UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ENGENHARIA

TRABALHO DE CONCLUSÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Controle adaptativo de um processo de tratamento de petróleo através de linearização por realimentação de estados

Autor: Matheus Perin

Orientador: Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira

Porto Alegre, julho de 2015

Sumário

Sumário ii
Resumo iii
Abstract iv
Lista de Figuras v
Lista de Tabelas vi
Lista de Símbolos vii
Lista de Abreviaturas e Siglas ix
1 Introdução 1
1.1 Motivação 1
1.2 Objetivos 2
1.3 Estrutura do trabalho 2
2 Revisão Bibliográfica 3
2.1 Linearização por realimentação de estados 3
2.1.1 Sistemas com uma entrada e uma saída 3
2.1.2 Sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas 5
2.2 Controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) 6
2.2.1 MRAC para sistemas SISO de grau relativo um 7
2.2.2 MRAC para sistemas MIMO de grau relativo um 9
3 Formulação do Problema ou Estudo de Caso 10
3.1 Modelo do processo utilizado 10
3.2 Considerações sobre o modelo e justificativa 13
3.3 Síntese do controlador não-linear 13
3.4 Simulação 20
4 Resultados 21
4.1 Simulação do sistema 21
4.2 Discussão 27
5 Conclusões 28
6 Referências 29
7 Apêndices 30
7.1 Apêndice A: Modelagem do processo 30
7.2 Apêndice B: Valores numéricos das constantes 32

Resumo

O presente trabalho propõe o projeto e a simulação de um controlador não-linear multivariável adaptativo para um dado processo de uma plataforma de petróleo offshore, cujo modelo dinâmico é não-linear. O controlador foi projetado através da técnica de linearização por realimentação multivariável com adaptação paramétrica por modelo de referência (MRAC) visando manter as variáveis de interesse em valores adequados em regime permanente. A simulação do sistema de controle composto pelo modelo do processo e o controlador projetado foi realizada no ambiente Simulink® do software Matlab®, apresentando resultados satisfatórios para o que foi proposto.

Palavras Chave: controle não-linear, linearização por realimentação, MRAC.

Abstract

The present work proposes the project and simulation of a non-linear multivariable adaptive controller for an offshore oil treatment process, whose mathematic model is non-linear. The control system was projected with a multivariable feedback linearization approach with model reference parametric adaptation (MRAC) to maintain all the interest variables in suitable values. The control system was simulated at the Matlab® software's Simulink® environment, resulting in satisfactory results.

Keywords: non-linear control, feedback linearization, MRAC.

Lista de Figuras

Figura 1 - Diagrama de blocos do sistema linearizado. 4
Figura 2 - Planta de tratamento de óleo em uma plataforma 10
Figura 3 - Separador trifásico gravitacional 11
Figura 4 – Diagrama de blocos simplificado da simulação 20
Figura 5 – Resultados para $x1$ 21
Figura 6 - Resultados para $x2$ 21
Figura 7 - Resultados para $x3$ 22
Figura 8 - Resultados para $x4$ 22
Figura 9 - Resultados para $x5$ 23
Figura 10 - Resultados para $x6$ 23
Figura 11 - Resultados para $x7$ 24
Figura 12 - Resultados para $x8$ 24
Figura 13 - Resultados para $x9$ 25
Figura 14 - Resultados para $WV - TO1$ e $WV - TO2$ 25
Figura 15 - Resultados para $OV - TO1$ e $OV - TO2$ 26
Figura 16 - Resultados para $GV - TO1$ e $GV - TO2$ 26

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Valores numéricos das constantes para SG-01 32
Tabela 2 - Valores numéricos das constantes para TO1 e V-TO1 33
Tabela 3 - Valores numéricos das constantes para TO2 e V-TO2 34
Tabela 4 – Valores numéricos das demais constantes 35

Lista de Símbolos

m_1- Vazão de água que entra no tanque;

m_2- Vazão de óleo que entra no tanque;

m_3- Vazão de gás que entra no tanque;

m_4- Injeção de água para lavagem em TO2;

u_i- Abertura das válvulas de saída (óleo, água e gás);

k_i- Fatores constantes das válvulas de saída (óleo, água e gás);

P_{ext}- Pressão externa de saída dos tanques;

P_{gas}- Pressão das câmaras de gás;

$\bar{R}$- Constante universal dos gases;

V_{SG-01}- Volume de SG-01;

V_{V-TO1}- Volume de V-TO1;

V_{V-TO2}- Volume de V-TO2;

z- Fator de compressibilidade;

T_{SG-01}- Temperatura interna de SG-01;

T_{V-TO1}- Temperatura interna de V-TO1;

T_{V-TO2}- Temperatura interna de V-TO2;

MW- Peso molecular.

$R_{SG-01}, R_{V-TO1}, R_{TO1}, R_{V-TO2}, R_{TO2}$- Raios dos vasos dos tanques;

l^E_{SG-01}, l^D_{SG-01}- Comprimentos do separador SG-01 à esquerda e à direita do vertedouro;

$l_{V-TO1}, l_{TO1}, l_{V-TO2}, l_{TO2}$- Comprimentos dos tanques V-TO1, TO1, V-TO2 e TO2;

$\mathrm{W_{V-TO1}}, \mathrm{W_{V-TO2}}$- Fração de água nas entradas de V-TO1 e V-TO2, respectivamente;

$\mathrm{O_{V-TO1}}, \mathrm{O_{V-TO2}}$- Fração de óleo nas entradas de V-TO1 e V-TO2, respectivamente;

$\mathrm{G_{V-TO1}}, \mathrm{G_{V-TO2}}$- Fração de gás nas entradas de V-TO1 e V-TO2, respectivamente;

ρ_{AGUA} – Massa específica da água;

ρ_{OLEO} – Massa específica do óleo.

Lista de Abreviaturas e Siglas

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

UFBA – Universidade Federal da Bahia

UFPA – Universidade Federal do Pará

MRAC – Model Reference Adaptive Control

MRC - Model Reference Control

SISO – Single-input and single-output

MIMO – Multiple-input and multiple-output

1 Introdução

Sistemas de controle considerados lineares e invariantes no tempo, mesmo quando projetados corretamente, nem sempre apresentam resultados satisfatórios. Isso pode ocorrer por diversos motivos, tais como a presença de parâmetros desconhecidos e/ou variantes, sistemas com modelos não-lineares, entre outros. Muitas vezes a linearização de modelos não-lineares para a aplicação de técnicas de controle linear, geralmente mais simples e mais fáceis de utilizar, não apresenta o desempenho esperado para determinadas aplicações. Já a presença de parâmetros desconhecidos, ou até mesmo variantes com o tempo, pode levar um sistema de controle previamente bem projetado a se comportar de forma indesejada se não houver a atualização dos valores desses parâmetros conforme eles forem variando.

Existem diversas técnicas de controle não-linear para resolver esses problemas, sendo uma delas a linearização por realimentação de estados, que consiste na transformação de um sistema não-linear em um sistema linear equivalente através de mudança de variáveis e escolha adequada de entradas. Mesmo nesse caso, quando possível aplicar a técnica, muitas vezes o resultado não é satisfatório pois o problema da existência de parâmetros não conhecidos, variantes, etc. ainda não é resolvido. Assim, para esse tipo de problema, se faz necessária a utilização de técnicas de adaptação paramétrica em conjunto com as técnicas de controle não-linear.

1.1 Motivação

A principal motivação desse trabalho é dar sequência e aprofundamento aos estudos desenvolvidos pelo autor no projeto REDIC (Redes de Instrumentação e Controle) – Fase V na condição de bolsista de iniciação científica. Esse projeto, composto por colaboradores das instituições UFRN (Universidade Federal do Rio Grande do Norte), UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul), UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina), UFBA (Universidade Federal da Bahia) e UFPA (Universidade Federal do Pará), tinha como objetivo o estudo teórico e validação de modelos de simulação, técnicas de controle adaptativo e de controle preditivo não-linear aplicadas em refinarias e plataformas de petróleo, utilizadas em conjunto com outras técnicas para a otimização dos seus processos.

Assim sendo, a proposta do trabalho é realizar o controle de um processo de plataforma de petróleo utilizando-se técnicas de controle não-linear e de controle adaptativo conjuntamente em nível de simulação.

1.2 Objetivos

O principal objetivo desse trabalho é o projeto e simulação de controladores não-lineares via linearização por realimentação de estados com adaptação paramétrica para o processo proposto. Se deseja que as variáveis de saída do processo convirjam para os valores das referências e que os parâmetros adaptados convirjam para seus valores reais.

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está estruturado da seguinte maneira: na Seção 2, será apresentada a revisão bibliográfica, onde a teoria de todas as técnicas e conceitos utilizados para o projeto dos controladores é mostrada, junto com as devidas referências. Na Seção 3, é apresentado o modelo do processo utilizado e é realizada a síntese do controlador não-linear adaptativo. Na Seção 4, são apresentados os resultados de simulação com posterior análise e discussão. Já na Seção 5, são apresentadas as conclusões e trabalhos futuros, e por fim na Seção 6 estão as referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Linearização por realimentação de estados

2.1.1 Sistemas com uma entrada e uma saída

A linearização por realimentação de estados baseia-se na transformação da dinâmica não-linear de um sistema em uma nova dinâmica linear imposta através de uma lei de controle adequadamente escolhida. Considere-se o sistema de uma entrada e uma saída

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})u \\ y = h(\boldsymbol{x}) \end{cases} \qquad (1)$$

onde $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u \in \mathbb{R}$ é a entrada, $y \in \mathbb{R}$ a saída do sistema, $f(\boldsymbol{x}) \in \mathbb{R}^n$ e $g(\boldsymbol{x}) \in \mathbb{R}^n$ são vetores que descrevem a dinâmica do sistema e $h(\boldsymbol{x}) \in \mathbb{R}$ representa a saída em função dos estados do sistema.

Deseja-se que a variável de saída $y(\mathrm{t})$ acompanhe uma trajetória de referência dada por $y_r(\mathrm{t})$, assumindo $y_r(\mathrm{t})$ e suas derivadas de ordem superior variáveis conhecidas e limitadas. O primeiro passo para resolver essa questão é o uso da realimentação de estados (juntamente com a mudança de coordenadas no espaço de estados), com o intuito de se obter a transformação da dinâmica do sistema não-linear do ponto de vista entrada-saída em uma dinâmica linear e controlável.

Segundo ISIDORI (1995) e PEREIRA (1995), para um sistema não-linear da forma de (1) cujo grau relativo $\gamma = n$ é igual a dimensão do espaço de estados em um ponto $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^0$, a mudança de coordenadas é dada exatamente por

$$\begin{aligned} \Phi_1(\boldsymbol{x}) &= h(\boldsymbol{x}) \\ \Phi_2(\boldsymbol{x}) &= L_f h(\boldsymbol{x}) \\ &\vdots \\ \Phi_{n-1}(\boldsymbol{x}) &= L_f^{n-2} h(\boldsymbol{x}) \\ \Phi_n(\boldsymbol{x}) &= L_f^{n-1} h(\boldsymbol{x}) \end{aligned}$$

Ou seja, por $h(\boldsymbol{x})$ e por $n-1$ derivadas de Lie de $h(\boldsymbol{x})$ com relação a $f(\boldsymbol{x})$. Não havendo a necessidade de nenhuma função extra para completar a transformação, o sistema representado pelas novas coordenadas

$$z_i = \Phi_i(\boldsymbol{x}) = L_f^{i-1} h(\boldsymbol{x})$$

será da forma

$$\begin{aligned}
&\dot{z}_1 = z_2 \\
&\dot{z}_2 = z_3 \\
&\vdots \\
&\dot{z}_{n-1} = z_n \\
&\dot{z}_n = \alpha(\boldsymbol{z}) + \beta(\boldsymbol{z})u = L_f^n h(\boldsymbol{x}) + L_g L_f^{n-1} h(\boldsymbol{x})u
\end{aligned} \tag{2}$$

onde $\boldsymbol{z} = [z_1, z_2, \dots, z_n]$. Admitindo $\boldsymbol{x}$ um ponto qualquer próximo a $\boldsymbol{x}^0$ com $L_g L_f^{n-1} h(\boldsymbol{x}) \neq 0$, a lei de controle

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} h(\boldsymbol{x})}\left(-L_f^{n-1} h(\boldsymbol{x}) + v\right) \tag{3}$$

resultará em um sistema em malha fechada governado pelas seguintes equações

$$\begin{aligned}
&\dot{z}_1 = z_2 \\
&\dot{z}_2 = z_3 \\
&\vdots \\
&\dot{z}_{n-1} = z_n \\
&\dot{z}_n = v \quad .
\end{aligned}$$

Assim, conclui-se que qualquer sistema não-linear de grau relativo n representável na forma (2) em um ponto $\boldsymbol{x}$ próximo a $\boldsymbol{x}^0$ pode ser transformado em um sistema $\boldsymbol{z} = \Phi(\boldsymbol{x})$ representado pelo diagrama de blocos da figura 1.

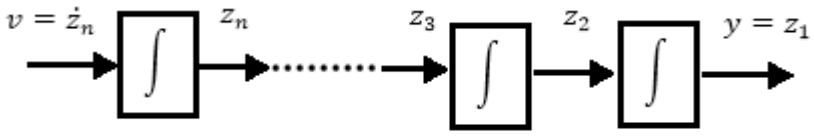

Figura 1 - Diagrama de blocos do sistema linearizado.

2.1.2 Sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas

Para um sistema não-linear multivariável com o mesmo número de entradas e saídas, da forma

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} g_i(\boldsymbol{x}) u_i \\ \boldsymbol{y} = [h_1(\boldsymbol{x})\ h_2(\boldsymbol{x})\ , \dots , h_m(\boldsymbol{x})]^T \end{cases} \tag{4}$$

com $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^m$e $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$, assumindo-se f, g_i, h_j suaves.

Ainda segundo ISIDORI (1995) e PEREIRA (1995), diferenciando a saída y_i em relação ao tempo, obtém-se

$$\dot{y}_j = L_f h_j(\boldsymbol{x}) + \sum_{i=1}^{m} \left(L_{g_i} h_j(\boldsymbol{x})\right) u_i\ . \tag{5}$$

Se cada um dos termos

$$L_{g_i} h_j(\boldsymbol{x}) = 0,$$

então as entradas não aparecerão em (5). Definindo γ_j como sendo o menor inteiro tal que no mínimo uma das entradas apareçam em $y_j^{\gamma_j}$, ou seja

$$y_j^{\gamma_j} = L_f^{\gamma_j} h_j(x) + \sum_{i=1}^{m} L_{g_i} \left(L_f^{\gamma_j - 1} h_j(\boldsymbol{x})\right) u_i \tag{6}$$

com no mínimo um dos termos

$$L_{g_i} \left(L_f^{\gamma_j - 1} h_j(\boldsymbol{x})\right) \neq 0$$

para todo $\boldsymbol{x}$ pertencente a região onde a linearização é válida. Definindo-se a matriz $E(\boldsymbol{x})$, conhecida como matriz de inversibilidade ou desacoplamento, como

$$E(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\gamma_1 - 1} h_1(\boldsymbol{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\gamma_1 - 1} h_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\gamma_m - 1} h_m(\boldsymbol{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\gamma_m - 1} h_m(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} \tag{7}$$

uma matriz quadrada de ordem m, pode-se reescrever a equação (6) na forma

$$\begin{bmatrix} y_1^{\gamma_1} \\ \vdots \\ y_m^{\gamma_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1} h_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m} h_m(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} + E(\boldsymbol{x}) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}. \qquad (8)$$

Se a matriz inversa $E(\boldsymbol{x})^{-1}$existir para todo $\boldsymbol{x}$ pertencente a região de interesse, a lei de controle por realimentação de estados

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = -E(\boldsymbol{x})^{-1} \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1} h_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m} h_m(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} + E(\boldsymbol{x})^{-1} \boldsymbol{v} \qquad (9)$$

resulta, em malha fechada, no seguinte sistema linear

$$\begin{bmatrix} y_1^{\gamma_1} \\ \vdots \\ y_m^{\gamma_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}. \qquad (10)$$

Assim, uma vez determinada a matriz $E(\boldsymbol{x})^{-1}$, determina-se o vetor $\boldsymbol{v}$ de entradas equivalentes, analogamente ao caso SISO (uma entrada e uma saída).

2.2 Controle adaptativo por modelo de referência (MRAC)

Em sistemas não-lineares de fase mínima, o objetivo do controlador é fazer a variável de saída do sistema, $y(t)$, seguir a variável de saída de um modelo de referência, $y_r(t)$. Essa abordagem é conhecida como Controle por Modelo de Referência (MRC). Para a sequência deste trabalho, o(s) modelo(s) de referência adotados, sejam SISO ou MIMO, serão representados pela seguinte equação no espaço de estados

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{r}} &= A_r \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{r}} + B_r \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{r}} &= C_r \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{r}} \end{aligned} \qquad (11)$$

onde o subíndice “r” significa que as variáveis e constantes em questão são de referência.

2.2.1 MRAC para sistemas SISO de grau relativo um

Conforme visto em ISIDORI (1995) e SASTRY e ISIDORI (1989), pode-se considerar um sistema não-linear SISO (uma entrada e uma saída) como em (1), com $L_g h(x) \neq 0$ (grau relativo um) e escrever $f(x)$ e $g(x)$ como

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n_1} \theta_i^1 f_i(x) \qquad (12)$$

$$g(x) = \sum_{j=1}^{n_2} \theta_j^2 g_j(x) \qquad (13)$$

com θ_i^1 , $i = 1,2,\dots,n_1$; θ_j^2, $j = 1,2,\dots,n_2$ parâmetros desconhecidos e $f_i(x)$ e $g_j(x)$ funções conhecidas. No instante de tempo t, as estimativas de $f_i(x)$ e $g_j(x)$ são

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^{n_1} \hat{\theta}_i^1 f_i(x)$$

$$\hat{g}(x) = \sum_{j=1}^{n_2} \hat{\theta}_j^2 g_j(x)$$

com $\hat{\theta}_i^1$ e $\hat{\theta}_j^2$ sendo as estimativas de θ_i^1 e θ_j^2, respectivamente. Consequentemente, a lei de controle definida em (3) fica sendo

$$u = \frac{1}{\widehat{L_g} h(x)} \left(-\widehat{L_f} h(\boldsymbol{x}) + v \right) \qquad (14)$$

onde $\widehat{L_g} h(\boldsymbol{x})$ e $\widehat{L_f} h(\boldsymbol{x})$ são as estimativas de $L_g h(x)$ e $L_f h(x)$.

Definindo-se $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n_1+n_2} = (\boldsymbol{\theta}^{1T}, \boldsymbol{\theta}^{2T})^T$ como o vetor dos parâmetros “reais” (ou seja, o vetor que contém os valores exatos dos parâmetros estimados), $\widehat{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbb{R}^{n_1+n_2}$ o vetor de parâmetros estimados e $\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\theta} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}$ o vetor de erro paramétrico, usando a lei de controle de (14) na derivada em relação ao tempo de (1), após alguns cálculos, obtém-se

$$\dot{y} = v + \boldsymbol{\phi}^{1T} \boldsymbol{w_1} + \boldsymbol{\phi}^{2T} \boldsymbol{w_2},$$

com

$$\boldsymbol{w_1} \in \mathbb{R}^{n_1} := \begin{bmatrix} L_{f_1} h(x) \\ \vdots \\ L_{f_{n_1}} h(x) \end{bmatrix} \qquad (15)$$

e

$$\boldsymbol{w_2} \in \mathbb{R}^{n_2} := \begin{bmatrix} L_{g_1}h(x) \\ \vdots \\ L_{g_{n_2}}h(x) \end{bmatrix} \frac{-L_f\widehat{h(x)}+v}{L_g\widehat{h(x)}} \quad . \qquad (16)$$

A lei de controle usada para o rastreamento é

$$v = \dot{y}_r + \alpha(y_r - y)$$

que leva à equação dinâmica do erro, relacionando $y - y_r := e$ ao vetor de erro paramétrico $\boldsymbol{\phi} = (\boldsymbol{\phi}^{1T}, \boldsymbol{\phi}^{2T})^T$:

$$\dot{e} + \alpha e = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{w}$$

sendo $\boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^{n_1+n_2}$ a concatenação de $\boldsymbol{w_1}$ e $\boldsymbol{w_2}$ e α o ganho de rastreamento do erro.

Após essas definições, é possível declarar o Teorema do Rastreamento Adaptativo (Adaptative Tracking).

Ao se considerar um sistema não-linear exponencialmente de fase mínima, descrito na forma (1) , sendo $f(x)$ e $g(x)$ representadas por (12) e (13) e definindo-se a lei de controle

$$u = \frac{1}{\widehat{L_g}h(\boldsymbol{x})}\left(-\widehat{L_f}h(\boldsymbol{x}) + \dot{y}_r + \alpha(y_r - y)\right), \qquad (17)$$

se $y_r(t)$ for limitado, a lei de adaptação paramétrica

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = -(y - y_r)\boldsymbol{w} \qquad (18)$$

resulta em $y(t)$ limitado convergindo assintoticamente para $y_r(t)$, com todas as variáveis do vetor de estados $\boldsymbol{x}(t)$ do sistema (1) limitadas.

A prova desse teorema e maiores detalhes sobre o que foi exposto nesta seção podem ser encontrados em ISIDORI (1995) e SASTRY e ISIDORI (1989).

2.2.2 MRAC para sistemas MIMO de grau relativo um

Segundo SASTRY e ISIDORI (1989), para sistemas de fase mínima com o mesmo número de entradas e saídas, i.e., sistemas quadrados, é possível obter uma formulação semelhante à desenvolvida na subseção 2.2.1 simplesmente substituindo a lei de controle (9) por

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = -\hat{E}(\boldsymbol{x})^{-1}\begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1}\widehat{h_1}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m}\widehat{h_m}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} + \hat{E}(\boldsymbol{x})^{-1}\boldsymbol{v}\ , \qquad (19)$$

onde o operador chapéu sobre as variáveis indica que são variáveis estimadas. Isto implica em

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1}\widehat{h_1}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m}\widehat{h_m}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} + E(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}\ .$$

Reescrevendo-se a equação (10), se obtém

$$\boldsymbol{y}^{\boldsymbol{\gamma_i}} = v + \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1}h_1(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m}h_m(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} L_f^{\gamma_1}\widehat{h_1}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m}\widehat{h_m}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}^T + E(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} - \hat{E}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}\ ,$$

onde $\boldsymbol{y}^{\boldsymbol{\gamma_i}}$ é o vetor de derivadas temporais das saídas do sistema. Esta equação pode ser reescrita, de forma reduzida, como

$$\boldsymbol{y}^{\boldsymbol{\gamma_i}} = \boldsymbol{v} + W\boldsymbol{\Phi}$$

Analogamente ao caso SISO, a lei de adaptação paramétrica para este caso passa a ser

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}} = -W(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y_r}) \qquad (20)$$

onde $\boldsymbol{\Phi} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de erros paramétricos e $W \in \mathbb{R}^{nxm}$ a matriz de regressão, sendo n o número de parâmetros a serem estimados e m o número de saídas do sistema.

3 Formulação do Problema ou Estudo de Caso

3.1 Modelo do processo utilizado

Os conceitos apresentados na seção anterior foram utilizados para a síntese de um controlador adaptativo multivariável com linearização por realimentação de estados para a seguinte planta de tratamento de petróleo em uma plataforma offshore.

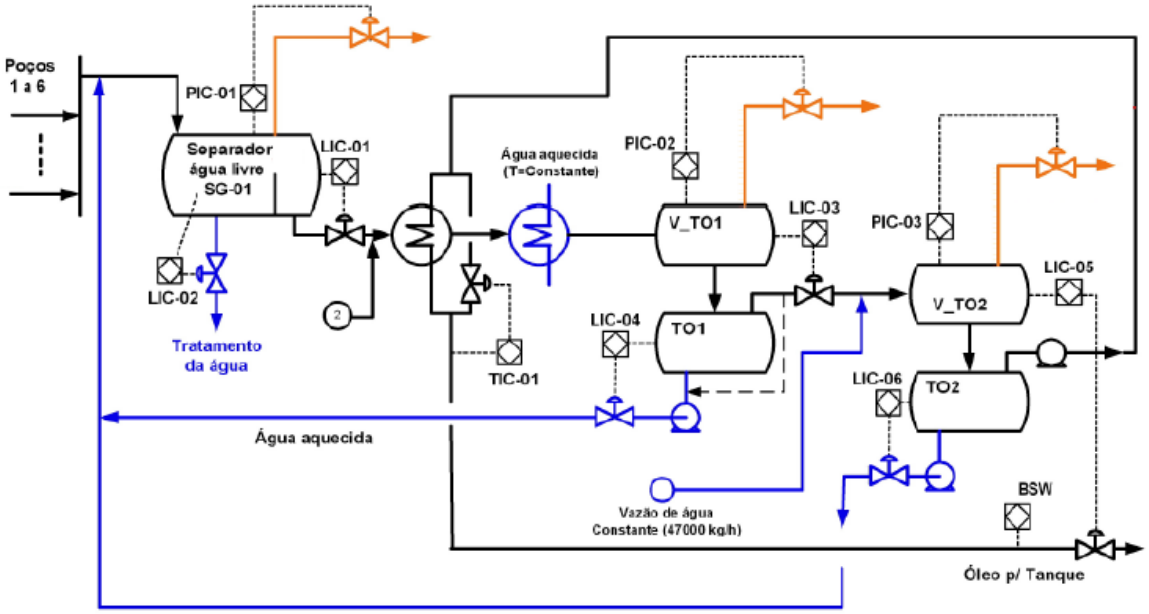

Figura 2 - Planta de tratamento de óleo em uma plataforma

O processo é constituído por um separador trifásico gravitacional (SG-01), dois tratadores eletrostáticos para separação água-óleo (TO1 e TO2) e dois vasos separadores bifásicos de óleo e gás (V-TO1 e V-TO2), conforme pode ser visto na Figura 2.

O objetivo de controle é manter em valores desejáveis os níveis de água, óleo e pressão do gás em cada um dos vasos. São três níveis de água, três níveis de óleo e três níveis de pressão de gás no total, totalizando 9 variáveis de estado. Para tanto, se dispõe de 9 válvulas, uma para cada variável de estado, totalizando então 9 entradas no sistema, além de seis medidores de nível (LIC-01 a LIC 06) e três medidores de pressão (PIC-01 a PIC-03).

Existem algumas abordagens para a modelagem deste tipo de processo, diferente da realizada neste trabalho, como feito por FILGUEIRAS (2005), porém para esses casos o objetivo é o estudo da eficiência do processo de separação de

água, óleo e gás, não o controle de seus níveis. Para este trabalho, onde o objetivo é manter em valores desejáveis os níveis de água, óleo e pressão de gás nos vasos que constituem a planta, é proposta uma modelagem simplificada do processo, semelhante à realizada por MENDES (2002) e UCHIYAMA (2013) e aos arquivos, informações e dados fornecidos pela empresa PETROBRAS durante a realização do projeto REDIC (Redes de Instrumentação e Controle) – Fase V. A modelagem completa se encontra no Apêndice A.

Iniciando com o separador trifásico SG-01, que servirá de base para os demais tanques, a Figura 3 ilustra resumidamente seu funcionamento.

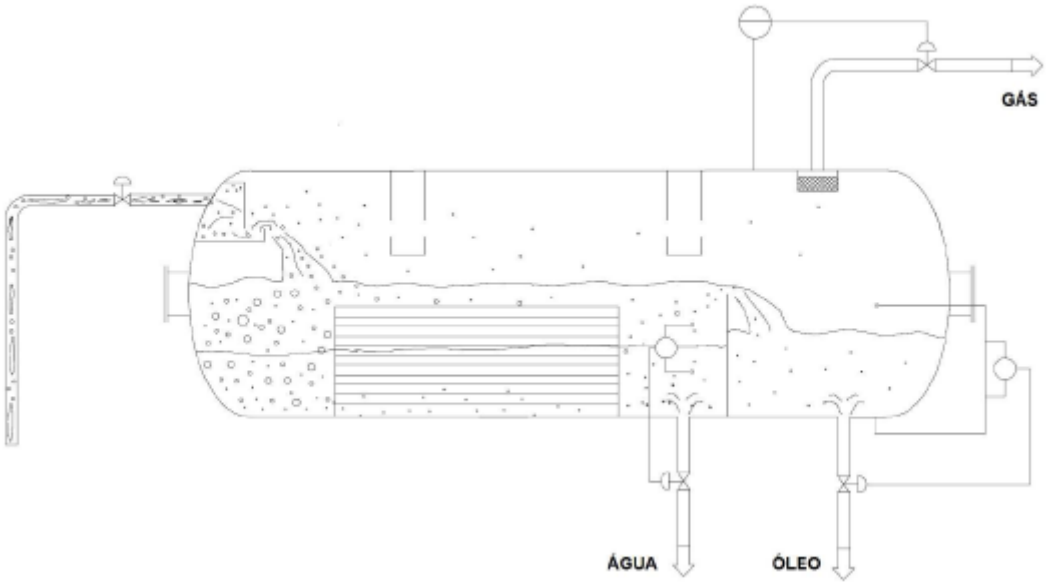

Figura 3 - Separador trifásico gravitacional

A mistura proveniente dos poços 1 a 6 entra no tanque à montante, que possui um anteparo que o divide para a separação de água e óleo. Como o óleo é menos denso que a água, acaba ficando na superfície e sendo deslocado para a direita, de onde sai através de uma válvula, enquanto a água fica à esquerda e também sai através de uma válvula. No topo, há uma válvula para a saída do gás. No modelo adotado, não existe interação entre o nível da interface de água e o nível do compartimento de óleo, pois não foi modelada uma vazão pelo vertedouro. A interação entre os controles de pressões e os níveis também só ocorre pela influência que as pressões tem nas vazões pelas válvulas.

Conforme comentado anteriormente, não se deseja simular a eficiência de separação, assim é considerado que cada corrente líquida do separador trifásico terá uma composição conhecida. Assim, a corrente de óleo terá um percentual de água (W_{V-TO1}, W_{V-TO2}) e um percentual de gás (G_{V-TO1}, G_{V-TO2}). Entretanto, para efeitos de aplicabilidade do método de adaptação paramétrica exposto na Seção 2, são consideradas também as frações de óleo na mistura, nesse caso O_{V-TO1} e O_{V-TO2}, que correspondem, respectivamente, a $(1 - W_{V-TO1} - G_{V-TO1})$ e $(1 - W_{V-TO2} - G_{V-TO2})$.

As variáveis de estado foram definidas da seguinte maneira: para SG-01, o nível de água é x_1, o nível de óleo é x_4 e a pressão do gás é x_7; para TO1, o nível de água é x_2; para V-TO1, o nível de óleo é x_5 e a pressão de gás é x_8; para TO2, o nível de água é x_3; e finalmente para V-TO2, o nível de óleo é x_6 e a pressão de gás é x_9. A escolha foi feita de tal forma que os subíndices 1, 2 e 3 designem os níveis de água, os subíndices 4, 5 e 6 os níveis de óleo e os subíndices 7, 8 e 9 as pressões de gás para SG-01, TO1 e V-TO1, TO2 e V-TO2, respectivamente. As demais variáveis e constantes com subíndice numerado de 1 a 9 seguem o mesmo padrão. As equações dinâmicas dos estados do sistema são:

$$\dot{x_1} = \frac{m_1}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_1)^2}\,l_{SG-01}^E} - \frac{u_1 k_1}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_1)^2}\,l_{SG-01}^E} \tag{21}$$

$$\dot{x_2} = \frac{u_4 k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\mathrm{W_{V\text{-}TO1}}}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO1}^2-(R_{TO1}-x_2)^2}\,l_{TO1}} - \frac{u_2 k_2}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO1}^2-(R_{TO1}-x_2)^2}\,l_{TO1}} \tag{22}$$

$$\dot{x_3} = \frac{u_5 k_5\sqrt{x_8-x_9}\,\mathrm{W_{V\text{-}TO2}}+m_4}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO2}^2-(R_{TO2}-x_3)^2}} - \frac{u_3 k_3}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO2}^2-(R_{TO2}-x_3)^2}\,l_{TO2}} \tag{23}$$

$$\dot{x_4} = \frac{m_2}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^D} - \frac{u_4 k_4\sqrt{x_7-x_8}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^D} \tag{24}$$

$$\dot{x_5} = \frac{u_4 k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\mathrm{O_{V\text{-}TO1}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\,l_{V-TO1}} - \frac{u_5 k_5\sqrt{x_8-x_9}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\,l_{V-TO1}} \tag{25}$$

$$\dot{x_6} = \frac{u_5 k_5\sqrt{x_8-x_9}\,\mathrm{O_{V\text{-}TO2}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2-(R_{V-TO2}-x_6)^2}\,l_{V-TO2}} - \frac{u_6 k_6\sqrt{x_9-P_{ext}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2-(R_{V-TO2}-x_6)^2}\,l_{V-TO2}} \tag{26}$$

$$\dot{x_7} = \frac{m_3 z\bar{R}T_{SG-01}}{V_{SG-01}\mathrm{MW}} - \frac{u_7 k_7\sqrt{x_7-P_{gas}}\,z\bar{R}T_{SG-01}}{V_{SG-01}\mathrm{MW}} \tag{27}$$

$$\dot{x_8} = \frac{u_4 k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\mathrm{G_{V\text{-}TO1}}z\bar{R}T_{V-TO1}}{V_{V-TO1}\mathrm{MW}} - \frac{u_8 k_8\sqrt{x_8-P_{gas}}\,z\bar{R}T_{V-TO1}}{V_{V-TO1}\mathrm{MW}} \tag{28}$$

$$\dot{x_9} = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\, \mathrm{G_{V\text{-}TO2}} z \bar{R} T_{V-TO2}}{V_{V-TO2}\mathrm{MW}} - \frac{u_9 k_9 \sqrt{x_9 - P_{gas}} z \bar{R} T_{V-TO2}}{V_{V-TO2}\mathrm{MW}} \tag{29}$$

Recomenda-se a consulta à lista de símbolos para melhor entendimento das equações.

3.2 Considerações sobre o modelo e justificativa

Conforme pode-se notar, o modelo apresenta não-linearidades em todas as suas equações dinâmicas. Ele também pode ser escrito no formato de (4), o que é conveniente para a síntese dos controladores desejados.

É importante ressaltar também que o modelo possui algumas constantes que são baseadas em valores médios estimados de eficiência de separação: $W_{V\text{-}TO1}$, $W_{V\text{-}TO2}$, $O_{V\text{-}TO1}$, $O_{V\text{-}TO2}$, $G_{V\text{-}TO1}$ e $G_{V\text{-}TO2}$. A realização de um controle com linearização por realimentação de estados nesse caso pode ter sua efetividade e até mesmo sua estabilidade comprometida, pois se o modelo possui parâmetros cujos valores são estimativas médias, o cancelamento das não-linearidades com a realimentação não é garantido.

3.3 Síntese do controlador não-linear

A síntese do controlador não-linear adaptativo para o modelo apresentado na subseção anterior foi realizada com base no desenvolvimento mostrado na seção 2, em especial nas subseções 2.1.2 e 2.2.2.

Assim sendo, com base na Equação (8), tem-se a matriz de inversibilidade

$$E(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_2(\boldsymbol{x}) & 0 & f_4(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3(\boldsymbol{x}) & 0 & f_8(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_5(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_6(\boldsymbol{x}) & f_9(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{10}(\boldsymbol{x}) & f_{12}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{13}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_7(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & f_{14}(\boldsymbol{x}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{11}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & f_{15}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} \tag{30}$$

onde

$$f_1(\boldsymbol{x}) = L_{g_1} L_f h_1(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_1}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_1)^2}\, l_{SG-01}^E} \tag{31}$$

$$f_2(\boldsymbol{x}) = L_{g_2} L_f h_2(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_2}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO1}^2-(R_{TO1}-x_2)^2}\, l_{TO1}} \tag{32}$$

$$f_3(\boldsymbol{x}) = L_{g_3} L_f h_3(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_3}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO2}^2-(R_{TO2}-x_3)^2}\, l_{TO2}} \tag{33}$$

$$f_4(\boldsymbol{x}) = L_{g_4} L_f h_2(\boldsymbol{x}) = \frac{k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\mathrm{W_{V\text{-}TO1}}}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO1}^2-(R_{TO1}-x_2)^2}\, l_{TO1}} \tag{34}$$

$$f_5(\boldsymbol{x}) = L_{g_4} L_f h_4(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_4\sqrt{x_7-x_8}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\, l_{SG-01}^D} \tag{35}$$

$$f_6(\boldsymbol{x}) = L_{g_4} L_f h_5(\boldsymbol{x}) = \frac{k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\mathrm{O_{V\text{-}TO1}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\, l_{V-TO1}} \tag{36}$$

$$f_7(\boldsymbol{x}) = L_{g_4} L_f h_8(\boldsymbol{x}) = \frac{k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\mathrm{G_{V\text{-}TO1}} z\bar{R}T_{V-TO1}}{V_{V-TO1}\mathrm{MW}} \tag{37}$$

$$f_8(\boldsymbol{x}) = L_{g_5} L_f h_3(\boldsymbol{x}) = \frac{k_5\sqrt{x_8-x_9}\,\mathrm{W_{V\text{-}TO2}}}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO2}^2-(R_{TO2}-x_3)^2}\, l_{TO2}} \tag{38}$$

$$f_9(\boldsymbol{x}) = L_{g_5} L_f h_5(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_5\sqrt{x_8-x_9}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\, l_{V-TO1}} \tag{39}$$

$$f_{10}(\boldsymbol{x}) = L_{g_5} L_f h_6(\boldsymbol{x}) = \frac{k_5\sqrt{x_8-x_9}\,\mathrm{O_{V\text{-}TO2}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2-(R_{V-TO2}-x_6)^2}\, l_{V-TO2}} \tag{40}$$

$$f_{11}(\boldsymbol{x}) = L_{g_5} L_f h_9(\boldsymbol{x}) = \frac{k_5\sqrt{x_8-x_9}\,\mathrm{G_{V\text{-}TO2}} z\bar{R}T_{V-TO2}}{V_{V-TO2}\mathrm{MW}} \tag{41}$$

$$f_{12}(\boldsymbol{x}) = L_{g_6} L_f h_6(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_6\sqrt{x_9-P_{ext}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2-(R_{V-TO2}-x_6)^2}\, l_{V-TO2}} \tag{42}$$

$$f_{13}(\boldsymbol{x}) = L_{g_7} L_f h_7(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_7\sqrt{x_7-P_{ext}}\, z\bar{R}T_{SG-01}}{V_{SG-01}\mathrm{MW}} \tag{43}$$

$$f_{14}(\boldsymbol{x}) = L_{g_8} L_f h_8(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_8\sqrt{x_8-P_{ext}}\, z\bar{R}T_{V-TO1}}{V_{V-TO1}\mathrm{MW}} \tag{44}$$

$$f_{15}(\boldsymbol{x}) = L_{g_9} L_f h_9(\boldsymbol{x}) = \frac{-k_9\sqrt{x_9-P_{ext}}\, z\bar{R}T_{V-TO2}}{V_{V-TO2}\mathrm{MW}}. \tag{45}$$

e cuja inversa é

$$E(\boldsymbol{x})^{-1} = \begin{bmatrix} f_{16}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{17}(\boldsymbol{x}) & 0 & f_{19}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{18}(\boldsymbol{x}) & f_{20}(\boldsymbol{x}) & f_{26}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{21}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{22}(\boldsymbol{x}) & f_{27}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{23}(\boldsymbol{x}) & f_{28}(\boldsymbol{x}) & f_{30}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{31}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{24}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & f_{32}(\boldsymbol{x}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{25}(\boldsymbol{x}) & f_{29}(\boldsymbol{x}) & 0 & 0 & 0 & f_{33}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}, \quad (46)$$

onde

$$f_{16}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_1)^2}\,l_{SG-01}^{E}}{k_1} \quad (47)$$

$$f_{17}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO1}^2-(R_{TO1}-x_2)^2}\,l_{TO1}}{k_2} \quad (48)$$

$$f_{18}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO2}^2-(R_{TO2}-x_3)^2}\,l_{TO2}}{k_3} \quad (49)$$

$$f_{19}(\boldsymbol{x}) = \frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^{D}\mathrm{W}_{\text{V-TO1}}}{k_1} \quad (50)$$

$$f_{20}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^{D}\mathrm{W}_{\text{V-TO2}}\,\mathrm{O}_{\text{V-TO1}}}{k_8} \quad (51)$$

$$f_{21}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^{D}}{k_4\sqrt{x_7-x_8}} \quad (52)$$

$$f_{22}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^{D}\mathrm{O}_{\text{V-TO1}}}{-k_5\sqrt{x_8-x_9}} \quad (53)$$

$$f_{23}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2-(R_{V-TO2}-x_6)^2}\,l_{V-TO2}\mathrm{O}_{\text{V-TO1}}\mathrm{O}_{\text{V-TO2}}}{k_6\sqrt{x_9-P_{ext}}} \quad (54)$$

$$f_{24}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^{D}\,\mathrm{G}_{\text{V-TO1}}}{k_8\sqrt{x_8-P_{ext}}} \quad (55)$$

$$f_{25}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^{D}\mathrm{O}_{\text{V-TO1}}\,\mathrm{G}_{\text{V-TO2}}}{k_9\sqrt{x_9-P_{ext}}} \quad (56)$$

$$f_{26}(\boldsymbol{x}) = \frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\,l_{V-TO1}\mathrm{W}_{\text{V-TO2}}}{k_8} \quad (57)$$

$$f_{27}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\,l_{V-TO1}}{k_5\sqrt{x_8-x_9}} \quad (58)$$

$$f_{28}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\,l_{V-TO1}\mathrm{O}_{\text{V-TO2}}}{k_6\sqrt{x_9-P_{ext}}} \tag{59}$$

$$f_{29}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\,l_{V-TO1}\ \mathrm{G}_{\text{V-TO2}}}{k_9\sqrt{x_9-P_{ext}}} \tag{60}$$

$$f_{30}(\boldsymbol{x}) = -\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2-(R_{V-TO2}-x_6)^2}\,l_{V-TO2}}{k_6\sqrt{x_9-P_{ext}}} \tag{61}$$

$$f_{31}(\boldsymbol{x}) = -\frac{V_{SG-01}\mathrm{MW}}{k_7\sqrt{x_7-P_{ext}}\,z\bar{R}T_{SG-01}} \tag{62}$$

$$f_{32}(\boldsymbol{x}) = -\frac{V_{V-TO1}\mathrm{MW}}{k_8\sqrt{x_8-P_{ext}}\,z\bar{R}T_{V-TO1}} \tag{63}$$

$$f_{33}(\boldsymbol{x}) = -\frac{V_{V-TO2}\mathrm{MW}}{k_9\sqrt{x_9-P_{ext}}\,z\bar{R}T_{V-TO2}}. \tag{64}$$

Dessa forma, é possível escrever a lei de controle conforme descrita nas equações (9) e (19). Assim, obtém-se

$$u_1 = \frac{m_1}{k_1} - v_1\left(\frac{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_1)^2}\,l_{SG-01}^E}{k_1}\right) \tag{65}$$

$$u_2 = \frac{u_4k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\widehat{W}_{\text{V-TO1}}}{k_2} - v_2\left(\frac{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO1}^2-(R_{TO1}-x_2)^2}\,l_{TO1}}{k_2}\right) \tag{66}$$

$$u_3 = \frac{u_5k_5\sqrt{x_8-x_9}\ \widehat{W}_{\text{V-TO2}}+m_4}{k_3} - v_3\left(\frac{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO2}^2-(R_{TO2}-x_3)^2}\,l_{TO2}}{k_3}\right) \tag{67}$$

$$u_4 = \frac{m_2}{k_4\sqrt{x_7-x_8}} - v_4\left(\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{SG-01}^2-(R_{SG-01}-x_4)^2}\,l_{SG-01}^D}{k_4\sqrt{x_7-x_8}}\right) \tag{68}$$

$$u_5 = \frac{u_4k_4\sqrt{x_7-x_8}\,\hat{O}_{\text{V-TO1}}}{k_5\sqrt{x_8-x_9}} - v_5\left(\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2-(R_{V-TO1}-x_5)^2}\,l_{V-TO1}}{k_5\sqrt{x_8-x_9}}\right) \tag{69}$$

$$u_6 = \frac{u_5k_5\sqrt{x_8-x_9}\,\hat{O}_{\text{V-TO2}}}{k_6\sqrt{x_9-P_{ext}}} - v_6\left(\frac{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2-(R_{V-TO2}-x_6)^2}\,l_{V-TO2}}{k_6\sqrt{x_9-P_{ext}}}\right) \tag{70}$$

$$u_7 = \frac{m_3}{k_7\sqrt{x_7-P_{gas}}} - v_7\left(\frac{V_{SG-01}\mathrm{MW}}{k_7\sqrt{x_7-P_{gas}}\,z\bar{R}T_{SG-01}}\right) \tag{71}$$

$$u_8 = \frac{u_4 k_4 \sqrt{x_7 - x_8}\, \hat{G}_{\text{V-TO1}}}{k_8 \sqrt{x_8 - P_{gas}}} - v_8 \left(\frac{V_{V-TO1}\text{MW}}{k_8 \sqrt{x_8 - P_{gas}} z \bar{R} T_{V-TO1}} \right) \tag{72}$$

$$u_9 = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\, \hat{G}_{\text{V-TO2}}}{k_9 \sqrt{x_9 - P_{gas}}} - v_9 \left(\frac{V_{V-TO2}\text{MW}}{k_9 \sqrt{x_9 - P_{gas}} z \bar{R} T_{V-TO2}} \right) \tag{73}$$

onde $\boldsymbol{u} = [u_1, \dots, u_9]^T$é o vetor de entradas do sistema e $\boldsymbol{v} = [v_1, \dots, v_9]^T$ é o vetor que contém as dinâmicas impostas a cada estado do vetor $\boldsymbol{x}$.

O vetor de erros paramétricos foi definido como

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} W_{V-TO1} - \widehat{W}_{V-TO1} \\ W_{V-TO2} - \widehat{W}_{V-TO2} \\ O_{V-TO1} - \hat{O}_{V-TO1} \\ O_{V-TO2} - \hat{O}_{V-TO2} \\ G_{V-TO1} - \hat{G}_{V-TO1} \\ G_{V-TO2} - \hat{G}_{V-TO2} \end{bmatrix}, \tag{74}$$

e a matriz de erros paramétricos

$$W = \begin{bmatrix} 0 & L_f\widehat{h_2(\boldsymbol{x})} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_f\widehat{h_3(\boldsymbol{x})} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_f\widehat{h_5(\boldsymbol{x})} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_f\widehat{h_6(\boldsymbol{x})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_f\widehat{h_8(\boldsymbol{x})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_f\widehat{h_9(\boldsymbol{x})} \end{bmatrix} \tag{75}$$

onde

$$L_f\widehat{h_2(\boldsymbol{x})} = \frac{u_4 k_4 \sqrt{x_7 - x_8}\, \widehat{W}_{\text{V-TO1}}}{2\rho_{AGUA} \sqrt{R_{TO1}^2 - (R_{TO1} - x_2)^2}\, l_{TO1}} \tag{76}$$

$$L_f\widehat{h_3(\boldsymbol{x})} = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\, \widehat{W}_{\text{V-TO2}} + m_4}{2\rho_{AGUA} \sqrt{R_{TO2}^2 - (R_{TO2} - x_3)^2}\, l_{TO2}} \tag{77}$$

$$L_f\widehat{h_5(\boldsymbol{x})} = \frac{u_4 k_4 \sqrt{x_7 - x_8}\,\hat{O}_{\text{V-TO1}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2 - (R_{V-TO1} - x_5)^2}\, l_{V-TO1}} \qquad (78)$$

$$L_f\widehat{h_6(\boldsymbol{x})} = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\,\hat{O}_{\text{V-TO2}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2 - (R_{V-TO2} - x_6)^2}\, l_{V-TO2}} \qquad (79)$$

$$L_f\widehat{h_8(\boldsymbol{x})} = \frac{u_4 k_4 \sqrt{x_7 - x_8}\,\hat{G}_{\text{V-TO1}} z \bar{R} T_{V-TO1}}{V_{V-TO1}\text{MW}} \qquad (80)$$

$$L_f\widehat{h_9(\boldsymbol{x})} = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\,\hat{G}_{\text{V-TO2}} z \bar{R} T_{V-TO2}}{V_{V-TO2}\text{MW}}. \qquad (81)$$

Com base nas equações (76) a (81), é possível escrever a lei de adaptação paramétrica nos moldes da Equação (20), resultando em

$$\begin{bmatrix} -\dot{\hat{W}}_{V-TO1} \\ -\dot{\hat{W}}_{V-TO2} \\ -\dot{\hat{O}}_{V-TO1} \\ -\dot{\hat{O}}_{V-TO2} \\ -\dot{\hat{G}}_{V-TO1} \\ -\dot{\hat{G}}_{V-TO2} \end{bmatrix} = -W \begin{bmatrix} y_1 - y_{r_1} \\ y_2 - y_{r_2} \\ y_3 - y_{r_3} \\ y_4 - y_{r_4} \\ y_5 - y_{r_5} \\ y_6 - y_{r_6} \\ y_7 - y_{r_7} \\ y_8 - y_{r_8} \\ y_9 - y_{r_9} \end{bmatrix}, \qquad (82)$$

com $\boldsymbol{y_r} = \left[y_{r_1}, \dots, y_{r_9}\right]^T$ definido como o vetor das saídas do modelo de referência.

Dessa forma, a partir da Equação (82), se obtém as equações dinâmicas da adaptação paramétrica para cada parâmetro:

$$\dot{\widehat{W}}_{V-TO1} = \frac{u_4 k_4 \sqrt{x_7 - x_8}\,\widehat{W}_{\text{V-TO1}}}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO1}^2 - (R_{TO1} - x_2)^2}\, l_{TO1}} \left(y_2 - y_{r_2}\right) \qquad (83)$$

$$\dot{\widehat{W}}_{V-TO2} = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\,\widehat{W}_{\text{V-TO2}} + m_4}{2\rho_{AGUA}\sqrt{R_{TO2}^2 - (R_{TO2} - x_3)^2}\, l_{TO2}} \left(y_3 - y_{r_3}\right) \qquad (84)$$

$$\dot{\widehat{O}}_{V-TO1} = \frac{u_4 k_4 \sqrt{x_7 - x_8}\,\widehat{O}_{\text{V-TO1}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO1}^2 - (R_{V-TO1} - x_5)^2}\, l_{V-TO1}} \left(y_5 - y_{r_5}\right) \qquad (85)$$

$$\dot{\widehat{O}}_{V-TO2} = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\,\widehat{O}_{\text{V-TO2}}}{2\rho_{OLEO}\sqrt{R_{V-TO2}^2 - (R_{V-TO2} - x_6)^2}\, l_{V-TO2}} \left(y_6 - y_{r_6}\right) \qquad (86)$$

$$\dot{\widehat{G}}_{V-TO1} = \frac{u_4 k_4 \sqrt{x_7 - x_8}\,\widehat{G}_{\text{V-TO1}} z \bar{R} T_{V-TO1}}{V_{V-TO1}\text{MW}} \left(y_8 - y_{r_8}\right) \qquad (87)$$

$$\dot{\widehat{G}}_{V-TO2} = \frac{u_5 k_5 \sqrt{x_8 - x_9}\,\widehat{G}_{\text{V-TO2}} z \bar{R} T_{V-TO2}}{V_{V-TO2}\text{MW}} \left(y_9 - y_{r_9}\right) \qquad (88)$$

Assim sendo, só falta definir o modelo de referência para se poder realizar a simulação do sistema. Neste caso, ela foi escolhida como na Equação (11), com

$$A_r = -0{,}5\ \mathbb{I}_9 \qquad (89)$$

$$B_r = 0{,}5\ \mathbb{I}_9 \qquad (90)$$

$$C_r = \mathbb{I}_9\ , \qquad (91)$$

sendo $\mathbb{I}_n$ a representação da matriz identidade de dimensão n.

Essa escolha se justifica pela intenção de que a função de transferência entre cada estado e respectiva entrada seja de primeira ordem com ganho estático unitário para garantir o seguimento de referências do tipo salto com erro nulo em regime permanente. O valor da constante de tempo de cada uma dessas funções de transferência (duas horas aproximadamente) foi escolhido de maneira a não saturar nenhum dos sinais de controle das válvulas, ao mesmo tempo que mantendo dinâmicas típicas para o processo em questão.

3.4 Simulação

A simulação foi realizada com auxílio do software Matlab/Simulink®, utilizando o sistema descrito pelas equações (21) a (29), com as leis de controle das equações (65) a (73), as leis de adaptação paramétrica das equações (83) a (88) e utilizando o modelo de referência descrito nas equações (89) a (91).

Os valores iniciais do vetor de estados, do vetor de parâmetros adaptados e do vetor de referências $\boldsymbol{r} = [r_1, \dots, r_9]^T$ usado como entrada do sistema, contendo os valores desejados para as saídas do sistema em regime permanente são, respectivamente

$$\begin{bmatrix} x_1{}^0 \\ x_2{}^0 \\ x_3{}^0 \\ x_4{}^0 \\ x_5{}^0 \\ x_6{}^0 \\ x_7{}^0 \\ x_8{}^0 \\ x_9{}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}335\ m \\ 0{,}813\ m \\ 0{,}813\ m \\ 1{,}480\ m \\ 0{,}650 m \\ 0{,}650\ m \\ 18\ kgf/cm^2 \\ 5\ kgf/cm^2 \\ 2\ kgf/cm^2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \widehat{W}_{V-TO1}{}^0 \\ \widehat{W}_{V-TO2}{}^0 \\ \widehat{O}_{V-TO1}{}^0 \\ \widehat{O}_{V-TO2}{}^0 \\ \widehat{G}_{V-TO1}{}^0 \\ \widehat{G}_{V-TO2}{}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}300 \\ 0{,}020 \\ 0{,}800 \\ 0{,}870 \\ 0{,}010 \\ 0{,}025 \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \\ r_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3{,}0\ m \\ 1{,}0\ m \\ 1{,}5\ m \\ 1{,}5\ m \\ 1{,}0\ m \\ 1{,}2\ m \\ 23\ kgf/cm^2 \\ 8\ kgf/cm^2 \\ 2{,}4\ kgf/cm^2 \end{bmatrix}.$$

Os valores numéricos das constantes presentes nas equações utilizadas na simulação se encontram no Apêndice B.

A Figura 4 apresenta um diagrama de blocos simplificado da simulação realizada.

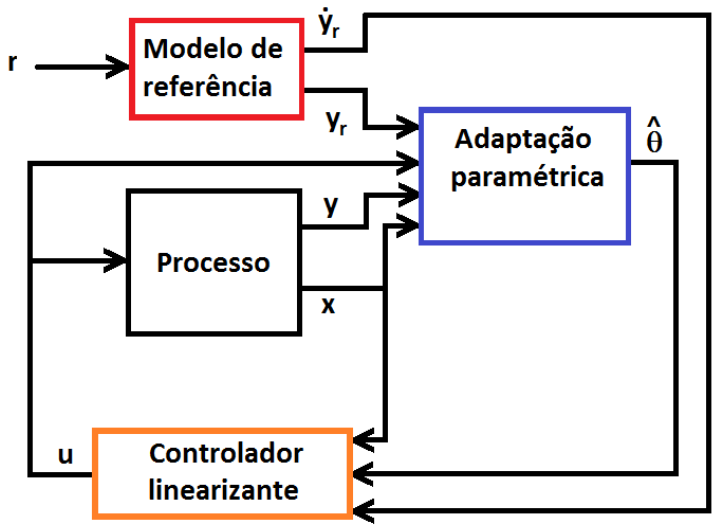

Figura 4 – Diagrama de blocos simplificado da simulação

4 Resultados

4.1 Simulação do sistema

Os resultados obtidos após simulação do sistema no software Matlab/Simulink® para as saídas do sistema e variáveis adaptadas seguem abaixo.

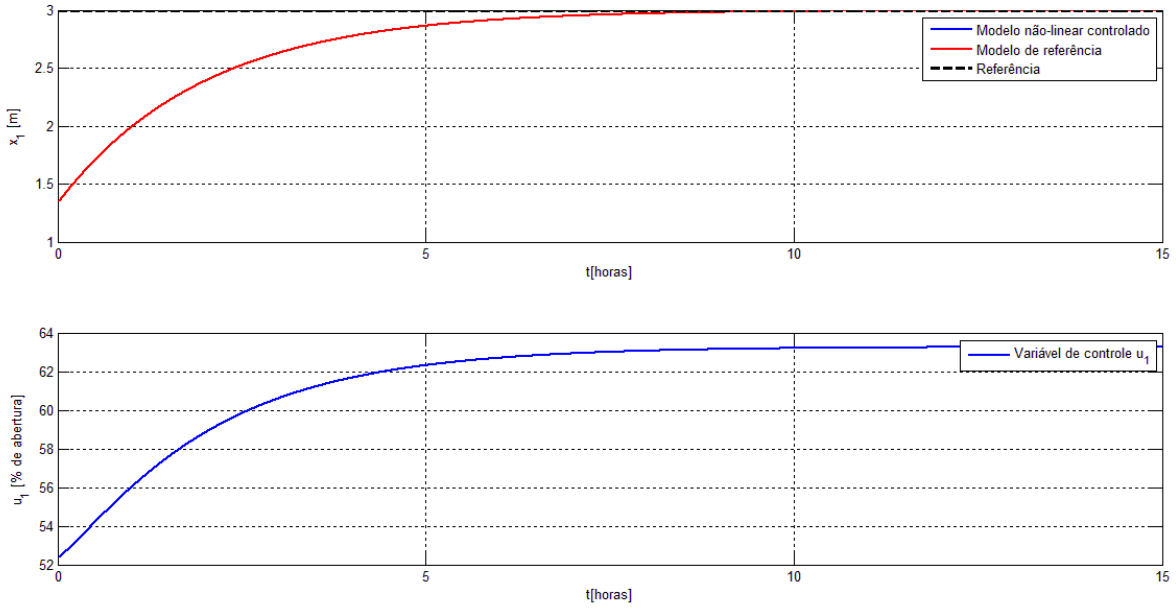

Figura 5 – Resultados para x_1

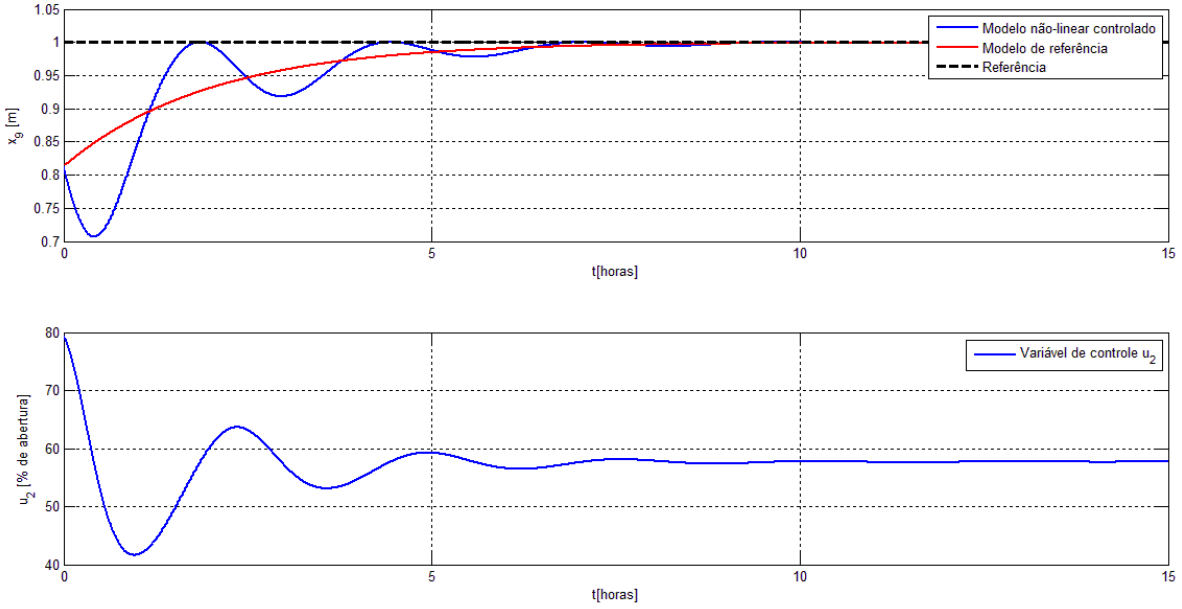

Figura 6 - Resultados para x_2

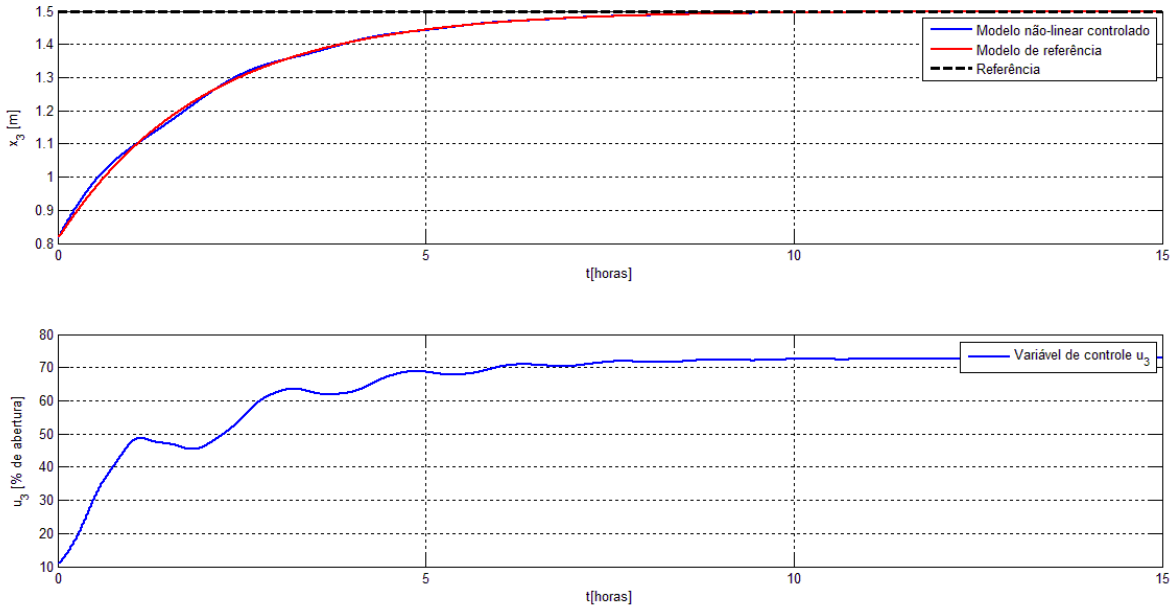

Figura 7 - Resultados para x_3

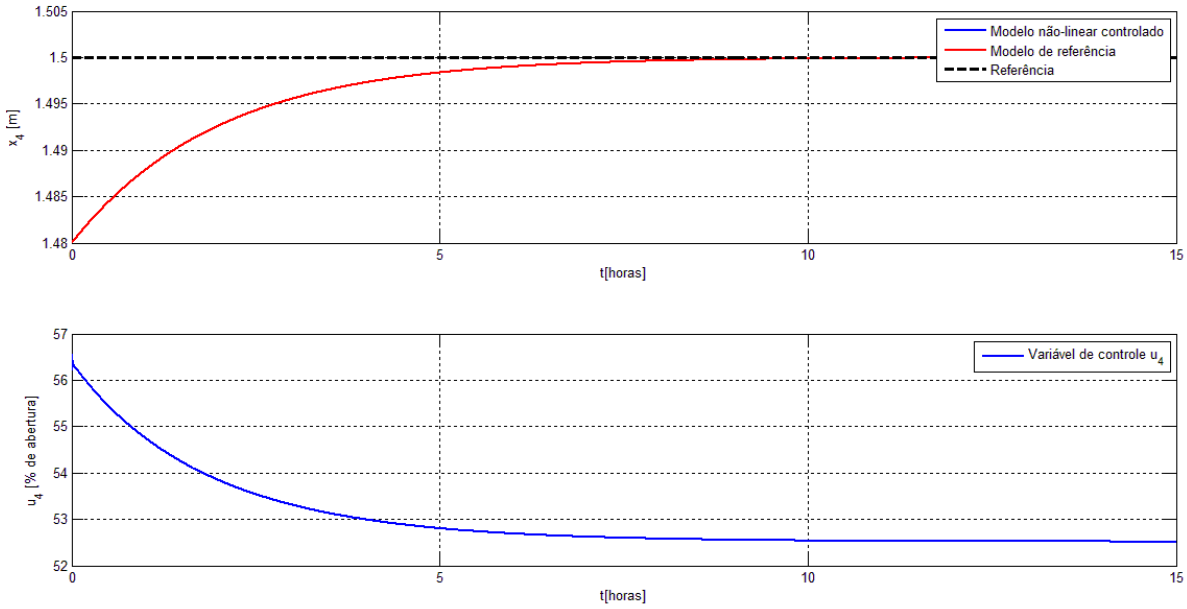

Figura 8 - Resultados para x_4

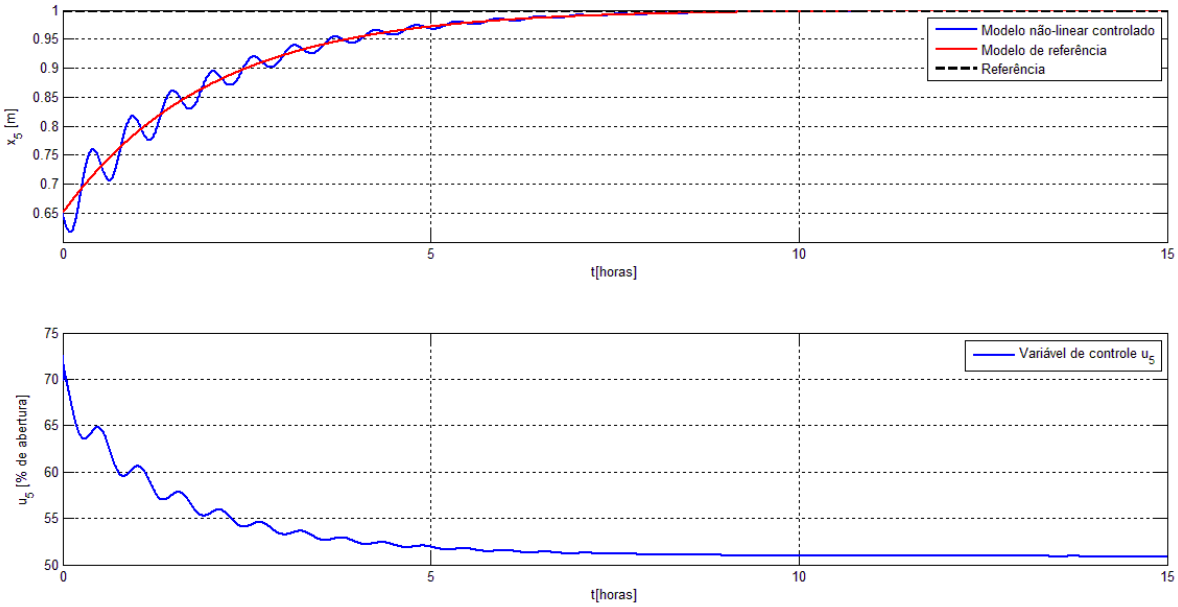

Figura 9 - Resultados para x_5

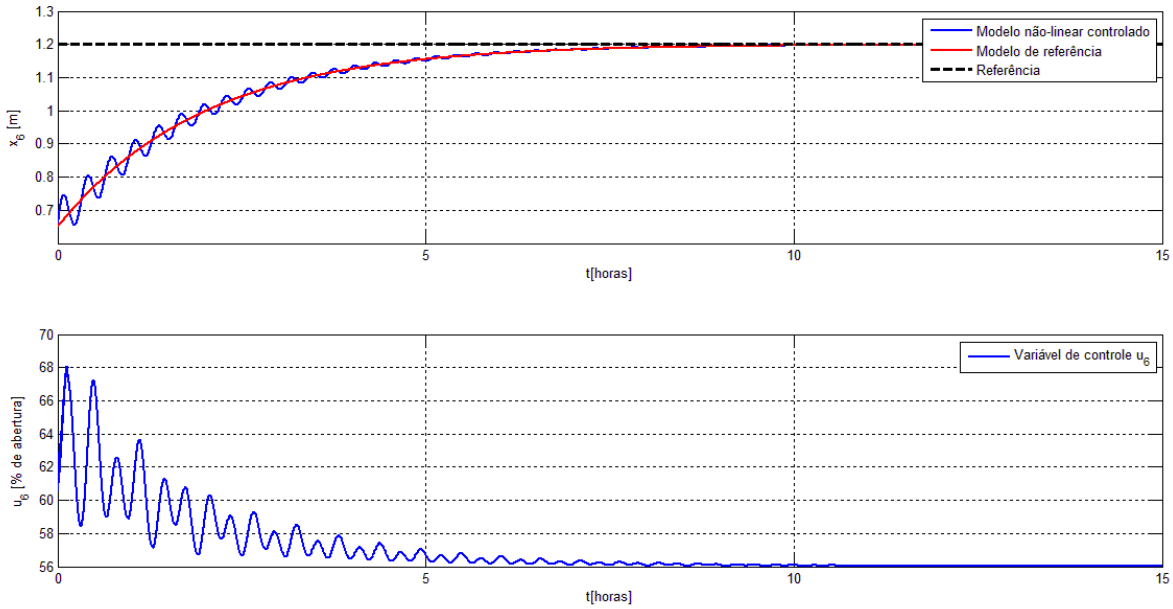

Figura 10 - Resultados para x_6

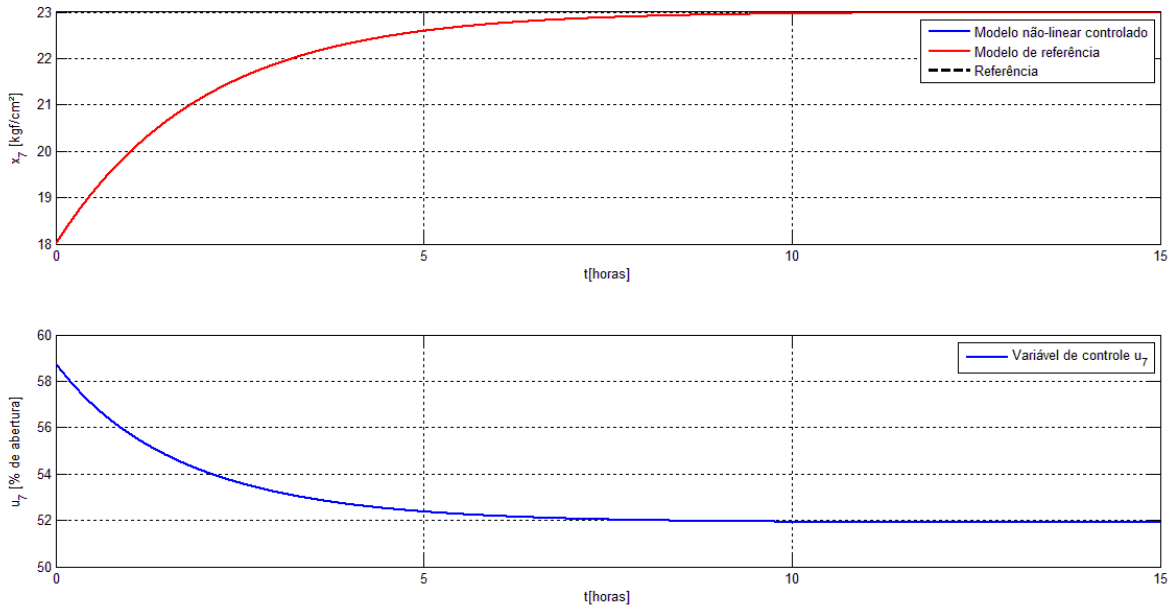

Figura 11 - Resultados para x_7

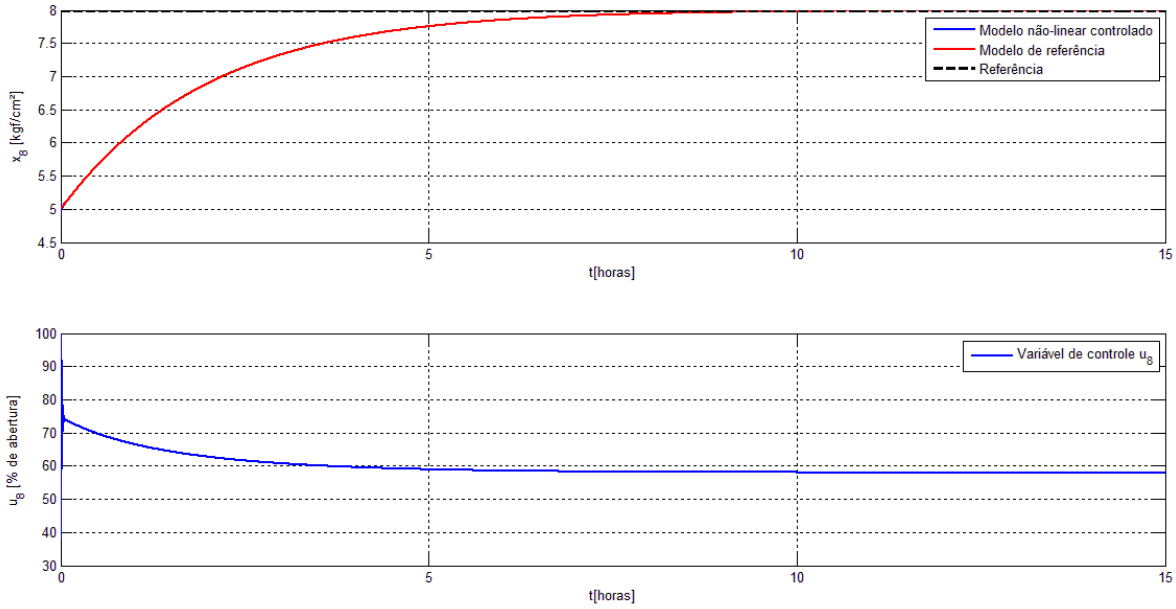

Figura 12 - Resultados para x_8

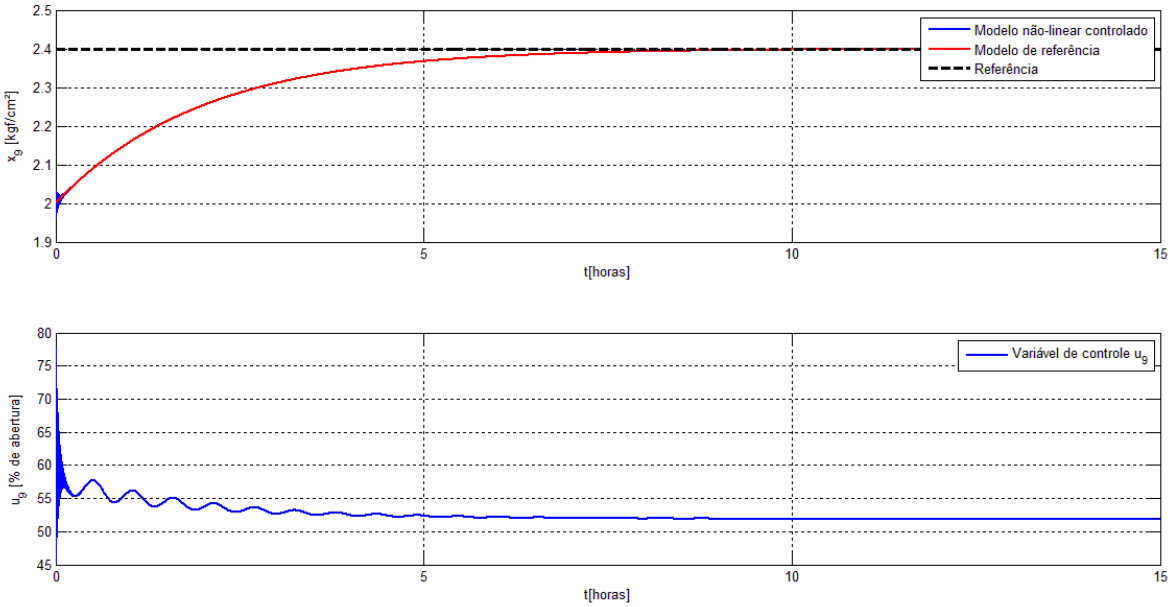

Figura 13 - Resultados para x_9

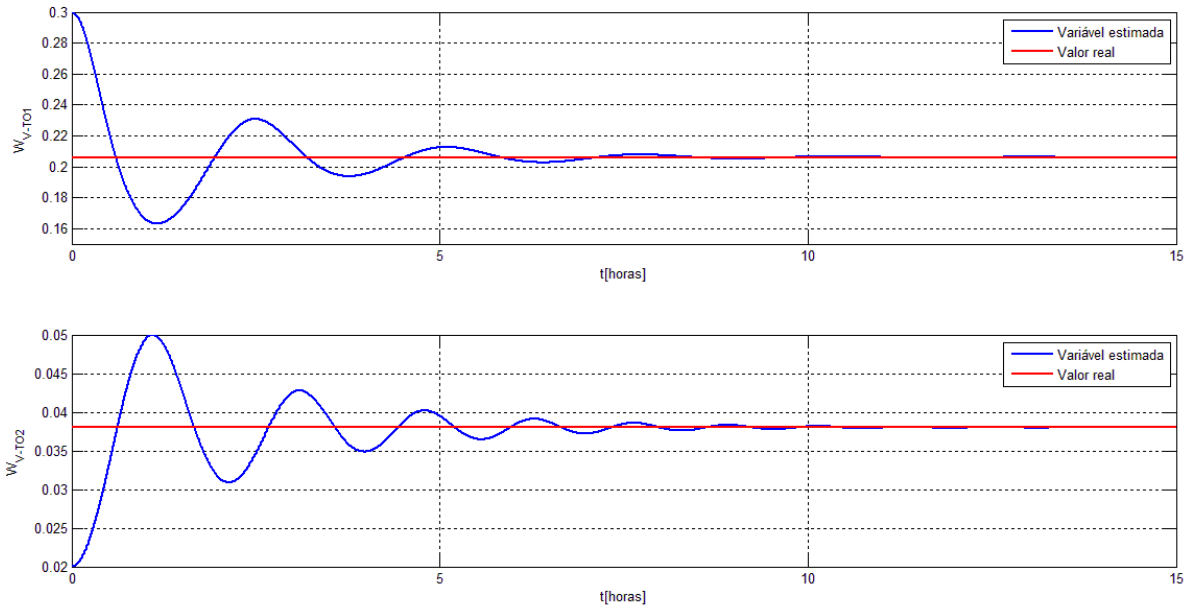

Figura 14 - Resultados para W_{V-TO1} e W_{V-TO2}

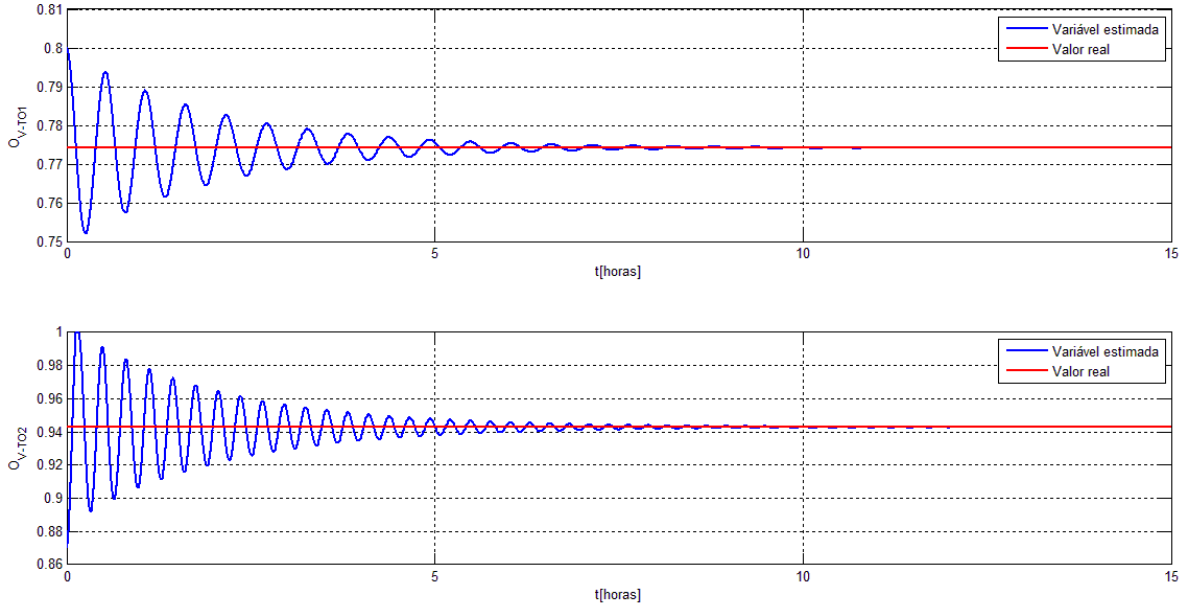

Figura 15 - Resultados para O_{V-TO1} e O_{V-TO2}

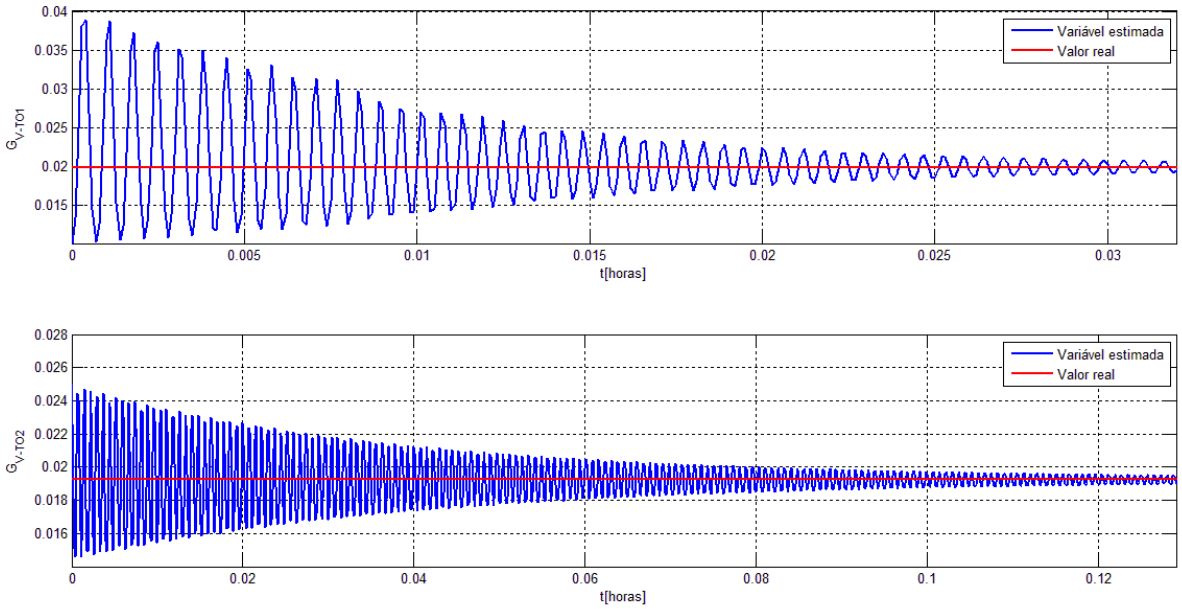

Figura 16 - Resultados para G_{V-TO1} e G_{V-TO2}

4.2 Discussão

Pode-se verificar através da análise das figuras 5 a 16 que para efeitos de simulação para o modelo utilizado, o controlador proposto apresentou os resultados esperados. Todas as saídas convergiram para os valores desejados, todas as variáveis adaptadas convergiram para seus valores reais e as variáveis de controle não saturaram. Entretanto, é necessário fazer algumas análises mais detalhadas sobre o comportamento de alguns dos estados e das variáveis adaptadas.

Para os estados x_1, x_4 e x_7 (figuras 5, 8 e 11, respectivamente), o comportamento das variáveis é exatamente igual ao comportamento do modelo de referência, pois como as equações dinâmicas destes estados não possuíam nenhuma variável a ser adaptada, com a linearização por realimentação sendo exata se esperava mesmo esse tipo de comportamento. Já nos casos de x_2 (Figura 6), x_3 (Figura 7), x_5 (Figura 9), x_6 (Figura 10), x_8(Figura 12) e x_9 (Figura 13), estados que possuíam variáveis adaptadas em suas equações dinâmicas, o comportamento inicial durante a adaptação desses parâmetros é oscilatório, porém após o fim da adaptação seus valores finais convergem para a referência e passam a apresentar comportamento idêntico ao modelo de referência. Isso é ainda mais perceptível se forem analisadas as figuras 12 e 13, onde a adaptação ocorre muito rapidamente.

Na Figura 14 se encontra a evolução das variáveis adaptadas W_{V-TO1} e W_{V-TO2}, que convergem para o valor correto, assim como as variáveis O_{V-TO1} e O_{V-TO2} (Figura 15). Para G_{V-TO1} e G_{V-TO2}, a convergência também ocorre porém de forma perceptivelmente mais rápida. Cabe ressaltar que a escala de tempo é em horas, porém mesmo assim as variáveis de controle relacionadas aos parâmetros que convergem muito rapidamente (u_8 e u_9), relativas a abertura de válvulas de gás, oscilam em uma frequência elevada demais para a aplicação (cerca de 0,5Hz). O próprio modelo do processo foi realizado desprezando-se a dinâmica de abertura e fechamento das válvulas uma vez que assumiu-se que elas eram desprezíveis frente à dinâmica do sistema como um todo. Dessa forma, são necessários estudos mais detalhados, seja para avaliar a possibilidade das próprias válvulas atuarem como filtro para a elevada frequência de oscilação, seja para a aplicação de técnicas que limitem essa variação tão abrupta das variáveis de controle mas ainda assim garantam a convergência da adaptação paramétrica.

5 Conclusões

Conforme já se esperava, para nível de simulação, os resultados obtidos foram coerentes com a teoria apresentada na Seção 2. O sistema se comportou na forma para a qual o controlador foi projetado, com todas suas saídas e variáveis adaptadas convergindo para os valores desejados.

A linearização por realimentação, quando possível de ser implementada, permite a imposição das dinâmicas desejadas a um sistema de comportamento não-linear. Acaba sendo dessa forma uma ferramenta extremamente útil quando se possui um modelo difícil de ser controlado pelas técnicas tradicionais de controle linear. Já a adaptação paramétrica adiciona um componente de robustez importante a essa técnica, pois auxilia significativamente na garantia de que o cancelamento das não-linearidades seja exato, requisito que deve ser atingido para que a linearização por realimentação funcione de forma satisfatória.

Obviamente, para se passar a uma etapa posterior, de implementação física do controlador na planta, seriam necessárias inúmeras outras considerações que não foram levadas em conta nesse trabalho. Mesmo com a adaptação paramétrica, o cancelamento das não-linearidades pode não ser exato pelo fato de ser muito difícil de se obter um modelo matemático que descreva com exatidão o comportamento dinâmico da planta. Além do caso ocorrido nesse trabalho da adaptação de alguns parâmetros ocorrer muito rapidamente, algo que matematicamente é aceitável mas fisicamente é impossível de ser implementado.

Também há outros fatores externos a se considerar, como a ocorrência eventual de golfadas na entrada do processo, perturbação que acaba variando de forma significativa as quantidades de óleo, água e gás na entrada do separador trifásico. Para o modelo utilizado no trabalho, foi considerado que esses valores eram constantes, o que não traduz com exatidão a realidade. Qualquer variação nos valores dessas entradas de óleo, água e gás acarretaria num cancelamento insatisfatório das não-linearidades, o que levaria o sistema a se comportar de forma indesejada. Porém esse problema poderia ser solucionado realizando-se a adaptação paramétrica desses parâmetros de entrada (m_1, m_2 e m_3), alterando as leis de controle u_1, u_4 e u_7, conforme foi realizado para as demais seis leis de controle do sistema.

Assim sendo, a sequência natural para o prosseguimento desse trabalho seria, visando a implementação física dos controladores não-lineares adaptativos no processo, inicialmente solucionar o problema da variação em frequências muito elevadas das variáveis de controle onde isso ocorre. Também se faria necessária a validação do modelo matemático utilizado para a planta, com a obtenção de um modelo mais preciso se assim for julgado necessário. Faz-se também necessária a adaptação paramétrica para a minimização de efeitos indesejáveis devidos à ocorrência eventual de golfadas, problema recorrente nesse tipo de processo. Seria interessante e prudente também avaliar a possibilidade de se adicionar mais componentes de robustez ao controlador, o que sem dúvidas requererá estudos e análises mais aprofundadas do caso.

6 Referências

SASTRY, S.S. & ISIDORI, A. (1989). **Adaptative Control of Libearizable Systems**. IEEE Transactions on Automatic Control, v.34, n.11, p. 1123-1131.

ISIDORI, A. (1995). **Non Linear Control Systems**. London, Springer-Verlag.

PEREIRA, L.F.A. (1995). **Controle Adaptativo de Sistemas Não-Lineares Linearizáveis por Realimentação de Estados**. São José dos Campos, Tese apresentada à Divisão de Pós Graduação do ITA para obtenção do título de "Doutor em Ciência", na área de Sistemas e Controle do curso de Engenharia Eletrônica e Computação.

MENDES, P.R.C. (2002). **Controle Avançado de um Sistema de Separação Trifásica e Tratamento de Água**. Florianópolis, Dissertação submetida à UFSC para obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas".

FILGUEIRAS, N. G. T. (2005). **Modelagem, Análise e Controle de um processo de Separação Óleo/Água**. Rio de Janeiro, Dissertação apresentada à UFRJ para obtenção do grau de "Mestre em Ciências em Engenharia Química".

UCHIYAMA, M.T.J. (2013). **Controle Preditivo Aplicado ao Processamento Primário de Petróleo**. São Paulo, Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de "Mestre em Engenharia", p.19-42.

7 Apêndices

7.1 Apêndice A: Modelagem do processo

A modelagem do processo da Figura 2 é realizada de forma simplificada, sem considerar a eficiência de separação de água, óleo e gás. Dessa maneira, é considerado que a composição da vazão de entrada em cada um dos tanques é conhecida, baseada na eficiência de separação do tanque anterior, exceto para o caso do separador trifásico gravitacional SG-01, cuja vazão de entrada é oriunda dos poços de petróleo. Em cada um dos vasos, as válvulas de saída de água a levam de volta ao poço e as válvulas de saída de gás o levam a um outro vaso que não é levado em consideração na modelagem. Considera-se que os tanques são cilindros deitados.

Do balanço de massa, tem-se

$$\frac{dM_{VASO}}{dt} = M_{ENTRA} - M_{SAI}. \qquad (92)$$

As vazões de entrada de gás, óleo e água em SG-01 vêm diretamente dos poços e é representada por m_1, m_2 e m_3, respectivamente. Para V-TO1 e V-TO2, as vazões de entrada são iguais às vazões de saída de óleo de SG-01 e V-TO1, respectivamente, multiplicadas por fatores de composição de água, óleo e gás na vazão de entrada de cada um dos tanques e nas equações correspondentes, denotadas por W_{V-TO1} e W_{V-TO2} (composições de água), O_{V-TO1} e O_{V-TO2}(composições de óleo), e G_{V-TO1} e G_{V-TO2} (composições de gás). Já as vazões de saída dependem do controle que atua nas válvulas.

Um modelo simplificado, que será utilizado tanto para as válvulas de controle de gás quanto de óleo, é

$$M_{SAI} = \frac{Abertura[\%]}{100} \times k_n \times \sqrt{P_M - P_J}, \qquad (93)$$

onde a válvula é considerada linear, a abertura é definida pelo controlador associado, k_n é a constante de válvula, P_M a pressão à montante e P_J a pressão à jusante.

Já nas válvulas de água, pelo fato de existir bombas, o modelo é o seguinte:

$$M_{SAI} = \frac{Abertura[\%]}{100} \times k_n. \qquad (94)$$

Para as pressões, considerando a equação dos gases perfeitos

$$P_{VASO} \times V = z \times \frac{M_{VASO}^{G}}{MW} \times \bar{R} \times T \ , \qquad (95)$$

eliminando a massa de gás acumulada no vaso (M_{VASO}^{G}) e considerando o volume (V), a temperatura (T), o peso molecular (MW) e a natureza do gás (z – fator de compressibilidade) constantes, obtém-se a equação da evolução das pressões em cada um dos vasos separadores:

$$\frac{V \times MW}{z \times \bar{R} \times T} \times \frac{dP_{VASO}}{dt} = (M_{ENTRA}^{G} - M_{SAI}^{G}). \qquad (96)$$

Para os níveis de água e óleo, do balanço de massa (Equação 92), tem-se, para cada um dos vasos separadores:

$$\rho_L \times 2\sqrt{R^2 - (R - L)^2} \times l \times \frac{dL}{dt} = (M_{ENTRA} - M_{SAI}), \quad (97)$$

onde ρ_L é a massa específica do líquido (água ou óleo), R o raio do tanque cilíndrico, l o comprimento do tanque cilíndrico e L a altura do líquido.

Assim, as equações dinâmicas dos níveis de água são obtidas da concatenação das equações (94) e (97) , as equações dinâmicas dos níveis de óleo das equações (93) e (97) e as equações dinâmicas das pressões das equações (93) e (96). Reforçando que as vazões de entrada dos tanques dependem ou de m_1, m_2 e m_3 para SG-01, ou da vazão de saída de óleo do vaso anterior multiplicada pelo fator de composição correspondente para V-TO1 e V-TO2.

7.2 Apêndice B: Valores numéricos das constantes

Foram utilizados os valores numéricos das tabelas 1 a 4 para as constantes, os mesmos utilizados no projeto REDIC – Fase V:

Tabela 1 – Valores numéricos das constantes para SG-01

SG-01		
Constante	**Valor**	**Unidade**
m_1	541000	$\frac{kg}{h}$
m_2	840000	$\frac{kg}{h}$
m_3	288000	$\frac{kg}{h}$
k_1	855000	$\frac{kg}{h}$
k_4	413000	$\frac{kg}{h\sqrt{kgf/cm^2}}$
k_7	117000	$\frac{kg}{h\sqrt{kgf/cm^2}}$
V_{SG-01}	150	m^3
T_{SG-01}	39	℃
R_{SG-01}	2,3	m
l^E_{SG-01}	27	m
l^D_{SG-01}	10	m

Tabela 2 - Valores numéricos das constantes para TO1 e V-TO1

TO1 e V-TO1		
Constante	**Valor**	**Unidade**
k_2	300000	$\frac{kg}{h}$
k_5	540000	$\frac{kg}{h\sqrt{kgf/cm^2}}$
k_8	10500	$\frac{kg}{h\sqrt{kgf/cm^2}}$
V_{V-TO1}	15	m^3
T_{V-TO1}	90	℃
R_{TO1}	1,829	m
R_{V-TO1}	0,762	m
l_{TO1}	48	m
l_{V-TO1}	24	m
$W_{V\text{-}TO1}$	0,2060	-
$O_{V\text{-}TO1}$	0,7742	-
$G_{V\text{-}TO1}$	0,0199	-

Cabe ressaltar que os parâmetros $W_{V\text{-}TO1}$, $O_{V\text{-}TO1}$ e $G_{V\text{-}TO1}$ se tratam de composições de água, óleo e gás nas vazões de entrada do vaso V-TO1, portanto não possuem unidade.

Tabela 3 - Valores numéricos das constantes para TO2 e V-TO2

TO2 e V-TO2		
Constante	**Valor**	**Unidade**
m_4	47000	$\frac{kg}{h}$
k_3	98500	$\frac{kg}{h}$
k_6	925000	$\frac{kg}{h\sqrt{kgf/cm^2}}$
k_9	17500	$\frac{kg}{h\sqrt{kgf/cm^2}}$
V_{V-TO2}	15	m^3
T_{V-TO2}	90	℃
R_{TO2}	1,829	m
R_{V-TO2}	0,762	m
l_{TO2}	48	m
l_{V-TO2}	24	m
W_{V-TO2}	0,0380	-
O_{V-TO2}	0,9428	-
G_{V-TO2}	0,0192	-

As mesmas considerações feitas para os parâmetros W_{V-TO1}, O_{V-TO1} e G_{V-TO1} são válidas para W_{V-TO2}, O_{V-TO2} e G_{V-TO2}.

Tabela 4 – Valores numéricos das demais constantes

Constante	Valor	Unidade
z	0,99	-
$\bar{R}$	0,0848	-
MW	22	$\frac{g}{mol}$
P_{ext}	1	$\frac{kgf}{cm^2}$
P_{gas}	0,5	$\frac{kgf}{cm^2}$
ρ_{AGUA}	1000	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_{OLEO}	880	$\frac{kg}{m^3}$