

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Felipe Malacarne**

**VIGAS DE CONCRETO ARMADO PELA NBR 6118:2014:  
ESTUDO DO GANHO OBTIDO COM O AUMENTO  
DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO**

Porto Alegre  
dezembro 2014

**FELIPE MALACARNE**

**VIGAS DE CONCRETO ARMADO PELA NBR 6118:2014:  
ESTUDO DO GANHO OBTIDO COM O AUMENTO  
DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

**Orientadora: Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa**

Porto Alegre  
dezembro 2014

**FELIPE MALACARNE**

**VIGAS DE CONCRETO ARMADO PELA NBR 6118:2014:  
ESTUDO DO GANHO OBTIDO COM O AUMENTO  
DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pela Professora Orientadora e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 3 de dezembro de 2014

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa  
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Orientadora

Profa. Carin Maria Schmitt  
Dra. pelo PPGA/UFRGS  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)**  
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

**Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Profa. Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa (UFRGS)**  
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho à minha família,  
que me apoiou durante toda a minha graduação,  
estando presente mesmo quando longe.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço imensamente à professora Virgínia pela oportunidade de aprendizado, pela confiança, pela disponibilidade e sobretudo pelo conhecimento que me foi ofertado.

Agradeço à professora Carin pelo comprometimento e pela enorme dedicação empregada no auxílio à preparação deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Waldecir e Marlene, por toda a educação, o suporte e as oportunidades que eles me proporcionaram. Da mesma forma, agradeço à minha irmã Etiane pelo apoio, incentivo e compreensão ofertados.

Agradeço ao meu primo Lucas pela amizade, compreensão e companheirismo. Agradeço aos meus amigos Édina, Evandro, Priscila, Rafael e Tânia, que são representações especiais das muitas amizades que me acompanharam durante toda a graduação na UFRGS, ou mesmo parte dela, e que são extremamente importantes para mim. Além disso, sou muito grato aos amigos que conheci durante minha Dupla Diplomação na França, especialmente à Adeline, ao Alan, à Bruna, à Cláudia, ao Guilherme, à Joice, à Larissa, à Lívia, à Luisa, ao Luiz Fernando, à Paula e ao Pedro.

Agradeço ao Ludovic e ao Matias pelas oportunidades de estágio. Agradeço também às demais pessoas com quem eu tive o prazer de trabalhar, sobretudo à Adriana, ao Atef, ao Bernard, à Constance, ao Jonas, ao Michael e ao Ronan, não apenas pelos conhecimentos transmitidos, mas também pela amizade ofertada.

Quando os ventos de mudança sopram,  
umas pessoas levantam barreiras,  
outras constroem moinhos de vento.

*Érico Veríssimo*

## RESUMO

Este trabalho versa sobre o ganho obtido, em termos de momento fletor resistente, com a variação da resistência do concreto em elementos de viga. A versão de 2014 da NBR 6118 incluiu no seu escopo os concretos do Grupo II de resistência, composto pelos concretos de  $f_{ck}$  entre 55 e 90 MPa. Juntamente com essa inclusão foram definidos novos parâmetros – variáveis – definidores das propriedades desses materiais para o seu emprego no dimensionamento de vigas. Outra mudança relevante foi a extensão das condições de ductilidade para todas as seções das vigas e, de forma diferenciada, para cada grupo de concreto, estabelecendo novas restrições para o limite entre os dimensionamentos com armadura simples ou dupla, resultando no aparecimento de armadura de compressão ainda em Domínio 3. No caso da redistribuição de momentos fletores em vigas hiperestáticas, a condição de ductilidade se restringe à medida que a redistribuição se acentua, podendo mesmo exigir armadura de compressão em Domínio 2. Como consequência do aumento da resistência do concreto observa-se um ganho linear em momento fletor resistente para vigas com concreto do Grupo I, seguido de uma perda localizada de resistência ao se transitar em direção ao Grupo II e passando a um novo ganho, porém, dessa vez, de valor decrescente, entre os concretos C55 e C90. Esse comportamento evidencia o menor aproveitamento da resistência à compressão do concreto à medida que ela aumenta, em função, principalmente, da tendência a um comportamento mais frágil que se observa nesse caso. Quando da realização de redistribuição de momentos fletores é possível verificar que as reduções totais obtidas nas armaduras são maiores para os concretos de menor resistência, sendo que seu aumento tende a atenuar a redução da armadura sobre o apoio a ponto de essa ser igualada ou mesmo suplantada pelo incremento na armadura do vão. Além disso, pode-se inferir que os ganhos obtidos em termos de momento fletor resistente em vigas submetidas à redistribuição de momentos são menores à medida que se intensifica essa redistribuição, verificando-se, além disso, maior perda de resistência na transição entre os Grupo I e II de concretos. Por esse motivo evidencia-se um menor aproveitamento do aumento da resistência do concreto no ganho em momento fletor resistente ao se utilizar concretos do Grupo II.

Palavras-chave: NBR 6118. Vigas isostáticas.  
Vigas hiperestáticas. Variação da resistência do concreto.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação esquemática do delineamento do trabalho.....	20
Figura 2 – Diagrama parábola-retângulo: tensão-deformação do concreto.....	27
Figura 3 – Diagrama tensão-deformação do aço.....	29
Figura 4 – Domínios de ELU de uma seção transversal.....	34
Figura 5 – Diagrama retangular e equilíbrio de forças na seção transversal da viga.....	36
Figura 6 – Taxas mínimas de armaduras de tração para vigas.....	40
Figura 7 – Tensões normais, cisalhantes e resultantes principais.....	42
Figura 8 – Diagramas tensão-deformação e deformações específicas limitantes.....	44
Figura 9 – Simplificações de diagramas parábola-retângulo a diagramas retangulares....	45
Figura 10 – Condição de ductilidade e fronteiras entre domínios.....	46
Figura 11 – Condição de ductilidade para redistribuição de momentos.....	48
Figura 12 – Armadura longitudinal total <i>versus</i> momento fletor: seção 15 x 30 cm.....	51
Figura 13 – Variação do momento fletor máximo com o aumento da resistência do concreto na seção de 15 x 30 cm.....	53
Figura 14 – $M_{d,máx}$ <i>versus</i> $f_{ck}$ do Grupo I em seção de 15 x 30 cm.....	54
Figura 15 – $M_{d,máx}$ <i>versus</i> $f_{ck}$ do Grupo II em seção de 15 x 30 cm.....	54
Figura 16 – $M_{d,máx}$ <i>versus</i> $f_{ck}$ das seções calculadas.....	55
Figura 17 – Esquema estrutural adotado nos modelos e forma da deformada obtida.....	58
Figura 18 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C20.....	59
Figura 19 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C50.....	59
Figura 20 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C60.....	61
Figura 21 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C90.....	61
Figura 22 – $M_{d,máx}$ <i>versus</i> $f_{ck}$ para seções 25 x 50 cm com 50 cm <sup>2</sup> de aço submetidas a diferentes coeficientes de redistribuição de momentos fletores.....	63



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Momentos fletores máximos [kNm] para seção de 15 x 30 cm.....	52
Tabela 2 – Ganhos percentuais em momento fletor máximo com a respectiva variação do $f_{ck}$ para seção de 15 x 30 cm.....	53
Tabela 3 – Ganhos percentuais em momento fletor máximo com a respectiva variação do $f_{ck}$ para cada seção calculada.....	56
Tabela 4 – Carga linear utilizada para obtenção dos momentos fletores negativos.....	58
Tabela 5 – Variação das áreas de aço com redistribuição máxima de momentos.....	62
Tabela 6 – Momentos fletores resistentes máximos para 50 cm <sup>2</sup> de área de aço.....	63
Tabela 7 – Ganhos percentuais em momento fletor máximo com a respectiva variação do $f_{ck}$ para cada coeficiente de redistribuição considerado.....	64

## **LISTA DE SIGLAS**

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ELU – Estado-Limite Último

ELS – Estado-Limite de Serviço

## LISTA DE SÍMBOLOS

$f_{ck}$  – resistência característica à compressão do concreto

$f_{ctk}$  – resistência característica à tração do concreto

$f_{ct,m}$  – resistência média à tração do concreto

$f_{ctk,inf}$  – resistência característica inferior à tração do concreto

$f_{ctk,sup}$  – resistência característica superior à tração do concreto

$E_{ci}$  – módulo de deformação tangente inicial do concreto

$E_{cs}$  – módulo de deformação secante do concreto

$\alpha_E$  – parâmetro função da natureza do agregado

$\epsilon_{c2}$  – deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

$\epsilon_{cu}$  – deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

$f_{yk}$  – resistência característica ao escoamento do aço

$\epsilon_{yd}$  – deformação específica de escoamento do aço

$E_s$  – módulo de elasticidade do aço

$\gamma_c$  – coeficiente de ponderação da resistência característica do concreto

$\gamma_s$  – coeficiente de ponderação da resistência característica do aço

$f_{cd}$  – resistência de cálculo à compressão do concreto

$\sigma_c$  – tensão de cálculo do concreto

$f_{ctd}$  – resistência de cálculo à tração do concreto

$f_{yd}$  – resistência de cálculo ao escoamento do aço

$\gamma_g$  – coeficiente de ponderação das ações permanentes

$\psi_0$  – fator de redução em combinação última

$F_g$  – valor característico de carga permanente

$F_d$  – valor de cálculo de carregamento em combinação última

$h$  – altura da seção transversal de concreto

$b_w$  – largura da seção transversal de concreto

$d$  – profundidade do centróide da armadura de tração em relação à fibra mais comprimida

$d'$  – profundidade do centróide da armadura de compressão em relação à fibra mais comprimida

$R_{cc}$  – força resultante de compressão do concreto em uma seção transversal

$R_{sd}$  – força resultante da armadura de tração em uma seção transversal

$R'_{sd}$  - força resultante da armadura de compressão em uma seção transversal

$x$  – profundidade da linha neutra de uma seção transversal e do diagrama parábola-retângulo

$y$  – profundidade do diagrama retangular de tensão no concreto em uma seção transversal

$\lambda$  – coeficiente de redução definidor da profundidade do diagrama retangular

$\alpha_c$  – coeficiente de redução da resistência de pico do concreto para diagrama retangular

$z$  – braço de alavanca do binário  $R_{cc}$  e  $R_{sd}$

$A_s$  – área de armadura de tração

$A'_s$  – área de armadura de compressão

$M_{d,mín}$  – momento fletor mínimo de dimensionamento de armadura de tração

$I_c$  – momento de inércia da seção bruta de concreto

$y_t$  – distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada

$A_{s,tot}$  – área total de armadura longitudinal de viga

$V_{Rd2}$  – esforço cortante resistente de cálculo das diagonais comprimidas de concreto

$V_{Sd}$  – esforço cortante solicitante na seção

$A_{sw}$  – área de armadura de cisalhamento por unidade de comprimento

$s$  – espaçamento entre estribos

$\theta$  – ângulo de inclinação das bielas comprimidas de concreto com a horizontal

$\alpha$  – ângulo de inclinação dos estribos com a horizontal

$\delta$  – coeficiente de redistribuição de momentos fletores

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>2 DIRETRIZES DA PESQUISA .....</b>	<b>18</b>
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA.....	18
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA.....	18
<b>2.2.1 Objetivo principal.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2.2 Objetivos secundários.....</b>	<b>18</b>
2.3 PRESSUPOSTO.....	19
2.4 DELIMITAÇÕES.....	19
2.5 LIMITAÇÕES.....	19
2.6 DELINEAMENTO.....	19
<b>3 CONCRETO ARMADO: CONSIDERAÇÕES GERAIS.....</b>	<b>22</b>
3.1 PROPRIEDADES DO CONCRETO.....	24
3.2 PROPRIEDADES DO AÇO.....	28
<b>4 ESTADOS-LIMITES.....</b>	<b>30</b>
4.1 COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DAS RESISTÊNCIAS.....	31
4.2 COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES.....	31
<b>5 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS.....</b>	<b>32</b>
5.1 HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO.....	32
<b>5.1.1 Manutenção da seção plana.....</b>	<b>32</b>
<b>5.1.2 Solidariedade dos materiais.....</b>	<b>33</b>
<b>5.1.3 Comportamento dos materiais.....</b>	<b>33</b>
5.2 ESTADO-LIMITE ÚLTIMO.....	33
<b>5.2.1 Flexão Normal Simples.....</b>	<b>33</b>
5.2.1.1 Domínios de ELU.....	34
5.2.1.2 Equações de dimensionamento em ELU.....	35
5.2.1.3 Armadura de tração mínima.....	39
5.2.1.4 Taxa máxima de armadura longitudinal total.....	40
5.2.1.5 Condição de ductilidade quando da redistribuição de momentos.....	41
<b>5.2.2 Cisalhamento.....</b>	<b>41</b>
<b>6 ANÁLISE PRELIMINAR.....</b>	<b>44</b>
<b>7 VIGAS ISOSTÁTICAS: GANHO GERADO PELA VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO.....</b>	<b>49</b>
7.1 DEFINIÇÃO DOS MODELOS ISOSTÁTICOS.....	49

7.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	50
<b>8 VIGAS HIPERESTÁTICAS: EFEITO DA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS FLETORES.....</b>	<b>57</b>
8.1 DEFINIÇÃO DOS MODELOS HIPERESTÁTICOS.....	57
8.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	58
<b>9 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>65</b>
REFERÊNCIAS .....	67
APENDICE A .....	68
APENDICE B .....	78

## 1 INTRODUÇÃO

O concreto é um material de construção utilizado em larga escala em todo mundo. Pfeil (1980, p. 4) destaca sua importância, ressaltando que “Os seus ingredientes (cimento, brita, areia, água) podem ser obtidos a baixo custo em todas as regiões habitadas do globo terrestre.”. O autor acrescenta que esse material compósito apresenta elevada resistência à compressão, porém, quando submetido à tração, sua resistência é bastante diminuída, restringindo-se, em geral, a valores na faixa de 10% da tensão resistente à compressão.

A maior parte das aplicações estruturais do concreto o submete, seja por forças normais, seja por momentos fletores, a esforços de tração no interior do material. Em razão da deficiência de resistência à tração, característica do material concreto, desenvolveu-se, em meados do século XIX, a utilização desse material associado a elementos de barra de aço, denominadas armaduras. Portanto, o concreto armado é, segundo Leonhardt e Mönning (1977, p. 1), “[...] um material de construção composto, no qual a ligação entre o concreto e a armadura de aço é devida à aderência do cimento e a efeitos de natureza mecânica.”. Ainda segundo o autor, esse material tornou-se amplamente utilizado, sendo empregado em todos os tipos de construções, sendo suas principais vantagens as seguintes:

- a) moldabilidade: o concreto adapta-se ao formato da forma, preenchendo todos os vazios quando corretamente adensado;
- b) posicionamento das armaduras: essas podem ser colocadas conforme o fluxo dos esforços internos aos quais elas devem resistir;
- c) considerável resistência aos efeitos do tempo, do ambiente e do uso, como: resistência ao fogo, aos agentes atmosféricos e ao desgaste mecânico;
- d) elevada reserva de capacidade resistente e segurança: características comuns de estruturas monolíticas ou hiperestáticas;
- e) material bastante econômico: matéria-prima barata.

O autor destaca também algumas desvantagens, tais como o grande peso próprio das construções, o baixo isolamento térmico e o elevado dispêndio para executar reformas e demolições.



A Norma Brasileira referente ao Projeto de Estruturas de Concreto, NBR 6118, classifica os elementos estruturais básicos conforme sua geometria e sua função estrutural. Eles podem ser de dois tipos: lineares – vigas, pilares, tirantes e arcos – ou de superfície – placas, chapas, cascas e pilares-parede –. Nas estruturas usuais de edifícios, os elementos mais presentes costumam ser os pilares (responsáveis pela sustentação das cargas verticais geradas principalmente pela ação da gravidade) as lajes (placas estruturais, definidoras dos patamares, locais planos sobre os quais se desenvolvem as atividades humanas) e as vigas (elementos que transmitem horizontalmente as cargas das lajes até os pilares, trabalhando assim sob flexão) (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 83-84). A associação de pilares e vigas constitui estruturas aporticadas que, em função da rigidez das ligações entre os elementos, fornecem inércia às estruturas de edifícios frente a cargas horizontais como o vento.

As vigas também são muito importantes na estruturação de elementos longitudinais como as pontes e as passarelas. Fica evidente também nesses casos o interesse em se possibilitar a execução de vigas que cubram grandes vãos, para que se possa ter liberdade no posicionamento dos pilares, inclusive reduzindo seu número. A evolução dos edifícios também passou a requisitar que se pudessem realizar pórticos de maiores dimensões, gerando maiores vãos livres para a criação de grandes ambientes sem intrusão espacial por parte dos pilares.

O aumento dos vãos das vigas acarreta considerável acréscimo nos seus carregamentos, principalmente nos seus diagramas de momentos fletores, principal esforço dimensionante da geometria e da armadura das vigas. Em decorrência desse aumento de solicitações, torna-se necessária a utilização de vigas de maior altura, muitas vezes superior ao que se pode admitir em termos de um projeto estrutural que seja adequado à concepção arquitetônica e aos gabaritos por ela impostos. Além do efeito sobre a altura necessária, o aumento dos vãos e consequentemente dos momentos fletores acentua as deformações das vigas, superando muitas vezes os limites aceitáveis estabelecidos pelo Estado-Limite de Serviço quanto à flecha. Em decorrência das maiores tensões de tração também se verificam incrementos na fissuração das vigas, podendo essa também superar o critério imposto pelo Estado-Limite de Serviço quanto à abertura de fissuras.

Uma solução bastante eficiente consiste no emprego do concreto protendido para a confecção de vigas sobre grandes vãos. Segundo Leonhardt (1983, p. 6-7), o estado prévio de compressão do material é capaz de minimizar os esforços de tração resultantes gerados pelo carregamento imposto à estrutura. Esse artifício proporciona a redução das flechas e o controle da fissuração, podendo também reduzir a altura necessária para as vigas se comparada à altura necessária para o concreto armado. Entretanto, Pfeil (1980, p. 18) salienta o melhor controle de execução que deve ser empregado nos projetos em concreto protendido, fazendo com que esses apresentem um maior grau de complexidade e, conseqüentemente, um custo mais elevado. Quando se busca uma maior simplicidade, maior economia ou ainda, como destaca Thonier (1992, p. 14, tradução nossa), maior rapidez na concepção de projetos e execução de obras, principalmente no caso daquelas mais numerosas e corriqueiras, a possibilidade do emprego do concreto armado convencional torna-se uma opção bastante importante.

A Norma brasileira de concreto introduziu em sua mais nova versão, de 2014, a possibilidade de se projetar estruturas de concreto utilizando não mais apenas aqueles pertencentes ao Grupo I de resistência (C20 a C50), mas também os concretos do Grupo II (C55 a C90). A possibilidade de elevação da resistência característica do material até o valor de 90 MPa pode representar uma nova forma de satisfazer os critérios de dimensionamento de vigas frente a maiores valores de momento fletor, podendo ser essa uma alternativa ao emprego dos métodos de protensão.

Juntamente com a inclusão do Grupo II de resistência dos concretos, a versão de 2014 da NBR 6118 definiu propriedades mecânicas diferenciadas para os concretos desse grupo, de forma que a variação da resistência do concreto empregado em um projeto pode gerar resultados não lineares e também não proporcionais aos obtidos com os concretos do Grupo I. Além das propriedades do material, também houve alterações em critérios de dimensionamento de vigas, sobretudo quanto à profundidade máxima da linha neutra das seções na flexão. Por esse motivo torna-se interessante a análise comparativa do dimensionamento de vigas empregando-se concretos de diferentes valores de resistência.

## **2 DIRETRIZES DA PESQUISA**

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

### **2.1 QUESTÃO DE PESQUISA**

A questão de pesquisa do trabalho é: quais são as vantagens de se empregar concretos de maior resistência em vigas, conforme as hipóteses e os critérios de dimensionamento propostos pela NBR 6118:2014?

### **2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA**

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

#### **2.2.1 Objetivo principal**

O objetivo principal do trabalho é a determinação do ganho, em termo de solicitações, que se obtém com o emprego de concretos de maior resistência em vigas, conforme as propriedades de materiais e os critérios de dimensionamento propostos pela NBR 6118:2014.

#### **2.2.2 Objetivo secundário**

O objetivo secundário do trabalho é a análise das alterações nas propriedades dos materiais e nos critérios de dimensionamento incorporadas pela NBR 6118:2014, comparativamente à sua versão de 2007, no que tange ao dimensionamento de vigas.

## 2.3 PRESSUPOSTO

O trabalho tem por pressuposto que as hipóteses e os critérios de dimensionamento, bem como as formulações empregadas, estão de acordo com a NBR 6118:2014.

## 2.4 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se à análise do dimensionamento de vigas no Estado-Limite Último empregando-se concretos de diferentes resistências conforme a versão de 2014 da NBR 6118.

## 2.5 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

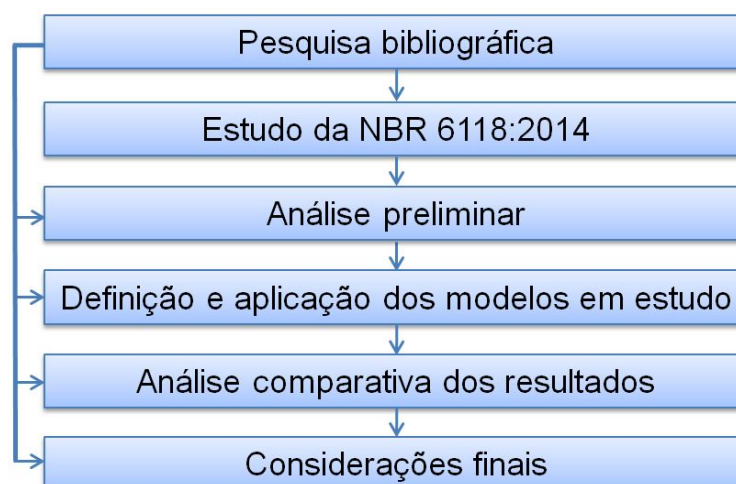
- a) o emprego de apenas um tipo de agregado (granito) e utilização de cobrimento mínimo para Classe de Agressividade Ambiental II (3 cm);
- b) o dimensionamento de vigas como elementos lineares de seção constante;
- c) a consideração das solicitações de cálculo geradas por carregamento linear uniformemente distribuído somado ao peso próprio da estrutura;
- d) o dimensionamento em ELU das armaduras longitudinais de flexão e verificação das bielas de concreto comprimidas pelo esforço cortante conforme o Modelo I de cálculo da NBR 6118:2014;

## 2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi realizado através das etapas apresentadas a seguir que estão representadas na figura 1 e são descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) estudo da NBR 6118:2014;
- c) análise preliminar;
- d) definição e aplicação dos modelos em estudo;
- e) análise comparativa dos resultados;
- f) considerações finais.

Figura 1 – Representação esquemática do delineamento do trabalho



(fonte: elaborado pelo autor)

O trabalho teve como base a pesquisa bibliográfica, que se estendeu ao longo de todo o seu período de realização, já que constitui a fonte primária e indispensável de obtenção do conhecimento e das informações essenciais ao trabalho. Essa pesquisa teve como objeto de estudo as vigas em concreto armado utilizadas em edificações. Desejou-se compreender os parâmetros de dimensionamento desses elementos introduzidos pela recente NBR 6118:2014 e, sobretudo, teve-se como objetivo a identificação das novas possibilidades de projeto que podem surgir a partir do emprego das classes de resistência de concreto que foram incluídas nessa versão da norma.

A pesquisa bibliográfica foi o ponto de partida do trabalho, fornecendo embasamento científico para a contextualização do assunto. Além disso, a pesquisa permitiu a aquisição dos conhecimentos científicos necessários para a elaboração e também para os cálculos dos modelos propostos. Finalmente, a mesma também foi essencial para a correta análise dos resultados obtidos.

O estudo da NBR 6118:2014 foi essencial, já que somente nessa versão da Norma Brasileira de concreto é que foram incluídos os concretos de mais alta resistência, até a classe C90. A abrangência de uma gama maior de classes de resistência de concreto fez com que fosse necessária a inclusão em norma de parâmetros mais abrangentes para a definição do comportamento do material e das hipóteses de dimensionamento. O estudo desse documento permitiu então com que se elaborasse um correto programa, com formulações de acordo as propriedades apresentadas em norma.

À medida que se aumenta a resistência do concreto, obtêm-se comportamentos de tensão-deformação que diferem bastante dos concretos de menor resistência mais comumente utilizados. A análise preliminar permitiu o entendimento de que é por esse motivo que a versão de 2014 da referida norma inclui novas expressões definidoras das propriedades dos materiais para os concretos cuja resistência esteja entre o C55 e o C90. A compreensão dessas diferenças comportamentais possibilita que se entenda o motivo pelo qual não se definem as propriedades dos variados concretos a partir das mesmas expressões. Além disso, esse entendimento permitiu com que se realizasse uma melhor análise dos resultados obtidos no trabalho.

Adquiridos os conhecimentos científicos necessários através da pesquisa bibliográfica e definidas as exigências de projeto impostas pela Norma Brasileira de concreto, pode-se iniciar a elaboração dos modelos de cálculo. Definiu-se a variação da resistência do concreto em vigas como o principal interesse do trabalho, tendo como intuito definir qual seria o valor máximo de momento fletor resistido pela viga para cada valor de resistência do concreto, aplicado à mesma seção transversal. Buscou-se trabalhar com vigas de dimensões bastante corriqueiras, bem como com cargas próximas às cargas obtidas sobre vigas em edifícios tradicionais. Dessa forma, estudaram-se elementos nos quais a aplicação de técnicas de protensão não é muito interessante – em geral por desejar-se, em estruturas mais corriqueiras, soluções mais simples, baratas e econômicas –. Entretanto, mesmo nas estruturas mais comuns pode ser bastante interessante a possibilidade de se ter maior liberdade no momento do projeto, podendo-se trabalhar, por exemplo, com o aumento dos vãos das vigas através do emprego de concretos de maior resistência, porém conservando-se a simplicidade do concreto armado convencional.

A resolução dos modelos e a obtenção dos resultados foram realizadas através de cálculos em planilhas do *software Microsoft Office Excel*. Em seguida, os dados foram analisados para que se pudesse chegar às conclusões do trabalho.

### 3 CONCRETO ARMADO: CONSIDERAÇÕES GERAIS

Segundo Leonhardt e Mönnig (1977, p. 3) o concreto pode ser considerado uma rocha artificial, por ser constituído por agregados aglutinados por uma pasta de cimento. Classicamente, os agregados são de dois tipos: grãos (britas) e miúdos (areias). Essa diferença na granulometria dos componentes proporciona o preenchimento de vazios e também o intertravamento dos grãos, gerando uma estrutura de grande densidade e resistência. O agente cimentante hidráulico, na grande maioria dos casos o cimento Portland, possui uma granulometria ainda mais fina que a areia, sendo capaz de preencher os menores vazios e de constituir assim uma aderência bastante eficiente entre os grãos da mistura. Essa aderência também é fundamental para a solidarização das barras de aço junto à matriz de concreto.

Pfeil (1988a, p. 92-93) afirma que a semelhança que se verifica nos coeficientes de dilatação térmica do concreto e do aço (da ordem de  $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ ) permite que os dois materiais trabalhem em conjunto, mesmo sob variações térmicas, sem que a ligação por aderência se perca em função de dilatações diferenciais.

Ainda segundo Pfeil (1988a, p. 102-106), “O concreto é um material geralmente muito estável, nas condições normais de exposição ambiental.”, além de apresentar uma baixa permeabilidade quando bem executado, restringindo a penetração de agentes agressivos, como os sulfatos. As intempéries agem de maneira muito mais severa sobre os aços, os quais sofrem corrosão eletrolítica, oxidando-se e perdendo área de seção resistente. Felizmente, o concreto constitui um meio alcalino que tem efeito inibidor das reações eletrolíticas. Portanto, percebe-se a importância fundamental, principalmente nos ambientes mais agressivos, das dimensões de cobertura mínimo de concreto sobre as armaduras, que garantem uma espessura mínima do material englobando e servindo como proteção (além da garantia de aderência) das armaduras. A fissuração do concreto não acarreta obrigatoriamente a exposição da armadura nem perda da proteção fornecida pelo concreto. Entretanto, deve-se evitar que as fissuras superem valores da ordem de alguns décimos de milímetros para que se garanta que não haja prejuízo à armadura. Por isso, o controle do valor teórico da abertura de fissuras é fundamental para se garantir a durabilidade do concreto armado e é abordado pela Norma

Brasileira de concreto, que define limites para esse valor como referência para alguns Estados-Limites de Serviço (ELS) das estruturas.

Na produção do concreto, a mistura dos agregados com o cimento é completada com a adição de água, constituindo o concreto fresco. Podem ainda ser utilizados aditivos com o intuito de melhorar propriedades químicas ou físicas específicas. O concreto fresco é então despejado em fôrmas (que podem ou não ser elementos provisórios) que lhe fornecem sua geometria e deve ser adensado com a utilização de vibradores. Por definição, os concretos passam por uma fase de endurecimento, até atingirem sua resistência característica que já pode ser constatada aos 28 dias. Os concretos normais apresentam massa específica que varia entre 20 e 28 kN/m<sup>3</sup> (LEONHARDT; MÖNNIG, 1977, p. 3).

O concreto é um material que apresenta características reológicas bastante particulares. A reologia trata do comportamento elástico, plástico ou viscoso dos materiais. O comportamento reológico dos materiais é de difícil previsão, uma vez que evolui ao longo do tempo e sofre influência tanto das cargas aplicadas quanto de condições termo-higrométricas ambientais (PFEIL, 1980, p. 148). Dois fenômenos bastante importantes da reologia do concreto são a retração e a fluência.

Segundo Pfeil (1988a, p. 51), “Denomina-se retração a perda de volume do concreto, provocada por perda de umidade [...]”. Além disso, parte da retração também é provocada por carbonatação do concreto. Esses fenômenos não ocorrem de forma uniforme nas peças de concreto, sendo mais intensas na superfície do material e mais brandas à medida que se penetra no material. Dessa forma, a retração ocorre de forma não uniforme, gerando tensões internas ao material. Essas tensões, principalmente na presença de armadura, que impede a livre deformação do concreto, propiciam a formação de fissuras no material. A fissuração excessiva do concreto acarreta a imposição de se desconsiderar a parcela de resistência à tração da peça fornecida pelo concreto, ficando toda solicitação a cargo das armaduras, já que a desagregação do material causada pela fissuração impede a transmissão das tensões de tração pelo concreto, sendo essas transmitidas às armaduras. O principal mecanismo de controle da fissuração por retração é o emprego de um processo adequado de cura do concreto, com uma secagem lenta que não gere tensões internas muito importantes.



Leonhardt e Mönning (1977, p. 22) afirmam que “A deformação lenta é o aumento de uma deformação com o tempo sob a ação de cargas ou de tensões permanentes.” Pfeil (1988a, p. 51-54) denomina essa deformação lenta de fluência, que pode ser observada no aumento da deformação unitária de uma peça de concreto ao longo do tempo, mesmo sem alteração das cargas aplicadas. O autor explica que esse fenômeno, como a retração, também está relacionado com a água presente nos interstícios da matriz de concreto. Quando a peça é primeiramente carregada, parte das tensões é absorvida pela água intersticial, que lentamente as transfere para o esqueleto sólido do concreto, aumentando sua deformação. Além disso, a fluência do concreto também se deve ao escoamento viscoso do material cimentício. A fluência é um efeito particularmente importante ao se estimar a flecha das vigas submetidas a cargas de longa duração (cálculo de deformações).

### 3.1 PROPRIEDADES DO CONCRETO

Segundo Pfeil (1988b, p. 232), a resistência à ruptura a compressão do concreto é geralmente obtida através de um ensaio de curta duração – e, portanto, de rápido carregamento – utilizando-se corpos de prova – em geral cilíndricos de altura igual ao dobro do diâmetro – de concreto com idade de 28 dias. Conforme a reologia desse material, o mesmo continua a ter sua resistência incrementada (da ordem de 20%) após essa idade, incremento esse que é desconsiderado no ensaio.

Entretanto, Araújo (2003, p. 2-3) observa que essa é a idade em que convencionalmente as estruturas podem entrar em carga. Esse autor ainda explica que a resistência do concreto é uma variável aleatória e que apresenta, portanto, uma dispersão dos valores dos resultados para corpos de prova de um mesmo lote de concreto. Isso se deve, entre outros fatores, àqueles relacionados à variabilidade tanto das propriedades dos materiais, que apresentam heterogeneidades, quanto dos procedimentos de mistura, moldagem e adensamento do concreto. Tratam-se então os dados probabilisticamente, com a hipótese razoável de que a função densidade de probabilidade da resistência do concreto segue uma distribuição Gaussiana. Com o intuito de garantir a segurança das estruturas de concreto, define-se um valor de resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) que admite apenas 5% de probabilidade de que se obtenha um valor de resistência inferior a esse no respectivo lote.

Diferentemente de sua versão anterior, que continha em seu escopo apenas os concretos do Grupo I, a NBR 6118 de 2014 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 1) é aplicada “[...] às estruturas de concreto normais, identificadas por massa específica seca maior do que 2000 kg/m<sup>3</sup>, não excedendo 2800 kg/m<sup>3</sup>, do grupo I de resistência (C20 a C50) e do Grupo II de resistência (C55 a C90) [...]”.

Além da variabilidade dos valores de resistência, o concreto apresenta uma resistência à compressão reduzida sob cargas de longa duração. Esse fenômeno denomina-se Efeito *Rüsch* e evidencia que, para cargas aplicadas aos 28 dias, essa redução de resistência é da ordem de 20%. Porém, para carregamentos mais tardios essa redução não é tão acentuada, sendo da ordem de 10% para cargas de longa duração aplicadas aos 180 dias, por exemplo (ARAÚJO, 2003, p. 24-26). Em razão desse efeito, a NBR 6118 estabelece que a tensão máxima do concreto seja de 85% da resistência característica determinada (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 121).

De forma análoga pode-se determinar, segundo Araújo (2003, p. 8-11), a resistência característica à tração do concreto ( $f_{ctk}$ ). Porém, por motivos práticos, costuma-se utilizar o valor da resistência característica à compressão para estimar o valor médio de resistência à tração ( $f_{ct,m}$ ), a partir do qual podem ser definidos os valores correspondentes a 5% ( $f_{ctk,inf}$ ) e a 95% ( $f_{ctk,sup}$ ) de probabilidade de obtenção de resistências inferiores aos mesmos. A estimativa dessas resistências à tração é definida pelas equações 1, 2, 3 e 4 conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 23).

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}, \quad f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}), \quad (\text{equações 1 e 2})$$

para Grupo I

para Grupo II

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (\text{equações 3 e 4})$$

Sendo:

$f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto, em MPa;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

$f_{ctk,inf}$  = resistência característica inferior à tração do concreto, em MPa;

$f_{ctk,sup}$  = resistência característica superior à tração do concreto, em MPa.

Os ensaios de compressão simples, utilizados para a determinação da resistência do concreto evidenciam o comportamento não-linear do mesmo. Isto é, não existe proporcionalidade entre as variações de tensão e deformação do material. Esse comportamento decorre principalmente da microfissuração progressiva que se verifica na matriz de concreto, sobretudo sob tensões mais elevadas. Por esse motivo, podem ser definidos diferentes valores para seu módulo de elasticidade. O módulo de deformação tangente inicial ( $E_{ci}$ ) representa a inclinação da curva tensão-deformação junto a sua origem e assim aplica-se mais apropriadamente ao concreto submetido a pequenas tensões. Sob maiores tensões, representa-se melhor a deformação do concreto utilizando o módulo de deformação secante ( $E_{cs}$ ), inclinação da reta que passa pela origem e corta a mesma curva no ponto correspondente a uma tensão da ordem de 40% da resistência à compressão do concreto em questão (ARAÚJO, 2003, p. 11-12).

Para o caso de não realização de ensaios específicos para a determinação dos módulos de deformação, pode-se utilizar as relações estabelecidas na Norma Brasileira de concreto. As equações 5 e 6 explicitam que, além dos mesmos serem dependentes da magnitude da resistência característica à compressão, a atual NBR 6118 introduz o coeficiente  $\alpha_E$ , que diz respeito à influência do tipo de agregado empregado. Já a equação 7 estabelece a proporcionalidade entre os módulos de deformação dada pelo coeficiente  $\alpha_i$ , que também é função do  $f_{ck}$ , como mostra a equação 8 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 24-25).

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2}, \quad E_{ci} = \alpha_E \cdot 21500 \cdot (1,25 + f_{ck} / 10)^{1/3}, \quad (\text{equações 5 e 6})$$

para Grupo I

para Grupo II

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot f_{ck} / 80 \leq 1,0 \quad (\text{equações 7 e 8})$$

Sendo:

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário;

$\alpha_E = 0,7$  para arenito;

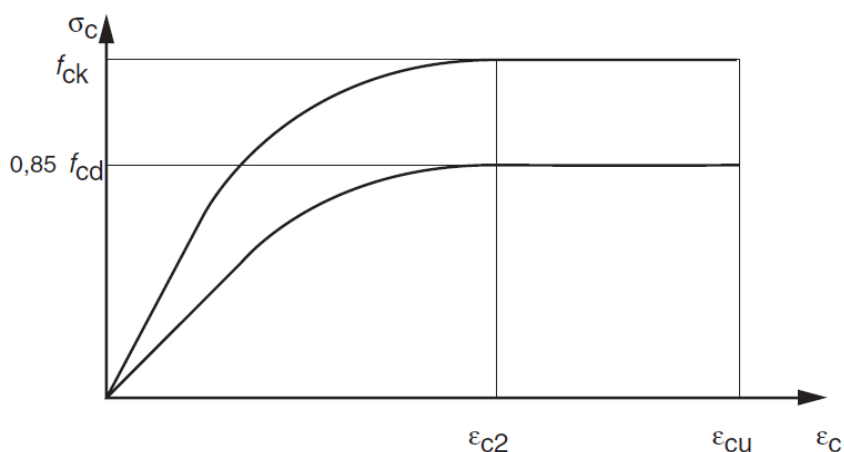
$E_{ci}$  = módulo de deformação tangente inicial, em MPa;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

$E_{cs}$  = módulo de deformação secante, em MPa.

Ainda em função da não-linearidade da relação tensão-deformação do concreto, para fins de projeto torna-se necessária a definição de uma relação simples que represente de maneira satisfatória esse comportamento. A NBR 6118 admite o emprego do diagrama parábola-retângulo. Esse diagrama é composto por uma parábola dada pela equação 9, tomando o valor de  $n$  igual a 2 para o Grupo I e utilizando a equação 10 para a determinação desse valor para o Grupo II. Essa parábola é definida desde o início da deformação até o valor de encurtamento específico de início de patamar plástico ( $\epsilon_{c2}$ ), após o qual a tensão é constante até o encurtamento atingir o valor de ruptura ( $\epsilon_{cu}$ ). A representação trazida pela Norma Brasileira de concreto é mostrada na figura 2.

Figura 2 – Diagrama parábola-retângulo: tensão-deformação do concreto



(fonte: adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 26)

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot [1 - (1 - \varepsilon_c / \varepsilon_{c2})^n] \quad (\text{equação 9})$$

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot [(90 - f_{ck}) / 100]^4 \quad (\text{equação 10})$$

A NBR 6118 ainda define os valores que devem ser adotados para as referidas deformações. Para os concretos do Grupo I, esses valores são fixados em 2‰ para o início do patamar plástico ( $\varepsilon_{c2}$ ) e 3,5‰ para o encurtamento de ruptura ( $\varepsilon_{cu}$ ). No caso dos concretos do Grupo II, esses encurtamentos específicos devem ser calculados conforme as equações 11 e 12 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 26).

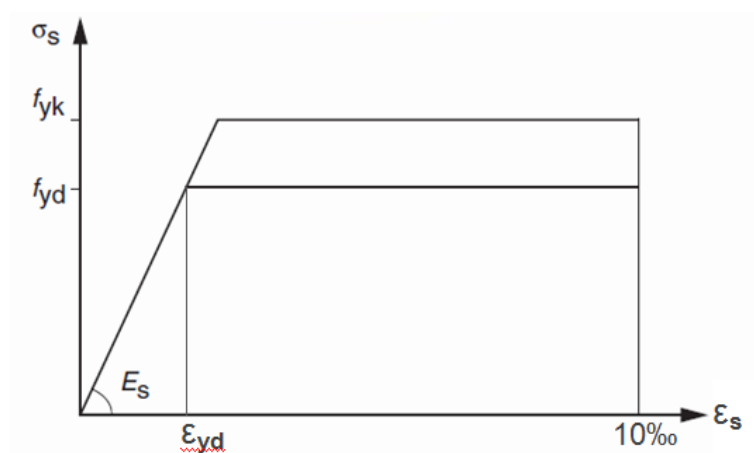
$$\varepsilon_{c2} = 2,0 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (\text{equação 11})$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6 + 35,0 \cdot [(90 - f_{ck}) / 100]^4 \quad (\text{equação 12})$$

### 3.2 PROPRIEDADES DO AÇO

Os aços empregados na construção civil podem pertencer a três diferentes classes, de acordo com sua resistência característica ( $f_{yk}$ ) que pode ser de 25 MPa (CA-25), 50 MPa (CA-50) ou 60 MPa (CA-60). Segundo Pfeil (1988b, 233-235), esse valor de resistência característica corresponde ao valor da tensão do patamar de escoamento do material. Já para os aços que não apresentam esse comportamento, utiliza-se a tensão que produz uma deformação residual de 0,2%. A NBR 6118 admite a utilização do diagrama tensão-deformação simplificado apresentado na figura 3, mesmo para os aços sem patamar de escoamento.

Figura 3 – Diagrama tensão-deformação do aço



(fonte: adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 29)

Verifica-se na figura 3 que o aço atinge o patamar de tensão de escoamento ao alcançar a deformação correspondente ( $\epsilon_{yd}$ ), que pode ser calculada utilizando-se uma relação linear, tendo como coeficiente de proporcionalidade o valor do módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ), para o qual, conforme a NBR 6118, pode ser adotado o valor de 210 GPa (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 28-29).

## 4 ESTADOS-LIMITES

De forma geral, o dimensionamento estrutural visa conferir à estrutura um adequado coeficiente de segurança quanto a seu colapso (quociente entre a carga resistente e a carga de ruptura dos elementos) e também visa “[...] garantir condições satisfatórias de comportamento sob ação das cargas de utilização (cargas de serviço).”, conforme descrito por Pfeil (1988a, p. 196-198). Além da segurança e do desempenho em serviço, Araújo (2003, p. 51) acrescenta um critério de durabilidade, caracterizado pelo mantimento de um bom estado de conservação frente às agressões ambientais prevista. Para cada estrutura particular podem ser definidas exigências complementares.

A garantia de um coeficiente global de segurança estrutural no dimensionamento dos elementos é conseguida empregando-se coeficientes de ponderação representativos do grau de confiabilidade ou probabilidade de cada dado envolvido. Dessa forma, costumam-se definir coeficientes de minoração dos valores característicos de resistência dos materiais e coeficientes de majoração de seus carregamentos. Além disso, podem-se determinar coeficientes de ponderação de combinações de ações. Essas correções são realizadas com o intuito de melhor representar a realidade, em toda sua variabilidade, sempre se buscando a configuração mais desfavorável à qual a estrutura possivelmente será submetida devendo resistir adequadamente.

Finalmente, com o intuito de balizar a fronteira da adequação das estruturas às suas exigências, determinam-se estados-limites. Esses podem ser de dois tipos: últimos (ELU) ou de serviço (ELS). De acordo com Araújo (2003, p. 52-53), os primeiros “[...] são aqueles relacionados ao colapso, ou qualquer forma de ruína estrutural, que determine a paralisação, no todo ou em parte, do uso da estrutura.” Já os estados-limites de serviço são definidos pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 55) como sendo “[...] aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas [...]”.

## 4.1 COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DAS RESISTÊNCIAS

A NBR 6118 determina que sejam efetuadas minorações nos valores de resistência característica dos materiais para o dimensionamento e verificação de seus estados-limites. Dessa forma são definidos valores de resistência de cálculo que podem ser encontrados dividindo-se as resistências características pelos seus respectivos coeficientes de ponderação. No caso do concreto, utiliza-se o coeficiente  $\gamma_c$  para determinar o valor de  $f_{cd}$  e de  $f_{ctd}$  conforme as equações 13 e 14. Analogamente para o aço, determina-se o valor de  $f_{yd}$  empregando-se o coeficiente  $\gamma_s$  (equação 15).

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c \quad f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (\text{equações 13, 14 e 15})$$

Para as combinações de cargas denominadas normais segundo a NBR 6118, no Estado-limite último (ELU), devem ser utilizados os valores de 1,4 e 1,15 respectivamente para os coeficientes  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ . Entretanto, para a verificação dos Estados-limites de serviço (ELS) a Norma Brasileira de concreto considera desnecessária qualquer minoração dos valores de resistência dos materiais, portanto pode-se utilizar para ambos os coeficientes o valor 1,0 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 70-72).

## 4.2 COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES

Para compor o coeficiente global de segurança da estrutura, a NBR 6118 estabelece um coeficiente genérico de majoração dos valores de carregamento ( $\gamma_f$ ). Nas combinações normais de ações – aquelas decorrentes do uso previsto para a estrutura e de duração igual à sua vida útil – para verificação dos estados-limites últimos (ELU) devem-se utilizar os seguintes coeficientes (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 64-66):

- a)  $\gamma_g = 1,4$  para cargas permanentes;
- b)  $\gamma_q = 1,4$  para cargas variáveis (acidentais).



## 5 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS

Vigas são elementos estruturais lineares que estão sujeitos a flexão simples, ou seja, sem atuação de esforço axial. Na maioria dos casos, esse esforço de flexão é oriundo de carregamentos transversais ao eixo da viga – em estruturas de edifícios, esses são carregamentos de lajes e paredes –. Essa configuração de carga faz com que, nas seções do elemento, existam momento fletor ( $M$ ) e esforço cortante ( $V$ ) (PFEIL, 1988b, p. 253).

Os esforços de flexão e cisalhamento geram, respectivamente, tensões normais e tangenciais. O dimensionamento da seção de concreto armado visa equilibrar o momento fletor da seção e transmitir as cargas verticais até os apoios sem que haja esmagamento do concreto ou alongamento excessivo das armaduras, para o estado-limite último de tensão, nem que ocorram fenômenos de deformação ou fissuração excessivos do elemento, para carregamento de serviço.

### 5.1 HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO

Para o dimensionamento de vigas em concreto armado submetidas à flexão, definem-se algumas hipóteses em relação ao comportamento dos materiais. Dessa forma torna-se possível definir tensões e deformação no interior do material.

#### 5.1.1 Manutenção da seção plana

Admite-se como hipótese básica que, após as deformações, as seções do elemento permanecem planas e perpendiculares ao seu eixo. Essa hipótese implica em uma distribuição linear de deformações normais ao longo da altura da seção transversal, sendo então que a deformação em uma fibra qualquer é proporcional à sua distância à linha neutra (ARAÚJO, 2003, p. 75).

### **5.1.2 Solidariedade dos materiais**

Admite-se ainda que exista uma aderência perfeita entre o aço e o concreto. Dessa, forma, não existe deslizamento entre os dois materiais e, conseqüentemente, a deformação específica do aço é igual à deformação específica do concreto que está em seu entorno. Tomando novamente a hipótese da manutenção das seções planas, conclui-se que a deformação das barras de aço também é proporcional à sua distância à linha neutra (FUSCO, 1981, p. 5).

### **5.1.3 Comportamento dos materiais**

Adota-se o diagrama parábola-retângulo (apresentado em 3.1) para a distribuição das tensões de compressão na seção transversal de concreto. Já a resistência à tração do concreto normal à sua seção é desconsiderada para cálculos no ELU, pois nesse estado o concreto já se apresenta fissurado nas zonas tracionadas, sendo toda a tensão transmitida às armaduras. Quanto ao aço, pressupõe-se que as barras funcionem tanto em tração quanto em compressão conforme diagrama apresentado em 3.2 (ARAÚJO, 2003, p. 75-78).

## **5.2 ESTADO-LIMITE ÚLTIMO**

As vigas submetidas a momento fletor e esforço cisalhante devem ser verificadas quanto a esses dois esforços. Costuma-se dimensionar a seção (levando em conta as condições de contorno estabelecidas pelo projeto) em função da flexão simples. Esse dimensionamento fornece valores de armaduras longitudinais de tração e compressão. Realizam-se, em seguida, as verificações quanto ao esforço cortante, que fornecem valores de armadura de cisalhamento e podem necessitar alteração na seção de concreto se esse não apresentar resistência suficiente ao esmagamento.

### **5.2.1 Flexão Normal Simples**

Os estados-limites últimos de seções em concreto armado submetidas à flexão ocorrem por duas causas: ruptura do concreto comprimido e, alternativamente, alongamento excessivo da

armadura tracionada. Em razão da dificuldade de se identificar o início do fenômeno físico de ruptura, convencionou-se definir valores de deformação específica para definir os estados-limites últimos. Dessa forma, em razão das diferentes configurações de deformações que podem existir ao se atingir um dos critérios de ELU, definem-se domínios de ELU com características específicas (FUSCO, 1981, p. 2-3).

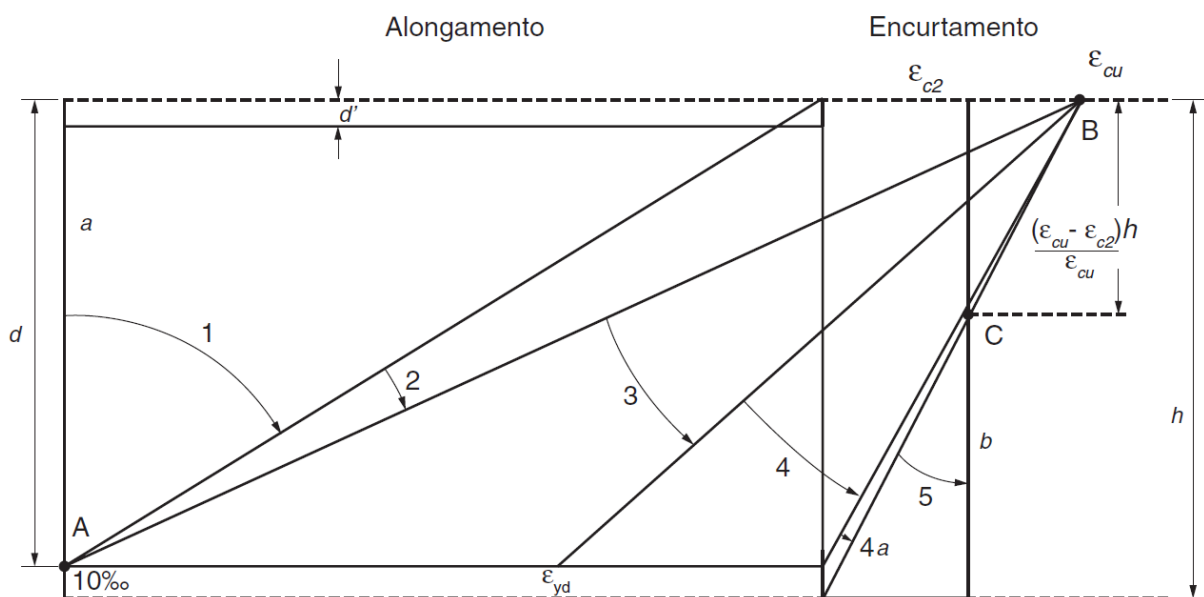
#### 5.2.1.1 Domínios de ELU

Conforme mencionado em 3.1, admite-se que o concreto se comporte conforme o diagrama parábola-retângulo apresentado na figura 2, em que são definidos os valores característicos de deformação específica  $\epsilon_{c2}$  e  $\epsilon_{cu}$  – respectivamente 2‰ e 3,5‰ ou equações 11 e 12 -, funções do grupo de concretos utilizado.

Em relação às armaduras, conforme explicado em 3.2, admite-se início de seu patamar de escoamento – alcance da tensão máxima  $f_{yd}$  – ao se chegar a uma deformação específica  $\epsilon_{yd}$ , tendo como deformação limite o valor de 10‰, qualquer que sejam os tipos de aço e de concreto.

Essas deformações limites definem os domínios de ELU mostrados na figura 4.

Figura 4 – Domínios de ELU de uma seção transversal



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 122)

Dentre os domínios apresentados na figura 4, as vigas submetidas à flexão simples encontram seu estado-limite último no domínio 2, 3 ou 4. O ELU é atingido no domínio 2 quando o alongamento específico máximo de 10‰ da armadura de tração é atingido, sem que haja ruptura do concreto por compressão – característica de uma ruptura por deformação plástica excessiva –. Essa situação é indicativa de que se podem reduzir as dimensões da seção de concreto, em outras palavras, a resistência do concreto está subaproveitada e a taxa de armadura é pequena, sendo essa seção subarmada. Com menores seções de concreto, passa-se para o domínio 3 ou 4, nos quais a ruptura ocorre pelo encurtamento máximo do concreto  $\epsilon_{cu}$ . No domínio 3 estabelece-se o dimensionamento com o melhor aproveitamento da resistência disponível dos materiais, pois a ruptura do concreto ocorre após o início do patamar de escoamento do aço ( $\epsilon_{yd} \leq \epsilon_s < 10\text{‰}$ ). Seções cujo ELU encontra-se no domínio 4, além de aproveitarem muito pouco a capacidade resistente das armaduras, cuja taxa é elevada, apresentam ruptura com menor deformação plástica prévia da viga. Em outras palavras, deve-se evitar o dimensionamento em domínio 4 pois os elementos resultantes apresentam menor ductilidade e ruptura com caráter mais frágil, característica que dificulta a identificação visual através de sinais de ruína, como deformação e fissuração excessivas. Seções de concreto com momentos fletores relativamente altos, que induzem a adoção de uma solução superarmada, em domínio 4, devem, ao invés disso, receber não somente armadura de tração, mas também de compressão, que confere maior ductilidade à viga ao absorver parte do esforço de compressão do concreto e permitir que o aço tracionado (em menor quantidade) escoe (ARAÚJO, 2003, p. 78-81).

#### 5.2.1.2 Equações de dimensionamento em ELU

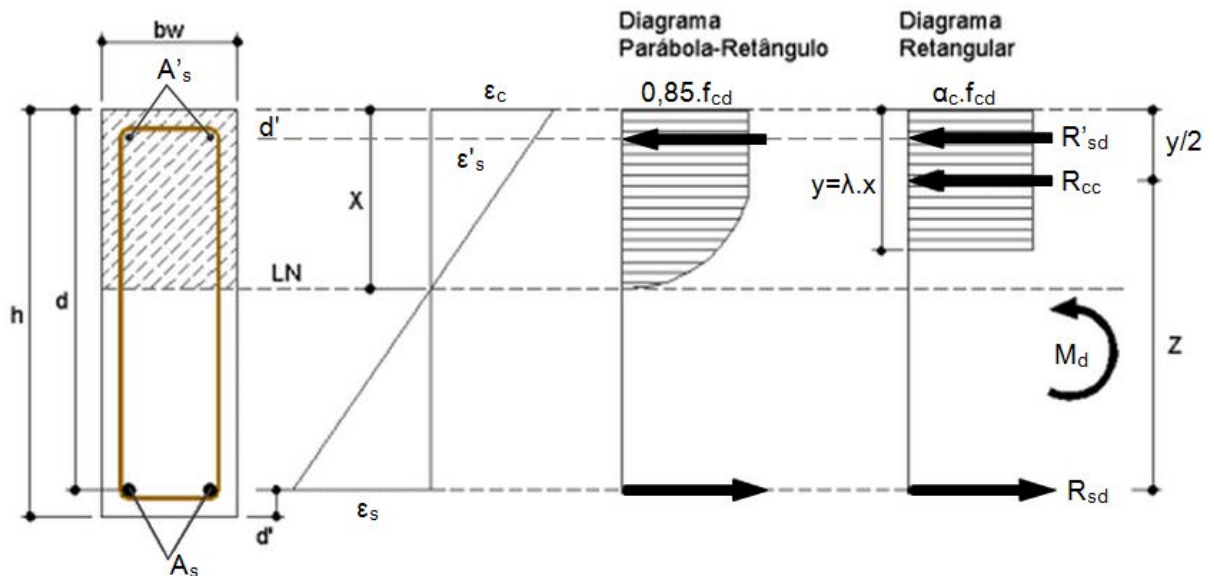
O dimensionamento de uma seção de viga consiste em equilibrar a solicitação imposta através das forças absorvidas pelos materiais. No caso da flexão simples, deve-se equilibrar o momento fletor de cálculo  $M_d$ , portanto é necessário que se tenha parte da seção sob tração e outra sob compressão, a fim de que se disponha de um binário de forças. Por esse motivo é que somente soluções dentro dos domínios 2, 3 e 4 são possíveis na flexão simples (ARAÚJO, 2003, p. 80).

A figura 5 apresenta a representação gráfica das variáveis envolvidas no dimensionamento. Partindo-se das dimensões da seção de concreto ( $h$  e  $b_w$ ), posição do centróide da armadura

(d) e momento fletor de cálculo ( $M_d$ ), além de se admitir hipótese de armadura simples ( $R'_{sd}$  nulo e dimensionamento em domínio 2 ou 3) restam como incógnitas as resultantes de força do concreto comprimido ( $R_{cc}$ ) e da armadura tracionada ( $R_{sd}$ ). Essa última é definida como o produto entre a área de aço tracionado ( $A_s$ ) e a tensão à qual o material está submetido. Já a força exercida pelo concreto representa o produto da área de concreto comprimido – correspondente à parcela da seção definida pela profundidade da linha neutra em relação à fibra mais comprimida ( $x$ ) – e da tensão do concreto, assimilada ao diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a 85% de  $f_{cd}$  (PFEIL, 1988b, p. 258-259).

A definição do vetor  $R_{cc}$  necessitaria de integração do diagrama citado e cálculo da altura do seu centróide. Por razões de simplicidade de cálculo, a Norma Brasileira de concreto permite a substituição do diagrama parábola-retângulo por um diagrama retangular como também mostra a figura 5.

Figura 5 – Diagrama retangular e equilíbrio de forças na seção transversal da viga



(fonte: adaptada de GONTIJO, 2012, p. 9)

O diagrama retangular caracteriza-se por uma profundidade  $y$ , correspondente a uma parcela  $\lambda$  da profundidade da linha neutra. Além disso, passa-se a admitir, para seção de largura constante, uma tensão de pico reduzida pelo coeficiente  $\alpha_c$ . Para concretos do Grupo I (até 50 MPa), conforme já definia a NBR 6118 de 2003, os coeficientes  $\lambda$  e  $\alpha_c$  assumem os valores de 0,80 e 0,85, respectivamente (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 107-108). Já para concretos do Grupo II, a NBR 6118 de 2014 acrescenta

formulações que reduzem esses parâmetros de acordo com as equações 20 e 21 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 121).

$$\lambda = 0,80 - (f_{ck} - 50) / 400 \quad \alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50) / 200] \quad (\text{equações 20 e 21})$$

Sendo:

$\lambda$  = coeficiente de redução definidor da profundidade do diagrama retangular;

$\alpha_c$  = coeficiente de redução da resistência de pico do concreto para diagrama retangular;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

Definidas as incógnitas do problema e seguindo com a hipótese de adoção apenas de armadura de tração, pode-se passar à aplicação das equações de equilíbrio. Primeiramente, deseja-se descobrir se essa hipótese de armadura simples é válida. O critério definidor é a posição da linha neutra ( $x$ ) da seção armada simplesmente. Dimensionamentos nos domínios 2 e 3 validam a hipótese, enquanto que a posição da linha neutra no domínio 4 exige a adoção de armadura dupla. A fronteira entre os domínios 2 e 3 é definida pelo valor da variável  $x_{23}$  enquanto que o valor de  $x_{34}$  marca a fronteira entre os domínios 3 e 4. Essas duas variáveis têm seus valores definidos pelas equações 22 e 23, respectivamente, e são obtidas por relações de semelhança de triângulos dos domínios de deformação da figura 4.

$$x_{23} = d \cdot \epsilon_{cu} / (10\text{‰} + \epsilon_{cu}) \quad x_{34} = d \cdot \epsilon_{cu} / (\epsilon_{yd} + \epsilon_{cu}) \quad (\text{equações 22 e 23})$$

A profundidade  $x$  pode ser descoberta utilizando-se a equação de equilíbrio de momentos em torno do eixo paralelo à linha neutra que passa pelo centróide da armadura de tração. Dessa forma iguala-se o momento de cálculo  $M_d$  ao produto de  $R_{cc}$  pelo seu braço de alavanca ( $z$ ), conforme a equação 24 (ARAÚJO, 2003, p. 83-87).

$$M_d = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y \cdot (d - 0,5 \cdot y) \quad (\text{equação 24})$$

Resolvendo-se essa equação de segundo grau para a profundidade do diagrama retangular ( $y$ ), pode-se chegar ao valor de  $x$  através do coeficiente  $\lambda$ . Obtendo-se  $x$  inferior a  $x_{34}$ , a hipótese de dimensionamento nos domínios 2 ou 3 é validada. Caso contrário (e também no caso de solução complexa da equação 22), a linha neutra encontra-se no domínio 4 e deve-se utilizar armadura dupla. A NBR6118 de 2014 acrescentou uma decisiva nova restrição à posição da linha neutra das seções sob flexão para garantir condições mínimas de ductilidade dessas seções. Para que se possa utilizar armadura simples deve-se respeitar o par de condições referente à classe de concreto utilizado (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 91):

- a)  $x \leq x_{34}$  e  $x \leq 0,45 \cdot d$ , para concretos do Grupo I;
- b)  $x \leq x_{34}$  e  $x \leq 0,35 \cdot d$ , para concretos do Grupo II.

Respeitadas as condições acima, pode-se adotar o valor de  $x$  obtido como o valor de projeto da profundidade da linha neutra. Por conseguinte, a definição da armadura de tração necessária pode ser feita calculando-se o equilíbrio de forças horizontais na seção conforme a equação 25, ou seja, igualando-se os módulos da força de compressão no concreto ( $R_{cc}$ , conhecida) e do produto  $R_{sd}$ , entre a área de armadura que se deseja determinar ( $A_s$ ) e a tensão no aço, que se sabe ser igual a  $f_{yd}$ , pois nos domínios 2 e 3 a armadura atinge o patamar de escoamento.

$$A_s \cdot f_{yd} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y \quad (\text{equação 25})$$

No caso em que se obtém um valor de  $x$  que não se enquadra nas exigências para emprego de armadura simples, deve-se passar à solução com armadura dupla. Ao se acrescentar a força  $R'_{sd}$  da armadura de compressão, a equação 24 deixa de ser válida como equilíbrio de momentos da seção e passa-se a ter três incógnitas para ainda duas equações de equilíbrio. Isto é, o problema deixa de ter uma solução única. No caso das vigas, deseja-se chegar à solução mais econômica em termos de consumo de aço, que é função da profundidade da linha neutra. Segundo Araújo (2003, p. 92-93), pode-se resolver o sistema adotando como valor da profundidade da linha neutra o valor de  $x_{34}$ , que deve conduzir a uma solução com consumo econômico de armadura. Como a Norma Brasileira de concreto de 2014 incluiu as citadas novas restrições como condição de ductilidade, pode-se adotar o maior valor de  $x$  –

denotado  $x_{m\acute{a}x}$  – que respeite tanto o limite entre os domínios 3 e 4 quanto a porcentagem máxima da altura útil ( $d$ ) tomada pela zona comprimida ( $x$ ). Definido o valor de  $x$ , e conseqüentemente de  $y$ , pode-se aplicar a equação 26, que consiste no equilíbrio de momentos com inclusão de  $R'_{sd}$ . Encontrando-se o valor de área da armadura de compressão  $A'_s$ , utiliza-se a equação 27 para a obtenção da área da armadura de tração  $A_s$ .

$$A'_s \cdot f_{yd} \cdot (d - d') = M_d - \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y_{m\acute{a}x} \cdot (d - 0,5 \cdot y_{m\acute{a}x}) \quad (\text{equação 26})$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot y + A'_s \cdot f_{yd} \quad (\text{equação 27})$$

### 5.2.1.3 Armadura de tração mínima

Conforme Araújo (2003, p. 105-106), além do dimensionamento da seção transversal no estado-limite último, deve-se verificar a existência de uma armadura mínima de tração. Essa armadura é necessária para que seja evitada a ruptura brusca da seção no momento de sua fissuração – passagem do Estádio I para o Estádio II – caracterizada pelos esforços gerados pelo momento de fissuração da seção. Esse momento causa a fissuração da seção ao impor no concreto uma tensão igual à sua resistência à tração. A Norma Brasileira de concreto prescreve que a armadura mínima de tração seja definida pelo seu dimensionamento à um momento mínimo tomado como sendo 80% do momento de fissuração, sendo a resistência à tração do concreto representada por seu valor superior – o que acaba por majorar esse momento – como explicitado na equação 28. O dimensionamento da armadura mínima é feito empregando-se as equações 24 e 25, com o valor mínimo de  $M_d$  (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 130-131).

$$M_{d,m\acute{i}n} = 0,8 \cdot I_c \cdot f_{ctk,sup} / y_t \quad (\text{equação 28})$$



Sendo:

$M_{d,mín}$  = momento fletor mínimo de dimensionamento de armadura de tração;

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto;

$f_{ctk,sup}$  = resistência característica superior à tração do concreto;

$y_t$  = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Pode-se ter uma ideia da área mínima de armadura através dos valores apresentados na NBR 6118 e reproduzidos na figura 6. Nessa figura constam os valores de taxa mínima de armadura obtidos através do dimensionamento de uma seção com altura útil igual a 80% de sua altura total e para um momento fletor dado pela equação 28. Esses valores variam conforme a resistência de concreto empregada e só são válidos para as condições presentes também na figura 6.

Independentemente do valor obtido a partir do momento mínimo, ainda deve-se respeitar uma taxa mínima absoluta de armadura de tração de 0,15%.

Figura 6 – Taxas mínimas de armaduras de tração para vigas

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ( $A_{s,mín}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{mín}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{mín}$  deve ser recalculado.

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 130)

#### 5.2.1.4 Taxa máxima de armadura longitudinal total

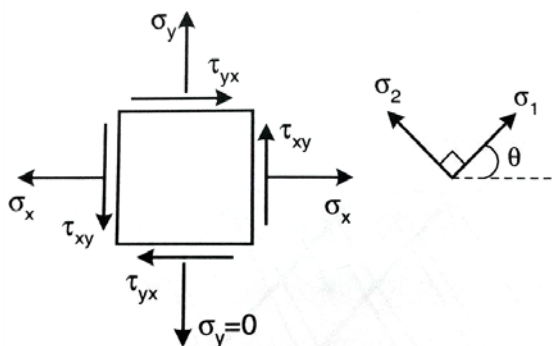
De forma a garantir que o elemento projetado esteja conforme as hipóteses admitidas para o comportamento do concreto armado estrutural, exige-se que a área total de armadura longitudinal da viga –  $A_{s,tot}$ , soma de  $A_s$  e  $A'_s$  – não exceda 4% da área da seção transversal de concreto (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 132).



momento fletor determinante do dimensionamento das armaduras longitudinais, surgem esforços cortantes que tendem a atingir seus valores máximos em torno dos apoios, conforme as terias de mecânica estrutural clássicas.

Em regiões onde o esforço cortante é nulo (ponto de momento fletor máximo), a única tensão existente no material é a tensão normal – seja de tração, seja de compressão – e conseqüentemente a tensão principal  $\sigma_1$  é paralela a ela. Nessas regiões do banzo tracionado existe a tendência e formação de fissuras verticais à medida que se ultrapassa a tensão resistente de tração do concreto. Já nos pontos nos quais existe esforço cortante, o aumento das tensões tangenciais promove a rotação dos eixos principais de tensões de um ângulo  $\theta$  crescente, conforme ilustra a figura 7. As fissuras tendem a ocorrer alinhadas à direção principal de compressão (perpendiculares à direção principal de tração). Essa rotação proporciona com que as cargas verticais sejam transmitidas até os apoios através de bielas de concreto, como propõe a analogia da treliça de *Mörsch*. Essa analogia compara o funcionamento estrutural de uma viga com o de uma treliça, com um banzo tracionado (armadura de tração), um banzo comprimido (zona comprimida do concreto e armadura de compressão), além das bielas de compressão e dos montantes tracionados. O dimensionamento em ELU ao cisalhamento consiste em garantir a integridade do concreto comprimido na direção principal do esforço normal correspondente, além de dimensionar estribos que assumam o papel de tirantes, concorrentes à direção das fissuras de cisalhamento (ARAÚJO, 2003, p. 155-159).

Figura 7 – Tensões normais, cisalhantes e resultantes principais



(fonte: ARAÚJO, 2003, p. 157)

A garantia da integridade do concreto ocorre através da verificação das bielas de concreto da analogia da treliça de *Mörsch*. Sobre a linha neutra, as tensões normais no material são nulas

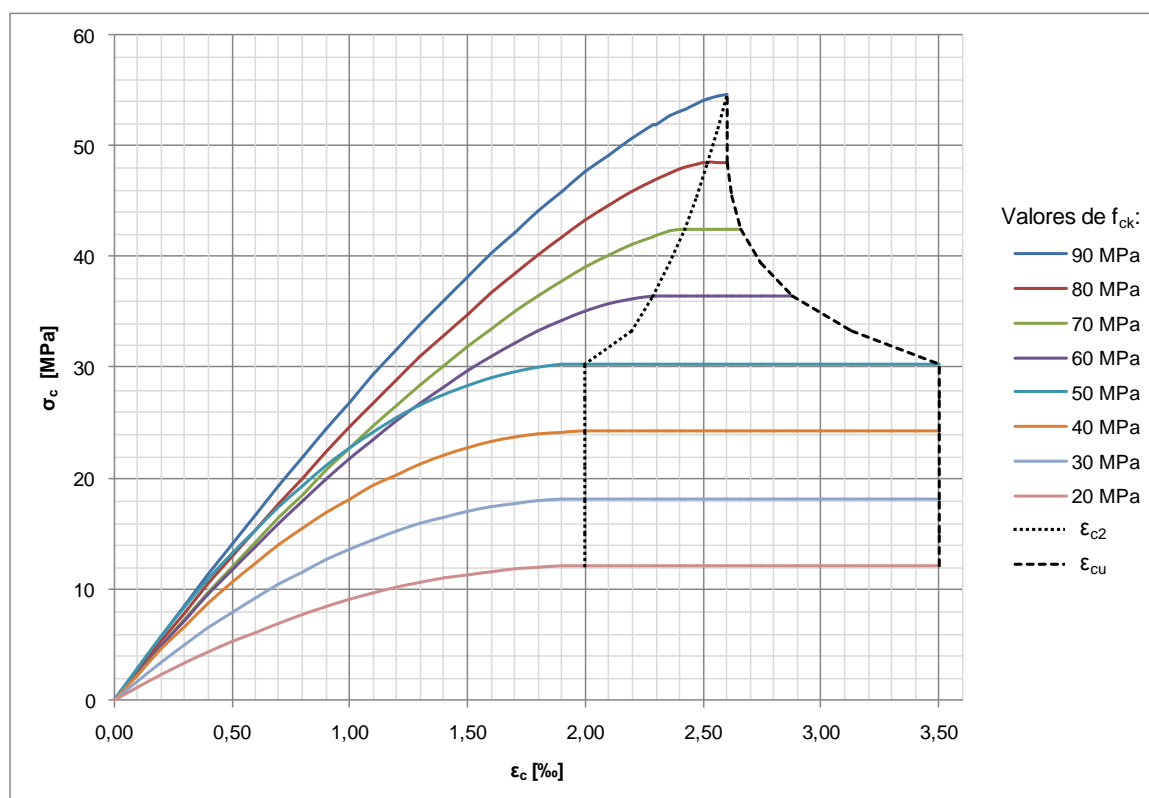
e, portanto, somente as tensões tangenciais atuam. Como consequência, o ângulo  $\theta$  de inclinação dos eixos principais em relação à horizontal assume o valor de  $45^\circ$ . A treliça clássica de *Mörsch* utiliza esse valor angular para os cálculos de cisalhamento e sabe-se que os valores obtidos com essa simplificação são a favor da segurança. A NBR 6118 denomina essa hipótese de Modelo de cálculo I e fornece as equações 31 e 32 para a determinação da força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto  $V_{Rd2}$ . Esse valor deve ser superior ao esforço cortante solicitante na seção  $V_{Sd}$  para garantir a integridade do concreto comprimido (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 135-136).

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \qquad \alpha_{v2} = 1 - f_{ck} / 250 \qquad \text{(equações 31 e 32)}$$

## 6 ANÁLISE PRELIMINAR

Juntamente com a inclusão dos concretos do Grupo II de resistência na versão de 2014 da NBR 6118, alguns parâmetros de dimensionamento foram alterados. A última versão da Norma Brasileira de concreto contemplava apenas os concretos de até 50 MPa, para os quais se define um diagrama tensão-deformação da forma parábola-retângulo, sendo o retângulo definidor de um patamar de escoamento, de tensão constante, entre os valores de deformação específica  $\varepsilon_{c2}$  e  $\varepsilon_{cu}$ , constantes e iguais a 2‰ e 3,5‰, respectivamente. Entretanto, para as novas resistências de concreto incluídas na NBR 6118, modificaram-se esses limites, conforme as equações 11 e 12, de forma a aumentar o primeiro e diminuir o segundo, como aponta a representação das equações 9 e 10 na figura 8. Como consequência, a extensão do patamar de escoamento dos concretos do Grupo II reduz-se à medida que a sua resistência nominal aumenta até sua limitação à apenas um ponto no caso do concreto C90.

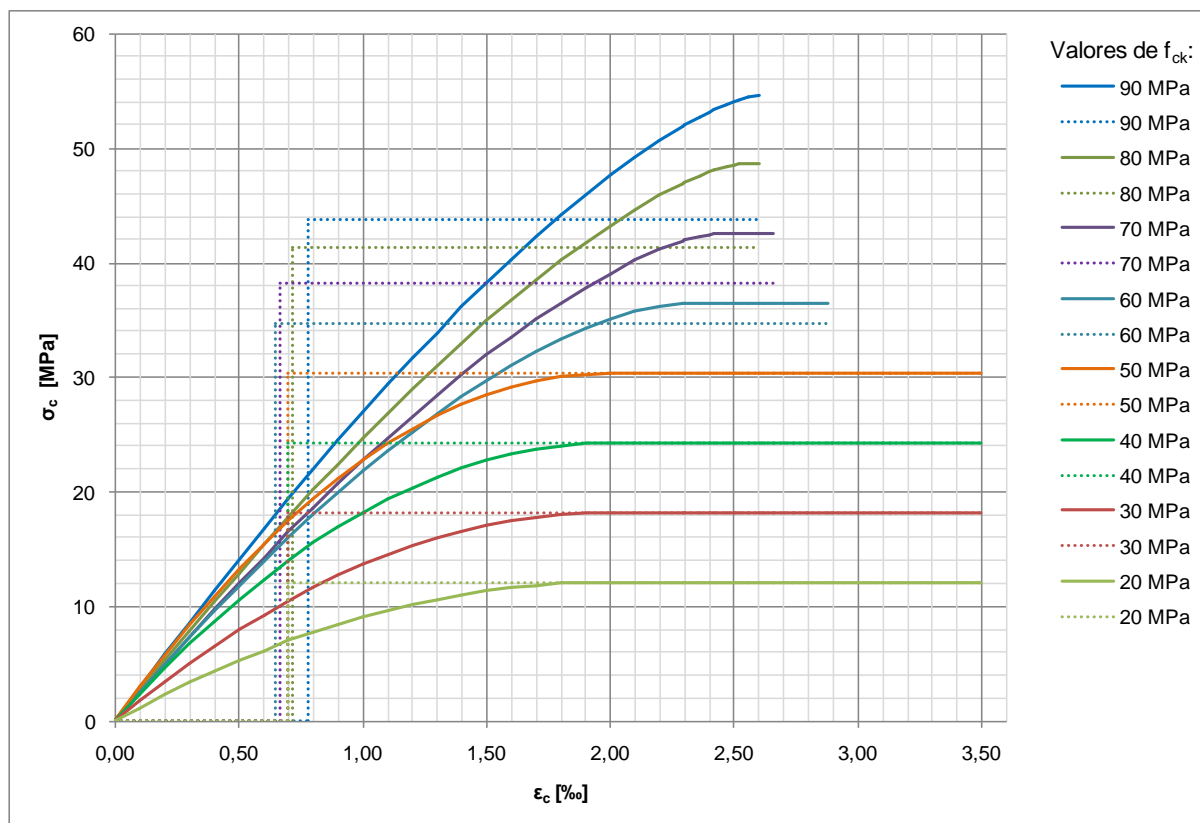
Figura 8 – Diagramas tensão-deformação e deformações específicas limitantes



(fonte: elaborada pelo autor)

A partir da nova configuração dos diagramas tensão-deformação, adotada para os concretos do Grupo II, pode-se concluir que o comportamento esperado para os concretos de maior resistência é de ruptura mais frágil. Apesar de esses concretos suportarem maiores deformações específicas até que seja atingida a tensão máxima admissível de cálculo  $f_{cd}$ , admite-se que a ruptura ocorre em valores de deformação específica inferior a 3,5‰, ou seja, ao se aproximar da carga máxima, a deformação específica antes da ruptura reduz-se com o aumento da resistência de concreto, o que caracteriza uma diminuição de ductilidade do material. Além disso, a redução da extensão do patamar de tensão constante faz com que a substituição do diagrama parábola-retângulo por um diagrama de tensão constante necessite dos parâmetros variáveis  $\lambda$  e  $\alpha_c$  – respectivamente equações 20 e 21 – ao invés dos valores fixos 0,8 e 0,85 válidos apenas para o Grupo I e já adotados pela versão anterior da NBR 6118. Para melhor representar a real força resistente da zona comprimida de concreto (área sob a curva), esses coeficientes restringem a extensão e a tensão máxima dos diagramas retangulares, conforme representação da figura 9.

Figura 9 – Simplificações de diagramas parábola-retângulo a diagramas retangulares

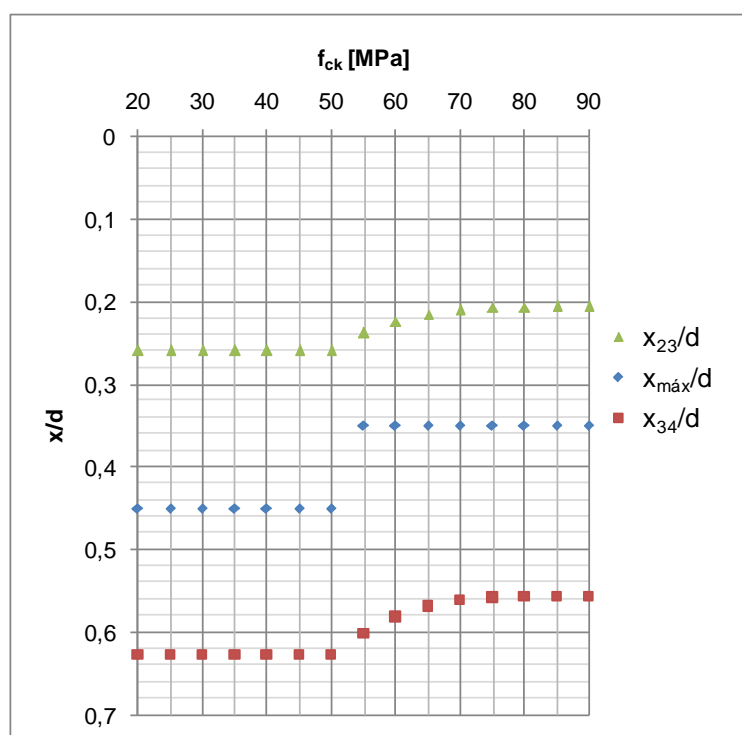


(fonte: elaborada pelo autor)

Constata-se que o aumento do valor da deformação específica de início de patamar de tensão constante ( $\epsilon_{c2}$ ) permite com que se conserve um valor de módulo de elasticidade inicial muito parecido para todos os concretos a partir do C50. Entretanto, a redução desse patamar, gerado principalmente pela menor deformação específica última ( $\epsilon_{cu}$ ), faz com que a proporção entre a resistência nominal do concreto e a reação da zona comprimida diminua. Esse fato caracteriza uma menor possibilidade de aproveitamento da resistência do concreto à medida que essa aumenta. Um efeito contrário, porém, também vale ser ressaltado: a redução da extensão relativa do diagrama retangular ( $\lambda$ ) representa a adoção de um diagrama retangular com centróide mais elevado em reação à linha neutra da seção – conforme a figura 5 – resultando em um maior braço de alavanca para o binário resistente que equilibra o momento fletor da seção.

Outra mudança bastante importante trazida pela NBR 6118:2014 é a extensão das condições de ductilidade a todas as seções das vigas e não mais somente às regiões de apoios e ligações estruturais. Além disso, como mencionado no item 5.2.1.2, esses valores são fixados em 0,45 para concretos do Grupo I e 0,35 para concretos do Grupo II. A comparação desses valores com os limites dos domínios 2, 3 e 4 expressos pelas equações 22 e 23, resulta na figura 10.

Figura 10 – Condição de ductilidade e fronteiras entre domínios (aço CA-50)



(fonte: elaborada pelo autor)

Esse gráfico evidencia o fato de que para qualquer valor de resistência do concreto abrangido pela NBR 6118, o limite de profundidade da zona comprimida por condição de ductilidade encontra-se no domínio 3. Ou seja, em todos os casos essa condição é mais restritiva do que o valor de  $x_{34}/d$ , obtido para o caso do aço CA-50, de forma que sempre se atinge a condição de armadura dupla antes da passagem do domínio 3 ao domínio 4. Além disso, ao se adotar armadura dupla, o valor de profundidade da zona comprimida empregado deve ser aquele advindo da condição de ductilidade – e que pode assim ser denominado  $x_{m\acute{a}x}$  –.

Segundo Brusco (2014, p. 98), a comparação dos dimensionamentos de vigas de acordo com a NBR 6118:2007 e com a NBR 6118:2014, com concretos do Grupo I, mostra que a taxa de armadura obtida para os dois casos é igual até que se atinja a condição de profundidade máxima da zona comprimida pela versão da Norma de 2014. Para carregamentos que solicitam a seção além dessa condição, deve-se adotar armadura dupla ainda em domínio 3. Em razão disso, o dimensionamento segundo a NBR 6118:2014 pode exigir até 7,31% a mais de área de aço total necessária, fornecendo elementos com maior capacidade dútil.

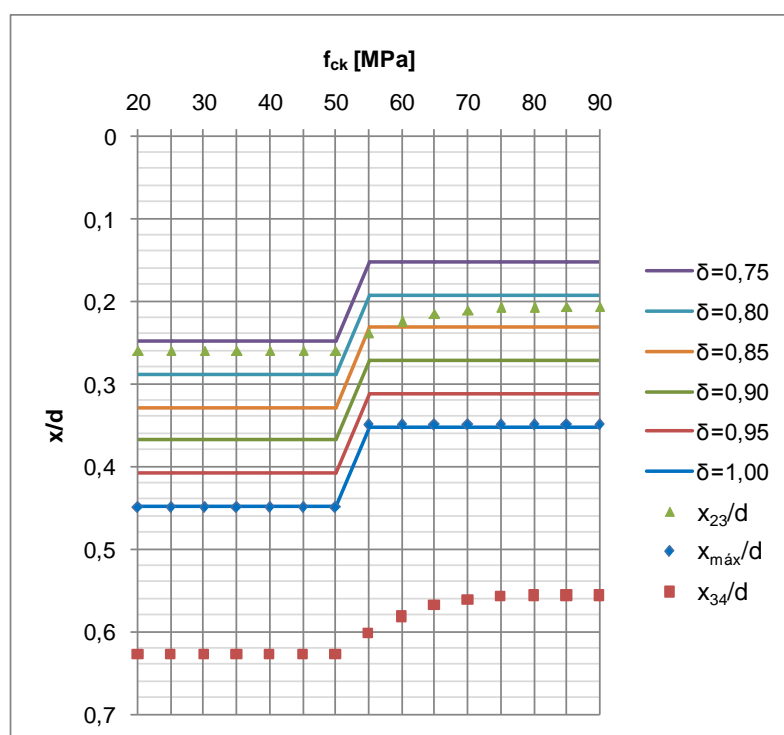
No caso da realização de redistribuição de momentos fletores, definem-se condições de ductilidade mais restritas para as seções cujos momentos sofreram redução. No caso das vigas hiperestáticas, a redistribuição de momentos afeta seu dimensionamento de duas formas. Primeiramente, os momentos fletores positivos dos vãos têm seus valores aumentados enquanto que os momentos negativos são reduzidos para que se aproximem do comportamento real do concreto armado. Complementarmente, as equações 29 e 30 definem valores máximos para a profundidade da linha neutra admitida para essas seções cujos momentos fletores foram reduzidos, com o intuito de garantir uma condição de ductilidade compatível com essa redistribuição de momentos prevista.

A figura 11 representa os valores máximos de profundidade da linha neutra para diferentes valores possíveis do coeficiente de redistribuição  $\delta$ . A representação gráfica evidencia como os limites diminuem conforme se acentua a redistribuição, concluindo-se, portanto, que maiores redistribuições exigem uma maior ductilidade do elemento. Além disso, constata-se que os limites são definidos de forma indiferente para resistências de concreto pertencentes ao mesmo grupo, entretanto, é bastante marcante a maior restrição imposta aos concretos do Grupo II em relação aos do Grupo I de resistências. Dessa forma, a caráter mais frágil desses concretos de resistências superiores pode ser compensada, garantindo a ductilidade



compatível com a redistribuição esperada. Entretanto, essa maior restrição tem como consequência um menor aproveitamento da resistência desses concretos na zona comprimida das vigas, fator que influencia negativamente quando do dimensionamento dos elementos. Finalmente percebe-se ainda como a condição de ductilidade para a redistribuição de momentos impõe valores de quociente  $x/d$  inferiores ao valor de  $x_{m\acute{a}x}/d$ . Como resultado, deve-se atingir a condição de armadura dupla sob menores sollicitação, inclusive com a linha neutra ainda no domínio 2, como pode-se perceber para os valores inferiores de  $\delta$ , comparativamente à curva  $x_{23}/d$  da figura 10.

Figura 11 – Condição de ductilidade para redistribuição de momentos



(fonte: elaborada pelo autor)

## 7 VIGAS ISOSTÁTICAS: GANHO GERADO PELA VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO

A partir das informações apresentadas na Análise Preliminar – Capítulo 6 – e, sobretudo, dos diferentes diagramas retangulares exemplificados na figura 9, percebe-se que a influência da variação da resistência do concreto no dimensionamento de vigas não é de fácil determinação. Principalmente no que diz respeito aos concretos do Grupo II de resistência, são diversas as variáveis envolvidas, tais como: a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico ( $\epsilon_{c2}$ ) e na ruptura ( $\epsilon_{cu}$ ), os parâmetros de definição da profundidade do diagrama retangular ( $\lambda$ ) e de seu valor de patamar ( $\alpha_c$ ) e o valor máximo de profundidade da linha neutra da seção ( $x_{m\acute{a}x}$ ). Por esse motivo, estudaram-se modelos de vigas de geometria definida com concretos de variadas resistências, submetendo-os a cargas crescentes, com o intuito de determinar o resultado gerado conjuntamente pelas variáveis citadas.

### 7.1 DEFINIÇÃO DOS MODELOS ISOSTÁTICOS

Tendo como intuito a identificação da influência da variação da resistência do concreto no dimensionamento de vigas, definiu-se o foco de estudo no momento fletor resistente obtido para as seções de vigas com diferentes valores de  $f_{ck}$ . Para isso, foram estudadas vigas com as seguintes dimensões de vão ( $l$ ) e de seção transversal ( $b_w \times h$ ):

- a) vão de 4 m, seção de 15 x 30 cm (resultados apresentados no Apêndice A);
- b) vão de 4 m, seção de 20 x 30 cm;
- c) vão de 5 m, seção de 15 x 40 cm;
- d) vão de 5 m, seção de 20 x 40 cm (resultados apresentados no Apêndice A);
- e) vão de 5 m, seção de 25 x 40 cm;
- f) vão de 6 m, seção de 20 x 50 cm;
- g) vão de 6 m, seção de 25 x 50 cm (resultados apresentados no Apêndice A).

Para os diversos valores de resistência do concreto adotados, realizou-se o dimensionamento das vigas, aplicando a elas valores crescentes de momento fletor. Dessa forma, puderam-se

obter valores de área de aço das armaduras ( $A_{s,tot}$ ) em função do momento fletor atuante ( $M_d$ ). Esses pontos foram representados em gráficos a fim de se obter curvas representativas da evolução da armadura necessária em função da solicitação empregada, para as diferentes resistências de concreto selecionadas. Através desse dimensionamento foi possível se chegar até uma condição limite do momento fletor resistente. Esse momento fletor denominou-se momento fletor máximo ( $M_{d,máx}$ ). Finalmente, para cada uma das seções calculadas – e empregando-se a área de aço determinada como sendo aquela correspondente à condição limite – obtiveram-se os valores de momento fletor máximo para cada uma das resistências de concreto utilizadas, considerando a capacidade resistente quanto ao momento fletor e ao esforço cortante, porém sem ser verificada a deformação máxima das vigas. A avaliação do ganho realizou-se através do cálculo do aumento percentual do momento fletor resistente com a variação da resistência do concreto para seções de mesmas dimensões e mesma área total de armadura.

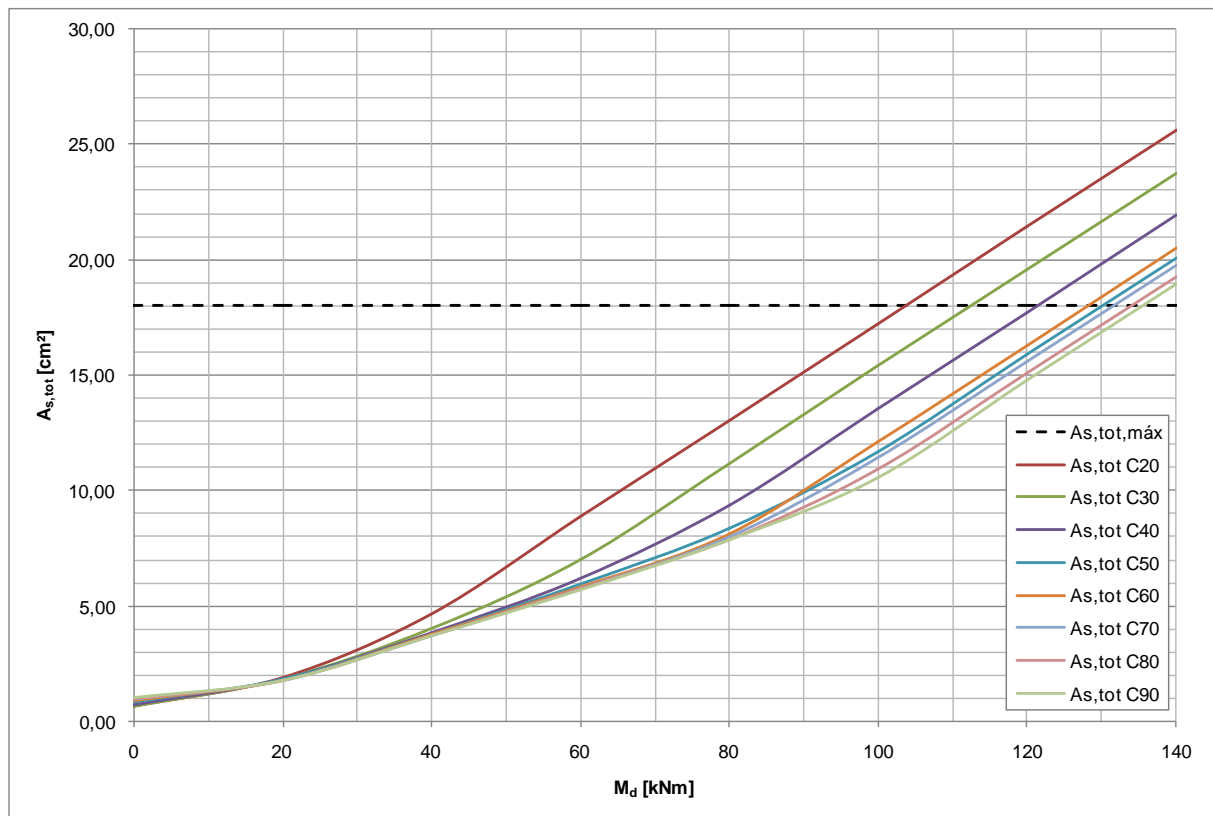
## 7.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Realizou-se, primeiramente, o dimensionamento de armaduras para valores crescentes de momento fletor para as vigas de seções 15 x 30 cm, 20 x 40 cm e 25 x 50 cm, utilizando-se nesse dimensionamento 8 valores de resistência de concreto – os valores escolhidos foram os múltiplos de 10 MPa desde o C20 até o C90 –. Através do conjunto de valores relacionados de momento fletor e de área de armadura total, foi possível traçar, para cada um dos valores de  $f_{ck}$ , a curva que representa a evolução da área de aço em função da solicitação aplicada. Os cálculos foram realizados com auxílio de planilhas desenvolvidas especialmente para o presente trabalho. O dimensionamento levou em consideração as condições de taxa máxima de armadura na seção e de segurança das bielas comprimidas de concreto. A verificação do esforço cortante foi efetuada tomando-se uma carga uniformemente distribuída correspondente ao momento fletor imposto e à seção definida para a viga. Em todos os casos dimensionados a condição de compressão das bielas e concreto por esforço cortante foi verificada, sendo que o dimensionamento ao momento fletor foi limitado sempre pela taxa máxima de armadura, indicada pela linha pontilhada presente nos gráficos.

As curvas obtidas apresentaram tipicamente as características presentes no gráfico da figura 12, onde se podem analisar os resultados obtidos para a viga de dimensões 15 x 30 cm.

Observa-se primeiramente a presença de duas inclinações dominantes e, portanto, de duas taxas distintas de crescimento das armaduras com o aumento do momento fletor. Isso se deve aos dois casos de dimensionamento já explicados: a menor taxa de crescimento, que ocorre para os valores inferiores de momento fletor, corresponde ao caso em que o dimensionamento resulta em uma profundidade de linha neutra inferior aos limites impostos e a armadura simples é adotada, contrariamente ao que ocorre quando se torna necessário adotar a armadura dupla para manter a linha neutra dentro da condição imposta, resultando na maior taxa de crescimento observada no gráfico. Além disso, percebe-se que a inflexão das curvas – passagem à armadura dupla – ocorre em valores distintos de momento fletor, o que acarreta uma maior separação das curvas e evidencia as distinções proporcionadas pela adoção de diferentes resistências de concreto. Observa-se ainda um paralelismo bastante marcante entre as curvas que indica que essa variação de resistência do concreto, apesar de modificar os pares de valores de solicitação e armadura, não altera significativamente a tendência de crescimento verificada nessa relação.

Figura 12 – Armadura longitudinal total *versus* momento fletor: seção 15 x 30 cm



(fonte: elaborada pelo autor)

Mais especificamente quanto aos efeitos da variação da resistência do concreto, fica evidente o resultado mais significativo dessa variação dentro dos limites do Grupo I de resistência. Para os concretos do Grupo II, além de se ter uma variação resultante menos expressiva, percebe-se que essa variação é ainda menos expressiva para valores superiores de resistência, contrariamente ao que parece ocorrer com os concretos de C20 a C50. Finalmente, destaca-se o fato de ocorrer o cruzamento entre as curvas correspondentes aos concretos C50 e C60, devido ao fato do C60 passar à condição de armadura dupla em valores de momento fletor inferiores àqueles do C50.

A fim de melhor compreender a variação do momento fletor resistente com o aumento da resistência do concreto, realizou-se a comparação dessa solicitação para vigas de mesma área de aço. Para isso, decidiu-se utilizar os momentos obtidos na intersecção da curva de dimensionamento com a reta definidora da área máxima de armadura da seção. Dessa forma, foram calculados valores que podem ser interpretados como o momento fletor máximo ao qual a viga pode ser dimensionada ( $M_{d,máx}$ ). Para a viga de seção 15 x 30 cm, esses valores são apresentados na tabela 1, para concretos de C20 a C90 com incremento de 5 MPa.

Tabela 1 – Momentos fletores máximos [kNm] para seção de 15 x 30 cm

$f_{ck}$ [MPa]	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$M_{d,máx}$	103,70	108,10	112,50	116,90	121,29	125,69	130,09	126,06	128,11	129,92	131,48	132,81	133,91	134,79	135,46

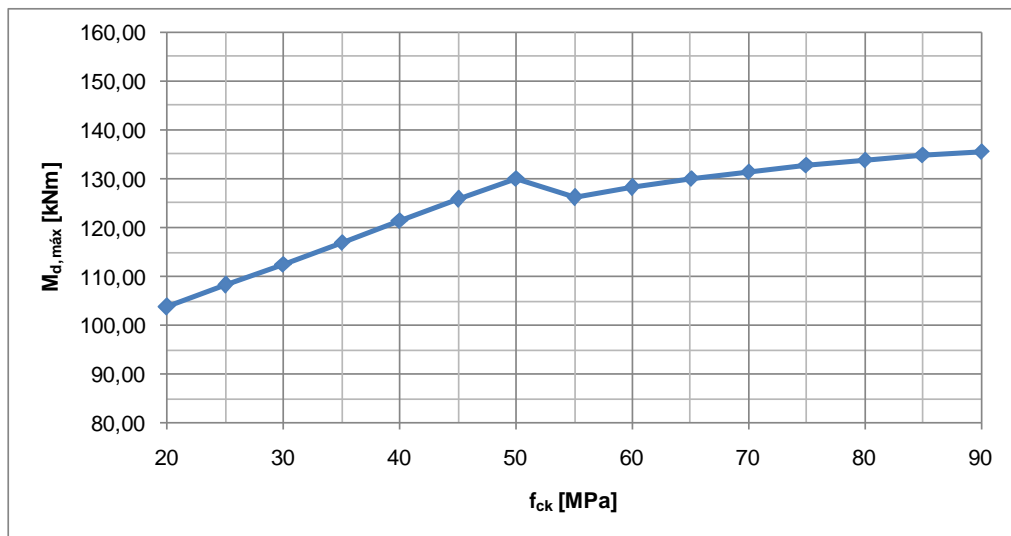
(fonte: elaborada pelo autor)

Esses pontos da tabela 1 foram, então, representados em um gráfico, apresentado na figura 13. Esse gráfico evidencia que o crescimento do momento fletor resistente com o aumento da  $f_{ck}$  ocorre de forma mais acentuada quando a variação detém-se aos concretos do Grupo I. O gráfico também revela, além do que se podia perceber através das curvas da figura 12, que, ao se ultrapassar o limite de C50 do Grupo I, ocorre uma diminuição dessa solicitação máxima à qual a viga resiste. Apesar de voltar a crescer, somente a partir do concreto C70 é que se supera o resultado obtido para o C50.

Pode-se observar, ainda, como, para os concretos do Grupo I, existe uma tendência retilínea de crescimento do momento fletor máximo, enquanto que, a partir do C55, a taxa de crescimento no Grupo II de resistência diminui com o incremento do  $f_{ck}$ . Na tabela 2 são apresentados os valores dos coeficientes (a e b) que linearizam o gráfico da figura 13 de ponto

a ponto. São igualmente apresentados os valores percentuais dos ganhos em momento fletor máximo observáveis na figura 13. A primeira coluna de ganhos indica o a variação percentual a cada incremento de 5 MPa na resistência do concreto. Já a segunda e a terceira colunas apresentam, respectivamente, o ganho obtido pelo emprego de cada valor de  $f_{ck}$  em relação ao C20 e o ganho que se tem com o uso do C90 em detrimento de cada um dos outros valores.

Figura 13 – Variação do momento fletor máximo com o aumento da resistência do concreto na seção de 15 x 30 cm



(fonte: elaborada pelo autor)

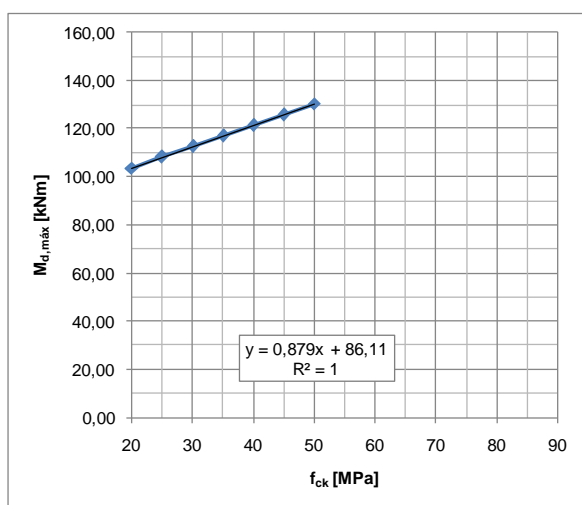
Tabela 2 – Ganhos percentuais em momento fletor máximo com a respectiva variação do  $f_{ck}$  para seção de 15 x 30 cm

Variação do $f_{ck}$ [MPa]	$M_{d,max} = a.f_{ck} + b$		Ganho [%]	Variação do $f_{ck}$ [MPa]	Ganho [%]	Variação do $f_{ck}$ [MPa]	Ganho [%]
	a	b					
20 a 25	0,880	86,10	4,24	20 a 25	4,24	20 a 90	30,63
25 a 30	0,880	86,10	4,07	20 a 30	8,49	25 a 90	25,31
30 a 35	0,880	86,10	3,91	20 a 35	12,73	30 a 90	20,41
35 a 40	0,878	86,17	3,76	20 a 40	16,96	35 a 90	15,88
40 a 45	0,880	86,09	3,63	20 a 45	21,21	40 a 90	11,68
45 a 50	0,880	86,09	3,50	20 a 50	25,45	45 a 90	7,77
50 a 55	-0,806	170,39	-3,10	20 a 55	21,56	50 a 90	4,13
55 a 60	0,410	103,51	1,63	20 a 60	23,54	55 a 90	7,46
60 a 65	0,362	106,39	1,41	20 a 65	25,28	60 a 90	5,74
65 a 70	0,312	109,64	1,20	20 a 70	26,79	65 a 90	4,26
70 a 75	0,266	112,86	1,01	20 a 75	28,07	70 a 90	3,03
75 a 80	0,220	116,31	0,83	20 a 80	29,13	75 a 90	2,00
80 a 85	0,176	119,83	0,66	20 a 85	29,98	80 a 90	1,16
85 a 90	0,134	123,40	0,50	20 a 90	30,63	85 a 90	0,50

(fonte: elaborada pelo autor)

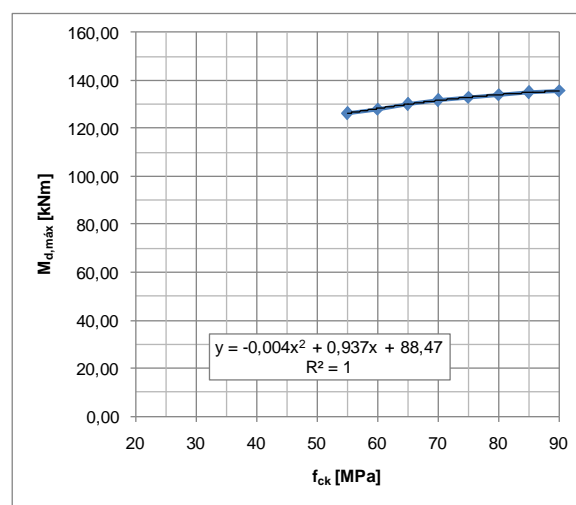
Esses valores de ganho em momento fletor evidenciam como o emprego de maior resistência do concreto de vigas tem efeito mais relevante para os concretos do Grupo I, apresentando uma queda importante na passagem para o Grupo II, seguida de um aumento menos acentuado até o C90. Os valores a e b contidos na tabela 2 mostram uma uniformidade importante no domínio do Grupo I. Em função da evidente diferença de comportamento, separaram-se os dois grupos para uma análise individual de cada um dos dois. Na figura 14 apresentam-se os valores de  $f_{ck}$  correspondentes ao Grupo I e, com o auxílio de uma linha de tendência, confirma-se a impressão de que o comportamento do gráfico é linear, como evidencia a equação da linha de tendência, de coeficientes muito parecidos com aqueles calculados para a e b. Já para o Grupo II, a figura 15 mostra que a curva obtida corresponde a uma equação de segundo grau, uma parábola com concavidade voltada para baixo.

Figura 14 –  $M_{d,máx}$  versus  $f_{ck}$  do Grupo I em seção de 15 x 30 cm



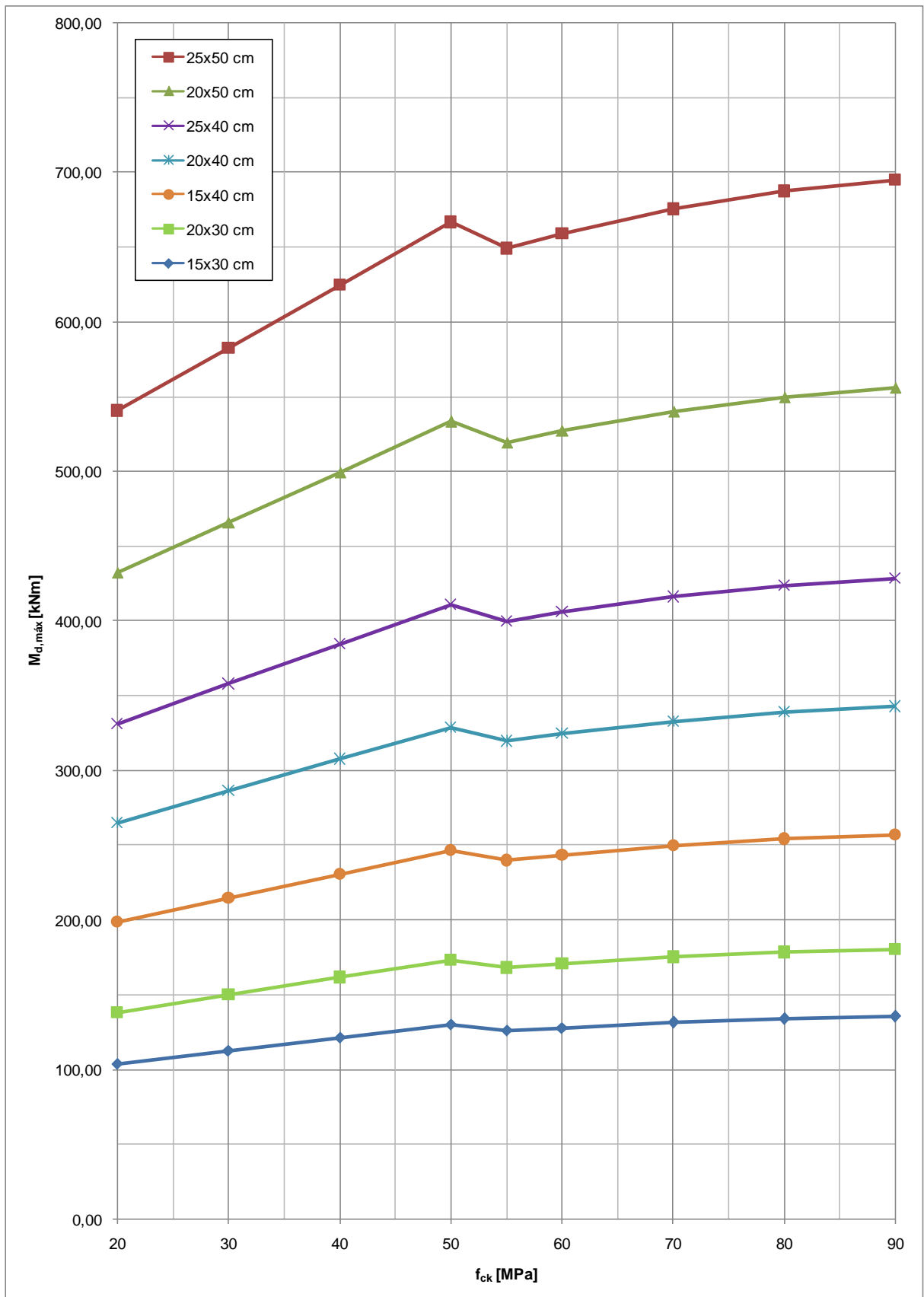
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 15 –  $M_{d,máx}$  versus  $f_{ck}$  do Grupo II em seção de 15 x 30 cm



(fonte: elaborado pelo autor)

Essas mesmas tendências em termos dos valores de ganho foram observadas para as seções de 20 x 40 cm e 25 x 50 cm. Tendo em vista a comparação dos resultados obtidos e a consideração da influência das dimensões das seções, calcularam-se os valores de momento fletor máximo para seções intermediárias de 20 x 30 cm, 15 x 40 cm, 25 x 40 cm e 20 x 50 cm. A figura 16 apresenta o diagrama obtido para cada uma das 7 seções e permite que se comparem esses resultados.

Figura 16 –  $M_{d,m\acute{a}x}$  versus  $f_{ck}$  das seções calculadas

(fonte: elaborada pelo autor)



Comparando-se as curvas desse gráfico pode-se inferir que a altura da viga é a dimensão mais determinante das taxas de crescimento, podendo-se definir com facilidade os grupos das vigas de 30 cm, de 40 cm e de 50 cm de altura. A variação da largura da seção transversal gera deslocamentos mais sutis das curvas, com pouca variação das taxas de crescimento. A fim de evidenciar essas conclusões, podem-se verificar as taxas de crescimento obtidas para o conjunto das seções na tabela 3.

Tabela 3 – Ganhos percentuais em momento fletor máximo com a respectiva variação do  $f_{ck}$  para cada seção calculada

<b>Ganho em <math>M_{d,máx}</math> com variação do <math>f_{ck}</math> [%]</b>							
<b>Variação do <math>f_{ck}</math></b>	<b>Seção [cm]</b>						
<b>[MPa]</b>	<b>15 x 30</b>	<b>20 x 30</b>	<b>15 x 40</b>	<b>20 x 40</b>	<b>25 x 40</b>	<b>20 x 50</b>	<b>25 x 50</b>
<b>20-30</b>	8,5	8,5	8,0	8,0	8,0	7,8	7,8
<b>30-40</b>	7,8	7,8	7,4	7,4	7,4	7,2	7,2
<b>40-50</b>	7,3	7,3	6,9	6,9	6,9	6,7	6,7
<b>50-60</b>	-1,5	-1,5	-1,3	-1,2	-1,3	-1,1	-1,1
<b>60-70</b>	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
<b>70-80</b>	1,8	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
<b>80-90</b>	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
<b>20-50</b>	25,4	25,5	24,1	24,1	24,1	23,3	23,3
<b>50-90</b>	4,1	4,1	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3
<b>20-90</b>	30,6	30,6	29,3	29,3	29,3	28,6	28,6

(fonte: elaborada pelo autor)

Verifica-se nessa tabela que as taxas de crescimento são fortemente definidas pela altura da seção. Além disso, percebe-se que, com o aumento da área da seção transversal, existe uma leve tendência de diminuição do ganho obtido com a variação do valor da resistência do concreto. A variação máxima – de C20 a C90 – gerou ganhos de 30,6%, 29,3% e 28,6% para seções de 30 cm, 40 cm e 50 cm de altura, respectivamente, independentemente de sua largura.

## 8 VIGAS HIPERESTÁTICAS: EFEITO DA REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS FLETORES

A redistribuição de momentos fletores permite com que se reduza a solicitação de cálculo em determinadas seções, fato que possibilita a redução das armaduras dessas seções. Entretanto, deve-se garantir a ductilidade necessária para o elemento a fim de que essa redistribuição ocorra na estrutura, por meios de deformações. Por esse motivo, são definidas as condições de ductilidade (expressas na figura 11) através da limitação da profundidade máxima da linha neutra admitida para cada Grupo de concretos. Essas condições dependem também do coeficiente  $\delta$ , que expressa a porcentagem do momento teórico considerado, e limitam a redução de armadura que poderia se obter. Além disso, a redução dos momentos fletores em determinadas seções implica o aumento de solicitações em outras seções. A redistribuição é comumente empregada nas regiões de momento negativo, onde se preveem deformações acompanhadas de fissuração, gerando redução do momento negativo suportado pela viga na região do apoio, porém acarretando o incremento do momento do vão, bem como de sua armadura. Por esse motivo, o estudo de vigas hiperestáticas permite a investigação da influência do parâmetro  $\delta$  ao se aumentar a resistência do concreto em vigas com redistribuição de momentos.

### 8.1 DEFINIÇÃO DOS MODELOS HIPERESTÁTICOS

Utilizaram-se para esse estudo as vigas de seção de 25 x 50 cm, compondo, dessa vez, dois vãos de 6 m cada. Buscou-se trabalhar novamente com os momentos máximos para as seções, definidos pela taxa máxima de armadura para os elementos em concreto armado. Considerando-se o citado modelo de viga sobre dois vãos, foi possível determinar as cargas lineares permanentes, apresentadas na tabela 4, necessárias para a obtenção de valores de momento fletor negativo que abrangeram os momentos máximos das seções de 25 x 50 cm para os variados valores de redistribuição de momentos considerados: em intervalos de 0,05 desde 1,00 até 0,75.

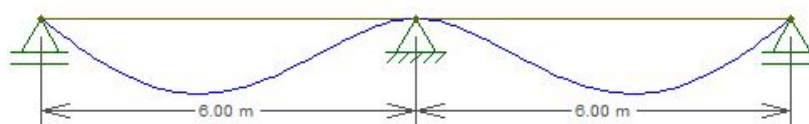
Tabela 4 – Carga linear utilizada para obtenção dos momentos fletores negativos

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$M_{d,neg}$ [kNm]	500	525	550	575	600	625	650	675	700	725	750	775	800
Carga [kN/m]	111,1	116,7	122,2	127,8	133,3	138,9	144,4	150,0	155,6	161,1	166,7	172,2	177,8

(fonte: elaborada pelo autor)

Esses carregamentos foram utilizados para a realização de modelos das vigas em *software* FTOOL, como mostra a deformada apresentada na figura 17. Através desses modelos puderam ser obtidos os valores de momento fletor positivo no vão tanto para o caso sem redistribuição de momentos ( $\delta$  com valor 1,00) tanto para os casos em que se redistribuiu o momento fletor negativo – imposição de um valor inferior ao original – gerando aumento da solicitação dos vãos.

Figura 17 – Esquema estrutural adotado nos modelos e forma da deformada obtida



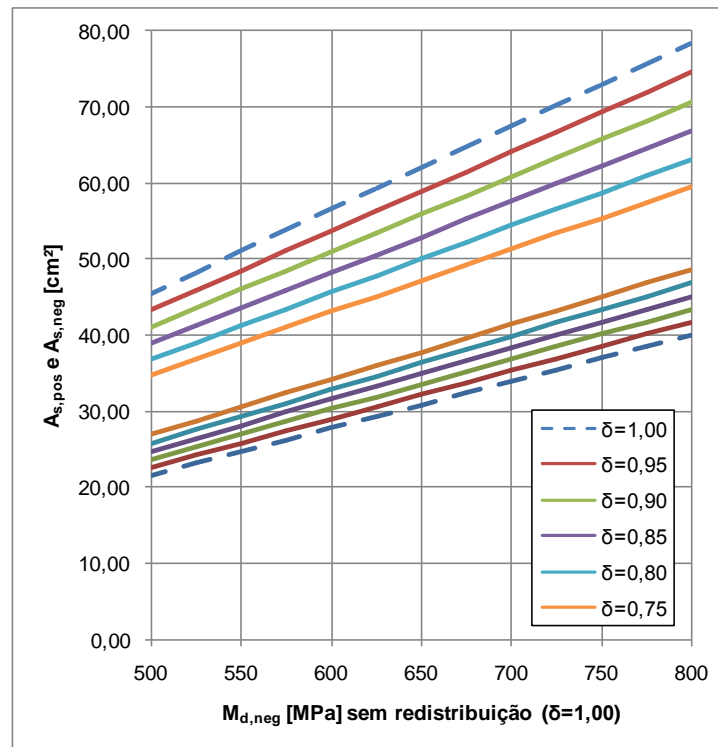
(fonte: elaborada pelo autor)

Obtidas as solicitações do momento fletor negativo sobre o apoio e momento fletor positivo no centro dos vãos para cada coeficiente de redistribuição utilizado, viabilizou-se o dimensionamento das armaduras longitudinais. Através da comparação desses dimensionamentos foi possível observar o efeito da redistribuição de momentos nas áreas de aço obtidas para as diversas resistências de concreto utilizadas e também o efeito da variação de tal resistência em uma seção de viga que teve seu momento fletor redistribuído.

## 8.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

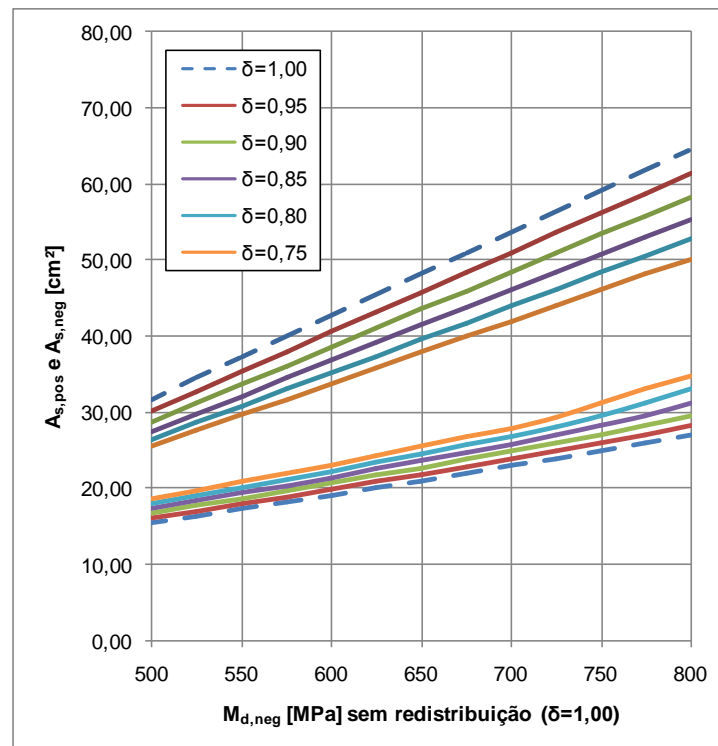
O dimensionamento permitiu que se determinassem as curvas de área de aço em função do momento fletor solicitante para cada resistência de concreto considerada. As tabelas com esses resultados, para cada valor de  $\delta$ , encontram-se no Apêndice B. Nos concretos do Grupo I verificou-se um padrão de comportamento das curvas que pode ser observado através da comparação das figuras 18 e 19 que correspondem respectivamente aos extremos C20 e C50.

Figura 18 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C20



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 19 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C50



(fonte: elaborada pelo autor)

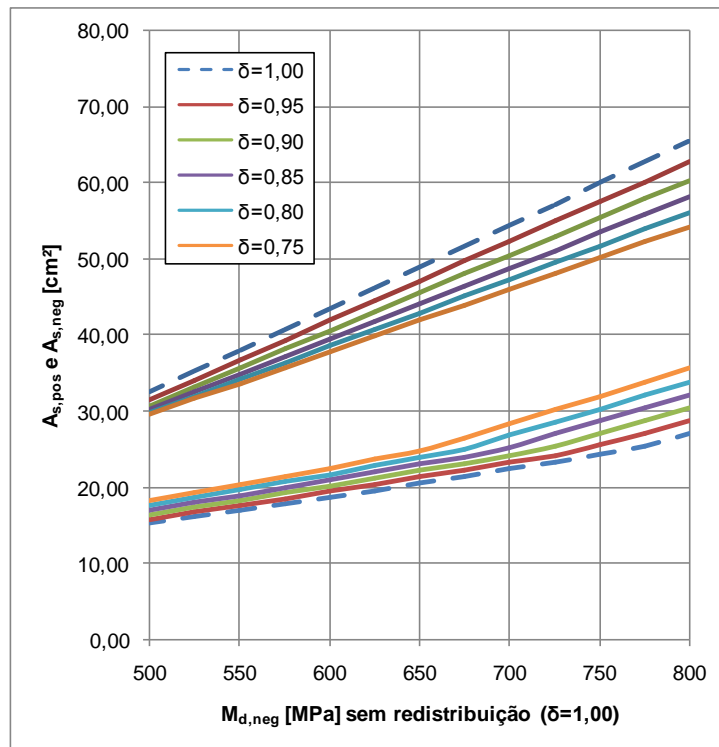
Os gráficos possuem como base a linha tracejada superior que representa a área de aço  $A_{s,neg}$  obtida no dimensionamento da seção para o momento negativo sobre o apoio ( $M_{d,neg}$ ) sem que haja a redistribuição de momentos. A segunda linha tracejada é correspondente à primeira e representa a área de aço  $A_{s,pos}$  obtida no centro do vão. Abaixo da linha tracejada superior encontram-se as áreas de aço reduzidas pela redistribuição de momentos fletores, correspondentes aos diferentes coeficientes de redistribuição indicados. Já as linhas de mesmas cores acima da linha tracejada inferior ilustram o aumento da armadura no centro do vão, respectivo a cada uma das redistribuições indicadas

Para os concretos do Grupo I, verifica-se, primeiramente, uma redução bastante importante da armadura da região de momento negativo se comparada com o aumento observado na área de aço do vão. Além disso, percebe-se, através da inclinação das retas, que a redução da armadura sobre o apoio torna-se mais importante para maiores valores de momento, em detrimento do aumento da armadura do vão, que varia menos. O gráfico correspondente ao concreto C50 evidencia ainda a possibilidade de menor acréscimo de armadura no vão quando se trabalha com momentos, nessa região, que não exigem armadura dupla.

Já as figuras 20 e 21 apresentam as curvas obtidas para os extremos do Grupo II, respectivamente C60 e C90. Percebe-se nesse Grupo características semelhantes aos observados no anterior. Entretanto, existe uma menor diferença entre a redução obtida nas armaduras sobre os apoios e o acréscimo nas armaduras do vão, chegando mesmo ao ponto de, para os menores valores de momento apresentados, o aumento de armadura no vão superar a redução proporcionada pela redistribuição do momento fletor do apoio.

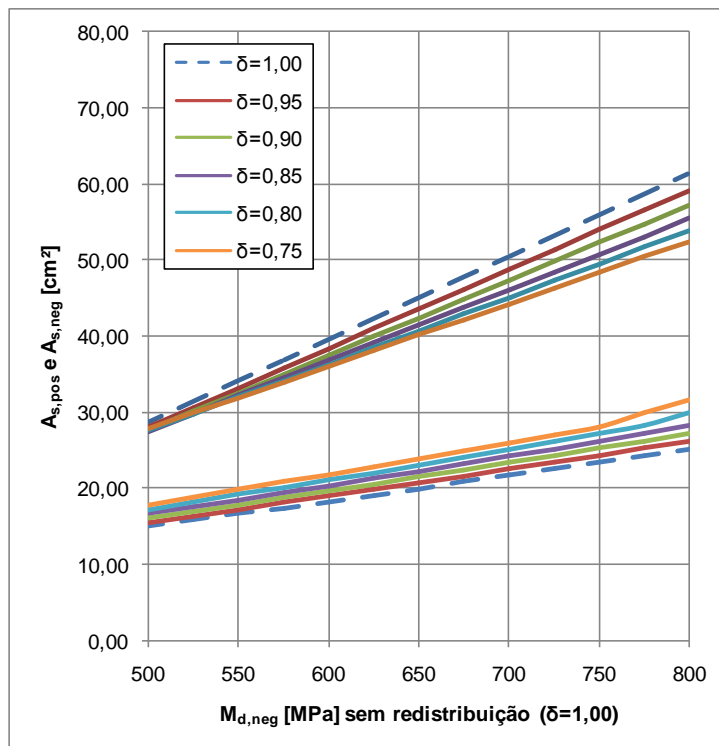
Bastante evidente também é o efeito da mudança das condições de ductilidade exigida na transição entre os Grupos de resistência do concreto. Comparando-se os gráficos correspondentes ao C50 e ao C60 percebe-se uma acentuada atenuação da redução de armadura obtida pela redistribuição dos momentos sobre o apoio.

Figura 20 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C60



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 21 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C90



(fonte: elaborada pelo autor)

As tendências observadas nos gráficos são evidenciadas pelos dados apresentados na tabela 5. Encontram-se nela os valores das áreas de aço para as solicitações mínima e máxima calculadas, tanto para os modelos sem redistribuição quanto para o caso de redistribuição máxima. As variações são apresentadas em unidade de área e também em valor percentual. Fica claro como, para os concretos do Grupo II, o caso 1 apresenta variação absoluta da armadura do vão mais importante do que a redução da armadura sobre o apoio. É visível também a diferença existente na transição entre os dois Grupos, com atenuação do efeito de redução das armaduras.

Tabela 5 – Variação das áreas de aço com redistribuição máxima de momentos

Variação das armaduras [cm <sup>2</sup> ] aplicando-se fator de redistribuição de $\delta=0,75$											
$f_{ck}$ [MPa]	Caso	$M_{d,neg}$ [kNm]	$A_{s,neg}$				$A_{s,pos}$				
			$\delta=1,00$	$\delta=0,75$	Variação		$\delta=1,00$	$\delta=0,75$	Variação		
C20	1	500	45,56	34,87	-10,69	-23,46%	21,59	26,95	5,36	24,83%	
	13	800	78,41	59,51	-18,90	-24,10%	40,08	48,64	8,56	21,36%	
C30	1	500	40,95	31,77	-9,18	-22,42%	17,09	22,34	5,25	30,72%	
	13	800	73,81	56,41	-17,40	-23,58%	35,48	44,04	8,56	24,13%	
C40	1	500	36,35	28,67	-7,68	-21,13%	16,07	19,45	3,38	21,03%	
	13	800	69,21	53,31	-15,90	-22,97%	30,87	39,43	8,56	27,73%	
C50	1	500	31,75	25,57	-6,18	-19,46%	15,57	18,68	3,11	19,97%	
	13	800	64,60	50,21	-14,39	-22,27%	27,06	34,83	7,77	28,71%	
C60	1	500	32,58	29,63	-2,95	-9,05%	15,35	18,34	2,99	19,48%	
	13	800	65,44	54,27	-11,17	-17,07%	27,10	35,66	8,56	31,59%	
C70	1	500	30,78	28,78	-2,00	-6,50%	15,20	18,13	2,93	19,28%	
	13	800	63,64	53,42	-10,22	-16,06%	25,79	33,86	8,07	31,29%	
C80	1	500	29,48	28,20	-1,28	-4,34%	15,10	17,99	2,89	19,14%	
	13	800	62,33	52,84	-9,49	-15,23%	25,47	32,55	7,08	27,80%	
C90	1	500	28,64	27,86	-0,78	-2,72%	15,04	17,89	2,85	18,95%	
	13	800	61,50	52,50	-9,00	-14,63%	25,26	31,72	6,46	25,57%	

(fonte: elaborada pelo autor)

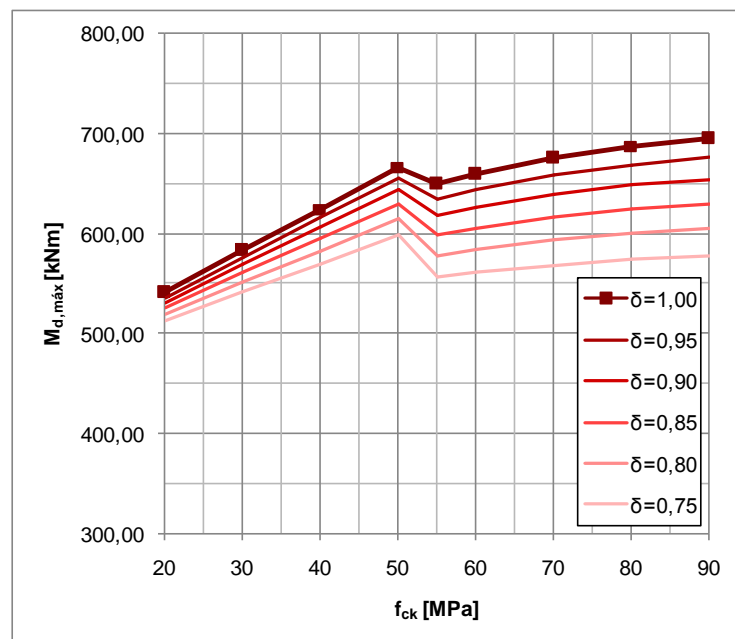
Com o intuito de se investigar o efeito da variação da resistência do concreto em seções de vigas submetidas à redistribuição de momentos fletores, fixou-se o valor máximo de armadura para a seção 25 x 50 cm que é de 50 cm<sup>2</sup>. Para o caso sem redistribuição, ou seja, de  $\delta$  unitário, obtiveram-se os mesmos valores de momentos máximos apresentados na figura 16 para a seção em questão, como seria esperado. Já para os valores inferiores de  $\delta$ , foram determinados menores valores de momento resistente máximo, fato que se justifica pelas condições de ductilidade mais restritivas exigidas. Os valores obtidos podem ser encontrados na tabela 6 e foram representados graficamente na figura 22.

Tabela 6 – Momentos fletores resistentes máximos para 50 cm<sup>2</sup> de área de aço

<b>M<sub>d,máx</sub> para seções 25 x 50 cm com redistribuição de momentos fletores [MPa]</b>						
<b>f<sub>ck</sub> [MPa]</b>	<b>Fator de redistribuição de momentos <math>\delta</math></b>					
	<b>1,00</b>	<b>0,95</b>	<b>0,90</b>	<b>0,85</b>	<b>0,80</b>	<b>0,75</b>
<b>20</b>	540,62	536,29	531,50	526,05	519,95	513,18
<b>30</b>	582,64	576,16	568,97	560,80	551,64	541,49
<b>40</b>	624,67	616,02	606,44	595,55	583,33	569,80
<b>50</b>	666,70	655,89	643,91	630,29	615,02	598,11
<b>55</b>	649,14	634,56	617,55	598,83	578,40	556,27
<b>60</b>	659,10	643,62	625,62	605,86	584,34	561,07
<b>70</b>	675,52	658,49	638,80	617,28	593,94	568,78
<b>80</b>	687,44	669,18	648,17	625,32	600,63	574,10
<b>90</b>	695,07	675,89	653,94	630,17	604,59	577,19

(fonte: elaborada pelo autor)

Os valores indicam a tendência geral de aumento do momento fletor resistente com o acréscimo no  $f_{ck}$ . Entretanto, verifica-se a já observada diminuição do momento máximo na passagem do C50 ao C55. Percebe-se ainda que, a partir redistribuições superiores a 15% ( $\delta$  inferior a 0,85), obtém-se o maior momento fletor resistente para o C50 e não mais para o C90.

Figura 22 – M<sub>d,máx</sub> versus f<sub>ck</sub> para seções 25 x 50 cm com 50 cm<sup>2</sup> de aço submetidas a diferentes coeficientes de redistribuição de momentos fletores

(fonte: elaborada pelo autor)



A figura 22 explicita essa redução do momento fletor máximo que ocorre de maneira mais acentuada para concretos de maior resistência. Pode-se concluir através do gráfico que, mantendo-se constante a seção e sua armadura longitudinal, é mais vantajoso o aumento da resistência do concreto em vigas submetidas a redistribuições de momentos menos importantes. Para redistribuições acima de 15%, seções de mesmas dimensões e armaduras apresentam uma grande redução de momento fletor resistente na passagem do C50 ao C55, que não é compensada pelo efeito do aumento do  $f_{ck}$  no domínio do Grupo II. Esse fato é claramente visível ao se analisar os ganhos calculados para esse gráfico e apresentados na tabela 7. Verifica-se que, pra  $\delta$  inferior a 0,85, obtém-se ganho negativo de momento fletor máximo ao se empregar o C90 em detrimento do C50.

Tabela 7 – Ganhos percentuais em momento fletor máximo com a respectiva variação do  $f_{ck}$  para cada coeficiente de redistribuição considerado

<b>Ganho em <math>M_{d,máx}</math> com variação do <math>f_{ck}</math> em seção 25 x 50 cm [%]</b>						
<b>Variação do <math>f_{ck}</math> [MPa]</b>	<b>Fator de redistribuição de momentos <math>\delta</math></b>					
	<b>1,00</b>	<b>0,95</b>	<b>0,90</b>	<b>0,85</b>	<b>0,80</b>	<b>0,75</b>
<b>20-30</b>	7,8	7,4	7,0	6,6	6,1	5,5
<b>30-40</b>	7,2	6,9	6,6	6,2	5,7	5,2
<b>40-50</b>	6,7	6,5	6,2	5,8	5,4	5,0
<b>50-60</b>	-1,1	-1,9	-2,8	-3,9	-5,0	-6,2
<b>60-70</b>	2,5	2,3	2,1	1,9	1,6	1,4
<b>70-80</b>	1,8	1,6	1,5	1,3	1,1	0,9
<b>80-90</b>	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,5
<b>20-50</b>	23,3	22,3	21,1	19,8	18,3	16,5
<b>50-90</b>	4,3	3,0	1,6	0,0	-1,7	-3,5
<b>20-90</b>	28,6	26,0	23,0	19,8	16,3	12,5

(fonte: elaborada pelo autor)

A tabela 7 também mostra a tendência de atenuação do ganho em momento fletor resistente para seções de mesmas características, porém submetidas a diferentes coeficientes de redistribuição de momentos fletores. Destaca-se, finalmente, a evolução acentuada observada no ganho negativo ao se cruzar a fronteira entre os Grupos I e II de resistência do concreto.

## 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados do trabalho permitem inferir primeiramente que as novas condições de ductilidade impostas às vigas, em toda sua extensão, pela NBR 6118:2014 acarretam importantes mudanças no dimensionamento desses elementos. Ainda que a metodologia de dimensionamento permaneça a mesma, os novos critérios quanto à profundidade máxima da linha neutra resultam em adoção de armadura dupla no domínio 3 ou mesmo no domínio 2, no caso de seções que tiveram seu momento fletor redistribuído.

A análise das vigas tendo em vista seu momento fletor resistente em função da resistência do concreto utilizado evidencia que, para os concretos do Grupo I, do C20 ao C50, o ganho em resistência a essa solicitação é linear. Já para os concretos do Grupo II, do C55 ao C90, verificou-se que esse crescimento é mais discreto e atenua-se à medida que o valor de  $f_{ck}$  aproxima-se do limite de 90 MPa. Além disso, é possível observar que, na passagem do Grupo I ao Grupo II, a transição entre esses dois comportamentos ocorre com uma forte perda de resistência pela seção. Perda essa que, devido à menor taxa de crescimento no Grupo II, só é superada ao se utilizar o concreto C70.

Tendo em vista a teoria estudada, pode-se indicar que esse comportamento diferenciado observado no Grupo II deve-se a dois fatores:

- a) a limitação da extensão do patamar de tensão constante do diagrama parábola-retângulo imposto aos concretos do Grupo II, mais desfavorável para concretos de maior  $f_{ck}$ ;
- b) os coeficientes  $\lambda$  e  $\alpha_c$  que passam a decrescer com o aumento do  $f_{ck}$  para os valores do Grupo II, trazendo limitações ao diagrama retangular desses concretos.

Já a perda de resistência verificada na transição entre os Grupos I e II de concretos pode ser atribuída às condições de ductilidade impostas às vigas. Essas condições são definidas de forma constante para os concretos pertencentes a um mesmo grupo, porém, ao se comparar os valores percebe-se que as condições impostas ao Grupo II são mais desfavoráveis em termos de dimensionamento do elemento de viga.

A comparação de diversas seções transversais de vigas apontou o fato de que o ganho percentual em momento resistente é menor quanto maior for a área da seção transversal, sendo a variação da altura da viga mais relevante que a da sua largura. Em outras palavras, a variação da resistência do concreto mostra ser menos influente sob vigas de maior seção transversal.

Para as vigas hiperestáticas é admitido pela NBR 6118:2014 que se aplique a redistribuição de momentos fletores, que consiste na redução dos momentos fletores negativos sobre os apoios (sendo esse geralmente mais desfavorável) com conseqüente aumento do momento fletor dos vãos. A Norma Brasileira de concreto define o intervalo de coeficiente de redução que pode ser empregado, além de condições de ductilidade definidas pelo valor adotado. Essas condições são novamente mais restritivas para os concretos do Grupo II.

Analisando-se a redução efetuada em vigas de variadas resistências, conclui-se que, para o Grupo I, a redução da armadura sobre o apoio é mais importante do que o aumento da armadura do vão, sendo que ambas são amenizadas (em valor de área de aço) com o aumento da resistência do concreto. Já no caso do Grupo II, constata-se valores de redução de armadura sobre o apoio consideravelmente menores e sofrendo maior influência do valor de momento negativo em que se trabalha, sendo muitas vezes superados pelo valor do aumento da seção de aço necessário no vão.

Finalmente, a análise da variação da resistência do concreto em vigas submetidas a variados coeficientes de redistribuição de momentos evidenciou que a restrição crescente da condição de ductilidade resulta em redução do momento resistente, redução essa mais acentuada para os concretos de maior resistência. Como conseqüência, verifica-se diminuição dos ganhos de resistência com o aumento do  $f_{ck}$  e potencializando a queda de resistência existente na transição entre os Grupos I e II.

Através desses resultados pode-se concluir que, nos concretos do Grupo II, o aproveitamento da sua resistência nominal, definida pelo valor de  $f_{ck}$ , não é proporcional àquele do Grupo I, mas sim inferior à ele. Isso se deve às citadas restrições às propriedades dos materiais e à ductilidade dos elementos impostas aos concretos do Grupo II, as quais podem ser atribuídas, em geral, à maior fragilidade apresentada no comportamento mecânico dos concretos desse grupo.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003. v. 1.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- BRUSCO, G. **Concreto de alta resistência**: estudo comparativo entre a nova Norma 6118 e a Norma Americana quanto as suas propriedades mecânicas e ao dimensionamento de vigas. 2014. 166 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.
- FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**: solicitações normais. estados limites últimos: teoria e aplicações. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.
- GONTIJO, R. **Comparação do dimensionamento de vigas de concreto armado atendendo à norma NBR 6118:2003 com análise por elementos finitos**. 2012. 45 f. Monografia de Projeto Final (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.
- LEONHARDT, F. **Construções de concreto**: concreto protendido. Rio de Janeiro: Interciência, 1983. v. 5.
- LEONHARDT, F; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. 1. ed. (2. reimpressão). Rio de Janeiro: Interciência, 1977 (reimpressão 1982). v. 1.
- PFEIL, W. **Concreto protendido**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- \_\_\_\_\_. **Concreto armado**: introdução. 5. ed. rev. ampl. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1988a. v. 1.
- \_\_\_\_\_. **Concreto armado**: dimensionamento. 5. ed. rev. ampl. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1988b. v. 2.
- THONIER, H. **Le béton précontraint aux états-limites**. 2<sup>e</sup> ed. Paris: Presses de l'école nationale des ponts et chaussées, 1992.

**APÊNDICE A – Planilhas de resultados e gráficos  
complementares das vigas isostáticas**

Figura A-1 – Resultado de dimensionamento de seção 15 x 30 cm

GRUPO I														
h=30cm	d=26cm	Q <sub>pp</sub> =1,33kN/m	α <sub>E</sub> =1,00	C20	C30	C40	C50							
b <sub>v</sub> =15cm	d <sub>f</sub> =4cm	Vão=4,00m	CAA II	M <sub>d,max</sub> =	M <sub>d,max</sub> =	M <sub>d,max</sub> =	M <sub>d,max</sub> =							
M <sub>d</sub>	V <sub>sd</sub>	Q <sub>g</sub>	A <sub>s, tot, max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s, tot</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s, tot</sub>							
[kNm]	[kN]	[kN/m]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]							
0,00	0,00	-	18,00	0,68	0,68	0,74	0,86							
20,00	20,00	6,02	18,00	1,94	1,88	1,85	1,85							
40,00	40,00	13,16	18,00	4,30	4,04	3,88	3,88							
60,00	60,00	20,30	18,00	6,39	6,45	6,19	6,19							
80,00	80,00	27,45	18,00	8,48	8,55	8,61	8,61							
100,00	100,00	34,59	18,00	10,58	10,64	10,70	10,70							
120,00	120,00	41,73	18,00	12,67	12,73	12,79	12,79							
140,00	140,00	48,88	18,00	14,76	14,82	14,88	14,88							
GRUPO II														
h=30cm	d=26cm	Q <sub>pp</sub> =1,33kN/m	α <sub>E</sub> =1,00	C60	C70	C80	C90							
b <sub>v</sub> =15cm	d <sub>f</sub> =4cm	Vão=4,00m	CAA II	M <sub>d,max</sub> =	M <sub>d,max</sub> =	M <sub>d,max</sub> =	M <sub>d,max</sub> =							
M <sub>d</sub>	V <sub>sd</sub>	Q <sub>g</sub>	A <sub>s, tot, max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s, tot</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s, tot</sub>							
[kNm]	[kN]	[kN/m]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]							
0,00	0,00	-	18,00	0,90	0,96	1,02	1,06							
20,00	20,00	6,02	18,00	1,82	1,82	1,81	1,81							
40,00	40,00	13,16	18,00	3,77	3,74	3,73	3,71							
60,00	60,00	20,30	18,00	5,86	5,80	5,75	5,73							
80,00	80,00	27,45	18,00	8,15	8,01	7,92	7,87							
100,00	100,00	34,59	18,00	10,27	10,21	10,16	10,10							
120,00	120,00	41,73	18,00	12,36	12,30	12,25	12,19							
140,00	140,00	48,88	18,00	14,46	14,40	14,34	14,28							
								19,28	19,79	20,49	20,85	21,14	21,47	21,77

Figura A-2 – Armadura longitudinal total *versus* momento fletor: seção 15 x 30 cm

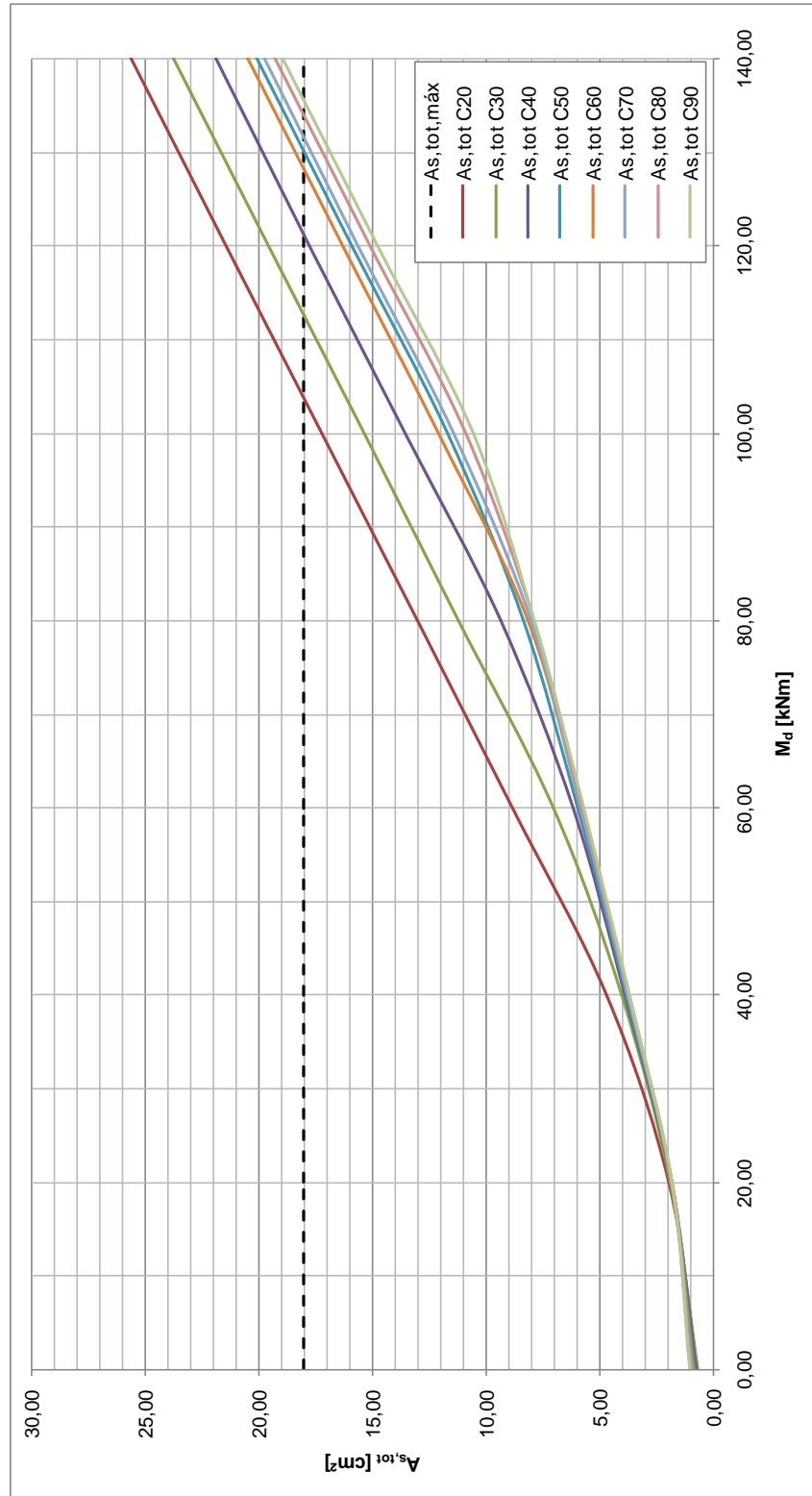


Figura A-3 – Resultado de dimensionamento de seção 20 x 40 cm

GRUPO I															
C20				C30				C40				C50			
h=40cm	d=36cm	Q <sub>pp</sub> =2kN/m	α <sub>E</sub> =1,00	M <sub>li,max</sub> =	A <sub>s</sub>	A' <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>li,max</sub> =	A <sub>s</sub>	A' <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>li,max</sub> =	A <sub>s</sub>	A' <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>
b <sub>v</sub> =20cm	d=4cm	Vão=5,00m	CAA II	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot,max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s,tot</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot,max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s,tot</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot,max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s,tot</sub>
M <sub>li</sub>	V <sub>sd</sub>	Q <sub>g</sub>	CAA II	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]
[kNm]	[kN]	[kN/m]													
0,00	0,00	-		1,20	32,00	0,00	1,20	1,20	1,20	0,00	1,20	1,26	1,26	0,00	1,26
20,00	16,00	2,57		1,32	32,00	0,00	1,32	1,30	1,30	0,00	1,30	1,30	1,30	0,00	1,30
40,00	32,00	7,14		2,74	32,00	0,00	2,74	2,67	2,67	0,00	2,67	2,64	2,64	0,00	2,64
60,00	48,00	11,71		4,29	32,00	0,00	4,29	4,11	4,11	0,00	4,11	4,04	4,04	0,00	4,04
80,00	64,00	16,29		6,01	32,00	0,00	6,01	5,64	5,64	0,00	5,64	5,49	5,49	0,00	5,49
100,00	80,00	20,86		7,75	32,00	0,00	7,75	7,26	7,26	0,00	7,26	7,00	7,00	0,00	7,00
120,00	96,00	25,43		9,19	32,00	0,00	9,19	9,01	9,01	0,00	9,01	8,58	8,58	0,00	8,58
140,00	112,00	30,00		10,62	32,00	0,00	10,62	10,90	10,90	0,05	10,95	10,25	9,92	0,00	9,92
160,00	128,00	34,57		12,06	32,00	0,00	12,06	12,34	12,34	1,48	13,82	12,02	11,55	0,00	11,55
180,00	144,00	39,14		13,50	32,00	0,00	13,50	13,78	13,78	2,92	16,70	13,90	13,40	0,00	13,40
200,00	160,00	43,71		14,94	32,00	0,00	14,94	15,22	15,22	4,36	19,58	15,52	15,02	0,00	15,02
220,00	176,00	48,29		16,37	32,00	0,00	16,37	16,65	16,65	5,80	22,45	16,93	16,89	0,00	16,89
240,00	192,00	52,86		17,81	32,00	0,00	17,81	18,09	18,09	7,23	25,32	18,37	18,65	0,55	19,20
260,00	208,00	57,43		19,25	32,00	0,00	19,25	19,53	19,53	8,67	28,20	19,81	20,09	1,99	22,08
280,00	224,00	62,00		20,69	32,00	0,00	20,69	20,97	20,97	10,11	31,08	21,25	21,53	3,43	24,96
300,00	240,00	66,57		22,12	32,00	0,00	22,12	22,40	22,40	11,55	33,95	22,68	22,97	4,87	27,84
320,00	256,00	71,14		23,56	32,00	0,00	23,56	23,84	23,84	12,98	36,82	24,12	24,40	6,30	30,70
340,00	272,00	75,71		25,00	32,00	0,00	25,00	25,28	25,28	14,42	39,70	25,56	25,84	7,74	33,58
360,00	288,00	80,29		26,44	32,00	0,00	26,44	26,72	26,72	15,86	42,58	27,00	27,28	9,19	36,47
GRUPO II															
C60				C70				C80				C90			
h=40cm	d=36cm	Q <sub>g</sub>	α <sub>E</sub> =1,00	M <sub>li,max</sub> =	A <sub>s</sub>	A' <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>li,max</sub> =	A <sub>s</sub>	A' <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>li,max</sub> =	A <sub>s</sub>	A' <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>
b <sub>v</sub> =20cm	d=4cm	Vão=5,00m	CAA II	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot,max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s,tot</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot,max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s,tot</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot,max</sub>	A <sub>s</sub> '	A <sub>s,tot</sub>
M <sub>li</sub>	V <sub>sd</sub>	Q <sub>g</sub>	CAA II	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]	[cm²]
[kNm]	[kN]	[kN/m]													
0,00	0,00	-		1,54	32,00	0,00	1,54	1,65	1,65	0,00	1,65	1,74	1,74	0,00	1,74
20,00	16,00	2,57		1,54	32,00	0,00	1,54	1,65	1,65	0,00	1,65	1,74	1,74	0,00	1,74
40,00	32,00	7,14		2,62	32,00	0,00	2,62	2,61	2,61	0,00	2,61	2,61	2,61	0,00	2,61
60,00	48,00	11,71		3,97	32,00	0,00	3,97	3,96	3,96	0,00	3,96	3,95	3,94	0,00	3,94
80,00	64,00	16,29		5,36	32,00	0,00	5,36	5,34	5,34	0,00	5,34	5,32	5,31	0,00	5,31
100,00	80,00	20,86		6,79	32,00	0,00	6,79	6,75	6,75	0,00	6,75	6,72	6,70	0,00	6,70
120,00	96,00	25,43		8,26	32,00	0,00	8,26	8,20	8,20	0,00	8,20	8,15	8,12	0,00	8,12
140,00	112,00	30,00		9,78	32,00	0,00	9,78	9,68	9,68	0,00	9,68	9,62	9,58	0,00	9,58
160,00	128,00	34,57		11,35	32,00	0,00	11,35	11,22	11,22	0,00	11,22	11,13	11,07	0,00	11,07
180,00	144,00	39,14		12,97	32,00	0,00	12,97	12,79	12,79	0,00	12,79	12,67	12,60	0,00	12,60
200,00	160,00	43,71		14,65	32,00	0,00	14,65	14,42	14,42	0,00	14,42	14,27	14,16	0,00	14,16
220,00	176,00	48,29		16,24	32,00	0,00	16,24	16,10	16,10	0,00	16,10	15,91	15,77	0,00	15,77
240,00	192,00	52,86		17,68	32,00	0,00	17,68	17,63	17,63	1,00	18,63	17,56	17,43	0,00	17,43
260,00	208,00	57,43		19,12	32,00	0,00	19,12	19,06	19,06	2,44	21,50	19,00	18,91	1,18	20,09
280,00	224,00	62,00		20,55	32,00	0,00	20,55	20,50	20,50	3,87	24,37	20,43	20,35	2,62	22,97
300,00	240,00	66,57		21,99	32,00	0,00	21,99	21,94	21,94	5,31	27,25	21,87	21,79	4,05	25,84
320,00	256,00	71,14		23,43	32,00	0,00	23,43	23,38	23,38	6,75	30,13	23,31	23,23	5,49	28,72
340,00	272,00	75,71		24,87	32,00	0,00	24,87	24,81	24,81	8,19	33,00	24,75	24,66	6,93	31,59
360,00	288,00	80,29		26,30	32,00	0,00	26,30	26,25	26,25	9,62	35,87	26,18	26,10	8,37	34,47



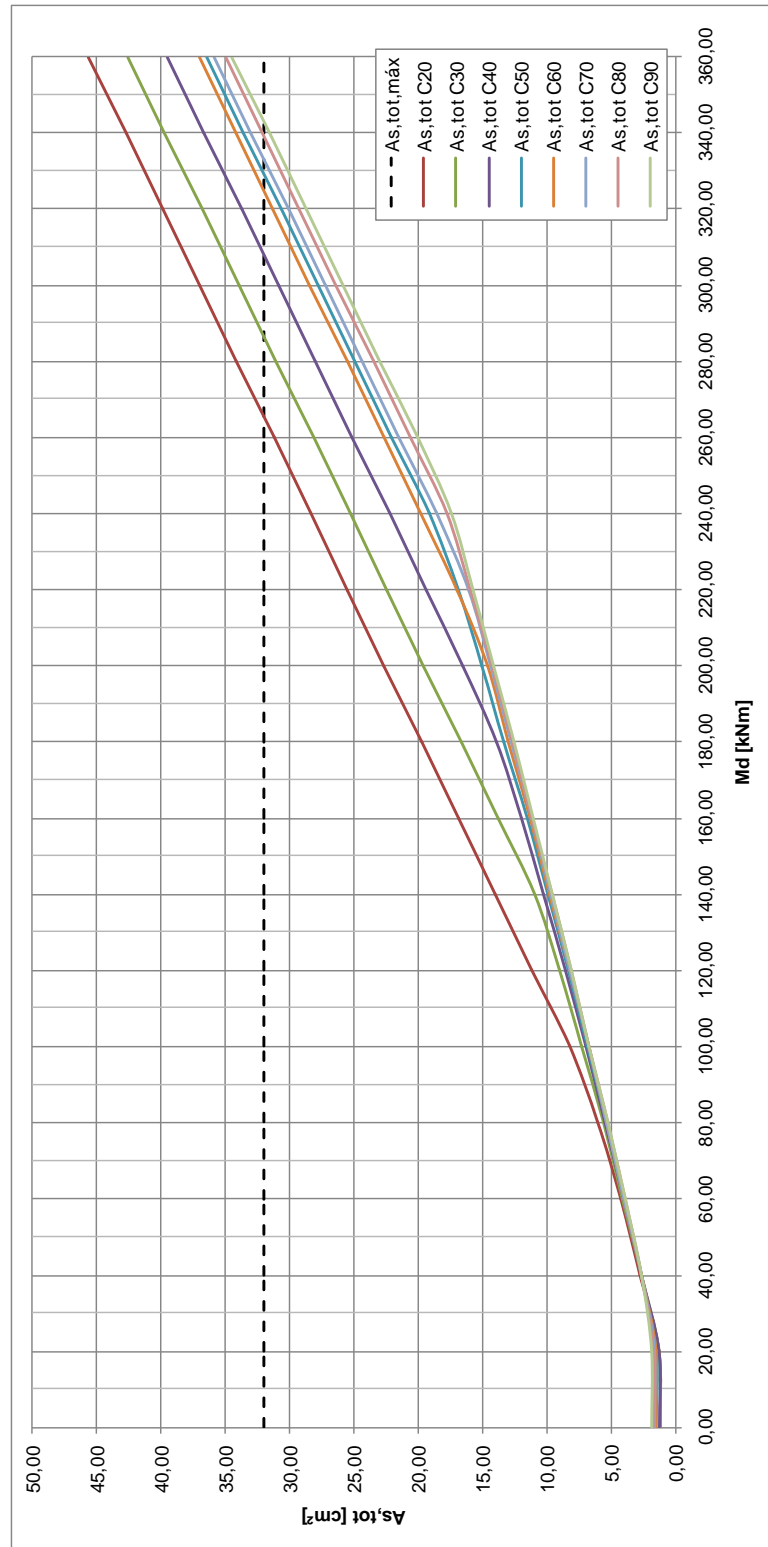
Figura A-4 – Armadura longitudinal total *versus* momento fletor: seção 20 x 40 cm

Figura A-5 – Variação do momento fletor máximo com o aumento da resistência do concreto na seção 20 x 40 cm

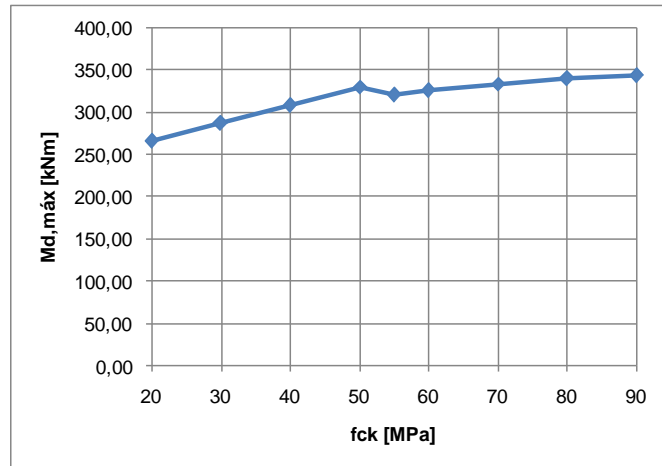


Figura A-6 –  $M_{d,máx}$  versus  $f_{ck}$  do Grupo I em seção 20 x 40 cm

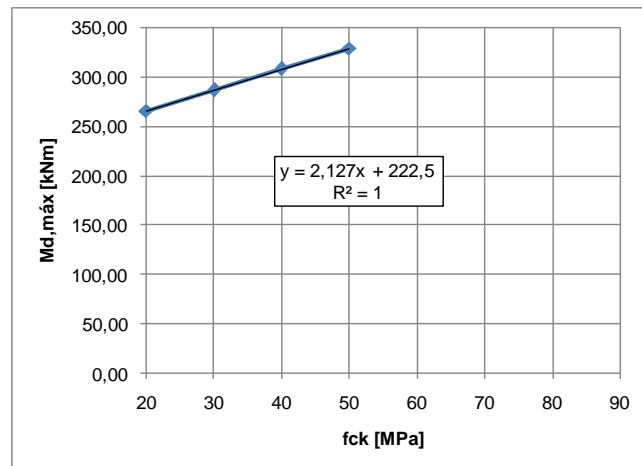


Figura A-7 –  $M_{d,máx}$  versus  $f_{ck}$  do Grupo II em seção 20 x 40 cm

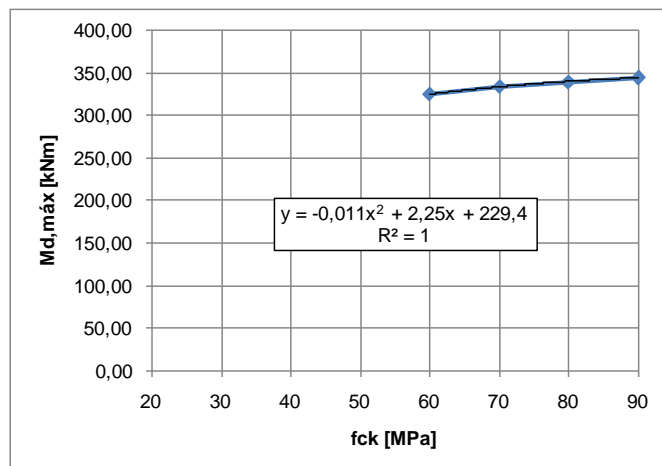


Figura A-8 – Resultado de dimensionamento de seção 25 x 50 cm

GRUPO I															
h=50cm		d=46cm		Q <sub>pp</sub> =3,13kN/m		C20		C30		C40		C50			
M <sub>d</sub>	V <sub>sd</sub>	Q <sub>g</sub>	A <sub>s,teor,max</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>
[kNm]	[kN]	[kN/m]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]
0,00	0,00	-	50,00	1,88	0,00	1,88	1,88	0,00	1,88	1,93	0,00	1,93	2,24	0,00	2,24
40,00	32,00	6,02	50,00	2,07	0,00	2,07	2,04	0,00	2,04	2,03	0,00	2,03	2,24	0,00	2,24
80,00	64,00	15,16	50,00	4,29	0,00	4,29	4,18	0,00	4,18	4,13	0,00	4,13	4,10	0,00	4,10
120,00	96,00	24,30	50,00	6,70	0,00	6,70	6,43	0,00	6,43	6,31	0,00	6,31	6,24	0,00	6,24
160,00	128,00	33,45	50,00	9,37	0,00	9,37	8,80	0,00	8,80	8,57	0,00	8,57	8,44	0,00	8,44
200,00	160,00	42,59	50,00	12,13	0,00	12,13	11,33	0,00	11,33	10,93	0,00	10,93	10,71	0,00	10,71
240,00	192,00	51,73	50,00	14,32	0,00	14,32	14,05	0,00	14,05	13,40	0,00	13,40	13,06	0,00	13,06
280,00	224,00	60,88	50,00	16,51	0,00	16,51	17,00	0,00	17,00	15,99	0,00	15,99	15,50	0,00	15,50
320,00	256,00	70,02	50,00	18,70	0,00	18,70	19,29	1,95	21,24	18,73	0,00	18,73	18,02	0,00	18,02
360,00	288,00	79,16	50,00	20,89	0,00	20,89	21,48	4,14	25,62	21,65	0,00	21,65	20,66	0,00	20,66
400,00	320,00	88,30	50,00	23,08	0,00	23,08	23,67	6,33	30,00	24,26	1,14	25,40	23,41	0,00	23,41
440,00	352,00	97,45	50,00	25,27	0,00	25,27	25,86	8,52	34,38	26,45	3,33	29,78	26,31	0,00	26,31
480,00	384,00	106,59	50,00	27,46	0,00	27,46	28,05	10,71	38,76	28,64	5,52	34,16	29,23	0,33	29,56
520,00	416,00	115,73	50,00	29,65	0,00	29,65	30,24	12,90	43,14	30,83	7,71	38,54	31,42	2,52	33,94
560,00	448,00	124,88	50,00	31,84	0,00	31,84	32,43	15,09	47,52	33,02	9,90	42,92	33,61	4,71	38,32
600,00	480,00	134,02	50,00	34,04	0,00	34,04	34,62	17,28	51,90	35,21	12,09	47,30	35,80	6,90	42,70
640,00	512,00	143,16	50,00	36,23	0,00	36,23	36,82	19,47	56,29	37,40	14,28	51,68	37,99	9,09	47,08
680,00	544,00	152,30	50,00	38,42	0,00	38,42	39,01	21,66	60,67	39,59	16,47	56,06	40,18	11,28	51,46
720,00	576,00	161,45	50,00	40,61	0,00	40,61	41,20	23,85	65,05	41,79	18,66	60,45	42,37	13,47	55,84
GRUPO II															
h=50cm		d=46cm		Q <sub>pp</sub> =3,13kN/m		C60		C70		C80		C90			
M <sub>d</sub>	V <sub>sd</sub>	Q <sub>g</sub>	A <sub>s,teor,max</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>	M <sub>d,max</sub>	A <sub>s</sub>	A <sub>s,tot</sub>
[kNm]	[kN]	[kN/m]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]	[cm <sup>2</sup> ]
0,00	0,00	-	50,00	2,36	0,00	2,36	2,52	0,00	2,52	2,65	0,00	2,65	2,78	0,00	2,78
40,00	32,00	6,02	50,00	2,36	0,00	2,36	2,52	0,00	2,52	2,65	0,00	2,65	2,78	0,00	2,78
80,00	64,00	15,16	50,00	4,09	0,00	4,09	4,08	0,00	4,08	4,08	0,00	4,08	4,07	0,00	4,07
120,00	96,00	24,30	50,00	6,21	0,00	6,21	6,19	0,00	6,19	6,17	0,00	6,17	6,16	0,00	6,16
160,00	128,00	33,45	50,00	8,38	0,00	8,38	8,34	0,00	8,34	8,32	0,00	8,32	8,30	0,00	8,30
200,00	160,00	42,59	50,00	10,62	0,00	10,62	10,55	0,00	10,55	10,51	0,00	10,51	10,47	0,00	10,47
240,00	192,00	51,73	50,00	12,91	0,00	12,91	12,81	0,00	12,81	12,74	0,00	12,74	12,70	0,00	12,70
280,00	224,00	60,88	50,00	15,27	0,00	15,27	15,13	0,00	15,13	15,04	0,00	15,04	14,97	0,00	14,97
320,00	256,00	70,02	50,00	17,71	0,00	17,71	17,52	0,00	17,52	17,38	0,00	17,38	17,29	0,00	17,29
360,00	288,00	79,16	50,00	20,24	0,00	20,24	19,97	0,00	19,97	19,79	0,00	19,79	19,67	0,00	19,67
400,00	320,00	88,30	50,00	22,85	0,00	22,85	22,50	0,00	22,50	22,27	0,00	22,27	22,11	0,00	22,11
440,00	352,00	97,45	50,00	25,42	0,00	25,42	25,12	0,00	25,12	24,82	0,00	24,82	24,62	0,00	24,62
480,00	384,00	106,59	50,00	27,61	0,00	27,61	27,57	1,02	28,59	27,45	0,00	27,45	27,20	0,00	27,20
520,00	416,00	115,73	50,00	29,80	0,00	29,80	29,76	3,21	32,97	29,69	1,98	31,67	29,58	1,25	30,83
560,00	448,00	124,88	50,00	31,99	0,00	31,99	31,96	5,40	37,36	31,88	4,17	36,05	31,77	3,44	35,21
600,00	480,00	134,02	50,00	34,18	0,00	34,18	34,15	7,59	41,74	34,07	6,36	40,43	33,96	5,63	39,59
640,00	512,00	143,16	50,00	36,37	0,00	36,37	36,34	9,78	46,12	36,26	8,55	44,81	36,15	7,82	43,97
680,00	544,00	152,30	50,00	38,56	0,00	38,56	38,53	11,97	50,50	38,45	10,74	49,19	38,34	10,01	48,35
720,00	576,00	161,45	50,00	40,75	0,00	40,75	40,72	14,16	54,88	40,64	12,93	53,57	40,53	12,20	52,73

Figura A-9 – Armadura longitudinal total *versus* momento fletor: seção 25 x 50 cm

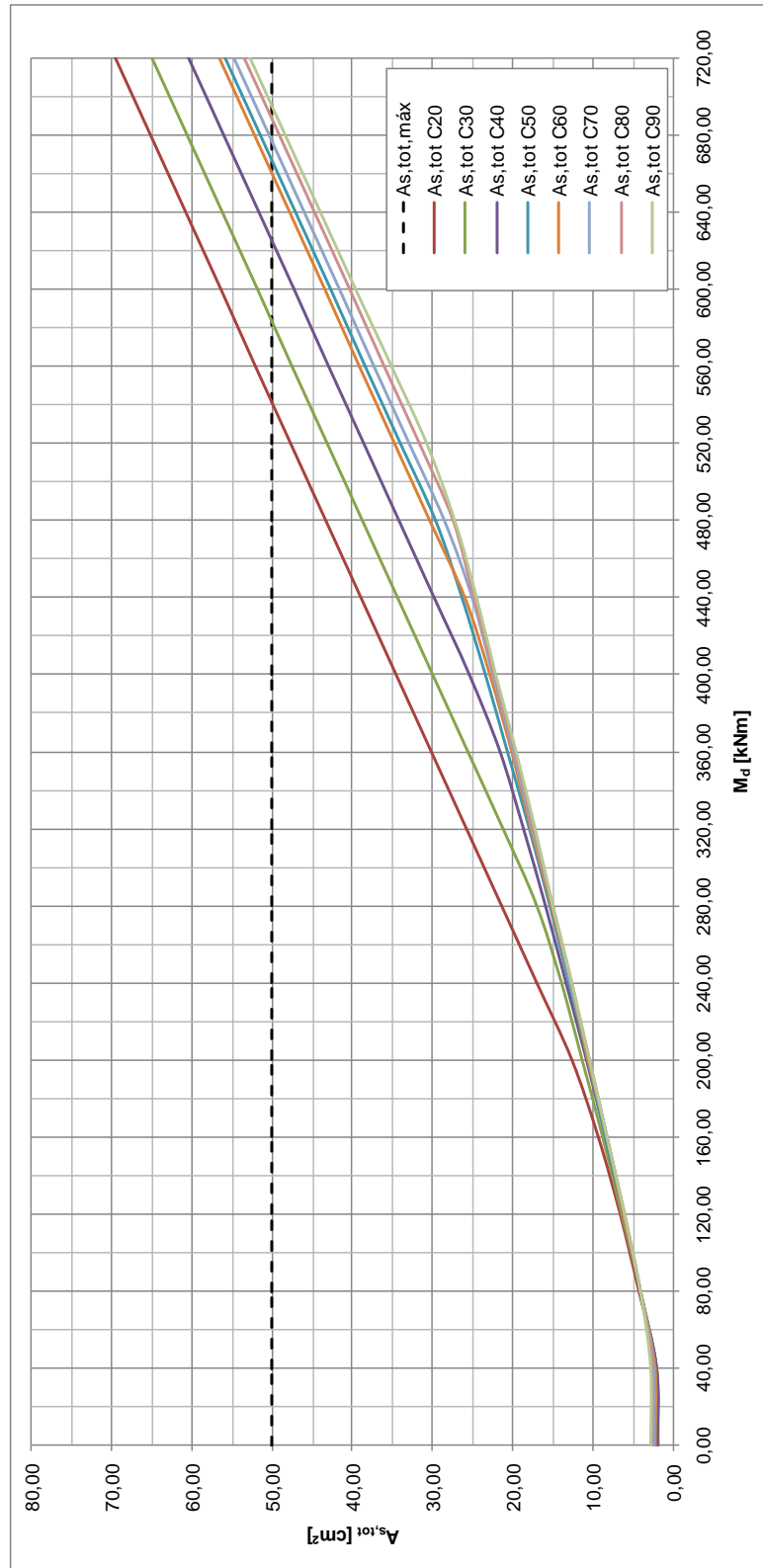


Figura A-10 – Variação do momento fletor máximo com o aumento da resistência do concreto na seção 25 x 50 cm

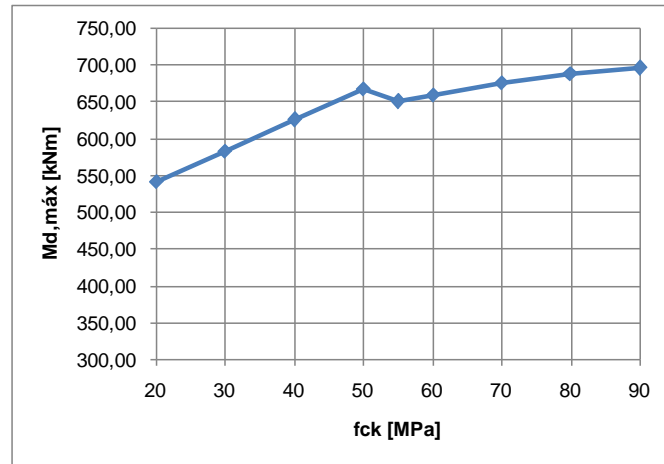


Figura A-11 –  $M_{d,máx}$  versus  $f_{ck}$  do Grupo I em seção 25 x 50 cm

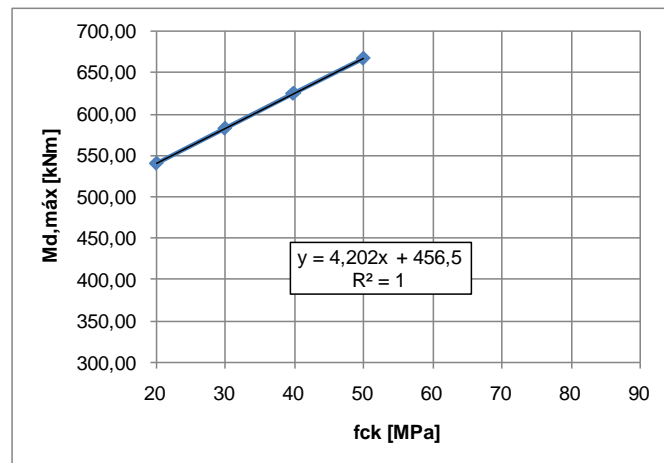


Figura A-12 –  $M_{d,máx}$  versus  $f_{ck}$  do Grupo II em seção 25 x 50 cm

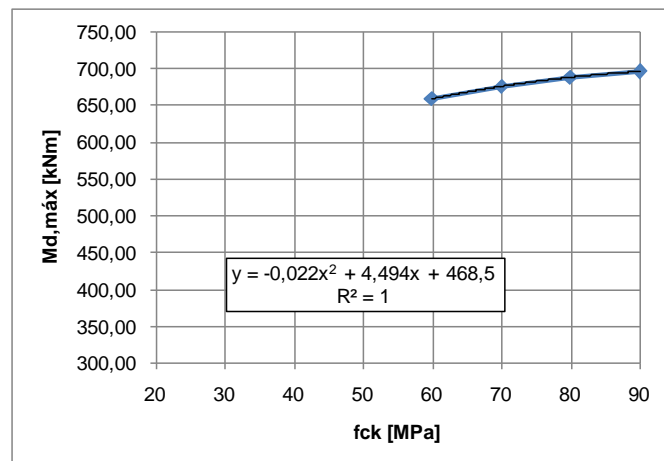


Figura A-13 – Tabela completa de ganhos percentuais em momento fletor máximo com a respectiva variação do  $f_{ck}$  para cada seção calculada

<b>Ganho em <math>M_{d,máx}</math> com variação do <math>f_{ck}</math> [%]</b>							
<b>Variação do <math>f_{ck}</math> [MPa]</b>	<b>Seção [cm]</b>						
	<b>15 x 30</b>	<b>20 x 30</b>	<b>15 x 40</b>	<b>20 x 40</b>	<b>25 x 40</b>	<b>20 x 50</b>	<b>25 x 50</b>
<b>20-30</b>	8,5	8,5	8,0	8,0	8,0	7,8	7,8
<b>30-40</b>	7,8	7,8	7,4	7,4	7,4	7,2	7,2
<b>40-50</b>	7,3	7,3	6,9	6,9	6,9	6,7	6,7
<b>50-60</b>	-1,5	-1,5	-1,3	-1,2	-1,3	-1,1	-1,1
<b>60-70</b>	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
<b>70-80</b>	1,8	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
<b>80-90</b>	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
<b>20-30</b>	8,5	8,5	8,0	8,0	8,0	7,8	7,8
<b>20-40</b>	17,0	17,0	16,0	16,1	16,0	15,5	15,5
<b>20-50</b>	25,4	25,5	24,1	24,1	24,1	23,3	23,3
<b>20-60</b>	23,5	23,5	22,5	22,5	22,5	21,9	21,9
<b>20-70</b>	26,8	26,8	25,6	25,6	25,6	25,0	25,0
<b>20-80</b>	29,1	29,1	27,8	27,9	27,9	27,2	27,2
<b>20-90</b>	30,6	30,6	29,3	29,3	29,3	28,6	28,6
<b>20-90</b>	30,6	30,6	29,3	29,3	29,3	28,6	28,6
<b>30-90</b>	20,4	20,4	19,7	19,7	19,7	19,3	19,3
<b>40-90</b>	11,7	11,7	11,4	11,4	11,4	11,3	11,3
<b>50-90</b>	4,1	4,1	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3
<b>60-90</b>	5,7	5,7	5,6	5,5	5,6	5,5	5,5
<b>70-90</b>	3,0	3,0	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9
<b>80-90</b>	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
<b>20-50</b>	25,4	25,5	24,1	24,1	24,1	23,3	23,3
<b>50-90</b>	4,1	4,1	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3
<b>20-90</b>	30,6	30,6	29,3	29,3	29,3	28,6	28,6

**APÊNDICE B – Planilhas de resultados e gráficos  
complementares das vigas hiperestáticas**

Figura B-1 – Dimensionamento de armaduras para momentos fletores positivos e negativos em vigas hiperestáticas com  $\delta$  de 1,00 e 0,95

$\delta=1,00$ (sem redistribuição)		Armaduras [cm <sup>2</sup> ] sobre apoio ( $A_{s, \text{neg}}$ ) e no centro do vão ( $A_{s, \text{pos}}$ ), funções do $M_{d, \text{neg}}$ [kNm], do $f_{ck}$ [MPa] e de $\delta$ - viga 25 x 50 cm vão 6 m																		
		C20		C30		C40		C50		C55		C60		C70		C80		C90		
Caso	$M_{d, \text{neg}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	
1	500,00	281,20	45,56	21,59	40,95	17,09	36,35	16,07	31,75	15,57	33,67	15,45	32,58	15,35	30,78	15,20	29,48	15,10	28,64	15,04
2	525,00	295,30	48,29	23,14	43,69	18,53	39,09	17,02	34,49	16,45	36,41	16,31	35,32	16,20	33,52	16,04	32,21	15,93	31,38	15,85
3	550,00	309,40	51,03	24,68	46,43	20,08	41,83	17,99	37,22	17,34	39,15	17,18	38,06	17,06	36,26	16,88	34,95	16,76	34,12	16,67
4	575,00	323,40	53,77	26,21	49,17	21,61	44,56	18,97	39,96	18,24	41,88	18,06	40,79	17,93	39,00	17,72	37,69	17,59	36,85	17,49
5	600,00	337,50	56,51	27,76	51,91	23,16	47,30	19,98	42,70	19,16	44,62	18,96	43,53	18,81	41,73	18,58	40,43	18,43	39,59	18,33
6	625,00	351,60	59,24	29,30	54,65	24,70	50,04	21,02	45,44	20,09	47,36	19,87	46,27	19,70	44,47	19,45	43,17	19,28	42,33	19,17
7	650,00	365,60	61,98	30,84	57,39	26,23	52,78	22,07	48,18	21,04	50,10	20,79	49,01	20,60	47,21	20,32	45,90	20,14	45,07	20,01
8	675,00	379,70	64,72	32,38	60,12	27,78	55,52	23,17	50,91	22,00	52,84	21,73	51,75	21,51	49,95	21,21	48,64	21,01	47,81	20,87
9	700,00	393,80	67,46	33,92	62,86	29,32	58,25	24,72	53,65	22,98	55,58	22,68	54,49	22,44	52,69	22,10	51,38	21,88	50,54	21,73
10	725,00	407,80	70,19	35,46	65,60	30,85	60,99	26,25	56,39	23,97	58,31	23,63	57,23	23,37	55,43	23,01	54,12	22,76	53,28	22,60
11	750,00	421,90	72,93	37,00	68,34	32,40	63,73	27,80	59,12	24,98	61,05	25,12	59,96	24,33	58,17	23,92	56,86	23,66	56,02	23,48
12	775,00	435,90	75,67	38,54	71,08	33,93	66,47	29,33	61,86	26,01	63,79	26,65	62,70	25,56	60,90	24,85	59,59	24,56	58,76	24,36
13	800,00	450,00	78,41	40,08	73,81	35,48	69,21	30,87	64,60	27,06	66,53	28,19	65,44	27,10	63,64	25,79	62,33	25,47	61,50	25,26
$\delta=0,95$		Armaduras [cm <sup>2</sup> ] sobre apoio ( $A_{s, \text{neg}}$ ) e no centro do vão ( $A_{s, \text{pos}}$ ), funções do $M_{d, \text{neg}}$ [kNm], do $f_{ck}$ [MPa] e de $\delta$ - viga 25 x 50 cm vão 6 m																		
		C20		C30		C40		C50		C55		C60		C70		C80		C90		
Caso	$M_{d, \text{neg}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	
1	475,00	290,70	43,29	22,63	38,93	18,03	34,56	16,71	30,19	16,16	32,53	16,03	31,54	15,92	29,91	15,76	28,74	15,66	28,00	15,59
2	498,75	305,20	45,89	24,22	41,53	19,62	37,16	17,70	32,79	17,08	35,13	16,92	34,14	16,80	32,51	16,63	31,34	16,51	30,60	16,43
3	522,50	319,80	48,49	25,82	44,13	21,22	39,76	18,72	35,40	18,01	37,73	17,84	36,74	17,70	35,11	17,50	33,94	17,37	33,20	17,28
4	546,25	334,30	51,09	27,41	46,73	22,80	42,36	19,75	38,00	18,95	40,33	18,76	39,34	18,61	37,71	18,39	36,54	18,24	35,81	18,14
5	570,00	348,80	53,70	29,00	49,33	24,39	44,96	20,81	40,60	19,91	42,93	19,69	41,94	19,52	40,31	19,28	39,14	19,11	38,41	19,00
6	593,75	363,40	56,30	30,60	51,93	25,99	47,56	21,90	43,20	20,89	45,53	20,64	44,54	20,46	42,91	20,18	41,74	20,00	41,01	19,88
7	617,50	377,90	58,90	32,18	54,53	27,58	50,17	23,02	45,80	21,87	48,14	21,61	47,14	21,40	45,51	21,09	44,34	20,89	43,61	20,76
8	641,25	392,40	61,50	33,77	57,13	29,17	52,77	24,57	48,40	22,88	50,74	22,58	49,74	22,35	48,12	22,02	46,95	21,79	46,21	21,65
9	665,00	407,00	64,10	35,37	59,73	30,77	55,37	26,16	51,00	23,91	53,34	23,58	52,35	23,32	50,72	22,95	49,55	22,71	48,81	22,55
10	688,75	421,50	66,70	36,96	62,34	32,36	57,97	27,75	53,60	24,95	55,94	25,07	54,95	24,30	53,32	23,90	52,15	23,63	51,41	23,45
11	712,50	436,10	69,30	38,56	64,94	33,95	60,57	29,35	56,20	26,02	58,54	26,67	57,55	25,58	55,92	24,86	54,75	24,57	54,01	24,37
12	736,25	450,60	71,90	40,15	67,54	35,54	63,17	30,94	58,81	27,10	61,14	28,26	60,15	27,17	58,52	25,83	57,35	25,51	56,61	25,30
13	760,00	465,10	74,51	41,73	70,14	37,13	65,77	32,53	61,41	28,21	63,74	29,85	62,75	28,76	61,12	26,96	59,95	26,46	59,22	26,23



Figura B-2 – Dimensionamento de armaduras para momentos fletores positivos e negativos em vigas hiperestáticas com  $\delta$  de 0,90 e 0,85

Armaduras [cm <sup>2</sup> ] sobre apoio ( $A_{s, \text{neg}}$ ) e no centro do vão ( $A_{s, \text{pos}}$ ), funções do $M_{d, \text{neg}}$ [kNm], do $f_{ck}$ [MPa] e de $\delta$ - viga 25 x 50 cm, vão 6 m																												
$\delta=0,90$		C20			C30			C40			C50			C55			C60			C70			C80			C90		
Caso	$M_{d, \text{neg}}$	$M_{d, \text{vão}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$		
1	450,00	300,30	41,08	23,68	36,97	19,08	32,87	17,36	28,77	16,77	31,65	16,62	30,77	16,50	29,33	16,33	28,30	16,22	27,67	16,14								
2	472,50	315,30	43,54	25,33	39,44	20,72	35,33	18,40	31,23	17,72	34,12	17,55	33,23	17,42	31,79	17,23	30,76	17,10	30,13	17,02								
3	495,00	330,30	46,01	26,97	41,90	22,37	37,80	19,46	33,70	18,69	36,58	18,50	35,70	18,36	34,26	18,14	33,23	18,00	32,60	17,90								
4	517,50	345,40	48,47	28,62	44,37	24,01	40,26	20,56	36,16	19,68	39,05	19,47	38,16	19,31	36,72	19,07	35,69	18,91	35,06	18,80								
5	540,00	360,40	50,94	30,27	46,83	25,66	42,73	21,68	38,63	20,68	41,51	20,45	40,63	20,26	39,19	20,00	38,16	19,82	37,53	19,70								
6	562,50	375,40	53,40	31,91	49,30	27,30	45,19	22,83	41,09	21,44	43,98	21,44	43,09	21,23	41,65	20,94	40,62	20,74	39,99	20,61								
7	585,00	390,40	55,87	33,55	51,76	28,95	47,66	24,35	43,56	22,74	46,44	22,44	45,56	22,22	44,12	21,89	43,09	21,67	42,46	21,52								
8	607,50	405,40	58,33	35,20	54,23	30,59	50,12	25,99	46,02	23,80	48,91	23,47	48,02	23,21	46,58	22,85	45,55	22,61	44,92	22,45								
9	630,00	420,50	60,79	36,85	56,69	32,24	52,58	27,64	48,48	24,88	51,37	24,96	50,48	24,23	49,04	23,83	48,01	23,57	47,38	23,39								
10	652,50	435,40	63,26	38,48	59,16	33,88	55,05	29,27	50,95	25,97	53,84	26,60	52,95	25,50	51,51	24,81	50,48	24,52	49,85	24,33								
11	675,00	450,50	65,72	40,13	61,62	35,53	57,51	30,93	53,41	27,10	56,30	28,25	55,41	27,16	53,97	25,82	52,94	25,50	52,31	25,29								
12	697,50	465,50	68,19	41,78	64,09	37,17	59,98	32,57	55,88	28,24	58,77	29,89	57,88	28,80	56,44	27,00	55,41	26,49	54,78	26,26								
13	720,00	480,50	70,65	43,42	66,55	38,82	62,44	34,21	58,34	29,61	61,23	32,53	60,34	30,44	58,90	28,65	57,87	27,48	57,24	27,23								
Armaduras [cm <sup>2</sup> ] sobre apoio ( $A_{s, \text{neg}}$ ) e no centro do vão ( $A_{s, \text{pos}}$ ), funções do $M_{d, \text{neg}}$ [kNm], do $f_{ck}$ [MPa] e de $\delta$ - viga 25 x 50 cm, vão 6 m																												
$\delta=0,85$		C20			C30			C40			C50			C55			C60			C70			C80			C90		
Caso	$M_{d, \text{neg}}$	$M_{d, \text{vão}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$		
1	425,00	310,10	38,94	24,76	35,13	20,15	31,33	18,04	27,52	17,39	30,97	17,23	30,20	17,10	28,95	16,92	28,07	16,80	27,53	16,71								
2	446,25	325,60	41,27	26,46	37,46	21,85	33,66	19,13	29,85	18,38	33,30	18,20	32,53	18,06	31,28	17,86	30,40	17,72	29,86	17,62								
3	467,50	341,10	43,60	28,15	39,79	23,55	35,98	20,25	32,18	19,40	35,62	19,19	34,85	19,03	33,60	18,80	32,72	18,65	32,19	18,54								
4	488,75	356,60	45,92	29,85	42,11	25,25	38,31	21,39	34,50	20,43	37,95	20,20	37,18	20,02	35,93	19,76	35,05	19,59	34,51	19,47								
5	510,00	372,10	48,25	31,55	44,44	26,94	40,64	22,57	36,83	21,48	40,28	21,22	39,51	21,02	38,26	20,73	37,38	20,54	36,84	20,41								
6	531,25	387,60	50,58	33,25	46,77	28,64	42,96	24,04	39,16	22,55	42,60	22,26	41,83	22,03	40,58	21,71	39,70	21,50	39,17	21,35								
7	552,50	403,10	52,91	34,94	49,10	30,34	45,29	25,74	41,49	23,63	44,93	23,31	44,16	23,06	42,91	22,70	42,03	22,47	41,50	22,31								
8	573,75	418,60	55,23	36,64	51,42	32,04	47,62	27,43	43,81	24,74	47,26	24,76	46,49	24,10	45,24	23,71	44,36	23,45	43,82	23,27								
9	595,00	434,10	57,56	38,34	53,75	33,74	49,94	29,13	46,14	25,87	49,58	26,45	48,81	25,36	47,56	24,73	46,68	24,44	46,15	24,25								
10	616,25	449,60	59,89	40,04	56,08	35,43	52,27	30,83	48,47	27,03	51,91	28,15	51,14	27,06	49,89	25,76	49,01	25,44	48,48	25,23								
11	637,50	465,10	62,22	41,73	58,41	37,13	54,60	32,53	50,80	28,21	54,24	29,85	53,47	28,76	52,22	28,96	51,34	26,46	50,81	26,23								
12	658,75	480,60	64,54	43,43	60,73	38,83	56,92	34,23	53,12	29,62	56,56	31,55	55,79	30,45	54,54	28,66	53,66	27,49	53,13	27,24								
13	680,00	496,10	66,87	45,13	63,06	40,53	59,25	35,92	55,45	31,32	58,89	33,24	58,12	32,15	56,87	30,35	55,99	29,05	55,46	28,26								

Figura B-3 – Dimensionamento de armaduras para momentos fletores positivos e negativos em vigas hiperestáticas com  $\delta$  de 0,80 e 0,75

Caso		Armaduras [cm <sup>2</sup> ] sobre apoio ( $A_{s, \text{neg}}$ ) e no centro do vão ( $A_{s, \text{pos}}$ ), funções do $M_{d, \text{neg}}$ [kNm], do $f_{ck}$ [MPa] e de $\delta$ - viga 25 x 50 cm - vão 6 m																			
		C20		C30		C40		C50		C55		C60		C70		C80		C90			
$M_{d, \text{neg}}$	$M_{d, \text{vão}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$		
<b><math>\delta=0,80</math></b>																					
1	400,00	36,87	25,84	33,40	21,24	29,93	18,73	26,45	18,02	30,46	17,85	29,81	17,71	28,76	17,52	28,03	17,38	27,60	17,29		
2	420,00	336,00	39,06	27,59	35,59	22,99	32,12	19,87	28,64	32,65	18,87	32,00	18,71	30,95	18,49	30,22	18,34	29,79	18,24		
3	440,00	352,00	41,25	29,35	37,78	24,74	34,31	21,05	30,83	34,84	19,90	34,19	19,73	33,14	19,47	32,41	19,31	31,98	19,19		
4	460,00	368,00	43,44	31,10	39,97	26,50	36,50	22,26	33,02	37,03	20,95	36,38	20,75	35,33	20,47	34,60	20,28	34,17	20,16		
5	480,00	384,00	45,63	32,85	42,16	28,25	38,69	23,65	35,21	39,22	22,01	38,57	21,79	37,52	21,48	36,79	21,27	36,36	21,13		
6	500,00	400,00	47,82	34,60	44,35	30,00	40,88	25,40	37,40	41,41	23,10	40,76	22,85	39,71	22,50	38,98	22,27	38,55	22,11		
7	520,00	416,00	50,01	36,36	46,54	31,75	43,07	27,15	39,59	43,60	24,47	42,95	23,93	41,90	23,54	41,17	23,28	40,74	23,11		
8	540,00	432,00	52,20	38,11	48,73	33,51	45,26	28,90	41,79	45,80	26,22	45,15	25,13	44,10	24,59	43,37	24,30	42,93	24,11		
9	560,00	448,00	54,39	39,86	50,92	35,26	47,45	30,65	43,98	47,99	27,98	47,34	26,88	46,29	25,65	45,56	25,34	45,12	25,13		
10	580,00	464,00	56,58	41,61	53,11	37,01	49,64	32,41	46,17	50,18	29,73	49,53	28,64	48,48	28,84	47,75	26,39	47,31	26,16		
11	600,00	480,00	58,77	43,37	55,30	38,76	51,83	34,16	48,36	52,37	31,48	51,72	30,39	50,67	28,59	49,94	27,45	49,50	27,20		
12	620,00	496,00	60,96	45,12	57,49	40,51	54,02	35,91	50,55	54,56	33,23	53,91	32,14	52,86	30,34	52,13	29,04	51,69	28,25		
13	640,00	512,00	63,15	46,87	59,68	42,27	56,21	37,66	52,74	56,75	34,98	56,10	33,89	55,05	32,10	54,32	30,79	53,88	29,95		
<b><math>\delta=0,75</math></b>																					
Caso		Armaduras [cm <sup>2</sup> ] sobre apoio ( $A_{s, \text{neg}}$ ) e no centro do vão ( $A_{s, \text{pos}}$ ), funções do $M_{d, \text{neg}}$ [kNm], do $f_{ck}$ [MPa] e de $\delta$ - viga 25 x 50 cm - vão 6 m																			
		C20		C30		C40		C50		C55		C60		C70		C80		C90			
$M_{d, \text{neg}}$	$M_{d, \text{vão}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$	$A_{s, \text{neg}}$	$A_{s, \text{pos}}$		
1	375,00	330,10	34,87	26,95	31,77	22,34	28,67	19,45	25,57	30,15	18,49	29,63	18,34	28,78	18,13	28,20	17,99	27,86	17,89		
2	393,75	346,60	36,92	28,76	33,82	24,15	30,72	20,65	27,62	32,20	19,55	31,68	19,38	30,83	19,14	30,25	18,98	29,91	18,87		
3	412,50	363,10	38,98	30,56	35,88	25,96	32,78	21,88	29,68	34,26	20,62	33,74	20,44	32,89	20,16	32,31	19,98	31,97	19,86		
4	431,25	379,60	41,03	32,37	37,93	27,77	34,83	23,16	31,73	36,31	21,72	35,79	21,51	34,94	21,20	34,36	21,00	34,02	20,86		
5	450,00	396,10	43,08	34,18	39,98	29,57	36,88	24,97	33,78	38,36	22,83	37,84	22,59	36,99	22,25	36,41	22,03	36,07	21,87		
6	468,75	412,60	45,14	35,98	42,04	31,38	38,94	26,78	35,84	40,42	24,10	39,90	23,70	39,05	23,32	38,47	23,07	38,13	22,90		
7	487,50	429,10	47,19	37,79	44,09	33,19	40,99	28,58	37,89	42,47	25,91	41,95	24,82	41,10	24,40	40,52	24,12	40,18	23,93		
8	506,25	445,60	49,24	39,60	46,14	35,00	43,04	30,39	39,94	44,52	27,71	44,00	26,62	43,15	25,49	42,57	25,18	42,23	24,98		
9	525,00	462,10	51,30	41,41	48,20	36,80	45,10	32,20	42,00	46,58	29,52	46,06	28,43	45,21	26,63	44,63	26,26	44,29	26,04		
10	543,75	478,60	53,35	43,21	50,25	38,61	47,15	34,01	44,05	48,63	31,33	48,11	30,24	47,26	28,44	46,68	27,36	46,34	27,11		
11	562,50	495,10	55,40	45,02	52,30	40,42	49,20	35,81	46,10	50,68	33,13	50,16	32,04	49,31	30,24	48,73	28,94	48,39	28,19		
12	581,25	511,60	57,46	46,83	54,36	42,23	51,26	37,62	48,16	52,74	34,94	52,22	33,85	51,37	32,05	50,79	30,75	50,45	29,91		
13	600,00	528,10	59,51	48,64	56,41	44,04	53,31	39,43	50,21	54,79	36,75	54,27	35,66	53,42	33,86	52,84	32,55	52,50	31,72		

Figura B-4 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C30

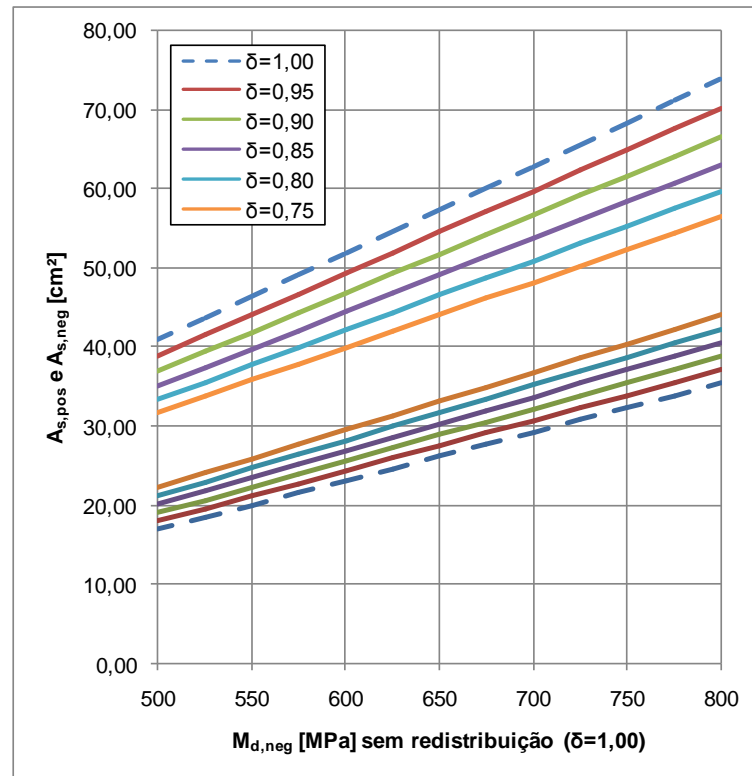


Figura B-5 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C40

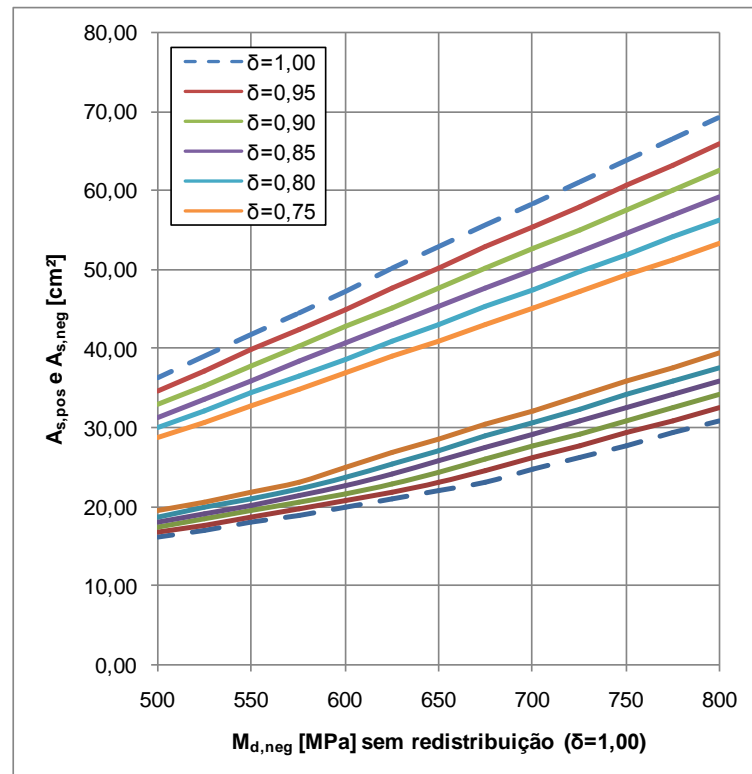


Figura B-6 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C70

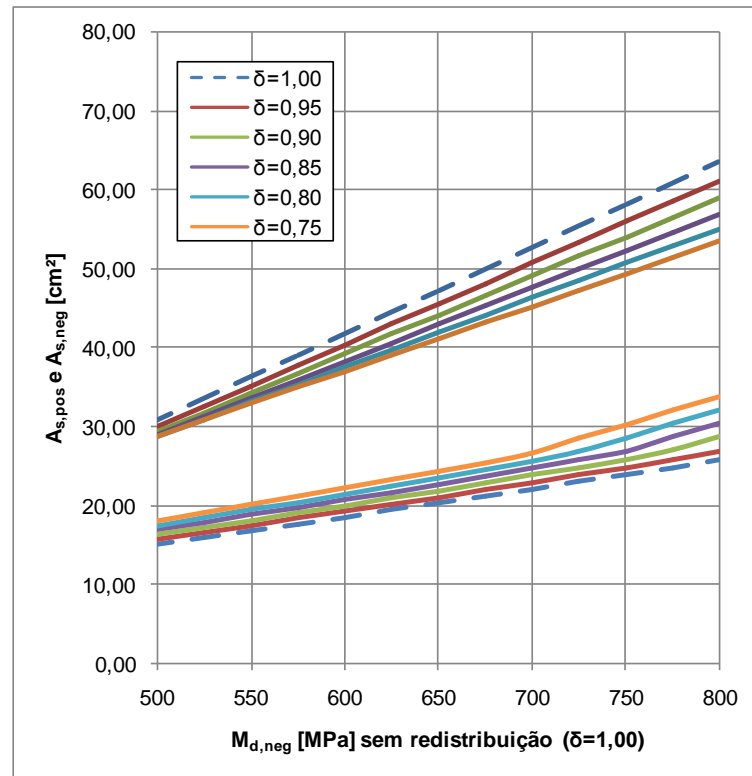


Figura B-7 – Áreas de aço totais para seção 25 x 50 cm e concreto C80

