

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS,
METALÚRGICA E MATERIAIS**

CRISTINA DA PAIXÃO ARAÚJO

**USO DE INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA IMPRECISA E INACURADA NO
PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO**

**Porto Alegre
2015**

CRISTINA DA PAIXÃO ARAÚJO

**USO DE INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA IMPRECISA E INACURADA NO
PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Materiais e Metalúrgica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial a obtenção ao título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Porto Alegre

2015

CRISTINA DA PAIXÃO ARAÚJO

**USO DE INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA IMPRECISA E INACURADA NO
PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO**

Esta dissertação foi analisada e julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia em Tecnologia Mineral e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Materiais e Metalúrgica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Coordenador do PPGEM: Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Diego Machado Marques

Prof. Dr. Diniz Tamantini Ribeiro

Prof. Dr. Jair Koppe

Dedico este trabalho à minha
família, pelo constante apoio,
por todas as oportunidades
dadas e pelo amor.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. João Felipe, por me receber no LPM, pela orientação e incentivo sempre depositando sua confiança em minha capacidade.

À Prof. Dra Vanessa Koppe, que, ao longo destes dois anos, sempre esteve disposta a ajudar e compartilhar conhecimento.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico, pelo apoio financeiro.

Aos colegas do LPM, pelo companheirismo e pelas amizades que fiz.

A minha mãe e irmãs, pelo amor incondicional e apoio desde o início de uma longa jornada.

As minhas amigas que sempre acreditaram em mim.

Enfim, a todos que de alguma forma fizeram parte para a construção deste trabalho.

À Deus, pela vida

RESUMO

No setor de mineração, a amostragem está presente no empreendimento mineral desde a fase da exploração até a lavra. Para diminuir a incerteza na previsão de teores, o planejamento de lavra requer adensamento da amostragem para garantir previsões acuradas e precisas. Acredita-se, que quanto maior a quantidade de amostras, maior a confiabilidade nas estimativa de teores. Na fase exploração, geralmente, a amostragem é realizada por furos de sondagem com coroas diamantadas, que é uma técnica com alto custo de execução e produz amostras com acuracidade e precisão. Nesta fase, existem poucos dados com alta qualidade. Já na fase operacional, a amostragem é realizada por outras técnicas devido a restrições orçamentárias e ao alto custo de execução da sondagem diamantada. Em geral, estas amostras possuem baixa qualidade (imprecisas e inacuradas) e não são submetidas a protocolos de controle que qualidade. Logo, nesta fase existem muitos dados com baixa qualidade com erro de vies e precisão. Esta dissertação avalia o impacto do uso de dados imprecisos no planejamento de curto prazo. Para isto, foram analisados dois bancos de dados distintos. O primeiro estudo utiliza o banco de dados exaustivo Walker Lake, que foi usado e considerado como o teor real do depósito. Inicialmente, as amostras foram obtidas a partir do conjunto de dados com espaçamento regular de 20×20 m e 5×5 m, a partir do banco de dados exaustivo. Um erro relativo de ±25% (imprecisão) e 10% de viés foram adicionados aos dados espaçados a 5×5 m (dados geológicos curto prazo) em diferentes cenários. Depois foram estudadas diferentes metodologias para incorporar a informação imprecisa nas estimativas. O segundo estudo é realizado em uma mina de ouro, com dois tipos de dados diferentes, a furos de sondagem (dados primários) e circulação reversa (dados secundários). Nestes estudos foram investigadas duas metodologias: cokrigagem e krigagem ordinária, e os dados foram utilizados para estimar blocos. As curvas teor tonelagem, análise de deriva e a classificação errônea dos blocos foram avaliadas para cada estudo. Para o banco de dados, Walker Lake, os resultados mostraram que o uso da cokrigagem ordinária estandardizada é a melhor metodologia em situações que existem dados imprecisos e enviesados, com boa correlação entre as variáveis primárias e secundárias. As estimativas produzidas são mais próximas da distribuição real dos blocos, reduzindo o erro de classificação dos blocos. Já para o banco de dados de Ouro, as amostras possuem moderada correlação continuidade espacial curta para pequenas distâncias do depósito. Nesta situação, a correção da imprecisão da variável secundária utilizando a krigagem ordinária produziram melhores resultados com estimativas menos enviesadas e melhor classificação dos blocos como minério e estéril.

Palavras-chave: amostras com viés, teor das estimativas, krigagem, cokrigagem

ABSTRACT

Decisions starting at mineral exploration through mining are based on grade block models obtained from samples. To decrease the uncertainty in the estimates, the short term mining planning requires additional sampling to ensure accurate and precise predictions. As more samples are made available, there is trend towards more reliable estimates. In the exploration stage, usually, sampling is performed by diamond drill holes (DDH), which are expensive but produces accurate and precise samples. In this stage there are few data with high quality. In the production stage, sampling is obtained by other techniques due to the high costs of DDHs. In general, these samples have low quality and are not controlled by QA / QC protocols. This study evaluates the impact of using imprecise data in short-term mineplanning. For this, it was analyzed two different data sets. The first case used the exhaustive Walker Lake dataset as the source to obtain the true and sampled grades. Initially, samples were obtained from the exhaustive dataset at regularly spaced grids at 20×20 m and 5×5 meters. A relative error (imprecision) of $\pm 25\%$ and a 10% bias were added to the data spaced at 5×5 m (short-term geological data) in different scenarios. The second study is in a gold mine with two different types of data obtained from diamond drilling holes (DDH_Hard data) and reverse circulation (RC_Soft data). To combine these different types of data, two methodologies were investigated: cokriging and ordinary kriging. Both types of data were used to estimate a block model using the two methodologies. The grade tonnage curves and swath plots were used to compare the results against the true block grades at the same block support. In addition, the block misclassification was evaluated. In the Walker Lake the results show that standardized ordinary cokriging is a better methodology for imprecise and biased data and produces estimates closer to the true grade block distribution, reducing block misclassification. For the data set at the underground mine gold, the samples had moderate correlation and short spatial continuity for small distances at this deposit. In this situation, the estimates using ordinary kriging with hard and soft data (standardized and re-scaled) produced better results with less bias and better blocks classification of ore and waste.

Key words: biased samples, grade estimates, kriging, cokriging

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

1.0 INTRODUÇÃO	15
1.1 Objetivos.....	16
1.2 Estado da arte.....	17
1.3 Metodologia.....	20
1.4 Estrutura da Dissertação	20

CAPÍTULO 2

2.0 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1 Amostragem de dados multivariados	22
2.2 Variabilidade espacial conjunta.....	24
2.2.1 Covariância.....	24
2.2.2 Semi-variograma.....	26
2.2.3 Transformação de covariância para variograma.....	28
2.2.4 Modelo Linear de Correogionalização.....	29
2.3 Cokrigagem	30
2.3.1 Cokrigagem Ordinária.....	31
2.3.2 Cokrigagem Ordinária Estandarizada.....	35
2.4 Validação	37
2.4.1 Validações Estatísticas	37
2.4.1.1 Coeficiente de correlação linear (coeficiente de correlação Pearson).....	38
2.4.1.2 Erro Quadrático Médio (MSE- Mean Square Error).....	39
2.4.1.3 Coeficiente angular da reta (Slope Regression)	40
2.4.2 Análise de Deriva	40
2.4.3 Validação Cruzada e Jacknife	41

CAPÍTULO 3

3.0 IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA- ESTUDO DE CASO 2D	42
3.1 Estatística descritiva da variável V.....	42
3.2 Apresentação dos dados utilizados nas estimativas.....	43
3.3 Adição da tendência (Imprecisão) nos dados	44

3.4	Adicionando variância aos dados (Aumento da imprecisão)	45
3.5	Adicionando erro- viés	45
3.6	Continuidade espacial e metodologia das estimativas.....	46
3.6.1	Krigagem Ordinária.....	46
3.6.2	Cokrigagem Ordinária Estandarizada.....	47
3.7	Validação dos resultados e discussão	49
CAPÍTULO 4		
4.0	IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA- ESTUDO DE CASO EM 3	54
4.1	Descrição Geológica do corpo estudado	54
4.2	Estatística descritiva da variável Au (ouro).....	55
4.2.1	Suporte amostral e configuração espacial	55
4.2.2	Estatística descritiva das variáveis Au (ouro).....	58
4.2.3	Estatística bivariada das variáveis Au (Ouro).....	62
4.3.	Transformação da variável secundária.	63
4.4	Continuidade espacial e Metodologia usada nas estimativas	65
4.5	Quantificação do benefício advindo do uso da informação secundária	67
4.5.1	Análise global da informação secundária.....	67
4.5.2	Análise local da informação secundária	70
4.5.3	Análise do erro local na quantificação da informação secundária.....	74
4.6	Validação das estimativas por blocos das metodologias estudadas utilizando modelo de referência via Simulação.....	74
4.6.1	Construção e Validação do modelo de referência	75
4.6.2	Amostragem da informação secundárias e Adição de viés e imprecisão nas amostras.....	77
4.6.3	Metodologias utilizadas nas estimativas realizadas em blocos	79
4.6.3.1	Considerações a respeito das estimativas por Cokrigagem Ordinária Estandarizada	80
4.6.3.1.1	Comparativos entre os resultados das estimativa por Cokrigagem Ordinária Tradicional e Não tradicional.....	80
4.6.3.1.2	Comparativos entre os resultados das estimativa por Cokrigagem Ordinária Estandarizada Tradicional e Não tradicional com Krigagem Ordinária com a variável primária e secundária estandarizada e reescalona.....	82

4.6.4 Validação dos resultados e Discussão das estimativas em blocos.....	85
4.6.4.1 Validação global das estimativas.....	85
4.6.4.2 Validação local das estimativas	87
4.6.5 Análise do erro absoluto (MSE-erro quadrático médio)	88
4.6.5.1 Análise do erro global na estimativa em blocos.....	88
4.6.5.2 Análise do erro local na quantificação da informação secundária na estimativa em blocos	90
4.6.5.3 Análise do erro local a partir dos pesos recebidos pelas amostras nas estimativas.....	92
4.7 Classificação dos blocos.....	96
CAPÍTULO 5	
5.0 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	98
5.1 Conclusões.....	98
5.1.1 Estudo de caso 2D- Banco de dados sintéticos com as amostras primárias e secundárias com elevada correlação	98
5.1.2 Estudo de caso 3D- Banco de dados real com as amostras primárias e secundárias com moderada correlação	99
5.2 Trabalhos Futuros.....	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Configurações possíveis da distribuição espacial das variáveis amostradas: isotopia (esquerda), heterotopia parcial(centro) e heterotopia total (direita). Os círculos azuis representam os pontos de amostragem da variável primária, os vermelhos variável secundária e os asteriscos representam os pontos em que as duas variáveis são conhecidas (Watanabe, 2008).....	24
Figura 2 - Componentes do semi variograma a serem usadas no ajuste variográfico....	27
Figura 3 -Exemplo da extrapolação da covariância cruzada no eixo y. Cross Covariância original dos dados (pontos vermelhos) e Cross Covariância Variograma experimental dos dados após a inversão (Equação 11), (Minnitt e Deutsch, 2014)	28
Figura 4 -Exemplo de cálculo do coeficiente angular a) Condição ideal de comportamento das estimativas sem viés (linha preta) b) Condição real dos resultados da estimativa (linha vermelha). Figura adaptada, Deustch (2011).....	40
Figura 5 - (a) Histograma da Variável V no cenário de referência. (b) Mapa de Localização da Variável V	43
Figura 6 - Distribuição espacial do banco de dados Walker Lake-modificado (Isaaks e Srivastava, 1989)	44
Figura 7 - Distribuição espacial dos teores das amostras do banco de dados Walker Lake-modificado (Isaaks e Srivastava, 1989) a) amostra primárias e b) amostras secundárias	44
Figura 8 - Gráfico de dispersão entre teor real dos blocos e os blocos estimados por krigagem Ordinária: (a) Dados precisos e acurados (V_20×20); (b) Dados precisos e acurados combinados com dados imprecisos e inacurados com médias sistematicamente superestimadas (V_20×20 e V_5×5_+25%); (c) Dados precisos e acurados combinados com dados imprecisos e inacurados com médias sistematicamente subestimadas (V_20×20 e V_5×5_-25%).....	50
Figura 9 - Gráfico de dispersão entre teor real dos blocos e os blocos estimados por Cokrigagem Ordinária Estandarizada: (a) amostras primarias com dados precisos e acurados (V_20×20) combinados com as amostras secundárias imprecisas e inacuradas com médias sistematicamente superestimadas (V_5×5_+25%); (b) amostras primarias com dados precisos e acurados(V_20×20) combinados com as amostras secundárias imprecisas e inacuradas com médias sistematicamente subestimadas (V_5×5_-25%)..	51
Figura 10 - Curva de parametrização Teor X Tonelagem	52
Figura 11 - Análise de Deriva entre o modelos de blocos de referência e as estimativas (a) Direção Oeste; (b) Direção Norte	52
Figura 12 - Classificação dos blocos (SMU); (a) número total de blocos classificados erroneamente como minério e estéril; (b) quantidade total de blocos de minério classificados como estéril;(c) quantidade de blocos de estéril classificados como minério.	53
Figura 13 - Mapa de localização das amostras de Au_Furos de sondagem (azul) e Canal (vermelho). Vista nível XY	55

Figura 14 - Mapa de localização das amostras originais de Au obtidas por Furos de sondagem (Au_Furos) e por (Au_Canal) com a mesma escala de cores a) verificação global e b) verificação local	56
Figura 15 - Histograma do comprimento das amostras a) Au_Furos de sondagem e b) Au_Canal depois da regularização do suporte	57
Figura 16 - Gráfico de dispersão do comprimento das amostras e o teor das amostras Au_Furos de sondagem (variável primária) antes da regularização, b) após a regularização das amostras, c) Au_Canal (variável secundária antes da regularização e d) após a regularização das amostras.....	58
Figura 17 - Gráficos de probabilidade das variáveis a) Au_Furos de Sondagem b) Au_Canal.....	60
Figura 18 - Histograma da variável Au após o truncamento no quantil 0.99 a) Furos de sondagem e b) Canal, dados expressos em ppm	61
Figura 19 - Cross-Correlograma omnidirecional entre as variáveis Au_Furos de sondagem e Au_Canal, a) com todos os dados e b) após terem sido retirados 10% das amostras mais altas para medição da continuidade espacial dos dados.	62
Figura 20 - Histograma da variável secundária a) estandarizada b) reescalada.c) reescalada sem os valores negativos e d) variável primária com a variável secundária reescalada sem os valores negativos.....	64
Figura 21 - Cross-Correlograma omnidirecional entre as variáveis Au_Furos de sondagem e Au_Canal, após o a estandarização e reescalamento da variável Au_Canal.....	64
Figura 22 - Gráfico de dispersão da validação por Jacknife a) krigagem ordinária com a variável primária, b) krigagem ordinária da variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandarizada	70
Figura 23 - Mapa de localização dos furos de sondagem LCRD 1337,LCRD 1524 e LCRD1567.	71
Figura 24 - Mapa de localização em que a variável primária (pontos em azul escuro) esta a 2 metros de distancia da variável secundária (pontos em vermelho escuro)	73
Figura 25 - Correlogramas dos dados originais (linha vermelha) e das realizações (linha preta) a) Direção de maior continuidade (h1) b) Direção de menor continuidade (h2) e c) direção perpendicular (h3).....	77
Figura 26 - Mapa de localização das amostras secundárias originais (pontos vermelhos) e as amostras secundárias coletadas no cenário de referência (pontos azuis)	78
Figura 27 - Gráfico de dispersão entre estimativas por cokrigagem ordinária estandarizada tradicional e não tradicional.....	81
Figura 28 - Gráfico de dispersão entre o modelo de referência e estimativas a) cokrigagem ordinária estandarizada não tradicional e b) cokrigagem ordinária estandarizada tradicional	82
Figura 29 - Gráfico de dispersão entre a estimativa de krigagem ordinária com a variável primária e a secundária estandarizada e reescalada e cokrigagem ordinária estandarizada tradicional.	83
Figura 30 - Gráfico de dispersão entre teor referência dos blocos e os blocos estimados por a) Krigagem Ordinária: com a variável primária b) Krigagem Ordinária: com a	

variável primária e secundária corrigida c) Cokrigagem ordinária estandarizada e d))	
Krigagem Ordinária: com a variável primária e secundária sem correção.....	86
Figura 31 - Gráfico de dispersão entre teor referência dos blocos e os blocos estimados com as amostras secundárias a 5 metros de distância a) krigagem ordinária: com a variável primária b) krigagem ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandarizada	87
Figura 32 - Histograma do erro das estimativas a) Krigagem Ordinária: com a variável primária b) Krigagem Ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) Cokrigagem ordinária estandarizada	89
Figura 33 - Mapa de localização do erro local das estimativas na região próximas aos dados secundários: a) krigagem ordinária: com a variável primária b) krigagem ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandarizada.	91
Figura 34 - Mapa de localização do erro no bloco em que existe alta densidade de amostras secundárias a) krigagem ordinária: com a variável primária b) krigagem ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandarizada	93
Figura 35 - Mapa de localização e pesos recebidos das amostras utilizadas nas estimativas a) Krigagem Ordinária: com a variável primária b) Krigagem Ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) Cokrigagem ordinária estandarizada - amostras primárias d)) Cokrigagem ordinária estandarizada- amostras secundárias.	96
Figura 36 - Classificação dos blocos (SMU); (a) quantidade total de blocos classificados erroneamente; (b) quantidade total de blocos de minério classificados como estéril;(c) quantidade de blocos de estéril classificados como minério.	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatística Descritiva dos dados originais, de referência e dados secundários imprecisos e inacurados.....	46
Tabela 2- Estatística descritiva do comprimento das amostras da variável Au_ Furos de sondagem e pós a regularização do suporte.....	57
Tabela 3 - Estatística descritiva dos dados da variável Au, amostrada por diferentes técnicas a) Furos de sondagem e b) Canal, dados expressos em ppm.....	59
Tabela 4 - Estatística descritiva dos dados da variável Au truncada no quantil 0.99, amostrada por diferentes técnicas a) Furos de sondagem e b) Canal, dados expressos em ppm.	62
Tabela 5 - Direções de maior, intermediária e direção perpendicular ao plano formado pelas direções de maior e menor continuidade do depósito a ser discutido.	65
Tabela 6 - Benefício da informação secundária na estimativa dos furos medidas a partir do coeficiente de correlação (ρ) e coeficiente angular da reta (B)entre o real e o estimado gerado por jackknife	72
Tabela 7 - Benefício da informação secundária próxima a informação primária nas seguintes distancias entre elas a) 2 metros e b) 5 metros	73
Tabela 8 - Quantificação da média dos erros das estimativas na quantificação da informação secundária local	74
Tabela 9 - Estatística Descritiva do modelo de referência em suporte de pontos, suporte de blocos e os dados primários.	76
Tabela 10 - Estatística descritiva das amostras secundárias sem erro e com erro amostrado a partir do cenário de referência	79
Tabela 11 - Informações sobre o bloco a ser analisados os pesos recebidos nas estimativas.	84
Tabela 12 - Localização das amostras utilizadas na estimativa do bloco e o peso recebido nas estimativas a) krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada, b) cokrigagem ordinária estandardizada não tradicional e c) cokrigagem ordinária estandardizada tradicional	84

CAPÍTULO 1

1.0 INTRODUÇÃO

A amostragem está presente no empreendimento mineral desde a fase da exploração até a lavra, beneficiamento e comercialização. Para diminuir a incerteza na previsão de teores, o planejamento de lavra requer amostragem com espaçamento adensado para garantir previsões acuradas e precisas. Acredita-se, que obtendo uma quantidade maior de amostras, aumenta-se a acuracidade das estimativas, levando ao aumento da confiabilidade na estimativa de teores. Espera-se que com o maior número de amostras, maior será o conhecimento da mineralização, e, portanto menor erro nas estimativas (Revuelta e Jimeno, 1997).

Muitas vezes, a malha de amostragem é pouco densa para ser adequadamente utilizada para planejamento da produção de curto prazo. Isto, normalmente, ocorre, devido a restrições orçamentárias e ao alto custo de execução da amostragem por sondagem com recuperação de testemunhos. A utilização de poucas amostras, no planejamento de curto prazo, pode ocasionar discrepâncias elevadas entre a variável estimada (teor, recuperação, etc.) e o valor real usando dados de uma malha amostral muito espaçada. A partir do adensamento das amostras durante a fase de lavra (geologia de curto prazo), é realizada a classificação seletiva dos blocos (SMU), como minério ou estéril. A precisão e acuracidade desta classificação depende do método de estimativa utilizado, do espaçamento na amostragem e dos erros de preparação e analíticos associados a estes dados. (Magri e Ortiz, 2000)

Hoje, existem várias de formas de incorporar a informação secundária proveniente do adensamento amostral (Goovaerts, 1997), entre as quais está a cokrigagem, extensão natural da krigagem, no caso de muitas variáveis, que fornece um estimador não tendencioso o qual minimiza a variância do erro (Wackernagel, 1995). A cokrigagem consiste na incorporação da correlação espacial entre as variáveis por meio da função covariância cruzada, não sendo necessário que a informação secundária esteja amostrada de forma exaustiva e os dados das diferentes variáveis a serem utilizados podem estar nos mesmos locais ou em locais diferentes (David, 1977; Journel e Huijbregts, 1978).

Nos casos em que as amostras possuem configuração espacial de heterotopia total, o que consiste em um adensamento amostral de menor investimento (esta é uma característica do caso), as amostragens a serem realizadas não coincidem com nenhum ponto amostral coletado anteriormente (essa é a consequência do caso), impossibilitando o cálculo do variograma cruzado e (consequência das amostras não coincidirem), conseqüentemente, a estimativa dos dados por cokrigagem (Wackernagel, 1995).

Nestes casos, a covariância cruzada é mais apropriada pra medir a interdependência espacial entre as amostras. Segundo Deutsch e Journel (1998), os variogramas diretos e os variogramas cruzados são utilizados no sistema de cokrigagem para que se atendam os requisitos de pesos de cokrigagem no processo de estimativa. Sendo assim, conforme a equação 1, a covariância cruzada (C_{ij}) pode ser transformado em variograma cruzado (γ_{ij}):

$$\begin{aligned} C_{ii}(\mathbf{h}) &= C_{ii}(\mathbf{0}) - \gamma_{ii}(\mathbf{h}) \\ C_{ij}(\mathbf{h}) &= C_{ij}(\mathbf{0}) - \gamma_{ij}(\mathbf{h}) \\ C_{jj}(\mathbf{h}) &= C_{jj}(\mathbf{0}) - \gamma_{jj}(\mathbf{h}) \end{aligned} \quad (1)$$

Onde $C_{ii}(\mathbf{0})$ e $C_{jj}(\mathbf{0})$, são as variâncias das variáveis i e j , respectivamente. $C_{ij}(\mathbf{0})$ é a covariância entre os dados colocados i e j . A cross covariância pode então ser modelada obedecendo ao modelo linear de correção (MLC), possibilitando assim, a utilização do método de estimativa de cokrigagem.

Do ponto de vista da estimativa, a presença de erros nos dados afeta os resultados dos blocos/pontos krigados. As ferramentas estatísticas auxiliam o entendimento do fenômeno a ser modelado, quantificando a dispersão/variabilidade dos dados no entorno do valor esperado (precisão) e seu erro: diferença entre o valor real e o medido (exatidão). É esperado que os erros das estimativas oscilem em torno do valor real, sem tendências e sem afastamento exagerado do valor esperado ($E\{\text{erro}\} = 0$). Quando a $E\{\text{erro}\}$ for diferente de zero, há um viés no modelo do fenômeno comprometendo as decisões advindas baseadas nesse modelo.

1.1 OBJETIVOS

A atualização sistemática do modelo de blocos para o planejamento de curto prazo, baseado nas amostras de desmonte ou como informações secundárias, traz benefícios para toda a cadeia produtiva da mina. Considerando que haverá consequências indesejáveis na operação de mina, quando o modelo de teores estiver comprometido em termos de acuracidade e precisão, esta dissertação propõe a investigação do benefício da integração de informação secundária imprecisa (e eventualmente enviesada) proveniente do adensamento amostral de curto prazo. Esses dados possuem heterotopia com os dados primários. Será testada a cokrigagem ordinária estandardizada, com objetivo de reduzir o impacto dos erros presentes nas amostras no processo de estimativa. Analisar-se-á o ganho na qualidade da estimativa de teores com o uso adicional de informação, avaliando os benefícios na melhoria da classificação dos blocos de lavra.

Essa dissertação propõe:

- Investigar melhoria no processo de incorporação de amostras de furos para desmonte, obtendo um modelo que represente de maneira mais confiável os teores do minério a ser lavrado.
- Estudar a precisão e acuracidade das amostras secundárias através de comparações destas com dados precisos e acurados.
- Investigar possível redução da incerteza na modelagem dos teores, avaliando benefício da incorporação da informação secundária imprecisa e enviesada na estimativa para classificação dos blocos.

1.2 ESTADO DA ARTE

A aplicação da cokrigagem para integração da informação secundária torna-se bastante evidente quando duas ou mais variáveis são amostradas dentro de um mesmo domínio espacial e apresentam significativo grau de correlação. A informação a ser estimada é denominada primária e as demais secundária. O objetivo é, portanto, melhorar a estimativa da variável sub-amostrada (primária) utilizando aquelas mais densamente amostradas (secundárias).

Trata-se de uma ferramenta geoestatística que vem sendo cada vez mais utilizada em diversas situações de estimativa ou de modelagem, existindo à disposição diversos

programas (Carr, Myers e Glass, 1985; Yates e Yates, 1990; Marcotte, 1991 e Deutsch e Journel, 1992,).

Sobre as estimativas em depósito multivariados utilizando cokrigagem, Boezio(2010) analisa os benefícios do uso de informação secundária na estimativa da variável de interesse, com diferentes técnicas de co-estimativa e a modelagem da correionalização. Os resultados são comparados e avaliados em termos de diferenças nas estimativas obtidas. A metodologia foi aplicada para estimar o nível de água subterrânea utilizando dados de topografia como informação secundária, e os resultados mostraram que a incorporação dos dados de topografia utilizando o metodologia de estimativa por cokrigagem foi positiva. Em situações que densidade amostral da informação secundária é elevada, os sistemas de equações, que determinam os pesos no sistema de cokrigagem, se tornam instáveis apresentando problemas de inversão. Nesses casos, a utilização da cokrigagem colocada resolve este problema e também seu uso mostrou-se muito vantajoso quando comparado com a krigagem ordinária (Matheron; 1965; Journel e Rossi, 1995; Goovarets, 1997).

Quanto à configuração da malha amostral, Reuwsaat (2011) avaliou o adensamento amostral com malha regular de alguns atributos no minério de ferro, em dados com heterotopia parcial utilizando a técnica de cokrigagem. Em todas as alternativas analisadas, foi verificado que o melhor procedimento de estimativa ocorreu quando o banco de dados foi preenchido com a utilização das relações entre os atributos por modelos de regressão linear (Regression-kriging), mais informações sobre este método em Odeh et al., Heng et al., 2004. Depois do banco de dados ter sido isotopizado, procedeu-se a estimativa do depósito com o Modelo de Correionalização Intrínseca – MCI (Wackernagel, 1997, p.114).

Sobre o estudo de utilização de dados de diferente qualidade, Ribeiro *et al.* (2011) estudaram a correlação entre as amostras coletadas por técnicas diferentes de amostragens: circulação reversa (RC) e furos de sondagem diamantados (DDH) em depósitos de minério de ferro. O coeficiente de correlação entre as variáveis químicas das amostras (RC/DDH) geralmente são maiores que 0,7 e os resultados mostraram que existe um pequeno viés global para as análises de ferro e sílica, devido a diferença de suporte entre as amostras RC e DDH, a variância das amostras de RC são menores que as amostras de DDH. Os variogramas diretos e cruzado (RC x DDH), são similares, variando apenas no sill. Evidenciou-se que o tamanho de grãos das amostras de RC não tem nenhuma correlação com as amostras DDH. As amostras de RC tendem a ser mais finas com o

aumento da profundidade do furo, provavelmente causado pela recuperação do furo. A fraca correlação entre as frações de tamanho das partículas das amostras é um fator limitante para o uso de amostras de RC nos resultados. A combinação do uso destas amostras: RC e DDH, em um depósito de ferro é possível desde que seja aplicado um fator de correção para evitar o viés global e condicional das amostras.

Sobre a utilização de cokrigagem para integração de dados imprecisos, enviesados e heterotópicos no processo de estimativa, Minnitt e Deutsch (2014), em seu estudo, criaram um banco de dados artificial a partir de simulações, com espaçamento amostral regular. Neste artigo, utiliza-se a técnica geoestatística de cokrigagem estandardizada, que combina diferentes conjuntos de dados, com configuração heterotópica a partir de dados com diferentes qualidades. Os resultados mostraram que a cokrigagem ordinária estandardizada fornece melhores estimativas de recursos recuperáveis em escalas local e global, em comparação com krigagem ordinária da variável primária. Vê-se o benefício altamente significativo da incorporação da variável secundária, pois os erros de viés e precisão existentes devido a má amostragem nos dados secundários, não são transferidos para os resultados das estimativas. É importante ressaltar, que os limites admissíveis do coeficiente de correlação entre as variáveis primária e secundária para aplicação desta técnica afetam os resultados das estimativas. Se o coeficiente de correlação for igual ou superior a 0,7 o método sugerido funciona muito bem, abaixo de 0,2 não funciona, e entre 0,2 e 0,7, os resultados podem ser questionáveis.

Donovan (2014) efetuou um trabalho relevante a respeito do uso de cokrigagem ordinária estandardizada com dados secundários imprecisos e enviesados. Neste estudo realizado em uma mina de zinco, os dados são heterotópicos, espaçados regularmente, sem existência de agrupamento preferencial e valores extremos. Esse banco de dados possui dois tipos de amostras com qualidades diferentes: circulação reversa (RC) e furos de sondagens (DDH). As estimativas foram realizadas por cokrigagem ordinária estandardizada e por krigagem ordinária para cada tipo de dados para efeito de comparação. Os resultados mostraram que uma melhoria significativa na reprodução de pontos conhecidos através de cokrigagem sobre krigagem ordinária e significativa redução da variância da estimativa. Este trabalho portanto avalia o efeito da informação secundária imprecisa e inacurada nas estimativas, considerando dados heterotópico em que exista amostragem preferencial e valores extremos. Investiga-se o impacto da integração desta informação nos resultados dos blocos estimados e consequente

classificação dos blocos em minério e estéril. Métodos de estimativa combinando esses dados são analisados.

1.3 METODOLOGIA

Para atingir este objetivo as estimativas foram realizadas, inicialmente em um banco de dados sintético em 2D com heterotopia total. Os erros foram adicionados aos dados originais e usada cokrigagem ordinária estandardizada. Após, a metodologia foi aplicada em um banco de dados real, de uma mina de Ouro, com amostras coletadas com dois tipos de amostragem. As amostras provenientes do adensamento amostral (curto prazo) possuem erros de viés e precisão.

Para o atendimento dos objetivos propostos desta pesquisa, foram utilizadas as seguintes etapas:

- Revisão do banco de dados;
- Análise exploratória e estatística das variáveis primárias e secundárias (identificação de outliers e eventuais tendências das amostras a serem utilizadas nas estimativas de teores);
- Verificação entre as correlações entre as variáveis primárias e secundárias;
- Modelamento da continuidade espacial diretas e cruzadas a partir de covariâncias;
- Estimativa por krigagem ordinária e cokrigagem ordinária estandardizada;
- Validação das estimativas;
- Comparação entre os modelos de blocos;
- Avaliação dos benefícios da informação adicional na estimativa de teores e classificação dos blocos;
- Conclusões e Recomendações.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A seguir descreve-se brevemente a organização dessa dissertação.

No *Capítulo 2*, apresenta-se o referencial bibliográfico a respeito dos métodos de estimativa de krigagem ordinária e cokrigagem ordinária estandardizada, assim como determinação do modelo de continuidade espacial com dados que possuem heterotopia total.

O *Capítulo 3* desenvolve a metodologia utilizada em um banco de dados exaustivo em 2D em que os erros foram adicionados artificialmente nos dados com heterotopia total e malha regular. Os resultados foram comparados com o banco de dados exaustivo, no caso considerado com referência. Ainda, mostram-se as perdas relacionadas à utilização de dados inacurados e imprecisos no processo de estimativa com krigagem ordinária e seus impactos na classificação dos blocos. Mas, o uso da informação inacurada e imprecisa pode trazer ganhos, quando utilizada a metodologia adequada no caso, cokrigagem ordinária estandardizada, trazendo benefícios como a diminuição dos erros nas classificação dos blocos e maior recuperação dos recursos disponíveis.

No *Capítulo 4*, a metodologia proposta é aplicada em um estudo de caso real, em uma mina subterrânea de Ouro, que possui dados com diferentes qualidades em um mesmo domínio geológico, com malha irregular e heterotopia total. Os resultados são analisados e verificado o benefício do uso de informação adicional imprecisa nos blocos e a redução da incerteza do modelo estimado.

Por fim, o *Capítulo 5*, traz as conclusões do estudo realizado e as recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

2.0 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta uma breve revisão teórica dos conceitos e métodos estatísticos utilizados nesta dissertação, juntamente com as respectivas referências pesquisadas. Todos os métodos geoestatísticos são baseados na teoria das variáveis regionalizadas (Matheron, 1962, 1965) que trabalha com dados que possuem localização espacial definida e conectividade espacial (auto correlação espacial). A teoria das variáveis regionalizadas considera o conjunto de dados $z(u_\alpha)$ onde $z(u_\alpha)$ é o dado medido do atributo de interesse z na localização espacial u_α , como as realizações de variáveis randômicas $z(u_\alpha)$, que em um conjunto formam uma função randômica $Z(u)$, caracterizada basicamente pelo seu modelo de continuidade espacial.

A hipótese de estacionaridade de segunda ordem é assumida para as distribuições univariadas e bivariadas. Isto significa que toda variável randômica tenha a mesma distribuição univariada e que em qualquer ponto as duas variáveis randômicas tenham a mesma distribuição bivariada, independente das localizações u_α . Isso faz com que o valor esperado de covariância entre duas variáveis randômicas também seja invariante sob a translação. Assim, uma função randômica $Z(u)$ é chamada estacionária de segunda ordem, quando o valor esperado de $Z(u)$ existe (finito) e é invariável no domínio em questão e quando a covariância entre duas variáveis randômicas $Z(u_\alpha)$ e $Z(u_\alpha+h)$ existe e depende apenas do vetor h .

2.1 AMOSTRAGEM DE DADOS MULTIVARIADOS

Os dados para diferentes variáveis $Z(u_\alpha)$ num determinado domínio, podem estar dispostas nos mesmos locais, ou em locais diferentes. Existem cinco possibilidades de configuração espacial dos dados, quando existem variáveis primárias e secundárias

envolvidas: isotopia, heterotopia parcial e total (figura 1), bem como os arranjos espaciais: co-localização e multi co-localização. São apresentadas abaixo:

Isotopia: as amostras estão disponíveis, para todas as variáveis, nos mesmos locais. Está é a melhor condição para o cálculo do variograma cruzado; entretanto, para conjunto de variáveis intrinsecamente correlacionadas os resultados da krigagem são iguais aos resultados da cokrigagem (Wackernagel, 2003), uma vez que os pesos das variáveis secundárias assumem pequena influência na estimativa.

Heterotopia parcial: existe em situações em que algumas amostras, das diferentes variáveis, compartilham os mesmos locais amostrais. Ainda, existem pontos em que apenas a variável primária está disponível e pontos onde apenas a secundária está presente. Embora para esta heterotopia possa existir dificuldade para o cálculo do variograma cruzado (a depender da contribuição da variável primária no conjunto de dados), é nesta configuração, segundo Wackernagel (1998) e Olea (1999), que o método de estimativa por cokrigagem, pode apresentar melhor resultado, uma vez que a contribuição da variável secundária na estimativa não será sobreposta pela informação primária.

Heterotopia total ou completa: consiste quando as variáveis são medidas em locais diferentes não tendo nenhum ponto em comum. Deste modo, o variograma cruzado não pode ser calculado diretamente. Myers (1991) sugere a utilização de pseudo-variogramas cruzados para poder estimar os dados por cokrigagem, nesta configuração de dados. Pseudo-variogramas cruzados são definidos por Clark et al. (1989) como:

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} \sum [Z_i(u_\alpha) - Z_j(u_\alpha + h)]^2 \quad (2)$$

Onde $\gamma_{ij}(h)$ é o pseudovariograma cruzado entre as variáveis $Z_i(u_\alpha)$ e $Z_j(u_\alpha + h)$, maiores detalhes sobre o tipo de variograma podem ser obtidos nos artigos citados acima.

Outra alternativa, é a utilização da covariância cruzada, proposta por Minnitt e Deustch (2014), que é o objeto de estudo e será discutido ao longo da dissertação.

Colocalização: nesta situação, os pontos das variáveis de interesse são restritos e estão esparsadamente distribuídos pelo domínio. Por outro lado, a variável secundária (quase-exaustiva) é conhecida, em pelo menos em cada ponto da malha que será estimada. Neste conjunto de dados, a escolha da vizinhança utilizada na estimativa é uma etapa crítica, pois a alta densidade de informação secundária pode gerar instabilidade nos sistemas de equações lineares da cokrigagem ordinária (Olea, 1999).

Multi-colocalização: é uma configuração espacial dos dados particular de colocalização, em que se conhece o valor da variável secundária na malha a ser estimada e nos pontos em que a variável primária é medida (Olea, 1999).

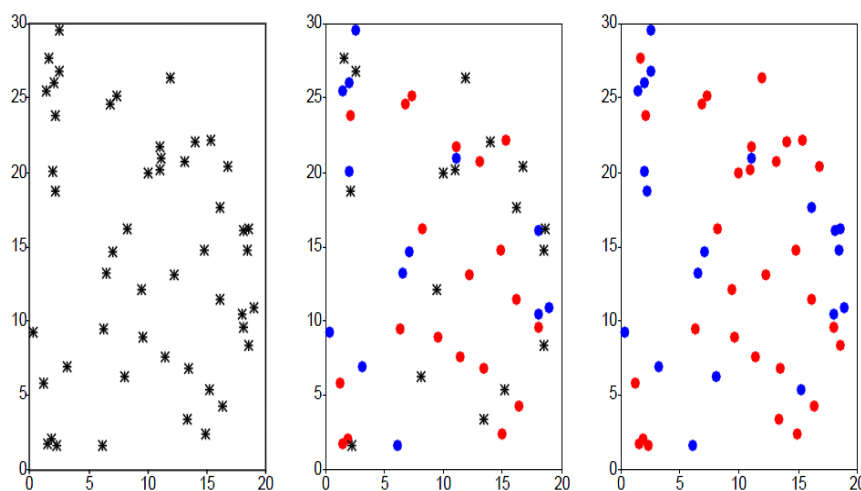


Figura 1 - Configurações possíveis da distribuição espacial das variáveis amostradas: isotopia (esquerda), heterotopia parcial (centro) e heterotopia total (direita). Os círculos azuis representam os pontos de amostragem da variável primária, os vermelhos variável secundária e os asteriscos representam os pontos em que as duas variáveis são conhecidas (Watanabe, 2008).

2.2 VARIABILIDADE ESPACIAL CONJUNTA.

Ao considerar múltiplas variáveis, se faz necessário caracterizar a variabilidade espacial conjunta. Com esse fim, são apresentadas os seguintes conceitos:

2.2.1 COVARIÂNCIA

A covariância, ou variância conjunta, é uma medida do grau de interdependência (ou inter-relação) numérica entre duas variáveis aleatórias. Quando considera-se apenas uma variável, é denominado covariância direta, e pode ser calculada conforme a equação abaixo:

$$\gamma_{ij}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \sum [Z_i(\mathbf{u}_\alpha) - Z_j(\mathbf{u}_\alpha + \mathbf{h})]^2 \quad (3)$$

onde $C(h)$ é a função de covariância, $m(h)$ é a média da variável $Z(u_\alpha)$ calculada a partir dos valores $Z(u_\alpha)$, $N(h)$ é o número de pares de valores $Z(u_\alpha)$, $Z(u_\alpha+h)$ afastados pelo vetor de separação h .

A função de covariância direta possui as seguintes propriedades:

- (i) é uma função simétrica,
- (ii) para o vetor de separação zero ($h = 0$), a covariância é igual à variância máxima dos dados
- (iii) nenhum valor de covariância é maior do que a covariância de h igual a zero:

Quando se trata de duas ou mais variáveis, a função é denominada como covariância cruzada. Considerando duas variáveis $Z_i(u)$ e $Z_j(u)$, onde a variável primária $Z_i(u)$ está amostrada em n_1 locais $u_{\alpha i}$ e a variável secundária $Z_j(u)$, está amostrada em n_2 locais $u_{\alpha j}$, que os locais podem ou não coincidir com os locais $u_{\alpha i}$. A covariância cruzada pode ser calculada a partir dos atributos diferentes $Z_i(u_{\alpha i})$ afastados por um vetor h de valores de $Z_j(u_{\alpha j})$, segundo:

$$C_{ij}(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{\alpha=1}^{N(h)} Z_i(u_\alpha) \cdot Z_j(u_\alpha + h) - m_i \cdot m_j \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j \quad (4)$$

onde $C_{ij}(h)$, é a função covariância cruzada, $N(h)$ é o número de pares de valores $Z_i(u_\alpha)$ e $Z_j(u_\alpha + h)$, afastados por um vetor de separação h , m_i e m_j são as médias da variável primária, $Z_i(u)$ e secundária $Z_j(u)$, calculadas a partir dos valores experimentais $Z_i(u_{\alpha i})$ e $Z_j(u_{\alpha j})$.

É importante destacar, que os valores de covariância também são calculados a partir de um subconjunto isotópico ou heterotópico, mas para vetores de separação maiores ou iguais a zero ($h \geq 0$), conforme a equação 5.

$$\begin{aligned} \sigma_{12} = C_{12}(h) &= \sum [(Z_i - m_i) * (Z_j - m_j)] \\ &= \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n (Z_i(u_\alpha) - m_i) * (Z_j(u_\alpha) - m_j) \end{aligned} \quad (5)$$

A função covariância cruzada não é simétrica. Isto quer dizer que uma mudança na ordem das variáveis ou no sentido do vetor de separação h modifica o valor da função covariância cruzada (Wackernagel, 1994, p.132). Essa característica é conhecida como efeito retardado ou *lag effect* e se expressa por meio das relações a seguir:

$$\begin{cases} C_{ij}(\mathbf{h}) \neq C_{ji}(\mathbf{h}) \\ C_{ij}(\mathbf{h}) \neq C_{ji}(-\mathbf{h}) \\ C_{ij}(\mathbf{h}) = C_{ji}(-\mathbf{h}) \end{cases} \quad (6)$$

A standardização da função covariância, pela variância, constitui o correlograma:

$$\rho(\mathbf{h}) = \frac{C(\mathbf{h})}{\sigma^2} \in [-1, 1] \quad (7)$$

onde $\rho(\mathbf{h})$, corresponde ao coeficiente correlação linear dos dados separados de h metros, $C(\mathbf{h})$ é a variância dos dados separados por uma distância h e σ^2 é a variância *a priori* dos dados.

A função correlograma cruzado é análoga ao correlograma direto. Nesse caso, a covariância cruzada é standardizada pelos desvios padrões das variáveis envolvidas:

$$\rho_{xy}(\mathbf{h}) = \frac{C_{ij}(\mathbf{h})}{\sigma_i \sigma_j} \in [-1, 1] \quad (8)$$

onde, $C_{ij}(\mathbf{h})$ é a função de covariância cruzada, σ_i e σ_j são os desvios padrões das variáveis $Z_i(\mathbf{u})$ e $Z_j(\mathbf{u})$ respectivamente

2.2.2 SEMI-VARIOGRAMA

Contrariamente à função de covariância, o semi-variograma mede a dissimilaridade entre dados separados por um vetor de separação h , e pode ser calculado a partir de:

$$\gamma_i(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{\alpha=1}^{N(\mathbf{h})} [z_i(\mathbf{u}_\alpha) - z_i(\mathbf{u}_\alpha + \mathbf{h})]^2 \quad (9)$$

Onde, $\gamma_i(\mathbf{h})$ é a função semi-variograma, $N(\mathbf{h})$ é o número de pares de valores $z_i(\mathbf{u}_\alpha)$, $z_i(\mathbf{u}_\alpha + \mathbf{h})$ afastados por um vetor de separação h .

O semi-variograma cruzado $\gamma_{ij}(\mathbf{h})$ é definido como a semi-esperança matemática do produto dos incrementos das variáveis $Z_i(\mathbf{u})$, $Z_i(\mathbf{u} + \mathbf{h})$ e $Z_j(\mathbf{u})$, $Z_j(\mathbf{u} + \mathbf{h})$ separadas por h , ou seja:

$$\gamma_{ij}(\square) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{\alpha=1}^{N(\mathbf{h})} [Z_i(\mathbf{u}_\alpha) - Z_i(\mathbf{u}_\alpha + \mathbf{h})] \cdot [Z_j(\mathbf{u}_\alpha) - Z_j(\mathbf{u}_\alpha + \mathbf{h})]. \quad (10)$$

onde, $\gamma_{ij}(h)$ é o semi-variograma cruzado entre as variáveis $Z_i(u)$ e $Z_j(u)$, $N(h)$ é o número de pares de valores $z_i(u_\alpha)$, $z_i(u_\alpha+h)$ e $z_j(u_\alpha)$, $z_j(u_\alpha+h)$.

O semi-variograma cruzado, contrariamente à função covariância cruzada, é simétrico, já que é calculado a partir dos incrementos das variáveis, não sendo afetados pela mudança no sentido do vetor de separação h .

Os modelos semivariográficos são caracterizados por quatro componentes (figura 2): alcance (a) que corresponde a distância dentro da qual as amostras apresentam-se correlacionadas espacialmente, o patamar (C) que é o valor do semivariograma correspondente a seu alcance (a), a partir dele considera-se que não existe mais dependência espacial entre as amostras, porque a variância da diferença entre pares de amostras ($Var[Z_i(u_\alpha) - Z_i(u_\alpha + h)]$) torna-se invariante com a distância, o efeito pepita (C_0) que mostra a descontinuidade do semivariograma para distâncias menores do que a menor distância entre as amostras e parte desta descontinuidade pode ser também devida a erros de medição e o patamar ou sill (C): é a soma entre a contribuição (C_1) e o efeito pepita (C_0), que corresponde a variância a priori dos dados.

Com a adição de erros aos dados há um aumento na variância e, portanto, alteram os parâmetros do modelo variográfico. Dentre eles, o mais afetado é o efeito pepita, C_0 , que representa no modelo a variabilidade geológica do fenômeno a curta distância, os erros referentes aos procedimentos de amostragem e protocolos de preparação inadequados.

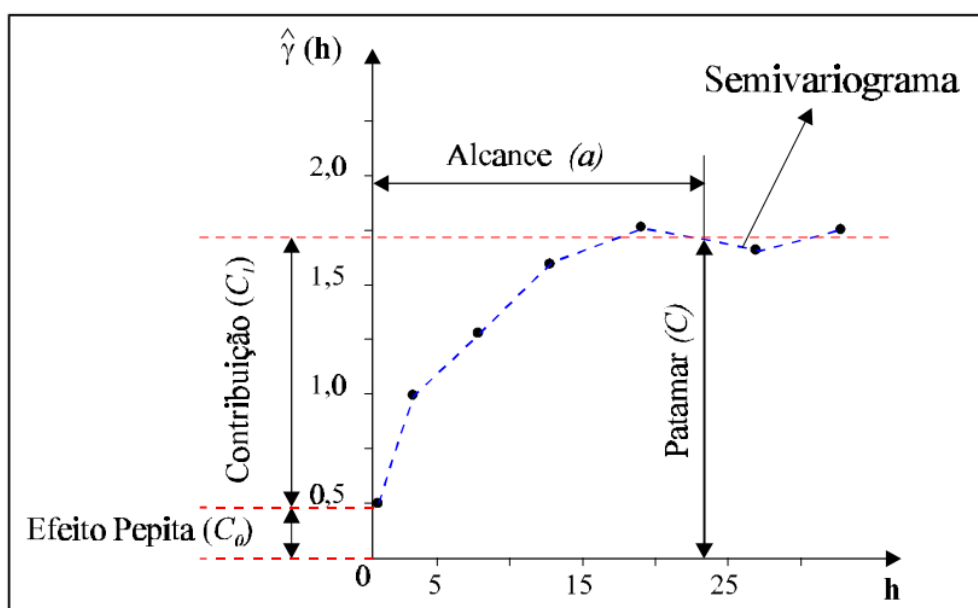


Figura 2 - Componentes do semi variograma a serem usadas no ajuste variográfico.

2.2.3 TRANSFORMAÇÃO DE COVARIÂNCIA PARA VARIOGRAMA

Em situações, em que a disposição espacial dos dados impossibilita o cálculo do variograma cruzado, Minnitt & Deutsch (2014) propuseram que a continuidade espacial do fenômeno fosse modelada a partir da covariância cruzada das variáveis extrapolando os pontos experimentais para $h > 0$ a fim de obter a covariância para $h=0$ (figura 3). A equação 11 mostra, que segundo a hipótese de estacionariedade de ordem 2 (Goovaerts, 1997, p. 71), apesar de fornecerem informações inversas (correlação e descorrelação) a respeito do comportamento espacial, o variograma é equivalente a função covariância, e pode ser calculado com:

$$\begin{aligned}\gamma_{ij}(h) &= C_{ij}(0) - C_{ij}(h) \\ \gamma_{ij}(h) &= \sigma_{ij}^2 - C_{ij}(h)\end{aligned}\quad (11)$$

onde, γ_{ij} é a função variograma cruzada, $C_{ij}(h)$ a função de covariância cruzada e σ_{ij}^2 a variância dos dados primários ($Z_i(u)$) e secundários ($Z_j(u)$) respectivamente.

A partir da covariância cruzada pode ser estabelecido o variograma cruzado para desenvolver o modelo linear de correionalização (Seção 2.3), podendo assim realizar o método de estimativa por cokrigagem. O efeito pepita, após a transformação da covariância cruzada em variograma cruzada, não é necessário, já que nesta situação, os dados não estão colocados embora seja necessário inferir para o modelo variográfico.

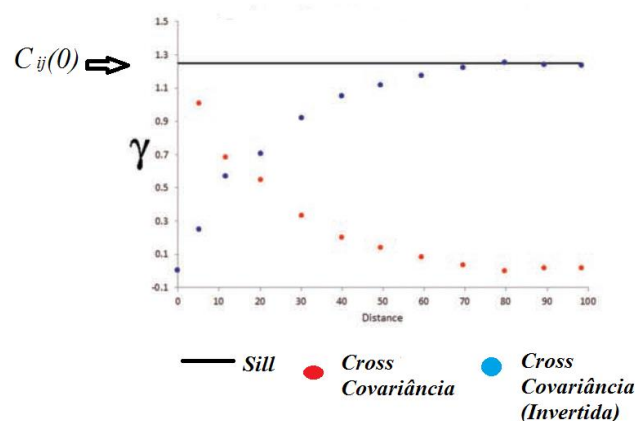


Figura 3-Exemplo da extrapolação da covariância cruzada no eixo y. Cross Covariância original dos dados (pontos vermelhos) e Cross Covariância Variograma experimental dos dados após a inversão (Equação 11), (Minnitt e Deutsch, 2014)

Entretanto, as funções covariância cruzada e variograma cruzado não são exatamente equivalentes, sendo que o variograma cruzado não incorpora toda a informação da função covariância cruzada. Isto é, a função covariância cruzada apresenta uma informação a mais, que não é capturada pelo variograma cruzado, chamado *lag effect* (Journel e Huijbregts, 1978). Este efeito corresponde a assimetria das funções covariância cruzada, fazendo com que medir a covariância cruzada em uma mesma direção, mas em sentidos opostos, pode resultar em gráficos diferentes (o que não acontece com o variograma cruzado que é simétrico). Isso pode significar que o atributo está retardado em relação a outro, resultando em funções covariâncias com máximo não em $h = 0$.

2.2.4 MODELO LINEAR DE CORREGIONALIZAÇÃO

De acordo com Olea (1999), a cokrigagem pode ser descrita como um procedimento de estimativa verdadeiramente multivariado, já que trabalha com dois ou mais atributos em um mesmo domínio. O termo corre regionalização é utilizado em geoestatística, quando duas ou mais variáveis regionalizadas são definidas em um campo aleatório. A ausência de amostras de uma variável em um determinado ponto de amostragem não interfere ou enviesamos resultados obtidos por cokrigagem, a qual apresenta melhor performance nesta situação, desde que seja levando em conta a correlação espacial entre elas.

No processo de estimativa multivariado, são necessários modelos de continuidade espacial de todas as variáveis envolvidas. As equações da cokrigagem são formuladas na suposição de que as variáveis primárias e secundárias apresentam covariâncias com matriz de definição positiva, para ser considerada uma matriz de covariância válida. Uma maneira para obter a matriz definida positivamente é utilizar o modelo linear de corre regionalização.

O modelo linear de corre regionalização (MLC) fornece um método para ajustar os variogramas diretos e cruzados entre as duas variáveis ou mais de tal maneira que a variância de qualquer combinação linear dessas variáveis seja sempre positiva. Tal combinação usa as mesmas estruturas dos variogramas diretos e cruzados, mantendo o mesmo valor para o alcance. (Wackernagel, 1995)

O modelo para cada um dos variogramas diretos e cruzados pode ser consistidos de uma ou mais estruturas, o que é aceitável uma vez que " *qualquer combinação linear de modelos de variograma positivas definidas com coeficientes positivos também é um modelo definitivo positivo* " (Isaaks e Srivastava, 1989, p. 375).

É necessário que as matrizes dos coeficientes satisfaçam as seguintes condições (Goovaerts, 1997, p. 113):

- i) Todos os elementos das diagonais devem ser positivos;

$$b_{ii}^k \geq 0 \quad (12)$$

- ii) Os determinantes das matrizes de coeficientes devem ser positivos;

$$|b_{ij}^k| \geq 0 \quad (13)$$

- iii) Os coeficientes de correlação regionalizados r_{ij}^k (Wackernagel, 1994, p.158) devem estar incluídos nos intervalos $[-1, 1]$:

$$r_{ij}^k = \frac{b_{ij}^k}{\sqrt{b_{ii}^k b_{jj}^k}} \in [-1, 1] \quad (14)$$

Onde b_{ii}^k e b_{ij}^k é a matriz de coeficientes de contribuição direta e cruzada para a variância global de cada estrutura k.

Uma simplificação do modelo linear de correogionalização (MLC), é o Modelo de Correlação Intrínseca (MCI) (Wackernagel, 1995). O modelo de MCI assume que todas as variâncias e covariâncias são proporcionais a um mesmo modelo de correogionalização. Detalhes sobre o MLC e MCI podem ser encontrados, entre outros, em Isaaks & Srivastava (1989), Goovaerts (1997) e Wackernagel (1995).

2.3 COKRIGAGEM

Na cokrigagem, estima-se uma variável de interesse em um ponto específico a partir das informações vizinhas da própria variável e das variáveis auxiliares, incorporando a correlação espacial entre as variáveis por meio da função covariância

cruzada. Não é necessário que a informação secundária esteja amostrada de forma exaustiva.

2.3.1 COKRIGAGEM ORDINÁRIA

De maneira similar a krigagem ordinária, não é necessário conhecer a média da variável aleatória na estimativa por cokrigagem ordinária, uma vez que a média é local e calculada na vizinhança do ponto que será coestimado (Goovaerts, 1997).

É um método de alta demanda computacional e bastante complexo de se utilizar no caso de muitas variáveis ($N_v > 3$), devido aos modelos de continuidade espacial necessários. Pois, além dos modelos de continuidade espacial dos próprios atributos e os cruzados, precisam ser respeitadas certas condições simultaneamente em todos estes modelos, que não podem ser modelados independentemente (Goovaerts, 1997).

O estimador da cokrigagem ordinária é definido por :

$$Z_{OCK}^*(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} Z_i(\mathbf{u}_{\alpha i}) + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} Z_j(\mathbf{u}_{\alpha j}) \quad (15)$$

onde $Z_{OCK}^*(\mathbf{u})$ é a estimativa por cokrigagem ordinária da variável primária $Z_i(\mathbf{u})$, no local \mathbf{u} , $Z_i(\mathbf{u}_{\alpha i})$ são os dados da variável primária, $Z_i(\mathbf{u})$, em n_i locais $\mathbf{u}_{\alpha i}$, $Z_j(\mathbf{u}_{\alpha j})$ são os dados da variável secundária, $Z_j(\mathbf{u})$ em n_j locais $\mathbf{u}_{\alpha j}$, $\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK}$, é o somatório dos pesos de OCK dos dados da variável primária $Z_i(\mathbf{u}_{\alpha 1})$, $\sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK}$ é o somatório dos pesos da variável secundária $Z_j(\mathbf{u}_{\alpha j})$.

O estimador é definido como não tendencioso, ou seja, o valor esperado do erro é nulo.

$$E[Z_{OCK}^*(\mathbf{u}) - Z_i(\mathbf{u})] = \mathbf{0} \quad (16)$$

Substituindo $Z_{OCK}^*(\mathbf{u})$, pela expressão na equação 15

$$E[Z_{OCK}^*(\mathbf{u}) - Z_i(\mathbf{u})] = E \left[\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} Z_i(\mathbf{u}_{\alpha i}) + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} Z_j(\mathbf{u}_{\alpha j}) - Z_i(\mathbf{u}) \right] = \mathbf{0} \quad (17)$$

E substituindo na expressão o valor esperado pelas médias de m_i e m_j ,

$$E[Z_{OCK}^*(\mathbf{u}) - Z_i(\mathbf{u})] = E\left[m_i \cdot \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} + m_j \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} - m_i\right] = \mathbf{0} \quad (18)$$

Portanto,

$$m_i \cdot \left(\mathbf{1} - \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} \right) - m_j \cdot \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} = \mathbf{0} \quad (19)$$

O que leva a condição de pesos, na cokrigagem ordinária, com condições que garantem o não enviesamento do estimador:

$$\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} = \mathbf{1} \quad \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} = \mathbf{0} \quad (20)$$

Esta é a condição chamada tradicional. A cokrigagem ordinária baseada nestas condições de não-enviesamento apresentadas, tal como a krigagem ordinária, não necessita do conhecimento da média dos atributos envolvidos nas estimativas, sendo estas determinadas para cada vizinhança de busca e utilizada nas estimativas pelo próprio método. Ou seja, leva em consideração as flutuações locais das médias dos atributos ao longo do depósito. Porém, estas condições de não enviesamento apresentam dois pontos negativos. Primeiro, o peso dos atributos secundários somarem zero, leva a alguns pesos terem obrigatoriamente de ser negativos, o que ocasiona, estimativas negativas (que são inaceitáveis). Segundo, o maior parte dos pesos da variável secundária, é pequeno, reduzindo a influência das amostras secundárias na estimativa do atributo primário.

Para solucionar esse problema, uma outra relação sobre os pesos foi desenvolvida (Isaaks e Srivastava, 1989, p.409-416, Deutsch e Journel, 1998, p.70, Goovaerts,1997). As duas condições sobre o peso são substituídas por uma única condição sobre o somatório deles:

$$\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} = 1 \quad (21)$$

Para utilizar-se esta condição, o estimador da Equação (15), as médias devem ser reescaladas,

$$Z_{OCK}^*(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha i=1}^{n_i(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha i}^{OCK} \cdot Z_i(\mathbf{u}_{\alpha i}) + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} \cdot [Z_j(\mathbf{u}_{\alpha j}) - m_j + m_i] \quad (22)$$

Onde m_i e m_j são as médias desagrupadas de Z_i e Z_j , respectivamente. Apesar do estimador de cokrigagem ordinária agora apresentar médias globais, ainda se recalcula as médias da vizinhança. (Goovaerts, 1997).

A prática mostra que a cokrigagem resulta em estimativas mais precisas que a krigagem, quando o atributo primário é subamostrado em relação ao secundário e estes apresentam razoável correlação espacial cruzada (Journel e Huijbregts, 1978).

Em relação, a variância da estimativa, a vantagem da cokrigagem em relação a krigagem é basicamente a redução da incerteza quanto ao valor estimado. O algoritmo de cokrigagem garante, por construção teórica, uma variância do erro da estimativa menor ou igual a variância do erro da estimativa da krigagem, que ignora informação de outros atributos. O sistema de cokrigagem está escrito a seguir :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} \cdot C_{ii}(u_{\alpha i} - u_{\beta i}) + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} \cdot C_{ij}(u_{\alpha i} - u_{\alpha j}) + \mu_i(u) = C_{ii}(u_{\alpha i} - u) \\ \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} \cdot C_{ji}(u_{\alpha j} - u_{\alpha i}) + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} \cdot C_{jj}(u_{\alpha j} - u_{\beta j}) + \mu_j(u) = C_{ji}(u_{\alpha j} - u) \\ \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} = 1 \\ \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} = 0 \end{array} \right. \quad (23)$$

onde $\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK}$ é o somatório dos pesos de cokrigagem atribuídos aos dados da variável primária $Z_i(u_{\alpha i})$; $\sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK}$ é o somatório dos pesos de cokrigagem atribuídos aos dados da variável secundária $Z_j(u_{\alpha j})$; $C_{ii}(u_{\alpha i} - u_{\beta i})$ é a covariância direta da variável primária entre os locais $u_{\alpha i}$.e. $u_{\beta i}$; $C_{ij}(u_{\alpha i} - u_{\alpha j})$ é a covariância cruzada da variável primária nos locais $u_{\alpha i}$ e da variável secundária nos locais $u_{\alpha j}$; $C_{ii}(u_{\alpha i} - u)$ é a covariância direta da variável primária entre os locais $u_{\alpha i}$ e o local u onde se estima; $C_{ji}(u_{\alpha j} - u_{\alpha i})$ é a covariância cruzada da variável secundária nos locais $u_{\alpha j}$ e da variável primária nos locais $u_{\alpha i}$, sendo igual valor de $C_{ij}(u_{\alpha i} - u_{\alpha j})$, devido a simetria assumida para a função covariância discutida no item 2.2.1; $C_{jj}(u_{\alpha j} - u_{\beta j})$ é a covariância direta da variável secundária entre os locais $u_{\alpha j}$.e. $u_{\beta j}$; $C_{ji}(u_{\alpha j} - u)$ é a covariância direta da variável secundária entre os locais $u_{\alpha j}$ e o local u onde se estima ;

μ_i e μ_j são os parametros de Lagrange introduzidos para levar as duas condições nos pesos da equação 21.

Quando se utiliza a condição de somatório dos pesos (equação 21), o sistema da cokrigagem ordinária se transforma em:

$$\begin{cases} \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} \cdot C_{ii}(u_{\alpha i} - u_{\beta i}) + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} \cdot C_{ij}(u_{\alpha i} - u_{\alpha j}) + \mu(u) = C_{ii}(u_{\alpha i} - u) \\ \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} \cdot C_{ji}(u_{\alpha j} - u_{\alpha i}) + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} \cdot C_{jj}(u_{\alpha j} - u_{\beta j}) + \mu(u) = C_{ji}(u_{\alpha j} - u) \\ \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} = 1 \end{cases} \quad (24)$$

onde $\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK}$ é o somatório dos pesos de cokrigagem atribuídos aos dados da variável primária $Z_i(u_{\alpha i})$; $\sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK}$ é o somatório dos pesos de cokrigagem atribuídos aos dados da variável secundária $Z_j(u_{\alpha j})$; $C_{ii}(u_{\alpha i} - u_{\beta i})$ é a covariância direta da variável primária entre os locais $u_{\alpha i}$.e. $u_{\beta i}$; $C_{ij}(u_{\alpha i} - u_{\alpha j})$ é a covariância cruzada da variável primária nos locais $u_{\alpha i}$ e da variável secundária nos locais $u_{\alpha j}$; $C_{ii}(u_{\alpha i} - u)$ é a covariância direta da variável primária entre os locais $u_{\alpha i}$ e o local u onde se estima; $C_{ji}(u_{\alpha j} - u_{\alpha i})$ é a covariância cruzada da variável secundária nos locais $u_{\alpha j}$ e da variável primária nos locais $u_{\alpha i}$, sendo igual valor de $C_{ij}(u_{\alpha i} - u_{\alpha j})$, devido a simetria assumida para a função covariância discutida no item 2.2.1; $C_{jj}(u_{\alpha j} - u_{\beta j})$ é a covariância direta da variável secundária entre os locais $u_{\alpha j}$.e. $u_{\beta j}$; $C_{ji}(u_{\alpha j} - u)$ é a covariância direta da variável secundária entre os locais $u_{\alpha j}$ e o local u onde se estima ; μ são os parametros de Lagrange introduzidos para levar as duas condições nos pesos da equação 21.

A variância minimizada é chamada de variância de cokrigagem e é dada por:

$$\sigma_{OCK}^2(u) = C_{ii}(0) - \mu_1(u) - \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK} \cdot C_{ii}(u_{\alpha i} - u) - \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK} \cdot C_{ji}(u_{\alpha j} - u) \quad (25)$$

onde $\sigma_{OCK}^2(u)$ é a variância da cokrigagem ordinária no local u , $\sigma_{OK}^2(u)$ é a variância da krigagem ordinária no local u ; $C_{ii}(0)$ é variância a priori dos dados da variável $Z_i(u)$; $\mu_i(u)$ é o parametro Lagrange dos sistemas de cokrigagem; $\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{OCK}$ é o somatório dos pesos de cokrigagem atribuídos aos dados da variável primária $Z_i(u_{\alpha i})$; $\sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{OCK}$

é o somatório dos pesos de cokrigagem atribuídos aos dados da variável secundária $Z_j(u_{\alpha j})$; $C_{ii}(u_{\alpha i} - u)$ é a covariância direta da variável primária entre os locais $u_{\alpha i}$ e o local u onde se estima e $C_{ji}(u_{\alpha j} - u)$ é a covariância direta da variável secundária entre os locais $u_{\alpha j}$ e o local u onde se estima.

Analisando a formulação da cokrigagem, se percebe que ela corresponde a krigagem do atributo primária adicionada da contribuição dos outros atributos, de forma a se beneficiar desta informação secundária. Portanto, quando a informação secundária é irrelevante (não apresenta correlação com a informação primária), a cokrigagem é equivalente a krigagem. Quando a informação primária tem alta aleatoriedade (efeito pepita acentuado), ou apresenta pouca informação primária, a cokrigagem se beneficia da informação secundária no processo de estimativa.

O conhecimento de variáveis auxiliares melhora a estimativa da variável de interesse, destacando as relações estruturais entre elas e reproduzindo melhor a variabilidade natural dos fenômenos

2.3.2 COKRIGAGEM ORDINÁRIA ESTANDARDIZADA

Ao longo do desenvolvimento da mina, a quantidade de amostras provenientes de furos de sondagem diamantados (DDH-dados primários) se tornam reduzidos, devido a o alto custo de sua execução, e as amostras circulação reversa (ou de outra técnica amostral distinta de DDH) provenientes do adensamento amostral (RC-dados secundários) se tornam abundantes. A maior quantidade de informação secundária auxilia no modelamento da continuidade do fenômeno, já que possuem espaçamento amostral menor e enriquece o modelamento do variograma, assim como melhoram a precisão e acuracidade das estimativas locais. Porém, as diferentes técnicas de amostragem utilizadas possuem suporte diferente, e por consequência podem conter erros ou tendência nos diferentes tipos de dados que poderiam ser reduzidos a partir da otimização da amostragem e maior rigor no protocolos de controle de QA/QC. Ao invés de aplicar fatores de correção para melhorar a qualidade dos dados secundários, ou simplesmente rejeitar os dados como imprecisos e inaccurados (inutilizá-los!), a cokrigagem ordinária

estandardizada apresenta-se como uma alternativa e permite que os dados secundários possam ser utilizados de forma aceitável teoricamente.

Devido os erros provenientes da amostragem, a variância da variável primária e secundária podem possuir magnitudes diferentes, gerando instabilidade numérica entre as linhas na matrizes de cokrigagem. Uma boa pratica é reecalar os valores de covariância, assim, o estimador da cokrigagem ordinária estandardizada (SCOK), passa a ser calculado conforme a equação 26, e a variável secundária e primária, portanto terão a mesma média e desvio padrão evitando a instabilidade no sistema de cokrigagem.

$$\frac{Z_{SCOK}^*(u) - m_i}{\sigma_i} = \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{SOCK} \frac{[Z_i(u_{\alpha i}) - m_i]}{\sigma_i} + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{SOCK} \frac{[Z_j(u_{\alpha j}) - m_j]}{\sigma_j} \quad (26)$$

onde $Z_{SCOK}^*(u)$ é a estimativa por cokrigagem ordinária estandardizada da variável primária $Z_i(u_{\alpha i})$, m_i é a média da variável primária, σ_i é o desvio padrão da variável primária, $\sum_{\alpha i=1}^{n_i} \lambda_{\alpha i}^{SOCK}$ é o somatório dos pesos da variável primária, m_j é a média da variável secundária $Z_j(u_{\alpha j})$; σ_j é o desvio padrão da variável secundária e $\sum_{\alpha j=1}^{n_j} \lambda_{\alpha j}^{SOCK}$; é o somatório dos pesos da variável secundária.

Conforme descrito no item 1, (Equação 1), o sistema de cokrigagem pode ser escrito em termos de correlogramas ou covariâncias. Neste caso, o estimador da cokrigagem ordinária estandarizada (Equação 26) é reescrito conforme a equação 27, onde $\vartheta_{\alpha i}^{SOCK}$, corresponde ao peso dado à amostra primária e $\vartheta_{\alpha j}^{SOCK}$ corresponde ao peso dado a variável secundária no sistema de cokrigagem.

$$\begin{aligned} \frac{Z_{SCOK}^*(u) - m_i}{\sigma_i} &= \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \vartheta_{\alpha i}^{SOCK} \frac{[Z_i(u_{\alpha i}) - m_i]}{\sigma_i} + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \vartheta_{\alpha j}^{SOCK} \frac{[Z_j(u_{\alpha j}) - m_j]}{\sigma_j} \end{aligned} \quad (27)$$

Nesta situação, as amostras primárias recebem o mesmo peso, e as amostras secundárias recebem diferentes pesos, mas o resultado da estimativa permanece o mesmo. (Goovaerts, 1997, p.228). Quando multiplicamos primeiro a variável primária ($Z_i(u_{\alpha i})$), pelo desvio padrão da primária, o depois a variável secundária encontramos a relação entre os pesos dado as amostras. (Equação 28)

$$\begin{aligned} \lambda_{\alpha i}^{SOCK}(u) &= \vartheta_{\alpha i}^{SOCK} \quad \alpha_i = 1, \dots, n_{i(u)} \\ \lambda_{\alpha j}^{SOCK}(u) &= \frac{\sigma_i}{\sigma_j} \vartheta_{\alpha j}^{SOCK} \quad \alpha_j = 1, \dots, n_{j(u)} \end{aligned} \quad (28)$$

Conforme mostrado na equação 28, os pesos da variável primária ficam os mesmos nos dois sistemas, e o peso da variável secundária são reescalados dividindo pelo desvio padrão e o estimador (equação 27) é reescrito conforme a equação 29.

$$Z_{SCOK}^*(u) - m_1 = \sum_{\alpha i=1}^{n_i} \vartheta_{\alpha i}^{SOCK} Z_i(u_{\alpha i}) - m_1 + \sum_{\alpha j=1}^{n_j} \frac{\sigma_i}{\sigma_j} \vartheta_{\alpha j}^{SOCK} [Z_j(u_{\alpha j}) - m_j + m_i] \quad (29)$$

Para que os resultados das estimativas sejam o mesmo (Equações 15 e 29), os resultados da cokrigagem ordinária estandarizada devem ser retrotransformados, conforme a equação 30 abaixo:

$$Z_{SCOK}^* = Z_i^* \sigma_i + m_i \quad (30)$$

onde $Z_{SCOK}^*(u)$ é o estimador por cokrigagem ordinária estandarizada da variável primária Z_i , Z_i^* é o resultado da estimativa, σ_i é o desvio padrão da variável primária e m_i é a média da variável primária.

E então, os resultados das estimativas são os mesmos na cokrigagem ordinária e na cokrigagem ordinária estandarizada, porém os pesos dados a variável secundária são diferentes.

Com estas limitações em mente para o uso de cokrigagem ordinária estandarizada também é necessário a realização do modelo linear de correionalização (MLC). (Wackernagel,1995)

2.4 VALIDAÇÃO

É esperado que os resultados das estimativas sejam os mais próximos dos valores reais, ou seja, com mínimo erro. Algumas validações são realizadas para checagem dos modelos estimados.

2.4.1 VALIDAÇÕES ESTATÍSTICAS

2.4.1.1 COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR (COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO PEARSON)

É comum se comparar duas distribuições, e medir associações possíveis entre as variáveis utilizando o coeficiente de correlação (ρ) que pode ser calculado da seguinte forma:

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (31)$$

onde n é número de dados; x_1, \dots, x_n são os valores dos dados para a variável primária, m_x é a média dos dados e σ_x e, é o seu desvio padrão; y_1, \dots, y_n são os dados para a variável secundária, m_y é a média dos dados e σ_y é o seu desvio padrão.

A respeito do coeficiente de correlação, é importante ressaltar que ele é calculado utilizando dados das duas variáveis provenientes dos mesmos locais $u\alpha$, ou seja, do subconjunto isotópico. Esse cálculo pode ser afetado pela presença de valores extremos e *outliers*, sendo assim, a presença de alguns pares de valores extremos podem levar a um baixo coeficiente de correlação entre as variáveis. Outro fato relevante é que, o coeficiente de correlação (ρ) fornece uma medida linear da relação entre duas variáveis. Se a relação entre as duas variáveis não for linear, o coeficiente de correlação não fornece informações estatísticas importantes. Se o coeficiente de correlação (ρ) é alto, o uso da variável para prever a outra variável será viável e trará grandes benefícios, caso, seja baixo, o uso da informação secundária não será relevante.

O coeficiente de correlação de Spearman é equivalente ao coeficiente de correlação linear (coeficiente de correlação de Pearson) com os dados ordenados. Quando as variáveis não possuem uma relação linear (ou valores extremos), o coeficiente de rank é mais recomendado para verificar a correlação entre as variáveis. O coeficiente de rank pode ser calculado conforme a equação abaixo.

$$\rho_{spearman} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Rx_i - m_{Rx})(Ry_i - m_{Ry})}{\sigma_{Rx} \sigma_{Ry}} \quad (32)$$

onde n é número de dados; Rx_1, \dots, Rx_n são os valores dos dados ordenados de forma crescente da variável primária. O valor mais baixo da variável primária é colocado em primeiro lugar e recebe o valor 1 e o valor mais alto da variável, aparece no final da lista e recebe o valor n , m_{Rx} é a média dos dados e σ_{Rx} é o seu desvio padrão. Para a variável

secundária, os valores são classificados com os mesmos critérios mostrados anteriormente, onde R_{y_1}, \dots, R_{y_n} são os dados para a variável secundária, m_{Ry} é a média dos dados e σ_{Ry} é o seu desvio padrão.

Ao contrário do coeficiente de correlação linear, o coeficiente de Spearman não é fortemente influenciado pelos pares de valores extremos. As diferenças entre os valores do coeficiente de correlação de Spearman e o coeficiente de correlação linear aparecem devido a localização dos pares de valores extremos das amostras no gráfico de dispersão. Um alto valor para o coeficiente de Spearman e baixo valor para o coeficiente de correlação linear pode ser devido ao fato que alguns pares de valores formados por valores erráticos tenha afetado de forma negativa uma boa correlação.

2.4.1.2 ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (MSE- MEAN SQUARE ERROR)

Em estatística, o Erro Quadrático Médio (MSE) é uma forma de avaliar a diferença entre um estimador e o verdadeiro valor da quantidade estimada. O MSE mede a média do quadrado do erro, com o erro sendo o montante pelo qual o estimador difere da quantidade real a ser estimada. Ter um Erro Quadrático Médio de zero (0) é o ideal, mas na maioria das situações nunca é possível. O MSE leva em consideração tanto a variância dos erros, quanto o seu viés. Quando o MSE for zero significa que o estimador prevê observações com precisão perfeita, ou seja quanto menor o MSE, melhores as estimativas.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (33)$$

onde n corresponde ao número de dados, e e é o erro (ou resíduo), definido como a diferença entre o valor estimado Z^* e o valor real Z .

$$e = Z^* - Z \quad (34)$$

Nas comparações bloco a bloco, se e é positivo, então temos superestimativa dos valores verdadeiros; se e é negativo então temos subestimativa.

2.4.1.3 COEFICIENTE ANGULAR DA RETA (SLOPE REGRESSION)

A presença de viés condicional é um problema em qualquer modelo estimado. O coeficiente angular da reta, é muitas vezes utilizado como diagnóstico para verificar o viés condicional (Deustch, 2009). Em uma situação ideal, o coeficiente angular da reta entre a estimativa e valores reais deve ser igual a um, o que implica um condição sem viés condicional. O coeficiente angular ($y=Bx$) é calculado a partir da tangente da reta, reta obtida por regressão linear e deve ter inclinação próxima a inclinação de 45°. Assim a tangente seria próxima de 1 (figura 4).

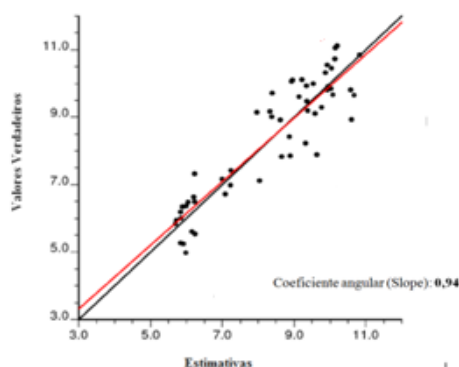


Figura 4 - Exemplo de cálculo do coeficiente angular a) Condição ideal de comportamento das estimativas sem viés (linha preta) b) Condição real dos resultados da estimativa (linha vermelha). Figura adaptada, Deustch (2011).

2.4.2 ANÁLISE DE DERIVA

A análise de deriva (*drift analysis ou swath plots*) consiste na construção de gráficos de médias de teores em faixas de dados ou blocos do depósito, em diversas direções. Nesses gráficos, são comparados os teores médios nas faixas obtidos pelo método de estimativa utilizado e os teores médios locais calculados a partir das amostras nessa faixa. É uma forma de avaliar o viés local do método de estimativa, verificando se os valores estimados, em média, seguem a tendência dos dados.

Uma prática comum na indústria mineral consiste em estender ao modelo de blocos os valores dos dados pela técnica conhecida como vizinho mais próximo (nearest

Neighbour-NN), a fim de evitar no cálculo de médias locais a influência do agrupamento preferencial dos dados, já que a quantidade de dados existente é consideravelmente menor do que a quantidade de valores estimados.

2.4.3 VALIDAÇÃO CRUZADA E JACKKNIFE

Nessa técnica, as opções de estimativa são testadas nas localizações de amostras existentes. Depois de obtido o modelo variográfico, cada valor original é removido do domínio espacial e, usando-se os demais, um novo valor é estimado para esse ponto. Desse modo, um gráfico pode ser construído mostrando a relação entre valores reais e estimados. A validação cruzada, porém, não prova que o modelo escolhido é o mais adequado quando comparado aos demais modelados testados. A melhor verificação, então, é aquela resultante do confronto entre os valores estimados e a realidade de campo. Resumindo, na validação cruzada, cada *datum* é removido individualmente (um por vez) e re-estimado com os remanescentes.

Outra forma de validação é o Jackknife, nele, remove-se vários dados de cada vez e com os remanescentes reestima-os. Após cada remoção de um sub conjunto, se reestima inclusive os parâmetros estatísticos (histograma e variograma). Este procedimento é repetido para vários subconjuntos removidos, este procedimento é laborioso.

Apesar de ser comumente utilizada apenas como comparação entre diferentes métodos (ou parâmetros) de estimativa, a validação cruzada e jackknife podem ser valiosas para se determinar setores e condições em que o método de estimativa pode ser problemático, como em locais em que sistematicamente ocorrem subestimativas ou superestimativas, através da análise da informação espacial dos resíduos obtidos.

Lembrando que este métodos são de validação dos parâmetros de busca e devem ser feitos *a priori*, ou seja antes das estimativas.

CAPÍTULO 3

3.0 IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA- ESTUDO DE CASO 2D

Nesse capítulo, o estudo de caso a ser apresentado serve de exemplo para aplicação da metodologia proposta, em um banco de dados bidimensional e exaustivo em que os dados podem ser comparados ao cenário de referência. A partir do banco de dados exaustivo, Walker Lake (Isaaks e Srivastava, 1989), foram emulados dois tipos de amostragens com espaçamento regular com dados de diferentes qualidades. Foram consideradas como amostras primárias, dados precisos e acurados que possuem alta qualidade e amostras secundárias, que possuem dados de baixa qualidade e erros de viés e precisão. A incorporação destes erros nas amostras ocorre nas etapas de coleta, preparação e análise química devido ao uso de protocolos e técnicas inadequadas, o que é uma realidade na indústria mineral.

A seguir, os dados a serem utilizados na estimativa são apresentados, assim como o procedimento para a adição artificial dos erros nas amostras secundárias. Após, descreve-se as metodologias utilizadas no processo de estimativa e avaliação do impacto dos erros incorporados nas amostras na estimativa e classificação errônea dos blocos.

3.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA DA VARIÁVEL V

Para implementação desta metodologia, foi utilizado como banco de dados de referência ou cenário real, o banco de dados exaustivo Walker Lake (Isaaks e Srivastava, 1989), com 78000 amostras pontuais distribuídas regularmente com espaçamento de 1x1 metro. Neste estudo, foi utilizado a variável V, que foi reescalada para que seus teores fossem semelhantes a um depósito mineral de cobre. A fim de obter o modelo de blocos de referência, o conjunto de dados de suporte de pontos exaustivo foi transformado em 3120 blocos, com tamanho de 5 x5 metros em X e Y em que o teor do bloco representa a

média de pontos dentro dos blocos A tabela 1 mostra a estatística descritiva desses blocos. O mapa e o histograma dos pontos da variável V são mostrados na figura 5 abaixo:

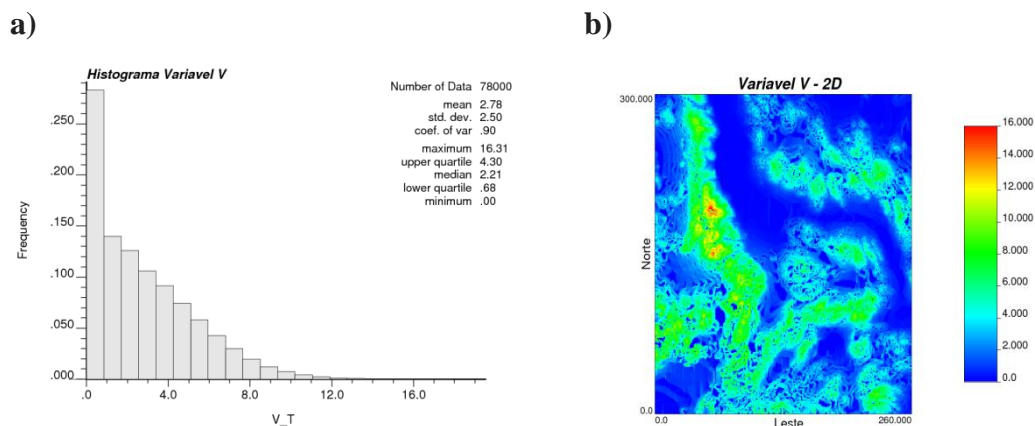


Figura 5-(a) Histograma da Variável V no cenário de referência. (b) Mapa de Localização da Variável V

3.2 APRESENTAÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS NAS ESTIMATIVAS

Neste estudo de caso, os dados possuem configuração espacial com heterotopia total, em que as amostras primárias e secundárias não se encontram no mesmo local e possuem precisão e acuracidade diferentes. Os dados primários (V_20x20), foram obtidas a partir do conjunto de dados de pontos exaustivo com um espaçamento regular de 20 x 20 metros. Estas amostras emulam as amostras de perfuração de diamante (DDH), realizadas na fase de exploração mineral e de estudos de viabilidade do projeto utilizadas no planejamento de longo prazo possuindo dados precisos e acurados. As demais amostras, consideradas secundárias (V_5x5), foram obtidas também, a partir do conjunto de dados de pontos exaustivo, com um espaçamento regular de 5 x 5 metros. Representam as amostras provenientes do adensamento amostral realizadas no planejamento de curto prazo, obtidas por técnicas de amostragem com qualidade inferior, como por exemplo circulação reversa (RC) e canaletas. Nelas, foram adicionadas artificialmente erros de viés e precisão. A figura 6 mostra a disposição espacial das amostras neste estudo de caso.

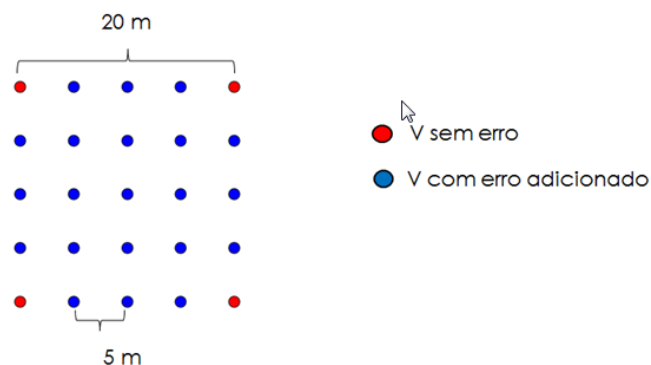


Figura 6-Distribuição espacial do banco de dados Walker Lake-modificado (Isaaks e Srivastava, 1989)

A figura 7 mostra o mapa de localização da distribuição dos teores no depósito, podemos verificar que na primeira amostragem realizada (Figura 7a) existe diferentes teores ao longo do depósito, na porção oeste estão localizados a área com maiores teores. A figura 7b mostra que com o adensamento amostral, as regiões de alto e baixo teor foram melhores identificadas e podemos verificar que em sua maior parte o deposito é formado por baixo teores com concentração na porção leste.

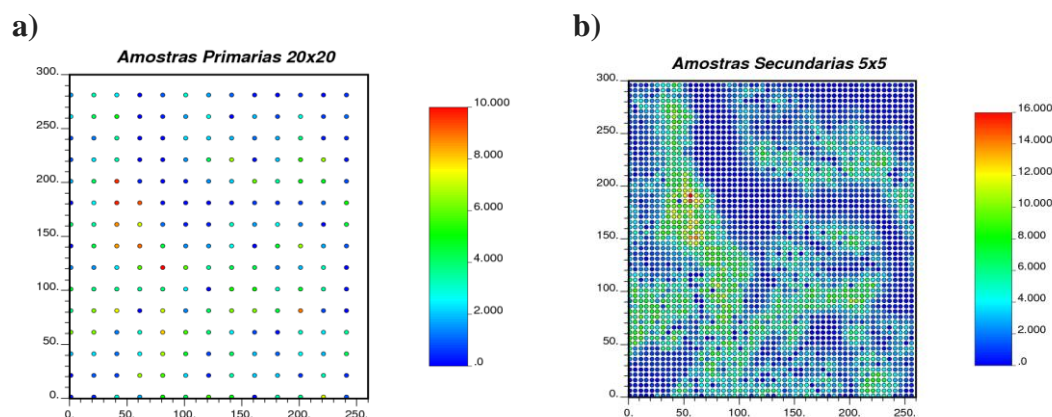


Figura 7- Distribuição espacial dos teores das amostras do banco de dados Walker Lake-modificado (Isaaks e Srivastava, 1989) a) amostra primárias e b) amostras secundárias

3.3 ADIÇÃO DA TENDÊNCIA (IMPRECISÃO) NOS DADOS

A amostragem visa a obtenção de dados acurados e precisos. Para dados com boa qualidade, espera-se que os valores medidos não tenham tendência (ou viés), ou seja, o erro deve ter média zero e possuir uma distribuição Gaussiana. Quando há uma tendência sistemática nos dados para superestimar (ou subestimar) nos valores reais, o estimador

começa a produzir estimativas sistematicamente tendenciosas do verdadeiro valor do atributo. E a média do erro associado passa a ser diferente de zero.

3.4 ADICIONANDO VARIÂNCIA AOS DADOS (AUMENTO DA IMPRECISÃO)

Para se adicionar a imprecisão às amostras originais obtidas a partir do conjunto de dados exaustivo com espaçamento regular de 5 x 5 metros ($V_{5 \times 5}$), foram perturbados os valores adicionando (ou subtraindo) um erro de imprecisão aleatório de 10%. O erro aleatório relativo foi adicionado (ou subtraído), assumindo uma distribuição Gaussiana com média zero e desvio padrão determinado pelo produto do erro relativo (+/- 10%) multiplicado pelo teor do bloco (Magri e Ortiz, 2000). Estas amostras emulam as amostras de pó de perfuratriz gerado nos furos de desmonte, que possuem dados com qualidade inferior aos dados provenientes dos furos de sondagem (DDH). O erro é considerado heterocedástico, o que ocorre com frequência na prática (Matheron, 1963 e Goovaerts, 1997).

3.5 ADICIONANDO ERRO- VIÉS

Nos dados secundários, além do aumento da imprecisão, foi adicionado também um viés nas amostras. Os dados foram enviesados em 25% em suas médias em duas situações distintas: uma em que as amostras foram sistematicamente superestimadas (aumentadas em 25%) e outra que as amostras foram sistematicamente subestimadas (diminuídas em 25%). A tabela 1 mostra as estatísticas descritivas do banco de dados de referência em suporte de pontos (V_{Real_pontos}), o banco de dados de referência em suporte de blocos (V_{Real_blocos}) e o conjunto de dados de amostras com dados precisos e exatos ($V_{20 \times 20}$). Podemos verificar que estes conjuntos de dados de amostras tem sua média muito próxima da média verdadeira dos dados em suporte de pontos, o que indica que não há erro de viés e precisão nos dados. Os dados secundários que possuem erro viés

e precisão ($V_{5x5} + 25\%$ e $V_{5x5} - 25\%$) têm a sua média 25% maiores (ou menores) do que a distribuição de blocos de referência (V_{Real_blocos}), para simular os dados de má qualidade e avaliar como estes podem induzir o enviesamento dos resultados, consequentemente, transferir esse viés para o processo de estimativa dos blocos.

Tabela 1 - Estatística Descritiva dos dados originais, de referência e dados secundários imprecisos e inaccurados.

Dados	N° amostras	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Mínimo	Máximo
V_Real_pontos	78000	2,78	2,50	0,90	0	16,31
V_Real_blocos	3120	2,78	2,29	0,82	0	13,78
V_20x20	195	2,80	2,48	0,88	0	10,13
V_5X5	3120	2,77	2,49	0,89	0	16,10
V_5x5_+25%	2925	3,44	3,12	0,90	0	18,13
V_5x5_-25%	2925	2,07	1,90	0,91	0	13,61

3.6 CONTINUIDADE ESPACIAL E METODOLOGIA DAS ESTIMATIVAS

Duas metodologias foram avaliadas para a estimativas de blocos: krigagem ordinária e cokrigagem ordinária estandardizada.

3.6.1 KRIGAGEM ORDINÁRIA

No cenário 1, foram utilizadas os dados precisos e acurados (dados primários), para a estimativa por krigagem ordinária. O banco de dados (V_{20x20}) composto por 195 amostras com espaçamento amostral de 20x20 m. O variograma neste cenário, é definido na equação 35. Para os outros cenários, os dois tipos de dados foram combinados para a estimativa dos blocos.

A segunda alternativa testada ignora a diferença de precisão e acuracidade entre os dois tipos de informação (primária e secundária). No cenário 2, foram combinados os dados acurados e precisos ($V_{20 \times 20}$) com os dados com erro de viés superestimativa e imprecisão ($V_{5 \times 5_{+25\%}}$) enquanto, no cenário 3, os dados precisos foram combinados com os dados com viés subestimativa ($V_{5 \times 5_{-25\%}}$) e imprecisão. Os variogramas nestes cenários estão definidos na equação 36 e 37.

Cenário 1: Krigagem Ordinária com 195 dados precisos e acurados ($V_{20 \times 20}$):

$$\gamma_V(h) = 1,0 + 2,0 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{N157,5E}{90m}, \frac{N67,5E}{40m} \right) + 2,92 \cdot \text{Sph}(2) \cdot \left(\frac{N157,5E}{120m}, \frac{N67,5E}{60m} \right) \quad (35)$$

Cenário 2: Krigagem Ordinária com 3120 dados de diferentes qualidades estimados juntos ($V_{20 \times 20}$ e $V_{5 \times 5_{+25\%}}$, imprecisos e inaccurados):

$$\gamma_V(h) = 1,50 + 3,0 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{N157,5E}{35m}, \frac{N67,5E}{25m} \right) + 5,10 \cdot \text{Sph}(2) \cdot \left(\frac{N157,5E}{80m}, \frac{N67,5E}{44m} \right) \quad (36)$$

Cenário 3: Krigagem Ordinária com 3120 dados com diferentes qualidades estimados juntos ($V_{20 \times 20}$ e $V_{5 \times 5_{-25\%}}$, imprecisos e inaccurados):

$$\gamma_V(h) = 0,7 + 1,3 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{N157,5E}{37m}, \frac{N67,5E}{28m} \right) + 1,78 \cdot \text{Sph}(2) \cdot \left(\frac{N157,5E}{82m}, \frac{N67,5E}{41m} \right) \quad (37)$$

3.6.2 COKRIGAGEM ORDINÁRIA ESTANDARDIZADA

A cokrigagem ordinária estandardizada, é a metodologia adequada para incorporação de dados de diferentes qualidades (Goovaerts, 1997). Esta metodologia leva em consideração as correlações diretas e cruzadas entre as variáveis envolvidas. O método também filtra viés do conjunto de dados inaccurados, prosseguindo com resíduos padronizados em vez de os dados originais. A cokrigagem ordinária estandardizada, considera que a soma dos pesos das variáveis primárias e secundárias é 1. A continuidade espacial foi definida usando o modelo linear de correionalização (LMC). Durante o processo de cokrigagem, o LMC controla os pesos atribuídos aos dados secundários. A correlação cruzada é obtida usando a covariância cruzada, uma vez que o variograma cruzado requer que os dados

estejam colocados (conjunto de dados multivariados isotópicos). Se a covariância cruzada é semelhante a covariância direta dos dados, os dados secundários são tratados como primários em termos de pesos durante o procedimento cokrigagem (Minnit & Deutsch, 2014).

Obviamente, não há como medir diretamente efeito pepita na covariância cruzada, já que os dados não estão colocados. No entanto, o ponto de intersecção no eixo y pode ser obtido somente por extrapolação, seguindo a tendência da covariância dos dados. As equações (38), (39) e (40) abaixo mostram as correlações diretas e cruzadas espaciais das variáveis para o cenário 4, em que a variável primária é a amostra V ($V_{20} \times 20$, dados exatos e precisos), enquanto que a variável secundária compreende amostras adicionais a partir de V com viés (médias superestimadas) e erros de precisão adicionados ($V_5 \times 5_+ + 25\%$). O cenário 5, as amostras primárias correspondem a variável V ($V_{20} \times 20$) com dados precisos e exatos, enquanto que a variável secundária é a amostra V com viés (médias subestimadas) e erros de precisão adicionados ($V_5 \times 5_- - 25\%$), e o ajustamento LMC foi realizado mostrado nas equações (41), (42) e (43).

$$\begin{aligned} \gamma_{(1)}(\mathbf{h}) = & 1,8 + 1,8 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{90\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{40\text{m}} \right) + 2,32 \cdot \text{Sph}(2) \\ & \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{120\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{60\text{m}} \right) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{(2)}(\mathbf{h}) = & 2,0 + 3,5 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{90\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{40\text{m}} \right) + 4,20 \cdot \text{Sph}(2) \\ & \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{120\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{60\text{m}} \right) \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{(12)}(\mathbf{h}) = & 0,0 + 2,5 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{90\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{40\text{m}} \right) + 3,0 \cdot \text{Sph}(2) \\ & \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{120\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{60\text{m}} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \gamma(1) = & 1,8 + 1,8 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{90\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{40\text{m}} \right) + 2,32 \cdot \text{Sph}(2) \\ & \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{120\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{60\text{m}} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \gamma(2) = & 0,7 + 1,8 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{90\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{40\text{m}} \right) + 1,5 \cdot \text{Sph}(2) \\ & \cdot \left(\frac{\text{N157,5E}}{120\text{m}}, \frac{\text{N67,5E}}{60\text{m}} \right) \end{aligned} \quad (42)$$

$$\gamma(12) = 0,0 + 1,7 \cdot \text{Sph}(1) \cdot \left(\frac{N157,5E}{90m}, \frac{N67,5E}{40m} \right) + 1,8 \cdot \text{Sph}(2) \cdot \left(\frac{N157,5E}{120m}, \frac{N67,5E}{60m} \right) \quad (43)$$

Após o modelamento da continuidade espacial, os resultados das estimativas foram comparadas com os valores dos blocos (V_5X5), considerados como teor real dos blocos.

3.7 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

A figura 8a mostra as estimativas usando krigagem ordinária com poucos dados, mas precisos e exatos. Os resultados mostram que a média dos teores estimados (2,73) estão próximos aos teores dos blocos de referência (2,78), e o coeficiente angular da reta (1,05) plotando os estimados contra os reais é próximo de 1. Quando verificamos a média global do depósito, vemos que esta está bem reproduzida, mas ocorre uma correlação (0,61) muito baixa entre os valores estimados e os de referência. Ou seja, globalmente a estimativa pode ser validada satisfatoriamente, mas localmente existe um viés (subestimativa dos teores dos blocos).

Quando usamos krigagem ordinária e combinamos dados de qualidade diferente, os resultados não foram bons. A média das estimativas foram tendenciosas, para os dados superestimados sistematicamente, a média foi de 3,39 e para os subestimados sistematicamente, foi 2,07 e não reproduziram a média da distribuição dos blocos de referência. Estes resultados eram esperados, e eles são mostrados aqui para realçar o efeito das amostras imprecisas e inacuradas sobre o modelo, quando se realiza a estimativa dos blocos combinando os dados de diferente qualidade, ignorando a diferença entre a precisão e exatidão entre eles. O coeficiente angular de inclinação da reta entre as estimativas, em relação a distribuição real dos blocos de referência, mostra a tendência das estimativas. No cenário 2 (figura 8b), a média (3,39) e o desvio padrão (2,79) das estimativas são maiores do que a média da distribuição real dos blocos de referência. O coeficiente angular de inclinação (0,81) é inferior a 1, que mostra que os resultados são sistematicamente superestimados quando comparados a distribuição real dos blocos. No cenário 3 (figura 8c), a média (2,07) e o desvio padrão (1,72) das estimativas são menores do que a média da distribuição real dos blocos de referência. O coeficiente angular de inclinação (1,31) é superior a 1, que mostra que os resultados são sistematicamente

subestimados quando comparados a distribuição real dos blocos. A respeito do coeficiente de correlação, as figuras 8b e 8c, mostra que a média estimada valida bem a média dos dados de entrada (não a do depósito) que apresentam viés e a correlação entre os teores estimados e de referencia é muito maior. Ou seja, globalmente a estimativa está ruim, mas localmente, a adição da informação foi benéfica (mesmo sendo dados "ruins")

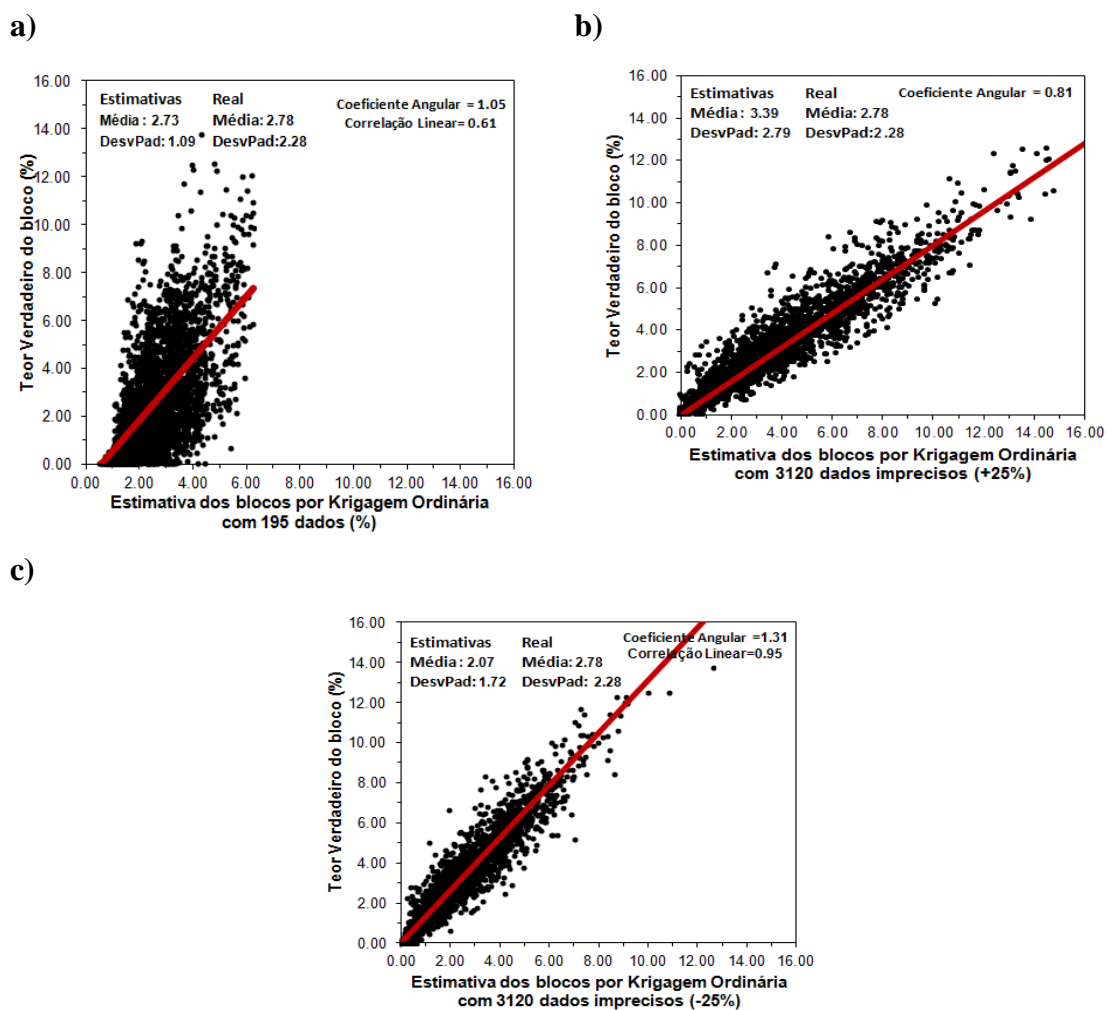


Figura 8- Gráfico de dispersão entre teor real dos blocos e os blocos estimados por krigagem Ordinária: (a) Dados precisos e acurados ($V_{20 \times 20}$); (b) Dados precisos e acurados combinados com dados imprecisos e inacurados com médias sistematicamente superestimadas ($V_{20 \times 20}$ e $V_{5 \times 5} + 25\%$); (c) Dados precisos e acurados combinados com dados imprecisos e inacurados com médias sistematicamente subestimadas ($V_{20 \times 20}$ e $V_{5 \times 5} - 25\%$).

Quando a cokrigagem ordinária estandardizada foi utilizada para estimar e integrar dados de diferentes qualidades (cenários 4 e 5; figura 9a e 9b), os resultados foram melhores. A média das estimativas (2,72 e 2,74) reproduziu a média da distribuição real dos blocos de referência, e o coeficiente angular de regressão da reta (1,09 e 1,10) foi próximo a 1. O desvio padrão das estimativas foi menor do que distribuição real dos

blocos de referência. A média estimada representa a média do depósito (e não as dos dados enviesados) e existe uma correlação relativamente alta entre os blocos estimados e de referência. Ou seja, temos a melhor estimativa global e pouco viés local.

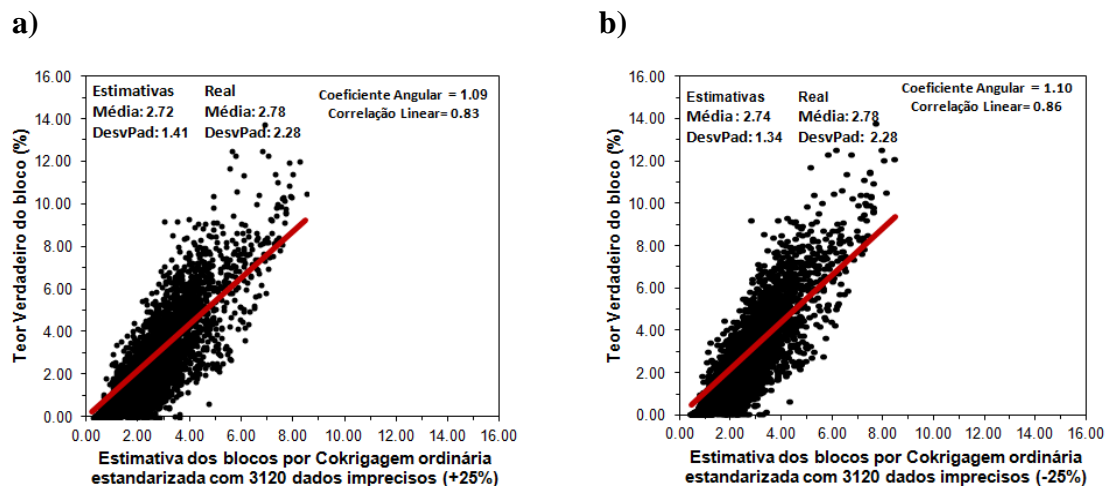


Figura 9- Gráfico de dispersão entre teor real dos blocos e os blocos estimados por Cokrigagem Ordinária Estandarizada: (a) amostras primárias com dados precisos e acurados ($V_{20 \times 20}$) combinados com as amostras secundárias imprecisas e inacuradas com médias sistematicamente superestimadas ($V_{5 \times 5} + 25\%$); (b) amostras primárias com dados precisos e acurados ($V_{20 \times 20}$) combinados com as amostras secundárias imprecisas e inacuradas com médias sistematicamente subestimadas ($V_{5 \times 5} - 25\%$).

A figura 10 mostra as curvas de parametrização de teor tonelagem da distribuição real dos blocos de referência e das estimativas. Como esperado, quanto maior o efeito de suavização da estimativa, maior desvio em relação a curva da distribuição real dos blocos de referência. Consequentemente, as estimativas usando krigagem ordinária com poucos dados, mas precisos e exatos produziu uma curva de parametrização mais distante da distribuição real dos blocos, mostrando que os resultados das estimativas foram subestimados. Além disso, os maiores desvios em relação a distribuição real dos blocos ocorreu nas estimativas por krigagem ordinária. Os melhores resultados foram alcançados nas estimativas em que foi utilizado a metodologia cokrigagem ordinária estandarizada. Para todos os teores de corte, a curvas das estimativas utilizando cokrigagem ordinária produziu resultados mais próximos da distribuição real dos blocos.

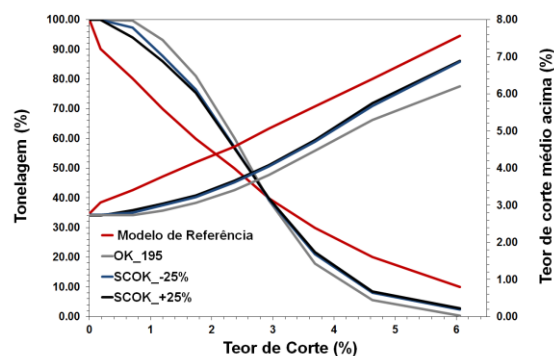
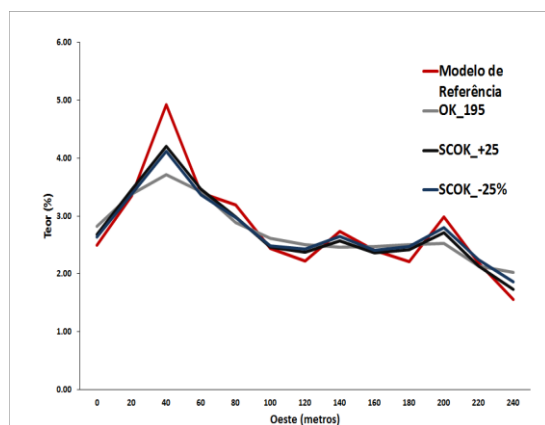


Figura 10- Curva de parametrização Teor X Tonelagem

A figura 11, mostra a análise de deriva realizadas nas direções norte e leste entre a distribuição real dos blocos e as diferentes metodologias utilizadas. Na porção oeste, a cokrigagem apresentou vantagem devido a presença dos altos teores nesta região. Já na porção norte, a krigagem ordinária não foi tão ruim, devido à presença de baixos teores e os valores próximos a média global do depósito nesta região. Podemos verificar que os resultados das estimativas por cokrigagem ordinária estandardizada produzem resultados mais próximos ao modelo de referência.

a)



b)

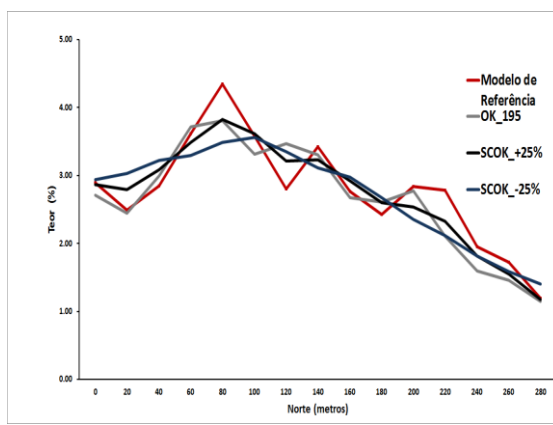


Figura 11- Análise de Deriva entre o modelos de blocos de referência e as estimativas (a) Direção Oeste; (b) Direção Norte

A partir do banco de dados de referência em suporte de blocos (V_Real_blocos), considerado como referência, cinco teores de corte foram considerados para a classificação dos blocos: 0,93% (Q25), 1,73%(Q40), 2,35%(Mediana), 4,24%(Q75) e 5,34%(Q85). A figura 12 mostra o número total de blocos classificados como minério e também os blocos que foram classificados erroneamente devido aos erros provenientes das amostras enviesadas usadas e do processo de estimativa. Note o número de blocos de minério classificados como estéril e o número de blocos de estéril classificados como

minério com os modelos blocos obtidos para cada metodologia de estimativa utilizado. Podemos verificar na figura 12, que os resultados das estimativas por cokrigagem ordinária estandardizada geram melhor classificação dos blocos como minério e estéril em diferentes teores de corte considerados. A diferença é evidente. No teor de corte 1,73%, o número de blocos é de aproximadamente 620 classificados erroneamente usando cokrigagem ordinária estandardizada (COK_-25%) No caso da krigagem ordinária com dados exatos e precisos, o número aumenta para 875. A krigagem ordinária envia erroneamente muito mais estéril para a planta, causando a diluição. Pior ainda, o modelo de krigagem ordinária envia mais blocos de minério para a pilha de estéril. Os melhores resultados com relação à má classificação dos blocos por cokrigagem ordinária estandardizados são consistentes e também são mostrados com os gráficos de dispersão entre os valores estimados e os verdadeiros blocos (figura 12).

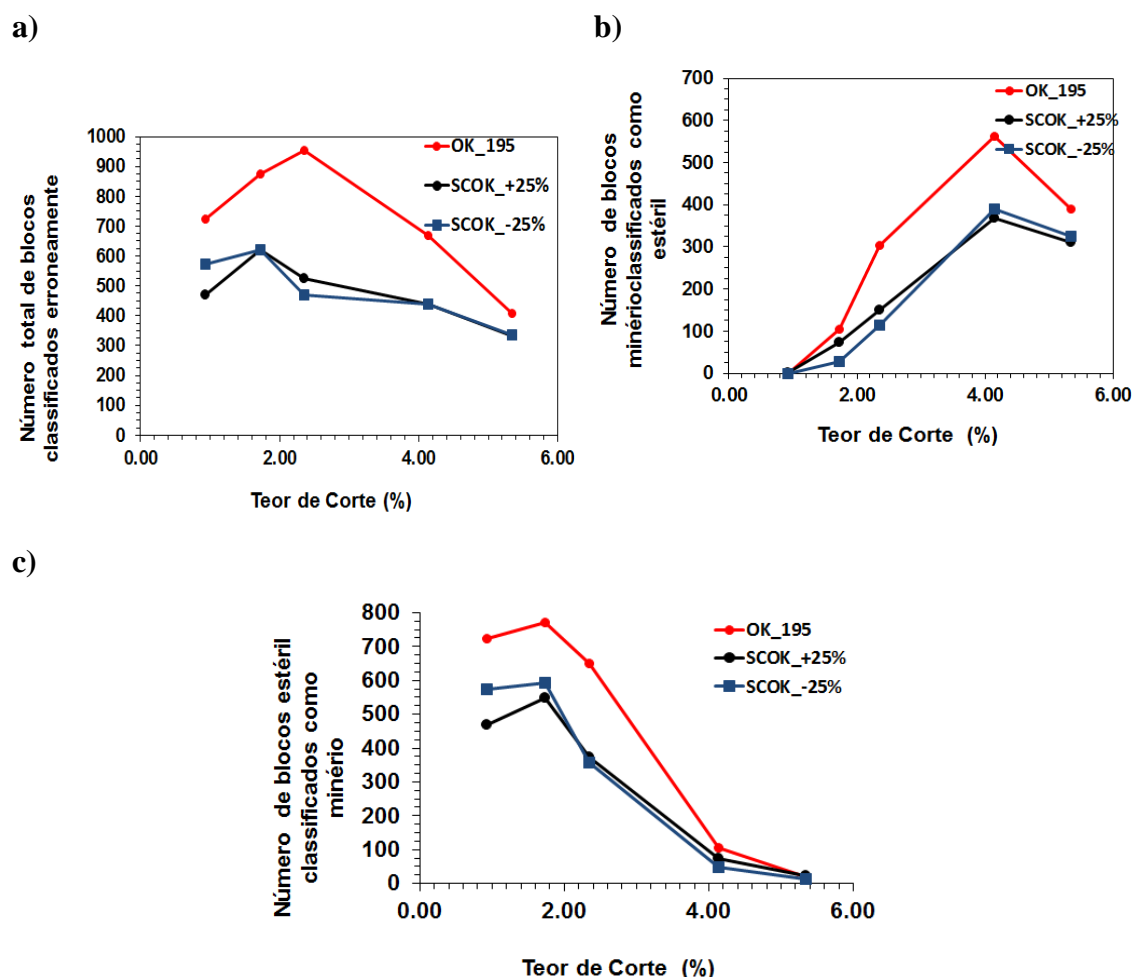


Figura 12- Classificação dos blocos (SMU); (a) número total de blocos classificados erroneamente como minério e estéril; (b) quantidade total de blocos de minério classificados como estéril; (c) quantidade de blocos de estéril classificados como minério.

CAPÍTULO 4

4.0 IMPLEMENTAÇÃO DA METODOLOGIA- ESTUDO DE CASO EM 3D

Nesse capítulo, são aplicadas as mesmas técnicas vistas no capítulo 3. O banco de dados utilizado aqui corresponde a uma mina subterrânea de Ouro, que possui dados com diferentes qualidades em um mesmo domínio geológico, com malha irregular e heterotopia total. Os resultados são analisados e verificados os benefícios do uso de informação secundária imprecisa na estimativa dos blocos e a redução da incerteza do modelo estimado usando essa informação.

A área de estudo compreende uma mina subterrânea de Ouro, localizada no estado de Minas Gerais, em que as amostras selecionadas para este estudo foram coletadas por duas técnicas de amostragem distintas. Foram identificadas como: furos de sondagem, que serão consideradas como as amostras primárias; e por canal, como secundárias.

4.1 DESCRIÇÃO GEOLÓGICA DO CORPO ESTUDADO

O depósito se encontra em um ambiente geológico descrito na literatura como tipo “greenstone belt”, tipicamente ocorrendo rochas de natureza meta-vulcano-sedimentares clásticas ou clástico-químicas, de idades associadas ao período Arqueano, sobrepostas em um embasamento granítico.

A estrutura geológica em escala regional consiste de uma dobra, gerando uma estrutura elíptica com um perímetro aproximado de estrutura de 6 quilômetros. Esta estrutura possui um núcleo, composto de rochas meta-vulcânicas de composição metabásicas a andesítica, uma associação intermediária de rochas clásticas e sedimentares químicas do tipo formação ferrífera bandada, que em alguns locais são descritas como metacherts, e uma cobertura de rochas metassedimentares tipo clorita xistos com matéria carbonática.

A mineralização estudada na dissertação caracteriza-se pela alteração hidrotermal típica de “greenstone belt”, com alterações de quartzo, clorita, sericita e sulfetos. A mineralização encontra-se em uma porção da estrutura onde os dois flancos da dobra estão em contato (dobra apertada) e está associada às rochas do tipo formação ferrífera bandadas com alterações hidrotermais, localmente descritas como metacherts, devido a maior influência de bandas de quartzo cinzento seladas por clorita xistos com material carbonático associado e rochas vulcânicas metabásicas, que se alternam na capa e na lapa da estrutura devido ao seu posicionamento em relação à dobra. (SILVA, A.H.M, 2015)

4.2 ESTATÍSTICA DESCRITIVA DA VARIÁVEL AU (OURO)

4.2.1 SUPORTE AMOSTRAL E CONFIGURAÇÃO ESPACIAL

A respeito da configuração espacial dos dados, as variáveis possuem malhas amostrais diferentes. As amostras de furo de sondagem possuem um espaçamento médio de aproximadamente 5x5 m (nas direções leste e norte e em média 2 m ao longo do furo), enquanto as amostras de canal possuem espaçamento de 2x2 m (nas direções leste e norte), aproximadamente. A figura 13 mostra o mapa de localização das amostras, onde é possível verificar a diferença entre as malhas amostrais e a heterotopia total dos dados. Os pontos azuis correspondem as amostras primárias, ou seja furos de sondagem e os pontos vermelhos correspondem as amostras secundárias identificadas como amostras de canal.

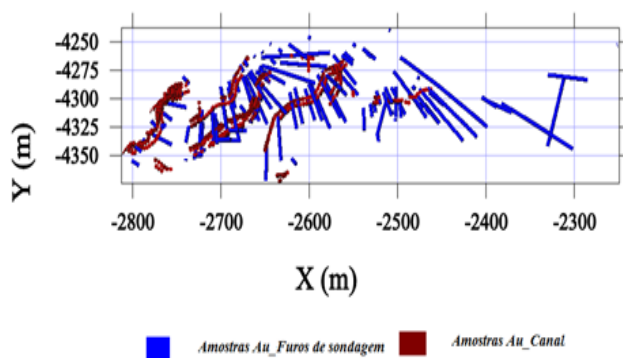
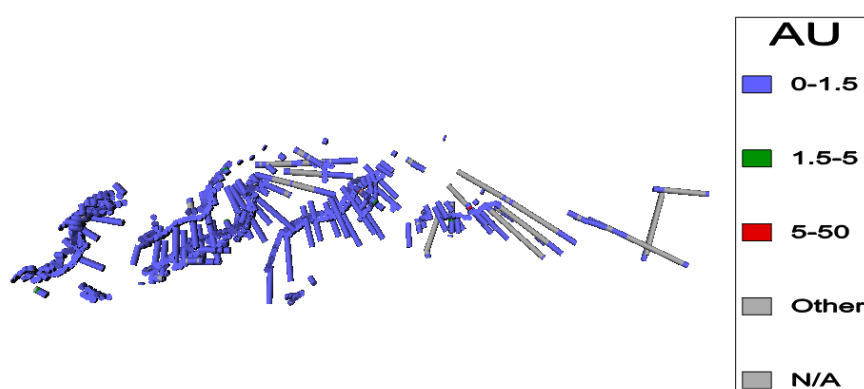


Figura 13- Mapa de localização das amostras de Au_Furos de sondagem (azul) e Canal (vermelho). Vista nível XY

A figura 14 mostra o mapa de localização das amostras em que as duas variáveis encontram-se na mesma escala de cores. As amostras com teores de 0 a 1,50 ppm foram identificadas em azul, com os teores de 1,50 a 5,00 ppm identificados com verde e para os teores maiores que 5,00 ppm as amostras foram representadas pelo vermelho. A figura 14a mostra que globalmente as amostras possuem mesma distribuição de teor ao longo da área. A Figura 14 b, mostra o exemplo de uma verificação local, em que podemos confirmar a semelhança entre os teores das amostras de furos de sondagem e canal e em alguns pontos as amostras secundárias possuem valores mais altos que as primárias.

a)



b)

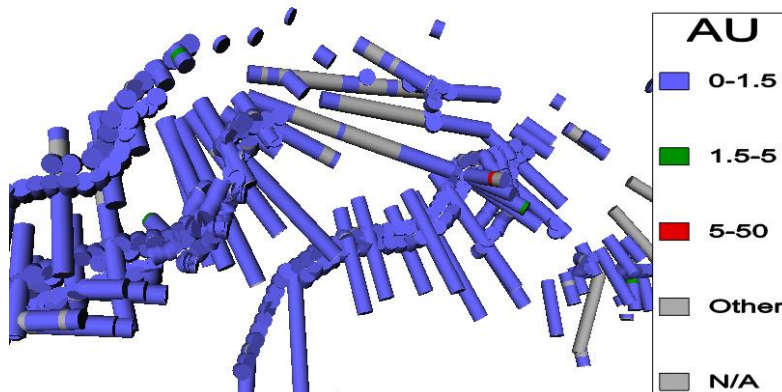


Figura 14- Mapa de localização das amostras originais de Au obtidas por Furos de sondagem (Au_Furos) e por (Au_Canal) com a mesma escala de cores a) verificação global e b) verificação local

A tabela 2 mostra a estatística descritiva do comprimento das amostras antes e depois da regularização amostral. A tabela 2a, mostra que as amostras de furos de sondagem possuíam comprimentos máximo e mínimo diferente as amostras de canal. Como se trata de um mesmo domínio geológico, para que as duas variáveis possam ser

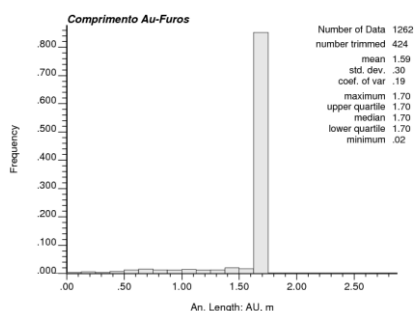
utilizadas nas estimativas, as amostras devem estar no mesmo suporte amostral. Para isto, as amostras foram regularizadas no comprimento máximo de 1,70 m, que corresponde aproximadamente ao dobro do comprimento que é a moda das amostras (0,80 m e 0,85 m), evitando que as amostras sejam “quebradas” durante esta regularização. A figura 15 mostra o histograma do comprimento das amostras após a regularização. Para as amostras de furos de sondagem, aproximadamente 85% das amostras ficaram com comprimento igual a 1,70 metros e para as amostras de canal 70% das amostras.

Após a regularização das amostras, verificou-se que existiam 27 amostras primárias (2%) e 4 amostras secundárias (0,04%) com comprimentos menores que 0,50 metros, como correspondem a menos de 3% do banco de dados. Estas amostras foram mantidas e utilizadas nas estimativas.

Tabela 2- Estatística descritiva do comprimento das amostras da variável Au_ Furos de sondagem e Au_Canal, a) Comprimento original das amostras e b) Comprimento das amostras após a regularização do suporte

Comprimento das amostras da variável Au (Ouro) original		
Dados	Au_ Furos de Sondagem	Au_Canal
N° amostras	2502	1621
Média	0,80	0,85
Mínimo	0,03	0,43
Máximo	1,94	1,66
Comprimento das amostras após a regularização de suporte		
N° amostras	1262	902
Média	1,59	1,50
Mínimo	0,02	0,56
Máximo	1,70	1,70

a)



b)

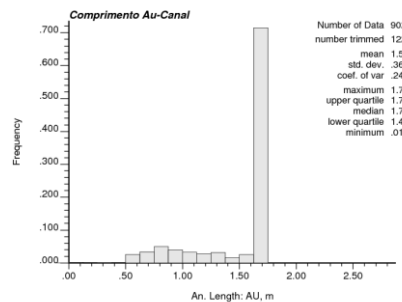


Figura 15- Histograma do comprimento das amostras a) Au_ Furos de sondagem e b) Au_Canal depois da regularização do suporte

Após a regularização das amostras, foi verificada a correlação entre o comprimento das amostras e o teor. A figura 16 mostra que as correlações para a variável primária com os dados originais (-0,015) e os dados regularizados (0,034), assim como a variável secundária com os dados originais (-0,027) e os dados regularizados (-0,002) são fracas. Isto significa, que estas variáveis são independentes entre si, ou seja, a mudança no comprimento das amostras não altera os teores significativamente. Por isso, amostras com comprimentos menores que 0,5 cm foram mantidas nesse estudo, além disso, todas metodologias avaliadas nesse estudo utilizam as mesmas amostras, desse modo a inclusão dessas amostras não modificaria os resultados da comparação entre diferentes metodologias

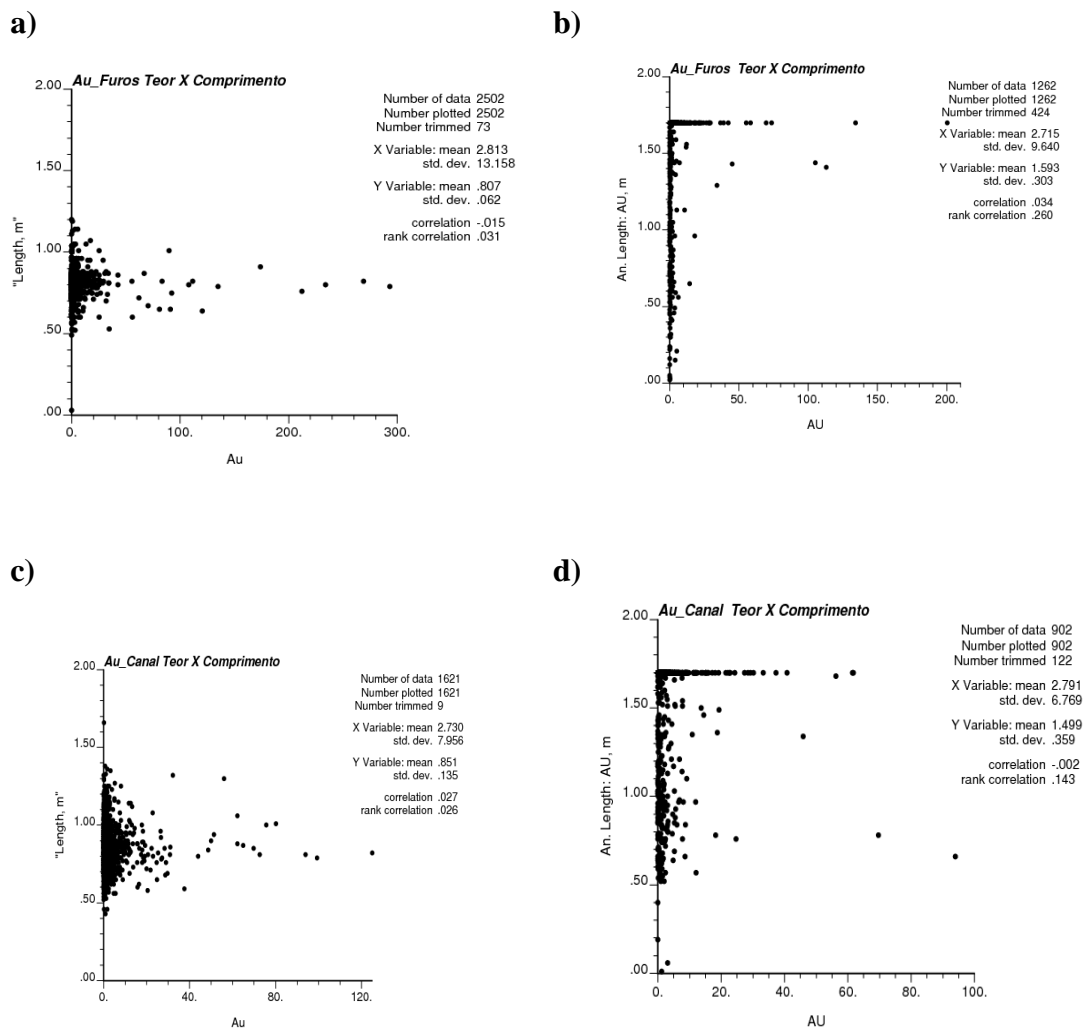


Figura 16- Gráfico de dispersão do comprimento das amostras e o teor das amostras Au_Furos de sondagem (variável primária) antes da regularização, b) após a regularização das amostras, c) Au_Canal (variável secundária antes da regularização e d) após a regularização das amostras

4.2.2 ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS VARIÁVEIS AU (OURO)

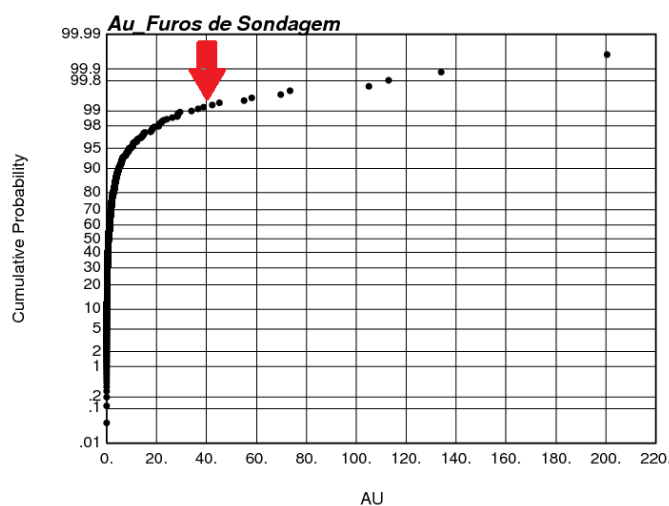
A tabela 3 mostra os parâmetros estatísticos para os teores de Ouro nos dois tipos de amostragens, após a correção de suporte nas amostras. A estatística descritiva das amostras será discutida após o truncamento dos dados (Tabela 4).

Tabela 3- Estatística descritiva dos dados da variável Au, amostrada por diferentes técnicas a) Furos de sondagem e b) Canal, dados expressos em ppm

Dados	Au_Furos de Sondagem	Au_Canal
Nº amostras	1262	902
Média	2,71	2,79
Mediana	2,05	2,48
Variância	93,01	45,86
Desvio Padrão	9,64	6,77
Coefficiente de Variação	3,55	2,42
Quartil Superior	0,80	1,02
Quartil Inferior	0,23	0,25
Mínimo	0,02	0
Máximo	200,39	93,97

A figura 17 que corresponde ao gráfico de probabilidades das amostras primárias e secundárias e mostra que a partir do percentil 99 ou quantil 0.99, (seta vermelha na figura 17), os dados encontram-se mais afastados. Para a variável primária, 99% dos valores possuem teores de 0 a 40 ppm, e em 1% dos dados, os teores variam de 40 a 200 ppm. Na variável secundária, o comportamento também é semelhante, 99% estão entre 0 a 35 ppm e 1% dos dados estão entre 35 a 125 ppm. Sendo assim, os dados a serem utilizados para as estimativas foram truncados neste quantil, para a variável primária corresponde ao teor de valor de 33,47 ppm e para a variável secundária 31,73 ppm.

a)



b)

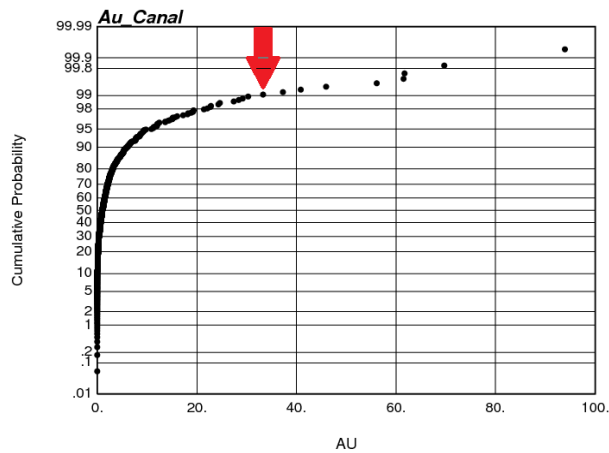


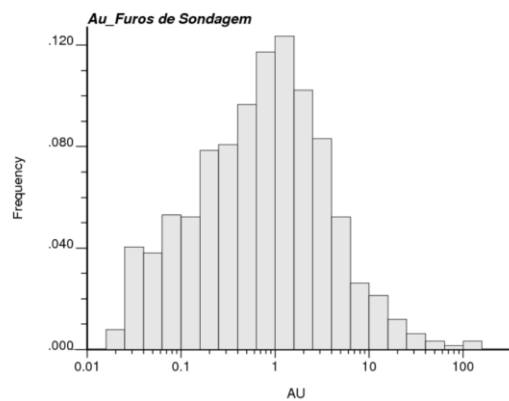
figura 17 - Gráficos de probabilidade das variáveis a) Au_Furos de Sondagem b) Au_Canal

As figuras 18 e a tabela 4 mostram os histogramas das variáveis truncadas no quantil 0.99 que comprovam a característica de forte assimetria positiva na distribuição dos teores, comumente encontradas em depósitos auríferos. Os parâmetros estatísticos calculados também servem como evidência desta característica. Para as amostras de furos de sondagem, a média desagrupada das amostras dos teores é de 2,26 ppm, cerca de 2,9 vezes maior que a mediana (0,80 ppm), coeficiente de variação alto e existe grande diferença entre o quartil superior (2,05 ppm), o quartil inferior (0,23 ppm) e o valor máximo (33,47 ppm).

As amostras coletadas por canal também possuem comportamento semelhante às amostras de furos de sondagem, isto indica que o depósito é bastante errático e possui alta variabilidade de teores. A diferença entre o quartil superior e o valor máximo indica a presença de *outliers* ou valores extremos, que podem afetar os resultados das estimativas, ocasionando a superestimativa dos teores. A substituição dos altos valores pelo quantil 0.99 faz com que a média das amostras de sondagem diminua em 16% e as amostras de canal em 8% aos valores originais que é elevado mas neste estudo de caso foi considerado um valor aceitável para este banco de dados. A tabela 4 também mostra a estatística descritiva após o truncamento dos dados. A diferença entre as médias da variável primária (2,26 ppm) e secundária (2,55 ppm), indica que as amostras de canal possuem problemas na acuracidade, o que implica o enviesamento das amostras. Este fato pode estar relacionado às características da mineralização, qualidade da amostragem (relação volume X variância entre as técnicas utilizadas), preparação e análises químicas das amostras diferentes empregadas nos dois tipos de amostras.

Contudo, não se pode ter certeza do viés, por se tratar de um banco de dados heterotópico, onde as amostras secundárias estão com alta densidade amostral em locais em que as amostras primárias existem em pouca quantidade (baixa densidade amostral). Como a média das variáveis pode ser influenciada pela quantidade de amostras e teores (valores extremos), não se sabe ao certo a média das duas populações em uma mesma região. Para verificar esta hipótese, foi feito o gráfico de dispersão entre as variáveis primárias e secundárias, retendo somente pares de amostras até uma distância de 50 cm. Poucos dados puderam ser comparados e não houve precisão quanto a diferença entre as médias das amostras primárias e secundárias. Devido a esta incerteza, na segunda parte do estudo (item 4.5.) impõem-se à secundária 10 % de imprecisão, que foi adicionado aos dados de forma heterocedástica e aumento 25% de viés. Ou seja, todas as amostras foram aumentadas sua média sistematicamente em 25%.

a)



b)

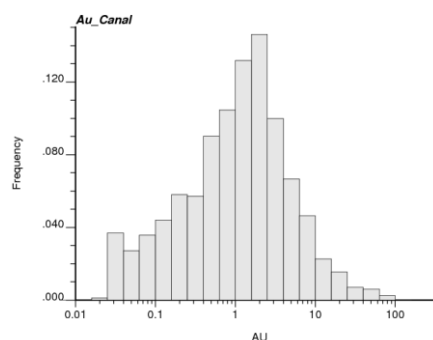


Figura 18 - Histograma da variável Au após o truncamento no quantil 0.99 a) Furos de sondagem e b) Canal, dados expressos em ppm.

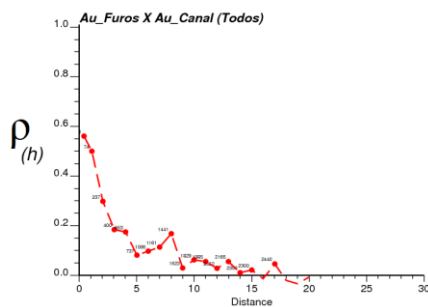
Tabela 4- Estatística descritiva dos dados da variável Au truncada no quantil 0,99, amostrada por diferentes técnicas a) Furos de sondagem e b) Canal, dados expressos em ppm.

Dados	Au_Furos de Sondagem	Au_Canal
Nº amostras	1262	902
Média	2,26	2,55
Media Desagrupada	2,21	2,55
Mediana	0,80	1,02
Variância	22,42	23,10
Desvio Padrão	4,74	4,80
Coefficiente de Variação	2,09	1,88
Quartil Superior	2,05	2,48
Quartil Inferior	0,23	0,25
Mínimo	0,02	0
Máximo	33,47	31,73

4.2.3 ESTATÍSTICA BIVARIADA DAS VARIÁVEIS AU (OURO)

Como as amostras possuem configuração espacial de heterotopia total, a correlação entre elas foi calculada a partir do cross correlograma omnidirecional. A figura 19a mostra que a correlação entre as amostras é de aproximadamente 0,60. Este valor foi obtido a partir da extrapolação do correlograma no eixo vertical (eixo y) do cross correlograma das amostras. Devido à presença de valores extremos e à alta variabilidade do depósito, para se determinar o modelo de continuidade espacial, foram utilizados 90% dos dados (Figura 19b), ou seja, foram retirados 10% dos dados que possuíam altos teores, com isto o alcance do cross correlograma aumentou em 8 metros.

a)



b)

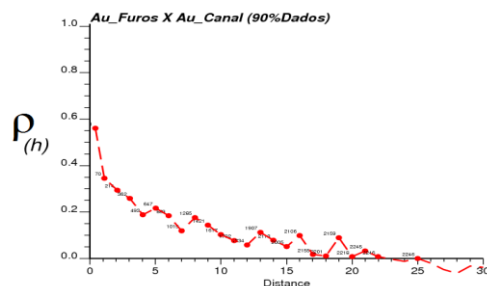


Figura 19 - Cross-Correlograma omnidirecional entre as variáveis Au_Furos de sondagem e Au_Canal, a) com todos os dados e b) após terem sido retirados 10% das amostras mais altas para medição da continuidade espacial dos dados.

4.3. TRANSFORMAÇÃO DA VARIÁVEL SECUNDÁRIA.

Para que os dados possam ser utilizados conjuntamente, os erros de viés e precisão foram corrigidos. Para isto, as amostras secundárias foram estandarizadas (equação 44) e reescaladas (equação 45), utilizando os valores de média e desvio padrão da variável primária:

$$Z_j(u_{\alpha j})^{STD} = \frac{[Z_j(u_{\alpha j}) - m_j]}{\sigma_j} \quad (44)$$

onde, $Z_j(u_{\alpha j})^{STD}$ é a variável secundária estandarizada, $Z_j(u_{\alpha j})$ são os dados da variável secundária, m_j é a média da variável secundária $Z_j(u_{\alpha j})$ σ_j é o desvio padrão da variável secundária

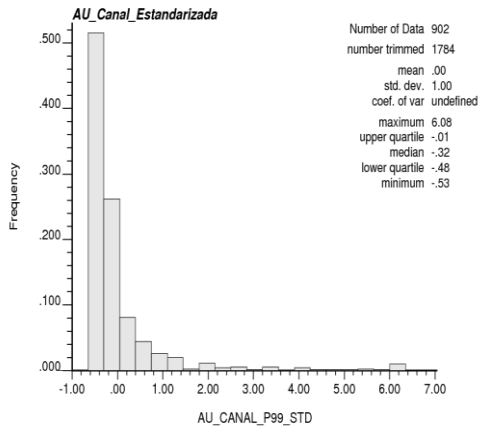
$$Z_j(u_{\alpha j})_{BACK}^{STD} = Z_j(u_{\alpha j}) * \sigma_i + m_i \quad (45)$$

onde $Z_j(u_{\alpha j})_{BACK}^{STD}$ é a variável secundária reescalada, $Z_j(u_{\alpha j})^{STD}$ é a variável secundária estandarizada, σ_i é o desvio padrão da variável primária e m_i é a média da variável primária.

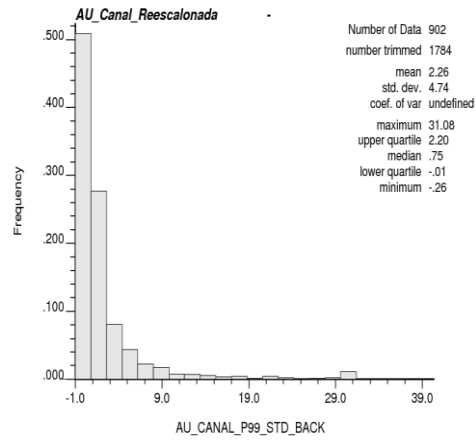
Com a estandarização e reescalamento da variável secundária, os dados de primária e secundária passam a ter mesma ordem e magnitude, ou seja, passam a ter mesma média e desvio padrão, que a variável primária. Permitindo assim, que as duas variáveis possam ser utilizadas em uma mesma estimativa.

A figura 20a mostra o histograma da variável secundária estandarizada em que a média dos dados é zero e o desvio padrão é igual um. A figura 20b mostra o histograma da variável secundária reescalada. Com o reescalamento, algumas amostras ficaram com teores negativos, devido a média da variável secundária (2,55 ppm) ser maior que a média da variável primária (2,26 ppm). Nestas amostras, os teores foram substituídos por zero. A figura 20 c mostra o histograma da variável secundária reescalada sem os valores negativos. Após o reescalamento da variável secundária, podemos verificar que a variável secundária reescalada verificou-se que ela ficou com média (2,31) e desvio padrão (4,72) bem próximos da média e o desvio padrão da variável primária. A figura 20 d apresenta a nova variável primária que corresponde as amostras primárias originais e as amostras secundárias reescaladas sem os valores negativos. Observar-se que a média (2,28 ppm) e o desvio padrão (4,74) da nova variável estão próximos aos encontrados na variável primária original.

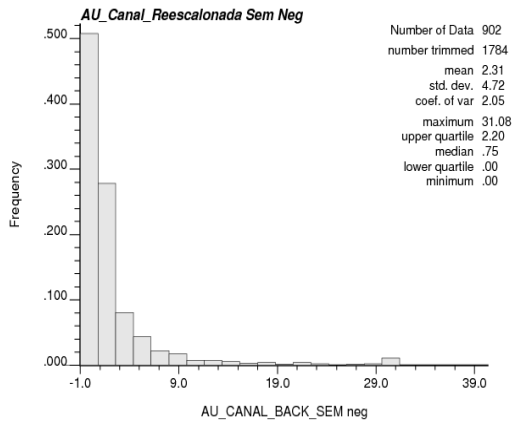
a)



b)



c)



d)

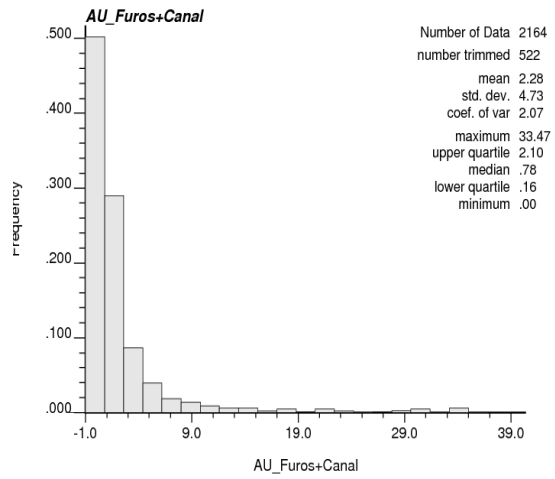


Figura 20- Histograma da variável secundária a) estandarizada b) reescalonada.c) resscalonada sem os valores negativos e d) variavel primária com a variavel secundária reescalonada sem os valores negativos.

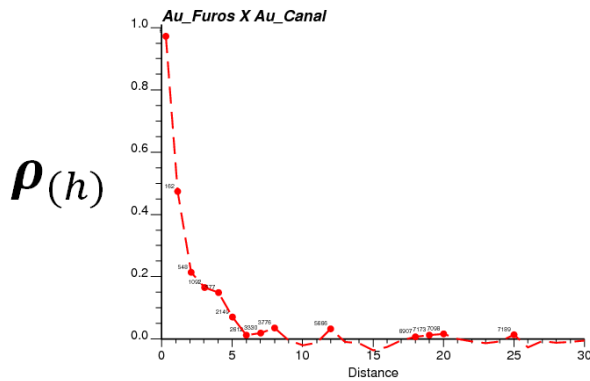


Figura 21- Cross-Correlograma omnidirecional entre as variáveis Au_Furos de sondagem e Au_Canal, após o a estandarização e reescalonamento da variável Au_Canal.

4.4 CONTINUIDADE ESPACIAL E METODOLOGIA USADA NAS ESTIMATIVAS

A definição do modelo de continuidade espacial da distribuição dos teores para a variável Ouro foi feita utilizando semivariogramas para cada método de estimativa utilizado. As direções de maior e menor continuidade espacial já estavam definidas para este domínio geológico e encontram-se na tabela 5.

Tabela 5 -Direções de maior, intermediária e direção perpendicular ao plano formado pelas direções de maior e menor continuidade do depósito a ser discutido.

Direções	Direção de mergulho/Mergulho
Direção de maior continuidade (h_1)	N 90/19
Direção de continuidade intermediária (h_2)	N 186,40/17,93
Direção de perpendicular (h_3)	N 316,49/63,38

Foram realizadas estimativas pontuais e em blocos, utilizando todas as amostras do banco de dados truncadas no quantil 0.99 (Tabela 4). As estimativas em blocos possuíam tamanho de 10x10x10 metros e a discretização de blocos, 5x5x5 nas direções norte (x), leste (y) e vertical (z). Na estratégia de busca, utilizou-se no máximo 2 amostras por setor angular da elipsóide de busca que possui 8 setores angulares, com distância mínima de 2 metros entre as amostras. Usou-se o mesmo alcance encontrado no variograma da variável primária. Sendo, 33 m na direção de maior continuidade, 16 m na direção intermediária e 12 m na direção perpendicular ao plano contendo os eixos maior e intermediário. Para a realização deste estudo, foram realizadas três estimativas dos teores da seguinte maneira:

- 1- Krigagem Ordinária somente com a variável primária (OK_Furos): Krigagem Ordinária da variável primária (Au_furos de Sondagem), após o truncamento no quantil 0.99;
- 2- Krigagem Ordinária com a variável primária e secundária estandarizada e reescalada (OK_Furos + Canal). Nesta estimativa, a partir da estandarização e reescalamento (Item 4.2, Figura 20 d), a variável secundária foi considerada como primária e foram utilizadas juntas no mesmo banco de dados. Estas amostras também foram truncadas no quantil 0.99.
- 3- Cokrigagem Ordinária Estandarizada (SCOK): utilizando as variáveis primárias (Au_furos de Sondagem) e secundárias (Au_Canal) no processo de estimativa; os

variogramas utilizados na estimativa foram dos dados originais com a correlação igual 0,60.

Para as estimativas 1 e 2, foram utilizadas somente as amostras primárias para definir o modelo de continuidade espacial, já que as amostras adicionais na estimativa 2, no caso a variável secundária, foram corrigidas com o objetivo de reduzir o erro de viés e precisão dos dados. O semivariograma está definido na equação 46 .

$$\gamma_1(h) = 4,48 + 14,57 \cdot Sph(1) \cdot \left(\frac{h_1}{6,00m}, \frac{h_2}{6,00m}, \frac{h_3}{7,00m} \right) + 3,36 \cdot Sph(2) \cdot \left(\frac{h_1}{33,00m}, \frac{h_2}{16,00m}, \frac{h_3}{12,00m} \right) \quad (46)$$

onde $\gamma_1(h)$ corresponde ao semivariograma da variável primária Au_furos de sondagem, $Sph(1)$ corresponde ao modelo esférico da primeira estrutura, $Sph(2)$ corresponde ao modelo esférico da segunda estrutura, h_1 é a direção horizontal de maior continuidade, h_2 é a direção horizontal de menor continuidade e h_3 que corresponde a direção perpendicular ao plano formado pelas as outras direções.

Na estimativa 3, as amostras de furos de sondagem (Au_Furos de sondagem) foram consideradas como amostras primárias, e as amostras de canal (Au_Canal) foram consideradas como secundárias. Para definir o modelo de continuidade espacial, devido aos dados não estarem colocados, foi usada a covariância cruzada entre as variáveis e em seguida transformada para semivariogramas conforme descrito no item 2.2.3. O modelo linear de correionalização (MLC) foi utilizado para modelar a continuidade espacial das variáveis diretas e cruzadas. Para a realização das estimativas, por cokrigagem ordinária estandardizada, foi utilizada a variável primária original e para a variável secundária, os dados foram estandardizados e reescalados (conforme descrito no item 4.2, figura 20c). Os semivariogramas diretos e cruzados estão definidos nas equações 47,48 e 49 abaixo.

$$\gamma_1(h) = 4,40 + 10,25 \cdot Sph(1) \cdot \left(\frac{h_1}{2,72m}, \frac{h_2}{0,75m}, \frac{h_3}{2,00m} \right) + 7,76 \cdot Sph(2) \cdot \left(\frac{h_1}{31,48m}, \frac{h_2}{26,37m}, \frac{h_3}{14,00m} \right) \quad (47)$$

$$\gamma_{12}(h) = 3,68 + 3,95 \cdot \left(\frac{h_1}{2,72m}, \frac{h_2}{0,75m}, \frac{h_3}{2,00m} \right) Sph(1) \cdot + 1,68 \cdot Sph(2) \cdot \left(\frac{h_1}{31,48m}, \frac{h_2}{26,37m}, \frac{h_3}{14,00m} \right) \quad (48)$$

$$\gamma_2(h) = 9,30 + 4,65 \cdot Sph(1) \cdot \left(\frac{h_1}{2,72m}, \frac{h_2}{0,75m}, \frac{h_3}{2,00m} \right) + 9,14 \cdot Sph(2) \cdot \left(\frac{h_1}{31,48m}, \frac{h_2}{26,37m}, \frac{h_3}{14,00m} \right) \quad (49)$$

onde $\gamma_1(h)$ corresponde ao semivariograma direto da variável primária Au_furos de sondagem, $\gamma_2(h)$ corresponde ao semivariograma direto da variável secundária Au_canal, $\gamma_{12}(h)$ corresponde ao semivariograma cruzado entre a variável primária Au_furos de sondagem e a variável secundária Au_canal, $Sph(1)$ corresponde ao modelo esférico da primeira estrutura, $Sph(2)$ corresponde ao modelo esférico da segunda estrutura, h_1 é a direção horizontal de maior continuidade, h_2 é a direção horizontal de menor continuidade e h_3 que corresponde a direção perpendicular ao plano formado pelas as outras direções e seus respectivos alcances.

4.5 QUANTIFICAÇÃO DO BENEFÍCIO ADVINDO DO USO DA INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA

4.5.1 ANÁLISE GLOBAL DA INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA

Para se quantificar o ganho ao utilizar-se a informação secundária nas estimativas, foi utilizado a técnica chamada Jackknife, que consiste em retirar as amostras primárias de um mesmo furo. Em seguida, estima-se as amostras removidas pontualmente com as amostras primárias e secundárias que estão próximas ao furo e compara-se a estimativa com os dados da variável primária omitida. Assim, pode-se verificar se o aumento de informação (adição da secundária) auxilia nas estimativas realizadas.

Para verificar a qualidade dos resultados das estimativas foram medidos o coeficiente de correlação linear (ρ), coeficiente de Spearman e o coeficiente angular da regressão linear ($y = Bx$), a partir do gráfico de dispersão entre as estimativas e os dados originais da variável primária. Neste caso, devido a presença de altos valores, o coeficiente de correlação de rank não é um parâmetro estatístico adequado já que com a ranqueamento dos dados, não é possível verificar a suavização das estimativas. Como podemos observar nas figuras 22a, 22b e 22c, as estimativas possuem diferentes coeficientes correlação linear e o coeficiente angular da reta. A

krigagem ordinária apenas com a variável primária (Figura 22a) mostra uma correlação muito baixa (0,09 e 0,22) e coeficiente angular moderado (0,68). O coeficiente angular comprova que globalmente a estimativa está boa, mas localmente existe um viés (subestimativa dos blocos), já que apresenta uma moderada correlação com as amostras primárias. Para estimativa por krigagem ordinária em que foi utilizada variável primária e secundária corrigida (Figura 22b), a correlação (0,17 e 0,26) e coeficiente angular (0,70) aumentaram. Ou seja, globalmente a estimativa está boa, já que o coeficiente angular está mais próximo a 1. O aumento do coeficiente de correlação mostra que a adição da informação beneficiou a estimativa (mesmo com dados "corrigidos"). Estes parâmetros evidenciam que temos a melhor estimativa global e menor viés local.

Os resultados da estimativa por cokrigagem ordinária estandarizada (Figura 22c) demonstram que os parâmetros estatísticos são semelhantes a estimativa por krigagem ordinária usando somente os dados da variável primária. A estimativa possui menor coeficiente de correlação (0,10 e 0,24) e coeficiente angular (0,60) que as demais estimativas. Este fato está relacionado a dois fatores: a moderada correlação cruzada entre as variáveis primária e secundária e ao peso recebido pela variável secundária na estimativa.

No estudo de caso proposto Minnitt e Deutsch (2014), relatam que para utilizar a metodologia proposta, a correlação entre as variáveis é uma limitação. Para produzir bons resultados, a correlação entre os dados devem ser superior ou igual 0,70. Para correlação entre 0,20 e 0,70, os resultados são questionáveis, e menores que 0,20 não deve ser utilizada. Sendo assim, como a correlação de 0,60 (para $h = 0$) entre as variáveis, o benefício sobre os resultados deve ser avaliado.

Ao analisar o modelo dos variogramas diretos e cruzados (equações 47, 48 e 49), obedecendo as condições impostas pelo Modelo Linear de Corregionalização (LMC), nos variogramas diretos verifica-se que 60% da variância (ou covariância) do fenômeno (soma do efeito pepita e a 1ª estrutura do variograma) possui baixa continuidade espacial (aproximadamente 2 metros). Já no variograma cruzado, a soma do efeito pepita e a a 1ª estrutura do variograma, corresponde a 78% do fenômeno estudado. A presença dos erros amostrais e de preparação nos dados secundários (maior imprecisão) aumenta o efeito pepita no variograma cruzado, a representação deste fenômeno é comprometida em 78%. Além disto, as amostras secundárias possuem densidade amostral e espaçamento amostral irregular no depósito. A soma destes fatores, baixa continuidade e dados espaçados fazem com que a influência das amostras secundárias seja limitada ou até mesmo nula na estimativa.

O aumento do efeito pepita na variável secundária está relacionado a presença de erros no processo de amostragem e análise das amostras e afeta diretamente as estimativas. O efeito pepita exerce influência significativa nos ponderadores da krigagem. Os valores elevados no efeito pepita resultam amostras secundárias recebendo pesos menores na estimativa e produzindo resultados mais suavizados.

Devido as limitações do modelo variográfico com alcance restrito faz com que os pesos recebidos pela variável secundária na estimativa sejam pequenos, o que reduz influência nas estimativas. Sendo assim, a cokrigagem ordinária estandardizada produziu piores resultados quando comparados as estimativas com krigagem ordinária das amostras primárias e secundárias corrigida, já que a informação adicional teve pouca contribuição na estimativa. Os piores resultados da cokrigagem ordinária estandardizada serão explicados de forma mais detalhada no item 4.5

A krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada, assim como a cokrigagem ordinária estandardizada, mostra que o variograma a ser utilizado nas estimativa deveria ser dos dados pré-processados (estandardizados e reescalados). O modelamento do variograma a partir dos dados corrigidos reproduz melhor o fenômeno estudado e a variável secundária receberá mais peso e melhorará a sua influência nas estimativas produzindo melhores resultados.

A partir da análise destes parâmetros, podemos afirmar que dentre as estimativas estudadas, a krigagem ordinária com as variáveis primária e secundária corrigida produz estimativas mais precisas e acuradas da variável primária quando comparada as demais estimativas. Este fato se deve que quando a variável secundária foi corrigida e considerada como primária no processo de estimativa, esta variável ganha o mesmo peso que a variável primária, favorecendo o uso da informação secundária.

De maneira geral, podemos verificar que globalmente, o uso das amostras secundárias não apresentam ganho significativo nas estimativas. A partir do mapa de localização (Figura 14) podemos verificar que existem regiões em que as amostras secundárias estão densamente amostradas e em outras a situação é oposta. Desta forma, é necessário avaliar os furos localmente, verificando se existe benefício ou não do uso da informação secundária em regiões distintas nos resultados das estimativas.

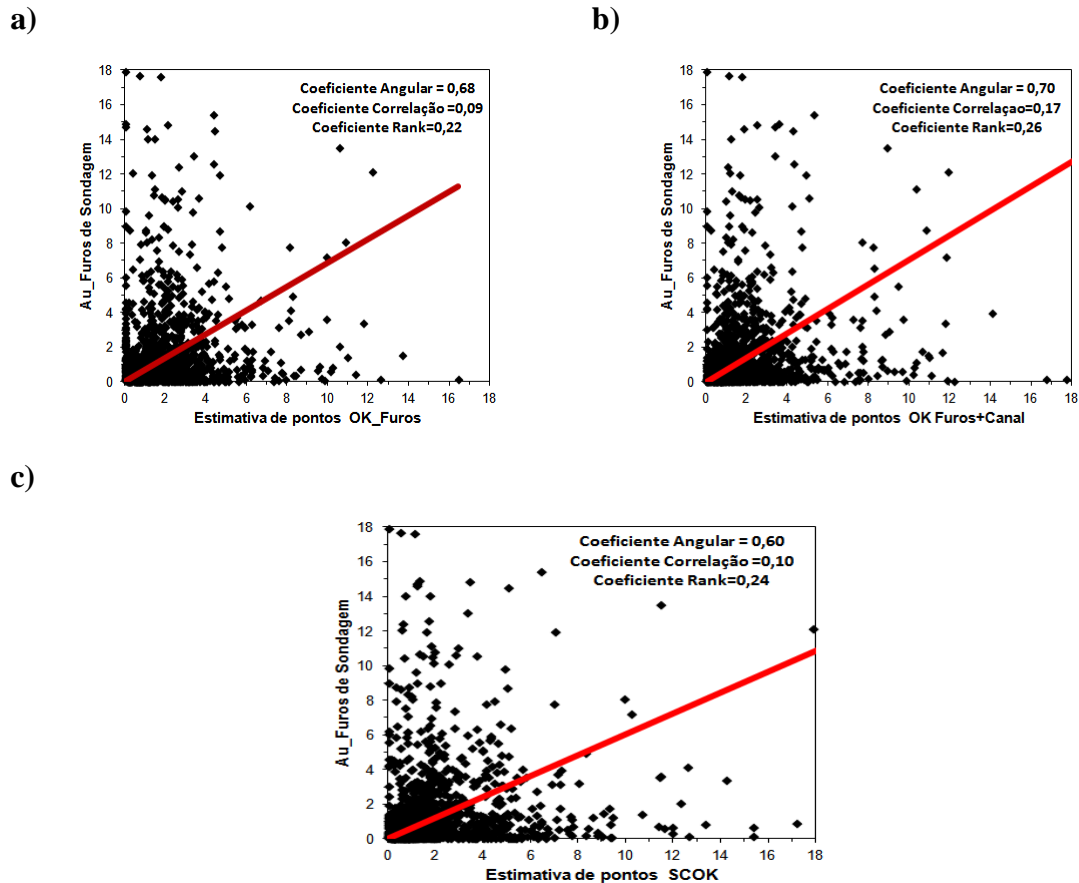


Figura 22- Gráfico de dispersão da validação por Jackknife a) krigagem ordinária com a variável primária, b) krigagem ordinária da variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandarizada

4.5.2 ANÁLISE LOCAL DA INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA

A partir do mapa de localização das amostras (Figura 13), podemos verificar que a informação secundária está distribuída de forma irregular no depósito a ser estudado, ou seja, existem locais em que as amostras secundárias estão densamente amostradas e em outros locais escassas, ou seja, pobremente amostradas. Então, a validação local também é interessante devido ao efeito dos teores altos na estimativa de variáveis com histograma com assimetria positiva (devido ao efeito da suavização) para avaliar o seu benefício nas estimativas globais realizadas. Para a validação local, foram selecionados três furos aleatórios (LCRD 1337, LCRD 1524 e LCRD 1567) em zonas que as amostras secundárias possuem diferentes distribuições. A figura 23 mostra o mapa de localização dos furos selecionados. As amostras primárias selecionadas estão identificadas na cor azul escuro e com o prefixo LCRD, as amostras

primárias próximas aos furos selecionados estão identificadas com a cor azul claro e as amostras secundárias foram identificadas na cor vermelha. No furo LCRD 1337, as amostras secundárias estão mais densamente amostradas que no furo LCRD 1524 e LCRD 1567. Nestes furos as amostras secundárias estão mais dispersas e pobremente adensadas.

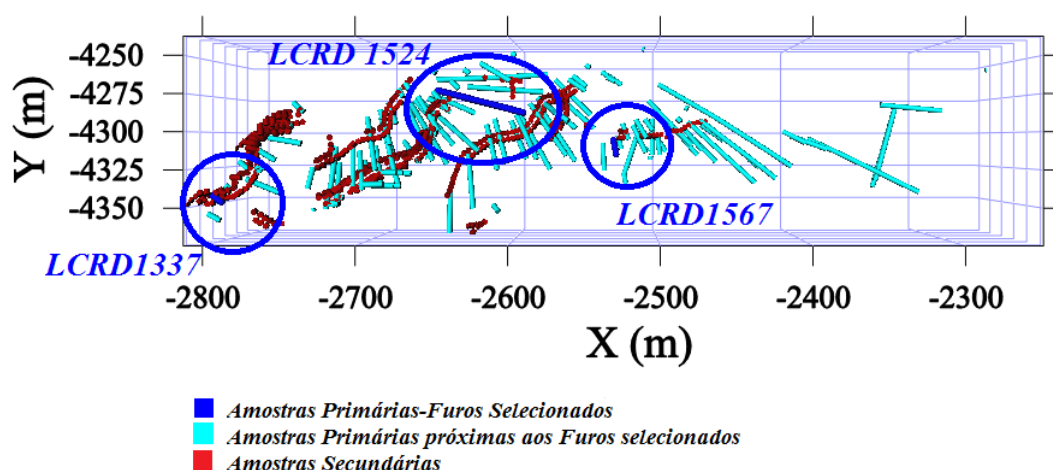


Figura 23- Mapa de localização dos furos de sondagem LCRD 1337, LCRD 1524 e LCRD 1567.

Nos furos selecionados foi usado jackknife e calculados o coeficiente de correlação linear (ρ) e o coeficiente angular da regressão linear ($y = Bx$), entre os teores omitidos e estimados (tabela 6). Ao analisarmos os furos individualmente (tabela 6), o furo LCRD 1337 possui maior coeficiente angular da regressão linear (0,75) e maior coeficiente de correlação (0,80), na estimativa utilizando a metodologia por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandarizada e rescalonada. Para este furo, existe abundância de amostras secundárias próximas as amostras primárias, mostrando benefício da informação secundária no processo de estimativa. Já para os demais furos (LCRD 1524 e LCRD 1567), em que a variável primária é densamente amostrada e a secundária está pobremente amostrada o uso da variável secundária não mostra grande benefício, já que existem poucas amostras secundárias próximas. Neste furos, o coeficiente de correlação foi negativo, isto indica que a pouca quantidade de amostras secundárias e o aumento da distância entre as amostras primária e secundárias enviesam as estimativas. No furo LCRD 1567, o coeficiente de correlação e o coeficiente angular ficaram muito próximos nas três metodologias utilizadas. Já no furo LCRD 1524, que existem poucas amostras secundárias, o uso da informação enviesam as estimativas e diminui a correlação (Será discutido posteriormente).

Tabela 6- Benefício da informação secundária na estimativa dos furos medidas a partir do coeficiente de correlação (ρ) e coeficiente angular da reta (B)entre o real e o estimado gerado por jackknife

Identificação do Furo	Estimativa	Coeficiente de Correlação (ρ)	Coeficiente Angular da Regressão Linear ($y = Bx$)
LCRD 1337	OK_Furos	0,55	0,60
	OK_Furos+Canal	0,80	0,75
	SCOK	0,09	0,52
LCRD 1524	OK_Furos	-0,29	0,21
	OK_Furos+Canal	-0,41	-0,37
	SCOK	-0,23	0,21
LCRD 1567	OK_Furos	-0,37	1,93
	OK_Furos+Canal	-0,37	1,68
	SCOK	-0,36	1,79

A partir das análises dos furos individuais, podemos verificar que amostras secundárias, auxiliam nas estimativas quando estão próximas das amostras primárias e estão amostradas abundantemente. Para verificar esta hipótese foram selecionados os locais onde a variável primária está a 2 e 5 metros (em todas direções) da variável secundária mais próxima. Em seguida foi realizado o gráfico de dispersão entre a variável primária e as estimativas realizadas nos locais selecionados e calculado o coeficiente de correlação linear e o coeficiente angular da reta. A figura 24 mostra o mapa de localização das amostras, onde podemos verificar onde as amostras secundárias (pontos vermelho escuro) estão a 2 m de distância das amostras primárias (pontos azul escuro). As demais amostras presente no banco de dados que estão com distância entre elas maior que 2 metros estão representadas nas cores azul claro representando para as amostras primárias e vermelho claro para as amostras secundárias.

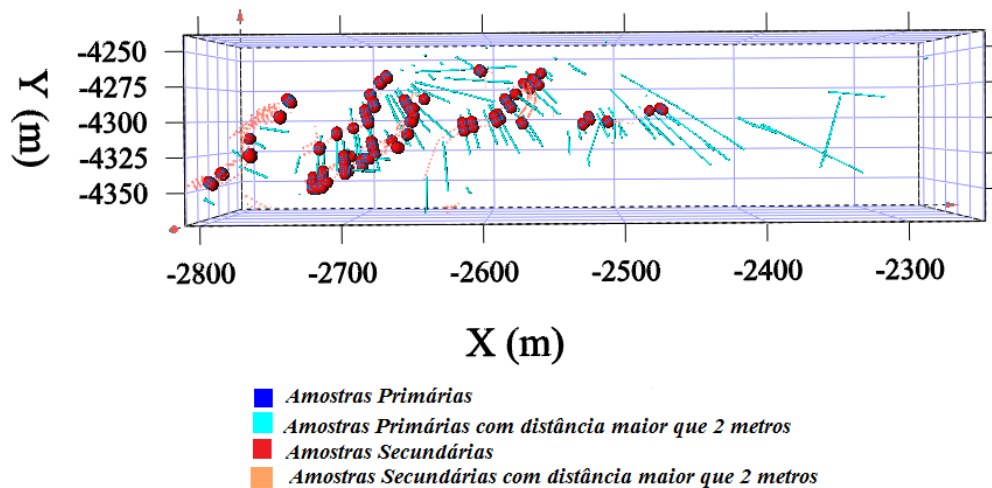


Figura 24- Mapa de localização em que a variável primária (pontos em azul escuro) está a 2 metros de distância da variável secundária (pontos em vermelho escuro)

A tabela 7 mostra que o coeficiente de correlação linear foi maior nas estimativas por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada nos locais em que as amostras secundárias estavam a 2 m da variável primária (0,40). Quando foram selecionadas amostras secundárias mais distantes, no caso 5 metros, esta correlação diminuiu em 35% (0,26). Em relação ao coeficiente angular, foi bastante próximo nas três estimativas realizadas.

Tabela 7- Benefício da informação secundária próxima a informação primária nas seguintes distâncias entre elas a) 2 metros e b) 5 metros

Vizinho próximo amostras secundárias	mais das	Estimativa	Coefficiente de Correlação (ρ)	Coefficiente Angular da Regressão Linear ($y = Bx$)
2 metros		OK_Furos	0,12	0,88
		OK_Furos+Canal	0,40	0,84
		SCOK	0,14	0,80
5 metros		OK_Furos	0,11	0,76
		OK_Furos+Canal	0,26	0,75
		SCOK	0,19	0,79

4.5.3 ANÁLISE DO ERRO LOCAL NA QUANTIFICAÇÃO DA INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA

A tabela 8 mostra o erro absoluto das estimativas realizadas localmente nos furos discutidos no item 4.4.2. Nos furos LCRD 1337 e LCRD 1567, existem amostras secundárias próximas, o erro de estimativa foi menor quando foi utilizado krigagem ordinária com as amostras primárias e secundárias corrigidas, indicando que as estimativas possuem menos viés e que as amostras secundárias auxiliaram a reduzir o viés local. Já o furo LCRD 1524, onde existe mais amostras primárias e as amostras secundárias estão dispersas, a estimativa utilizando apenas estas amostras primárias produziu estimativas melhores, pois as amostras secundárias estão distantes e não trouxeram benefícios perceptíveis na estimativa. Após a análise dos furos, podemos verificar que a utilização da informação secundária é benéfica quando ela está densamente amostra e mais próxima a informação primária pelo menos, quando utilizamos jackknife.

Tabela 8- Quantificação da média dos erros das estimativas na quantificação da informação secundária local

Identificação do Furo	Estimativas realizadas		
	OK_Furos	OK_Furos+Canal	SCOK
LCRD 1337	4,08	2,13	5,21
LCRD 1524	-0,30	1,30	-0,67
LCRD 1567	-1,09	-1,01	-1,05
2 metros	-0,44	-0,37	-0,57
5 metros	-0,09	-0,08	-0,24

4.6 VALIDAÇÃO DAS ESTIMATIVAS POR BLOCOS DAS METODOLOGIAS ESTUDADAS UTILIZANDO MODELO DE REFERÊNCIA VIA SIMULAÇÃO

Para realizar a estimativa em blocos, foi simulado um modelo exaustivo de referência, honrando os dados da variável primária. A partir deste cenário, as amostras secundárias foram amostradas, nos locais próximos a variável secundária original e o erro foi adicionado

artificialmente. Em seguida foram realizadas as três estimativas propostas: krigagem ordinária apenas com a variável primária, krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada e cokrigagem ordinária estandardizada. Para estas estimativas, foram utilizados os mesmos variogramas e estratégia de busca utilizados anteriormente. Nos itens abaixo seguem as validações do modelo de referência assim como as validações das estimativas realizadas.

4.6.1 CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO DE REFERÊNCIA

Para avaliar o benefício da informação secundária na estimativa, foi realizada também a estimativa em blocos utilizando os mesmos parâmetros na estimativa por pontos descritos no item 4.4.1. A fim de obter o modelo de referência exaustivo, foi realizado uma simulação do depósito utilizando as amostras primárias já regularizadas (Tabela 4) com o algoritmo de simulação Bandas Rotativas (Matheron, 1973; Journel, 1974). O modelo de continuidade espacial (Equação 46) e os parâmetros de busca (item 4.4.1) foram os mesmos utilizados para a estimativa pontual da variável primária. Em seguida, foram realizadas 5 simulações, com grid 2x2x2. Dentre elas, foi escolhida a Realização 1, para ser utilizada como referência ou seja o conjunto de dados exaustivos considerado como teor real do depósito. O conjunto de nós simulados exaustivo foi transformado em 477 blocos (Upscale), que possuíam 125 nós simulados incluídos no bloco, com tamanho de 10 x10x10 m em X, Y e Z, em que o teor do bloco representa a média de pontos simulados dentro dos blocos.

Para que esta realização possa ser utilizada como referência, os mapas de localização, histograma e correlograma devem honrar os dados originais, que serão discutidos a seguir.

Após calcular o valor de cada bloco, obtém-se a distribuição dos blocos para o depósito. A variância na distribuição dos valores dos blocos deve ser menor que a variância da distribuição dos pontos simulados, pois os blocos representam um volume maior do que os pontos simulados. Segundo a Relação de Krige (Journel e Huijbregts, 1978), a variância dos blocos pode ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma^2(p/A) = \sigma^2(B/A) + \sigma^2(p/B) \quad (50)$$

Onde $\sigma^2(p/A)$ é a variância dos pontos (p) em todo depósito (A), $\sigma^2(B/A)$ é a variância dos blocos (B) em todo depósito (A), $\sigma^2(p/B)$ é a variância dos pontos dentro de cada bloco (B).

A variância dos pontos dentro do bloco ($\sigma^2(p/B)$), é de 19,77 e foi calculada a partir do modelo variográfico dos dados, utilizando o executável do software Gslib, GAMMABAR. A variância dos pontos em todo depósito ($\sigma^2(p/A)$) é aproximada à variância dos dados amostrais (22,42). Logo, a variância da distribuição dos blocos ao longo do depósito ($\sigma^2(B/A)$), deve ser aproximadamente 2,65.

A tabela 9 mostra a estatística descritiva das amostras originais e da simulação de referência (Realização 1) onde, podemos verificar que histograma dos dados originais são honrados na realização de referência. A simulação de referência em pontos (Au_Referência_pontos_2x2x2) e em blocos (Au_Referência_blocos_10x10x10) tem sua média muito próxima da média verdadeira dos dados originais (Au_Furos). E o desvio padrão dos dados em blocos (Au_Referência_blocos_10x10x10), possui desvio padrão próximo ao desvio esperado calculado a partir da Relação de Krige (Equação 50).

Tabela 9- Estatística Descritiva do modelo de referência em suporte de pontos, suporte de blocos e os dados primários.

Dados	N° amostras	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Mínimo	Máximo
Au_Furos	1262	2,26	4,74	2,09	0	33,47
Au_Referência Pontos (2x2x2)	125766	2,27	4,91	2,16	0,03	33,47
Au_Referência blocos(10x10x10)	477	2,31	1,30	0,92	0,30	8,82

A figura 25 mostra o correlograma dos dados originais (linha vermelha) e o correlograma do modelo de referência (linha preta). Observa-se que os correlogramas da realização são consistentes com os correlogramas dos dados originais nas direções perpendicular, maior, menor de continuidade espacial (Tabela 5)

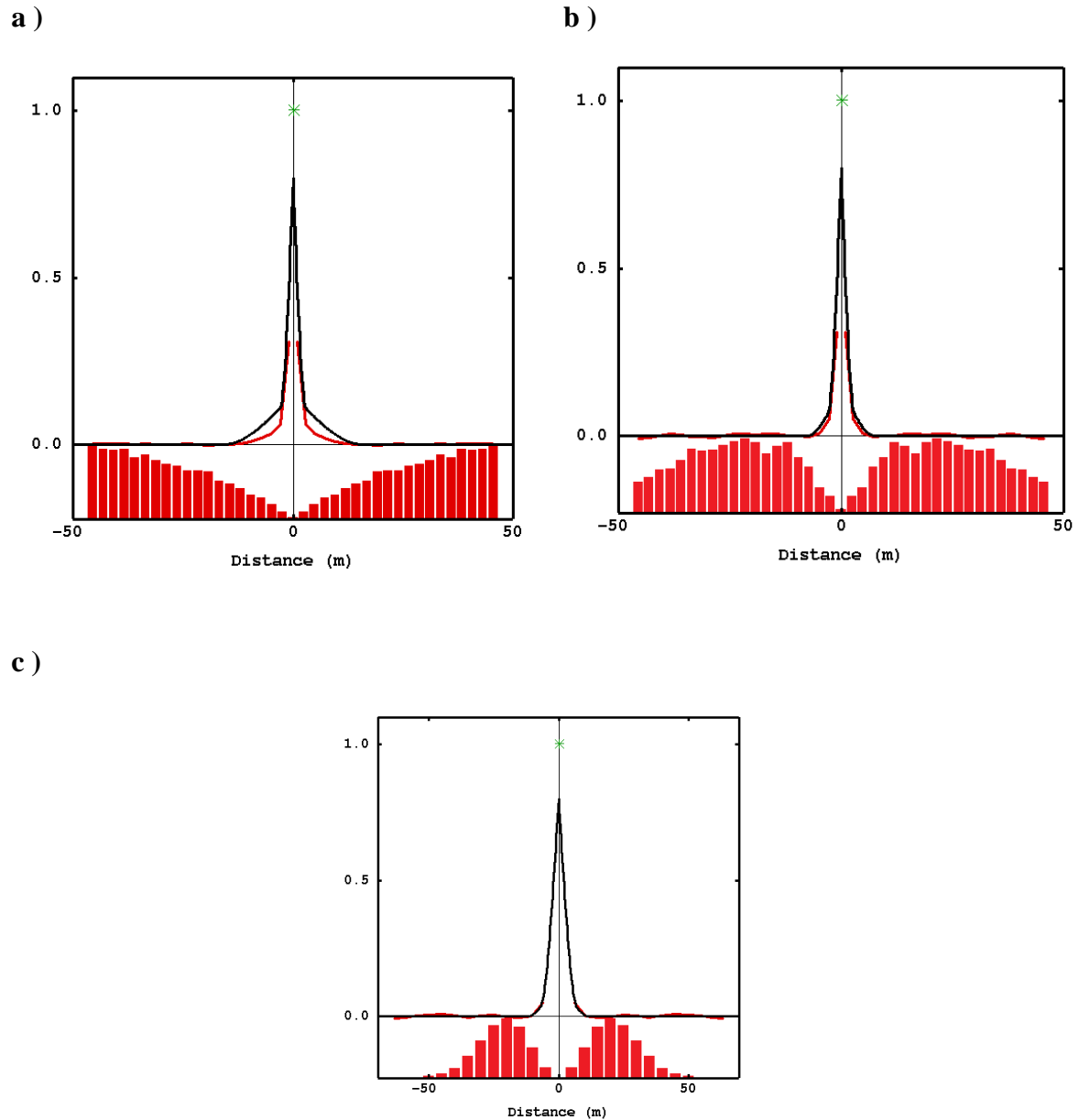


Figura 25- Correlogramas dos dados originais (linha vermelha) e das realizações (linha preta) a) Direção de maior continuidade (h1) b) Direção de menor continuidade (h2) e c) direção perpendicular (h3)

4.6.2 AMOSTRAGEM DA INFORMAÇÃO SECUNDÁRIAS E ADIÇÃO DE VIÉS E IMPRECISÃO NAS AMOSTRAS

Para que as estimativas fossem realizadas em blocos, a partir do cenário de referência, foi realizada a amostragem das amostras secundárias, próxima à localização original delas. Para se realizar esta amostragem foram utilizadas as idéias implementadas no algoritmo para alocação amostral proposto por Koppe (2009). A figura 26 mostra o mapa de localização das

amostras secundárias originais (pontos vermelhos) e as amostras secundárias amostradas no cenário de referência (pontos azuis). A partir desta amostragem, os erros foram adicionados artificialmente utilizando a mesma metodologia, descrita no capítulo 3 (itens 3.3, 3.4 e 3.5). O erro adicionado, também foi o mesmo do Capítulo 3. A imprecisão dos dados foi aumentada e ou diminuída (heterocedasticamente) em 10%, e o erro de viés foi adicionado em 25%, ou seja, todas as amostras foram aumentadas sua média sistematicamente em 25%.

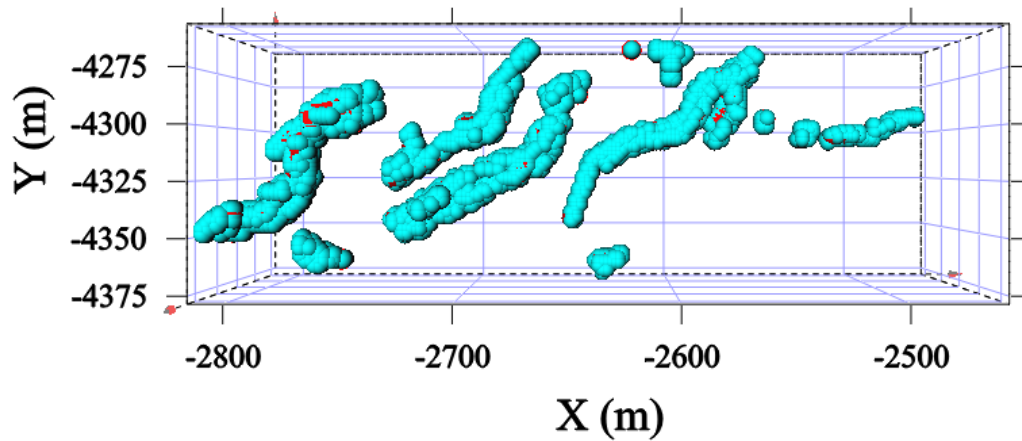


Figura 26- Mapa de localização das amostras secundárias originais (pontos vermelhos) e as amostras secundárias coletadas no cenário de referência (pontos azuis)

A tabela 10, mostra a estatística descritiva das amostras antes e após a adição dos erros. A respeito das amostras secundárias, podemos verificar que os dados secundários que possuem viés e imprecisão (Au_Sec_Erro) têm a sua média 25% maiores do que a distribuição de pontos sem erro (Au_Sec), para simular os dados de má qualidade e avaliar como estes podem induzir o enviesamento dos resultados, e, conseqüentemente, transferir esse viés para a estimativa dos blocos.

Tabela 10- Estatística descritiva das amostras secundárias sem erro e com erro amostrado a partir do cenário de referência

Dados	Au_Furos de sondagem (Amostras Primárias)	Am_Sec (Amostras Secundárias sem erro)	Am_Sec_Erro (Amostras Secundárias com erro)
N° amostras	1262	2429	2429
Média	2,26	2,80	3,53
Media Desagrupada	2,21	2,42	3,06
Mediana	0,80	0,77	0,99
Variância	22,42	35,52	57,45
Desvio Padrão	4,74	5,96	7,58
Coeficiente de Variação	2,09	2,12	2,14
Quartil Superior	2,05	2,50	3,10
Quartil Inferior	0,23	0,34	0,42
Mínimo	0,02	0,03	0,03
Máximo	33,47	33,47	48,11

4.6.3 METODOLOGIAS UTILIZADAS NAS ESTIMATIVAS REALIZADAS EM BLOCOS

A partir da construção do cenário de referência (item 4.5.1) e amostragem da variável secundária e adição artificial dos erros (item 4.5.2), foram realizadas 3 estimativas por krigagem ordinária e 1 estimativa por cokrigagem ordinária estandardizada. Para estas estimativas foram mantidos o mesmo modelo variográfico e as estratégias de buscas utilizado no item 4.3, descritas abaixo:

- 1- Krigagem Ordinária somente com a variável primária.

- 2- Krigagem Ordinária com a variável primária e secundária sem correção do erro de viés e imprecisão. Nesta estimativa, os dados foram estimados juntos ignorando a diferença de qualidade entre eles.
- 3- Krigagem Ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada. Nesta estimativa, a variável secundária foi estandardizada e reescalada, com o mesmo procedimento realizado item 4.2 (Figura 20d). A partir desta correção, a variável secundária foi considerada como primária e foram utilizadas juntas no mesmo banco de dados para a estimativa.
- 4- Cokrigagem ordinária estandardizada tradicional em que foi utilizado a variável primária original e para a variável secundária estandardizada e reescalada, conforme procedimento realizado item 4.2 (Figura 20c).

4.6.3.1 CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DAS ESTIMATIVAS POR COKRIGAGEM ORDINÁRIA ESTANDARDIZADA

4.6.3.1.1 COMPARATIVOS ENTRE OS RESULTADOS DAS ESTIMATIVA POR COKRIGAGEM ORDINÁRIA TRADICIONAL E NÃO TRADICIONAL

Para a estimativa por cokrigagem ordinária, foram consideradas as duas condições citadas no item 2.4: a não-tradicional, em que a soma dos pesos entre as variáveis primárias e secundárias é igual a 1 (Equação 21) e a tradicional, que considera soma dos pesos da variável primária igual a 1 e a soma dos pesos da variável secundária igual a zero (Equação 20). Para este comparativo, foi utilizado o executável do software Gslib, COKB3D, e as estratégias de busca e modelo variográficos citados no item 4.3.

A figura 27 mostra o gráfico de dispersão entre as estimativas de cokrigagem ordinária estandardizada tradicional e não tradicional. Podemos verificar que as duas estimativas possuem alta correlação (0,96) e os resultados são bastante próximos já que o coeficiente angular está próximo a 1 (1,02). A partir dos resultados, podemos comprovar que a variável secundária recebe pouco peso no processo de estimativa e sua influência é reduzida. Este tema será abordado no item 4.5.5.3.

- 1- Krigagem Ordinária somente com a variável primária.

- 2- Krigagem Ordinária com a variável primária e secundária sem correção do erro de viés e imprecisão. Nesta estimativa, os dados foram estimados juntos ignorando a diferença de qualidade entre eles.
- 3- Krigagem Ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada. Nesta estimativa, a variável secundária foi estandardizada e reescalada, com o mesmo procedimento realizado item 4.2 (Figura 20 d). A partir desta correção, a variável secundária foi considerada como primária e foram utilizadas juntas no mesmo banco de dados para a estimativa.
- 4- Cokrigagem ordinária estandardizada tradicional em que foi utilizado a variável primária original e para a variável secundária estandardizada e reescalada, conforme procedimento realizado item 4.2 (Figura 20 c).

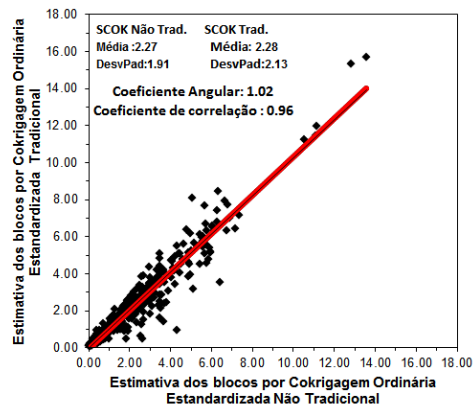


Figura 27- Gráfico de dispersão entre estimativas por cokrigagem ordinária estandardizada tradicional e não tradicional

A figura 28 mostra o gráfico de dispersão entre os teores no modelo de referência e as estimativas de cokrigagem ordinária estandardizada. Na condição tradicional, o coeficiente de correlação linear é 0,29 e o coeficiente angular é 0,62. Estes coeficientes são próximos aos coeficientes na condição não tradicional, que possui coeficiente de correlação linear 0,32 e o coeficiente angular é 0,67. Podemos verificar que estes parâmetros são próximos logo, as estimativas são semelhantes quando comparadas ao modelo de referência.

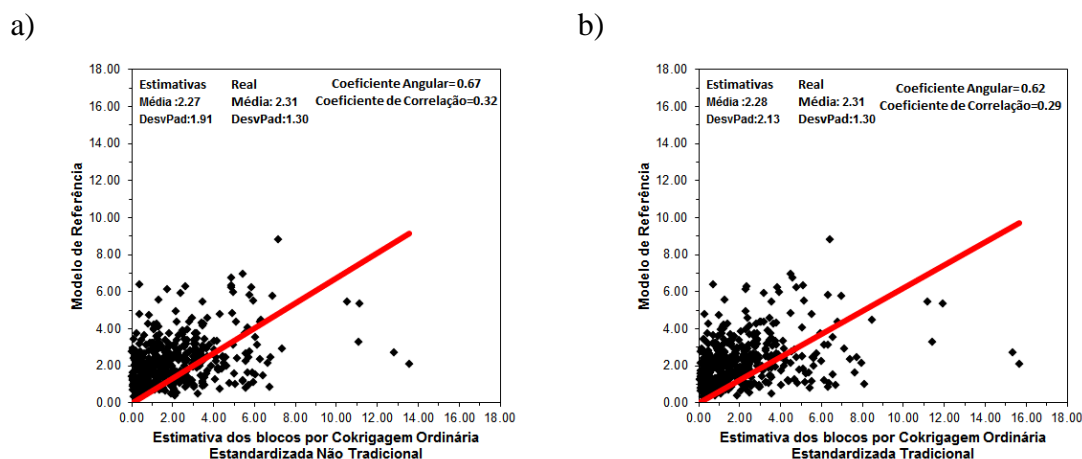


Figura 28- Gráfico de dispersão entre o modelo de referência e estimativas a) cokrigagem ordinária estandardizada não tradicional e b) cokrigagem ordinária estandardizada tradicional

Em suma, a diferença entre as metodologias de estimativa por cokrigagem ordinária estandardizada, consiste no peso dado a variável secundária na estimativa. Com análise dos comparativos acima, podemos verificar que o peso dado a variável secundária foi pequeno, logo as estimativas são bastante semelhantes. Sendo assim, os resultados a serem apresentados neste estudo de caso, devido aos recursos do software (Isatis) utilizado, serão por cokrigagem ordinária estandardizada tradicional.

4.6.3.1.2 COMPARATIVOS ENTRE OS RESULTADOS DAS ESTIMATIVA POR COKRIGAGEM ORDINÁRIA ESTANDARDIZADA TRADICIONAL E NÃO TRADICIONAL COM KRIGAGEM ORDINÁRIA COM A VARIÁVEL PRIMÁRIA E SECUNDÁRIA ESTANDARDIZADA E REESCALONADA.

Com a estandardização e reescalamento da variável secundária, foi verificado que a correlação entre as amostras primárias e secundárias ficou próxima a 1 (Figura 21). Isto evidencia que as amostras se tornam altamente correlacionadas. Então, foi proposto que na cokrigagem ordinária estandardizada, os variogramas diretos e cruzados utilizados fossem iguais. Em seguida, esta estimativa foi comparada com a krigagem ordinária em que foram utilizadas a variável primária e a variável secundária estandardizada e reescalonada juntas (item 4.5.3-Estimativa 3), adotou-se o mesmo modelo variográfico (equação 47) em todas as estimativas.

O objetivo desta comparação é verificar se ao admitir a alta correlação entre as variáveis primárias e secundárias (Figura 21), existe semelhança entre as estimativas por krigagem ordinária e cokrigagem ordinária, já que pressupõe que as amostras possuam a mesma qualidade e alta correlação entre si, quando se faz a correção dos dados (standardização e reescalonamento das amostras secundárias). Para este comparativo, foram utilizados na estratégia de busca um grande número de amostras primárias e secundárias (1000 amostras) para garantir que nas estimativas fossem usadas as mesmas amostras.

A figura 29 mostra o gráfico de dispersão entre a estimativa por krigagem ordinária com a variável primária e a secundária standardizada e reescalada com cokrigagem ordinária standardizada tradicional, pode se verificar que as estimativas possuem correlação (0,86) e coeficiente angular (0,92) próximos a 1. Este parâmetros mostram que os resultados das estimativas são semelhantes mas não são iguais como deveria ser teoricamente. A diferença entre elas pode estar relacionada a estratégia de busca utilizada. No executável COKB3D, do software GSLIB, a estratégia de busca permite somente definir a quantidade mínima e máxima para as amostras primárias e somente o máximo de amostras para a variável secundária, o que torna difícil utilizar as mesmas amostras para a estimativa por krigagem e cokrigagem.

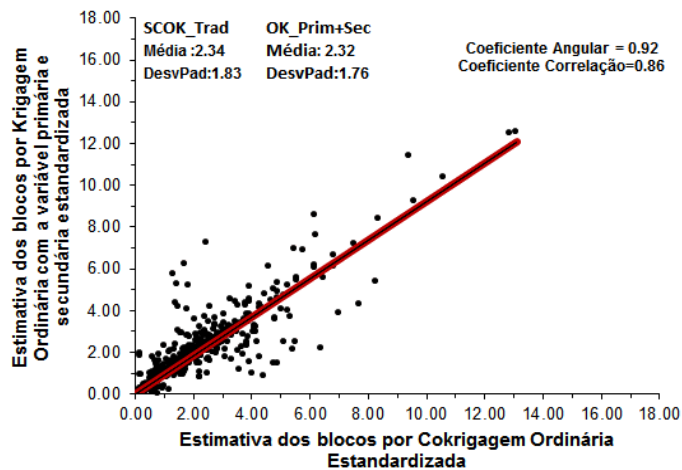


Figura 29- Gráfico de dispersão entre a estimativa de krigagem ordinária com a variável primária e a secundária standardizada e reescalada e cokrigagem ordinária standardizada tradicional.

Sendo assim, para realizar este comparativo, foi selecionado um bloco e foi realizado a estimativa por krigagem ordinária com a variável primária e secundária standardizada e reescalada. Após a estimativa, foram identificadas as amostras primárias e secundárias utilizadas nas estimativas e o peso recebido. Em seguida, foi criado um banco de dados, somente com estas amostras e a estimativa por cokrigagem ordinária standardizada foi realizada. A

tabela 11 mostra as informações sobre a localização do bloco, assim como suas dimensões e discretização utilizada no processo de estimativa.

Tabela 11-Informações sobre o bloco a ser analisados os pesos recebidos nas estimativas.

Coordenadas		Tamanho do bloco	Discretização
X	-93720 metros	10 metros	5
Y	-95340 metros	10 metros	5
Z	564 metros	10 metros	5

A tabela 12 mostra as coordenadas das amostras nos eixos x, y, z, a sua identificação e os pesos recebidos nas estimativas por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada, cokrigagem ordinária estandardizada tradicional e não tradicional. Na estimativa deste bloco, foram utilizadas uma amostra primária e quinze amostras secundárias. Os resultados mostram que as amostras receberam os mesmos pesos nas estimativas por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e cokrigagem ordinária estandardizada não tradicional. E na estimativa por cokrigagem ordinária estandardizada tradicional, conforme esperado, a amostra primária recebeu a maior quantidade de peso na estimativa, enquanto as amostras secundárias receberam pesos menores.

Tabela 12- Localização das amostras utilizadas na estimativa do bloco e o peso recebido nas estimativas a) krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada, b) cokrigagem ordinária estandardizada não tradicional e c) cokrigagem ordinária estandardizada tradicional

Coordenadas geográficas			Tipo de amostra	Teor	Peso recebido		
X	Y	Z			OK	SCOK_ Não tradicional	SCOK tradicional
-93720	-95340	564	Secundária	1,27	0,051	0,051	-0,001
-93718	-95340	564	Secundária	0,00	0,067	0,067	0,030
-93722	-95340	564	Secundária	0,98	0,047	0,047	-0,031
-93718	-95340	562	Secundária	1,39	0,068	0,068	-0,010
-93720	-95338	564	Secundária	2,41	0,056	0,056	-0,001
-93724	-95340	566	Secundária	0,00	0,063	0,063	0,017
-93722	-95342	564	Secundária	0,00	0,060	0,060	-0,007

-93720	-95340	566	Secundária	0,00	0,080	0,080	0,056
-93720	-95340	562	Secundária	0,00	0,065	0,065	-0,069
-93724	-95340	564	Secundária	4,36	0,056	0,056	-0,041
-93722	-95338	564	Secundária	27,802	0,057	0,057	-0,025
-93721,80	-9540.40	562,55	Primária	1,230	0,059	0,059	1,000
-93722	-95338	566	Secundária	3,030	0,06	0,060	0,025
-93720	-95338	566	Secundária	0,150	0,069	0,069	0,045
-93724	-95342	564	Secundária	0,00	0,061	0,061	-0,024
-93714	-95340	562	Secundária	0,00	0,082	0,082	0,035

Os resultados são discutidos nos itens 4.5.3.1.1 e 4.5.3.1.2. Para as estimativas por cokrigagem ordinária estandardizada tradicional e não tradicional os modelos são próximos. Para tal análise adotou-se a condição tradicional devido a limitação do software. A estimativa por krigagem ordinária que utiliza a variável primária e secundária estandardizada (teoricamente) emula uma situação em que as variáveis são altamente correlacionadas, sendo a melhor opção para esse estudo de caso, devido as dificuldades encontradas em ajustar os parâmetros de busca por cokrigagem como será visto nas próximas seções.

4.6.4 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO DAS ESTIMATIVAS EM BLOCOS

4.6.4.1 VALIDAÇÃO GLOBAL DAS ESTIMATIVAS

Para verificar a qualidade dos resultados das estimativas em blocos também foram medidos o coeficiente de correlação linear (ρ) e o coeficiente angular da regressão linear ($y = Bx$), a partir do gráfico de dispersão entre as estimativas e o modelo utilizado como referência (Item 4.1). Além das três metodologias propostas, foi realizada também a krigagem ordinária utilizando as variáveis primárias e secundárias sem correção do viés e imprecisão. A figura 30 mostra o gráfico de dispersão entre o modelo de referência e as estimativas realizadas. A figura 30 a, mostra que na estimativa em que a variável primária e secundária são utilizadas juntas

sem correção, os erros são transferidos para estimativa. Esta estimativa, quando comparado com as demais, apresenta coeficiente de correlação linear bom, mas a média global não representa a média do depósito e o desvio padrão é alto. Isto mostra que que esta estimativa não é recomendada. Os demais resultados das estimativas são semelhantes aos apresentados pelo item 4.4.1, quando comparadas as estimativas, a krigagem ordinária com as variáveis primárias e secundárias estandarizada (Figura 30c), reproduz a média global do depósito e a adição da informação beneficiou a estimativa (mesmo com dados re-escalonados), aumentando também o coeficiente angular (0,73). O aumento da correlação entre os blocos estimados e de referência, indica que temos a melhor estimativa global e menor viés local.

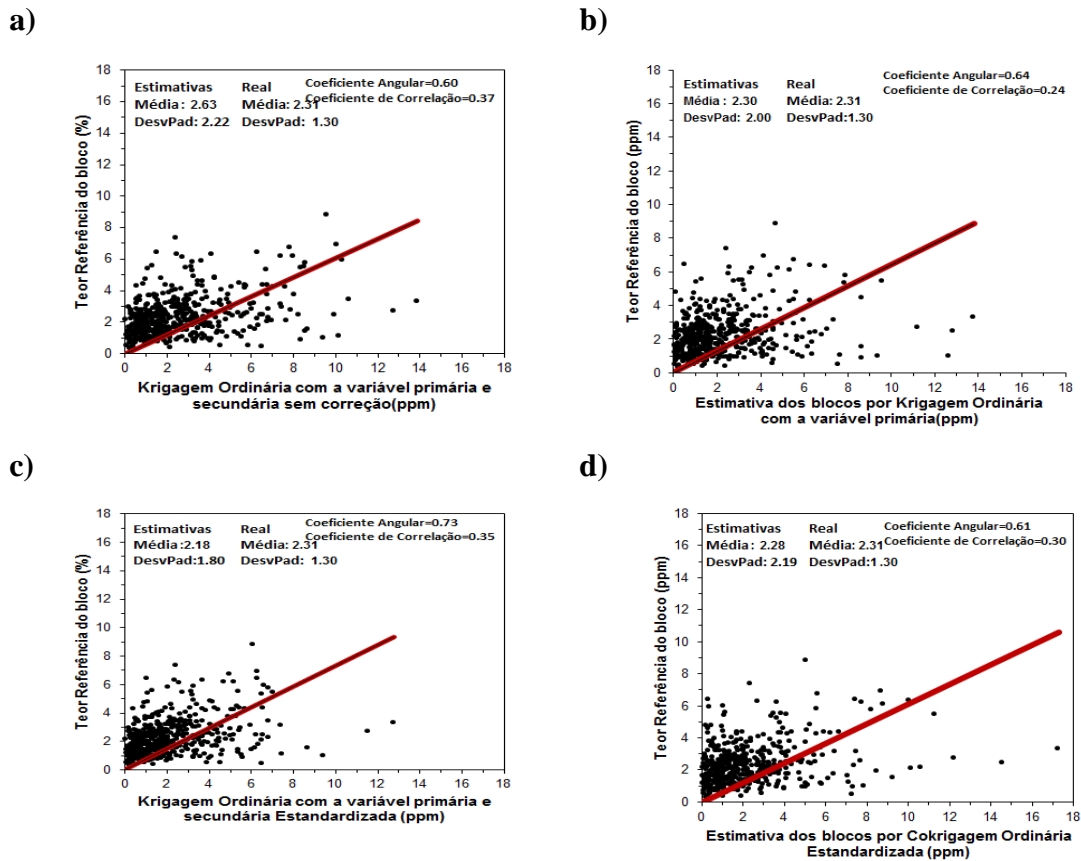


Figura 30- Gráfico de dispersão entre teor referência dos blocos e os blocos estimados por a) Krigagem Ordinária: com a variável primária b) Krigagem Ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) Cokrigagem ordinária estandarizada e d) Krigagem Ordinária: com a variável primária e secundária sem correção

4.6.4.2 VALIDAÇÃO LOCAL DAS ESTIMATIVAS

A figura 31 mostra que quando as amostras secundárias estão próximas as amostras primárias, no caso 5 metros, nas estimativas por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandarizada e reescalada, o coeficiente de correlação linear aumenta em 2 vezes (0,67) e o coeficiente angular fica muito próximo a 1, indicando que as estimativas possuem pouco viés. Este fato mostra que a informação secundária auxilia nas estimativas desde de que esteja próxima a informação secundária e abundante na área de estudo.

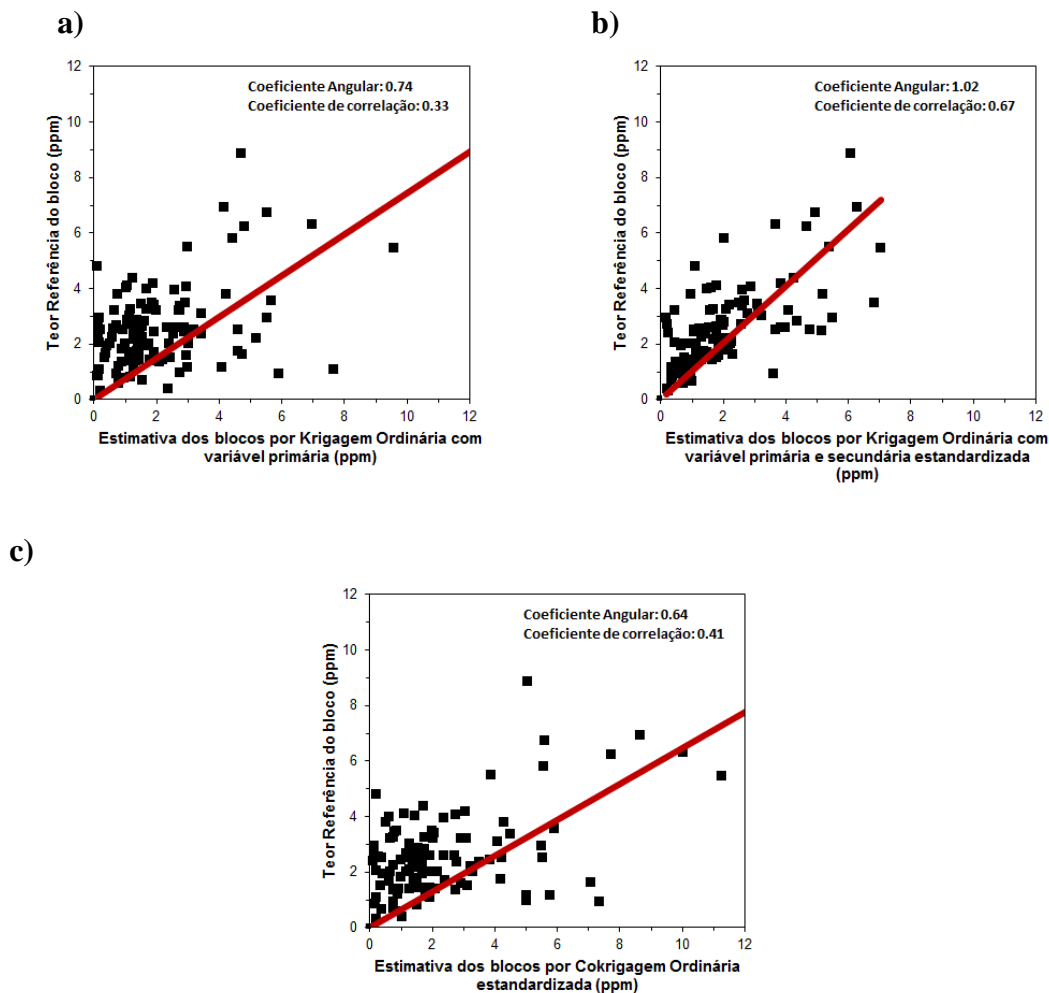


Figura 31- Gráfico de dispersão entre teor referência dos blocos e os blocos estimados com as amostras secundárias a 5 metros de distância a) krigagem ordinária: com a variável primária b) krigagem ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandarizada

A partir da validação global e local, foi verificado que quando as amostras possuem erros estes são transferidos para estimativa mostrando a importância da qualidade dos dados

nos resultados e que a correção do viés e da imprecisão pode ser uma alternativa a ser utilizada. A moderada correlação entre as variáveis primárias e secundárias, afeta as co-estimativas fazendo com que a amostra secundária receba pouco peso no processo de estimativa (item 4.5.4.3) e conseqüentemente, torna a cokrigagem ordinária estandardizada não recomendada. Com a adição do erro de 25%, fazendo que as todas amostras secundárias fossem superestimadas, considera-se krigagem ordinária com a variável primária e a variável secundária estandardizada, uma boa alternativa. Já que, a correção do erro nos dados (viés e imprecisão), permite a utilização dos dois tipos de dados no processo de estimativas. Os resultados desta estimativa possui maior coeficiente de correlação linear e coeficiente angular mais próximo a 1, mostrando que a estimativa possui menor viés local e representação global do fenômeno.

4.6.5 ANÁLISE DO ERRO ABSOLUTO

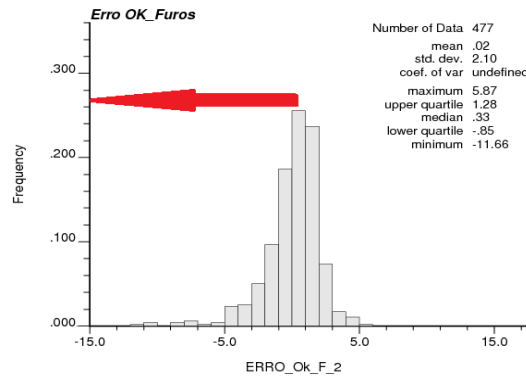
Para analisar os erros nas estimativas será verificado o erro global e local. A avaliação do erro local abordará a distância das amostras utilizadas na estimativa em relação ao bloco estimado e o peso recebido pelas amostras no processo de estimativa.

4.6.5.1 ANÁLISE DO ERRO GLOBAL NA ESTIMATIVA EM BLOCOS

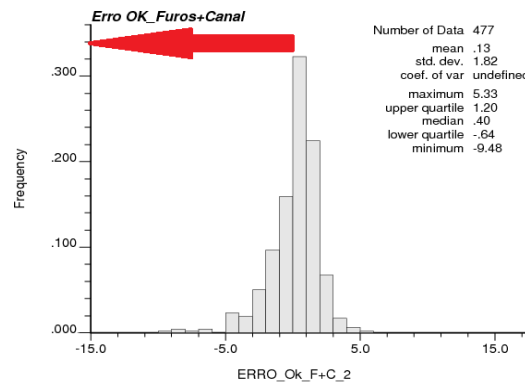
A figura 32 mostra o histograma dos erros das estimativas realizadas. A média dos erros da estimativa por krigagem ordinária (0,02), que utiliza apenas a variável primária, é mais próxima a zero (figura 32a), quando comparada à média da krigagem ordinária que utiliza as variáveis primárias e secundárias (0,13) e cokrigagem ordinária estandardizada (0,04) (figura 32b e 32c). Ao analisarmos os histogramas, podemos verificar pela frequência de blocos (seta vermelha na figura 32), que a estimativa por krigagem ordinária com a variável primária e secundária possui maior frequência de blocos entre -1,0 a 1,0 (aproximadamente 44%). Na estatística descritiva, verificamos que os resultados da estimativa por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada, possuem menor desvio padrão, o que indica que os dados estão menos dispersos em relação ao cenário de referência e além disto, os valores

de mínimos e máximos são menores. Apesar da média do erro ser maior que as demais estimativas, os demais parâmetros estatísticos mostram que os resultados da estimativa por krigagem ordinária com a variável primária e secundária corrigida estão menos enviesadas e tendenciosas, e produzem resultados mais próximos ao cenário considerado como referência

a)



b)



c)

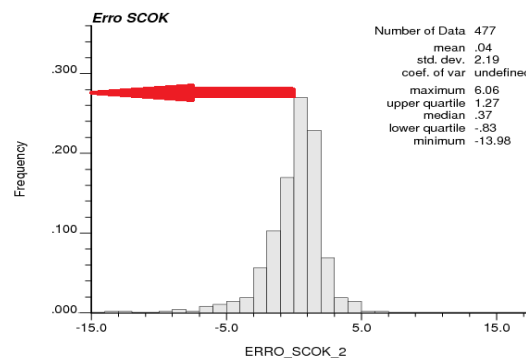


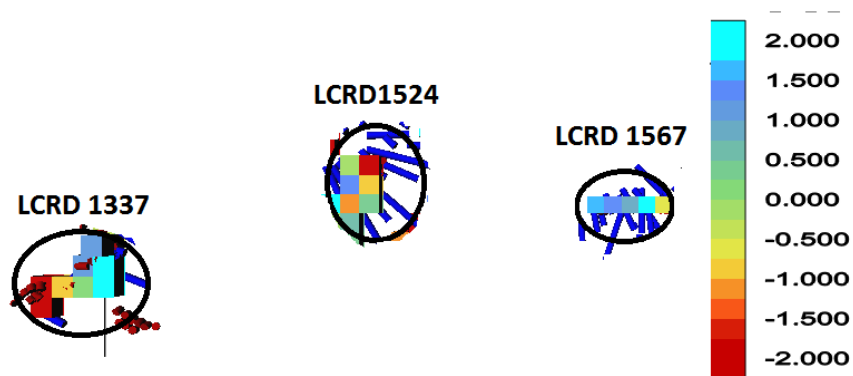
Figura 32- Histograma do erro das estimativas a) Krigagem Ordinária: com a variável primária b) Krigagem Ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) Cokrigagem ordinária estandarizada

4.6.5.2 ANÁLISE DO ERRO LOCAL NA QUANTIFICAÇÃO DA INFORMAÇÃO SECUNDÁRIA NA ESTIMATIVA EM BLOCOS

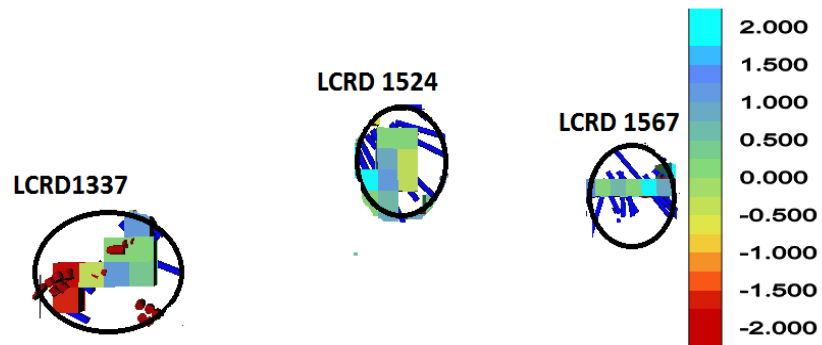
Para realizar a validação local do erro das estimativas, foi utilizado a mesma região discutida no item 4.5.4.2 (figura 33). Esta região consiste nos blocos que as amostras secundárias estão próximas as amostras primárias, em menos de 5 metros, e foram selecionados blocos nas regiões dos furos LCRD 1337, LCRD 1524, LCRD 1567. A figura 33 mostra a análise do erro nos blocos estimados. Os erros para as três estimativas foram identificados com a mesma escala de cores variando em -2,0 a 2,0, conforme legenda da figura. Podemos verificar, que a estimativa por krigagem ordinária somente com a variável primária e a cokrigagem ordinária estandardizada (Figura 33 a e 33c), os erros nas três regiões são bem próximos. Ao compararmos estas estimativas com a krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada, os erros são bem menores.

Nas três regiões analisadas, podemos verificar que o uso da informação secundária utilizado na estimativa por cokrigagem ordinária estandardizada não produziu ganhos significativos na estimativa. Este fato está relacionado a sua moderada correlação com a primária, baixa continuidade espacial e dados espaçados. Consequentemente, seu pouco peso recebido na estimativa abordados no item 4.4.1 (o peso recebido pelas amostras será discutido no item 4.5.53). A estimativa por krigagem ordinária utilizando variável primária e secundária estandardizada produziu estimativas menos enviesadas e mais próximas ao teor considerado com referência. O uso desta metodologia pode ser utilizada como uma boa alternativa quando as amostras primárias e secundárias possuem correlação a curtas distâncias, aproximadamente 2 metros, conforme mostrado nos modelo de continuidade espacial (item 4.3).

a)



b)



c)

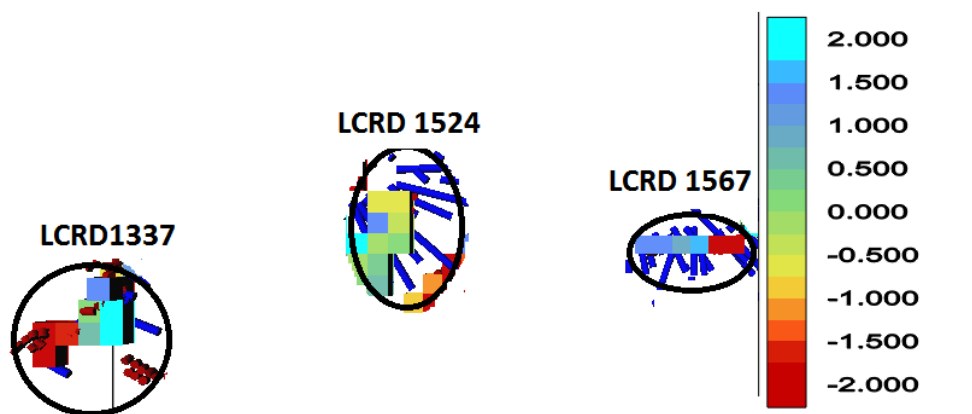


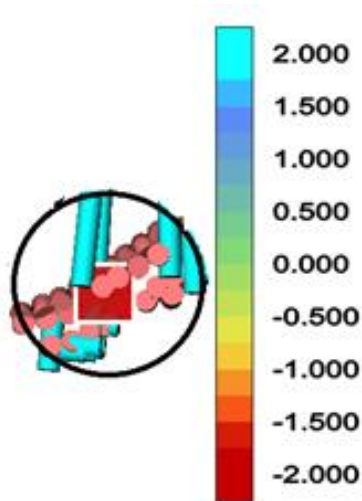
Figura 33- Mapa de localização do erro local das estimativas na região próxima aos dados secundários: a) krigagem ordinária: com a variável primária b) krigagem ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandarizada.

4.6.5.3 ANÁLISE DO ERRO LOCAL A PARTIR DOS PESOS RECEBIDOS PELAS AMOSTRAS NAS ESTIMATIVAS

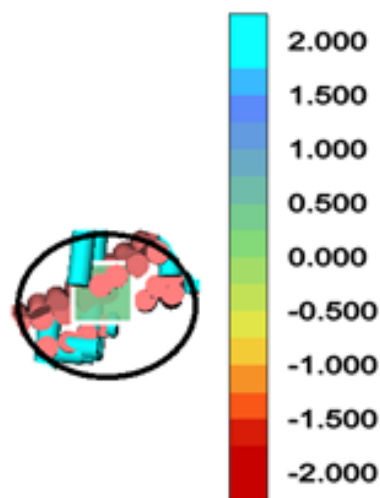
Para avaliar os pesos recebidos pelas amostras nos blocos, foi selecionado o mesmo bloco citado no item 4.5.3.1.2, tabela 11. Para a estimativa deste bloco foram utilizados a estratégia de busca e semivariogramas citados no item 4.3.

A figura 34 mostra o mapa de localização do bloco a ser analisado, onde próximo a ele existem muitas amostras secundárias (pontos rosa) e poucas amostras primárias (pontos azuis). No bloco a ser analisado vê-se o erro da estimativa na escala de cores variando em -2,0 a 2,0, conforme legenda da figura. A figura 34a e 34c mostra que o erro neste bloco para as duas estimativas é alto (cor vermelha), tanto na estimativa por krigagem ordinária utilizando apenas a variável primária e por cokrigagem ordinária estandardizada. Na figura 34b, o bloco foi estimado por krigagem ordinária estandardizada, os erros foram próximos a zero (cor verde), ou seja possuem menor viés. Este fato se deve a quantidade de amostras, as distancias das amostras em relação ao bloco e ao peso recebido pelas amostras nas estimativas.

a)



b)



c)

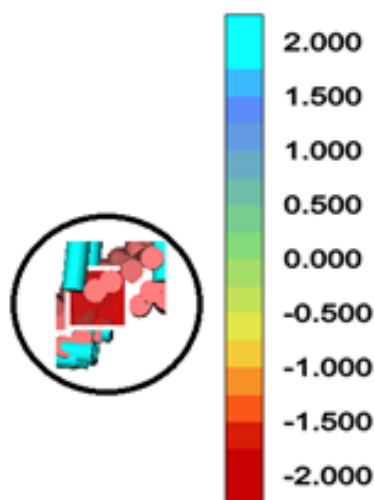


Figura 34-Mapa de localização do erro no bloco em que existe alta densidade de amostras secundárias a) krigagem ordinária: com a variável primária b) krigagem ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) cokrigagem ordinária estandardizada

Para explicar os pesos recebidos pelas amostras, o arquivo de saída da estimativa do bloco foi analisado. A tabela 13 mostra o resumo do arquivo de saída das estimativas realizadas, no executável COKB3D do software GSLIB em que podemos identificar a quantidade de amostras utilizados em cada estimativa, assim como os pesos recebidos pelas amostras. Para a estimativa por cokrigagem, foram consideradas as duas condições: não-tradicional, em que a soma dos pesos entre as variáveis primárias e secundárias é igual a um (Equação 21) e tradicional, quando a soma dos pesos da variável primária é zero e a soma dos pesos da variável secundária é zero (Equação 20). A tabela 13 mostra que para as estimativas por krigagem ordinária foram utilizadas 14 amostras. As amostras primárias neste banco de dados possuem malha amostral de 5x5x5 m, o que implica que as amostras utilizadas nas estimativas estavam mais distantes do bloco estimado se comparadas as amostras secundárias. Na estimativa por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada, foram utilizadas 3 amostras primárias e 13 amostras secundárias corrigidas, que possuem menor malha amostral (2x2x2 metros), totalizando 16 amostras. Logo, na krigagem ordinária utilizando apenas a variável primária, as amostras estão mais distantes entre si e em relação ao bloco analisado, o que aumentou o erro na estimativa. Para a estimativa por krigagem ordinária utilizando a variável primária e secundária estandardizada, foram utilizadas maior quantidade de amostras e amostras próximas (2x2x2 metros) ao centro do bloco, que correspondem as amostras secundárias corrigidas. Ou seja, as amostras mais próximas ao centro do bloco receberam mais pesos, o que beneficiou a estimativa. Já para estimativa por cokrigagem estandardizada não

tradicional, devido a moderada correlação, modelo variográfico cruzado com baixa continuidade espacial combinado com dados espaçados, levam às amostras secundárias receberem pesos muito baixo (aproximadamente 14% do peso da estimativa) e as amostras primárias receberam peso alto (aproximadamente 86% do peso da estimativa). Mostrando que o uso desta informação secundária não auxiliou significativamente a estimativa. Ao analisarmos as 13 amostras secundárias corrigidas que foram utilizadas na krigagem ordinária variável primária e secundária, vemos que 10 dessas 13 amostras foram utilizadas na estimativa por cokrigagem ordinária estandardizada. Os pesos recebido por elas na krigagem ordinária corresponde 51% da estimativa e na cokrigagem estandardizada receberam somente 8%. As amostras receberam 6,25 vezes mais peso na krigagem que na cokrigagem e passaram a auxiliar no processo de estimativa. Este fato mostra que se as variáveis possuíssem alta correlação, mesmo com a baixa continuidade espacial poderiam auxiliar na estimativa.

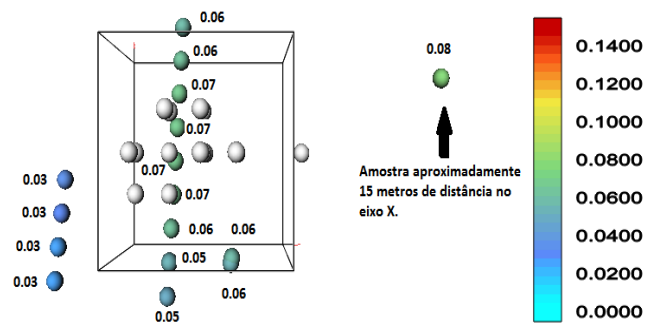
Tabela 13- Quantidade de amostras e peso recebido pelas amostras nas estimativas realizadas no bloco selecionado.

Estimativas	Quantidade de amostras			Somatório dos Pesos		
	Primárias	Secundárias	Total	Amostras Primárias	Amostras Secundárias	Total
OK_Furos	14	-	14	1,00	-	1,00
Ok_Furos+Canal	3	13*	16	0,20	0,80*	1,00
SCOK_Tradicional	16	16	32	1,00	0,00	1,00
SCOK_NãoTradicional	16	16	32	0,86	0,14	1,00

*Amostras secundárias corrigidas (estandardizadas e reescaladas)

A figura 35 mostra o mapa de localização das amostras utilizadas na estimativa do bloco assim como o peso recebido. Os pesos foram identificados na mesma escala de cor que varia de 0 a 0,15. A figura 35 a mostra que na estimativa por krigagem ordinária, apenas com a variável primária, das 14 amostras utilizadas 6 estavam dentro do do bloco estimado e receberam aproximadamente 50% do peso na estimativa. O restante do peso da estimativa, foi distribuído para as 8 amostras que estavam mais distante do bloco estimado, o que aumentou o erro no bloco estimado. Na estimativa por krigagem ordinária que utilizou a variável primária e secundária estandardizada (Figura 35b), o estimador utilizou amostras próximas ao nó do grid, que receberam pesos altos (entre 0,04 a 0,14), por consequência, o bloco produziu estimativas mais próximas ao modelo de referência.

c)



d)

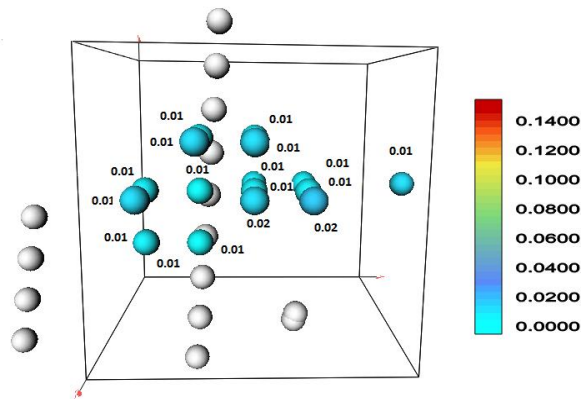


Figura 35- Mapa de localização e pesos recebidos das amostras utilizadas nas estimativas a) Krigagem Ordinária: com a variável primária b) Krigagem Ordinária: com a variável primária e secundária corrigida c) Cokrigagem ordinária estandarizada - amostras primárias d) Cokrigagem ordinária estandarizada- amostras secundárias.

4.7 CLASSIFICAÇÃO DOS BLOCOS

A figura 36 mostra o número total de blocos classificados como minério e também os blocos que foram classificados de forma equivocada devido aos erros provenientes das amostras e devido ao processo de suavização das estimativas. Nesta mina são utilizados dois teores de cortes específicos para classificação dos blocos 1,0 g/t em que são as amostras consideradas dentro da estrutura geológica e 2,5 g/t para classifica-las como recurso mineral. Além destes, dois teores de corte foram seleccionados os teores: 0,50 g/t, 1,37 g/t (Q25), 1,79 g/t (Q40), 2,08 g/t (Mediana), 2,88 g/t (Q75) e 3,15% (Q80) A figura 36 mostra que a estimativa por krigagem

ordinária com as variáveis primárias e secundárias (linha preta), classificam melhor os blocos. Na figura 36 a, mostra que a partir do teor 1,79 g/t, as estimativas por krigagem ordinária apenas com avariável primária e cokrigagem ordinária e estandardizada classificam aproximadamente 25 blocos erroneamente nos teores de corte analisado. Esta diferença pode ser observada na figura 34 b, no teor de corte 2,0 g/t, em que a diferença dos blocos de minério classificados como estéril, é de aproximadamente 25 blocos, quando comparada as demais estimativas. Nesta situação, menos blocos de minérios são enviados para a pilha de estéril, e conseqüentemente, mais blocos de minério são enviados para a planta de tratamento do minério, evitando perdas e otimizando a recuperação do metal da mina.

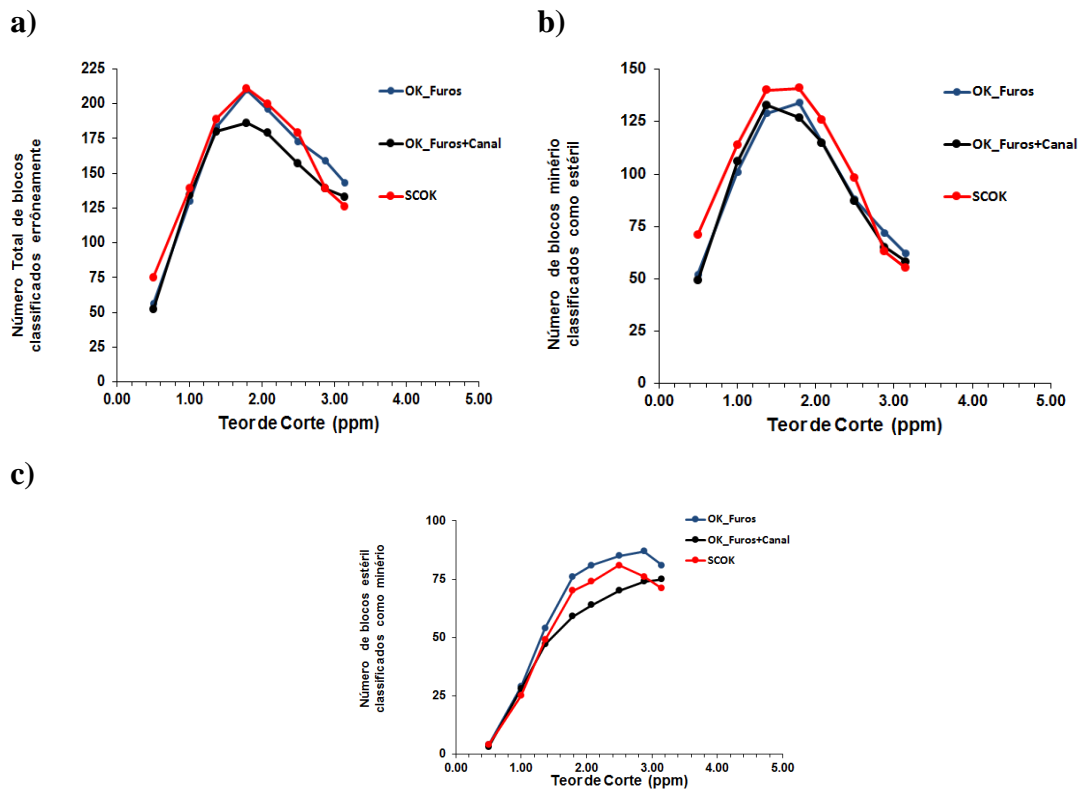


Figura 36- Classificação dos blocos (SMU); (a) quantidade total de blocos classificados erroneamente; (b) quantidade total de blocos de minério classificados como estéril; (c) quantidade de blocos de estéril classificados como minério.

CAPÍTULO 5

5.0 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este capítulo apresenta as conclusões decorrentes do trabalho realizado e dos resultados apresentados nesta dissertação.

5.1 CONCLUSÕES

Os planejamentos de longo, médio e curto prazo dependem da acurácia e da precisão das estimativas. Uma estimativa inacurada pode levar a resultados inadequados como: cava incorretamente otimizada, previsões de fluxo de caixa não acuradas e definições incorretas na classificação dos blocos como minério e estéril no modelo de controle de teor da mina.

As amostras obtidas por diferentes técnicas de amostragens podem levar a dados com diferentes níveis de erro (viés e imprecisão). Esta divergência deve ser considerada quando há integração das duas fontes de informação. No estudo aqui relatado, duas metodologias foram abordadas, a krigagem e a cokrigagem ordinária estandarizada, para incorporar dados de diferentes qualidades.

5.1.1 ESTUDO DE CASO 2D- BANCO DE DADOS SINTÉTICOS COM AS AMOSTRAS PRIMÁRIAS E SECUNDÁRIAS COM ELEVADA CORRELAÇÃO

Para o banco de dados sintético, as amostras utilizadas nas estimativas a malha amostral é regular, possuem alta correlação e as amostras secundárias estão amostradas de forma exhaustiva. Neste estudo de caso, a utilização de informação secundária nas estimativas por cokrigagem ordinária estandarizada produziu bons resultados, uma vez que as amostras de baixa qualidade foram consideradas informações secundárias e sua média foi filtrada (valores padronizados). Os resultados das estimativas foram menos suavizados do que os obtidos com

krigagem ordinária, o que levou a estimativas mais próximas ao valor de referência dos blocos. Em uma comparação com a krigagem ordinária usando apenas a variável primária (dados exatos e precisos, mas em número reduzido), a cokrigagem ordinária estandarizada foi favorecida.

O modelo de blocos resultante da estimativa por cokrigagem ordinária estandarizada levou a curvas teor tonelagem semelhantes ao modelo blocos de referência. A utilização desta metodologia também reduziu drasticamente o número de blocos incorretamente classificados.

Mesmo com amostras menos precisas e tendenciosas, melhorias nas estimativas de blocos, da recuperação de metal e do erro de classificação foram alcançados, uma vez que uma metodologia adequada foi usada para incluir essa fonte de dados. A cokrigagem proporcionou melhores estimativas de recuperação do recurso em escalas local e global, mesmo quando as amostras de baixa qualidade foram utilizadas (como dados secundários). O viés e a imprecisão nos dados secundários não foram transferidos para as estimativas.

5.1.2 ESTUDO DE CASO 3D- BANCO DE DADOS REAL COM AS AMOSTRAS PRIMÁRIAS E SECUNDÁRIAS COM MODERADA CORRELAÇÃO

A mesma metodologia foi utilizada em um banco de dados real, que possui as características descritas a seguir:

- Neste depósito, as amostras primárias e secundárias são heterotópicas e foram amostradas com espaçamento irregular. Existem regiões em que a densidade amostral das variáveis primárias e secundárias são distintas. Por exemplo, a variável primária possui alta densidade amostral e nas amostras secundárias a densidade amostral é baixa.
- O fenômeno estudado possui alta variabilidade e baixa continuidade espacial. A covariância direta e cruzada mostrada nas equações 47, 48 e 49, possui alcance muito curto (aproximadamente 2 metros). Isto mostra que as amostras possuem correlação a pequenas distâncias o que torna desfavorável a metodologia que usa dados secundários esparsos (nesse caso).
- A correlação entre as variáveis primária e secundária é moderada (aproximadamente 0,60), o que conseqüentemente produz um modelo de cross covariância de pouca continuidade espacial fazendo com que as amostras

secundárias recebam pouco peso na estimativa, limitando o benefício da informação secundária na estimativa.

Devido a estas particularidades, como alternativa, foi proposto a correção da continuidade espacial da variável secundária, já que as amostras primárias e secundárias medem o mesmo atributo geológico (teor do metal) e estão em um mesmo domínio geológico. Desta forma, ambos conjunto de dados deveriam ter a mesma distribuição de probabilidade e continuidade espacial (em teoria). As diferenças seriam causadas por imperícia e interveniência humana. A correção das amostras secundárias a partir da estandardização e reescalonamento trouxe os seguintes benefícios:

a) Aumento da correlação entre as variáveis:

Com a alta correlação das variáveis, as estimativas por krigagem ordinária em que utilizou-se as amostras primárias originais (amostras precisas e acuradas) e as amostras secundárias (estandarizadas e reescaladas) produzem resultados semelhantes a cokrigagem ordinária estandarizada com variáveis que possuem alta correlação. Assim, a informação secundária passa a auxiliar na estimativa, produzindo melhores resultados e maior correlação com o modelo considerado de referência.

b) Modelo de continuidade espacial:

A krigagem ordinária com as variáveis primária e secundária estandarizadas, aproxima uma situação em que a cokrigagem ordinária estandarizada é realizada com variáveis que possuem alta correlação. A partir destas estimativas, o presente estudo mostra que o variograma a ser utilizado deve ser dos dados pré-processados (estandarizados e reescalados). Com o modelamento do variograma a partir dos dados pré-processados, ocorrerá uma melhor reprodução do fenômeno estudado e a variável secundária receberá mais peso melhorando a sua influência nas estimativas produzindo melhores resultados.

c) Aumento do efeito pepita

A presença de erros nas amostras afeta diretamente os dados aumentando o efeito pepita e conseqüentemente o modelo do semivariograma. Quanto maior o efeito pepita, menor será a semelhança entre as amostras primárias e secundárias e maior será a variância da estimativa. Em se tratando de metais preciosos, no caso ouro, os problemas de representatividade da amostra são ampliados de uma maneira considerável. Nesse caso, o efeito pepita elevado indica a baixa reprodutibilidade das amostras. Portanto, esses tipos de mineralizações são muito sensíveis ao método de amostragem, o qual deve ser o mais acurado possível, de modo a evitar que valores incorretos de efeito pepita sejam considerados nos modelos variográfico da jazida.

Neste estudo de caso, verificou-se que a informação secundária (enviesada e imprecisa) com moderada correlação, para auxiliar na estimativa é necessário que seja corrigida. Na estimativa por krigagem ordinária, em que as variáveis foram utilizadas juntas ignorando a qualidade das amostras, os erros foram transferidos para estimativa, superestimando o modelo de blocos, o que torna inadequado este procedimento. A estimativa por krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada e reescalada é uma alternativa viável para incorporação da informação secundária no planejamento de curto prazo.

A adição desta informação secundária com a metodologia adequada, no caso, krigagem ordinária com a variável primária e secundária estandardizada, produziu melhorias nas estimativas de blocos, maiores volumes de minério e o menor erro de classificação.

Os resultados deste estudo mostram que amostras imprecisas e enviesadas não devem ser descartadas e o uso desta informação (devidamente corrigida) auxilia no processo de estimativa. O que deve ser feito é avaliar qual a melhor metodologia para incorporar esta informação. A idéia de que os erros de amostragem tendem a se anular durante os processos de estimativa e classificação de minério e não teriam impacto significativo não seria coerente. A imprecisão e o enviesamento das amostras distorcem as estimativas dos teores no modelo de blocos, aumentando o risco de perda de minério e diluição de teor.

As análises estatísticas e geoestatísticas são capazes de estudar e propor metodologias para melhorar o controle de teor e estimativas. Mas caso haja enviesamento das amostras, nenhum método será capaz de fornecer um resultado que elimine o erro existente nas amostras sendo imperativo seu pre-processamento (estandarização e re-escalamento).

5.2 TRABALHOS FUTUROS

A seguir, são apresentadas sugestões para trabalhos futuros relacionados a esta dissertação.

- Corrigir o erro de viés e de precisão dos dados de forma local e não global como foi proposto neste estudo;
- Verificar qual é a porcentagem e/ou quantidade de amostras secundárias com má qualidade que impactam nas estimativas;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOEZIO, M. N. M. **Métodos Geoestatísticos para a incorporação da topografia como informação secundária no mapeamento do nível de água subterrânea.** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2004. 292p.

BOEZIO, M. N. M. **Estudo das metodologias alternativas da geoestatística multivariada aplicadas a estimativa de teores de depósitos de ferro.** Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2010. 430p.

CARR, J.D.; MEYERS, D.E.; GLASS C.H. Cokriging A computer program. **Computers & Geosciences**, v.11, n.2, p.111-127. 1985.

COSTA, J. F. **Developments in Recoverable Reserves Estimation and Ore Body Modelling.** Ph Thesis, WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland, Australia. 1997. 333p.

CHIEREGATI, A. C. **Reconciliação Pró-Ativa em Empreendimentos Mineiros.** Tese de Doutorado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Brasil. 2007. 201p.

DAVID, M. **Geostatistical Ore Reserve Estimation.** Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1977. 364p.

DERAISME, J.; STRYDOM, M. Estimation of iron ore resources integrating diamond and percussion drillholes. **Proceedings, 34th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries (APCOM- 2009)**, Vancouver, Canada. 2009. pp.1-8. CD-ROM.

DEUTSCH, C.V.; JOURNAL, A.G. **GSLIB - Geostatistical Software Library and User's Guide.** New York: Oxford University Press. 1998. 340p.

DINIZ, T.R.; MONTEIRO, C.; CUNHA, E.; CATARINO, M.; AUGUSTO, V.; GOMES, M. Correlation study between reverse circulation. **Proceedings, 5th WCBS Conference on Sampling and Blending (WCBS- 2011)**, Santiago, Chile. 2011. p. 277-285. (CD-ROM).

DONOVAN, P.N.; DEUTSCH, C.V. Cokriging with Multiple Data Types – Theory. **Proceedings, Report 16–2014**, Centre for Computational Geostatistics, University of Alberta, Edmonton, Canadá, Paper 2014-313. 2014. p.313(1)-313(11).

DONOVAN, P.N.; DEUTSCH, C.V. Resource Estimation with Multiple Data Types. **Proceedings**, Report 16–2014, Centre for Computational Geoestatics, University of Alberta, Edmonton, Canada, Paper 2014-314. 2014. p.314(1)-314(4).

DONOVAN, P.N.; DEUTSCH, C.V. Update of COKB3D Code. **Proceedings**, Report 16–2014, Centre for Computational Geoestatics, University of Alberta, Edmonton, Canada, Paper 2014-411. 2014. p 411(1)-411(7).

FARIA, J.A. **Aprimoramento do controle de qualidade de minério no planejamento de lavra a curto prazo: Estudo de caso**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Brasil .2010. 140p.

FONSECA, P. P. **Métodos Geoestatísticos de Co-estimativas: Aplicação ao dados do Campo Escola Namorado**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia, Universidade de São Paulo, Brasil. 2011. 129p.

GOOVAERTS, P. **Geoestatics for Natural Resources Evaluation**. New York:Oxford University Press. 1997. 483p.

GRIGORIEFF, A. **Desenvolvimento de um novo protocolo de amostragem de carvão mineral**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. 2002. 172p.

HAJJ, T. M. E.; CHIEREGATI, A. C.; DELBONI, J. H.; PIGNATARI, L. E. C. Illusory reconciliation: the importance of sample representativeness. **Revista da Escola de Minas**, v. 66, n. 3, p.383-389, 2013.

ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. New York: Oxford University Press, 1989. 561 p.

JOURNEL, A. G. **Geoestatics for Conditional Simulation of Ore Bodies**. Economic Geology. Mining Geoestatics, v. 69, n. 5, p.673-687, 1974.

JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. H. **Mining Geoestatics**. London: Academic Press, 1978. 600p.

KOPPE, V. C. **Metodologia para comparar a eficiência de alternativas para disposição de amostras**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 2009. 215 p.

MAGRI, E. V.; ORTIZ, J. C. Estimation of Economic Losses Due to poor Blast Hole Sampling in Open Pits, **Proceedings of Geostat**, 2000. p. 1-10. CD-ROM

MARCOTTE, D. Cokriging with Matlab. **Computers & Geosciences**, v. 17, n. 9, p. 1265-1280, 1991.

MATHERON, G. The Intrinsic Random Functions and Their Applications. **Advances in Applied Probability**, v. 5, n. 3, p. 439-468, 1973.

MINNITT, R. C. A.; DEUTSCH, C. V. Cokriging for optimal mineral resource. **The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, v. 114, n. 3, p. 189-203, 2014.

MYERS, D. E. Pseudo-crossvariograms, positive definiteness and cokriging. **Mathematical Geology**, v. 23, n. 6, p. 805-816, 1991.

OLEA, R. **Geostatistics for Engineers and Earth Scientists**. 1^a ed. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1999. 303p.

REUWSAAT, J. D. V. **Estudo de alternativas de e estimativa para jazidas de ferro utilizando dados heterotópicos**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 2011. 164p.

REVUELTA, M. B.; JIMENO, C. L. **Manual de evaluacion y diseño de explotaciones mineras**. 1. ed. Madrid: Editora Entorno Gráfico S.L, 1997. 708p.

SILVA, A.H.M. “**Descrição geológica do corpo estudado**”. Mensagem pessoal enviada para o autor. 09/07/215.

WACKERNAGEL, H. **Multivariate Geostatistics**. 2. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 291p.

WACKERNAGEL, H. **Multivariate Geostatistics**. 3. ed. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 387p.

WATANABE, J. **Métodos Geoestatísticos de Co-estimativas: Estudo do efeito da correlação entre variáveis na precisão dos resultados**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia, Universidade de São Paulo, Brasil, 2008. 89 p.

YATES, S. A User's Manual for the GEOPAK (Version 1.0): Geostatistical Software System:
U.S Environmental Protection Agency, Report n° EPA/600/8-9.