

SIMULAÇÃO NUMÉRICA E MÉTODO *CONSTRUCTAL DESIGN* APLICADOS AO ESTUDO DE PLACAS PERFURADAS DE MATERIAL COMPÓSITO SUBMETIDAS À FLEXÃO

Caio Cesar Cardoso da Silva (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica)

E-mail: caiocesarcivil@hotmail.com

Sandro Pieta Troian (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Escola de Engenharia)

e-mail: sandrotroian@hotmail.com

Luiz Alberto Oliveira Rocha (Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica)

luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Elizaldo Domingues dos Santos (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica)

E-mail: elizaldodossantos@furg.br

Mauro de Vasconcellos Real (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica)

E-mail: mauroreal@furg.br

Liércio André Isoldi (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica)

E-mail: liercioisoldi@furg.br

Resumo: Neste trabalho foi realizado um estudo numérico em placas com perfurações elípticas centralizadas, de material isotrópico e compósito, submetidas à flexão provocada por um carregamento transversal uniformemente distribuído, considerando ainda diferentes condições de vinculação para as placas. Para isso, o método *Constructal Design* foi empregado, permitindo avaliar como a variação da geometria da perfuração influencia no comportamento mecânico da placa, tendo como função objetivo minimizar a deflexão. Em conjunto com o método *Constructal Design* foi utilizada a simulação numérica, que viabilizou a análise dos vários casos estudados. Os procedimentos de análise numérica neste trabalho foram realizados através do software ANSYS®, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Os resultados obtidos mostraram que a variação da geometria do furo afeta diretamente o comportamento mecânico de placas perfuradas submetidas à flexão e que o método *Constructal Design* permite definir qual geometria conduz a um melhor desempenho.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos (MEF), *Constructal Design*, materiais compósitos, flexão, ANSYS®.

NUMERICAL SIMULATION AND CONSTRUCTAL DESIGN METHOD APPLIED TO PERFORATED COMPOSITE MATERIAL PLATES SUBMITTED TO BENDING

Abstract: In this work was performed a numerical study in plates with centralized elliptical perforations, of isotropic and composite materials, subjected to bending caused by a transverse loading uniformly distributed, also considering different support conditions for the plates. Therefore, the Constructal Design method was employed, allowing assess how the variation of hole geometry influences the mechanical behavior of the plate, being the objective function to minimize its deflection. Together with the Constructal Design method was used the numerical simulation, making possible the analysis of various studied cases. The numerical analysis procedures in this work were performed using the software ANSYS®, which is based on the Finite Element Method (FEM). The results showed that the variation of the geometry of the hole affects directly the mechanical behavior of perforated plates subjected to bending and that the Constructal Design method allows the definition of which geometry results in better performance.

Keywords: Finite Element Method (FEM), *Constructal Design*, composite materials, bending, ANSYS®.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, existem diversas áreas da engenharia que utilizam placas finas como elementos estruturais. Entre elas é possível citar o setor da construção civil, o setor naval e offshore, setor automobilístico e aeroespacial. Comumente, as placas usadas como componentes estruturais, são fabricadas com materiais isotrópicos. Com o avanço das tecnologias e a constante busca pela excelência da qualidade dos materiais, a utilização de materiais compósitos torna-se interessante, devido às qualidades e vantagens que este tipo de material possui frente aos materiais isotrópicos convencionais. Além disso, a existência de perfurações nesses elementos estruturais ocorre com bastante frequência, nas mais variadas formas e tamanhos, com o objetivo de permitir acesso ou, simplesmente, para a redução do peso próprio da estrutura. Porém, a presença desses furos tem influência direta no comportamento mecânico desses componentes estruturais, justificando o presente estudo.

Vários estudos relativos ao tema podem ser encontrados na literatura, entre os quais se destacam: JAIN (2009) que utilizou o Método dos Elementos Finitos (MEF) para analisar a distribuição de tensões e deflexões em placas retangulares de material isotrópico e ortotrópico, submetidas a um carregamento estático transversal provocando flexão, possuindo ainda, orifícios circulares centralizados. Os resultados mostraram que a variação da relação diâmetro/largura, bem como diferentes tipos de vinculação adotados para a placa, influenciam significativamente o comportamento mecânico da mesma. JAIN (2008) analisou o efeito das inúmeras possibilidades de orientação das fibras no comportamento mecânico de uma placa de material compósito, com furo circular central e sob carregamento transversal estático, obtendo deflexões diferentes, conforme a orientação das fibras na mesma. BANERJEE (2013) estudou o comportamento mecânico de placas de material isotrópico e compósito (Fibra de vidro/Epóxi) com orifícios circulares centralizados, submetidas a carregamento estático transversal e distribuído gerando flexão no modelo estudado. Dentre os resultados obtidos neste trabalho, ficou comprovado que as relações diâmetro/largura e espessura/largura têm influência direta no comportamento mecânico da placa. NAGPAL (2013) estudou, com o auxílio de otimização geométrica, o efeito da relação diâmetro/largura nas deflexões em placas de material compósito e isotrópico com perfurações circulares, submetidas à carregamentos transversais. Os resultados obtidos por NAGPAL (2013) mostra que as deflexões da placa mudam consideravelmente conforme a variação da relação diâmetro/largura e das propriedades do material.

No presente trabalho, foram realizadas simulações numéricas em placas submetidas a carregamento transversal uniformemente distribuído, ou seja, um carregamento que causa flexão na placa. Foram utilizadas duas placas de material compósito e uma de material isotrópico, todas possuindo perfurações elipsoidais centralizadas, considerando ainda, diferentes tipos de vinculações em cada placa. Portanto, o objetivo deste trabalho é, através dos princípios da Teoria Constructal, obter a geometria para a perfuração que conduza a um melhor comportamento mecânico da placa, minimizando as deflexões. Foram consideradas três condições de vinculação para a placa e três frações volumétricas para o furo (razão entre o volume do furo e o volume da placa). Para isso, foi desenvolvido um modelo computacional no software ANSYS®, que é baseado no MEF, para realizar a simulação numérica dos diversos casos estudados neste trabalho.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Materiais Compósitos

Basicamente, um material compósito é definido como a combinação de dois ou mais materiais com propriedades distintas, que juntos, originam um terceiro material que apresentará qualidades características de cada componente que o constitui ou ainda propriedades únicas, resultantes da união dos componentes. Dentre essas qualidades ou propriedades adquiridas, as principais são: redução do peso quando comparado aos materiais homogêneos e isotrópicos, resistência à corrosão e abrasão, estética, dureza e resistência estática e à fadiga (JONES, 1999; MENDONÇA, 2005).

Um material compósito típico é formado por inclusões suspensas em uma matriz. Essas inclusões (fibras ou partículas) conferem ao material compósito suas características mecânicas, enquanto que as matrizes são responsáveis por transferir as solicitações mecânicas às inclusões e protegê-las do ambiente externo (BOWER, 2000). O arranjo das fibras em relação umas às outras, a concentração de fibras e a sua distribuição influenciam significativamente na resistência mecânica e em outras propriedades dos compósitos reforçados com fibras (VENTURA, 2009).

2.2 Teoria Constructal

Os estudos sobre os princípios da Teoria Constructal começaram a ser desenvolvidos pelo pesquisador norte-americano Adrian Bejan. A lei na qual se baseiam os princípios da Teoria Constructal (Lei Constructal), diz que: para um sistema de fluxo de dimensões finitas persistir no tempo, sua configuração deve evoluir no tempo de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem através do sistema (BEJAN, 2012).

O método utilizado na aplicação da Lei Constructal é denominado *Constructal Design*. O *Constructal Design* é um método que relacionando graus de liberdade, restrições e função objetivo, busca a geometria ótima que conduz ao melhor desempenho (BEJAN, 2012). Sendo assim, o método *Constructal Design* foi empregado neste trabalho, permitindo avaliar como a variação da geometria da perfuração na placa influencia em seu comportamento mecânico.

2.3 Método dos Elementos Finitos

O comportamento mecânico de placas isotrópicas e compósitas, quando submetidas a diferentes tipos de carregamentos e dependendo de sua geometria e condições de vinculação, pode se tornar um problema de extrema complexidade e sem soluções analíticas. Nesse caso, o problema em questão deve ser representado por um sistema de equações diferenciais parciais que, através de um método de discretização, poderão ser resolvidas numericamente. Um método de discretização bastante empregado na análise numérica de estruturas é o Método dos Elementos Finitos (MEF) (BLAAUWENDRAAD, 2010).

No chamado modelo de deslocamentos do MEF, arbitra-se o campo de deslocamentos nodais e, como consequência, a interação de componentes de tensão entre elementos adjacentes é substituída pela interação de forças nodais entre elementos. Dessa maneira, o equilíbrio infinitesimal que se considera no modelo matemático de meio contínuo é substituído pelo equilíbrio de cada elemento finito isoladamente, trocando-se as equações diferenciais de equilíbrio por equações algébricas de equilíbrio do elemento como um todo (ISOLDI, 2008).

3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

3.1 Características das Placas

Considerando JAIN (2009), a placa analisada no presente trabalho possui as seguintes dimensões: largura $L = 200$ mm, altura $H = 100$ mm e espessura $t = 1$ mm. Foram utilizados dois tipos de materiais compósitos para as placas em estudo: Fibra de Vidro/Epóxi e Boro/Alumínio. Além disso, foi utilizado um terceiro material, de características isotrópicas, para fins de comparação. A flexão é causada por um carregamento perpendicular e uniformemente distribuído em toda a área da placa, de módulo igual a 1 Pa. É importante salientar que, para as placas de material compósito, existe apenas uma lâmina de fibras distribuídas paralelamente à largura da placa.

Para a obtenção dos resultados através da simulação numérica, é necessário explicitar as propriedades dos materiais que compõe as placas em estudo. A Tabela 1 mostra os valores destas propriedades: módulo de elasticidade E , módulo de rigidez G e coeficiente de Poisson μ . Cabe destacar que estes materiais são os mesmos usados em JAIN (2009).

Tabela 1 – Propriedades dos materiais utilizados na análise.

Propriedades	Materiais		
	Isotrópico	Compósito-1 (Fibra de Vidro/Epoxy)	Compósito-2 (Boro/Alumínio)
E_x	39,00 GPa	39,00 GPa	235,00 GPa
E_y	-	8,60 GPa	137,00 GPa
E_z	-	8,60 GPa	137,00 GPa
G_{xy}	-	3,80 GPa	47,00 GPa
G_{yz}	-	3,80 GPa	47,00 GPa
G_{zx}	-	3,80 GPa	47,00 GPa
μ_{xy}	0,30	0,28	0,30
μ_{yz}	-	0,28	0,30
μ_{zx}	-	0,28	0,30

3.2 Detalhamento das Perfurações

As perfurações na placa possuem geometria elipsoidal. A opção pela utilização de furos elípticos se baseou na necessidade dos mesmos na formação de, por exemplo, vias para tubulações e cabos de transmissão de energia elétrica em estruturas, ou até mesmo em alguns casos, o simples fato de diminuir peso. Para analisar as várias formas possíveis para o furo elíptico foi adotado o grau de liberdade H_0/L_0 . Observando a Fig. 1, é possível verificar como se dá essa variação do furo elipsoidal para $H_0/L_0 < 1$, $H_0/L_0 = 1$ e $H_0/L_0 > 1$, respectivamente.

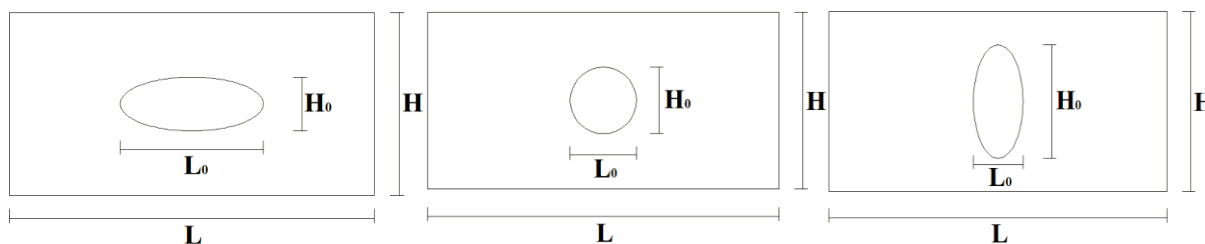


Figura 1 – Configuração de perfuração para $H_0/L_0 < 1$, $H_0/L_0 = 1$ (furo circular) e $H_0/L_0 > 1$, respectivamente.

Foi considerada também a variável (\emptyset), chamada de fração de volume da perfuração, que considera a relação entre o volume do furo V_0 e o volume total da placa V , como segue:

$$\emptyset = \frac{V_0}{V} = \frac{\text{Volume do Furo}}{\text{Volume da Placa}} = \frac{\pi \cdot H_0 \cdot L_0}{4 \cdot H \cdot L} \tag{1}$$

Considerando a Eq. (1), nesse trabalho serão adotados três valores para a fração de volume do furo: $\emptyset = 0,004$, $\emptyset = 0,06$ e $\emptyset = 0,25$. A definição de \emptyset é feita com a intenção de obter valores para as dimensões do furo elipsoidal que possam ser comparados de uma maneira consistente, mantendo o valor da relação entre o volume do material retirado (perfuração) e o volume total da placa (sem perfuração). Com isso, partindo da Eq. (1), é possível obter facilmente as dimensões do furo, arbitrando apenas uma dessas dimensões (L_0 , por exemplo):

$$H_0 = \frac{4 \cdot \emptyset \cdot H \cdot L}{\pi \cdot L_0} \tag{2}$$

3.3 Condições de Vinculação da Placa

Foram analisados três tipos de condições de contorno para a placa em estudo: Vinculação (a), placa com todas as arestas simplesmente apoiadas; Vinculação (b), placa com todas as arestas engastadas e Vinculação (c), placa com dois lados engastados e dois lados simplesmente apoiados, conforme indicado na Fig. 2.

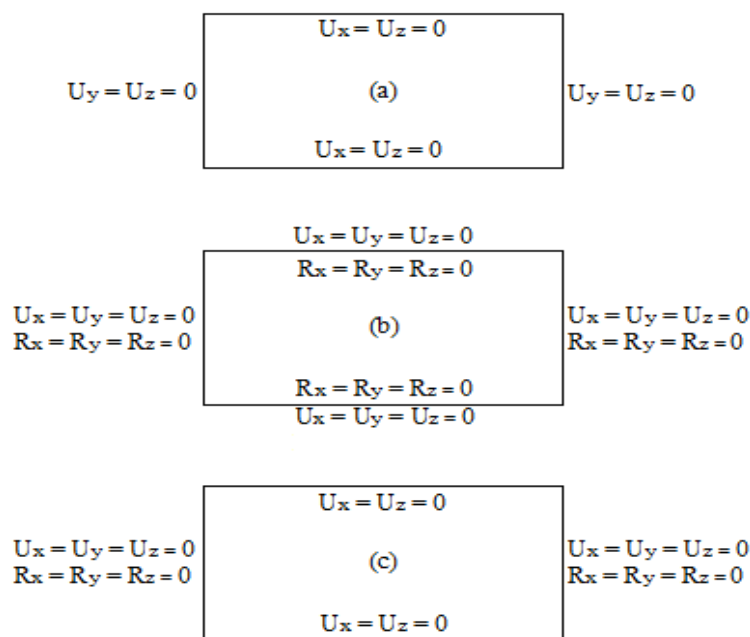


Figura 2 – Tipos de vinculação da placa adotados no estudo (Jain, 2009).

4. ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

O software ANSYS[®] possui inúmeros tipos de elementos para, baseando-se no MEF, realizar a modelagem computacional dos mais variados tipos de problemas. Neste trabalho foi utilizado o elemento SHELL 99, utilizando apenas uma camada de material compósito laminado, com as fibras paralelas à largura da placa (lado maior).

Para a obtenção da dimensão ideal da malha de elementos finitos, é necessária a realização de diversas simulações numéricas com refinamentos sucessivos de malha. Para isso, foi

considerada uma placa de material isotrópico idêntica ao modelo proposto. Assim, é possível identificar a chamada malha independente, que é a malha que possui uma dimensão refinada o suficiente para não interferir na magnitude da solução numérica encontrada, levando em conta uma determinada diferença relativa. Considerando como critério de convergência que as diferenças relativas entre as deflexões obtidas entre dois refinamentos de malha sucessivos sejam menores ou iguais a 0,2%, a Tab. 1 mostra os resultados de deflexões obtidas para determinadas dimensões de malha, bem como suas referidas diferenças relativas percentuais.

Tabela 1 – Teste de Convergência de Malha

Vinculação	Malha (mm)	U_z (m)	Diferença (%)
(a)	20	2,77E-07	1,44
	10	2,81E-07	1,07
	5	2,84E-07	0,35
	2,5	2,85E-07	0,00
	1,25	2,85E-07	-
(b)	20	6,45E-08	7,13
	10	6,91E-08	2,32
	5	7,07E-08	0,42
	2,5	7,10E-08	0,00
	1,25	7,10E-08	-
(c)	20	2,27E-07	2,64
	10	2,33E-07	1,29
	5	2,36E-07	0,42
	2,5	2,37E-07	0,00
	1,25	2,37E-07	-

Analisando a Tab. 1, fica confirmado que o critério de convergência adotado é alcançado para uma malha com dimensão de 2,5 mm, sendo esta a malha independente adotada no estudo. Assim, os resultados obtidos com a malha independente de 2,5 mm, são comparados com os resultados obtidos por Jain (2009). Os valores obtidos neste estudo e os apresentados por Jain (2009) foram idênticos para as vinculações (a), (b) e (c), sendo respectivamente iguais a: $U_z = 2,85E-07$ m; $U_z = 7,10E-08$ m; e $U_z = 2,37E-07$ m. Sendo assim, é possível afirmar que o modelo computacional utilizado foi verificado.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

De acordo com a Eq. (2) e para cada \emptyset , são obtidos diversos valores de dimensões para a perfuração elíptica da placa. É importante observar que conforme aumenta o valor do comprimento da elipse L_0 , ocorre uma redução da sua altura H_0 , de maneira a manter a área do furo constante em cada \emptyset estudado.

Na Fig. 3, são apresentados os resultados obtidos numericamente para a deflexão das placas, em função da variação de H_0/L_0 para as três vinculações e os três tipos de material considerados.

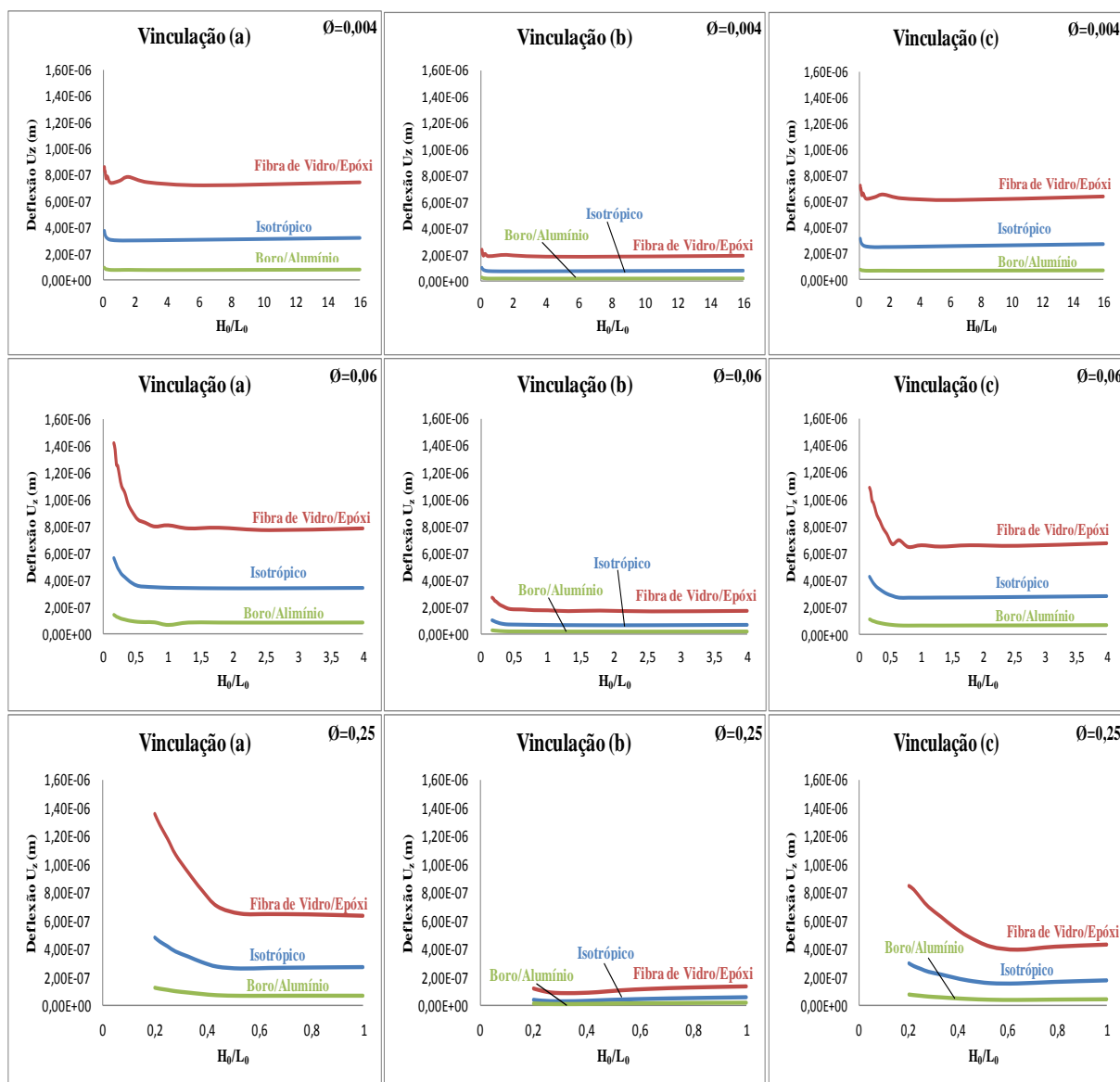


Figura 3 – Gráficos apresentando os resultados de deflexão máxima, considerando as frações de volume $\phi = 0,004$, $\phi = 0,06$ e $\phi = 0,25$ e as vinculações (a), (b) e (c).

Analisando a Fig. 3, observa-se que a vinculação (b) obteve as menores deflexões máximas para as três frações de volume analisadas, bem como para todos os materiais estudados. A vinculação (b) também apresentou uma variação mínima da deflexão conforme o aumento da relação H_0/L_0 , em comparação com as outras vinculações estudadas. Em todas as condições de vinculação e frações de volume, é possível observar deflexões maiores para relações H_0/L_0 menores, para todos os materiais. Porém, conforme H_0/L_0 cresce, as deflexões reduzem e tendem a se estabilizar para relações H_0/L_0 maiores. O material Isotrópico e, principalmente, o material Fibra de Vidro/Epóxi apresentaram reduções significativas das deflexões conforme o aumento da relação H_0/L_0 , para as vinculações (a) e (c) das frações $\phi = 0,06$ e $\phi = 0,25$. A variação de H_0/L_0 nas placas de Boro/Alumínio não causa uma influência significativa na deflexão, independentemente da fração de volume do furo e do tipo de vinculação da placa. A fração de volume $\phi = 0,004$ se mostrou pouco suscetível a mudanças de deflexão, conforme mudança da geometria da perfuração, para todos os materiais e vinculações analisadas.

Levando em consideração o material utilizado, é possível notar que em todas as situações analisadas as placas de Boro/Alumínio apresentaram sempre deflexões de menor valor. As

placas de Fibra de Vidro/Epóxi sofreram as maiores deflexões em todos os casos, enquanto que as placas de material isotrópico sempre apresentaram deflexões intermediárias.

Por fim, considerando os casos analisados, é indicada a utilização de perfurações elípticas com relação $H_0/L_0 \geq 0,80$ para $\emptyset = 0,06$ e relação $H_0/L_0 \geq 0,60$ para $\emptyset = 0,25$ em placas com vinculações (a) e (c). Existe certa vantagem na utilização de placas com vinculação (b), devido a possibilidade de liberdade na escolha das dimensões do furo, já que estes exercem influência mínima nos resultados de deflexão para placas completamente engastadas. A mesma situação acontece para uma fração de volume do furo de $\emptyset = 0,004$, onde para qualquer tipo de material ou vinculação, a influência exercida pela variação da relação H_0/L_0 é muito pequena.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram realizadas simulações numéricas de placas de material compósito e isotrópico, submetidas à flexão provocada por um carregamento uniformemente distribuído e diferentes tipos de vinculação. Além disso, cada placa apresentava um furo elipsoidal centralizado, sendo apresentados três diferentes casos de frações de volume do furo. O método *Constructal Design* foi utilizado para realizar a variação das dimensões do furo elipsoidal das placas, com o objetivo de verificar quais dimensões da perfuração desenvolvem uma menor deflexão máxima no elemento estrutural. Um estudo de independência de malha foi apresentado, onde, desenvolvendo uma análise por elementos finitos e comparando os resultados obtidos com os resultados de JAIN (2009), foi possível verificar o modelo computacional proposto neste trabalho. A modelagem computacional foi desenvolvida utilizando o software ANSYS®, que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF).

Os resultados mostraram que, para materiais como Fibra de Vidro/Epóxi e Isotrópico submetidos a vinculações (a) e (c), é possível reduzir consideravelmente a deflexão máxima apenas alterando as dimensões do furo, considerando frações de volume do furo de $\emptyset = 0,06$ e $\emptyset = 0,25$. As deflexões na placa de Boro/Alumínio apresentaram pouca sensibilidade às mudanças de dimensões da perfuração, bem como as deflexões nos demais materiais considerando a vinculação (b). A pouca sensibilidade das deflexões frente às mudanças de dimensão do furo também foi observada para as placas com fração de volume do furo $\emptyset = 0,004$. O material Boro/Alumínio foi o que apresentou os melhores resultados de deflexão máxima, para todos os casos estudados. O material Fibra de Vidro/Epóxi apresentou as maiores deflexões máximas, porém o fato de os resultados obtidos serem referentes a placas com apenas uma lâmina de fibras devem ser levados em conta. Resultados melhores podem ser obtidos através do aumento do número de lâminas desse material.

Sendo assim, o uso do material compósito em substituição ao material isotrópico na composição de placas finas perfuradas, aliado a otimização geométrica de perfurações na busca por um melhor desempenho mecânico dessas placas, é uma opção interessante e benéfica para esses tipos de estruturas. Justificando assim, futuros estudos e realizações de simulações numéricas utilizando os conceitos abordados neste trabalho.

REFERÊNCIAS

BANERJEE, M.; JAIN, N. K.; SANYAL, S. *Stress Concentration in Isotropic and Orthotropic Composite Plates With Center Circular Hole Subject To Transverse Static Loading*. International Journal of Mechanical and Industrial Engineering (IJMIE) ISSN No. 2231-6477, Vol-3, Iss-1, 2013.

BEJAN, A.; ZANE, J. P. *Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organization*. Published in the United States by Doubleday, 2012.

BLAAUWENDRAAD, J. *Plates and FEM – Surprises and Pitfalls*. Springer, New York, 2010.

BOWER, M. V. *Composite Materials*. University of Alabama, Huntsville, 2000.

ISOLDI, L. A. *Análise Estática e Dinâmica de Estruturas Delgadas de Materiais Compostos Laminados incluindo Materiais Piezelétricos*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, 197p, 2008.

JAIN, N.K. *Analysis of Stress Concentration and Deflection in Isotropic and Orthotropic Rectangular Plates with Central Circular Hole under Transverse Static Loading*. World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol:36, pp.:446-452, 2009.

JAIN, N. K.; MITTAL, N. D. *Effect of fibre orientation on stress concentration factor in a laminate with central circular hole under transverse static loading*, Indian Journal of Engineering & Material Sciences, vol. 15, pp. 452-458, 2008.

JONES, R. M. *Mechanics of Composite Materials*. Taylor & Francis, Philadelphia, 1999.

MENDONÇA, P. T. R. *Materiais Compostos & Estruturas-Sanduíche*. Manole, Barueri, 2005.

NAGPAL, S.; SANYAL, S.; JAIN, N. K. *Analysis and Mitigation of Stress Concentration Factor of a Rectangular Isotropic and Orthotropic Plate with Central Circular Hole Subject to In-Plane Static Loading by Design Optimization*. International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology, Vol. 2, Issue 7, ISSN: 2319-8753. pp. 2903-2913, 2013.

VENTURA, A. M. *Os Compósitos e sua Aplicação na Reabilitação de Estruturas Metálicas*. C. Tecn. Mat., Lisboa, Vol. 21, n. 3-4, 2009.