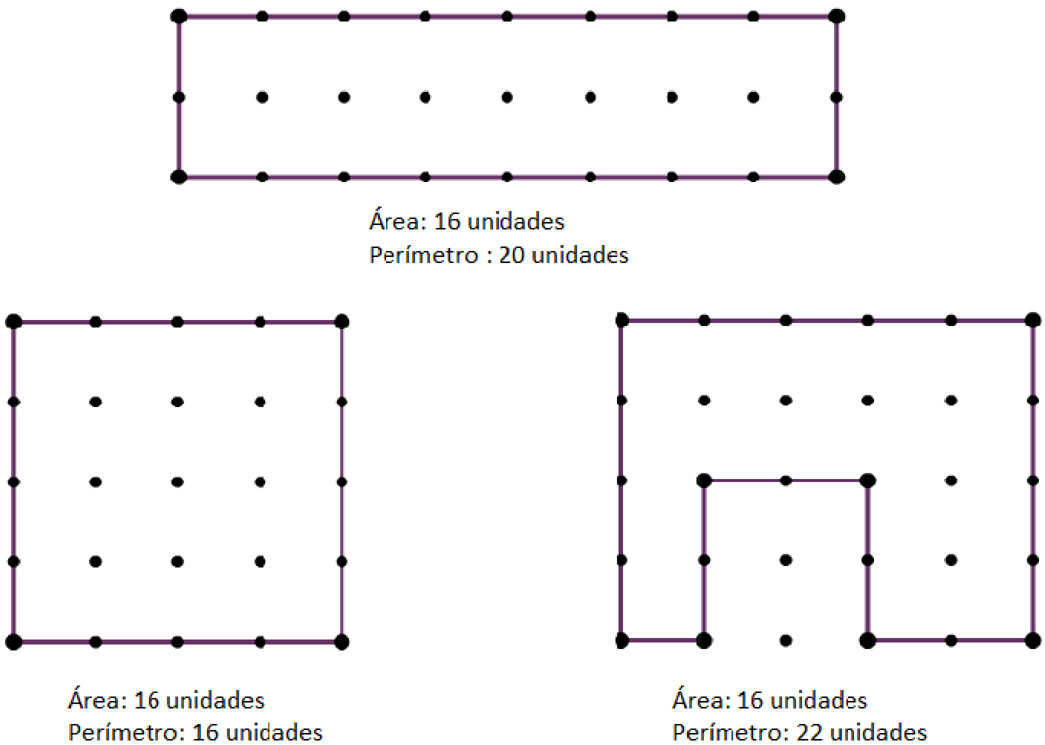
Na sequência é entregue a Tarefa 1, tarefa esta que solicita que o aluno construa no Geoplano uma figura qualquer com oito unidades de área, sabendo que cada quadradinho da malha do objeto de aprendizagem digital equivale a uma unidade de área e depois de feito este desenho que o reproduza numa das malhas contidas na folha.

De posse desse desenho são feitas duas questões para verificar se eles sabem o que é um quadrilátero e se o que foi desenhado por eles for um, qual o nome dele.

Na sequência é pedido que fosse verificado o perímetro da figura construída, sabendo que a distância entre dois pontos verticais ou dois pontos horizontais equivale a uma unidade de comprimento. Depois de verificado o perímetro da figura, a próxima questão solicitava para que, se possível, fosse construída uma figura com perímetro maior e outra com perímetro menor que o da figura original, mas com a mesma área e que estes desenhos fossem reproduzidos nas outras duas malhas contidas na folha. Esta questão é muito importante, pois os alunos dificilmente são colocados frente a uma situação que tenham que comparar figuras de mesma área, mas com perímetros diferentes.

O principal intuito desta tarefa é o de fazer a turma verificar a diferença entre área e perímetro e que é possível existir figuras com mesma área, porém com perímetros diferentes.

Figura 8-Áreas iguais e perímetros diferentes



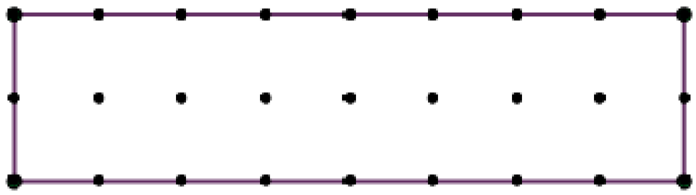
Fonte: Arquivo pessoal

Já a tarefa 2 solicita que seja construído no Geoplano um retângulo com dezesseis unidades de comprimento, não mais uma figura qualquer, e que seja reproduzido numa das malhas. Na sequência procuro saber se este retângulo que foi feito pelo aluno é único ou se existiria(m) outro(s), pergunta esta feita com o intuito de verificar se alguém responderá que o quadrado é um retângulo. Aqui poderemos verificar os conceitos que a turma possui sobre retângulo e quadrado.

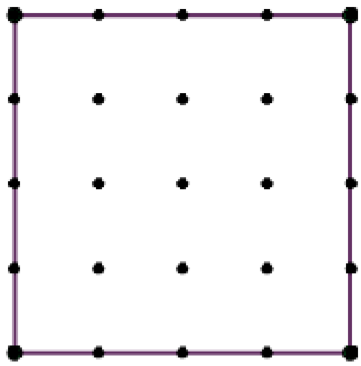
Nesta tarefa também há uma tabela para ser preenchida com os dados dos retângulos que foram construídos, com o intuito de que seja verificado pela turma que figuras com mesmo perímetro podem ter áreas diferentes.

Ao final é pedido que fosse informado qual dos retângulos construídos possui a maior área. Havendo, ao menos, uma resposta diferente do quadrado dentro dos grupos, será aberto um momento de discussão para que os dois quadriláteros em questão sejam definidos pelos integrantes do grupo, caso não haja, esta discussão será provocada.

Figura 9-Definição retângulo e quadrado



Retângulo: quadrilátero que possui os quatro ângulos retos.



Quadrado: quadrilátero que possui os quatro ângulos retos e os quatro lados iguais.

Fonte: Arquivo pessoal

A terceira tarefa começa pedindo que o aluno construa no Geoplano um retângulo com dezesseis unidades de área e depois que esta construção seja reproduzida numa das malhas, para na sequência verificar se é única ou se é possível construir mais alguma (umas) com esta restrição de área. O objetivo é que o aluno verifique a possibilidade de construir diferentes retângulos com mesma área.

Em seguida há uma tabela para ser preenchida com os dados dos retângulos construídos. O objetivo desta tabela é induzir os alunos a verificarem que a área dos retângulos é obtida pelo produto da sua base pela sua altura e investigar se conseguem verificar que o perímetro é obtido pela soma do dobro da altura com o dobro da base.

Esta tabela possibilita aos alunos a observação de um padrão entre os retângulos construídos e, possivelmente, instigue alguns a investigar se seria possível obter um retângulo de mesma área, porém com medidas de base e altura não inteiras. Mas a ideia central é que seja percebido que a área é obtida pelo produto entre a medida da base e a medida da altura do retângulo.

Na tarefa quatro é fornecido um retângulo com oito unidades de área e solicitado que o aluno construa três paralelogramos de mesma área utilizando as malhas. O principal objetivo desta atividade é investigar como cada grupo procederá para construir estes paralelogramos, ao passo que eles desconhecem a fórmula que calcula a área deste quadrilátero. Acredito que como a desconhecem, eles tentarão construir os paralelogramos por tentativa e erro e verificarão se suas construções foram bem sucedidas por meio do botão *Measure*, botão este que fornece a área e o perímetro da figura construída conforme relatado na seção 2.1 página 16.

Depois de construído os três paralelogramos eles deverão informar como fizeram para construí-los.

Na sequência existe uma tabela que, depois de preenchida com os dados dos quadriláteros recém-criados, induzirá a turma a verificar que, nos três casos, a área é obtida por meio do produto entre a base e altura.

Na tarefa 5 é fornecido um paralelogramo com seis unidades de área e com uma de suas diagonais traçadas e logo abaixo algumas questões, do tipo: com quais polígonos ele foi construído? Quantos destes polígonos foram utilizados? Dentre outras questões, sendo que na última é solicitado que o grupo construa três paralelogramos diferentes de mesma área e responda novamente as questões, verificando que os referidos polígonos são dois triângulos iguais.

Logo depois o grupo deve preencher a tabela com as informações da medida da base, da medida da altura, da medida da área do paralelogramo e da medida da área de cada triângulo.

A intenção desta atividade é que o aluno verifique que os paralelogramos são constituídos por dois triângulos iguais e, por sua vez, cada triângulo tem a metade da área do paralelogramo original. Assim, já sabendo como calcular a área dos paralelogramos, é fácil constatar que a área dos triângulos é sua metade.

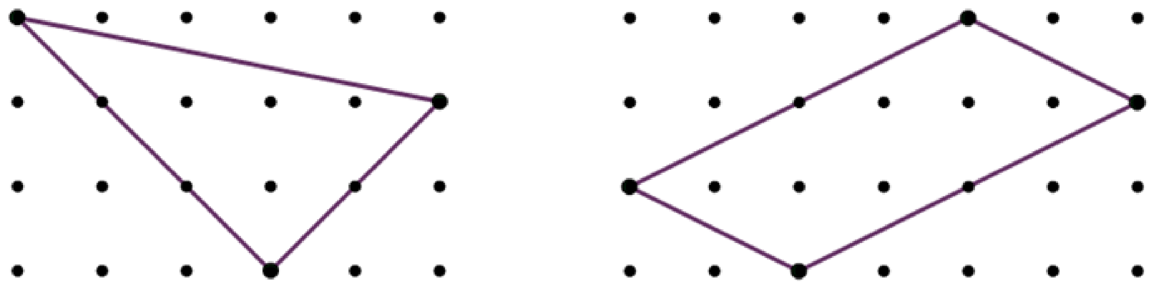
A tarefa seis é constituída por um trapézio de nove unidades de área e por algumas questões que verificam, por exemplo, com quais polígonos já conhecidos os alunos construiriam este trapézio, se com dois triângulos, com dois triângulos e um retângulo ou alguma outra combinação a gosto deles.

Na sequência é pedido que fossem construídos três trapézios com áreas diferentes e que seja dito com quais polígonos, já conhecidos, eles foram construídos. Possibilitando aos grupos verificarem que as áreas de quadriláteros, até então, desconhecidos podem ser obtidas pela união de polígonos já conhecidos.

Logo depois há uma tabela para ser preenchida com as duas bases, as alturas e as áreas dos trapézios. Esta tabela tem o mesmo intuito das outras, a saber, tentar induzir os grupos a obterem a fórmula da área, entretanto agora do trapézio. Acredito que, desta vez, a tarefa não seja tão simples, visto a fórmula ser um tanto mais complexa.

Na tarefa 7 é solicitado que os grupos façam uso do raciocínio desenvolvido durante as atividades anteriores, pois eles precisam encontrar um modo para calcular a área de alguns polígonos, contudo estes polígonos não possuem suas bases e alturas facilmente identificáveis, como podemos verificar logo abaixo.

Figura 10-Polígonos sem bases horizontais



Fonte: Arquivo pessoal

Nesses casos, mesmo depois de encontrar a fórmula para o cálculo da área, essa não será útil, pois nem a medida da base nem a medida da altura são facilmente identificáveis. Assim, o grupo deverá encontrar algum outro modo para resolver esse impasse.

O teste final foi desenvolvido para verificar se todas as atividades anteriores foram proveitosas para a turma de algum modo, ao passo que solicita que os alunos calculem a área de uma figura que foi reproduzida, entretanto agora ela não está contida na malha do Geoplano, mas está desenhada em uma folha não quadriculada com as suas medidas.

É esperado que, no início da aula, os grupos calculem a área da figura do teste inicial contando o número de quadradinhos que ela possui, contudo no teste final, no final da aula, o desejado é que façam uso de algum outro raciocínio, como utilizar as fórmulas que possivelmente descobriram.

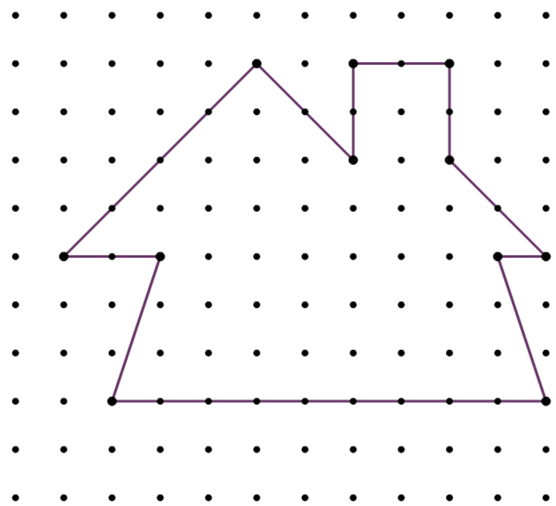
6. RELATO E ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA

Este capítulo descreve o relato das atividades desenvolvidas pela turma e as aprendizagens vivenciadas tanto por parte dos alunos quanto por parte do pesquisador.

No início da aula a turma foi dividida em grupos de dois ou três alunos e o *software* Geoplano foi apresentado. Depois de mostrado como a ferramenta funcionava eles exploraram um pouco o objeto de aprendizagem digital e fizeram algumas construções.

Na sequência foi entregue uma folha contendo a primeira atividade, a qual continha o desenho de uma casa em uma malha. Esta atividade era nomeada como Teste Inicial (Figura 11) e solicitava que fosse calculada a área interior da figura.

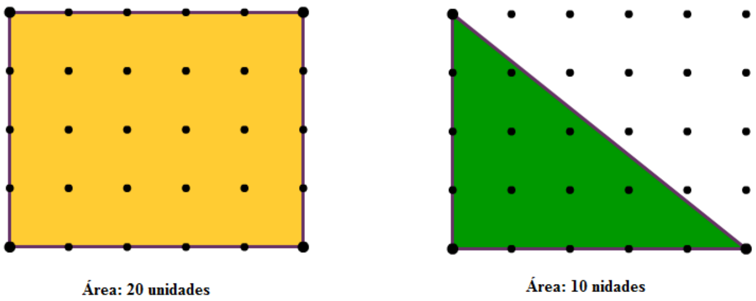
Figura 11-Teste inicial 2



Fonte: Arquivo pessoal

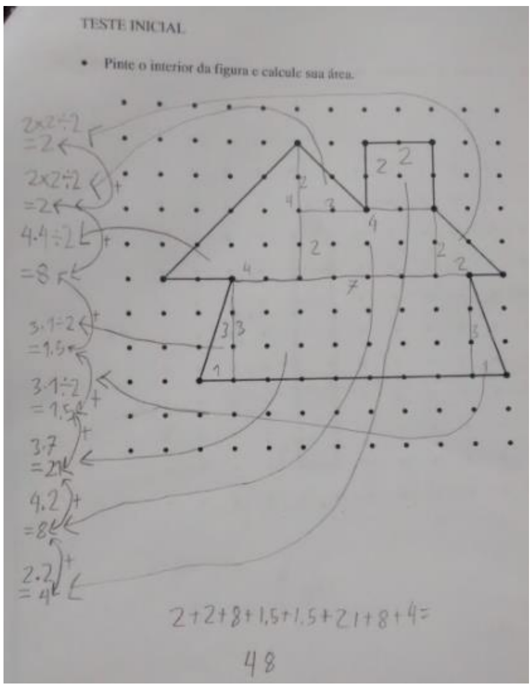
Surpreendentemente a turma gastou muito tempo nesta atividade, pois os componentes de alguns grupos não entravam num acordo de como fazer este cálculo. Alguns por preferirem contar o número de quadradinhos que continham na figura e outros porque preferiam utilizar as fórmulas que já tinham conhecimento. Como o teste inicial (Figura 11) pretendia verificar o modo que a turma realizaria a atividade, esta discussão foi produtiva, pois os alunos que já sabiam as fórmulas explicaram para seus colegas de grupo como fazer uso delas. E o mais interessante nessas discussões foi o fato de os alunos que detinham o conhecimento das fórmulas não explicaram simplesmente como utilizá-las, mas sim o porquê elas eram daquele modo. Observou-se este fato, por exemplo, quando o Aluno C questionava ao Aluno B por que Aluno A estava fazendo aquelas contas (conforme figura 13) e B afirmava que ele estava fazendo o cálculo das áreas. Mas o Aluno C não compreendia algumas contas, ele simplesmente multiplicava os números e em outras, além de multiplicar, também dividia e sempre por dois. Aqui o Aluno A diz que as contas são diferentes, pois ele está calculando áreas de figuras diferentes e que quando são retângulos apenas se multiplica a base pela altura. Ele exemplifica dizendo que um retângulo com 4 unidades de altura e 5 unidades de base possui 20 unidades de área porque ele tem 5 unidades em cada uma das 4 linhas e este é o motivo de ele ter multiplicado 5 por 4. Já os triângulos são a metade disso, por este motivo ele estaria dividindo sempre por dois. Podemos verificar na sequência (figuras 12 e 13).

Figura 12-Exemplo Aluno A



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 13-Teste inicial alunos A, B e C



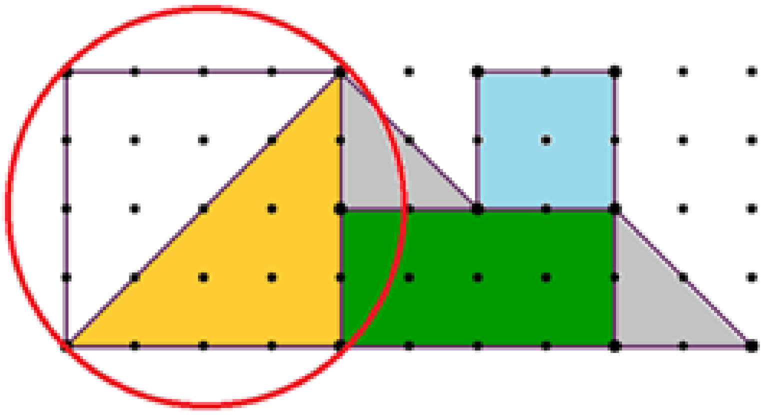
Fonte: Arquivo pessoal

Ocorreu um diálogo entre o pesquisador e dois alunos, no qual foi questionado como o grupo havia chegado naquela resposta sem contar quadradinhos.

Pesquisador: Aluno A, me explique como vocês fizeram esta atividade.

Aluno A: Aqui no telhado dá 16, mas como é a metade dá 8. Daí aqui eu fiz um retângulo de 2 e 4 (altura e base, respectivamente).

Figura 14-Telhado alunos A, B e C



Fonte: Arquivo pessoal

Quando o Aluno A se refere ao número 16, ele está falando do quadrado em destaque na figura 14, mas como o telhado é formado apenas pela parte em amarelo, ele conclui que a área desta parte do telhado é a metade da área do quadrado em destaque, logo esta parte em amarelo vale 8 unidades.

Pesquisador: E por que tu dividiste a figura assim?

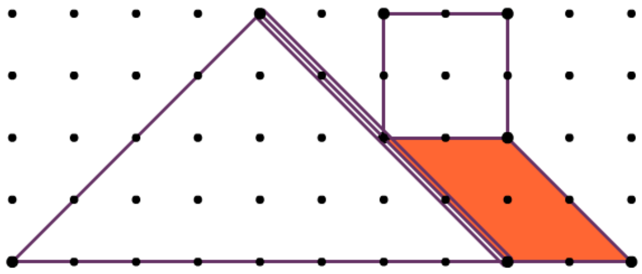
Aluno A: Para o meu colega entender.

Pesquisador: E o que ele não entenderia?

Aluno C: Ele tinha dividido a figura de um jeito que apareceu uma figura que eu não conheço.

Aluno A: Assim só tem retângulo e triângulo, é mais fácil para eu explicar para ele desse jeito. Se eu fizesse esse risco aqui, eu teria aquela outra figura (paralelogramo da figura 15).

Figura 15-Possível telhado alunos A, B e C



Fonte: Arquivo pessoal

O risco que o aluno se refere na sua citação anterior está em destaque na figura 15. E se esse segmento tivesse sido feito a figura não seria mais composta apenas por retângulos e triângulos (figura 13) como o aluno A mencionou anteriormente, mas também por um paralelogramo, facilmente decomposto em dois triângulos (figura15), o que dificultaria a explicação ao seu colega, como menciona A acima.

Aluno C: Eu não estava entendendo no começo por que o telhado vale 8 e de onde ele tinha tirado 16. Daí ele disse que era a metade do quadrado e eu entendi.

Pesquisador: Que bom, então continue com a tua explicação.

Aluno A: Sobrou no teto um triângulo com 2 e um no canto com mais 2. (refere-se a um dos triângulos em cinza da figura 14)

Pesquisador: Por que são triângulos com duas unidades de área?

Aluno A: Porque é metade desse quadrado aqui.

Aluno C: Isso!

Pesquisador: E o que mais?

Aluno A: Aqui tem 4, porque não divido o quadrado e ali embaixo tem um retângulo com 3 e 7 (altura e base, respectivamente).

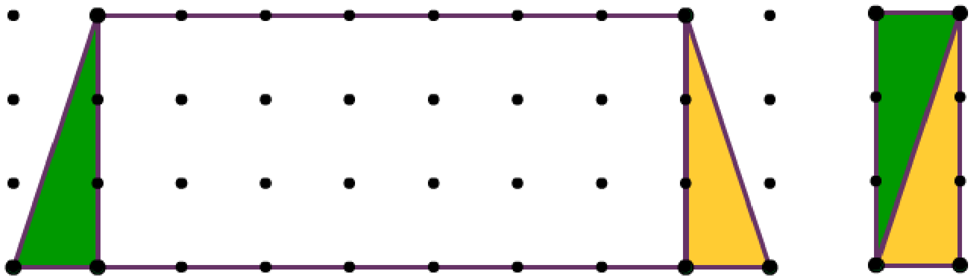
Pesquisador: Tá, mas e nesses cantos aqui?

Aluno A: Aqui é um triângulo que é igual a esse aqui, então os dois são um.

Pesquisador: Como assim os dois são um?

Aluno A: Eles são iguais, então se juntar eles dá pra fazer um retângulo. Fiz as contas primeiro e depois vi que não precisava. Mas como já tinha feito, somei 1,5 + 1,5 (Figura 16).

Figura 16-Base da casa



Fonte: Arquivo pessoal

Cada um dos triângulos coloridos possui 1,5 unidades de área, pois são a metade de um retângulo com 1 unidade de medida na base e 3 unidades de medida na altura. Entretanto se juntarmos os dois obtemos o retângulo cuja área é a soma da área dos triângulos.

Pesquisador: Muito bom Aluno A. E tu entendeste isso Aluno C?

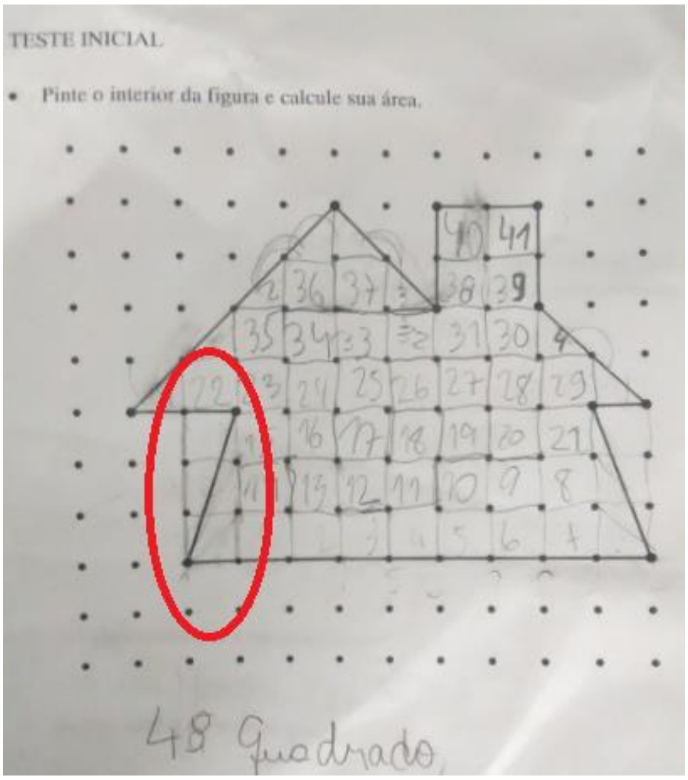
Aluno C: Sim. No começo foi estranho, mas entendi mais ou menos.

Nota-se que logo na primeira atividade os alunos deste grupo já realizaram uma negociação de significados, pois houve uma interação no qual todos emitiram e ouviram opiniões. Aqui, sem dúvida, ocorreu uma partilha de conhecimento matemático.

O Aluno C, que inicialmente pretendia contar o número de quadradinhos não conhecia as fórmulas, entretanto depois desta interação com o grupo, verificou como realizar os cálculos sem a contagem pretendida, sem nem mesmo escutar a palavra fórmula. Aqui o Aluno C teve uma oportunidade de entender por que o Aluno A e o Aluno B estavam fazendo daquela forma e o aprendizado pode ter se tornado significativo.

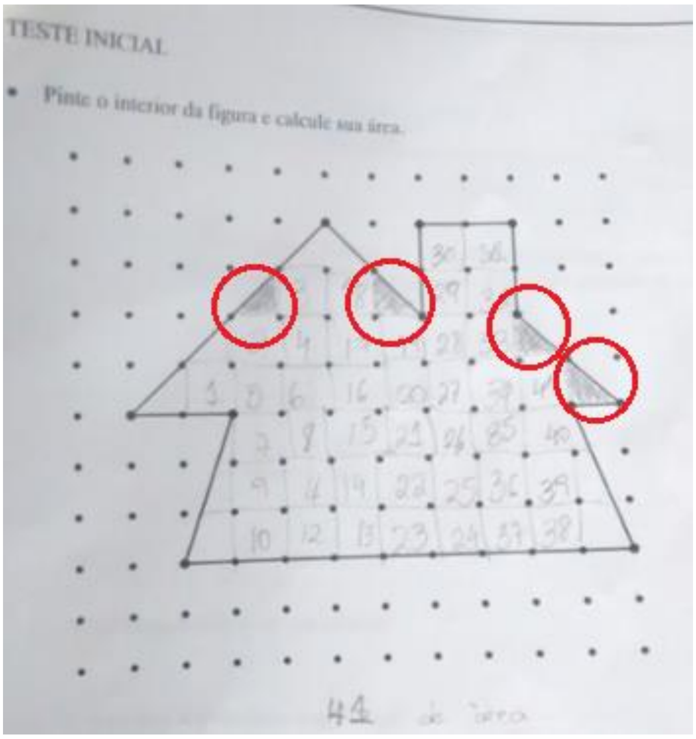
Este foi o único grupo que utilizou este raciocínio, todos os outros fizeram a contagem dos quadradinhos. Entretanto alguns realizaram uma contagem parcial como nas figuras 17 e 18.

Figura 17-Teste inicial grupo alunos D e E



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 18-Teste inicial alunas F e G



Fonte: Arquivo pessoal

A figura 17 é a atividade do grupo formado pelos alunos D e E, eles realizaram a contagem de todos os quadrados e, como destacado, não se esqueceram de levar em consideração os cantos que possuem metades de quadrados.

Cabe salientar que o Aluno D é portador de Síndrome de Asperger[5], transtorno este que é uma condição psicológica de espectro autista caracterizada por dificuldades significativas na interação social e comunicação não verbal, além de padrões de comportamento repetitivos e interesses restritos. Difere de outros transtornos do espectro autista pelo desenvolvimento típico da linguagem e cognição. Embora não seja fundamental para o diagnóstico, ser fisicamente desajeitado e ter uma linguagem atípica ou excêntrica são características frequentemente citadas pelos portadores da síndrome. Deste modo, o Aluno D possuía dificuldade na interação com seus colegas e não conseguia ficar parado para fazer as tarefas, contudo como mencionado na definição acima, quem possui Asperger também possui interesses restritos e um dos interesses dele é matemática. Ele tem muita facilidade com os números, porém uma dificuldade considerável na interpretação do que era pedido. Se não explicarem para ele o que está sendo pedido, fica um tanto nervoso por não saber o que fazer, mas assim que descobre ele resolve com facilidade. Tanto que foi D quem verificou primeiramente o fato assinalado na figura 17 afirmando que ali existia 1,5 quadrados.

Já o grupo formado pelas alunas F e G, encontrou 41 u.a., pois se esqueceu de considerar as partes não inteiras dos quadrados, como elas mesmas destacaram na figura 18. Entretanto, mesmo tendo esquecido isto, as duas discutiram e não entraram em um consenso quanto às partes hachuradas, pois a Aluna F explicava que seria metade do quadrado e a Aluna G não concordava. Quando questionada pelo pesquisador por que achava que não era a metade ela não soube se explicar. Assim, a Aluna F acabou esquecendo-se de contabilizar as partes não inteiras dos quadrados.

O teste inicial foi desenvolvido para verificar duas questões: primeira, se a maioria dos alunos, realmente, não tem conhecimento de fórmulas de área, como afirmado por eles em averiguação feita antes da aplicação da prática. Segunda, como os alunos que não têm este conhecimento procederiam na resolução da atividade.

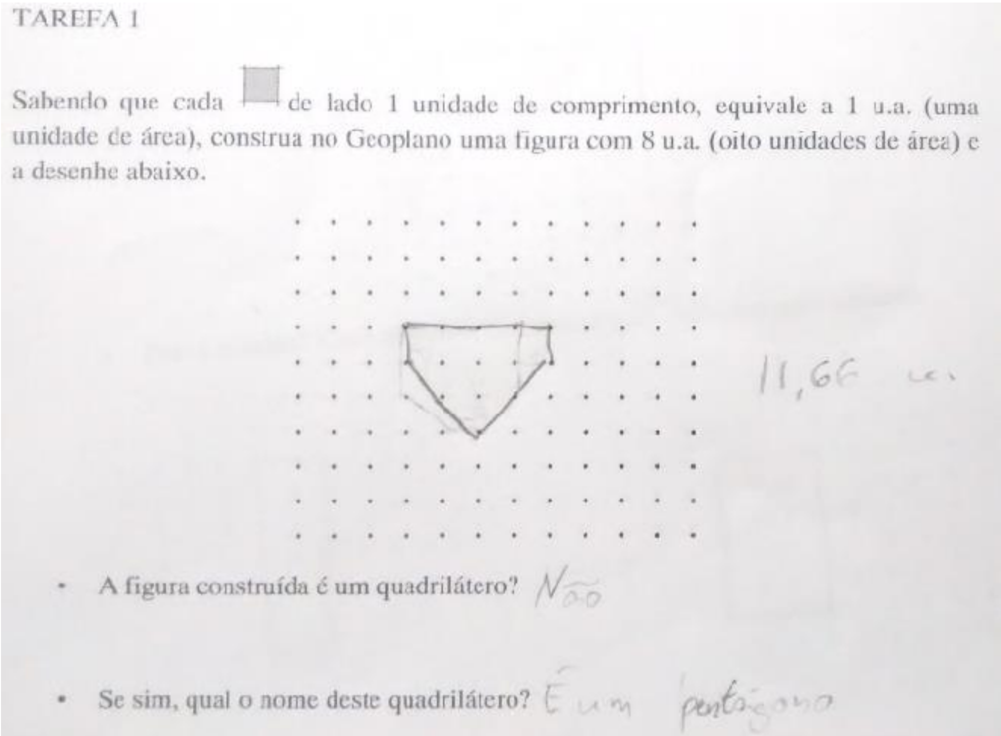
Logo em seguida foi entregue aos grupos a Tarefa 1, que solicitava que os grupos construíssem no Geoplano figuras com oito unidades de área e as reproduzissem na malha contida na folha.

---

[5] Asperger: Definição disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%ADndrome_de_Asperger; Acessado em: 25/06/2015.

Nessa tarefa ocorreu um fato interessante, pois o solicitado era que fosse construída uma figura qualquer, mas quase todos os grupos construíram retângulos, exceto um. O grupo formado pelos alunos H e I construiu um pentágono, conforme figura 19.

Figura 19-Tarefa 1 alunos H e I


TAREFA 1

Sabendo que cada ▢ de lado 1 unidade de comprimento, equivale a 1 u.a. (uma unidade de área), construa no Geoplano uma figura com 8 u.a. (oito unidades de área) e a desenhe abaixo.

11,66

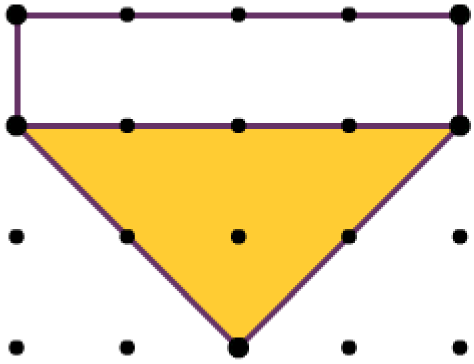
- A figura construída é um quadrilátero? Não
- Se sim, qual o nome deste quadrilátero? É um pentágono

Fonte: Arquivo pessoal

E por que o pentágono não seria esperado como construção? Pelo simples fato de apenas dois alunos terem mostrado, no teste inicial, realmente saber como calcular áreas de figuras planas. Segue diálogo entre a dupla.

Aluno H: Meu, se tu fizer esse risco aqui e esse aqui tu faz um triângulo (referem-se aos dois lados do pentágono da figura 20).

Figura 20-Triângulo alunos H e I



Fonte: Arquivo pessoal

Aluno I: Que triângulo?

Aluno H: Aqui, olha.

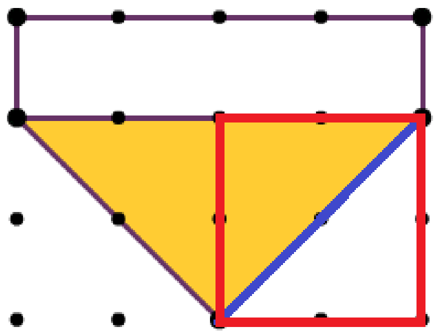
Aluno I: Tá, mas e daí?

Aluno H: Esses lados são a metade desses quadrados aqui. Então cada um tem duas unidades quadradas.

Aluno I: Tá, então já tem oito unidades, né?

Aluno H: Sim.

Figura 21-Tarefa 1 alunos H e I relatada

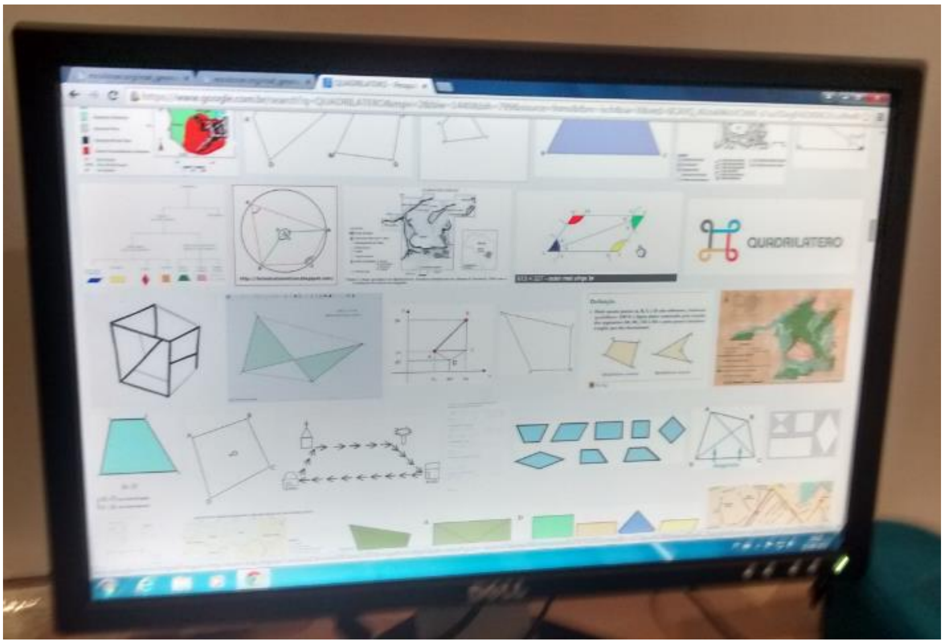


Fonte: Arquivo pessoal

Como resultado da primeira parte desta tarefa, os alunos deste grupo se adiantaram e já verificaram o fato de que uma diagonal divide um retângulo em duas regiões de mesma área.

Outro fato importante de ser mencionado é quanto às definições e conceitos que lhes eram solicitados. Logo depois de desenhada a figura havia questões sobre quadriláteros e a turma, em sua maioria, desconhecia esta palavra. Ao questionarem o pesquisador o que seria um quadrilátero era orientado que eles discutissem entre si e chegassem a um consenso. Depois de dito isto os alunos foram diretamente para a internet, obtiveram a resposta e chegaram a este consenso.

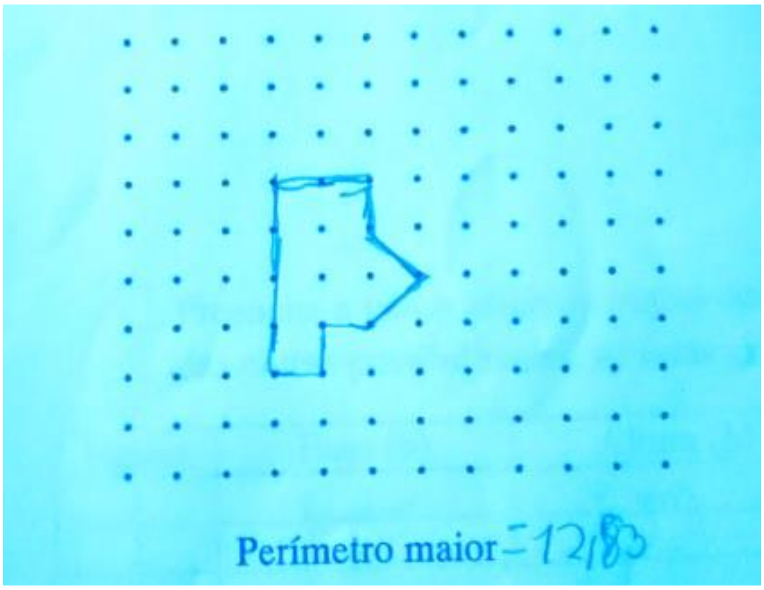
Figura 22-Pesquisa de quadriláteros



Fonte: Arquivo pessoal

Na segunda parte dessa tarefa era solicitado que a turma construísse, se possível, uma figura com perímetro maior e outra com perímetro menor que a construída inicialmente. Nesse ponto quase toda turma conseguiu desenhar uma figura com perímetro maior, entretanto poucos conseguiram uma com perímetro menor. Não foram encontradas explicações aparentes para o ocorrido, acredita-se que, simplesmente, desistiram de tentar.

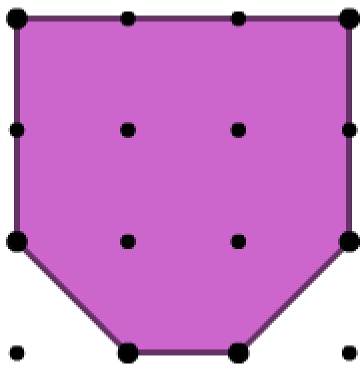
Figura 23-Perímetro maior alunos J e L



Fonte: Arquivo pessoal

Agora dentre estas criações, uma se ressalta às outras, não pela sua forma, mas pela explicação que o aluno deu ao desenvolvê-la.

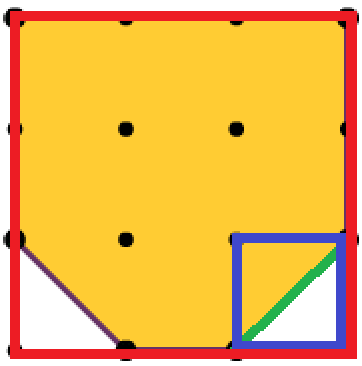
Figura 24-Criação alunos H e I



Fonte: Arquivo pessoal

Em diálogo com o Aluno H, criador da figura, e o aluno I o colega de grupo, foi questionado como ele tinha certeza que esta figura (figura 24) teria um perímetro menor que o da anterior (figura 20) e o aluno H responde prontamente que o Geoplano Digital forneceu um valor menor. Não desistindo o pesquisador questiona por que esta figura tem um perímetro menor que um quadrado de lado três (quadrado vermelho da figura 25), por exemplo. E a resposta de I é imediata: ele afirma que pegaram a diagonal dos quadradinhos debaixo (diagonal preta e diagonal verde da figura 25) e ela mede menos que a adição dos lados do quadradinho azul, por isso o perímetro seria menor que o quadrado de lado três. Aqui é possível observar que além de verificarem que a diagonal divide o retângulo em duas áreas iguais eles também verificaram que a diagonal mede menos que a adição da medida dos lados do retângulo, tornando a palavra diagonal significativa para ambos. Segue figura construída pelo grupo com análise.

Figura 25-Perímetro menor alunos H e I



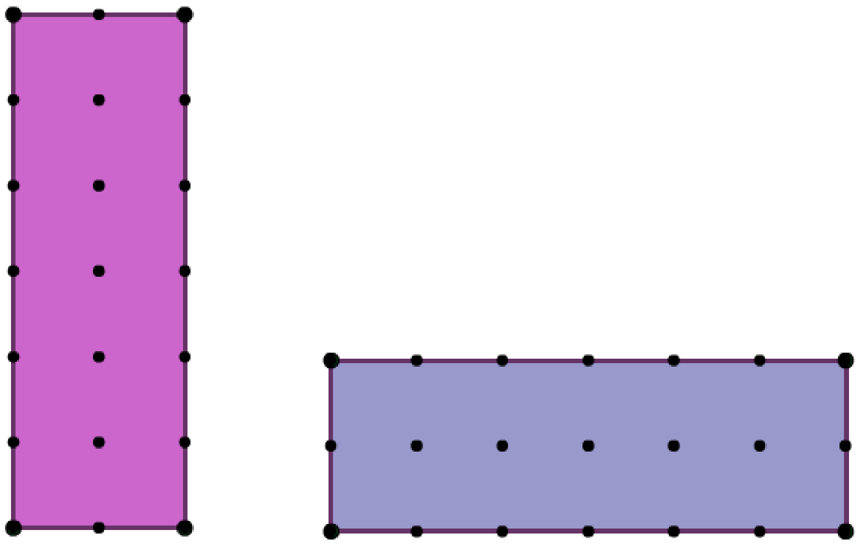
Fonte: Arquivo pessoal

Por fim, a primeira tarefa alcançou seu objetivo que era introduzir o conceito de área e perímetro aos alunos, embora nem todos conseguiram responder corretamente. No entanto, o desejado era verificar o processo do aluno em sua aprendizagem e não o produto final.

Na segunda tarefa é solicitado que os alunos reproduzam um retângulo com dezesseis unidades de comprimento e logo na sequência que verifiquem a possibilidade de construírem outros retângulos com a mesma restrição de perímetro. Essa tarefa se sucedeu com tranquilidade, exceto pelo fato de alguns alunos não saberem o que era exatamente um retângulo. Muitos questionaram o pesquisador sobre o que seria um retângulo, mas eram orientados que discutissem com o seus grupos e construíssem esse conceito. Nesse momento as alunas F e G, juntamente com as alunas M, N e O iniciaram uma conversa e a Aluna N disse que um retângulo teria a forma da letra L no seu canto (90º) e os lados diferentes. A Aluna F, contestou dizendo que os lados não poderiam se tocar e mostrou com os braços que eles seriam paralelos. Então, foram pesquisar na internet qual a definição de retângulo e verificaram que ambas estavam certas. Cabe salientar que na definição não mencionava nada sobre lados diferentes. Assim, o grupo negociou o conceito de retângulo e na sequência finalizaram a tarefa sem mais problemas.

Algo interessante foi observado nessa tarefa, pois era pedido que fossem construídos retângulos diferentes com mesmo perímetro, se isso fosse possível e eram fornecidas cinco malhas. A surpresa ocorreu quando os grupos mostravam vários retângulos iguais, mas em posições diferentes. Retângulos com base dois e altura seis e outros com base seis e altura dois, por exemplo, como mostra figura 26.

Figura 26-Retângulos iguais



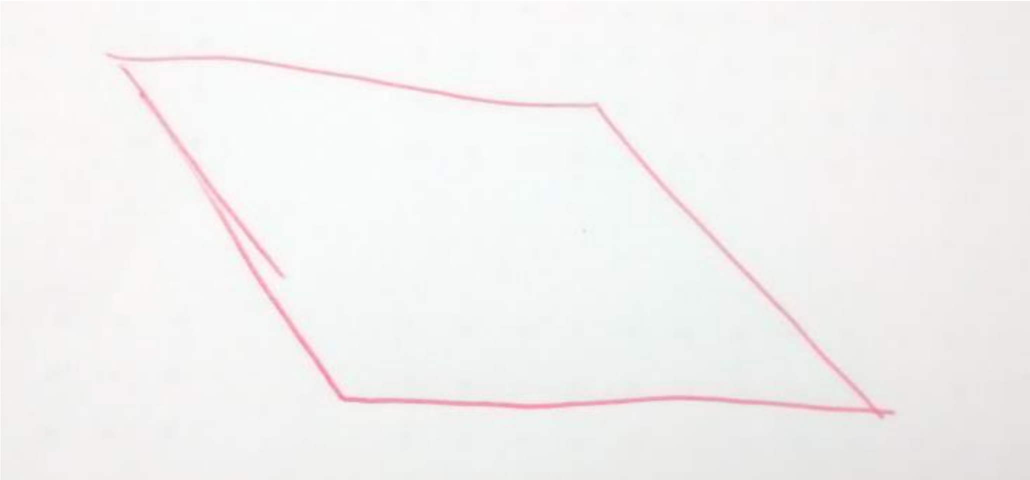
Fonte: Arquivo pessoal

Quando questionados pelo pesquisador se estes retângulos seriam diferentes e um dos alunos respondeu que sim, a aluna G, que não fazia parte da conversa em tom de brincadeira interpela dizendo: “Claro que não! Tu em pé e tu deitado continuam sendo tu”. Aqui o aluno que havia respondido que sim sorriu e concordou com G. Neste momento a palavra diferente passou a ter um significado particular para os alunos que participaram desta discussão. Neste momento eles passaram a construir retângulos diferentes, não mais apenas invertendo suas bases e alturas como na figura 26.

Depois de feitas essas construções, era solicitado que preenchessem uma tabela para verificar se havia alguma relação entre a área e o perímetro. Apenas o Aluno B mencionou que a área e o perímetro não tinham relação alguma, pois a área estava variando e o perímetro continuava o mesmo.

Por fim, havia uma frase a ser completada que questionava qual retângulo dentre os construídos anteriormente tem a maior área. Nesta questão, o grupo dos alunos A, B e C questionou se um quadrado era um retângulo. E eles foram questionados de volta, o que é um quadrado? E o que é um retângulo? O Aluno A responde que um quadrado tem lados iguais, mas o Aluno C diz que não, que precisa de mais alguma coisa para ser quadrado, mas não sabe o que. Como não sabe explicar, ele desenha o que está querendo dizer como é demonstrado na figura 27.

Figura 27-Paralelogramo desenhado pelo Aluno C

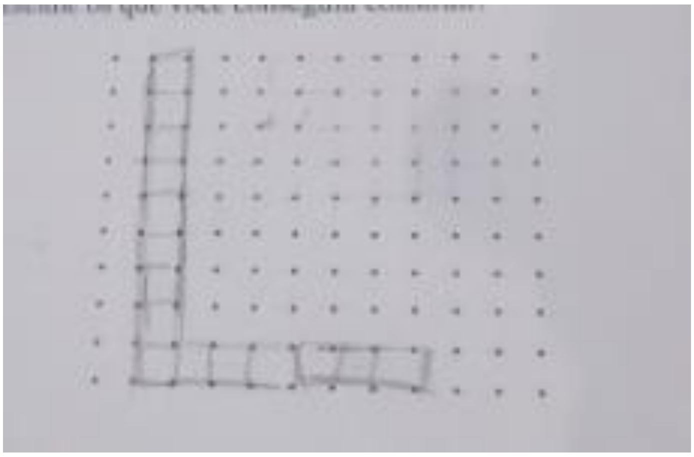


Fonte: Arquivo pessoal

Depois de olhar o desenho do Aluno C, o Aluno A fala que o que estava faltando na explicação do colega seria mencionar que os quatro ângulos deveriam ser iguais. Que para ser quadrado ele teria que ser em forma de L (90º). Nesse momento, os alunos B e C negociaram uma definição plausível, tornando a palavra quadrado significativa.

Os grupos dos alunos H e I e das alunas F e G, também responderam que o quadrado era o retângulo de maior área, mas não foi possível participar do diálogo entre eles. Contudo as alunas F e G, aparentemente, não responderam isso pelo motivo correto, pois de tanto ouvirem que o quadrado tem algo em forma de L ambas desenharam o seguinte “retângulo”.

Figura 28-“Retângulo” alunas F e G



Fonte: Arquivo pessoal

Negociação coletiva

Logo na sequência, à medida que a turma ia terminando a tarefa foi questionado o que seria um retângulo e apareceram divergências. Alguns disseram ser uma figura com 4 lados, outros disseram que tinha que ter lados opostos paralelos, outros que deveria ter formato da letra L e outros que deveria ter ângulo de 90º. Questionamos se ter quatro lados bastaria para ser retângulo e um aluno respondeu que não, pois senão teríamos duas definições iguais para a mesma figura, pois todos quadriláteros seriam retângulos, logo descartamos esta possibilidade. E o que mais? O que influencia ter ângulos de 90º? A turma ficou em silêncio por um instante, mas o Aluno P logo respondeu que os lados teriam o formato da letra L. E assim, o Aluno B concluiu que isso faria a figura ter os lados paralelos. Só com isso todas as suposições anteriores seriam satisfeitas. Logo, para ser um retângulo bastaria ter apenas ângulos de 90º (ou os cantos em formato da letra L como mencionaram). E um retângulo é quadrilátero? A resposta pareceu unânime quando disseram que sim, pois ele tinha 4 lados e isso bastava. Saliento que a figura 28 só foi vista depois dos trabalhos terem sido recolhidos, assim, acredito que este conceito não ficou claro para as alunas F e G.

E o que é um quadrado? Mais um momento de divergências, pois alguns acreditavam que um quadrado seria uma figura com apenas 4 lados iguais e outros já sabiam que isto não era suficiente. Em meio à inquietude, pois já estávamos nos aproximando do horário do intervalo, o Aluno L foi questionado acerca de sua opinião e ele afirmou que bastariam ter os quatro lados iguais, contudo o Aluno B interpela dizendo que a figura que L diz, certamente, ser um quadrado pode ser um paralelogramo (ver figura 27). O restante dos alunos aparenta aceitar a ideia do Aluno B e concordam com ele. Assim, o Aluno H diz, em tom de pergunta, que para ser quadrado a figura teria que ter os quatro lados iguais e os ângulos de 90º. O Aluno B, que já sabia a resposta, diz que H está certo.

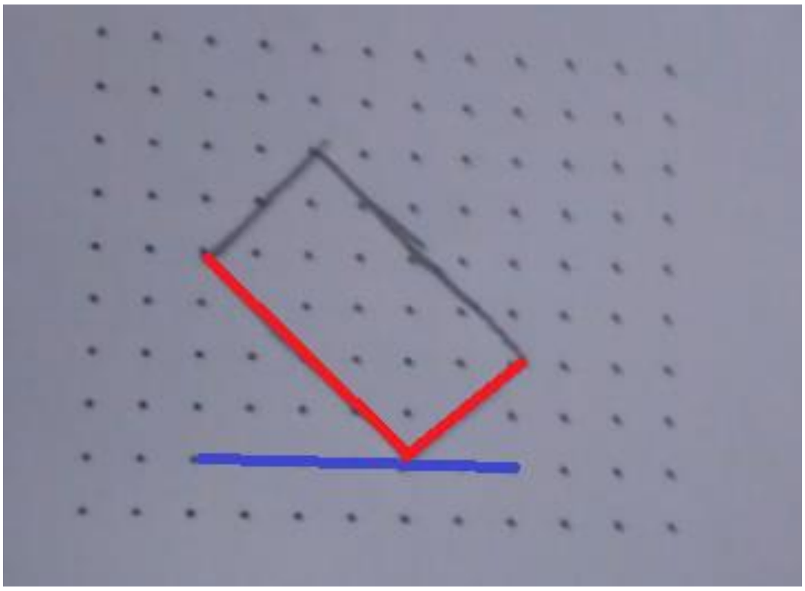
Então um quadrado é um retângulo? Alguns respondem, por impulso, que sim, mas quando questionados por que, não sabiam responder. Neste momento, novamente, o Aluno B responde dizendo que sim, pois ambos teriam definições parecidas. Quando pedido que ele se explicasse melhor, o Aluno A diz que para ser quadrado tem que ter 4 lados iguais e ângulos de 90º e para ser retângulo só precisa ter ângulos de 90º, então um quadrado é um retângulo e ressalta ser um quadrilátero também.

Nesta tarefa observou-se que a turma teve dificuldade em entender o que seriam retângulos e em como diferenciá-los dos quadrados.

Na terceira tarefa era solicitado que os grupos construíssem um retângulo, mas agora com 16 unidades de área e depois que verificassem quantos outros eram possíveis construir com a mesma restrição. Isto causou estranheza entre os alunos, pois vários acharam que o exercício era idêntico ao anterior. Depois de mostradas as diferenças, a turma seguiu com poucas dificuldades, exceto pelo número de retângulos encontrados na segunda parte da tarefa. A maioria fez, novamente, retângulos iguais, mas em posições diferentes. É importante ressaltar que quatro grupos encontraram um retângulo cuja base não era horizontal, mas nenhum conseguiu explicar o porquê de sua área ter dezesseis unidades sem utilizar o botão *Measure* do Geoplano Digital.

Ao passo que os alunos iam terminando de preencher a tabela no final da atividade, era questionado se eles encontravam algum método, olhando para a tabela, mais eficaz e rápido para calcular a área sem precisar contar os quadradinhos, como estava sendo feito até aquele momento. Nenhum dos quatro grupos mencionados anteriormente conseguiu encontrar este modo, pois preencheram a tabela equivocadamente. Os grupos consideraram que dois pontos consecutivos na diagonal tem a mesma distância que dois pontos consecutivos na horizontal ou vertical, deste modo os segmentos em vermelho mediriam juntos o mesmo que o segmento em azul, como mostra a figura 29.

Figura 29-Retângulo de base diagonal alunos H e I



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 30-Tabela alunos H e I

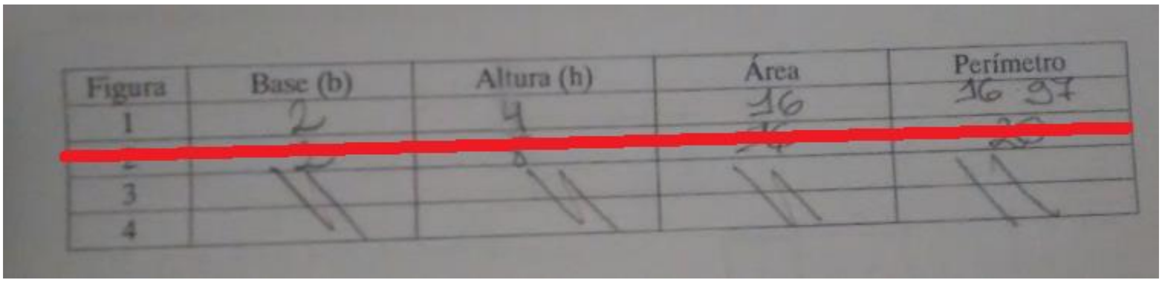


Figura	Base (b)	Altura (h)	Área	Perímetro
1	2	4	16	16 97
2	2	8	[illegible]	20
3				
4				

Fonte: Arquivo pessoal

Importante deixar registrado que o grupo formado pelos alunos J e L construiu apenas retângulos com bases horizontais, sendo assim, preencheram a tabela corretamente e quando foram questionados sobre este possível modo prático de calcular a área não souberam responder num primeiro momento. No entanto alguns minutos de interação foram suficientes para dar a resposta certa. Segue tabela e logo depois o diálogo.

Figura 31-Tabela alunos J e L

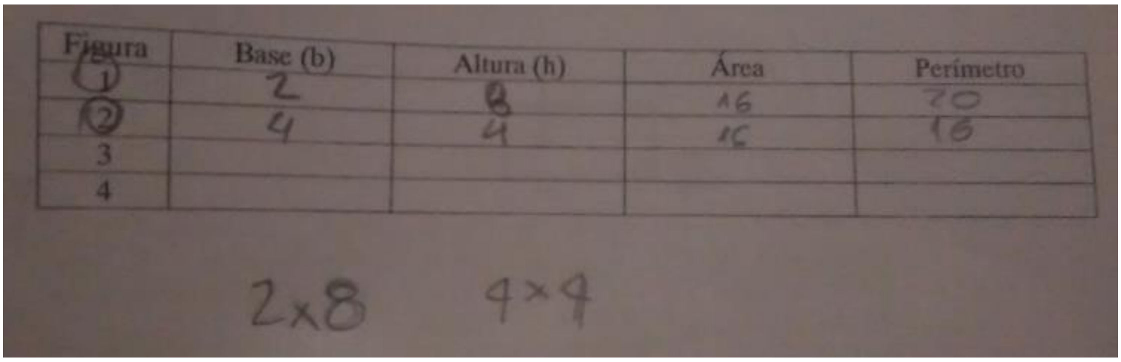


Figura	Base (b)	Altura (h)	Área	Perímetro
1	2	8	16	20
2	4	4	16	16
3				
4				

2x8 4x4

Fonte: Arquivo pessoal

Pesquisador: Aluno J, como tu consegues obter a área utilizando os números da base e da altura?

Aluno J: Não sei. Me ajuda L.

Aluno L: Não tenho ideia.

Pesquisador: Olhem, o retângulo um tem base dois e altura oito e o retângulo dois tem base quatro e altura quatro. Como vocês obtêm dezesseis utilizando estes números?

Aluno L: Soma?

Aluno J: Não, multiplica.

Pesquisador: O que eu multiplico?

Aluno L: O dois com o oito num e o quatro com o quatro no outro.

Pesquisador: E como tu escreverias isto em forma de fórmula?

Aluno J: x.y.

Pesquisador: E quem é o x e o y?

Aluno L: Não, é b.h. Mas isso sempre funciona?

Aluno J: Deve funcionar, só tem quadrado inteiro aqui dentro. (referindo-se ao fato de não haver partes de quadradinhos como nos retângulos que foram feitos sem base horizontal).

Aluno L: Então se eu fizer um “quadrado” com três e dois quer dizer que ele vai ter seis de área? (Refere-se a um retângulo que mede três unidades de base e duas unidades de altura).

Aluno J: Acho que sim.

Os dois alunos emitiram opiniões e chegaram a um consenso, não sendo fornecido a eles pelo pesquisador nada além de questionamentos para que eles chegassem a um resultado. Desse modo, muito provavelmente, o conteúdo não foi decorado, mas entendido.

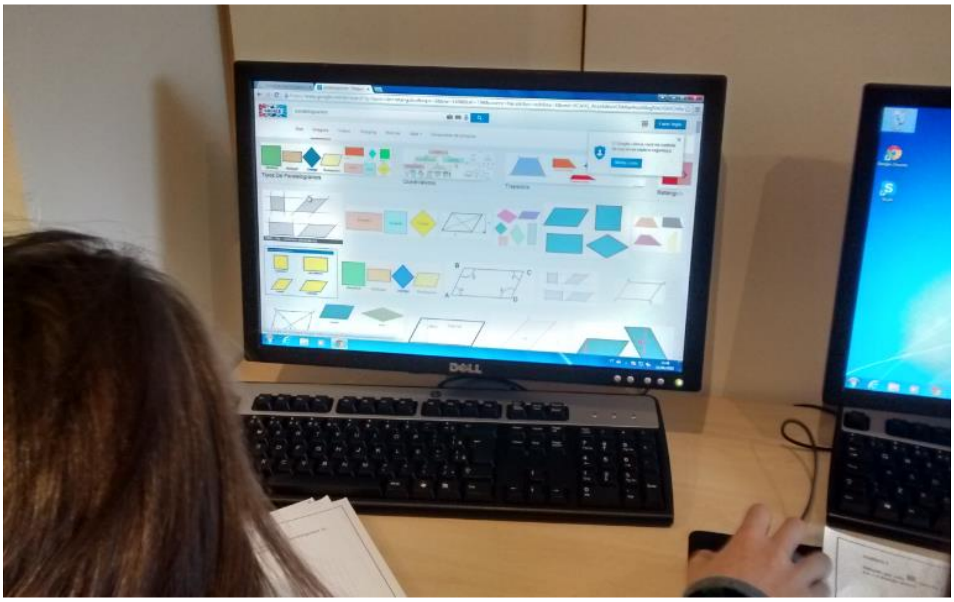
Negociação coletiva

Nesse momento o pesquisador questiona simultaneamente os grupos sobre a existência de um possível modo prático para calcular a área dos retângulos, mas não recebe respostas favoráveis a essa existência. Apesar de o grupo formado pelos alunos A, B e C terem feito uso dessa fórmula no teste inicial (Figura 11), aqui não se manifestaram. Desse modo, o pesquisador questiona diretamente a esse grupo como haviam calculado a área do retângulo verde da Figura 14 e se poderiam dividir com a turma. O Aluno B diz que multiplicaram a base pela altura (como foi explicado na Figura 12). Aqui, a Aluna N discorda que isto valha sempre, pois nas suas construções existia um retângulo como o da Figura 29 e isto, aparentemente, não funcionava, pois ela não sabia como obter os lados do retângulo. Grande parte da turma concordou com N, pois haviam construído retângulos da mesma forma. Assim, os alunos J e L sugerem que todos prestem atenção somente nos retângulos com bases horizontais, pois nestes funcionam. O pesquisador afirma que para calcular os lados dos retângulos como o da figura 29 seria necessário saber um Teorema e a Aluna N questiona se isto não teria nada a ver com um “tal de Pitágora”. O aluno B diz que seria utilizando isso que ela descobriria o lado do retângulo, mas que valeria a proposição de multiplicar a base pela altura. Por fim, a turma testou este modo mais prático usado pelos alunos J e L nos retângulos de bases horizontais da tarefa 3 e constataram sua veracidade.

O pesquisador não achou aconselhável explicar nem o Teorema de Pitágoras nem a possibilidade de termos os lados dos retângulos com medidas não inteiras pelo curto espaço de tempo que tínhamos para finalizar as atividades.

A tarefa 4 solicitava que os alunos construíssem três paralelogramos com oito unidades de área cada um. A dificuldade desta atividade começou no enunciado, pois a turma desconhecia esta palavra. Assim, começaram a pesquisar o que seria um paralelogramo, como mostra a figura 32.

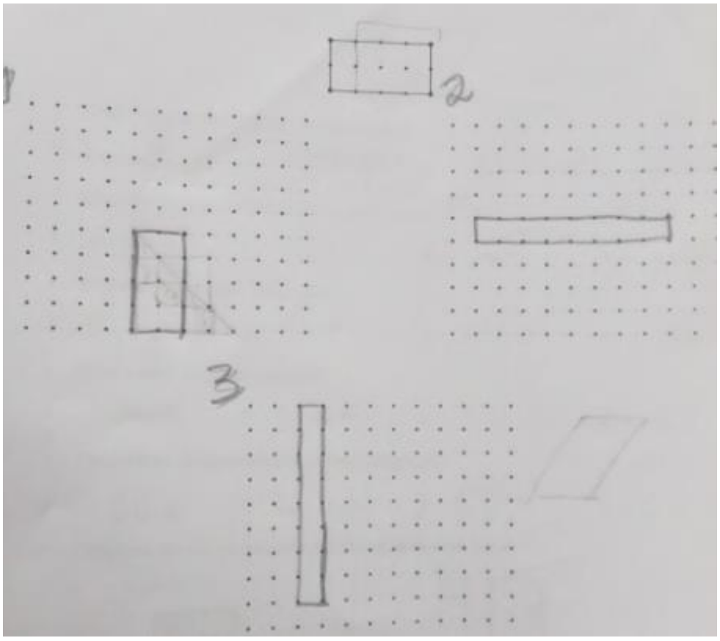
Figura 32-Pesquisa paralelogramo



Fonte: Arquivo pessoal

Descobrindo o que era um paralelogramo, os grupos começaram a construí-los. Três grupos fizeram apenas retângulos (com bases horizontais e diagonais) e não foi possível acompanhar o desenvolvimento desta etapa junto a eles, sendo assim, não é possível constatar se os alunos fizeram os retângulos conscientemente ou se não entenderam o que seria um paralelogramo.

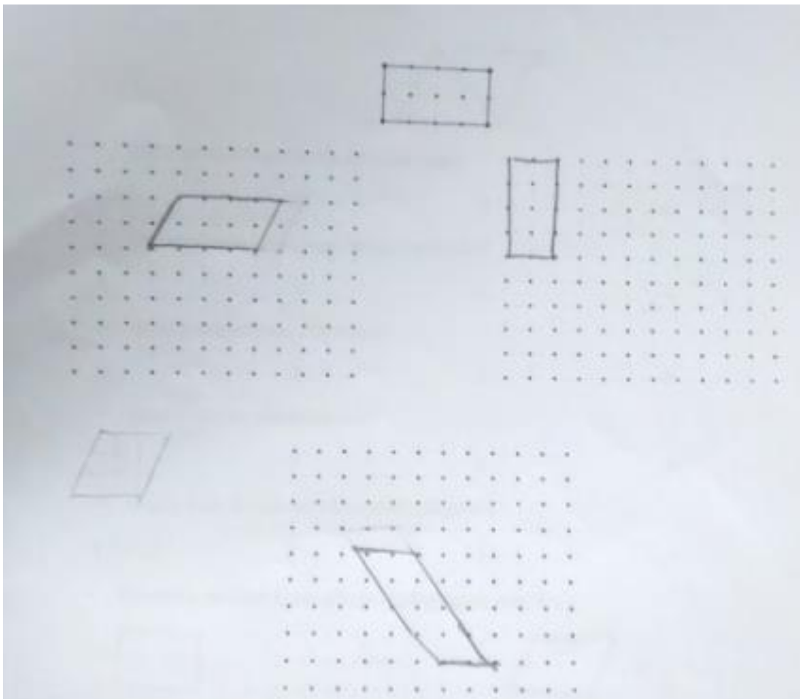
Figura 33-Paralelogramos tarefa 4



Fonte: Arquivo pessoal

É importante ressaltar que três grupos realizaram a tarefa com entendimento claro, sendo que eles construíram os três paralelogramos. Ver figura 34.

Figura 34-Paralelogramos alunas M, N e O



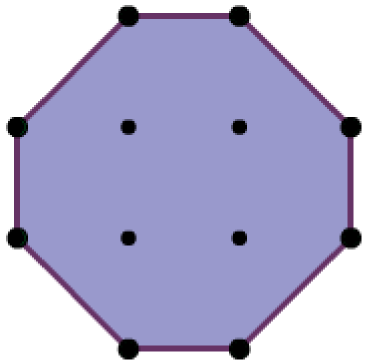
Fonte: Arquivo pessoal

Aqui ficou evidente que os três grupos verificaram que os retângulos também são paralelogramos. Neste momento o pesquisador questionou a um dos grupos por que os retângulos seriam paralelogramos e a Aluna N respondeu que elas não tinham certeza disto, mas que para ser retângulo o quadrilátero teria que possuir só ângulos retos e com isto os lados (opostos) seriam paralelos. A Aluna M menciona que a definição que elas encontraram do paralelogramo não fala em ângulos, mas como os lados opostos são paralelos nos dois quadriláteros, ela concordou com a Aluna N.

Negociação coletiva

Assim que foi percebida certa dificuldade quanto ao conceito de paralelogramo, o pesquisador questiona a turma o que seria um paralelogramo. Nesta pergunta a maioria pareceu tranquila em responder que seria uma figura com os lados opostos paralelos, mas acredita-se que responderam sem pensar, pois foi desenhado no quadro um octógono (figura 35) e, aparentemente, todos discordaram que ele fosse um paralelogramo.

Figura 35-Octógono



Fonte: Arquivo pessoal

O Aluno P diz que para ser um paralelogramo a figura teria que ter quatro lados, logo precisaria ter os lados opostos paralelos e quatro lados. O Aluno A discorda, pois acredita que se isso estivesse certo o paralelogramo seria um retângulo. Mas a Aluna N afirma que a definição de retângulo menciona em ter os quatro ângulos de 90º e a do paralelogramo não menciona ângulos, logo ele estaria errado. O Aluno A aceita a opinião de N e concorda. Assim, a turma entra em um consenso e afirma que um paralelogramo é uma figura com quatro lados, cujos lados opostos são paralelos entre si.

Finalizando a tarefa quatro todos deveriam preencher a tabela que solicitava dados das bases, alturas e áreas obtidas. Foi possível observar que as alunas M, N e O conseguiram chegara à fórmula que calcula a área do paralelogramo, pois estavam sentadas ao lado do grupo dos alunos J e L, que haviam chegado à fórmula da área do retângulo, e conversando com eles desenvolveram o seu modo. Importante salientar que a Aluna O, disse que não usaram a tabela, como os alunos J e L haviam feito anteriormente, mas que como haviam construído um retângulo de área oito (porque o retângulo se encaixa na definição do paralelogramo segundo O), a área do paralelogramo deveria ser calculada da mesma forma, visto que o retângulo é um paralelogramo (figura 34). Depois elas utilizaram a tabela apenas para conferir se estavam corretas e que a fórmula da área é b.h.

Aqui foi verificado que os alunos interagiram e negociaram um modo para resolver a questão, modo este que foi diferente do outro grupo, mas também correto..

A quinta tarefa apresentava um paralelogramo com sua diagonal traçada e fazia as seguintes questões.

1. Com quais polígonos ele foi construído?
2. Quantos destes polígonos foram utilizados?

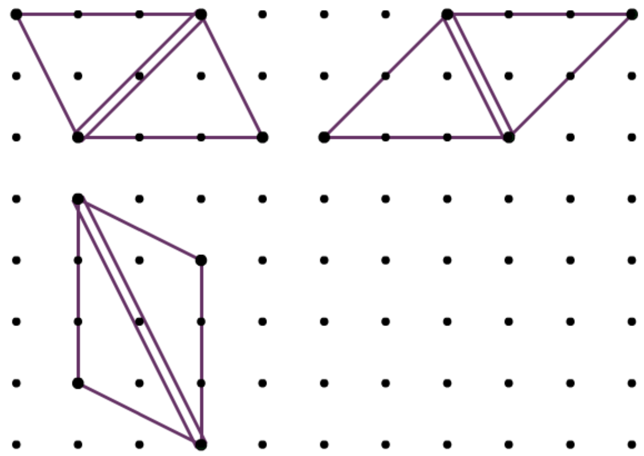
3. Estes polígonos são diferentes?

4. Qual a área do paralelogramo?

5. Qual a área de cada um dos outros polígonos?

O intuito desta tarefa era de fazer os grupos verificarem que os paralelogramos são constituídos por dois triângulos, por isso foi colocada sua diagonal. Apenas o grupo formado pelos alunos H e I realizou a tarefa do modo correto, pois aparentemente, foi o único grupo que prestou atenção na orientação que foi dada oralmente, a saber, traçar a diagonal em todos os paralelogramos construídos (ver figura 36).

Figura 36-Paralelogramos alunos H e I

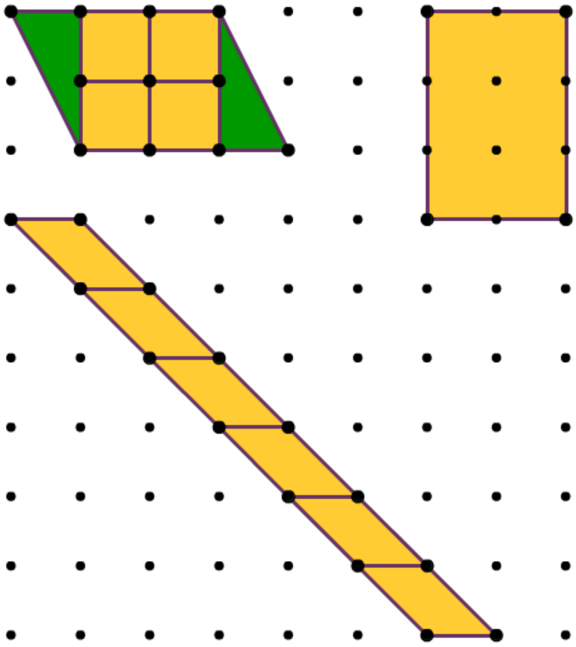


Fonte: Arquivo pessoal

Um possível motivo para esta desatenção seria o cansaço, pois a turma já estaria trabalhando nesta sequência há quase duas horas.

Desse modo, a tarefa foi afetada, pois não houve uma maneira de avaliar o processo adotado pelos grupos. Como a maioria desenhou os paralelogramos sem suas diagonais, responderam a questão 1 de um modo diferente do esperado, posto que isso não possibilitou que os grupos enxergassem os 2 triângulos que compõem o paralelogramo como o grupo dos alunos H e I enxergou (Figura 36) e sim polígonos aleatórios, como podemos verificar na figura 37. Isso causou o preenchimento errado da tabela (figura 38), não possibilitando constatar qual seria a fórmula da área do triângulo.

Figura 37-Paralelogramos alunos J e L



Fonte: Arquivo pessoal

O primeiro paralelogramo foi construído com quatro quadrados e dois triângulos, o segundo com seis quadrados e o terceiro com seis paralelogramos (figura 38).

Figura 38-Tabela paralelogramos alunos J e L

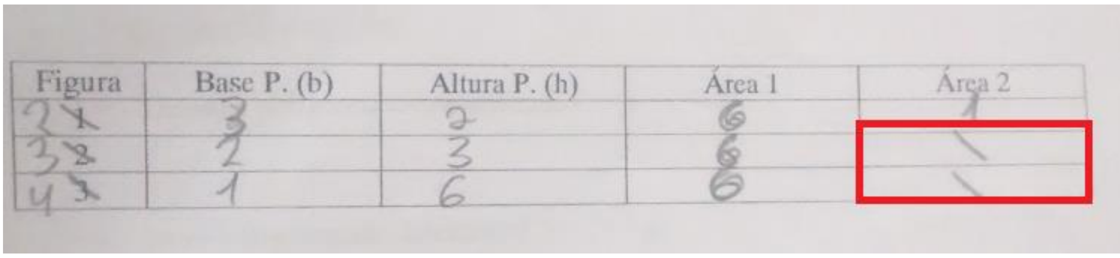


Figura	Base P. (b)	Altura P. (h)	Área 1	Área 2
2 1	3	2	6	1
3 2	2	3	6	
4 3	1	6	6	

Fonte: Arquivo pessoal

Logo, o único trabalho que pode ser analisado foi o do grupo dos alunos H e I que traçou todas as diagonais e constatou que todos os paralelogramos construídos eram formados por dois triângulos. Portanto a área do triângulo era a metade da área do paralelogramo.

O Aluno I chama a atenção do Aluno H que aquele exercício seria muito parecido com o teste inicial e H não entende o porquê disso. O Aluno I relembra que os alunos A, B e C resolveram o teste inicial considerando algumas diagonais e que isto dividia os polígonos em duas áreas iguais. Então este exercício seria muito parecido.

Por fim eles preenchem a tabela e ambos falam que a fórmula para o cálculo da área seria $\frac{P.h}{2}$ (com P sendo a base do Paralelogramo).

Negociação coletiva

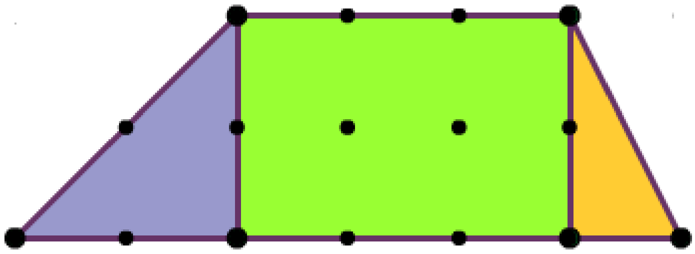
Podemos verificar que a turma havia terminado esta tarefa, em sua maioria equivocadamente, pois não traçaram as diagonais dos paralelogramos. Foi questionado como os grupos fariam para obter a área da metade deste quadrilátero e quais figuras seriam formadas por estas metades. Neste momento os alunos H e I se manifestaram dizendo que bastaria traçar a diagonal do paralelogramo para dividi-lo em dois e o aluno Q diz que as figuras formadas seriam dois triângulos. Deste modo o pesquisador orienta que os grupos tracem esta diagonal para visualizarem o que está sendo discutido e posteriormente preencherem as tabelas. Questiona-se os grupos qual seria a fórmula da área do triângulo, haja vista já sabermos qual a fórmula da área do paralelogramo. Neste ponto o Aluno B afirma que seria a mesma coisa que seu grupo havia explicado na Figura 12, pois um retângulo é um paralelogramo, sendo que sua metade e de qualquer outro polígono também seria encontrada dividindo a área total por dois. Assim, Q fala em tom de dúvida que a fórmula de área de cada triângulo seria obtida pela fórmula $\frac{x.y}{2}$ e J e L confirmam sua sugestão.

A tarefa seis consistia em perguntas acerca de um trapézio.

1. Com quais polígonos, já conhecidos, podemos construir este trapézio?
2. Quantos polígonos foram utilizados?
3. Estes polígonos são diferentes?
4. Qual a área de cada um dos polígonos?
5. Qual a área do trapézio?

Primeiramente o grupo formado pelos alunos P e Q dividiu o trapézio em um retângulo e dois triângulos (ver figura 39), constatou que todos os polígonos eram diferentes e calculou a área dos polígonos separadamente de modo correto.

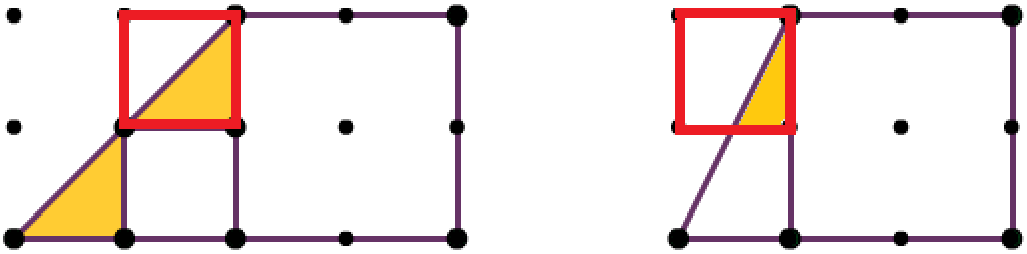
Figura 39-Trapézio dividido



Fonte: Arquivo pessoal

Foi possível escutar que eles comentavam que os lados que passavam sobre os pontos da malha tinham suas áreas mais facilmente verificadas, pois cada dois triângulos equivaliam a um quadrado, entretanto quando os lados não coincidiam com esses pontos era um tanto difícil.

Figura 40-Trapézios

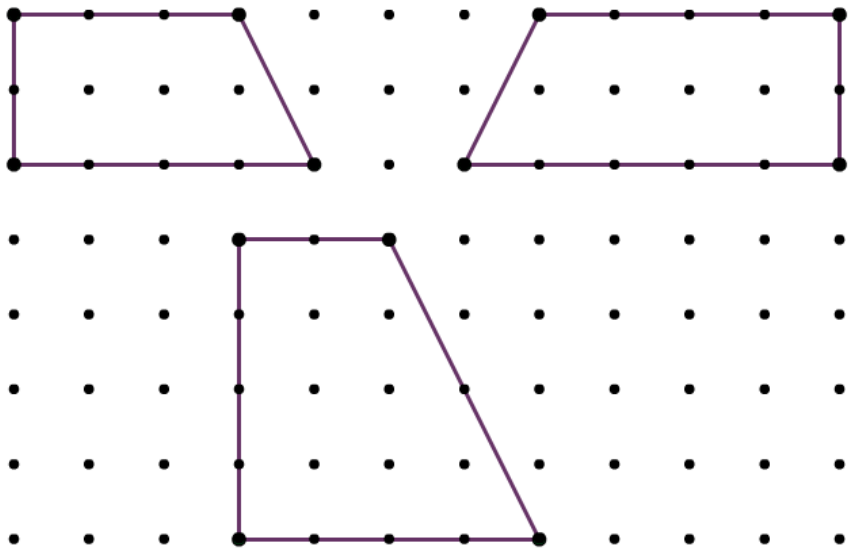


Fonte: Arquivo pessoal

Na segunda parte da tarefa era solicitado que fossem construídos três trapézios com 7 u.a., 9 u.a. e 14 u.a. e, apesar desta dificuldade relatada anteriormente, ambos mostraram saber o que estavam fazendo, pois suas construções tinham lógica. Mesmo o último quadrilátero sendo construído equivocadamente e o cálculo de área sendo realizado com a contagem dos quadradinhos dos trapézios, os passos que o grupo seguia possuíam um significado.

Juntos eles conseguiram entender como calcular as áreas quando a figura possuía lados com ângulos diferentes de 45º em relação à base maior como na figura 41.

Figura 41-Trapézios alunos P e Q



Fonte: Arquivo pessoal

O grupo formado pelos alunos A, B e C realizou esta tarefa do mesmo modo que o grupo anterior, mas não cometeu erros, sendo assim, todos os trapézios foram construídos corretamente.

Já o terceiro grupo formado pelos alunos H e I não compreendeu a segunda e terceira pergunta, mas isto não afetou no desenvolvimento da tarefa.

Assim, foi possível constatar que os três grupos alcançaram uma forma de construir os trapézios. Entretanto na parte referente à tabela os grupos não conseguiram deduzir uma fórmula para este cálculo, mas os dois primeiros grupos comentaram que a área do trapézio seria a soma dos polígonos que eles utilizaram para construí-lo. Infelizmente não havia tempo o suficiente para tentar obter a fórmula.

Negociação coletiva

E o que é trapézio? Esta questão não foi problemática, pois a maioria aceitou a definição dada pelo Aluno J, a saber, um trapézio precisa de dois lados opostos paralelos. Entretanto N afirma que para ser trapézio precisa ter exatamente dois lados opostos paralelos, pois se tiverem os quatro este seria um paralelogramo. Assim, chegaram ao consenso que a melhor maneira de definir um trapézio seria um quadrilátero com apenas dois lados opostos paralelos.

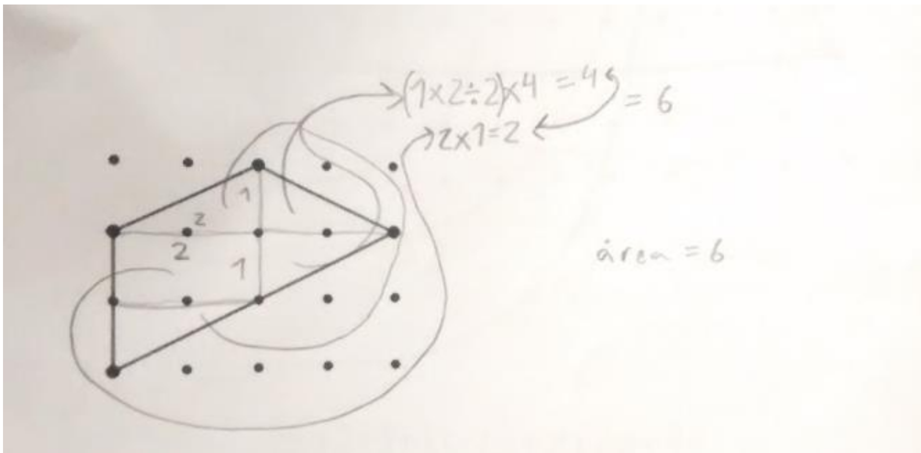
O pesquisador não achou apropriado para o momento discutir qual seria a fórmula que calcula a área dos trapézios devido ao curto espaço de tempo disponível para finalizar todas as atividades.

Na sétima tarefa era requisitado que os grupos calculassem a área de quatro polígonos, entretanto estes não estavam posicionados de uma maneira usual, pois suas bases não estavam na horizontal em relação à malha. Assim, mesmo tendo obtido a fórmula de alguns polígonos anteriormente, aqui não seria fácil descobrir quanto mediriam suas bases e alturas.

Nesta etapa o grupo formado pelos alunos H e I especifica que contou quadrados em todos os polígonos, entretanto erradamente em alguns. O intuito era que eles utilizassem alguma forma diferente da contagem de quadrados, tendo em vista que obtiveram maneiras diferentes durante a realização do trabalho. Possivelmente o grupo realizou contagens equivocadas, pois poderia estar cansado também, haja vista terem realizado outras tarefas com sucesso.

Já o grupo formado pelos alunos A, B e C utilizou o mesmo procedimento utilizado no teste inicial (Figura 11). Eles dividiram as figuras e por meio de fórmulas e verificavam suas áreas, contudo a tarefa não foi completamente realizada como na primeira atividade. A última figura os alunos calcularam exatamente do mesmo modo, a saber, dividiram o trapézio em polígonos conhecidos, calcularam suas áreas e as somaram no final, como visto na figura 42.

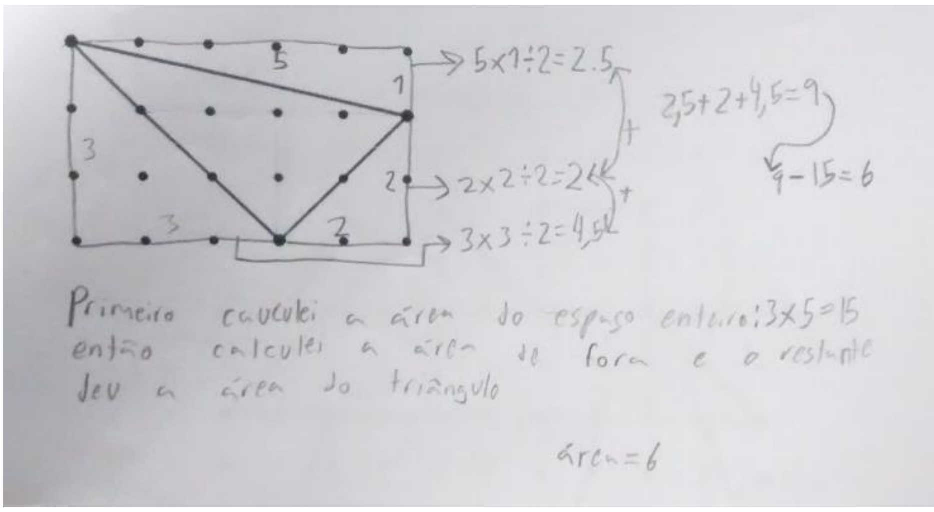
Figura 42-Trapézio tarefa 7 alunos A, B e C



Fonte: Arquivo pessoal

Já a penúltima figura, que consistia em um triângulo a abordagem foi outra. O Aluno B sugeriu que fizessem de outra forma mais simples: ele sugeriu que calculassem a área total na qual o triângulo estava contido e na sequência retirasse a área dos triângulos retângulos de fora, como visto na figura 43.

Figura 43-Triângulo tarefa 7 grupo alunos A, B e C



Fonte: Arquivo pessoal

Primeiramente o grupo usou como estratégia calcular a área das figuras que compunham o polígono para logo na sequência somá-las e agora calculou a área total do retângulo que contém o polígono em questão e subtraiu a área dos triângulos de fora.

Por fim, apenas dois grupos chegaram ao teste final, os grupos dos alunos H e I e o dos alunos A, B e C. E ambos os grupos sabiam bem o que estavam fazendo, mesmo errando contas, pois os conceitos construídos por eles estavam consolidados. O grupo dos alunos A, B e C resolveu esta questão facilmente como pode ser verificado no diálogo abaixo.

Pesquisador: Aluno A, como vocês fizeram esta questão?

Aluno A: Isso aqui é 16 porque é quatro vezes quatro (refere-se ao quadrado de lado 4). Dai a gente dividiu aqui e isso da oito (refere-se à altura do triângulo). Ver figura 44.

Pesquisador: Isso o quê? Qual o nome disso?

Aluno A: Altura. Daí aqui é quatro mais dez mais dois (base do telhado). Então essa parte aqui é quatro e essa é dois. (base do paralelogramo). Então aqui também é dezesseis (área do paralelogramo). Ver figura 44.

Pesquisador: Ok.

Aluno A: Aqui a gente fez doze vezes oito dividido por dois (triângulo do telhado). Ver figura 44.

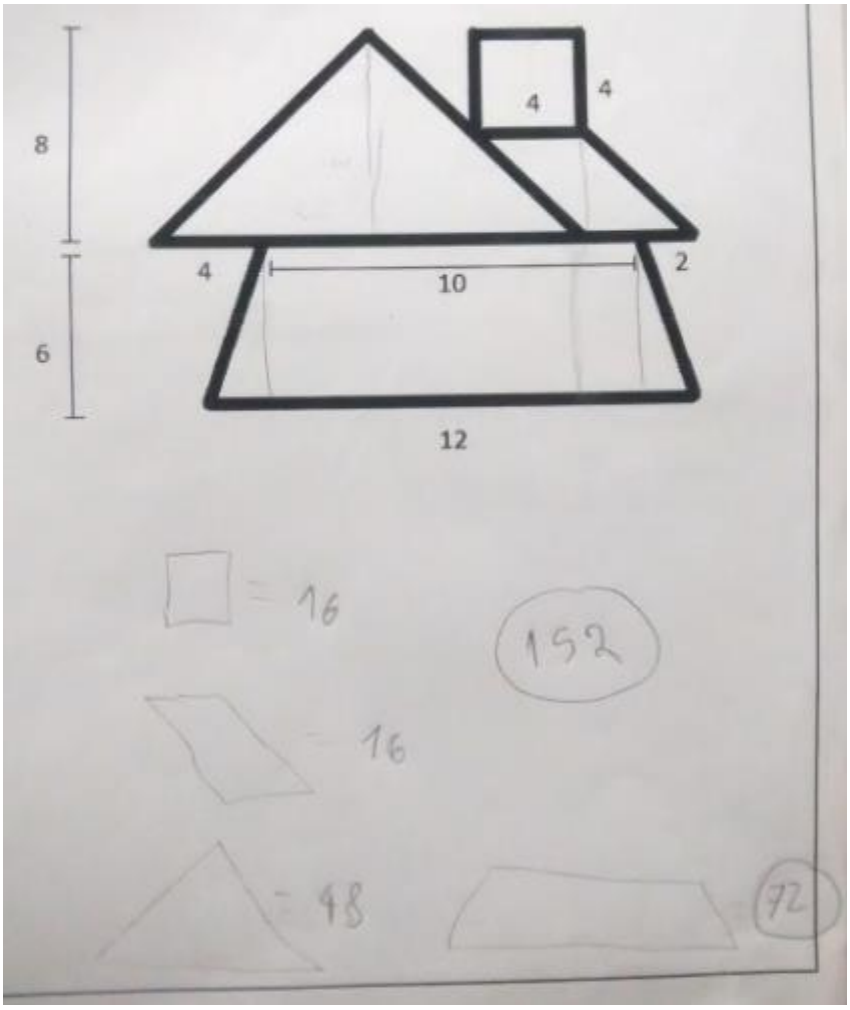
Pesquisador: E depois?

Aluno A: Depois a gente multiplicou dez por seis e o que sobrou nos cantos fizemos dois vezes seis e não dividimos por dois porque tem dois, então é um retângulo.

Pesquisador: E...

Aluno A: E acabou, somamos tudo e deu cento e cinquenta e dois.

Figura 44: Teste final alunos A, B e C

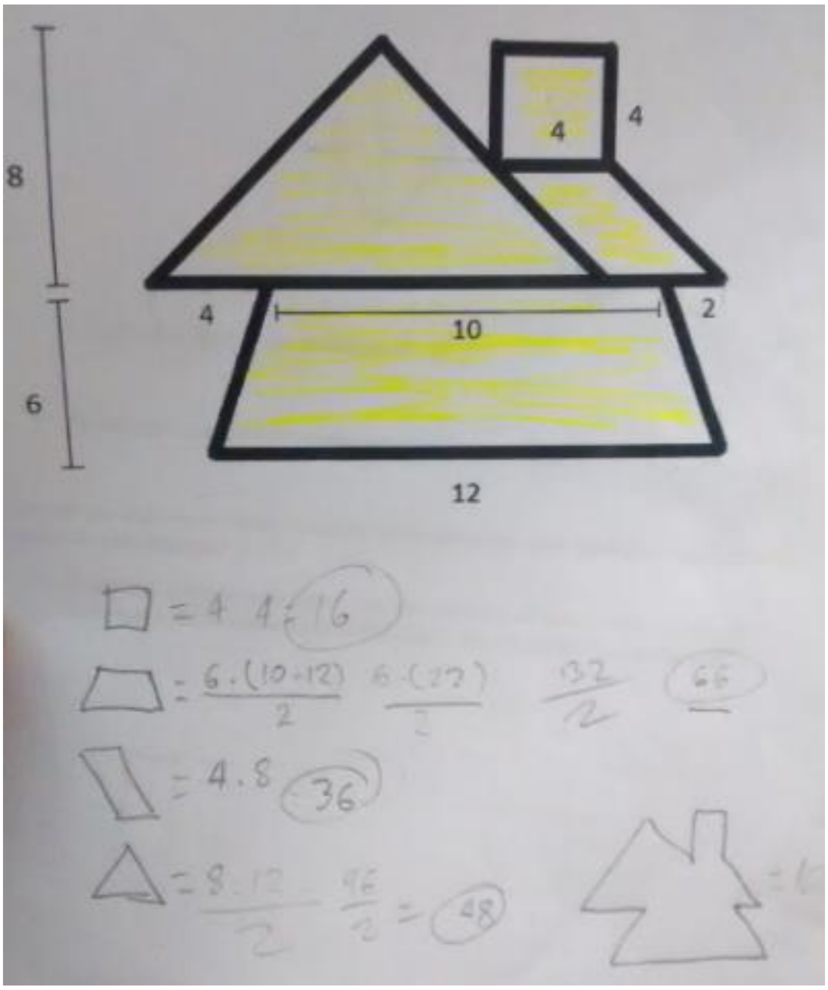


Fonte: Arquivo pessoal

Como o objetivo desta pesquisa é observar o processo utilizado pelos grupos nas atividades, não foi considerado erro o resultado na parte que se refere ao trapézio da figura 44.

Já o grupo de H e I resolveu utilizando as fórmulas de áreas como podemos verificar na figura 45.

Figura 45-Teste final alunos H e I



Fonte: Arquivo pessoal

Do mesmo modo que a tarefa do grupo dos alunos A, B e C, a dos alunos H e I também possui erro, mas agora no resultado da área do paralelogramo.

No que se refere à análise da experiência foi desenvolvida uma sequência didática com o uso do Geoplano Digital com o intuito de introduzir os conceitos de área e perímetro, algumas definições e conceitos e alguns porquês que permeiam a aprendizagem deste conteúdo.

No início toda a turma se mostrou motivada por trabalhar com Geometria, pois alegavam não ter muito contato com este assunto e o achavam interessante. No entanto, com o passar do tempo esta empolgação deu espaço à apatia. Entende-se que o motivo desta apatia seria pelo tempo utilizado para realização da atividade, a saber, três períodos de cinquenta minutos cada.

Tendo em vista a abordagem ser qualitativa, não foi levado em consideração o número de alunos que terminou a atividade e sim o que foi aprendido durante o processo, pois cada aluno tem seu tempo para aprender. Alguns grupos aprenderam que figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes, outros as definições de alguns quadriláteros, alguns constataram por meio de interações e pesquisas que os quadrados também são retângulos e alguns entenderam por que as fórmulas de área são generalizadas de determinada maneira.

Ao término da prática foi observado um problema. Acredita-se que as atividades propostas não deveriam ter sido discutidas em três períodos contínuos, mas sim em aulas separadas. Isto possibilitaria ao aluno tempo o suficiente para refletir sobre o assunto, desenvolver suas proposições e principalmente descansar.

Apesar do problema encontrado, acredita-se que a atividade desenvolvida com o Geoplano Digital foi válida e bem sucedida, pois possibilitou que os alunos utilizassem tecnologia e interagissem entre si negociando significados.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Geoplano pode auxiliar no ensino-aprendizagem de áreas e perímetros? Para responder esta questão foi desenvolvida uma sequência didática embasada na Teoria da Negociação de Significados que tem como propósito permitir que os alunos interajam entre si e negociem/construam conceitos.

Foi possível constatar que construir o conceito de área e perímetro não é tarefa simples, tendo em vista ser muito fácil confundi-los. Ensinar que área é uma medida de região e que perímetro é uma medida de comprimento, aparentemente, leva mais tempo que foi planejado. E como o foco central era que a turma compreendesse o que estava fazendo e não somente decorasse um método, também era necessário mais tempo para que isto fosse mais bem trabalhado.

Por meio das atividades propostas foi possível constatar que os alunos fizeram, em sua maioria, a construção do conceito de área e perímetro e também aprenderam conceitos, definições e alguns porquês. Acredita-se que isto se deva ao fato de eles contestarem uns aos outros, pois quando um não acreditava na definição/conceito fornecida(o) por um colega, este pesquisava, deduzia, refletia o mesmo conceito/definição para debaterem e chegarem a um denominador comum. E esta constatação é contribuída com a negociação de significados que esteve presente nas interações entre os alunos e professor, possibilitando que os alunos se sentissem livres para interagir e buscar suas respostas.

Cabe destacar que um dos objetivos centrais deste trabalho era possibilitar que os alunos descobrissem alguns porquês da matemática por meio de interações e com isso analisar se eles estariam prontos para compreendê-los. Assim, é de suma importância afirmar que muitos destes alunos estão prontos para este desafio, pois souberam emitir e escutar opiniões e com esta negociação conseguiram compreender esses porquês.

Constatamos que o Geoplano pode auxiliar no ensino de áreas e perímetros, mas é fundamental que seja desenvolvida uma atividade que instigue a curiosidade dos discentes e a utilizada neste trabalho, sem dúvida, os instigou.

Ao término do trabalho podemos observar acertos e erros durante sua realização e um erro que acreditamos ser primordial sua correção seria o modo de utilização do tempo disponível. Isso porque como entregamos todas as atividades no início da aula, os grupos iam terminando em momentos distintos. O que causava dificuldades nos momentos de negociação coletiva, pois, por exemplo, quando negociamos sobre o conceito dos retângulos, já havia grupos realizando as tarefas sobre os triângulos e alguns ainda na atividade inicial. Deste modo, consideramos que seria melhor a realização das tarefas em vários períodos, possibilitando assim que a maioria dos alunos participasse e entendesse a negociação.

Por fim, ficamos satisfeitos com o resultado obtido e constatamos que a sequência didática criada juntamente com o objeto de aprendizagem Geoplano Digital propicia ao aluno um ambiente diferenciado, possibilitando que ele negocie significados e construa seu conhecimento.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In. BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas.** Listoa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p. 193-217.

BARACS, J. & PALLACIO, R. O desenvolvimento da percepção espacial, in CIEAEM - **Comtes Rendus de 1a 33e Rencontre Internationale**, p.37-38. Pallanza, 1981.

BARRA, Valdeniza Maria Lopes da. **A lousa de uso escolar: traços da história de uma tecnologia da escola moderna.** Editora UFPR. Educar em revista. Curitiba, Brasil, n. 49, p. 121-137, jul./set. 2013.

BERGER, Carolina Chiarelli. **Explorando o conceito de área com o Tangram.** 2013. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

BISHOP, A & GOFFREE, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In. B. Christiansen, A. Howson & M Otte (Eds.), **Perspectives on mathematics education** (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

BONADIMAN, Adriana. **Álgebra no Ensino Fundamental: Produzindo Significados para as Operações Básicas com Expressões Algébricas.** Porto Alegre: UFRGS, 2007. 300 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental). Brasília. MEC/SEF, 1998.

CARLOVICH, Marisa. **A geometria dedutiva em livros didáticos das escolas públicas de São Paulo para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado. PUC, São Paulo, 2005.

CENTENARO, Grasciele Fabiana Casagrande. **Perímetro e Área: Uma Proposta Didática para o Ensino Fundamental.** 2010. 101 f. Monografia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul., Porto Alegre, 2010.

FANTINELLI, Ana Lúcia. **Engenharia didática: Articulando um Referencial Metodológico para o Ensino de Matemática Financeira.** 2010, 68 f. Monografia Curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

FIORENTINI, D & MIORIM, M. A. (Orgs.) **Por trás da porta, que Matemática acontece?** 1. Ed. Campinas: Editora Gráfica FE/UNICAMP.– CEPEM. 2001.

GRANDO, Regina Célia; NACARATO, Adair Mendes; GONÇALVES, Luci Mara Gotardo. **Compartilhando saberes em Geometria: Investigando e aprendendo com nossos alunos.** 2008. 18 p. Universidade de São Francisco, São Paulo, 2008.

GRAVINA, Maria Alice; NOTARE, Márcia Rodrigues. **A formação continuada de professores de matemática e a inserção das mídias digitais na escol.** In: VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática, UFSCar, São Carlos, SP, Brasi, 2013.

GUERREIRO, António & MENEZES, Luís. **Comunicação Matemática: na busca de um entendimento comum.** Em H. Gomes, L. Menezes e I. Cabrita (Eds.). XXI SIEM (p. 137-143). Lisboa: APM, 2010.

GUERREIRO, António. **Comunicação matemática na sala de aula: Conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas.** 2014. 239 p. Escola Superior de Educação e Comunicação, Universidade de Algarve. 2014.

KNIJNIK, Gelsa; BASSO, Marcus Vinicius; KLÜSENER, Renita. **Aprendendo e ensinando Matemática com o Geoplano.** Ijuí: Editoa UNIJUÍ. 1996.

KÖFENDER, Mateus. **GrafEq no ensino e aprendizagem de inequações: Uma pesquisa baseada na negociação de significados.** 2014. 76 f. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

MACHADO, Rosa Maria. **Mini-curso - explorando o geoplano**. In: II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática

MARCHESI, A. Inversão de mão na rua dos racionais: dos números com vírgula para os fracionários. In: FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Por trás da porta, que matemática acontece? Campinas: FE/Unicamp/CEMPEM, 2001.

PAVANELLO, Regina Maria. **Geometria e construção de conceitos aritméticos: Investigando algumas inter-relações.** 2000. 6 p. Universidade Estadual de Maringá. Maringá, Paraná, 2000.

PAVANELLO, Regina Maria. **Por que ensinar/aprender Geometria?** 2004. 6 p. Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná, 2004.

PONTE, J. P. **Estudo de caso em educação matemática.** Bolema, 25, p.(105-132), 2006.

VIEIRA, Carmem Rosilene. **Usando Geoplano e Geogebra para trabalhar o conceito de área.** 2010. 23 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

WOOD, T; MARKEL G.; UERKVITZ, J. (1996). **Criar um ambiente na aula para falar sobre a Matemática.** Educação Matemática 40. 39-43.

APÊNDICES

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu,____, RG_________________, responsável pelo(a) aluno(a) ___________________________________, da turma ____, declaro por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada "**ÁREAS E PERÍMETROS: Um estudo de caso utilizando o Geoplano Digital",** desenvolvida pelo pesquisador Carlos Renato Pereira da Costa. Fui informado(a) , ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Dra. Leandra Anversa Fioreze, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail [redacted].

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais são:

- Verificar se o Geoplano Digital pode auxiliar no ensino e na aprendizagem de área e perímetro;
- Construir o conceito de área e perímetro;
- Construir o conceito de alguns quadriláteros.

Fui também esclarecido(a) de que o uso das informações oferecidas pelo aluno será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.), identificados(as) apenas por uma letra.

A colaboração do aluno se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro, em que ele(a) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, etc, sem identificação.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o pesquisador responsável pelo fone [redacted].

Fui também informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sansões ou constrangimentos.

Porto Alegre,____de______________de 2015.

Assinatura do responsável:____

Assinatura do pesquisador:____

Assinatura do Orientador da pesquisa:________________________________

APÊNDICE B

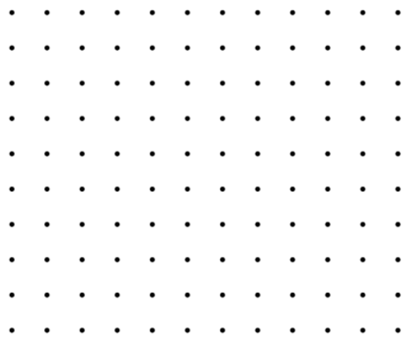
Componente Curricular: Matemática

Professor: Carlos Costa_ Data:_____________ Turma:____

Nomes:____

TAREFA 1

Sabendo que cada de lado 1 unidade de comprimento, equivale a 1 u.a. (uma unidade de área), construa no Geoplano uma figura com 8 u.a. (oito unidades de área) e a desenhe abaixo.

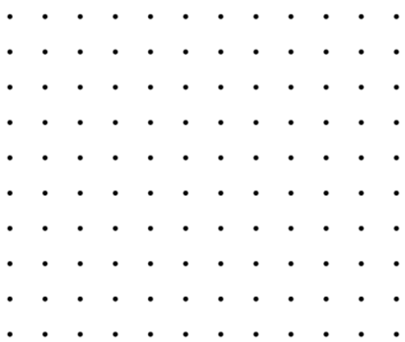


- A figura construída é um quadrilátero?

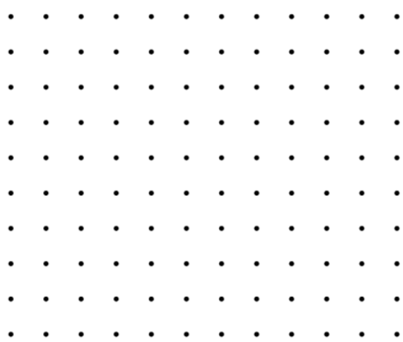
- Se sim, qual o nome deste quadrilátero?

Sabendo que cada mede 1 unidade de comprimento, qual o perímetro da figura construída anteriormente?

- É possível construir uma figura com oito unidades de área e com o perímetro maior que o obtido anteriormente? E menor? Caso seja possível, desenhe aqui.



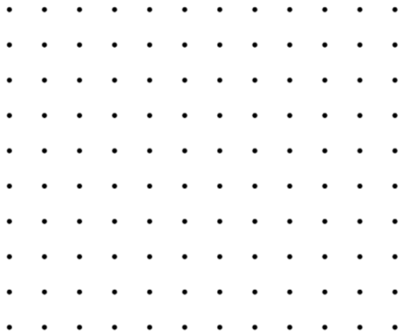
Perímetro maior



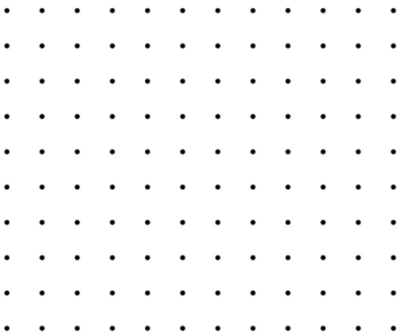
Perímetro menor

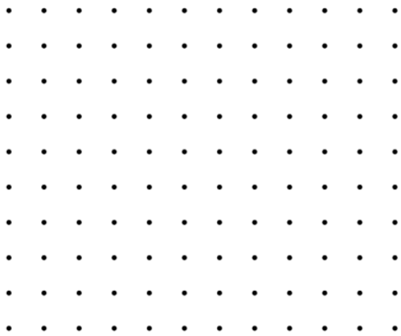
TAREFA 2

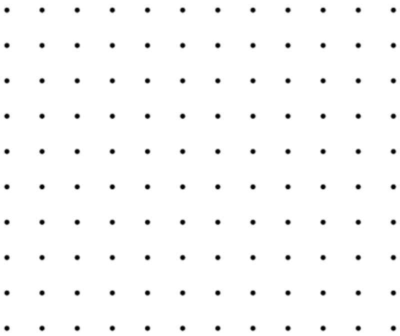
Sabendo que cada equivale a 1 unidade de comprimento, construa no Geoplano um retângulo com perímetro igual a 16 unidades de comprimento e o desenhe abaixo.

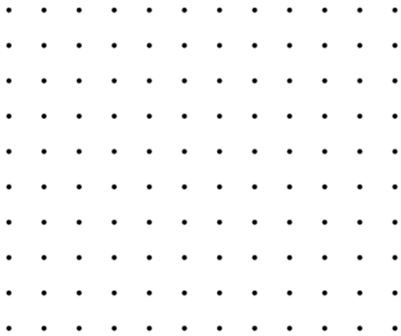


- Este é o único? Caso negativo, desenhe os que você conseguiu construir.







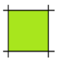


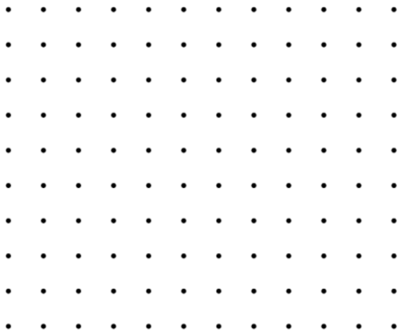
- Preencha a tabela abaixo com os dados do retângulo construído e com os dados das outras possibilidades, se estas existirem.

Figura	Base (b)	Altura (h)	Área	Perímetro
1				
2				
3				
4				

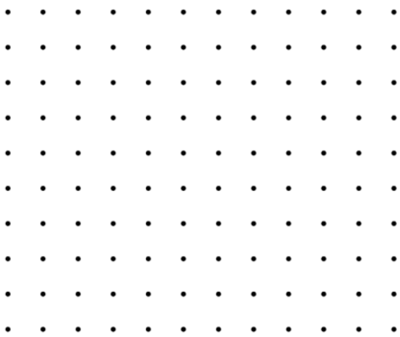
- Conforme a tabela acima, podemos concluir que o retângulo de maior área é ....

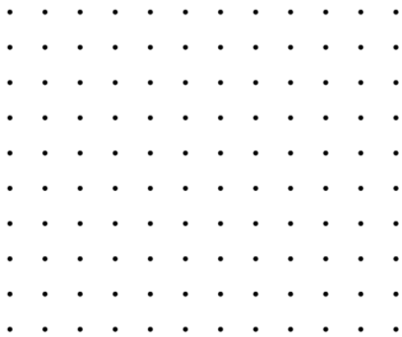
TAREFA 3

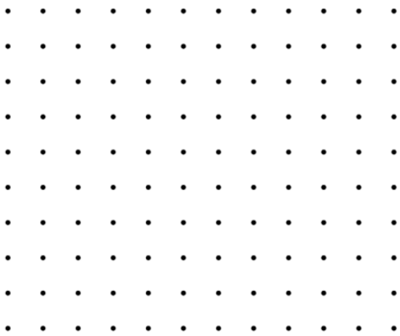
Sabendo que cada  equivale a 1 u.a., construa no Geoplano um retângulo com 16 u.a. e o desenhe abaixo.

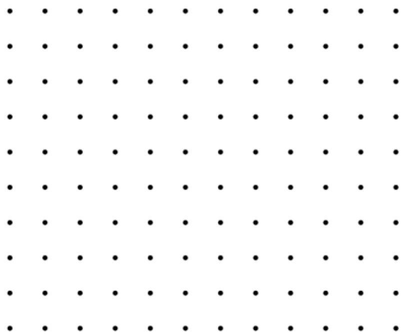


- Este é o único? Caso negativo, desenhe os que você conseguiu construir.







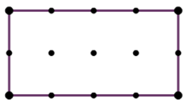


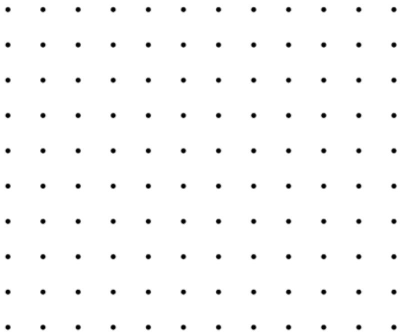
- Preencha a tabela abaixo com os dados do retângulo construído e com os dados das outras possibilidades, se estas existirem.

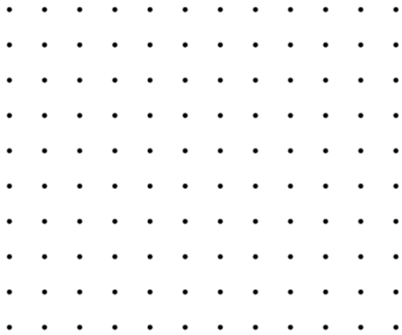
Figura	Base (b)	Altura (h)	Área	Perímetro
1				
2				
3				
4				

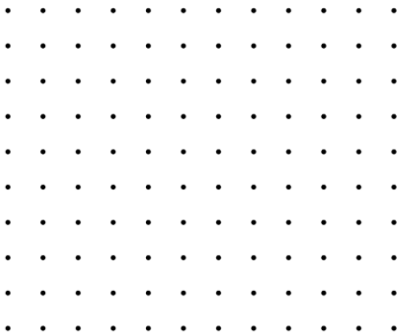
TAREFA 4

Dado o retângulo abaixo de 8 u.a., construa, no Geoplano, três paralelogramos de mesma área onde suas bases sejam horizontais ou verticais.









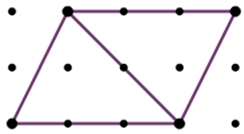
- Explique como você construiu estes paralelogramos.

- Preencha a tabela abaixo com os dados dos paralelogramos construídos.

Figura	Base (b)	Altura (h)	Área
1			
2			
3			

TAREFA 5

Dado o paralelogramo abaixo, responda:

1) 

- Com quais polígonos ele foi construído?

1	2	3	4

- Quantos destes polígonos foram utilizados?

1	2	3	4

- Estes polígonos são diferentes?

1	2	3	4

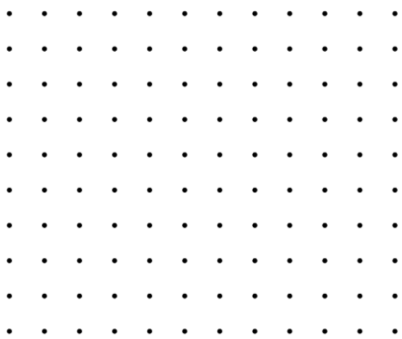
- Qual a área do paralelogramo?

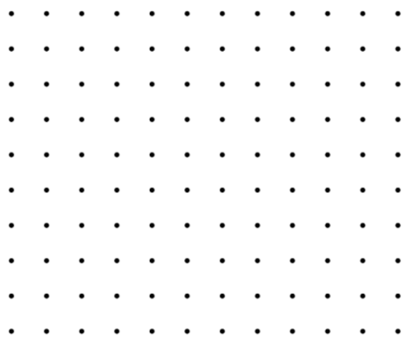
1	2	3	4

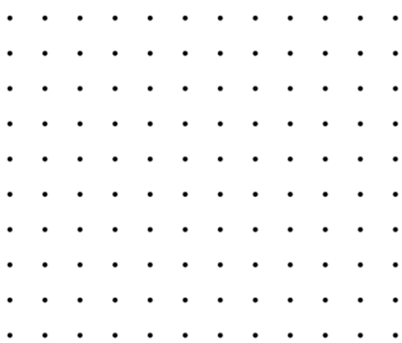
- Qual a área de cada um dos outros polígonos?

1	2	3	4

- Construa, no Geoplano, três paralelogramos com 6 u.a

2) 

3) 

4) 

- Responda novamente as questões anteriores com base nos paralelogramos 2,3, e 4.
- Preencha a tabela abaixo com os dados dos paralelogramos construídos

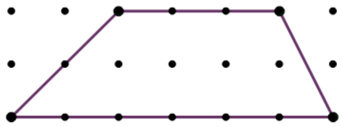
Área 1 = área do paralelogramo

Área 2 = área de cada um dos triângulos que formam o paralelogramo

Figura	Base P. (b)	Altura P. (h)	Área 1	Área 2
1				
2				
3				

TAREFA 6

Dado o trapézio abaixo, responda:



- Com quais polígonos, já conhecidos, podemos construir este trapézio?

- Quantos polígonos foram utilizados?

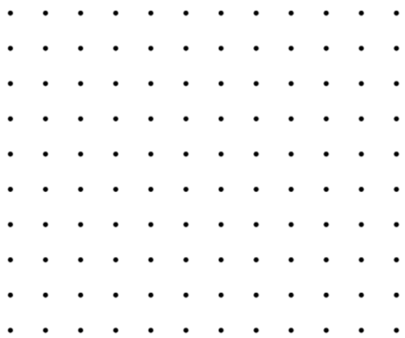
- Estes polígonos são diferentes?

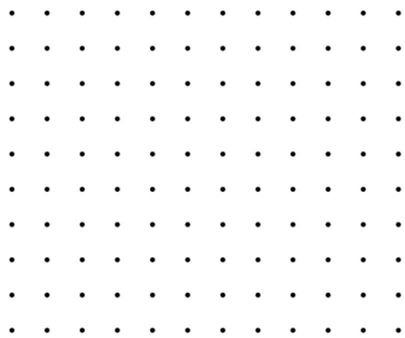
- Qual a área de cada um dos polígonos?

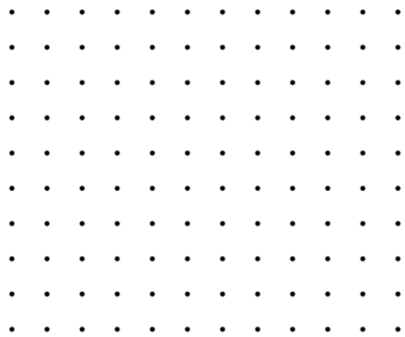
- Qual a área do trapézio?

Construa três trapézios no Geoplano:

- Um com 7 u.a.
- Um com 9 u.a.
- Um com 14 u.a.





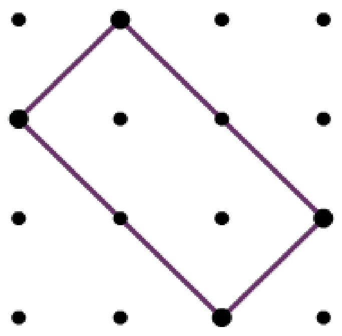


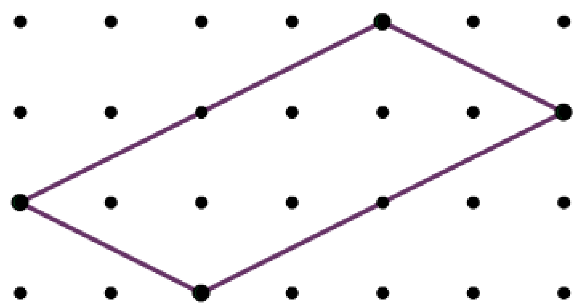
- Preencha a tabela abaixo com os dados dos trapézios construídos.

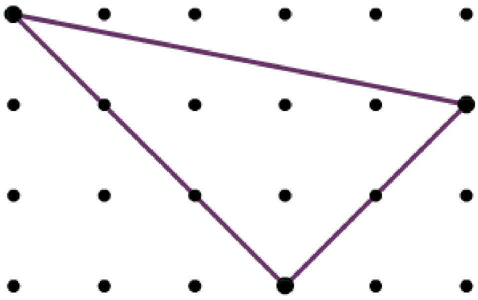
Figura	Base (B)	Base (b)	Altura (h)	Área
1				
2				
3				

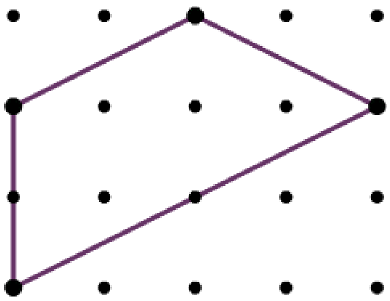
TAREFA 7

- Calcule a área dos polígonos abaixo e explique como você chegou a esta conclusão.



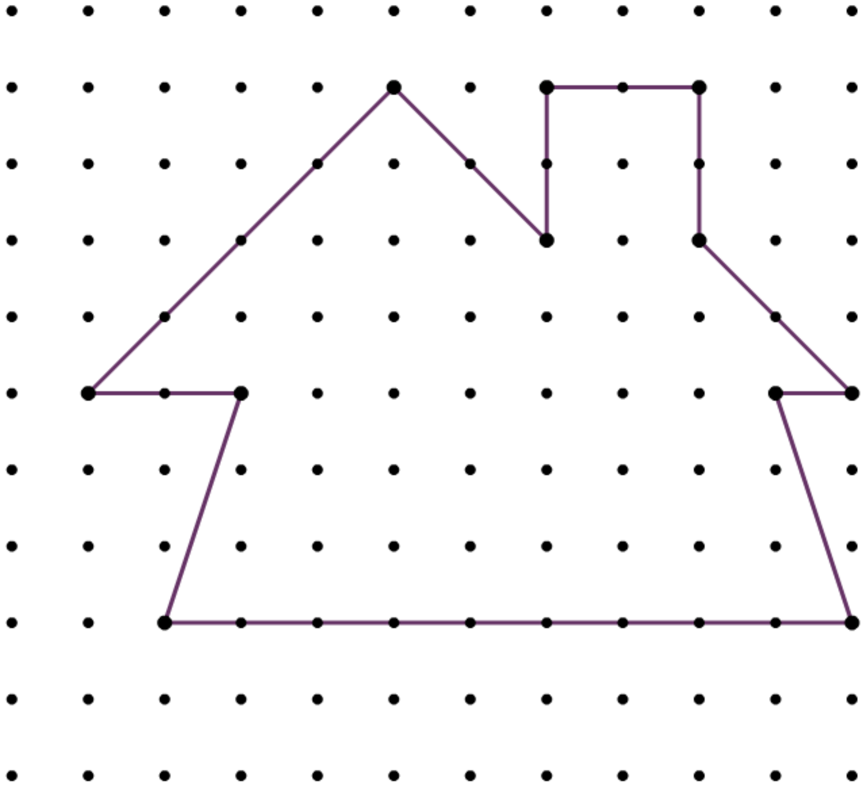






TESTE INICIAL

- Pinte o interior da figura e calcule sua área.



TESTE FINAL

- Pinte o interior da figura e calcule sua área utilizando as fórmulas de área dos polígonos obtidas nas atividades anteriores.