Soma de Inversos de Polinômios em Corpos Finitos

Autora: Carolina Graciolli Siqueira
Orientador: Eduardo Brietzke

O objetivo do trabalho é determinar $\sum_{f \in Pq(n)} \frac{1}{f^k}$ onde Pq(n) é o conjunto dos polinômios mônicos de grau n em Fq[x].

Primeiramente, mostraremos que $\sum_{f \in Pq(n)} \frac{1}{f^k} = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n}\left(x^{q^i}-x\right)^k}$

se 1 ≤ k ≤ q por indução em n.

Depois faremos o caso geral, novamente por indução em n.

$$\sum_{f \in Pq(n)} \frac{1}{f^k} = \frac{L_{n,k}}{[\prod_{i=1}^{n}\left(x^{q^i}-x\right)]^k}$$

com $L_{n,k}$ ϵ Fq[x].

Definimos $L_{n,k}$ indutivamente.
$L_{0,k} = 1$.
Para n ≥ 1, $L_{n,k}$ é o único polinômio de grau menor que $k \sum_{i=1}^{n} q^i$ tal que, qualquer h mônico irredutível em Fq[x],

$$L_{n,k} \equiv L_{n-\delta h,k} [\frac{1}{h} \prod_{i=1}^{n} (x^{q^i} - x)]^k \quad (mod\ h^{k\left\lfloor\frac{n}{\delta h}\right\rfloor})$$

$L_{n,k}$ existe e é único pelo teorema chinês de restos.

Bibliografia: “Sums of Reciprocal of Polynomials over Finite Fields” de Kennneth Hicks, Xiang-dong Hou e Gary L. Mullen do periódico American Mathematical Monthly 119 (2012), páginas 313-317