

# Gödel e Einstein: E quando o tempo não resiste à amizade?

(*Gödel and Einstein: what if time does not withstand a friendship?*)

Sílvio R. Dahmen<sup>1</sup>

*Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil*  
*Institut für Theoretische Physik III, Universität Würzburg, Alemanha*

Recebido em 30/11/2006; Aceito em 11/12/2006

Algumas amizades resistem ao teste do tempo. Mas o que dizer quando o próprio tempo não resiste a uma amizade? Em 1949 Kurt Gödel publicou um artigo no qual apresentava uma solução exata das equações de Einstein – que veio a ser conhecida como Universo de Gödel – na qual era possível, ao menos teoricamente, viajar no tempo. Neste artigo discuto as implicações Físicas e filosóficas deste importante trabalho bem como o caráter da fecunda amizade entre Gödel e Einstein.

**Palavras-chave:** história da Física, teoria geral da relatividade, viagem no tempo.

Some friendships withstand the whims of time. But what if time proper does not withstand the congeniality of a friendship? In 1949 Gödel presented a solution to Einstein's equations – the so-called Gödel's Universe – according to which it would be possible, at least theoretically, to travel back in time. In this article I discuss the physical and philosophical implications of Gödel's work as well as the proficuous friendship with Einstein.

**Keywords:** history of physics, general theory of relativity, time travel.

## 1. A caminho de casa

O economista alemão Oskar Morgenstern afirmou que certa vez, durante uma conversa, Einstein lhe dissera que a única razão pela qual ainda ia ao Instituto de Estudos Avançados (o famoso IAS de Princeton) era para ter o privilégio de poder caminhar de volta para a casa em companhia de Kurt Gödel<sup>2</sup> [1]. De acordo com Freeman Dyson, ele era a única pessoa lá presente que podia discutir com Einstein em um mesmo pé de igualdade [2]. Gödel, como bem sabemos, entrou para a história da Matemática em virtude do que é para muitos o maior resultado em lógica matemática desde os primórdios desta ciência na Grécia antiga: o teorema da incompletude [3]. Menos conhecido ou quiçá menos comentado no entanto é seu importante trabalho sobre a teoria geral da relatividade de 1949 [4]. Nele e em uma sequência de trabalhos publicados postumamente ou em anais de conferências [5, 6], Gödel mostrou que a solução das equações de Einstein por ele encontrada admitia curvas fechadas no espaço-tempo, permitindo assim, ao menos teoricamente, uma “viagem no tempo” (as curvas são do tipo-tempo e portanto a viagem pode ser feita a uma velocidade menor que  $c$ ,

a velocidade da luz). Para muitos, e para o próprio Gödel, mais importante que uma suposta viagem no tempo era o fato que a nova solução apresentada colocava em cheque nossa própria concepção de tempo e de sua realidade objetiva. No ano em que a comunidade Matemática celebra o centenário do nascimento de Gödel, é importante que lembremos desta sua importante contribuição à Física.

O ano de 2006 foi marcado por outra importante comemoração: o centenário da morte do também austríaco Ludwig Boltzmann. Com seus trabalhos, Gödel e Boltzmann alteraram de modo profundo a maneira pela qual entendemos o mundo ao nosso redor. Em função do próprio *corpus* de sua obra, Boltzmann se nos apresenta como alguém mais próximo, contrariamente a Gödel, cujo nome a grande maioria de nós já ouviu falar mas cujos trabalhos têm um certo ar de inacessibilidade. Isso se deve em parte à própria personalidade de Gödel, um homem discreto, recluso e que com o passar dos anos passou a evitar cada vez mais o contato com outras pessoas. Eleito pela revista *Times* uma das 100 figuras mais importantes do século XX, é de certo modo curioso que, como disse o matemático e poeta alemão Hans Magnus Enzensberger<sup>3</sup>,

<sup>1</sup>E-mail: silvio.dahmen@ufrgs.br.

<sup>2</sup>*Um das Privileg zu haben, mit Gödel zu Fuss nach Hause gehen zu dürfen.*

<sup>3</sup>Há uma famosa estrofe de um poema de Enzensberger escrito em homenagem a Gödel que diz: “você pode descrever sua linguagem em sua própria linguagem: porém não completamente” [7].

ele permaneça praticamente desconhecido do grande público, em particular se considerarmos que seu teorema da incompletude tem importantes consequências para a ciência da computação e para os fundamentos da Matemática (e portanto nada mais justo que dizer que também para a Física. Afinal, se sabemos que a Matemática é a linguagem natural da Física, hoje é difícil conceber uma Física sem o auxílio de computadores). Há aqueles que defendem que o teorema da incompletude impõe limitações até em nossa capacidade, enquanto seres humanos, de entendermos nosso próprio cérebro – isso partindo do ponto que este nada mais é que um complexo processador – enquanto alguns filósofos argumentam que a lógica formal não se aplicaria aí<sup>4</sup>. Com um resultado tão profundo pode-se entender que a questão do *tempo* fique relegada a um segundo plano no conjunto de sua obra, do mesmo modo que as contribuições de Boltzmann ao eletromagnetismo não despertem a mesma atenção que seus trabalhos sobre a teoria cinética dos gases [11]. Mas não parece justificável que em nossa comunidade o mesmo deva se aplicar e que a obra de Gödel em física não seja ao menos mencionada. Dois exemplos que muito dizem acerca da recepção de Gödel em nosso meio: o clássico *Gravitation* de Misner, Thorne e Wheeler não o cita [12]. Alguns poucos livros dedicaram algumas páginas ao trabalho de Gödel, entre eles o livro de Hawkings e Ellis *The large-scale structure of the universe* [13]. Outro exemplo sintomático é o bloco de notas do diretor do IAS, quando este preparava uma lista de pessoas que poderiam falar sobre os importantes resultados de Gödel durante seu enterro. Nela se encontram três itens: o teorema da incompletude, suas contribuições à teoria de conjuntos (a hipótese do *continuum*) e a teoria da relatividade. Sob esta última aparece uma frase sublinhada: *not worth a talk* [7].

A Matemática e a Física de Gödel estão intimamente relacionadas com sua postura filosófica e é impossível falar destas sem tocar neste aspecto. Por outro lado parece-me de um certo modo difícil falar sobre Filosofia em Física sem deixar de passar a impressão – errônea, enfatizo – de que fazer ciência é sentar-se sob a sombra de uma árvore e questionar os porquês da natureza. Nada poderia estar mais longe da verdade. Se, como pude discutir em um trabalho sobre Einstein e a Filosofia, todo cientista nutre uma postura filosófica embora talvez não tenha consciência disto [14], gostaria de colocar o termo Filosofia em um sentido mais restrito, ou seja, o do questionamento da essência dos conceitos físicos sob os quais construímos nossas teo-

rias. É através deste questionamento filosófico, que transcende uma simples visão operacional da ciência, que conseguimos avançar nosso conhecimento da natureza. Tanto Gödel quanto Einstein mostraram, em um grau maior que a grande maioria dos cientistas modernos, uma propensão para o questionamento filosófico que a mim parece fundamental para uma melhor apreciação de sua obra.

Procuro assim neste artigo descrever, de um modo acessível, as idéias de Gödel, tanto do ponto de vista da Física quanto da Filosofia, sacrificando para tanto o lado mais matemático do problema. Há excelentes trabalhos que suprem esta carência: discuto-os ao final do texto, onde apresento também uma curta biografia do nosso homenageado. Intimamente ligada ao presente artigo está uma tradução minha do famoso texto de Gödel intitulado “Uma nota acerca da relação entre a teoria da relatividade e a filosofia idealista”, na p. 520. O texto é uma importante fonte para que o leitor possa melhor apreciar a postura filosófica de Gödel acerca de seu trabalho.

## 2. Uma propensão tipicamente alemã pela metafísica

Por ocasião de uma visita a Princeton, o matemático e filósofo Bertrand Russel descreveu de maneira um tanto quanto negativa uma discussão que tivera com um grupo formado por Einstein, Pauli e Gödel, em particular, acerca da “filosofia ultrapassada” destes [2]: – *Estas discussões foram em grande parte frustrantes. Embora os três fossem judeus, exilados e cosmopolitas nas suas intenções, tive a impressão que todos tinham uma propensão para a metafísica*<sup>5</sup>.

Gödel e Einstein fazem parte de uma longa tradição dos chamados cientistas-filósofos. É fácil compreendermos esta “propensão tipicamente alemã” se olharmos para a própria história da Filosofia, que tem nos alemães grandes expoentes deste ramo do conhecimento, em particular um grande número daqueles que se ocuparam, parcial ou totalmente, com os fundamentos da Física e Matemática: Leibniz, Kant, Frege, Husserl e Carnap, apenas para citar alguns<sup>6</sup>. Assim era comum aos estudantes da época de Einstein ou Gödel o envolvimento com questões filosóficas, seja assistindo cursos de Filosofia na Universidade, seja participando de grupos de discussão filosófica (ou ambos). Filosofia era uma parte essencial da formação humanista e generalista das universidades e também dos cursos clássicos dos colégios – tanto que Einstein e Gödel já haviam lido

<sup>4</sup>O primeiro a aventar a hipótese da aplicação do teorema à mente humana foi o próprio Gödel em suas *Harvard Lectures* de 1951 [8]. Em 1960 o filósofo Hilary Putnam em seu famoso *Mind and Matter* argumentou pela não-mecanicidade do cérebro [9]. Mais recentemente, o ponto de vista goedeliano foi fortemente defendido por Roger Penrose em seus dois famosos livros *The Emperor's New Mind* e *Shadows of the Mind* [10].

<sup>5</sup>Pauli era austríaco como Gödel, de família judia convertida ao catolicismo. Gödel não tinha qualquer relação com o judaísmo. Sobre este comentário de Russel ele afirmou não ser judeu, embora para ele esta questão não tivesse relevância alguma.

<sup>6</sup>Leibniz era o grande ídolo de Gödel [15]. Ao final da vida ele se ocupou de maneira relativamente intensa com o estudo dos escritos de Leibniz, Kant e Husserl [17]. Se pudesse viajar no tempo, provavelmente a primeira pessoa que Gödel visitaria seria Leibniz.

o denso *Crítica da Razão Pura* de Kant aos 16 anos [15]. No caso de Einstein é conhecida sua participação no grupo *Olimpia*, formado por amigos interessados em temas filosóficos (mas não apenas estes), e de Gödel no influente *Círculo de Viena*. Embora Gödel não possa ser considerado um membro deste último, foi frequentador ativo do mesmo entre os anos de 1926 e 1929. O Círculo de Viena, ou *Círculo de Schlick*, com também era conhecido em função de seu fundador, Moritz Schlick, era um grupo de chamados lógicos positivistas fortemente influenciado por Ludwig Wittgenstein. Schlick havia se doutorado sob a orientação de Max Planck em Física Matemática e sucedera Mach e Boltzmann na cadeira de Filosofia da Ciência na Universidade de Viena. Wittgenstein havia estudado lógica Matemática com Russel. Muito se discutiu e se discute sobre a influência deste grupo na obra de Gödel. Podemos aqui citar duas frases de Gödel a este respeito: *–A postura de Wittgenstein acerca da filosofia da Matemática não teve qualquer influência sobre minha obra* [7]. Em 1974, poucos anos antes de sua morte, ele ainda afirmou: *–Devo muito ao Círculo de Viena: apenas a introdução à literatura e aos problemas* [16]. Sabe-se, a partir das anotações de Wittgenstein, que este se ocupou intensamente com o teorema da incompletude de Gödel. Postumamente, quando algumas destas anotações foram publicadas, Gödel afirmara categoricamente: *–É evidente que Wittgenstein não entendeu o teorema (ou ao menos fez de conta que não o entendera)* [7]. Para uma melhor discussão destes tópicos, cf. o artigo de D’Alkaine na p. 525.

A filosofia e a paixão pelo questionamento filosófico eram os denominadores comuns entre Einstein e Gödel e provavelmente o catalisador de sua grande amizade. É provável que sua condição de “exilados” intelectuais do regime nazista também tenha contribuído para sua aproximação – ambos haviam trocado dois efervescentes centros pela pacata Princeton – mas o fato é que através de uma intensa troca de idéias Einstein conseguiu despertar em Gödel o interesse por aquela que era a sua menina-dos-olhos: a teoria geral da relatividade (TRG). Isto pode ser atestado por uma carta de Gödel, datada de 7 de novembro de 1947 e dirigida a sua mãe [7]:

*Faz realmente muito tempo que não te escrevo. Isto porque quando reli o artigo sobre o qual lhe falei em minha última carta, descobri que muitas coisas poderiam ser adicionadas ou melhoradas. Desta vez tem a ver mais com uma questão filosófica do que Matemática, a saber, a relação entre Kant e a teoria da relatividade e obviamente tudo que não é claro e bem definido como na Matemática pura. Escolhi eu mesmo o assunto quando fui convidado para escrever uma contribuição a um livro acerca da re-*

*levância filosófica de Einstein e sua teoria, convite este que dificilmente poderia recusar. Não me arrependo nem um pouco de ter escolhido este tópico, pois esta questão sempre me interessou muito e através de um tratamento cuidadoso cheguei a resultados matemáticos que publicarei mais tarde, ou talvez mais cedo, pois a data da publicação [do livro] depende do editor.*

Estes “resultados matemáticos” formam a base do artigo que até nossos dias mantém físicos e filósofos ocupados pela busca do verdadeiro conteúdo e significado do *Universo de Gödel*, como este resultado veio a ser conhecido na literatura especializada.

### 3. O Universo de Gödel: a Matemática

A solução de Gödel para as equações de Einstein da TRG tem uma série de propriedades interessantes entre as quais se destaca a existência das chamadas linhas de mundo tipo-tempo fechadas (CTW ou CTC para *closed timelike worldlines* ou *closed timelike curves*) – o que permitiria, em teoria, as viagens ao passado. Antes porém de discutir as implicações Físicas da teoria, façamos uma breve exposição da solução, usando para tanto a notação original de Gödel [4].

O espaço de Gödel é definido sobre a variedade  $\mathcal{M} = \mathbb{R}^4$  com a métrica  $g_{ik}$  tal que o segmento  $ds^2$  neste espaço vale

$$g_{ik}dx^i dx^k = ds^2 = a^2 \left[ (dx^0 + e^{x^1} dx^2)^2 - (dx^1)^2 - \frac{1}{2} e^{2x^1} (dx^2)^2 - (dx^3)^2 \right]. \quad (1)$$

onde  $a^{-2} = 8\pi\kappa\rho$  e a velocidade da luz  $c = 1$ . Na notação de Gödel  $\kappa$  é a constante gravitacional (comumente chamada de  $G$ ) e  $\rho$  a densidade média de matéria. Esta métrica satisfaz as equações de Einstein com uma constante cosmológica  $\lambda$ :

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = 8\pi\kappa\rho u_i u_k + \lambda g_{ik}. \quad (2)$$

O vetor unitário  $\mathbf{u}$  na direção  $x^0$  tem as componentes contravariantes  $(1/a, 0, 0, 0)$  e as componentes covariantes  $(a, 0, ae^{x^1}, 0)$  ( $R_{ik} = a^{-2}u_i u_k$ ).

Uma vez que a métrica tem uma parte “trivial”, quer dizer, plana (o termo em  $x^3$  ou se preferirmos a coordenada  $z$ ), é comum separar a métrica na soma direta de duas outras: a parte plana e o termo que sobra da equação (1) se subtrairmos o termo correspondente a esta métrica trivial. A discussão que encontramos em todos os livros ou artigos sobre o Universo de Gödel se ocupa sempre da métrica não trivial definida assim sobre a variedade  $\mathbb{R}^3$ , ou seja, sobre um sub-espaço tridimensional de variáveis  $t, x, y$ , para usar uma notação

mais familiar. Além disto podemos utilizar as chamadas *coordenadas padrão de Gödel*, que foram introduzidas pelo próprio Gödel em seu artigo original com o intuito de mostrar algumas das propriedades físicas da sua nova solução, em particular invariância rotacional. Esta transformação se dá pela introdução de coordenadas cilíndricas  $t, r, \phi$  em  $\mathbb{R}^3$ :

$$\begin{aligned} e^{x_1} &= \cosh(2r) + \cos \phi \sinh(2r) \\ x_2 e^{x_1} &= \sqrt{2} \sin \phi \sinh(2r) \\ e^{-2r} \tan(\phi/2) &= \tan\left(\frac{\phi}{2} - \frac{x_0 - 2t}{2\sqrt{2}}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Com a introdução destas variáveis a Eq. (1) se torna assim

$$\begin{aligned} ds^2 &= 4a^2(dt^2 - dr^2 + (\sinh^4 r - \sinh^2 r)d\phi^2 \\ &\quad + 2\sqrt{2} \sinh^2 r d\phi dt). \end{aligned} \quad (4)$$

Com estes elementos é possível discutirmos algumas das propriedades do Universo de Gödel.

#### 4. O universo de Gödel: A Física e sua filosofia

A chave para que entendamos o trabalho e mais do que isso a motivação de Gödel está descrita claramente na introdução de seu artigo [4]:

*Todas as soluções cosmológicas conhecidas até o momento e para as quais a densidade de matéria não é nula, possuem a propriedade que, em um certo sentido, elas contêm uma coordenada temporal "absoluta", pois existe um conjunto de 3-espacos que são funções de um só parâmetro e são ortogonais em todo lugar às linhas de mundo da matéria. Vê-se claramente que a não existência de tal sistema de espacos tridimensionais é equivalente à rotação da matéria relativa ao referencial inercial. Neste artigo proponho uma solução (como um termo cosmológico  $\neq 0$ ) que apresenta tal rotação.*

Neste parágrafo está, de forma sucinta, colocada a idéia por trás do artigo de Gödel. Voltarei a este ponto brevemente. Gostaria antes de citar apenas duas outras propriedades, na forma como ele as colocou:

*(6) Toda linha de mundo da matéria que aparece na solução é uma curva aberta de comprimento infinito e nunca se aproxima*

*de um de seus pontos precedentes novamente; mas existem também curvas tipo-tempo fechadas. Em particular, se  $P$  e  $Q$  são pontos quaisquer na linha de mundo da matéria, tal que  $P$  precede  $Q$ , então existe uma trajetória tipo-tempo<sup>7</sup> conectando  $P$  a  $Q$  na qual  $Q$  antecede  $P$ , i.e. nestes mundos é possível viajar para ou influenciar o passado.*

*(8) Seja  $\Sigma$  um sistema qualquer de espacos tridimensionais mutuamente excludentes, sendo que cada um intercepta cada linha de mundo da matéria em um ponto. Neste caso existe uma transformação que leva  $S$  [o espaco quadridimensional] e a direção positiva do tempo sobre si mesmo, mas não leva  $\Sigma$  sobre si mesmo; quer dizer, um tempo absoluto não existe, mesmo que não exijamos que ele concorde com as direções dos tempos de todos os possíveis observadores (aqui "absoluto" significa: definível sem referência a objetos individuais como, e.g. uma galáxia em particular).*

O Universo de Gödel não se expande e gira com uma velocidade angular constante  $\omega = 2\sqrt{\pi\kappa\rho}$ , razão pela qual é também conhecido como Universo Rotatório. Fica claro pelas palavras de Gödel que a rotação de seu universo é a chave para que entendamos suas propriedades únicas, pois ela está intimamente ligada à estrutura temporal do espaco  $S$ . Tentarei aqui dar uma explicação não técnica da relação entre a rotação e o tempo. Para tanto seguirei as idéias desenvolvidas pelo próprio Gödel em [6].

A motivação de Gödel em achar soluções rotatórias das equações da TGR está fortemente calcada na sua tentativa de mostrar que a mesma admite um conceito de tempo ligado à filosofia idealista, mais precisamente ao conceito kantiano de tempo [19]. Dizer que o tempo é ideal significa dizer que ele não tem uma realidade objetiva, existindo apenas enquanto sensação em nossa mente. Nisto Gödel foi também fortemente influenciado pela filósofo idealista J.M.E. McTaggart, que em 1908 publicou um importante trabalho intitulado *A irrealidade do tempo*, que Gödel cita em sua contribuição à Festschrift de Einstein. A idéia de Gödel é assim negar a existência de um tempo real (no sentido de objetivamente definido independente do observador). Para Gödel, a teoria da relatividade assevera a visão kantiana na medida em que ela nega a existência de um tempo objetivo newtoniano, pois todos nós conhecemos um dos seus mais importantes resultados: a relatividade da simultaneidade. Porém, e Gödel sabia disto, a relatividade da simultaneidade não é um argumento forte para a negação da objetividade do tempo, pois na verdade quando relativizamos o tempo nós o faze-

<sup>7</sup>Ou seja, que pode ser percorrida com uma velocidade menor que  $c$ .

mos em relação a observadores específicos: os exemplos dos livros-texto de relatividade sempre assumem observadores que se movem com velocidades relativas  $v$ . No âmbito cosmológico porém, a relativização se dá em função das chamadas linhas de mundo principais, que representam as linhas de mundo de objetos muito maciços, como estrelas e galáxias. Assim a estrutura temporal do Universo, na maneira como o entendemos, é implicitamente determinada pela presença destes objetos. Gödel percebeu que mesmo que apelemos para um grupo particular de linhas de mundo, poderia haver soluções das equações de Einstein para as quais as linhas de mundo ditas principais não admitiriam uma definição natural de simultaneidade relativa. Contudo, achar uma solução deste tipo é o mesmo que achar uma solução onde toda a matéria do Universo gira pois a não rotação destes objetos é, em cosmologia, a condição suficiente e necessária para que exista *um conceito natural de simultaneidade relativa às suas linhas de mundo* [18].

Para melhor entender este ponto consideremos uma congruência de linhas de mundo e um hiperplano (tridimensional, tipo-espaço) que corta estas linhas. Este hiperplano forma uma “hiperplano de simultaneidade” se ele for perpendicular a todas as linhas de mundo do nosso conjunto. Esta é a imagem que Gödel tem em mente quando pensa em uma definição natural de simultaneidade, e é esta ortogonalidade que se tem sempre em mente quando se pensa em simultaneidade em cosmologia na teoria especial de Einstein: num modelo cosmológico, a congruência das linhas de mundo dos objetos maciços principais é irrotacional se e somente se a congruência admite uma foliação ortogonal, quer dizer, se existe uma família de hiperplanos dependentes de apenas um parâmetro que são ortogonais a todas as linhas de mundo. Este resultado é um caso especial de um teorema da geometria diferencial conhecido como teorema de Frobenius (há vários teoremas de Frobenius na Matemática) mas, para evitar a impressão que estamos nos enredando em conceitos e idéias cada vez mais complexas quando tentamos explicar de maneira mais simples a idéia de Gödel, façamos aqui uma analogia simples que nos ajuda a entender a idéia por trás da sua solução: se imaginarmos uma corda na qual todas as fibras que a formam estão estiradas (não torcidas), podemos cortá-la de tal modo que o corte fique perpendicular a todas as fibras simultaneamente. Basta cortar a corda numa direção perpendicular à direção natural de todas as fibras. Porém, se pegarmos uma corda como a conhecemos no dia-a-dia, em seu estado “natural” (os vários feixes de fibras enrolados uns nos outros) então é impossível achar um direção de corte que faça com que todas as fibras sejam cortadas exatamente na perpendicular a sua direção. Transladando esta idéia pra o espaço-tempo quadridimensional e imaginando cada fibra como sendo as linhas de mundo dos principais corpos galácticos, o que Gödel mostrou foi que se as equações de Einstein admitem um universo em rotação

no qual todas e quaisquer linhas de mundo se parecessem como nossa corda enrolada, *então* seria impossível estabelecer um hiperplano de simultaneidade para qualquer ponto do universo. Não há assim no Universo de Gödel um sentido natural, único, de estrutura temporal, nem mesmo um que possa ser determinado por meio da relativização das linhas de mundo principais.

Em um trabalho mais recente, pesquisadores do CBPF (Rio) mostraram que embora seja possível definir um sistema de coordenadas gaussianos (ao menos localmente) sobre a variedade Gödel, ou seja um tempo absoluto (há um teorema de Gauss que garante isto para qualquer geometria), sua extensão para toda a variedade não pode ser feita pois na fronteira da região onde isto é possível, para um dado grupo de observadores (geodésicos), sua expansão se torna infinita. Para o sistema de coordenadas cilíndricas esta região ocorre para  $r = \omega$  [23].

As duas figuras que acompanham este texto dão uma idéia das principais propriedades geométrica do Universo de Gödel. A primeira descreve a geometria do espaço e a segunda mostra uma possível trajetória de um corpo acelerado que lhe permitiria sair de um ponto  $Q$  posterior a  $P$  e viajar até este último. É importante notar que durante toda a viagem o corpo está sempre se movimentando na direção do futuro, como podemos ver pelos cones de luz representados.

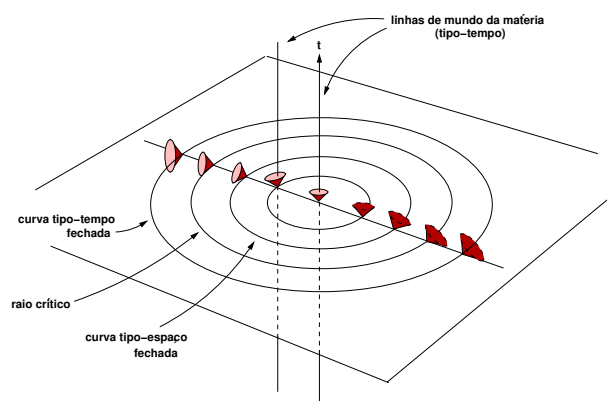


Figura 1 - Representação tridimensional do Universo de Gödel sem a variável  $z$ . As linhas verticais são as linhas de mundo de grandes corpos galácticos. Uma propriedade fundamental do espaço de Gödel é que os cones de luz vão tombando (no sentido anti-horário) e se tornando mais abertos à medida que nos afastamos do eixo  $r = 0$ . Há um raio crítico (para  $a = 1$  ele vale  $r_c = \ln(1 + \sqrt{2})$ ) para o qual o cone de luz tangencia o plano. Abaixo deste  $r_c$  todas as curvas fechadas (os círculos da figura) são curvas do tipo-espaço. Para  $r > r_c$ , como podemos ver pela figura, as curvas fechadas são todas do tipo-tempo pois são internas aos cones de luz. Isso permite que se viaje partindo de um ponto do espaço-tempo e retornando ao mesmo ponto com uma velocidade menor que a velocidade da luz, como mostra a figura. Esta figura é baseada em [13]. Há um pequeno erro na figura original deste livro, pois uma linha de mundo que aparece no canto superior esquerdo da figura é do tipo-espaço, quando deveria ser do tipo-tempo. Este erro foi pela primeira vez descrito em [20].

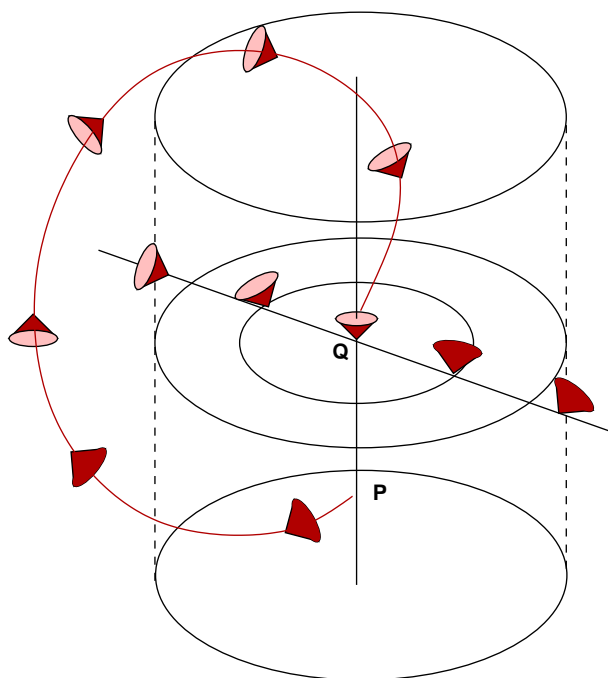


Figura 2 - Uma possível viagem no tempo (saindo de  $Q$  e retornando a  $P$ ). Iniciando em  $Q$ , o viajante descreve uma espiral para cima até ultrapassar o raio crítico. Feito isto ele passa a se mover para baixo (tendo o eixo principal de matéria como eixo da espiral) até passar além do ponto  $P$ , quando então ele muda novamente de direção, descrevendo uma espiral para cima e para dentro até atingir  $P$ . Note que a viagem se dá sempre na direção de tempo crescente na linha de mundo do viajante. Figura baseada em [20].

## 5. A repercussão

O trabalho de Gödel suscitou muitas discussões em função do caráter surpreendente de seus resultados – em particular a questão das viagens ao passado. Mas o que Gödel diz a respeito de viagens no tempo? Na verdade ele não estava muito preocupado com esta questão. Para ele o resultado importante de seu trabalho foi mostrar que a TGR admitia um tempo condizente com a concepção idealista. Porém se a questão de viagens no tempo não é o que atrai a maior parte dos físicos para a teoria de Gödel, ao menos para a maior parte do público não especializado este é o ponto mais interessante de seu trabalho. Gödel, em seu texto para o volume comemorativo dos 70 anos de Einstein, discutiu esta possibilidade e apresentou um cálculo onde ele estimou o gasto de combustível que uma espaçonave necessitaria para realizar tal viagem, levando em consideração que dispuséssemos de uma turbina que transformasse toda a massa do combustível em energia (via  $E = mc^2$ ). Sua conclusão: inviável [5]. Para os filósofos as questões pertinentes dizem respeito aos paradoxos levantados por uma possível viagem desta natureza ou a inserção das conclusões de Gödel no contexto histórico da filosofia do tempo.

O que disse Einstein sobre o trabalho de Gödel? O

livro escrito em homenagem aos seus 70 anos traz, ao final, um texto do próprio punho de Einstein acerca das contribuições ali publicadas. Sobre Gödel ele diz:

*O tratado de Kurt Gödel representa, na minha opinião, uma importante contribuição à teoria da relatividade geral, em particular à análise do conceito de tempo. O problema com o qual ele [o tratado] se ocupa já me causara preocupação quando da criação da teoria, sem que eu conseguisse no entanto entendê-lo. Desconsiderando a questão acerca da relação entre a teoria da relatividade e a filosofia idealista e mais do que isso questões de ordem filosófica, o problema que se nos apresenta é o seguinte:*

*Se  $P$  é um ponto no espaço-tempo, então a ele está associado um “cone de luz” ( $ds^2 = 0$ ). Tracemos por  $P$  uma linha de mundo tipo-tempo e consideremos, sobre esta linha, dois pontos próximos  $A$  e  $B$ . Há sentido dotarmos a linha de mundo com uma seta e dizer,  $B$  antecede  $P$  e  $A$  sucede  $P$ ? Seria, na teoria da relatividade, aquilo que resta acerca da relação temporal entre dois pontos uma relação assimétrica ou poderíamos, do ponto de vista físico, orientarmos esta seta na direção oposta e dizer:  $A$  é anterior a  $P$  e  $B$  posterior a  $P$ ? Esta alternativa deve ser descartada caso possamos dizer: se for possível enviar (telegrafar) um sinal de  $P$  para  $A$  (ou das imediações de  $P$ ), mas não de  $P$  para  $B$ , então o caráter unidirecional (assimétrico) do tempo está garantido, ou seja não há uma livre escolha no que tange à orientação de nossa seta. O essencial nisto porém é que a emissão de um sinal é um processo irreversível no sentido termodinâmico, i.e. é um processo ao qual está associado um aumento de entropia (ao passo que de acordo com nosso conhecimento atual, todos os processos elementares são reversíveis). Assim, sendo  $A$  e  $B$  dois pontos suficientemente próximos no Universo, tais que possam ser conectados por uma curva tipo-tempo, então a afirmação “ $B$  é anterior a  $A$ ” tem um sentido físico objetivo. Teria ainda esta afirmação um sentido quando estes pontos conectados por uma curva tipo-tempo estivessem suficientemente distantes? Certamente não, se houver uma seqüência de pontos conectáveis por uma curva tipo-tempo, de modo que todo ponto anterior na linha antecede temporalmente o posterior e a seqüência for fechada em si. Neste caso, para pontos muito distantes um dos outros em sentido*

*cosmológico a diferença antes-depois desaparece e surgem os paradoxos relativos à conexão causal sobre os quais Gödel falou. Tais foram as soluções das equações cosmológicas descobertas por ele. Seria interessante ponderar se estas não deveriam ser descartadas por razões Físicas.*

O ponto-chave, a meu ver, de toda a controvérsia em torno do trabalho de Gödel é o simples fato que nosso Universo – até onde nosso conhecimento atual acerca de sua estrutura nos permite chegar – não é um Universo de Gödel. Embora sua solução seja correta, nem toda solução Matemática de uma equação da Física obrigatoriamente representa a realidade mensurável. Há argumentos fortes contra as conclusões que se pode tirar do Universo de Gödel. A maior delas parece ser a introdução da chamada conjectura de proteção do tempo (ou cronológica) de Hawkings, que afirma peremptoriamente que *as leis da Física não permitem o surgimento de curvas tipo-tempo fechadas*<sup>8</sup> [21]. Mas o que Gödel achava disto?

Para ele o universo rotatório não era apenas era uma possibilidade, mas talvez uma realidade. Embora sua solução rotatória era a de um universo que não se expandia (e portanto não haveria um desvio para o vermelho no espectro de objetos distantes), há soluções rotatórias nas quais o universo se expande [5]. Até o final da vida ele estudou atentamente resultados experimentais que comprovassem uma possível detecção de uma rotação de nosso Universo, por menor que fosse [2, 17]. Para entendermos sua tenacidade não podemos dissociar o cientista do filósofo. Gödel era platonista convicto, ou seja, ele cria que os conceitos e construtos matemáticos tinham uma existência independente de nossas mentes, ou seja eles existiriam em algum lugar. E o mesmo se aplicaria, obviamente, ao seu Universo. Seria interessante saber qual a reação de Gödel ao trabalho de Hawkings, que no final de seu artigo diz: *há também uma forte evidência experimental a favor da conjectura [de proteção cronológica]: o fato que não fomos invadidos por uma horda de turistas do futuro.* Gödel provavelmente teria respondido, com uma boa dose de ironia vienense, que de acordo com seu teorema da incompletude, seria impossível provar a veracidade desta afirmação. Ou, o que é mais provável, dado sua conhecida melancolia, que os visitantes do futuro já haviam aprendido o suficiente com o passado para evitá-lo.

## 6. Esboço biográfico

Kurt Gödel nasceu em Brno (Brünn) em 1906, na atual República Tcheca, mas então parte do Império Austro-húngaro<sup>9</sup>. Em 1924 ingressou no curso de Física da

Universidade de Viena, assistindo também as aulas de filosofia de Heinrich Gompertz, que havia se doutorado com Mach, e de teoria de números de Phillip Furtwängler (primo do famoso maestro e compositor Wilhelm Furtwängler). Estas aulas o impressionaram tanto que acabou se interessando pela Matemática e filosofia. Em 1930 concluiu seu doutorado e no ano seguinte publicou o teorema da incompletude, um resultado que fez dele uma celebridade. Em 1934 visitou Princeton pela primeira vez, um contato que mais tarde se mostraria importantíssimo. Em 1938, no mesmo ano anexação da Áustria pela Alemanha nazista, casou-se com Adelle Porkert, que ao longo da vida conjugal velou pelo bem-estar físico e psicológico do marido (tomado certa ocasião por judeu, foi atacado por um grupo de radicais e conseguiu se safar graças à intervenção de sua esposa, que expulsou os atacantes). O clima de perseguição estabelecido com o *Anschluss* da Áustria ao Terceiro *Reich* e a convocação compulsória para o exército alemão fizeram-nos decidir pela emigração. Depois de uma extenuante e não menos perigosa viagem pela ferrovia transsiberiana (a Europa já se encontrava em guerra), chegaram a Vladivostok, de onde embarcaram para Yokohama e dali para os EUA, vindo a se estabelecer finalmente em Princeton. Em 1953 tornou-se professor do IAS, onde permaneceu até sua morte em 1978.

Alguns fatos interessantes da biografia de Gödel merecem ser notados: quando criança era conhecido em família pelo apelido de *Herr Warum* (Sr. Porquê). Gostava de carros velozes e dirigia de acordo com seu gosto. Sua tendência porém de desligar-se facilmente do ambiente que o cercava, mergulhando em profunda reflexão, fez com que sua esposa colocasse um fim em sua carreira de motorista. Apaixonado por contos de fadas, tinha grande admiração pela obra de Walt Disney e embora tenha vivido numa Viena de grande efervescência cultural e intelectual, não demonstrava qualquer forma de esnobismo nem tinha grande apreciação por música erudita (diferentemente de Einstein). Com o passar dos anos passou cada vez mais a evitar a interação com outras pessoas, com exceção de um pequeno círculo de amigos. Este fato está provavelmente relacionado ao quadro paranóico que acabou desenvolvendo: acreditava haver uma conspiração e um plano para matá-lo por envenenamento. Assim só comia o que lhe fosse preparado pela esposa, que conseguiu com seus cuidados mantê-lo vivo. Durante os últimos anos de vida esteve por diversas vezes internado em hospitais psiquiátricos. Com a doença da esposa e sua conseqüente internação por seis meses, Gödel deixou de se alimentar apropriadamente e faleceu por inanição. Um outro fato curioso foi que, por ocasião de sua naturalização como cidadão americano, Einstein e Morgenstern ficaram preocupados com a entrevista pela qual ele teria de passar com

<sup>8</sup>Mesmo assim o Universo de Gödel não deixa de ser um interessante objeto de estudo em função de suas propriedades topológicas.

<sup>9</sup>A mesma localidade onde o monge Gregor Mendel realizou seus famosos experimentos com ervilhas, lançando as bases da genética.

o juiz responsável pelo seu processo: Gödel havia encontrado uma inconsistência na constituição americana, que segundo ele tornava perfeitamente legal o estabelecimento de uma ditadura naquele país. Isto porém não impediu que o juiz lhe outorgasse a cidadania. Desde jovem Gödel mostrou forte interesse por ocultismo e teologia, em particular por uma prova ontológica da existência de Deus. Em carta a sua mãe, datada de 6 de outubro de 1961, Gödel escreveu [7]

*É claro que hoje estamos longe de poder fundamentar a visão teológica de mundo cientificamente, mas acredito que já é possível apreender de maneira puramente racional (sem ter que recorrer a alguma religião ou crença) que a visão teológica de mundo é completamente compatível com todos os fatos conhecidos (inclusive as condições que reinam sobre a nossa Terra). O famoso matemático e filósofo Leibniz tentou [demonstrar] isto 250 anos atrás, e é isto que tentei fazer nas minhas últimas cartas. O que chamo de visão teológica de mundo é a idéia que o mundo e tudo que nele existe tem um significado e uma razão e na verdade um significado bom e inquestionável. Disto segue imediatamente que nossa existência terrestre, uma vez que ela tem um significado muito duvidoso, só pode ser o meio cujo objetivo é uma outra existência. A idéia que tudo no mundo tem um significado é, afinal, exatamente análoga à idéia que tudo tem uma causa, e é sobre esta que toda ciência está baseada.*

Gödel formalizou, usando lógica simbólica, uma prova ontológica da existência de Deus feita por Anselmo de Canterbury no século XII. Segundo Morgenstern, Gödel o fez não por acreditar em Deus, mas por querer mostrar a lógica do argumento [7].

## 7. Bibliografia sobre Gödel

Os trabalhos originais de Gödel são, apesar de sua densidade, relativamente acessíveis àqueles que têm um conhecimento de Física em nível superior [4, 5, 6]. Os comentários de Malament sobre os trabalhos de Gödel em TGR publicados em *Kurt Gödel: Collected Works* também são uma valiosa fonte de informação [18], bem como a transcrição de uma palestra por ele apresentada no encontro bianual da *Philosophy of Science Association* nos EUA [20]. Um outro artigo importante é o de J. Pfarr [22]. Poucos livros de TGR dedicam mais do que algumas poucas linhas ao trabalho de Gödel, como já dito anteriormente. Uma das exceções é o livro de Hawkings e Ellis [13]. Uma interessante obra, escrita por um grande especialista no assunto, é o livro de M. Novello intitulado *Máquina do Tempo* [24].

Nele Novello aborda a questão das viagens no tempo do ponto de vista da cosmologia moderna. Entre as biografias científicas de Gödel destacam-se a de Dawson [16] e a de Yourgrau [2]. A primeira trata da obra de Gödel em Matemática, a segunda se concentra no trabalho acerca do tempo. Vale a pena lembrar que a obra de Yourgrau divide opiniões. O autor é filósofo e sua discussão do trabalho de Gödel em relatividade não é imparcial. Uma das críticas mais ferozes a este livro é a resenha de Klaus Hentschel publicada na *Physics Today* de dezembro de 2005 [25]. A crítica de Hentschel se restringe mais à amizade entre Gödel e Einstein, ponto fulcral da obra de Yourgrau. Para o resenhista, o fato de Einstein conversar com Gödel vinha do fato de que Einstein não gostava de falar inglês e portanto era natural que ele procurasse Gödel, cuja língua materna era também alemão. Hentschel afirma também que Yourgrau estaria querendo aproveitar a “onda” do ano de Einstein. Acredito que estas críticas não se sustentam sob uma análise mais profunda. A amizade de Einstein e Gödel está bem documentada e o livro de Yourgrau na verdade é uma reedição corrigida de obra lançada em 1991.

Para encerrar, uma importante fonte sobre a filosofia de Gödel são os trabalhos de H. Wang, que com ele conviveu e discutiu muitos dos tópicos em [26] e [27].

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer a A.L. Malvezzi pela referência [25] bem como a M. Novello pela leitura cuidadosa do manuscrito e por ter me chamado a atenção, há alguns anos, para as importantes contribuições de Gödel à Física. A N. Studart gostaria de agradecer pelas estimulantes e frutíferas discussões. Finalmente agradeço a Fundação Alexander von Humboldt (Alemanha) pelo apoio financeiro que permitiu a realização deste trabalho.

## Referências

- [1] Oskar Morgenstern, citado em [17].
- [2] P. Yourgrau, *A World Without Time: The Forgotten Legacy of Gödel and Einstein* (Basic Books, New York, 2004).
- [3] C.V. D’Alkaine, *Os trabalhos de Gödel e as chamadas ciências exatas. Em homenagem ao centenário do nascimento de Kurt Gödel*, Rev. Bras. Ens. Fis. **28**, 525 (2006).
- [4] K. Gödel, Rev. Mod. Phys. **21**, 447 (1949).
- [5] K. Gödel, *Einstein: Philosopher-Scientist*, edited by P.A. Schilpp (Open Court, La Salle, 1949).
- [6] K. Gödel, *Kurt Gödel, Collected Works*, v. III, edited by S. Feferman (Oxford University Press, Oxford, 1995).



- [7] K. Sigmund, J.W. Dawson Jr. e K. Mühlberger, *Kurt Gödel, das Album* (Vieweg, Wiesbaden, 2006). Edição bilingue (alemão-ínglês) comemorativa do centenário de nascimento de Gödel. Entre trechos de notas, diários e outro material de ou sobre Gödel antes inédito, traz também uma rica iconografia da vida do homenageado.
- [8] K. Gödel, *Kurt Gödel, Collected Works*, v. III, edited by S. Feferman (Oxford University Press, Oxford, 1995).
- [9] H. Putnam, *Dimensions of Mind: A Symposium*, edited by Sydney Hook (New York University Press, New York, 1964).
- [10] R. Penrose, *The Emperor's New Mind* (Oxford University Press, Oxford, 1990); *Shadows of the Mind* (Oxford University Press, Oxford, 1996).
- [11] S.R. Dahmen, Rev. Bras. Ens. Fis. **29**, 281 (2006).
- [12] C.W. Misner, K.S. Thorne and J.A. Wheeler, *Gravitation* (Freeman, San Francisco, 1973).
- [13] S.W. Hawking and G.R.E. Ellis, *The Large-Scale Structure of Space-Time* (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).
- [14] S.R. Dahmen, Rev. Bras. Ens. Fis. **29**, 3 (2006).
- [15] S.R. Dahmen, Filosofia, Ciência & Vida **4**, 36 (2006).
- [16] J.W. Dawson Jr, *Logical Dilemmas: The Life and Work of Kurt Gödel* (A.K. Peters Ltd., Wellesley, 1997).
- [17] G. Guerrierio, Spektrum der Wissenschaft **1**, 1 (2002).
- [18] D.B. Malament, *Introductory Note to Lecture on Rotating Universes*, em *Kurt Gödel: Collected Works*, S. Feferman (Ed.) (Oxford University Press, New York, 1995).
- [19] I. Kant, *Crítica da Razão Pura* (Ed. Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1989).
- [20] D.B. Malament, Proceedings of the Philosophy of Science Association **2**, 91 (1984).
- [21] S.W. Hawking, Phys. Rev. D **46**, 603 (1992).
- [22] J. Pfarr, Gen. Rel. Grav. **13**, 1073 (1981).
- [23] M. Novello, N.F. e M.E.X. Guimarães, *Synchronized frames for Goedel's Universe*, General Relativity and Gravitation **25,2**, 137 (1993)
- [24] M. Novello, *Máquina do Tempo* (Jorge Zahar Editora, Rio de Janeiro, 2005).
- [25] K. Hentschel, resenha de [2], Physics Today **28**, 60 (2005).
- [26] H. Wang, *Reflections on Kurt Gödel* (The MIT Press, Cambridge, 1990).
- [27] H. Wang, *A logical Journey: from Gödel to Philosophy* (The MIT Press, Cambridge, 1997).