

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

**Simulação Numérica  
Bidimensional  
do Fluxo da Geleira Lange  
via Diferenças Finitas**

por

Heloísa Helena de Castro Barboza

Dissertação submetida como requisito parcial  
para a obtenção do grau de  
Mestre em Matemática Aplicada

Prof. Dr. Rudnei Dias da Cunha  
Orientador

Prof. Dr. Jefferson Cardia Simões  
Co-orientador

Porto Alegre, janeiro de 2002.

UFRGS  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS  
BIBLIOTECA SETORIAL DE MATEMÁTICA

CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Barboza, Heloísa Helena de Castro

Simulação Numérica Bidimensional  
do Fluxo da Geleira Lange  
via Diferenças Finitas / Heloísa Helena de Castro Barboza.—  
Porto Alegre: PPGMAp da UFRGS, 2002.

51 p.: il.

Dissertação (mestrado) —Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Matemática  
Aplicada, Porto Alegre, 2002.

Orientador: da Cunha, Rudnei Dias; Co-orientador: Simões,  
Jefferson Cardia

Dissertação: Matemática Aplicada  
Modelo, Dissertação

**Simulação Numérica  
Bidimensional  
do Fluxo da Geleira Lange  
via Diferenças Finitas**

por

Heloísa Helena de Castro Barboza

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de

**Mestre em Matemática Aplicada**

Fluidos  
Linha de Pesquisa: Métodos Analíticos e Numéricos em Dinâmica dos

Orientador: Prof. Dr. Rudnei Dias da Cunha

Co-orientador: Prof. Dr. Jefferson Cardia Simões

Banca examinadora:

Prof. Dr. Julio Claeysen  
PPGMAp/IM/UFRGS

Prof. Dr. Álvaro L. DE Bortoli  
PPGMAp/IM/UFRGS

Prof. Dr. Gino Casassa Rogazinski  
Universidad de Magallanes/Punta Arenas/Chile

Dissertação apresentada e aprovada em  
09 de janeiro de 2002.

Prof.Dr.Vilmar Trevisan  
Coordenador

## AGRADECIMENTO

Agradeço ao Prof. Álvaro Luiz de Bortoli por ter sido meu amigo nas horas difíceis, durante a realização desta dissertação, e principalmente por ter tido paciência e boa vontade. Agradeço ao Prof. Jefferson Cardia Simões por ter acreditado em mim desde o início, e por ter aceitado e tornado possível a realização deste trabalho, por suas orientações, dedicação e por suas sucessivas sugestões para o aprimoramento da dissertação. E por fim, agradeço ao Prof. Rudnei Dias da Cunha por sua orientação.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq, através de concessão de bolsa. À Secretaria da Comissão Interministerial para os Recursos do Mar- SECIRM, no âmbito do Programa Antártico Brasileiro (PROANTAR), pela realização de trabalhos de campo na Ilha Rei George (Antártica), com o apoio logístico e infraestrutura disponibilizada. Agradeço também ao Mathias Braun, do Instituto de Geografia Física, Universidade de Freiburg, Alemanha, pela disponibilização de dados.

E por fim, agradeço ao apoio de todos os colegas da Matemática Aplicada e do Laboratório de Pesquisas Antárticas e Glaciológicas- LAPAG, do Departamento de Geografia, Instituto de Geociências da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelo apoio e dedicação dispensados a mim nos momentos em que mais precisei.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> . . . . .	<b>VIII</b>
<b>ABSTRACT</b> . . . . .	<b>IX</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> . . . . .	<b>X</b>
<b>1 MODELAMENTO DA DINÂMICA GLACIAL E RELEVÂNCIA PARA OS ESTUDOS AMBIENTAIS</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 <b>Introdução</b> . . . . .	1
1.2 <b>Objetivos da dissertação</b> . . . . .	2
1.3 <b>Formação e física das geleiras</b> . . . . .	3
1.3.1 <b>Formação das geleiras</b> . . . . .	3
1.3.2 <b>Estrutura termal de uma geleira</b> . . . . .	5
1.3.3 <b>Dinâmica de uma geleira</b> . . . . .	7
1.3.4 <b>Conhecimento atual da mecânica das geleiras</b> . . . . .	8
1.4 <b>A área geográfica de estudo: localização e características am- bientais</b> . . . . .	9
1.4.1 <b>Introdução: o continente antártico</b> . . . . .	9
1.4.2 <b>O Arquipélago das Shetlands do Sul, a Ilha Rei George (IRG) e a Geleira Lange</b> . . . . .	10
1.5 <b>Glaciologia geral da Ilha Rei George</b> . . . . .	12
1.6 <b>Climatologia da Ilha Rei George</b> . . . . .	13

2	GLACIOLOGIA DA BACIA DE DRENAGEM MODELADA - GELEIRA LANGE . . . . .	14
2.1	Morfologia e condições termais . . . . .	14
2.2	Perfil topográfico da Geleira Lange . . . . .	14
2.3	Morfologia subglacial . . . . .	16
2.3.1	Técnica de radioecossondagem do gelo (RES) . . . . .	16
2.4	Estrutura termal . . . . .	17
2.5	Cinemática da Geleira Lange . . . . .	18
2.6	Variações da Frente da Geleira Lange . . . . .	20
2.7	Fácies Superficiais da Geleira Lange . . . . .	21
2.8	Taxas de acumulação e ablação . . . . .	22
3	MODELAMENTO MATEMÁTICO DA DINÂMICA AO LONGO DE DOIS PERFIS DA GELEIRA LANGE . . . . .	23
3.1	Introdução . . . . .	23
3.2	Deformação interna e o movimento basal . . . . .	25
3.3	Modelos prévios . . . . .	27
3.4	Descrição do modelo . . . . .	29
3.4.1	Obtenção da malha computacional . . . . .	30
3.5	Equações Utilizadas . . . . .	33
3.6	Procedimento de Solução . . . . .	34
3.7	Condições de contorno e iniciais . . . . .	37

3.8	Cálculo da tensão do cisalhamento basal . . . . .	37
3.9	Velocidade . . . . .	38
4	RESULTADOS NUMÉRICOS . . . . .	39
4.1	Introdução . . . . .	39
4.2	Calibração do Código Computacional . . . . .	39
4.3	Resultados Numéricos para a Geleira Lange . . . . .	40
4.3.1	Variação da temperatura do gelo . . . . .	41
4.3.2	Campo de velocidade . . . . .	42
4.3.3	Respostas às variações nas taxas de acumulação e ablação . . . . .	43
5	CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS . . . . .	46
	BIBLIOGRAFIA . . . . .	47

## RESUMO

Neste trabalho modela-se simplificada-mente o fluxo da Geleira de descarga Lange (Ilha Rei George, Antártica) para estimar seu estado de equilíbrio e a sua resposta a mudanças na taxa de acumulação. O modelo, bidimensional, representativo e numericamente estável, fornece resultados qualitativos para a velocidade e distribuição da temperatura do gelo, baseado no método das diferenças finitas. Para calibrar o modelo, medidas da velocidade da geleira foram obtidas durante a XVIII Operação Antártica Brasileira no verão austral de 1999/2000.

Primeiramente, 21 estacas foram implantadas na superfície da Geleira Lange, a posição geográfica levantada por GPS diferencial duas vezes no início e final de um período de dois meses, permitindo a determinação da velocidade superficial. O fluxo de geometria complexa foi então simulado através de um sistema curvilíneo de coordenadas. O modelo computa a distribuição de velocidade ao longo do eixo longitudinal usando a lei do fluxo do gelo para simular a deformação interna da geleira, desconsiderando o deslizamento basal.

O modelo indica que variações na taxa de acumulação líquida menores que 20% do valor atual não resultariam em mudanças significativas da morfologia superficial da geleira. Mesmo a redução em 50% na taxa de acumulação resultaria somente no rebaixamento da superfície em 26 m. Estes resultados reforçam a idéia de uma geleira perto do estado de equilíbrio (*steady-state*).



## ABSTRACT

A simplified numerical model simulates the flow of the outlet Lange Glacier (King George Island, Antarctica) to estimate its equilibrium state and morphological responses to accumulation rate changes. The bidimensional model uses the finite difference method to provide qualitative information about the surface velocity and the internal temperature distribution. Fieldwork, carried out in the austral summer of 1999/2000, during the XVIII Brazilian Antarctic Operation, provides ice velocity data for calibration.

Firstly, 21 stakes were fixed on the surface of Lange Glacier, their geographical position surveyed twice within a period of two months, using differential GPS. The glacial flow was simulated using complex curvilinear coordinates. The model computes the velocity distribution along the main longitudinal axis using the ice flow law to calculate the internal deformation with no basal sliding and responses to changes in the net accumulation rate.

Variations in the net accumulation rate of less than 20% of the present value do not change significantly the surface glacier morphology. Even a reduction of 50% of this rate will lower the surface by only 26 m in 100 years. These results suggest a present glacier condition near to the steady-state.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Transformação de um floco de neve [14] . . . . .	4
Figura 1.2	Zonas superficiais de uma geleira [29] . . . . .	6
Figura 1.3	Vetores velocidade na superfície de uma geleira mostrado por Reid em 1897 [29] . . . . .	8
Figura 1.4	Mapa do Continente Antártico focalizando o Arquipélago das Shetland do Sul e a Ilha Rei George (fonte: Jorge Arigony Neto, [26]) . . . . .	10
Figura 1.5	Mosaico da Ilha Rei George construído a partir de imagens de satélite SPOT (modificado de Bremer, 1998) com delimitação das bacias de drenagem das geleiras, e localizando a bacia de drenagem da Lange . . . . .	11
Figura 2.1	Frente da Geleira Lange, foto tirada e cedida pelo Francisco Eliseu Aquino, fevereiro de 1996 . . . . .	15
Figura 2.2	Técnica de Radioecosondagem do gelo, expedição à IRG no verão 1999/2000 . . . . .	16
Figura 2.3	Subcena da imagem de satélite SPOT mostrando o movimento superficial da Geleira de Descarga Lange com seus respectivos vetores velocidade e o perfil A-B. . . . .	18
Figura 2.4	Fotografia da bacia de drenagem da Geleira Lange . . . . .	19
Figura 2.5	Variações da frente da Geleira Lange desde 1956, modificado de Jorge Arigony Neto [26], as linhas contínuas pretas indicam divisores de gelo . . . . .	20
Figura 3.1	Perfil da Geleira Lange construído a partir do resultado da radioecosondagem ao longo do perfil A-B . . . . .	30
Figura 3.2	Perfil da Geleira Lange construído a partir do resultado da radioecosondagem ao longo do perfil A-B, malha computacional construída com 155 x 6 pontos . . . . .	31
Figura 4.1	Mapa de cores da temperatura da Geleira Shirase [31] . . . . .	40
Figura 4.2	Mapa de cores da temperatura obtidas da Geleira Shirase a partir deste trabalho . . . . .	40
Figura 4.3	Representação do mapa de cores da temperatura ao longo da Geleira Lange . . . . .	41

Figura 4.4	Campo de velocidade nas regiões I e II da Geleira Lange. . . . .	42
Figura 4.5	Resultado da modelagem do perfil A-B da Geleira Lange aumentando em 50% a taxa de acumulação. . . . .	43
Figura 4.6	Resultados da modelagem do perfil A-B da Geleira Lange reduzindo a taxa de acumulação e mantendo outros parâmetros constantes . . . . .	44

# 1 MODELAMENTO DA DINÂMICA GLACIAL E RELEVÂNCIA PARA OS ESTUDOS AMBIENTAIS

## 1.1 Introdução

Imensas massas de gelo estão derretendo em várias partes do globo. Analisar quais fatores são os responsáveis por essa mudança tão significativa é de grande importância. O aumento da temperatura atmosférica já registrado e os previstos alertam a chegada de mudanças, no mínimo preocupantes.

O manto de gelo <sup>1</sup> antártico cobre uma área de aproximadamente 14 milhões de km<sup>2</sup>, apresentando um volume de 25 milhões de km<sup>3</sup>; se totalmente derretido equivaleria a um aumento de 60 metros no nível médio dos mares. Ao longo do últimos 15 anos o continente perdeu cerca de 10.000 km<sup>2</sup> (no norte da península antártica), na forma de icebergs gigantes. Nos últimos 50 anos, houve um aquecimento atmosférico de cerca de 1.6 °C, na parte mais setentrional do continente.

Há várias razões imediatas para esta atenção direcionada; a primeira é o avanço e o recuo das geleiras, os quais são indicadores das mudanças climáticas; a segunda é a presença de habitantes em geleiras de vales e montanhas, em regiões alpinas, onde ocasionalmente ocorrem avalanches e enchentes relacionadas às condições das geleiras, e a terceira é a extração de água subglacial em áreas para uso de água potável de irrigação ou implantação de hidroelétricas. Talvez o aspecto mais crítico é relativo ao controle do nível médio dos mares. O Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas da ONU [24] prevê um aumento, do nível médio dos mares, entre 20 e 80 cm, durante o século XXI, devido ao derretimento das geleiras e expansão termal dos mares.

---

<sup>1</sup>Manto de gelo (*ice-sheet*): Uma massa de neve e gelo com grande espessura e área maior que 50.000 km<sup>2</sup>. Os mantos de gelo podem estar apoiado sobre o embasamento rochoso (manto de gelo interior) ou flutuando (plataforma de gelo). Pode ser construído por vários domos de gelo, que refletem elevações subglaciais. [36]

Situadas próximo ao Continente Antártico, o Arquipélago das Shetland do Sul tem massas de gelo muito sensíveis às mudanças climáticas [19], visto que essas se encontram perto do ponto de fusão sob pressão [22]. Nesse contexto, o crescente degelo da Ilha Rei George (IRG) está provavelmente associado à tendência de aumento da temperatura média de  $1,08\text{ }^{\circ}\text{C}$  entre 1947-1995 [1]. Nesses 49 anos, houve perda de aproximadamente  $89\text{ km}^2$  da cobertura do gelo. A Geleira Lange, localizada na Baía do Almirantado, foi aquela que apresentou o maior recuo, entre 1956 e 1995, perdendo aproximadamente  $2\text{ km}^2$  de sua frente.

## 1.2 Objetivos da dissertação

Neste trabalho, modela-se simplificadaamente o fluxo da geleira Lange, na Ilha Rei George, Antártica para estimar seu estado de equilíbrio e o comportamento em relação às mudanças ambientais. O modelo desenvolve um método de simulação computacional para o movimento da geleira, discutindo alguns conceitos básicos necessários para a compreensão do comportamento do fluxo do gelo.

A deformação interna e o movimento do gelo sobre o leito basal é simulado levando em conta, por exemplo, a interação entre a velocidade da superfície (conhecida) e a dinâmica interna. Basicamente, a dinâmica de uma geleira resulta do balanço das tensões internas e a força da gravidade. O gelo é um material que apresenta comportamento não-Newtoniano (i.e., visco-plástico) quando em escoamento estacionário de uma camada sobre uma superfície. Este modelo é capaz de prever resultados qualitativos (por exemplo, o grau de sensibilidade ambiental da geleira e a ocorrência de alterações bruscas na sua dinâmica).

Matematicamente, estes resultados decorrem da estrutura das equações utilizadas e aproximadas via diferenças finitas. Devido às características termais dessa geleira com o contato gelo-rocha sob o ponto de fusão, o modelo também considera um segundo fator controlador do escoamento, o deslizamento basal. Os dados reais, utilizados no modelo, foram obtidos através do trabalho de campo

realizado pelo Laboratório de Pesquisas Antárticas e Glaciológicas, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, no verão de 1999/2000 durante a XVIII Operação do Programa Antártico Brasileiro (PROANTAR).

### 1.3 Formação e física das geleiras

O estudo das geleiras encontra-se na área da Glaciologia. Analisa-se todos os aspectos da neve e do gelo, incluindo a mecânica do fluxo de geleiras e mantos de gelo, e como esses processos são relacionados ao meio ambiente.

As geleiras cobrem aproximadamente 10% da superfície da Terra no presente e cobriram três vezes mais durante os períodos glaciais [29]. No entanto, nos dias atuais, ainda 99% desse gelo estão em áreas remotas a atividades humanas normais.

#### 1.3.1 Formação das geleiras

Geleiras são massas de neve e gelo em contínuo movimento devido à ação gravitacional. O primeiro passo para a formação de uma geleira é a precipitação e acumulação de neve. A temperatura influi no tempo de transformação de neve para gelo, muito mais rapidamente nas geleiras de temperaturas altas (i.e., perto do ponto de fusão sob pressão), onde períodos de derretimento superficial são alterados com períodos de congelamento. Então, a melhor maneira é não pensar em um mecanismo singular de transformação, mas sim em mecanismos diferentes dependentes de condições ambientais [40].

A neve se forma pela cristalização do vapor d'água [14] no interior ou pouco abaixo das nuvens [41]. São flocos com simetria hexagonal; seu tamanho varia de 0,2 mm a 12,0 mm de diâmetro. Quanto mais frio, mais seco será o ar e menores serão os cristais de neve. As nuvens mais quentes, geralmente as mais

baixas, possuem maior quantidade de vapor d'água, o que permite maior crescimento dos cristais de gelo, que formam, assim, uma camada bastante fofa na superfície.

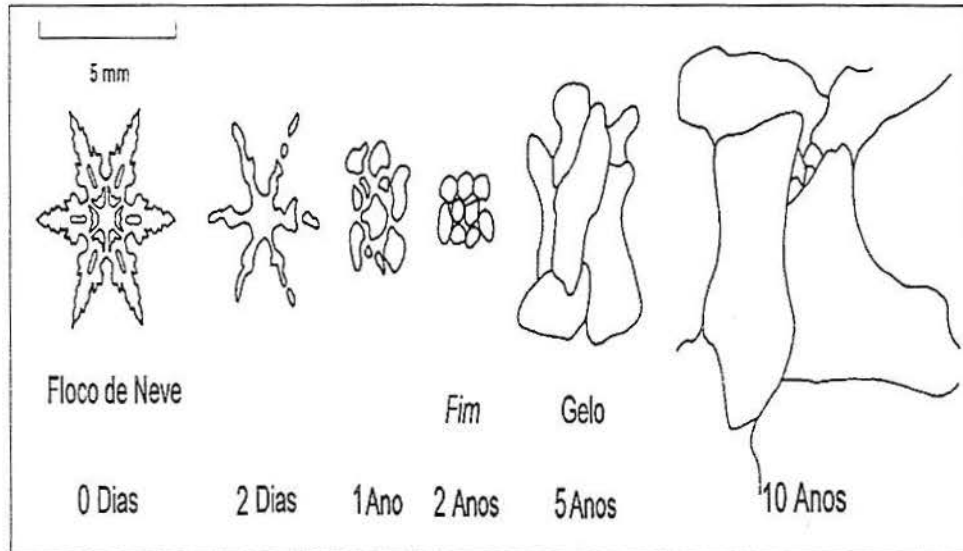


Figura 1.1: Transformação de um floco de neve [14]

Os flocos de neve (*snowflakes*) são muito porosos, facilitando a passagem de ar entre eles. A partir do momento que caem sobre a superfície da geleira, desaparecem gradualmente com a evaporação. O estágio intermediário desta transformação é chamado de *firn* (termo de origem germânica) cuja tradução seria estágio intermediário entre a neve e o gelo. O aspecto do *firn* é granular, de consistência rígida e áspera. A diferença entre o *firn* e o gelo é que o primeiro se transforma em gelo de geleira quando a intersecção da passagem de ar entre os grânulos é fechada; já no gelo de geleira, o ar está presente somente nas bolhas, e qualquer aumento na densidade resulta na compressão delas. O fator preponderante no metamorfismo neve para *firn* é o aumento da densidade devido à pressão das camadas sobrepostas, causando assim a recristalização.

A redução na área da superfície reduz a energia livre, fazendo com que as moléculas tendam a se redistribuir, reduzindo a superfície dos cristais. Os flocos de neve, com suas formas complexas, são gradualmente arredondados, que tendem

a crescer por causa do favorecimento da redução de energia livre. Como a densidade aumenta e o *firn* torna-se menos poroso [40], a sublimação se reduz; ao mesmo tempo, o peso e a área de contato entre os grãos aumenta. A recristalização e a deformação começam a se tornar processos dominantes, até que o espaço entre os grãos se fecha. Quando a densidade atinge  $0.83 \text{ g cm}^{-3}$  o material é considerado gelo de geleira [29].

O processo de metamorfismo é acelerado nas geleiras com o pacote de neve superficial com temperaturas perto de  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Neste caso, sazonalmente, a água de derretimento percola e recongela entre as camadas de *firn*, aumentando mais rapidamente a densidade.

### 1.3.2 Estrutura termal de uma geleira

É mais coerente classificar uma geleira em partes, do que tentar classificá-la inteiramente [3]. A idéia de dividir as geleiras em zonas foi desenvolvida por Benson [4]; Müller [25] adicionou mais detalhes, porém apenas utilizado para a parte superficial das geleiras.

Na zona de neve seca não ocorre o derretimento, a não ser no verão. O limite entre essa zona e a próxima é chamado de linha de neve seca [29]. Isto só ocorre nas gelerias polares, como no interior da Antártica. Já na zona de percolação, a água pode penetrar a uma certa distância dentro da neve a temperaturas abaixo de  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  antes do congelamento, quando congela, uma camada de gelo é formada.

Na zona de neve úmida, no final do verão, toda a neve depositada desde o final do verão prévio atingiu  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . A água do degelo percorre dentro das camadas mais profundas que estão depositadas há anos, embora ainda não necessariamente em quantidade suficiente para elevar a temperatura até  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . O material da zona de percolação e na zona de neve úmida consiste de camadas de gelo, separadas das camadas e/ou pedaços de neve e *firn*. Em elevações mais baixas, no entanto, muita água de derretimento é produzida, unindo as camadas de gelo numa massa contínua,



chamada de gelo sobreposto. Abaixo da linha de equilíbrio encontra-se a zona de ablação ou zona de derretimento.

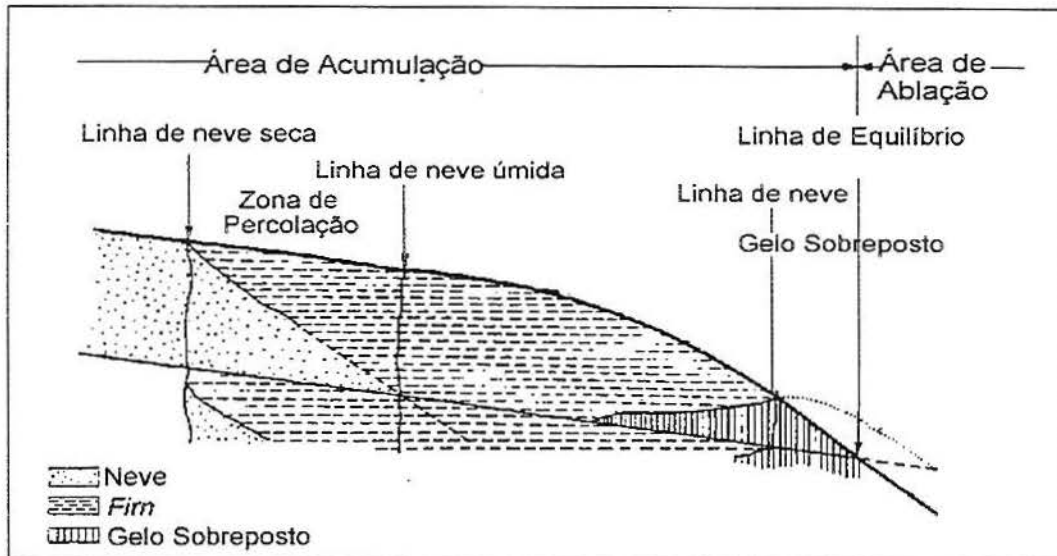


Figura 1.2: Zonas superficiais de uma geleira [29]

Um dos fatores determinantes da temperatura basal de uma massa de gelo é o fluxo de calor através do embasamento rochoso, o qual pode contribuir para o derretimento da interface rocha-gelo [29].

A partir da classificação geofísica de geleiras, de acordo com a temperatura do gelo e importância do derretimento da superfície, podemos dividi-las em três categorias: temperada, subpolar e fria (*high-polar*). Geleiras temperadas são encontradas onde o gelo está no ponto de fusão sob pressão sobre toda a massa de gelo, o que é a  $0^{\circ}\text{C}$  somente na superfície; devido à pressão essa temperatura é menor de  $0^{\circ}\text{C}$  em profundidade.

A distribuição da temperatura de uma geleira, tanto no papel de deformação do gelo, quanto de água de derretimento como lubrificante do leito, tem

importância fundamental para a sua dinâmica [42]. Nas geleiras temperadas o fluxo de água, encontrado entre os interstícios, atinge o leito formando canais subglaciais e auxiliando o movimento das geleiras.

O que determina a distribuição da temperatura numa geleira são vários fatores como: clima, calor geotermal e a fricção. O gelo em movimento causa fricção com a rocha e também a fricção interna causando aumento na temperatura e, em muitos casos, o fluxo d'água, transferindo calor da geleira. O congelamento de 1 g de água produz calor suficiente para aumentar a temperatura de 160 g de neve ou *firn* em 1 °C.

### 1.3.3 Dinâmica de uma geleira

Descrições sobre geleiras podem ser encontradas desde o século XI, na Islândia, *Century Icelandic Literature*, mas o fato que as geleiras se movem não aparece até 500 anos depois [29]. Desde este tempo, o problema de como uma massa tão extensa, aparentemente sólida, poderia fluir, tem sido estudado e debatido por muitos cientistas. Altmann [29], em 1751, corretamente reconheceu que a gravidade era a causa principal do movimento, que consistia em um deslocamento de gelo sobre um leito.

Teorias matemáticas de movimento das geleiras têm sido construídas em anos recentes [29], mas o grau para a qual tem sido aplicada no movimento das geleiras reais é problemático. Essas teorias são baseadas em dois pontos: leitos rígidos e impermeáveis. Apesar de geólogos saberem que sedimentos, especialmente quando saturados d'água podem deformar, os glaciologistas, até muito recentemente, ignoraram esse fato. O armazenamento de água nas geleiras contribui para o entendimento do movimento e da deformação do leito.

Medidas sistemáticas do movimento das geleiras começaram em 1830 nos Alpes. O intuito principal era encontrar como o movimento variava de lugar a lugar na geleira. Agassiz [29] mostrou que a velocidade é muito maior na parte

central e diminui progressivamente nas laterais, e que a velocidade no início da geleira é muito menor do que em qualquer outro lugar.

Já em 1897, Reid [29] mostrou que os vetores velocidade não eram paralelos na superfície da geleira. São vetores mais inclinados nas partes altas das geleiras do que nas partes inclinadas.

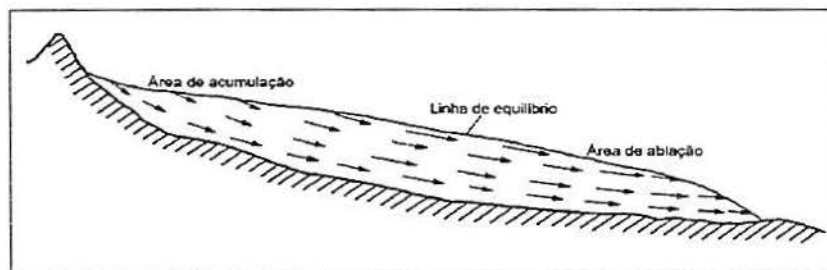


Figura 1.3: Vetores velocidade na superfície de uma geleira mostrado por Reid em 1897 [29]

Melhor entendimento da mecânica do movimento do fluxo de uma geleira foi alcançado nos últimos 40 anos, através de idéias modernas da física do estado sólido e metalúrgica. Isto tem sido compreendido porque o gelo é um sólido cristalino <sup>2</sup>, mas em temperaturas perto do seu ponto de fusão.

#### 1.3.4 Conhecimento atual da mecânica das geleiras

Atualmente, sabe-se que menos três processos são envolvidos na dinâmica das geleiras: deformação interna, o deslizamento basal e a deformação da camada de sedimentos logo abaixo a geleira [29]. O movimento na superfície de uma geleira pode ser o efeito de somente um destes processos ou qualquer das combinações entre eles.

<sup>2</sup>Metalurgicamente o gelo é considerado uma cerâmica: sólido, cristalino e não-metálico

A deformação interna do gelo refere-se aquelas trocas na forma do gelo da geleira em resposta à uma tensão, e pode ser constituída de duas componentes: fluência *creep* ou a fratura. A fluência é aquela deformação que resulta do movimento dentro ou entre os cristais de gelo. A fluência do gelo é muito semelhante à deformação de metais à temperaturas perto do ponto de fusão. A relação que descreve a resposta do gelo a uma tensão é uma lei de fluxo da qual a mais conhecida é a Lei de Glen que foi adotada primeiramente por Nye, em 1957 [27]. A Lei de Glen, é discutida mais detalhadamente na seção 3.2.

O gelo, no entanto, principalmente nas primeiras dezenas de metros superficiais tenderá a ter um comportamento elástico. Onde a aplicação de uma tensão resultará em fraturas, associado à fragilidade do material. As fendas são os exemplos mais marcantes deste comportamento, podendo em algumas vezes passar de 40 metros de profundidade. A partir desta profundidade as taxas de fluência (*creep*) são suficientemente altas para impedir o comportamento elástico. É claro que esta profundidade máxima de formação de fendas dependerá de outros fatores, por exemplo, a temperatura do gelo. Geleiras mais quentes terão deformação interna maiores e portanto as fendas se fecham mais rapidamente. O terceiro tipo de mecanismo para movimentação é a deformação daquela camada de sedimentos entre a base da geleira e a base rochosa. Neste caso, principalmente naquela geleira perto do ponto de fusão, poderá se formar uma camada de sedimentos saturados d'água. Lubrificando então a interface gelo-rocha e aumentando a velocidade da geleira.

## 1.4 A área geográfica de estudo: localização e características ambientais

### 1.4.1 Introdução: o continente antártico

O continente antártico pode ser dividido em três partes: o manto de gelo Leste e Oeste, separados pelas Montanhas Transantárticas, e a Península Antártica, caracterizada por calotas de gelo relativamente pequenas e vales glaciais, figura 1.5.

Aproximadamente 99% o continente é coberto por gelo, atingindo uma espessura máxima constatada de 4776 m.

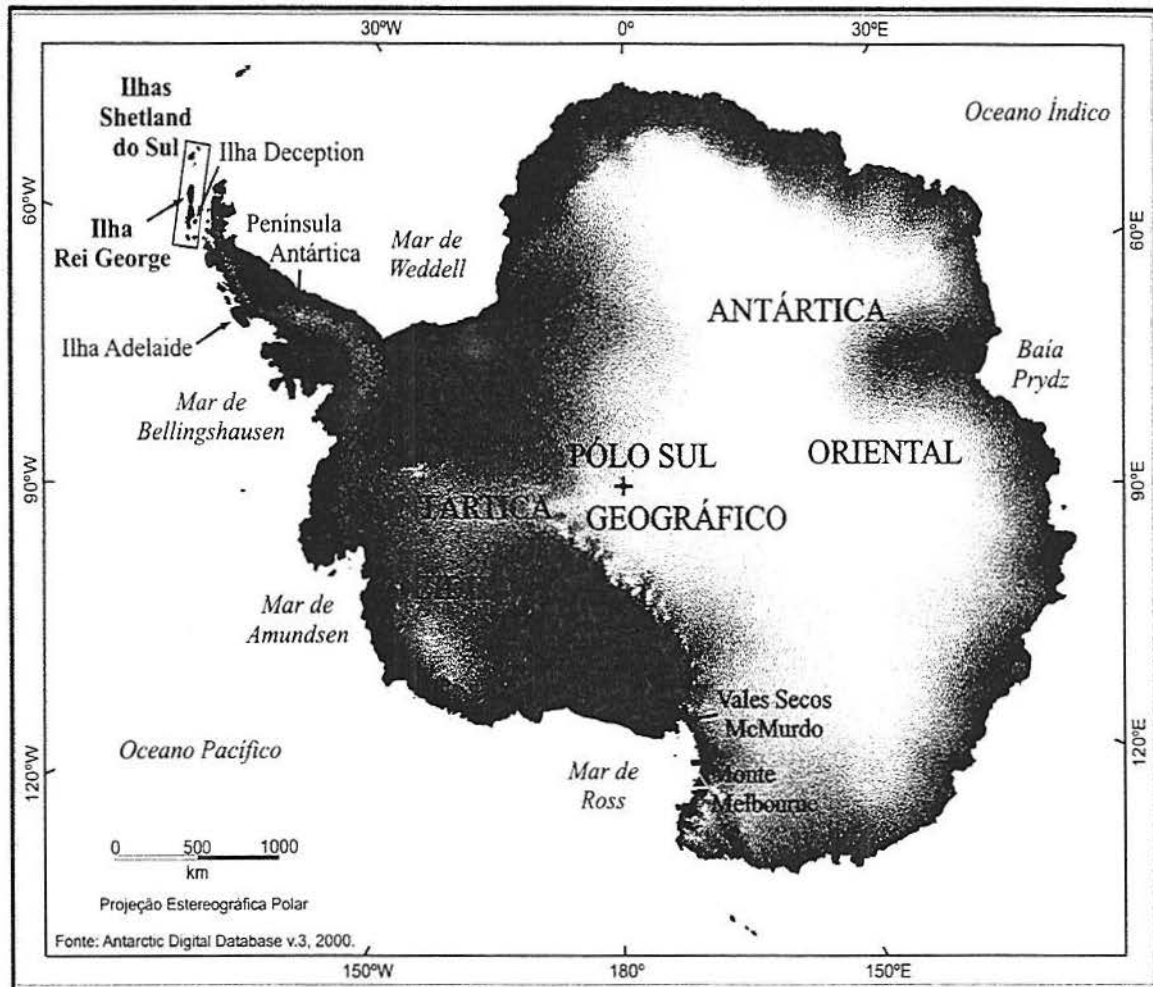


Figura 1.4: Mapa do Continente Antártico focalizando o Arquipélago das Shetland do Sul e a Ilha Rei George (fonte: Jorge Arigony Neto, [26])

#### 1.4.2 O Arquipélago das Shetlands do Sul, a Ilha Rei George (IRG) e a Geleira Lange

O arquipélago é formado por vinte e nove ilhas, das quais onze possuem áreas superiores a 100 km<sup>2</sup> [13]. A maior dessas ilhas, a IRG, possui 1.250 km<sup>2</sup> [7]. Essas ilhas estão localizadas entre as latitudes 61° e 63°30'S e longitude 62°45'e 53°30'W: aproximadamente 1000 km a sudeste da extremidade meridional

da América do Sul e 130 km a noroeste da Península Antártica, das quais estão separadas, respectivamente, pela Passagem de Drake e pelo Estreito de Bransfield. A IRG situa-se entre as coordenadas  $61^{\circ}50'$  e  $62^{\circ}15'S$  e  $57^{\circ}30'$  e  $59^{\circ}00'W$ .

A IRG se estende por 79 km no sentido SW-NE e tem 30 km de largura máxima no sentido SSE-N [39], o gelo recobre 92,7% e sua área atinge a espessura máxima de 357 m [22].

A geleira Lange localiza-se na porção sudeste da IRG,  $62^{\circ}7'S$  e  $58^{\circ}30'W$ . Terminando na Baía do Almirantado, figura 1.6.

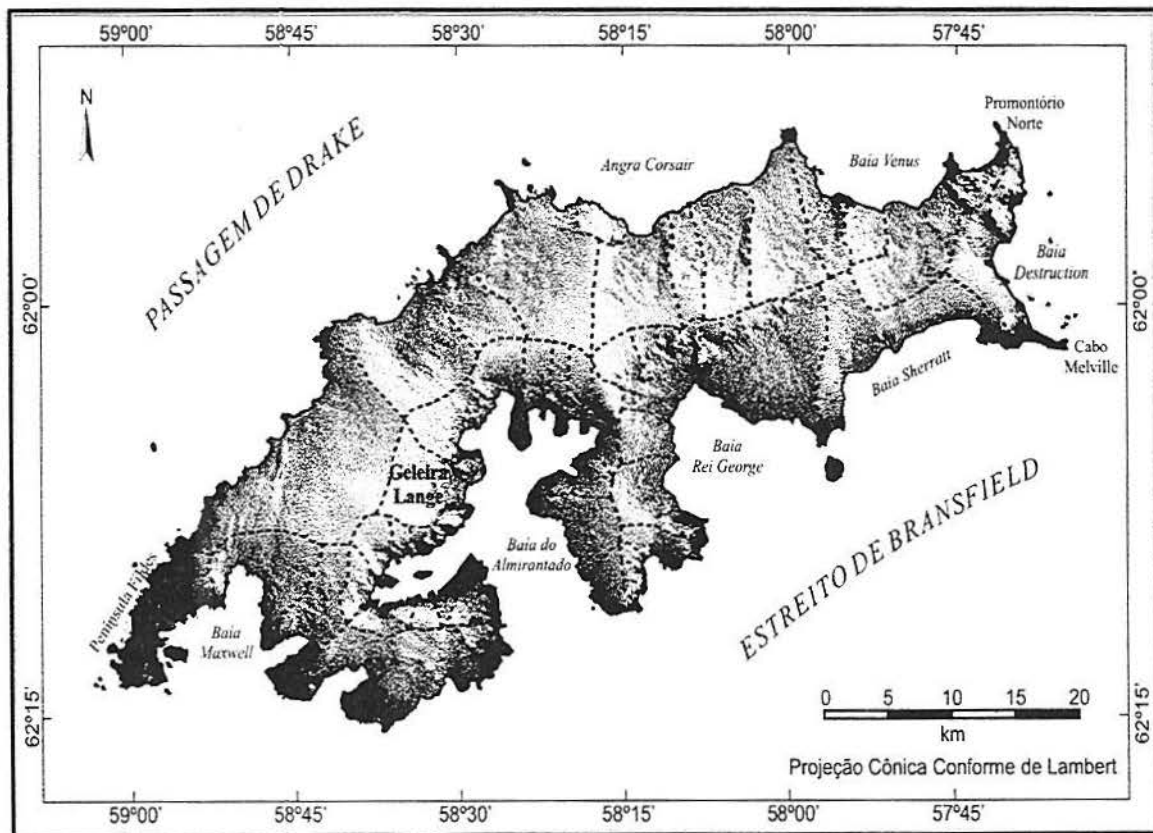


Figura 1.5: Mosaico da Ilha Rei George construído a partir de imagens de satélite SPOT (modificado de Bremer, 1998) com delimitação das bacias de drenagem das geleiras, e localizando a bacia de drenagem da Lange

## 1.5 Glaciologia geral da Ilha Rei George

A IRG é coberta por um campo de gelo de 1158 km<sup>2</sup> (92,8% da área). Essa cobertura é caracterizada por uma série de domos assimétricos e interligados, orientados no sentido do controle estrutural com direção SW-NE, drenado por várias geleiras de descarga <sup>3</sup> [14].

Na costa norte, voltada para a passagem de Drake, a ilha apresenta bacias de drenagem glacial com términos em falésias diretamente no mar. No lado voltado para o Estreito de Bransfield a drenagem ocorre em encostas mais íngremes; o gelo é descarregado nas baías e fiordes<sup>4</sup> pelas geleiras de descarga ou cascatas de gelo <sup>5</sup> [38].

Este é caso da Geleira de descarga Lange, a qual apresenta um fluxo rápido e converge para dentro da Baía do Almirantado, como a maioria das geleiras de descarga da região [38].

A calota de gelo da IRG é composta por no mínimo 70 bacias de drenagem, as quais são delimitadas por divisores bem definidos. As geleiras de descarga drenam o fluxo de gelo destes divisores em direção ao mar [38].

O recuo das frentes das geleiras desde 1957 no lado leste da IRG (Estreito de Bransfield) resultou na perda de 7% da área glacial. As frentes das 45 bacias de drenagem sofreram recuo no período de 1956-1995 [38].

---

<sup>3</sup>Geleiras de descarga (*outlet-glaciers*): é uma geleira de vale que drena um manto ou calota de gelo situada no interior, e que flui através de um desfiladeiro entre montanhas periféricas.

<sup>4</sup>Fiorde: tipo de costa submersa, com topografia acidentada, resultante da atividade glacial passada

<sup>5</sup>Cascatas de gelo (*ice-falls*): Área de uma geleira com declive muito íngreme, densamente fraturada e geralmente com muitas fendas profundas expostas.

## 1.6 Climatologia da Ilha Rei George

A ilha é caracterizada por um clima marítimo subpolar, controlado pela rápida sucessão de sistemas ciclônicos, transportando ar aquecido e úmido, fortes ventos e grande volume de precipitação. Ela é frequentemente coberta por uma massa de nuvens, impedindo que grande parte da luz solar atinja a superfície e interferindo no balanço de energia superficial [5].

Variações nas temperaturas atmosféricas são muito pronunciadas: no período 1947-1995 (49 anos), registrou-se um aumento de 1,08 °C, ou seja, 0,022 °C por ano. Já a temperatura média do verão, no período de 1947 a 1995, aumentou 0,016 °C por ano, representando um aquecimento de 0,78 °C, com temperatura média de 0,9 °C. Devido a essas temperaturas de verão relativamente altas, o derretimento sazonal de neve expõe o solo ou rocha nas partes menos elevadas.

A umidade relativa do ar varia com a estação do ano; em janeiro, fevereiro e maio está acima de 82%; a média anual está em torno de 81,6% e sobre a calota de gelo chega a 90% [13]. A precipitação varia de 500 mm a<sup>-1</sup> ao nível do mar e de 800 a 2000 mm a<sup>-1</sup> no topo da IRG [17] e [32] .



## 2 GLACIOLOGIA DA BACIA DE DRENAGEM MODELADA - GELEIRA LANGE

### 2.1 Morfologia e condições termais

A Geleira Lange é uma geleira de maré <sup>1</sup> [15], onde ocorre o processo chamado despreendimento (*calving*), isto é, separação de blocos de gelo, dentro d'água, formando *icebergs*. Geralmente quando há redução no despreendimento, o balanço de massa se torna positivo, e então inicia-se o avanço da geleira.

Há dois tipos de geleiras de maré, flutuantes e ancoradas no fundo do mar; a porção frontal da geleira Lange possui estas duas características. Através das observações de campo na frente dessa geleira, conjuntamente com dados batimétricos, sabe-se que a parte norte está ancorada e a outra parte está flutuando, conforme figura 2.1 [1]. A Geleira Lange também pode ser considerada como uma geleira de descarga.

A Geleira Lange é classificada como temperada. Ou seja, toda a sua massa está no ponto de fusão sob pressão, com exceção das camadas superficiais até uma profundidade de 15 m, as quais sofrem resfriamento anual no inverno.

### 2.2 Perfil topográfico da Geleira Lange

A bacia de drenagem tem área total de 28.3 km<sup>2</sup>. O comprimento longitudinal, na parte central, é de 9 km e largura, na porção intermediária, de 6,5 km; a sua frente tem 2 km de largura, desembocando no interior da Baía do Almirantado (costa sul da IRG). A bacia de drenagem foi determinada através da análise visual da

---

<sup>1</sup>Geleira de maré é aquela que possui seu término no mar, geralmente em uma baía ou em um fiorde.



Figura 2.1: Frente da Geleira Lange, foto tirada e cedida pelo Francisco Eliseu Aquino, fevereiro de 1996

imagem de satélite, pontos de RES (Técnica de Radioecossondagem) realizados na 42ª Expedição Antártica Russa e algumas estacas implantadas próximas ao divisor de gelo [13].

A partir da cota de 400 metros a geleira encaixa-se em um vale, que desce até o nível do mar; nesta região há presença de fendas, devido à tensão gerada pelo desnível topográfico e o estreitamento da bacia. Possui até esta cota um gradiente de declividade suave inferior a  $20^\circ$ ; da cota para baixo o declive acentua-se, sendo superior a  $35^\circ$ , devido à irregularidade do substrato rochoso onde está apoiada [1].

## 2.3 Morfologia subglacial

Os dados para a construção do perfil subglacial foram obtidos através da técnica de radioecosondagem.

### 2.3.1 Técnica de radioecosondagem do gelo (RES)

A técnica de radioecosondagem é utilizada para levantamentos glaciológicos, gerando informações sobre o perfil do embasamento rochoso de uma área glaciada, da espessura e da estrutura interna do gelo [28].

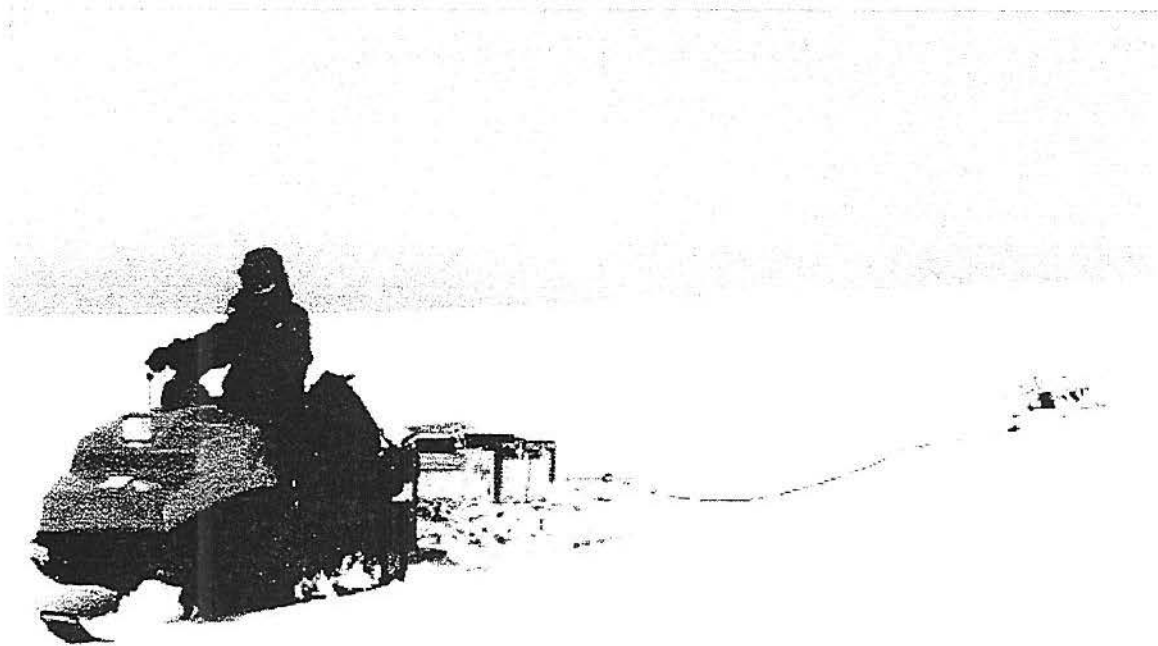


Figura 2.2: Técnica de Radioecosondagem do gelo, expedição à IRG no verão 1999/2000

As frequências usadas para sondagem da espessura do gelo, de uma geleira polar, são em torno de 25-400 MHz [29], dependendo da temperatura do gelo; em gelo frio usa-se frequências mais altas. O gelo relativamente morno (i.e.

eletromagnética é refletida pelo embasamento rochoso. Na Ilha Rei George usou-se uma frequência central de 40 MHz, transmitindo pulsos de duração de  $0,25 \cdot 10^{-6}$ s e período de repetição de pulso de  $50 \cdot 10^{-6}$ s; a largura da banda do receptor é de 40 MHz, com potência de 2,5 km e a sensibilidade é de  $60 \cdot 10^{-6}$ v, acoplados a trenós e puxados por motos-de-neve [21].

## 2.4 Estrutura termal

As geleiras da IRG encontram-se num estágio intermediário entre temperadas e a subpolar [37], considerando que a temperatura do gelo varia de ponto a ponto. É importante ressaltar que a estrutura de uma geleira é complexa e a distribuição das temperaturas é distinta em várias partes.

Por exemplo, na área de acumulação da Ilha Rei George a cobertura do gelo está no ponto de fusão sob pressão <sup>2</sup>; já na área de ablação, ou seja, a parte da geleira onde ocorre a perda de massa, conforme verificado por Jiankang [18], através de medidas de temperaturas em poços, a cobertura está abaixo dessa temperatura.

A temperatura do gelo na camada ativa da geleira, ou seja, até 15 metros de profundidade, sofre influência nas variações sazonais da temperatura do ar [18]. No verão da Ilha Rei George, o derretimento na superfície das geleiras é alto, resultando na mudança do regime termal da camada ativa [13]. A transferência de massa e calor causada pela percolação da água de degelo provoca este processo.

Através de testemunhos de gelo obtidos na cabeceira da Geleira Lange no verão de 1995/1996, constatou-se verificar um derretimento superficial intenso, a ponto de provocar aumento na temperatura de  $-8,3$  °C para  $-0,3$  °C, devido à liberação de calor latente devido ao congelamento em profundidade [13]. Além disto, medições da temperatura do gelo até 45 m de profundidade mostra pouca variação ao redor de  $-0,3$  °C [13].

---

<sup>2</sup>Ponto de fusão sob pressão: é 0 °C à pressão normal. Sendo esta aumentada, abaixa-se o ponto de fusão

A conclusão tirada dessas medições, muito próximas a 0 °C nos 45 m superficiais, é que a base também está no ponto de fusão sob pressão. Esta afirmação é evidenciada através da presença de grande quantidade de plumas de sedimentos registradas por Aquino (1999) à frente da Geleira Lange, na Baía do Almirantado.

## 2.5 Cinemática da Geleira Lange

No verão de 1999/2000, durante XVIII Operação Antártica Brasileira, foram implantadas 21 estacas na bacia de drenagem da geleira Lange, com o intuito de determinar a velocidade da superfície do gelo.

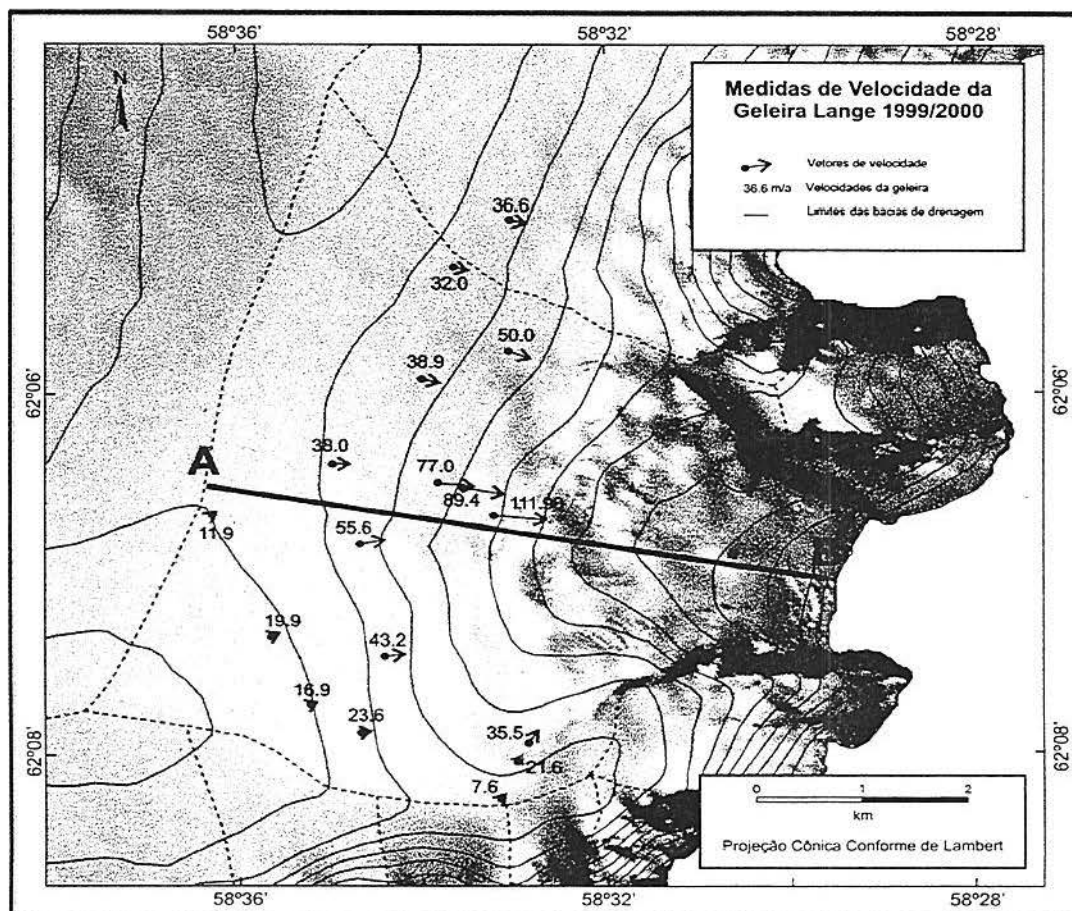


Figura 2.3: Subcena da imagem de satélite SPOT mostrando o movimento superficial da Geleira de Descarga Lange com seus respectivos vetores velocidade e o perfil A-B.

O equipamento utilizado foi o DGPS (Sistema Global de Posicionamento Diferencial) com precisão centimétrica. Dois aparelhos GPS *Magellan PRO-MARK X CM* receptores, um fixo a um ponto conhecido e outro em movimento ou na posição para medir, foram usados.

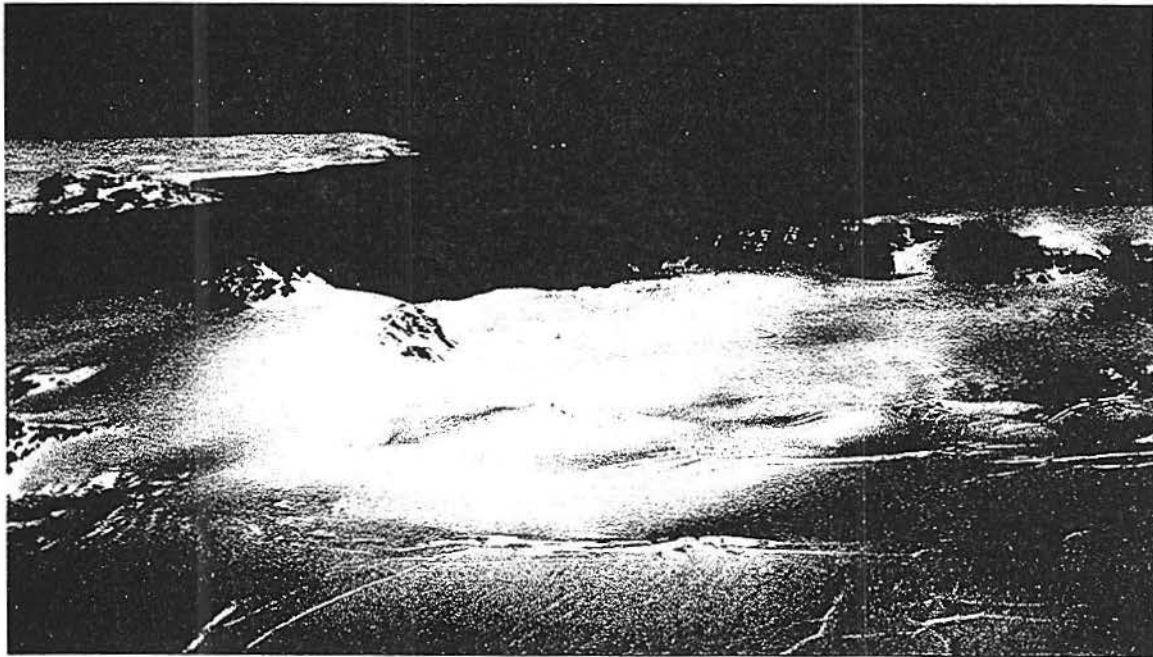


Figura 2.4: Fotografia da bacia de drenagem da Geleira Lange

Todos os pontos foram medidos duas vezes com o modo exatidão centimétrica. O processo seguinte é feito com os dados utilizando o software *Magellan MSTAR Vers. 2.06*. Estes resultados, na forma de coordenadas de cada medida individual, em UTM ou coordenadas geográficas.

A partir das coordenadas UTM, os deslocamentos durante o intervalo de tempo de duas medidas são computados no EXCEL. Estas diferenças e os intervalos de tempo resultam em vetores velocidade de duas dimensões na superfície. Para as medidas do DGPS nas estacas da Geleira Lange, o ponto de referência usado foi a estaca localizada no acampamento (CAMP1). Então, este vetor velocidade foi adicionado a velocidades obtidas das coordenadas das estacas. Como esperado,

o deslocamento das estacas foram os seguintes: os vetores de estacas próximas ao limite da bacia são menores do que daqueles de estacas encontradas no meio da geleira, onde esta começa a encaixar-se em um vale.

## 2.6 Variações da Frente da Geleira Lange

A maioria das geleiras da IRG recuaram desde 1956, e a Geleira Lange foi aquela com maior recuo [7].

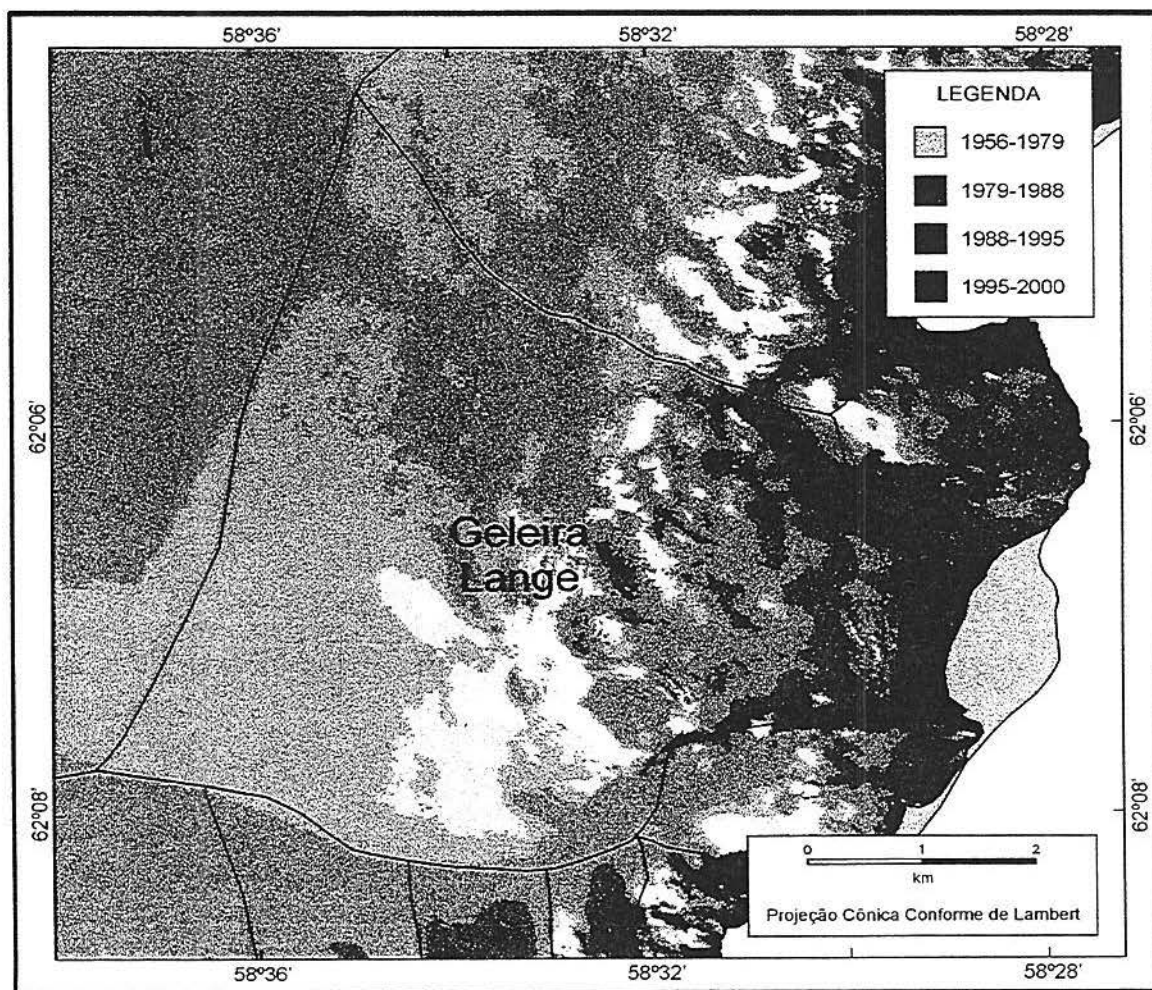


Figura 2.5: Variações da frente da Geleira Lange desde 1956, modificado de Jorge Arigony Neto [26], as linhas contínuas pretas indicam divisores de gelo

Essa geleira retraiu em torno de 1,38 km no período 1956- 1995, perdendo uma área de 3,18 km<sup>2</sup> [1]. Concomitante a perda de 89 km<sup>2</sup> da cobertura glacial da IRG [7](i.e., 7,1% da área inicial, [7]).

Através da comparação de fotografias aéreas tomadas pelo *Falkland Islands Dependencies Survey* atual *British Antarctic Survey - FIDS*, no ano de 1956 e pela Marinha Real Britânica no ano de 1975, com subcenas de imagens SPOT-1 (1988) e SPOT-3 (1975), foi possível estimar o recuo observado no período, calculando as áreas perdidas através de um planímetro de mesa [1]. Aquino verificou que no período 1956-79 a perda foi de 1,27 km<sup>2</sup>; entre 1979-1988 foi de 0,42 km<sup>2</sup>; e, no período 1988-1995, foi de 0,17 km<sup>2</sup>, no período 1995-2000, foi de 0,14 km<sup>2</sup>. Isto corresponde a uma perda total de 2,0 km<sup>2</sup>.

## 2.7 Fácies Superficiais da Geleira Lange

Através de imagens satelitais SPOT, LANDSAT e ERS-1 identifica-se duas zonas na área de acumulação do campo de gelo da IRG, do topo para a base [22]: zona de percolação e zona de neve úmida, a zona de gelo sobreposto não é identificada.

A zona de percolação é encontrada a partir da cota de 500 metros de altitude; sua característica principal é a presença da percolação da água. A água percola alguns metros na neve e esfria, recongelando. Entre a altitude de 350 a 500 metros, encontra-se a zona de neve úmida, apresentando um pacote de neve saturado d'água no final do verão [37]. Na zona de gelo sobreposto toda a neve é transformada em gelo para derretimento. Em geleiras subpolares, como a Lange, o limite inferior dessa zona é a linha de equilíbrio, ou seja, onde ocorre o balanço entre a ablação e acumulação ao logo de um ano, atualmente está entre 300 e 350 m de altitude. A área de ablação ocorre abaixo de 350 m de altitude e estendendo por 7.87 km<sup>2</sup>.



## 2.8 Taxas de acumulação e ablação

Um testemunho de gelo de 49,9 metros (34,9 metros em equivalente d'água, ou seja, profundidade corrigida pela densidade), foi obtido do setor sudoeste da Geleira de descarga Lange, no verão austral de 1995/96. Localiza-se próximo ao divisor de gelo, nas coordenadas 58°37'37,7" S e 62°07'47,2" W a 700 m de altitude (medido por um altímetro com precisão de 10 m).

A obtenção do testemunho do gelo da Geleira Lange foi feita com auxílio de uma perfuradora eletroeletrônica desenvolvida pelo *Laboratoire de Glaciologie et Geophysique de L'Environnement* (LGGE, Grenoble, França) com alcance de perfuração de 100 metros e diâmetro de 7,5 cm. O equipamento foi instalado dentro de uma trincheira de aproximadamente 1,2 m de profundidade real, de onde a perfuração foi feita até 49,9 m [13].

Através das interpretações das variações sazonais isotópicas e nas concentrações iônicas ( $\text{Cl}^-$ ,  $\text{SO}_4^{-2}$ ) neste testemunho foram obtidas as taxas de acumulação de neve para a Geleira Lange. A taxa de acumulação média encontrada é de  $0,60 \text{ m a}^{-1}$  em equivalente d'água (Simões, comunicação oral).

### 3 MODELAMENTO MATEMÁTICO DA DINÂMICA AO LONGO DE DOIS PERFIS DA GELEIRA LANGE

Neste capítulo serão apresentadas as equações governantes do modelo utilizado e a resolução das mesmas através do método de diferenças finitas, discutindo também alguns conceitos sobre a teoria da dinâmica das geleiras. Um dos propósitos da glaciologia para entender e descrever o fluxo das geleiras, e como o seu processo pode ser relatado através do mecanismo geofísico, é considerar a situação em que a geleira é encontrada [16]. A dinâmica de uma geleira envolve diversas influências, desde que estejamos considerando que o sistema físico não é controlado por dinâmicas internas [41], mas sim pelas condições de fronteira.

#### 3.1 Introdução

A descrição do movimento por ele mesmo é chamada de cinemática. Conseqüentemente, os resultados do estudo da cinemática aplicados a todo o tipo de fluido e os demais corpos são o terreno do trabalho o qual se encontra resultados da dinâmica construída.

A ciência das forças e movimentos é conhecida como mecânica. A mecânica envolve conceitos básicos como: força, massa, comprimento e tempo. É possível distinguir dois tipos de movimentos os quais são muito importantes na mecânica dos sólidos, envolvendo mudanças na posição com o tempo, enquanto que o segundo envolve apenas distorções da forma [2]. Na teoria da mecânica do contínuo é referido que as partículas e seus vizinhos mudam de posições e são sempre consideradas [20].

Basicamente, o movimento do gelo possui três componentes: deformação interna, movimento sobre o leito e a deformação do próprio leito [29]. Também pode

ocorrer a combinação entre estes fatores, como por exemplo o movimento do gelo sobre o leito sofre influência da deformação interna na massa [41]. Outras propriedades interferem na física das geleiras, como a variação da pressão e da tensão perto da base [8]. É importante salientar, novamente, que o fluxo de uma geleira não pode ser considerado especificamente como um fluido nem como um sólido, visto que estamos trabalhando com material viscoplástico. No entanto, os modelos de uma geleira são idealizados a partir de um material com plasticidade perfeita [43]. Desta forma, é indispensável o conhecimento da diferença entre esses dois comportamentos dinâmicos.

Muitos fatores precisam ser analisados: a pressão causa efeitos em mais de uma direção, e o material pode conter falhas ou muitas vezes fendas; a pressão pode ser aplicada por um longo período de tempo, repetidamente ou removida. Na base da geleira grandes variações tanto na pressão quanto na deformação podem ocorrer [8].

A definição de deformação nada mais é do que o efeito cumulativo do peso e é dividida em deformação elástica ou plástica caracterizada pelo tempo dependente, que é o chamado *creep* (i.e., fluência). Deformações não dependem unicamente do estado do corpo considerado, mas também do estado com que as deformações acontecem [35].

A deformação elástica é a resposta imediata após a força ter sido descarregada, onde a pressão presente e força peso são proporcionais. Retirada a carga, o corpo retorna à configuração inicial. Na elasticidade, a definição de deformação é baseada no estado inicial com o qual a configuração posterior seja comparada [23]. Já a deformação plástica é a reposita depois da força descarregada, ou seja, é permanente. Dizemos que uma substância é elástica quando, em cada partícula, a tensão é determinada em função da deformação atual [10]. Quando a deformação plástica começa, um aumento na pressão usualmente causa uma grande deformação adicional. Este processo favorece a deformação, causando o chamado resultado

(*yielding*), e o valor da pressão onde este procedimento começa a ser importante para um dado material é chamado de força resultante (*yield strength*).

### 3.2 Deformação interna e o movimento basal

As forças podem ser classificadas como forças externas, atuando em um corpo, ou forças internas, atuando entre duas partes do corpo. Esta classificação é usada para distinguir entre as cargas aplicadas (forças externas) gerando uma tensão e forças internas que resistem a esta tensão. As forças externas podem ser classificadas em dois tipos: forças de corpo e de superfície [23].

O movimento das geleiras pode ser explicado tanto pelo fenômeno do regelo como o da plasticidade. Porém, dá-se maior importância ao deslizamento para justificar o movimento das geleiras, visto que estudos microscópicos evidenciam claramente que muitos cristais de gelo apresentam curvatura; outros planos de deslizamento, ou ainda, são esmagados pelo efeito da pressão orientada no sentido vertical, e decomposta em vetores correspondentes à declividade do terreno [6]. Enfim, é comum separar o problema do fluxo glacial em duas componentes; a deformação interna e o deslizamento basal.

Qualquer ponto da geleira está sujeito a uma força uniaxial compressiva de pressão como resultado do peso da própria massa [41]. A pressão hidrostática e a tensão de cisalhamento são duas componentes relacionadas ao mecanismo da pressão.

A tensão de cisalhamento pode ser calculada através da equação:

$$\tau = \rho g h \sin\alpha \quad (3.1)$$

Nesta  $\tau$  é a tensão de cisalhamento basal,  $\rho$  a densidade do gelo,  $g$  a aceleração da gravidade,  $h$  a espessura do gelo e  $\alpha$  a declividade da superfície. Então, a tensão de cisalhamento varia de acordo com a espessura da geleira e com a declividade da superfície, verificado na equação 3.1 [41].

O deslizamento basal é a componente do fluxo da geleira que ocorre em geleiras que possuem depressão e grande quantidade de água de degelo produzida no verão causando um fluxo mais rápido [14]. A água subglacial é muitas vezes pouco influenciada pelo derretimento basal. O filme de água entre o embasamento e o gelo é causado pelo calor geotérmico e a fricção entre o gelo e a rocha. Desta forma, a água subglacial independe da estação do ano. É evidente que durante o verão, sempre com algum retardo, a água superficial irá percolar até a base.

Através de pesquisas feitas em laboratórios, a taxa de deformação ou de esforço de gelo policristalino, ou seja, composto de muitos cristais, demonstra o que é hoje chamada de Lei de Glen. Glen mostrou que quando uma pressão constante é aplicada em blocos de gelo, a deformação logo chega a um estado constante.

A Lei de Glen, ou Lei do Fluxo como também é conhecida, foi adaptada para as geleiras por Nye [27], e pode ser escrita como

$$\dot{\epsilon} = A \tau^n \quad (3.2)$$

onde  $\dot{\epsilon}$  representa a taxa de deformação,  $A$  a constante de temperatura do gelo,  $\tau$  o efeito da tensão de cisalhamento e  $n$  é tipicamente igual a 3; este valor é adotado para estudos de geleiras [33]. O valor de  $n$  é medido em laboratórios, ou através de medidas da deformação em geleiras temperadas. Porém para geleiras que estão em temperaturas abaixo de  $-12$  °C este valor não é o mesmo. Desta forma,  $n$  igual a 3 continua sendo o valor adotado para modelamento das geleiras das Shetlands do Sul.

Há muitas dificuldades envolvidas quando se aplica ao modelo de Glen de laboratório para os problemas da deformação de geleiras. O modelo não estima a pressão adicional na geleira a qual está associada à variações no fluxo longitudinal. Experimentos geram a pressão longitudinal tendo o efeito de aumentar a taxa de deformação e fazer com que o gelo se deforme mais rapidamente. O modelo aplicado ao gelo de cristais aleatoriamente orientados, pois em algumas geleiras os cristais

são encontrados de forma alinhada, pode resultar em um aumento da plasticidade do gelo [41].

A Lei de Glen é um dos modelos mais importantes da fluência do gelo [41]. Esta também é usada para tratá-lo como um plástico perfeito. Este modelo assume que o gelo não se deforma antes de receber uma pressão crítica ou o chamado *yield stress* ou tensão resultante. Depois que esta pressão é alcançada o gelo se deforma indefinidamente.

### 3.3 Modelos prévios

É muito importante a revisão bibliográfica dos trabalhos em modelagem numérica para que o modelo seja validado. Modelos muito simplificados como o de Nye [27] descrevem dois tipos de fluxo estabilizado. Basicamente, o que se tem é um bloco de gelo descansando sobre uma declividade desigual, sendo que são ignorados os lados da geleira de vale. Neste trabalho o autor usa a Lei do Fluxo geral, equações para um fluxo estabilizado e velocidade longitudinal igual a zero.

Se a densidade e a Lei do Fluxo são conhecidas como funções da profundidade em qualquer região e se a declividade, e o valor da velocidade longitudinal da superfície também são conhecidos, as equações fornecem a pressão e a velocidade como funções da profundidade ou espessura. Através de testes experimentais é construída uma curva teórica e comparada com a experimental, observando a velocidade longitudinal e a Lei de Glen.

Nesse trabalho, Nye [27] analisou teoricamente a distribuição da pressão e da velocidade com o movimento de massa e comparada com o resultado do experimento. Nye primeiramente considerou, como modelo para uma geleira, um plano inclinado acidentado. Ele utiliza basicamente o movimento de uma geleira através de dois processos: deslizamento da base e deformação contínua com o próprio leito.

Considerou também o problema do fluxo neste modelo idealizando e observando a Lei do Fluxo como uma substância perfeitamente plástica [27]. Ou seja, a geleira funciona como um bloco rígido movendo-se para baixo e toda a pressão está concentrada na camada inferior, i.e., no leito. Mas, uma das principais respostas ao movimento do bloco é o avanço e o recuo da frente da geleira. No avanço, as velocidades da frente da geleira aumentam em relação as outras porque o gelo se estende longitudinalmente, e no recuo a velocidade diminui. Estes efeitos acontecem quando tratamos o gelo como um material plástico.

O modelo de Nye adotou as seguintes premissas: em primeiro lugar considerou o gelo como se fosse um material plástico perfeito e, principalmente, tratou o fluxo da geleira como se fosse um bloco inteiro, sem mudanças no volume; apenas a extensão e a compressão, ou seja, o avanço e o recuo do bloco. Para um material plástico perfeito a distribuição da velocidade com a profundidade é independente da taxa de deformação.

Outro modelo importante é o do autor Frank Pattyn [30], onde observações recentes na Bacia de Drenagem Shirase, Enderby Land, Antártica, mostraram que esta parte do manto de gelo antártico está a uma taxa de deformação cerca de 0.5 até 1.0 m a<sup>-1</sup>. A geleira Shirase é considerada uma das mais velozes do leste da Antártica, apresentando velocidades acima de 2700 m a<sup>-1</sup> tendo uma larga zona de transição de 200 km de comprimento, resultando em uma zona de fluxo de aproximadamente 50 km.

Desta forma, Pattyn desenvolveu um modelo bidimensional para o fluxo do manto de gelo. O leito basal e a temperatura do gelo são dados utilizados no modelo, e a temperatura é trabalhada junto com a velocidade. Resultados revelaram que, quando o movimento basal começa, o processo de deformação dominante é o parcial, a desintegração do manto de gelo é contrabalançada com a temperatura mais baixa do gelo basal.

Como em qualquer outro modelamento, através de simulação é possível obter o melhor resultado na reação do manto de gelo para mudanças ambientais (temperatura, nível do mar e balanço da massa) e para calcular o desequilíbrio presente e local.

O calor geotérmico na base do manto de gelo foi considerado como um dado muito significativo para o modelo, e obteve-se a conclusão de que este não é um fator que modifica significativamente a geometria do manto de gelo. A temperatura, pressão, deformação e distribuição da velocidade ao longo do fluxo da Geleira Shirase sob condições ambientais presentes, depois de 200.000 anos de simulação [30] são os resultados desse modelo bidimensional.

Como em qualquer sistema físico o manto de gelo não é controlado somente por dinâmicas internas, mas também por condições de limite; também são consideradas neste sistema as forças externas como a temperatura da superfície e o balanço de massa.

A velocidade do modelo foi calculada para o campo da pressão e através de uma linha de fluxo do qual é usada a espessura do gelo ao longo da linha no espaço e no tempo em regime bidimensional.

Na aplicação do modelo numérico, dependendo da relação usada no movimento basal longitudinal, pressões e seus gradientes não são tão importantes, mas também favorecem o fluxo na superfície, e influenciam na tensão de cisalhamento basal, onde a velocidade basal tem um papel importante no processo de deformação.

### 3.4 Descrição do modelo

Este modelo é capaz de fornecer resultados qualitativos para velocidade e distribuição de temperaturas baseado no método de diferenças finitas permitindo solução numérica econômica e eficiente. A partir de um grupo de equações, de dados coletados *in situ* e de variáveis utilizadas chegou-se à conclusão que não seria traba-



lhado especificamente com um fluido e nem com um sólido, visto que o gelo quando está em movimento é um material viscoplástico. O modelo utilizado considera que o gelo se deforma uniformemente ao longo de cada secção transversal.

### 3.4.1 Obtenção da malha computacional

Para obter o perfil da superfície apenas foram utilizados os dados das respectivas altitudes e para obter o subglacial foi realizada a subtração da altitude pela espessura do gelo, obtendo assim ambos perfis. Os dados da topografia superficial foram determinados através do uso das altitudes do perfil A-B ao longo do eixo principal da geleira, conforme figura 2.3 . A construção subglacial foi feita da mesma forma, porém foram utilizados dados coletados através da radioecossondagem.

A superfície do gelo e a elevação do leito rochoso ao longo da linha A-B é indicada na figura 3.1.

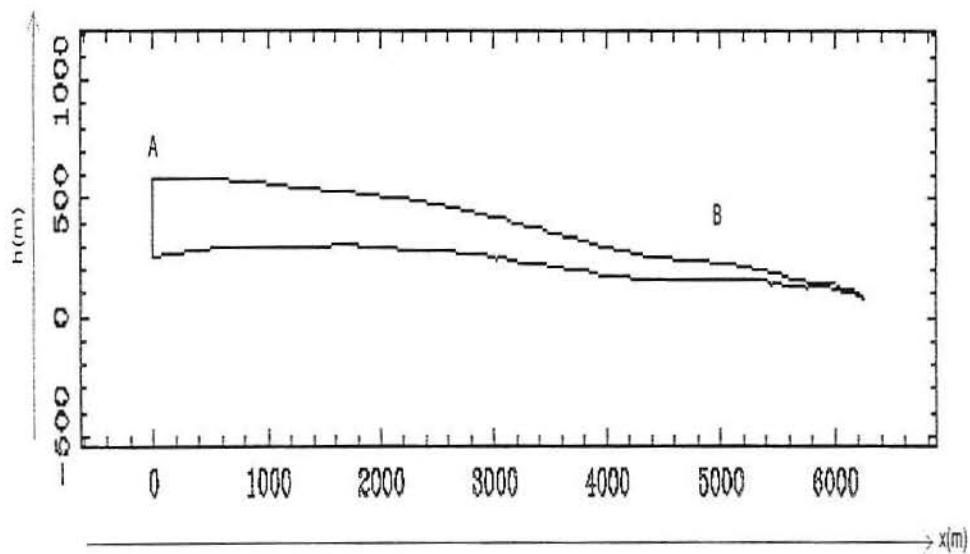


Figura 3.1: Perfil da Geleira Lange construído a partir do resultado da radioecossondagem ao longo do perfil A-B

No desenvolvimento de um modelo numérico em coordenadas generalizadas, a escolha da natureza da malha é fundamental. Esta pode ser caracterizada como estruturada e não estruturada. A malha de natureza estruturada é obtida através de um sistema de coordenadas, ou seja, cada ponto desta pode ser localizado por uma seqüência de índices ordenados, fazendo com que a conexão entre os pontos seja estabelecida por uma regra; assim gera facilidade de implementação computacional e solução de sistemas lineares [12].

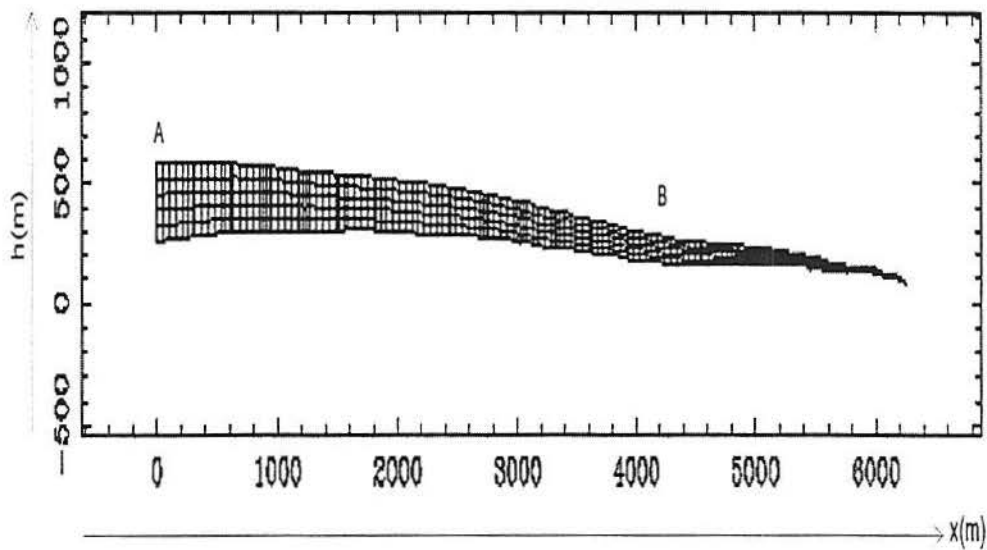


Figura 3.2: Perfil da Geleira Lange construído a partir do resultado da radioecossondagem ao longo do perfil A-B, malha computacional construída com 155 x 6 pontos

Já as malhas não estruturadas são geradas sem regra aparente com o sistema de coordenadas. Não existe uma estrutura simples, ou seja, cada elemento, ponto ou volume possui uma identificação própria. A facilidade de concentração nas regiões desejadas e menor número de pontos no domínio são vantagens de uma malha não estruturada. A malha adotada no presente trabalho é do tipo estruturada.

Após a geração de uma malha determina-se o mapeamento o qual transforma os pontos da mesma do domínio físico no transformado (retangular). O objetivo desta transformação é facilitar a aplicação das condições de contorno e alinhar

uma das coordenadas à superfície de interesse. Desta forma, a relação entre o espaço físico e o computacional, em duas dimensões, é dada por:

$$\xi = \xi(x, y) \quad (3.3)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (3.4)$$

Pela regra da cadeia as derivadas parciais podem ser transformadas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (3.6)$$

A partir das dimensões no espaço físico, as métricas da transformação ou relações de comprimentos no espaço físico e transformado,  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $\eta_x$ ,  $\eta_y$  são facilmente definidas comparando as relações definidas a seguir:

$$d\xi = \xi_x dx + \xi_y dy \quad (3.7)$$

$$d\eta = \eta_x dx + \eta_y dy \quad (3.8)$$

com a transformação inversa correspondente

$$dx = x_\xi d\xi + x_\eta d\eta \quad (3.9)$$

$$dy = y_\xi d\xi + y_\eta d\eta \quad (3.10)$$

Conclui-se que as relações entre elas são dadas por :

$$\xi_x = J y_\eta \quad (3.11)$$

$$\xi_y = -J x_\eta \quad (3.12)$$

$$\eta_x = -Jy_\xi \quad (3.13)$$

$$\eta_y = Jx_\xi \quad (3.14)$$

onde  $J$  é o Jacobiano da transformação, uma relação entre às áreas em cada um dos espaços para problemas bidimensionais, ou seja,

$$J = \frac{1}{x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta} \quad (3.15)$$

### 3.5 Equações Utilizadas

Para simular o fluxo não-Newtoniano de uma geleira, as equações de Navier-Stokes não podem ser empregadas. De qualquer modo, dados experimentais mostram que as velocidades são suficientemente pequenas (menos de 1 m/dia) na Geleira Lange, o que implica em algumas simplificações. O modelo é baseado na computação das velocidades ao longo de uma seção vertical de gelo.

Uma das equações utilizadas representa a Lei da Conservação da massa, ou seja, equação da continuidade [35]. A equação da energia é do tipo elíptica, capacitando o uso de diferenças centrais para termos convectivos bem como para difusivos [12]. Por essa razão o método de relaxações sucessivas (SUR- *successive under relaxation*) é empregado com coeficiente de relaxação de ordem 0.8 para alcançar variações de temperaturas pequenas (em torno de 1K) e velocidades pequenas.

A equação da energia para um modelo bidimensional pode ser escrita em coordenadas cartesianas, onde  $S$  contém os termos fonte,  $T$  é a temperatura e  $u$  e  $v$  são as componentes do vetor velocidade nas direções  $x$  e  $y$ ;  $t$  é o tempo, como

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\kappa}{\rho C_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.16)$$

A equação da continuidade também é utilizada; a mudança da espessura do gelo pode ser expressa através da forma não linear da conservação do volume do gelo [11]. Para um caso bidimensional, a equação torna-se:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = b(x, t) - \frac{\partial q_x}{\partial x} \quad (3.17)$$

onde  $b$  é a taxa da acumulação e  $q_x$  é o fluxo do gelo. O fluxo do gelo calculado é representado por:

$$q_x(x, t) = -2A(n+2)^{-1}(\rho g)^n \left( \frac{\partial h_s}{\partial x} \right) h^{n+2} + hu_b(x, t) \quad (3.18)$$

onde,

$$\alpha = \frac{\partial h_s}{\partial x} \quad (3.19)$$

sendo  $h_s$  a altitude e  $A = 6.8 \cdot 10^{-15} \text{s}^{-1} \text{Pa}^3$ .

### 3.6 Procedimento de Solução

Primeiramente, discretiza-se o domínio, ou seja, distribui-se pontos no espaço. Depois as equações devem ser aproximadas em expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Para isso devemos escolher qual método numérico se adapta melhor à situação.

Métodos comuns são utilizados para a solução de deformações de fluidos ou sólidos como os de diferenças finitas e elementos finitos. Todos os métodos apresentam um objetivo comum: a solução de escoamentos sobre geometrias complexas; conservação das propriedades localmente e economia do tempo computacional [12]. Diferenças finitas é um método simples e eficiente [34]. As aproximações das equações governantes implementadas neste modelo são diferenças de segunda ordem (centrais). Desta forma, aproximando os termos das derivadas obtém-se:

Para a equação da Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\kappa}{\rho C_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.20)$$

Transformando a derivada segunda em coordenadas generalizadas fica-se com, por exemplo

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} \xi_y^2 + 2 \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \eta} \xi_y \eta_y + \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \eta_y^2 \quad (3.21)$$

Para o termo temporal resulta em diferenças finitas

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(i, j) - T^0(i, j)}{\Delta t} \quad (3.22)$$

e para as derivadas espaciais em coordenadas generalizadas

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(i+1, j) - T(i-1, j)}{2\delta\xi} \xi_x + \frac{T(i, j+1) - T(i, j-1)}{2\delta\eta} \eta_x \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T(i+1, j) - T(i-1, j)}{2\delta\xi} \xi_y + \frac{T(i, j+1) - T(i, j-1)}{2\delta\eta} \eta_y \quad (3.24)$$

Para as derivadas de segunda ordem fica-se com, para  $\delta\xi = \delta\eta = 1$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = T(i+1, j) - 2T(i, j) + T(i-1, j) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} = T(i, j+1) - 2T(i, j) + T(i, j-1) \quad (3.26)$$

e para a derivada cruzada

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi \eta} = \frac{T(i+1, j+1) - T(i+1, j-1) - T(i-1, j+1) + T(i-1, j-1)}{4} \quad (3.27)$$

A equação da temperatura, equação da energia depois de isolado  $\frac{\partial T}{\partial t}$ , assume a forma em coordenadas cartesianas

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho C_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.28)$$

facilitando a aplicação do método SUR ou métodos do tipo Runge-Kutta. Para a Equação da Conservação da Massa ou da continuidade (caso incompressível)

$$\frac{\partial h}{\partial t} = b(x, t) - \frac{\partial q_x}{\partial x} \quad (3.29)$$

resulta a aproximação

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h(i, t + dt) - h(i, t)}{dt} \quad (3.30)$$

e

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = \frac{qx(i + dx, t) - qx(i - dx, t)}{(2 dx)} \quad (3.31)$$

$$= \frac{qx(i + 1, t) - qx(i - 1, t)}{(2 dx)} \quad (3.32)$$

lembrando que

$$dx = \frac{x(i + 1, nj) - x(i - 1, nj)}{(2)} \quad (3.33)$$

e

$$b(x, t) = b(x(i, nj), t) \quad (3.34)$$

Substituindo estas aproximações na equação diferencial resulta

$$h(i, t + dt) = h(i, t) + dt \left( b(x(i, nj), t) - \frac{\partial qx}{\partial x} \right) \quad (3.35)$$

onde

$$q_x(x, t) = -2A(n + 2)^{-1}(\rho g)^n \left( \frac{hs(i + 1, j) - hs(i - 1, j)}{2\Delta x} \right) h^{n+2} + hu_b(x, t) \quad (3.36)$$

### 3.7 Condições de contorno e iniciais

A dinâmica das geleiras é muito influenciada pelas condições de fronteira. Na superfície, a condição de *Dirichlet* pode ser aplicada porque os dados são disponíveis. Por outro lado, no leito da geleira e nas extremidades da direita e da esquerda os dados não são completamente definidas pelos experimentos. Baseado no modelo simplificado adotado, os valores das condições de fronteira são:

	Temperatura	Altitude	Fluxo do Gelo
Superfície	$T = -0.3^\circ C$	577 m a 84 m	$u = 1.0E-0.5$
Leito	$T = -1.3^\circ C$	256 m a 78 m	$u = u_b$
Fronteira da esquerda	$T = -1.0^\circ C$ a $-0.3^\circ C$	Base à superfície	Extrapolação
Fronteira da direita	$T = -1.0^\circ C$	Extrapolação	Extrapolação

### 3.8 Cálculo da tensão do cisalhamento basal

A pressão sobre o leito basal representada por  $\tau$  é considerada como uma das forças envolvidas no movimento do gelo. Apesar de que a necessidade da resolução vertical da pressão longitudinal neste modelo seja considerada dispensável,



porque consideramos apenas a deformação interna, é utilizada a Lei do Fluxo [9] o que tem fornecido uma boa resolução, ao menos quando o modelamento é aplicado aos grandes mantos de gelo. Deste modo, a equação é dada da seguinte forma:

$$\tau = \rho g \alpha Z \quad (3.37)$$

onde  $\rho$  é a média da densidade do gelo,  $g$  a aceleração gravitacional,  $\alpha$  a declividade da superfície e  $Z$  a espessura do gelo. Para gelo de geleiras usa-se densidades entre 830 e 910 kg m<sup>-3</sup> [29]. Neste trabalho adotou-se como densidade 900 kg m<sup>-3</sup>.

### 3.9 Velocidade

As velocidades encontradas na superfície foram obtidas no verão de 1999/2000, durante a XVIII Operação Antártica Brasileira, quando 21 estacas foram implantadas na bacia de drenagem da Geleira Lange.

De acordo com Budd e Smith [9], a velocidade do gelo  $V$  em torno de uma coluna vertical em um ponto do manto de gelo pode ser escrita como:

$$V = v_i + V_b \quad (3.38)$$

onde  $v_i$  é a velocidade da deformação interna e  $v_b$  é a velocidade do deslizamento basal. É claro que poderemos ter casos particulares, como reduzir esta equação a  $v = v_i$  em grande parte do manto de gelo Antártico. No caso da Geleira Lange, considerando tratar-se de parte de uma calota de gelo perto do ponto de fusão sob pressão adotou-se a equação 3.38.

## 4 RESULTADOS NUMÉRICOS

### 4.1 Introdução

Neste trabalho testou-se o modelo proposto no capítulo 3 modificando parâmetros como temperatura, taxa de acumulação, ablação e taxa de derretimento basal, quando aplicado para a Geleira Lange.

### 4.2 Calibração do Código Computacional

Resultados numéricos são aceitos e validados, com dados numéricos e experimentais, quando testados e aprovados na literatura. O primeiro problema considerado foi a distribuição da temperatura na Geleira Shirase [30].

Pattyn desenvolveu um modelo numérico de uma das geleiras mais rápidas do leste da Antártica, a Geleira Shirase. Observações recentes na base da bacia de drenagem desta mostram que há uma perda na espessura de gelo em torno de 0.5 a 1.0 m por ano [30].

Velocidades da superfície chegam a alcançar o valor de 2000 m por ano [30]. O modelo bidimensional utilizado teve como prioridade captar o comportamento presente no sistema de fluxo de gelo.

O modelo proposto nesta dissertação, quando aplicado à Geleira Shirase reproduziu os resultados encontrados por Pattyn [30]. Por exemplo, figuras 4.1 e 4.2 ilustram a distribuição de temperatura dessa geleira encontrada pelos dois modelos.

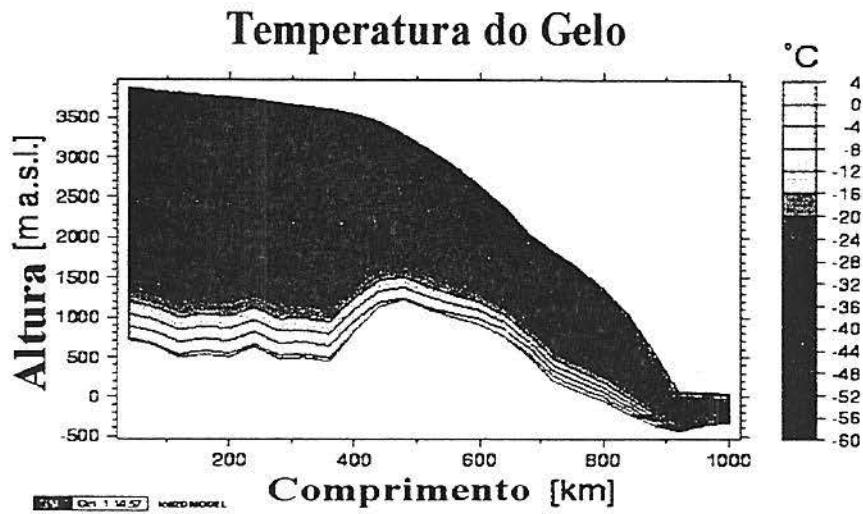


Figura 4.1: Mapa de cores da temperatura da Geleira Shirase [31]

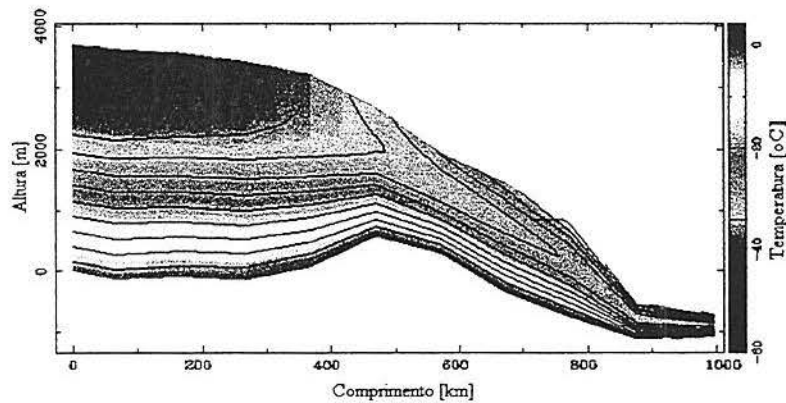


Figura 4.2: Mapa de cores da temperatura obtidas da Geleira Shirase a partir deste trabalho

### 4.3 Resultados Numéricos para a Geleira Lange

Apresenta-se, no que segue, a distribuição de temperatura, o perfil de velocidade, envolvendo ou não a taxa de acumulação, ablação e de derretimento basal.

### 4.3.1 Variação da temperatura do gelo

O modelo através da utilização da equação da continuidade descreve a situação atual da Geleira Lange as quais servem para representar o fluxo de interesse.

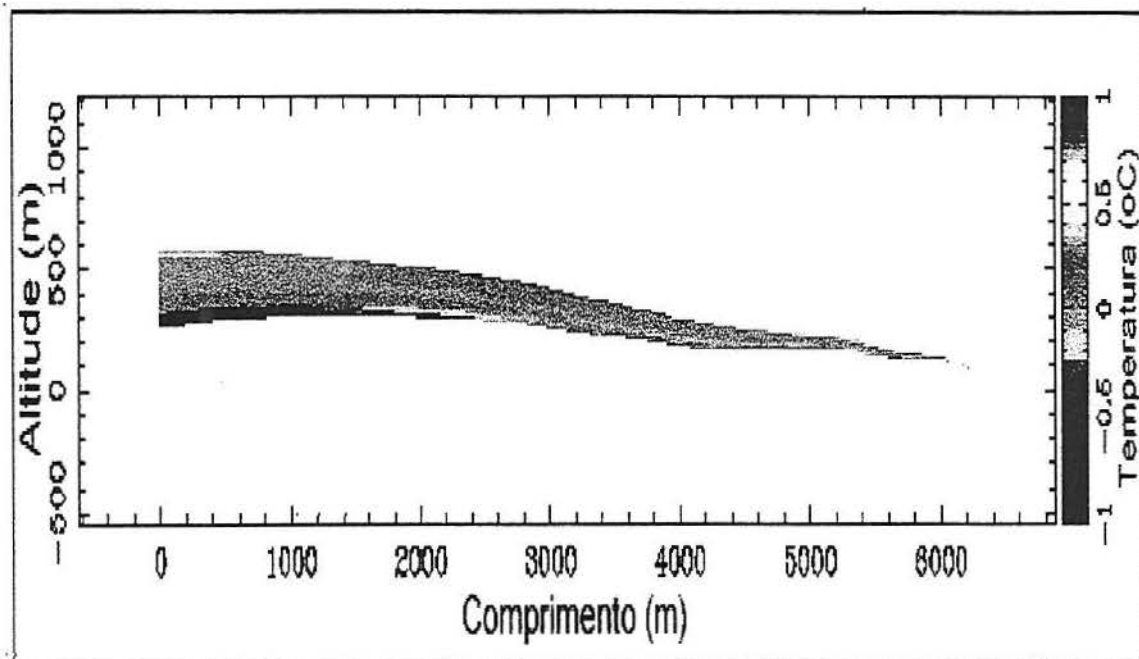


Figura 4.3: Representação do mapa de cores da temperatura ao longo da Geleira Lange

As isotermas representam o estado térmico da Geleira Lange. A temperatura aumenta da base até a superfície, onde altas temperaturas de verão podem derreter a neve na superfície. Neste caso, a hipótese da página 18, base no ponto de fusão sob pressão, não é considerada. A alternância de temperatura entre verão e inverno também contribui para o derretimento basal [29].

Desta forma, como esperado para uma geleira temperada; toda a Lange encontra-se perto do ponto de fusão e a temperatura mais alta esta na superfície, conforme figura 4.4. A temperatura do gelo no contato gelo-rocha é maior do que  $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### 4.3.2 Campo de velocidade

O campo de velocidade, como esperado, apresenta valores maiores no término da geleira, ou seja, onde se encontra encaixada em um vale e desembocando na baía; setor B da figura 2.3.

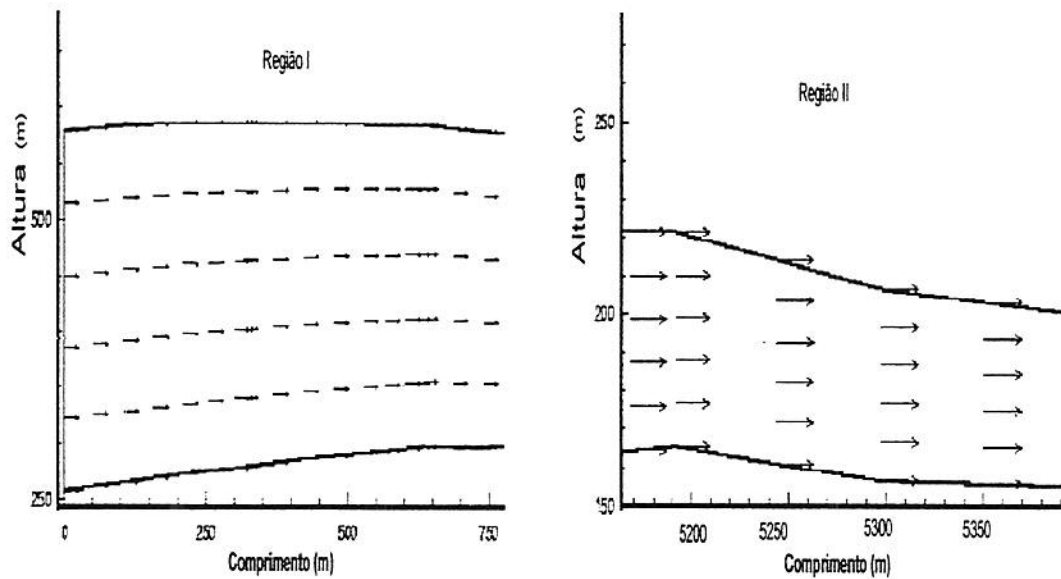
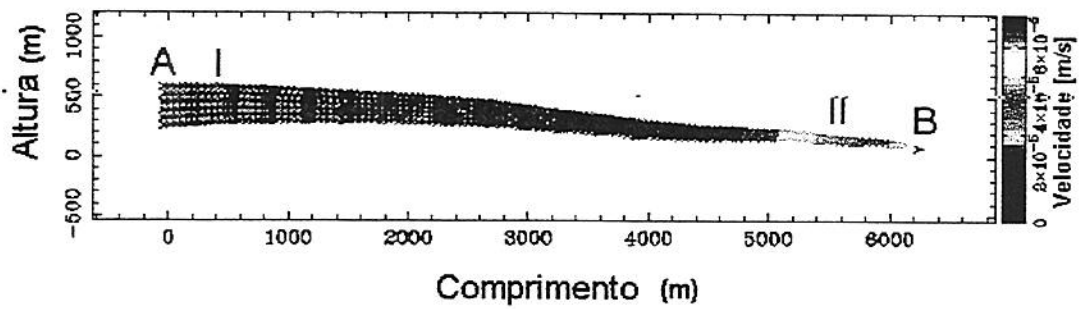


Figura 4.4: Campo de velocidade nas regiões I e II da Geleira Lange.

Especialmente no verão, na frente da Geleira Lange, formam-se icebergs, e a quebra é mais intensa. Já os vetores mais próximos aos limites da bacia de drenagem são maiores.

Os resultados numéricos do campo de velocidade mostram que o método é capaz de representar o fluxo desta geleira em termos realísticos.

### 4.3.3 Respostas às variações nas taxas de acumulação e ablação

Utilizando a equação da continuidade, observamos o que acontece com a massa da Geleira Lange quando alteramos a taxa de acumulação (aproximadamente  $0.6 \text{ m a}^{-1}$  no presente).

Hipoteticamente, se a taxa de acumulação aumentasse em 20% durante um período de tempo de 100 anos, ou seja, passando para  $0.72 \text{ m a}^{-1}$ , o volume de gelo da Lange não alteraria significadamente, considerando uma taxa de ablação constante. Por outro lado, se acumulasse 50% a mais do que o presente, durante os mesmos 100 anos, a superfície da Geleira Lange se elevaria em 26 metros (aproximadamente 4% da espessura real da geleira).

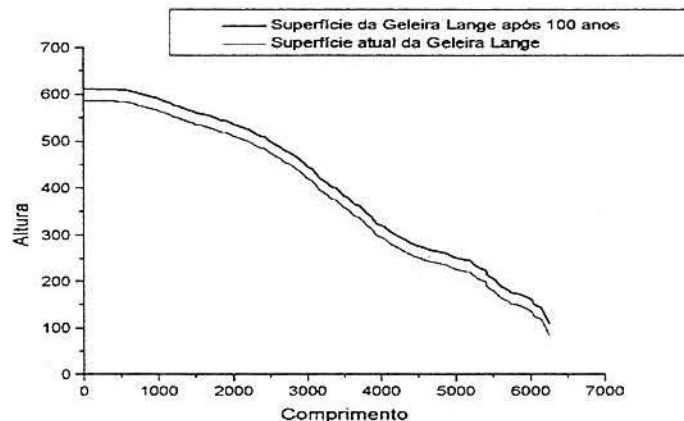


Figura 4.5: Resultado da modelagem do perfil A-B da Geleira Lange aumentando em 50% a taxa de acumulação.

A redução na taxa de acumulação líquida em 50%, o resultado seria uma perda de aproximadamente 26 metros de altura. Observando a dimensão de tempo utilizada, o aumento de massa seria pequeno em virtude da massa real da geleira e da baixa probabilidade deste fato ocorrer.

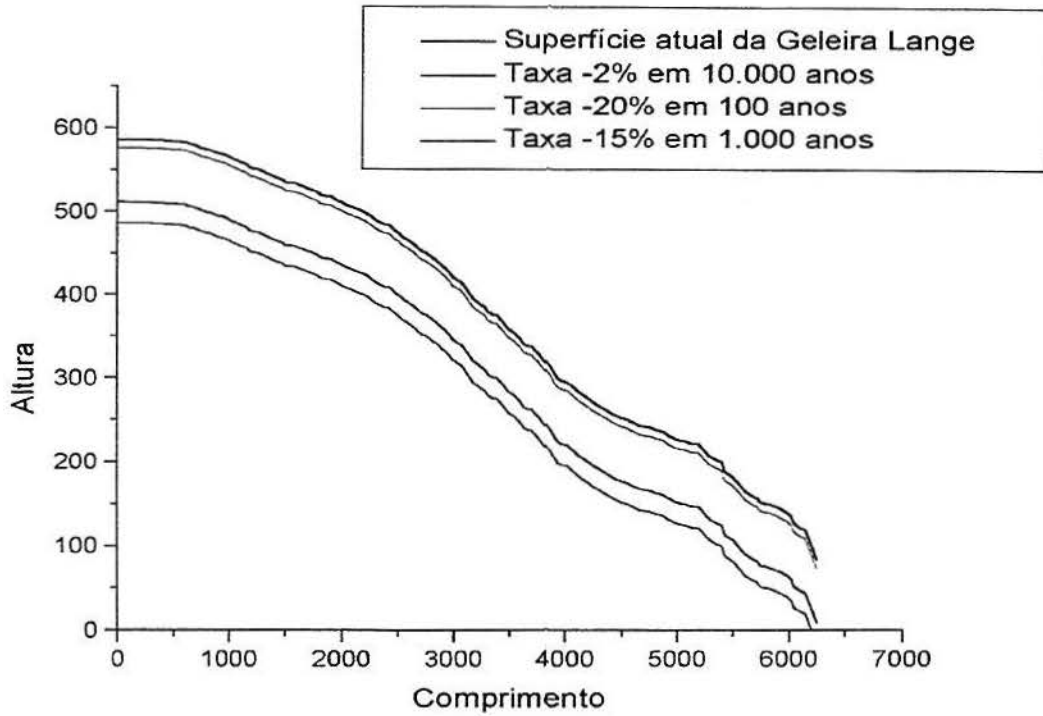


Figura 4.6: Resultados da modelagem do perfil A-B da Geleira Lange reduzindo a taxa de acumulação e mantendo outros parâmetros constantes

Por último, analisou-se a taxa de derretimento basal, para verificar a perda de massa de gelo que esta ocorrendo, pelo derretimento devido ao atrito gelo-rocha e outros fatores. Para calcular a massa de gelo em derretimento usa-se a expressão:

$$M = 2S\rho A \left( \frac{P - p}{n} \right)^n \quad (4.1)$$

Nesta equação  $M$  é a taxa de derretimento basal,  $S$  a área da secção transversal,  $\rho$  a densidade do gelo ( $900 \text{ kgm}^{-3}$ ),  $A$  a constante de temperatura ( $68.10^{-16} \text{ s}^{-1} (\text{kPa})^{-3}$ ) [29],  $P$  a pressão do gelo e  $p$  a pressão da água ( $10^5 \text{ Pa}$ ).

Para obter a pressão aproximada da água subglacial, em um modelo para camada subglacial, basta utilizar a equação:

$$P = \rho gh \quad (4.2)$$

onde  $\rho$  é a densidade da água,  $h$  a espessura do gelo e  $g$  a aceleração da gravidade. Substituindo todos os valores, obteremos a pressão da água subglacial equivalente a  $5.10^6$  Pa.

Resolvendo as equações 4.1 e 4.2 obteremos como resultado uma taxa de derretimento muito pequena para a massa real da geleira, em torno de  $0,12 \text{ kg m}^{-1}$ , mostrando que o derretimento basal não é a causa importante da perda de massa da geleira Lange.



## 5 CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O modelo bidimensional desenvolvido é representativo e numericamente estável, fornecendo resultados qualitativos para a velocidade e distribuição da temperatura da Geleira Lange.

Variações na taxa de acumulação líquida menores que 20% do valor atual não resultariam em mudanças significativas da morfologia superficial da geleira. Já variações em até 50% na taxa de acumulação resultaria no abaixamento ou elevação da superfície em até 26 m, antes de ser atingido um novo estado de equilíbrio. O modelo mostra ainda que a Geleira Lange está atualmente perto do estado de equilíbrio (*steady-state*) e que se manterá assim salvo brusca variação ambiental.

O movimento de uma geleira pode ocorrer por até três processos (seção 1.3.4), porém o modelo limitou-se a considerar a deformação interna. A desconsideração do deslizamento basal é irrealista tratando-se de uma geleira perto do ponto de fusão. O modelo deverá ser aprimorado para considerar pelo menos este outro componente da dinâmica do gelo e também as consequências de um aumento do derretimento superficial no caso do aquecimento da atmosfera.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] AQUINO, F. E. Sedimentação moderna associada à geleira de maré Lange. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Curso de Pós Graduação em Geociências, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 1999.
  - [2] ARCHER, R. R., COOK, N. H., CRANDALL, S. H., DAHL, N., MCM-LINTOCK, F. A., RABINOWICZ, E., AND REICHENBACH, G. S. *An introduction to the mechanics of solids*. McGraw-Hill Book Company, 1959.
  - [3] BAILEY, R. H., AND OF TIME-LIFE BOOKS, T. E. *Planet Earth - Glacier*. Time-Life Books, Estados Unidos, 1984.
  - [4] BENSON, C. S. Stratigraphic studies in the snow and firn of the Greenland ice sheet. *Folia Geographica Danica* 9 (1961), 13–37.
  - [5] BINTAJA, R. The local surface energy balance of the Ecology Glacier, King George Island, Antarctica: measurements and modelling. *The Antarctic ice sheet and climate* (1995), 41–95. Utrecht University - Amsterdam.
  - [6] BLATTER, H. Stress and velocity fields in glaciers: Part I- finite-difference. *Journal of Glaciology* 44, 148 (1998), 448–456.
  - [7] BREMER, U. F. Morfologia e bacias de drenagem da cobertura do gelo da Ilha Rei George, Antártica. Dissertação de mestrado, Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia- UFRGS- Curso de Pós Graduação em Sensoriamento Remoto, 1998.
  - [8] BUDD, W. F., AND JACKA, T. H. A Review of the Rheology for Ice Sheet Modelling. *Cold Science* 16, 2 (1989), 107–144.
  - [9] BUDD, W. F., AND SMITH, I. N. The growth and retreat of ice sheets in response to orbital radiational change. *Symposium at Canberra, Sea level ice and climate changes* (1981), 369–409.
-

- [10] COIMBRA, A. L. *Novas lições de mecânica do contínuo*. Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1981.
- [11] COLBECK, S. C. Dynamics of snow and ice masses. *Academic Press - Estados Unidos* (1980).
- [12] DE BORTOLI, A. L. *Introdução à dinâmica de fluidos computacional*. Editora da UFRGS, Porto Alegre, 2000.
- [13] FERRON, F. A. Variações de isótopos estáveis na neve e no gelo da Ilha Rei George, Antártica. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Curso de Pós Graduação em Geociências, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 1999.
- [14] HAMBREY, M., AND ALEAN, J. *Glaciers*. C.U.P, Cambridge, 1992.
- [15] HAMBREY, M. J. *Glacial Environments*. University College London Press, Londres, 1994.
- [16] HUTTER, K. Dynamics of Glaciers and Large Ice Masses. *Annals Revision Fluid Mechanics* (1982).
- [17] JIAHONG, W., JIANCHENG, K., ZICHU, X., JIANKANG, H., AND LLUBERAS, A. Climate, mass balance and glacial changes on small dome of Collins ice cap, King George Island Antarctica. *Antarctic Research* 5, 1 (1994), 52–61.
- [18] JIANKANG, H., HUIJUN, J., JIAHONG, W., AND XINCHUN, S. Temperature distribution of Collins Ice Cap, King George Island, Antarctica. *Antarctic Research* 6, 2 (1995), 57–65.
- [19] KNAP, W. H., OERLEMANS, J., AND CADEE, M. Climate sensitivity of the ice cap of King George Island, South Shetland Island, Antarctica. *Annals of Glaciology* 23 (1996), 154–159.

- [20] LAI, W. M., RUBIN, D., AND KREMPL, E. *Introduction to Continuum Mechanics*. Pergamon Press, 1978.
- [21] MACHARET, Y. Y., MOSKALEVSKY, M. Y., SIMÕES, J. C., AND LADOUCH, L. Study of King George Island Ice Cap, South Shetlands Island, Antarctica, Using Radio-Echo Sounding and SPOT, ERS-1, SAR Sattelite Images. *Proceedings of an international seminar on the use and application of ERS in the Latin America, Viña Del Mar, Chile* (1996), 249–256.
- [22] MACHARET, Y. Y., MOSKALEVSKY, M. Y., SIMÕES, J. C., AND LADOUCH, L. Structure and Regime of the King George Island Ice Sheet, South Shetland Islands, Antarctica, as a Typical Glacier in the South Sub-polar Region. *Salzburger - Geographische Materialien, Austria*, 28 (1998), 73–80.
- [23] MALVERN, L. *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. Prentice-Hall, 1969.
- [24] MINTZER, I. M. *Confronting Climate Change - Risks, Implications and Responses*, first ed. Cambridge University Press, 1992.
- [25] MÜLLER, F. Zonation in the accumulation area of the glaciers of Axel Heiberg Island. *J. Glaciol.* 4, 23 (1962), 302–313.
- [26] NETO, J. A. Determinação e interpretação de características glaciológicas e geográficas com sistema de informações geográficas na área Antártica Especialmente Gerenciada, Baía do Almirantado, Ilha Rei George, Antártica. Dissertação de mestrado, Centro de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia- UFRGS, 2001.
- [27] NYE, J. F. The distribution of stress and velocity in glaciers and ice-sheets. *Proceedings of Royal Laboratory- University of Bristol* 229 (1957), 113–133.

- [28] OSTREM, G., AND BRUGMAN, M. *Glaciers mass-balance measurements, a manual for field and office work*. National Hydrology Research Institute, Canadá, 1991.
- [29] PATERSON, W. S. B. *The Physics of Glaciers*, terceira ed. Pergamon, Oxford, 1994.
- [30] PATTYN, F. Numerical modelling of a fast-flowing outlet glacier: experiments with different basal conditions. *Annals of Glaciology* 23 (1996), 237–246.
- [31] PATTYN, F. Disponível na Internet via WWW.URL: <http://www.vub.ac.be/DGGF/antar.html>, 1998.
- [32] RAKUSA-SUSZCZEWSKI, S., MITEUS, M., AND PIASECKI, J. *Weather and Climate*. In: S. Rakusa-Suszczewski (ed.), Varsovia, 1993.
- [33] RUSSEL-HEAD, D. S., AND BUDD, W. F. Ice sheet flow properties from combined borehole shear and ice core studies. *Journal of Glaciology* 24, 90 (1979), 117–130.
- [34] SANDERSON, T. J. O. Thermal Stresses Near the Surface of a Glacier. *Journal of Glaciology* 20, 83 (1978).
- [35] SEDOV, L. I. *A course in continuous mechanics*. Wolters-Noordhoff Publishing, 1971.
- [36] SIMÕES, J. C. *Glossário da Língua Portuguesa da Neve, do Gelo e Termos Correlatos*. *Pesquisa Antártica*, Academia Brasileira de Ciências. [no prelo].
- [37] SIMÕES, J. C., AND BREMER, U. F. Investigations of King George Island ice cover using ERS-1 SAR and SPOT imagery. *Revista Selper* 11 (1995), 56–60.

- [38] SIMÕES, J. C., BREMER, U. F., AQUINO, F. E., AND FERRON, F. A. Morphology and variations of glacial drainage basins in the King George Island ice field, Antarctica. *Annals of Glaciology* 29 (1999), 220–224.
- [39] SIMONOV, I. M. Physical Geographic Description of Fildes Peninsula. *Polar Geography*, 14 (1975), 128–145.
- [40] SKINNER, B. J., AND PORTER, S. C. *The Dynamic Earth - an Introduction of the Physical Geology*, third ed. John Wiley and Sons, New York, 1993.
- [41] SUGDEN, D. E., AND JOHN, B. S. *Glaciers and Landscape*. Butler & Tanner, Inglaterra, 1984.
- [42] WEERTMAN, J. The Unsolved General Glacier Sliding Problem. *Journal of Glaciology* 23, 89 (1979), 97–115.
- [43] WEERTMAN, J., AND BIRCHFIELD, G. E. Ice-Sheet Modelling. *Annals of Glaciology* 5 (1984), 180–184.