

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE NUMÉRICA SOBRE A REDUÇÃO DE ARRASTO PELA APLICAÇÃO DE  
MICROCANAIS EM SUPERFÍCIES VISANDO A APLICAÇÕES AERODINÂMICAS

por

Paulo Arthur Beck

Tese para obtenção do Título de  
Doutor em Engenharia Mecânica

Porto Alegre, dezembro de 2014

ANÁLISE NUMÉRICA SOBRE A REDUÇÃO DE ARRASTO PELA APLICAÇÃO DE  
MICROCANAIS EM SUPERFÍCIES VISANDO A APLICAÇÕES AERODINÂMICAS

por

Paulo Arthur Beck

Mestre em Engenharia Mecânica

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Horácio Antonio Vielmo

Aprovada por:

Prof. Dr. Adriane Prisco Petry .....PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. César José Deschamps.....POSMEC/UFSC

Prof. Dr. Francisco José de Souza .....FEMEC/UFU

Prof. Rogério José Marczak

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 5 de dezembro de 2014

*Dedicado às minhas filhas, Julia e Luiza, e a minha mãe e irmã Katherine.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Horacio Antonio Vielmo, pela confiança em mim depositada e pelo crescimento acadêmico e humano que essa convivência me proporcionou. Expresso minha gratidão ao sistema CAPES/CNPq pelo auxílio bolsa de estudos e ao PROMEC/UFRGS pelo suporte financeiro aos eventos e congressos que participei como doutorando.

## RESUMO

Esta tese apresenta os resultados da utilização de superfícies com microcanais como método de controle passivo de escoamento visando à redução do arrasto turbulento. Obtém-se essa redução pelo aumento da anisotropia das tensões de Reynolds junto à parede, situação em que o estado da turbulência se torna localmente axissimétrico e a uma componente. Utilizam-se as equações de Navier-Stokes para formular os escoamentos e o modelo de transporte de Tensões de Reynolds para computar as quantidades turbulentas. Aproximam-se essas equações pelo Método dos Volumes Finitos e a solução numérica é computada com o solucionador Star-CCM+ v. 8.06. Propõe-se um modelo de predição de redução de arrasto para uma placa plana com microcanais de seção retangular e dimensões geométricas variáveis, aplicando a formulação e o método numérico para calcular a anisotropia das tensões de Reynolds, o estado da turbulência e a redução de arrasto relativamente a uma placa de superfície lisa e de mesma área molhada. No capítulo de análise e discussão emprega-se o triângulo de Lumley-Pope para determinar o estado da turbulência e a trajetória de retorno à isotropia do escoamento, após verificar a incerteza numérica e validar o resultado com o modelo de predição e o da teoria da placa plana. Conduzem-se as análises quantitativas examinando as tensões de cisalhamento, as tensões de Reynolds e a morfologia do escoamento em pontos do interior e em superfícies lisas e adjacentes aos microcanais. Conclui-se apresentando uma visão geral dos resultados e propondo alternativas de desdobramento e continuidade deste trabalho.

Palavras-chave: Redução de arrasto; turbulência, microcanais; Método dos Volumes Finitos

## **ABSTRACT**

The potential reduction of turbulent drag is investigated for flows over a flat plate with streamwise aligned microgrooves. For this purpose, the connection between the anisotropy of the Reynolds stresses and drag reduction effect is presented, and a model is developed in order to estimate the drag reduction potential according to flow and geometrical settings. The Navier-Stokes transport equations particularized for incompressible flows are used to describe the fluid motion, and the turbulence quantities are evaluated using the linear pressure-strain Reynolds stress transport model. The quantities are estimated using the Finite-Volume Method, which is applied to a set of grids with different refinement levels and groove topologies. After validating the numerical results against the predictions of the proposed model, and the theoretical estimates available in the literature, the author discusses the drag reducing effect by examining the state of turbulence in the microgrooves, also providing an assessment on the anisotropy of the Reynolds Stresses inside, near and outside the grooves. In the final chapter, conclusions are drawn, and outlooks of possible extensions to this work are suggested.

Keywords: drag reduction; microgrooves; turbulence; Finite-Volume Method

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1	Objetivos e proposição .....	2
1.2	Organização do texto.....	3
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>4</b>
2.1	Anisotropia das tensões de Reynolds e redução de arrasto .....	6
2.2	Derivação do estado limite da turbulência junto à parede.....	10
<b>3</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO</b> .....	<b>12</b>
<b>4</b>	<b>MÉTODO NUMÉRICO</b> .....	<b>17</b>
4.1	Equação de transporte de um escalar $\phi$ .....	17
4.2	Termo transiente.....	17
4.3	Fluxo advectivo .....	18
4.4	Fluxo difusivo.....	19
4.5	Termo fonte volumétrico.....	20
4.6	Gradientes reconstruídos e limitados .....	20
4.7	Iteração implícita.....	24
4.8	Forma Delta .....	24
4.9	Solução iterativa .....	24
4.9.1	Método algébrico multimalha (AMG) .....	25
4.9.2	Método iterativo Gauss-Seidel .....	25
4.10	Discretização da equação da continuidade .....	26
4.10.1	Faces interiores ao domínio.....	26
4.10.2	Faces de contorno com velocidade prescrita .....	27
4.10.3	Faces de contorno com pressão prescrita .....	28
4.11	Discretização da equação de conservação de quantidade de movimento .....	29
4.11.1	Discretização do termo de tensões viscosas para faces interiores .....	29
4.11.2	Discretização do termo de tensões viscosas para faces de contorno .....	29
4.11.3	Discretização do termo de pressão .....	30
4.12	Algoritmo SIMPLE .....	30
4.13	Estimativa de erros e verificação de resultados.....	31

4.13.1	Estimativa de erros .....	31
4.13.2	Método para verificação de resultados .....	32
<b>5</b>	<b>MODELAGEM DE UMA PLACA PLANA COM MICROCANAIS .....</b>	<b>34</b>
5.1	Modelo para predição de redução de arrasto por microcanaís .....	34
5.1.1	Exemplo de aplicação do modelo.....	39
5.2	Domínio computacional e geração de malhas .....	40
5.2.1	Distância à parede adimensional $y_w^+$ .....	40
5.2.2	Dimensionamento da camada limite .....	40
5.2.3	Dimensionamento dos microcanaís.....	41
5.2.4	Geração de malhas.....	41
5.3	Condições de contorno e iniciais.....	42
5.3.1	Sumário dos parâmetros de simulação do presente trabalho e de geração de malhas	43
5.4	Validação do modelo matemático e do método numérico .....	46
5.4.1	Casos de validação .....	46
5.4.2	Modelo de validação .....	48
5.4.3	Verificação e resultados da validação .....	50
<b>6</b>	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....</b>	<b>52</b>
6.1	Verificação e validação dos resultados .....	52
6.2	Tensões de cisalhamento .....	55
6.3	Coeficientes de atrito e distância adimensional à parede .....	57
6.4	Estado da turbulência .....	58
6.5	Tensões de Reynolds .....	61
6.6	Energia cinética turbulenta e taxa de dissipação dessa energia.....	64
6.7	Morfologia do escoamento na região dos microcanaís .....	65
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>68</b>
7.1	Contribuições deste trabalho .....	68
7.2	Possíveis aplicações na indústria aeronáutica .....	69
7.3	Sugestões de continuidade.....	69
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>70</b>
	<b>APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB PARA CÁLCULO DA ANISOTROPIA E</b>	
	<b>OBTENÇÃO DO TRIÂNGULO DE LUMLEY-POPE .....</b>	<b>78</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Triângulo de Lumley-Pope e os estados limites de turbulência com dados de Moser et al, 1999. ....	8
Figura 2.2 - Tensões de Reynolds na região onde $y^+ < 395$ , dados de Moser et al., 1999 .....	9
Figura 2.3 - Tensões de Reynolds na região onde $y^+ < 12$ , dados de Moser et al., 1999 .....	9
Figura 2.4 – Triângulo de Lumley-Pope na região onde $y^+ < 12$ , com dados de Moser et al., 1999 .....	10
Figura 3.1 – Perfil da função de mesclagem $\lambda$ obtido com a Eq. (3.29) .....	16
Figura 4.1 - Decomposição dos valores $\phi_0$ e $\phi_1$ em uma face interior.....	19
Figura 4.2 - Decomposição do valores $\phi_0$ e $\phi_f$ em uma face de contorno.....	20
Figura 5.1 – Características geométricas da placa plana com microcanais (não em escala)....	35
Figura 5.2 – Coeficiente de arrasto versus número de Reynolds, Eq. (5.3) .....	36
Figura 5.3 – Redução de arrasto versus $ReL$ para $n = \{7,13,25\}$ .....	39
Figura 5.4 – Domínio computacional e condições de contorno (sem escala) .....	43
Figura 5.5 - Distribuição de nós e características geométricas dos microcanais.....	45
Figura 5.6 – Região dos microcanais em detalhe, malha mais refinada (N1) .....	45
Figura 5.7 - Seção transversal do modelo de validação .....	49
Figura 6.1 – Resíduos de cálculo da simulação com a malha N1 e placa com microcanais ....	54
Figura 6.2 – Evolução de $CD$ com o número de iterações, placa com microcanais, malha N155	
Figura 6.3 – Tensões de cisalhamento devidas às flutuações transversais ao escoamento (ao longo do eixo $x_3$ ) .....	56
Figura 6.4 - Tensões de cisalhamento devidas às flutuações normais ao escoamento (ao longo do eixo $x_2$ ).....	57
Figura 6.5 - Tensões de cisalhamento alinhadas com o escoamento (ao longo do eixo $x_1$ )....	57
Figura 6.6 – Coeficiente de atrito no microcanal e parede lisa adjacente .....	58
Figura 6.7 – Distância adimensional à parede $y_w +$ .....	58
Figura 6.8 – Anisotropia das tensões de Reynolds na região dos microcanais centrais.....	59
Figura 6.9 - Trajetória de retorno à isotropia no interior do microcanal onde $x_3 = 0,025$ m..	59
Figura 6.10 - Distribuição de $y +$ no interior do microcanal central, onde $x_3 = 0,025$ m.....	60
Figura 6.11 - Trajetória de retorno à isotropia entre microcanais onde $x_3 = 0,02475$ m.....	60
Figura 6.12 - Evolução das tensões de Reynolds adimensionalizadas, onde $x_3 = 0,025$ m....	61

Figura 6.13 – Detalhe das tensões de Reynolds adimensionalizadas , onde $x_3 = 0,025$ m.....	61
Figura 6.14 - Triângulo de Lumley-Pope no centro do microcanal, onde $x_3 = 0,025$ m.....	62
Figura 6.15 - Evolução das tensões de Reynolds adimensionalizadas na superfície adjacente ao microcanal, onde $x_3 = 0,02475$ m .....	63
Figura 6.16 – Detalhe das tensões de Reynolds adimensionalizadas na superfície adjacente ao microcanal, onde $x_3 = 0,02475$ m.....	63
Figura 6.17 - Triângulo de Lumley-Pope na superfície adjacente ao microcanal, onde $x_3 = 0,02475$ m.....	64
Figura 6.18 – Energia cinética turbulenta adimensional $k^+ \equiv k/u * 2$ , onde $x_1 = 1,45$ m....	64
Figura 6.19 - Taxa adimensional de dissipação da energia cinética turbulenta $\varepsilon^+ \equiv \nu\varepsilon/u * 4$ , onde $x_1 = 1,45$ m.....	65
Figura 6.20 – Morfologia dos escoamentos secundários no plano $x_2 - x_3$ , em $x_1 = 1,45$ m	66
Figura 6.21 - Detalhe do escoamento secundário próximo ao vórtice esquerdo no plano $x_2 - x_3$ , onde $x_1 = 1,45$ m .....	66
Figura 6.22 – Perfis de velocidade na linha mediana do microcanal central e na superfície lisa adjacente, onde $x_1 = 1,45$ m.....	67
Figura 6.23 - Perfis de velocidade onde $x_1 = 1,45$ m e $y^+ < 10$ .....	67

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Estado limite da turbulência em termos dos invariantes $\xi$ e $\eta$ .....	7
Tabela 5.1 – Consolidação dos parâmetros utilizados na geração dos modelos .....	46
Tabela 5.2 – Simulações DNS com escoamentos em canal fechado com microcanais .....	47
Tabela 5.3 – Características do modelo de validação.....	49
Tabela 5.4 – Verificação da incerteza numérica do modelo de validação .....	50
Tabela 5.5 – Resultados da validação.....	51
Tabela 6.1 – Verificação dos resultados obtidos com as malhas N1, N2 e N3 .....	53
Tabela 6.2 – Força de arrasto e outras grandezas obtidas com a malha N1 .....	53
Tabela 6.3 – Consolidação e validação dos valores do coeficiente de arrasto .....	54

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

AIAA	American Institute of Aeronautics and Astronautics
DLR	Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt
DNS	Direct Numeric Simulation
ERCOFTAC	European Research Group on Flow, Turbulence and Combustion
MVF	Método dos Volumes Finitos
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques
PROMEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
RST	Reynolds Stress Transport
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Romanas

<i>a</i>	Coeficiente linear
<i>a</i>	Largura do microcanal, m
<b>a</b>	Vetor de face orientada
<i>A</i>	Área, m <sup>2</sup>
<i>A</i>	Função utilizada na distribuição hiperbólica de nós
<b>A</b>	Matriz de coeficientes
<b>A</b>	Tensor de tensões deviatórias normalizado, $\mathbf{A} \equiv A_{ij}$
<i>b</i>	Distância entre microcanais consecutivos, m
<b>b</b>	Vetor de resíduos de cálculo
<i>B</i>	Função utilizada na distribuição hiperbólica de nós
<i>B<sub>ij</sub></i>	Tensor de anisotropias
<i>c</i>	Altura do microcanal, m
<i>C<sub>D</sub></i>	Coeficiente de arrasto
<i>c<sub>f</sub></i>	Coeficiente de atrito local
<i>D</i>	Força de arrasto, N
<b>D</b>	Tensor (dissipação de energia cinética turbulenta)
<i>DR</i>	Redução de arrasto
<i>f(ζ)</i>	Função hiperbólica
<i>F<sub>s</sub></i>	Fator de segurança em estudos de dependência de malha
<i>g(ζ)</i>	Função hiperbólica
<i>GCI %</i>	Índice percentual de convergência entre as malhas
<i>h<sub>0</sub></i>	Altura da camada de células adjacente à parede, m
<i>H</i>	Altura, m
<i>k</i>	Energia cinética turbulenta, $k \equiv 1/2 \text{tr}(\mathbf{R})$ , J/kg
<i>k<sup>+</sup></i>	Energia cinética turbulenta adimensional, $k^+ \equiv k/u_*^2$
<i>I<sub>B</sub></i>	Primeiro invariante do tensor anisotropia, $I_{\mathbf{B}} \equiv \text{tr}(B_{ij})$
<i>II<sub>B</sub></i>	Segundo invariante do tensor anisotropia, $II_{\mathbf{B}} \equiv 1/2[-\text{tr}(B_{ij}^2)]$

$III_B$	Terceiro invariante do tensor anisotropia, $III_B \equiv \det(B_{ij})$
$I$	Intensidade da turbulência
$\mathbf{I}$	Tensor/Matriz identidade
$L$	Comprimento, m
$L_{off}$	Comprimento onde inicia-se a extensão do microcanal, m
$L_{crit}$	Comprimento onde inicia-se a transição ao regime turbulento, m
$\dot{m}$	Fluxo de massa, kg/s
$N$	Identificador de malha
$N_{B.L.}$	Espessura da camada limite turbulenta em número de camadas de células
$p$	Pressão, Pa
$p_{obs}$	Ordem observada de convergência do método numérico
$\mathbf{P}$	Tensor (produção de energia cinética turbulenta)
$r$	Resíduo
$r_h$	Razão entre as alturas de células em camadas adjacentes
$r_{ref}$	Razão de refinamento de projeto de malha
$\mathbf{R}$	Tensor de tensões de Reynolds, $\mathbf{R} \equiv R_{ij} = \overline{u_i u_j}$
$Re_y$	Número de Reynolds de parede, $Re_y \equiv \sqrt{k}y/\nu$
$Re_L$	Número de Reynolds característico, $Re_L \equiv \rho U_\infty L/\mu$
$Re_x$	Número de Reynolds local, $Re_x \equiv \rho U_\infty x/\mu$
$R_h$	Raio hidráulico, m
$\mathbf{s}$	Vetor distância
$t$	Tempo, s
$T$	Temperatura, K
$\mathbf{T}_l$	Tensor de tensões viscosas
$\mathbf{T}_t$	Tensor de tensões devidas à turbulência
$u_*$	Velocidade de referência $u_* \equiv \sqrt{\tau_w/\rho}$ , m/s
$u^+$	Velocidade adimensional, $u^+ \equiv U/u_*$
$\overline{u_i u_j}$	Covariante de flutuação de velocidade (i.e., uma tensão de Reynolds)
$\mathbf{u}$	Vetor velocidade (nas equações de transporte)
$\mathbf{U}$	Vetor velocidade
$U$	Velocidade na direção do eixo $x_1$ , m/s

$\bar{U}_B$	Velocidade média espacial de um escoamento, m/s
$V$	Volume, m <sup>3</sup>
$x_i$	Coordenada cartesiana
$\mathbf{x}$	Vetor posição ou vetor solução (de acordo com o contexto)
$W$	Largura, m
$y$	Distância à parede, m
$y^+$	Distância à parede adimensional, $y^+ \equiv \rho u_* y / \mu$
$y_w^+$	Altura adimensional das células adjacente à parede, $y_w^+ \equiv \rho u_* h_0 / \mu$

### Letras Gregas

$\alpha$	Vetor que define um ângulo de torção no cálculo de gradientes
$\alpha$	Razão entre índices de convergência $\alpha_{GCI} \equiv GCI_{23}\% / GCI_{12}\%$
$\Gamma$	Fluxo difusivo
$\delta$	Meia-largura de um canal, ou comprimento viscoso (dependente do contexto), m
$\delta_{B.L.}$	Espessura da camada limite turbulenta, m
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\Delta s$	Espaçamento entre dois nós consecutivos, m
$\varepsilon$	Taxa de dissipação turbulenta, J/kg · s
$\varepsilon^+$	Taxa de dissipação adimensional turbulenta, $\varepsilon^+ \equiv \nu \varepsilon / u_*^4$
$\varepsilon \%$	Estimativa de erro (de Richardson)
$\zeta$	Referência de nó (em uma malha computacional)
$\eta$	Anisotropia das tensões de Reynolds, $6\eta^2 = -2\Pi_b$
$\kappa$	Constante de Kolmogorov (0,42)
$\lambda$	Autovalor do tensor $B_{ij}$
$\mu$	Viscosidade molecular, Pa · s
$\tau_w$	Tensão de cisalhamento, N/m <sup>2</sup>
$\nu$	Viscosidade cinemática, m <sup>2</sup> /s
$\xi$	Variável do triângulo de Lumley-Pope, $6\xi^3 = 3\Pi\Pi_b$
$\rho$	Densidade, kg/m <sup>3</sup>
$\sigma_k$	Número de Schmidt turbulento, $\sigma_k \equiv \nu_t / K$
$\phi$	Quantidade escalar

$\Phi$	Tensor pressão-taxa-deformação
$\bar{E}$	Taxa média de dissipação de energia específica, W/kg
$Y_f$	Dissipação na face do tipo Rhie-e-Chow
$\omega$	Fator de sub-relaxação

### Subscritos

0	Quantidade na célula “0”
1	Quantidade na célula “1”
c	Quantidade na célula
efetiv	Efetivo(a)
f	Valor na face da célula
$f$	Face da célula
$g$	Quantidade referente à placa plana com microcanais
fn	Componente normal à face
$l, lam$	Quantidade laminar
n	Coeficiente vizinho
p	Célula atual ou coeficiente central (de acordo com o contexto)
r	Valor reconstruído
s	Quantidade referente à placa plana lisa
$t, turb$	Quantidade turbulenta
w	Parede
$\infty$	Quantidade não perturbada

### Sobrescritos

k	k-ésima iteração
n	passo de tempo
r	Valor reconstruído (em gradientes reconstruídos)
u	Ilimitado (em gradientes reconstruídos)
*	Valor de predição
´	Valor de correção
+	Quantidade adimensional



# 1 INTRODUÇÃO

Na área de fenômenos de transporte destacam-se os esforços das comunidades de pesquisa no estudo de escoamentos turbulentos em vários aspectos, objetivando a aplicação de resultados analíticos, experimentais ou numéricos ao projeto de máquinas mais eficientes do ponto de vista energético, com ciclos de fabricação e utilização menos agressivos ao meio ambiente. Nesse contexto, a pesquisa sobre o tema redução do arrasto devido à turbulência justifica-se, pois a maioria dos escoamentos de interesse tecnológico e científico são turbulentos. Entre as entidades que regularmente publicam resultados e promovem encontros, congressos e oficinas de aprendizado neste tema destacam-se o AIAA (“The American Institute of Aeronautics and Astronautics”) na América do Norte, o centro de pesquisa DLR (“Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt”) na Alemanha e a agência ONERA (“Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques”) na França. A associação ERCOFTAC (“European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion”) reúne vários grupos de interesse da comunidade europeia em pesquisa relacionada à turbulência. Entre publicações recentes originadas dessas entidades encontram-se os resultados sobre predição de arrasto por método numérico [Levy et al., 2013; Brodersen et. al, 2014], tecnologias para redução de arrasto em aeronaves [Abbas et al., 2013] e escoamentos em superfícies super-hidrofóbicas com microcanais [Tuerk et al., 2014].

A legislação ambiental tem crescente influência no direcionamento de pesquisas sobre redução de arrasto e aumento da eficiência aerodinâmica, citando-se como exemplo a proposição da Comissão Europeia [European Commission, 2011] para que aeronaves comerciais fabricadas no ano 2050 apresentem uma redução de 75% nas emissões de  $\text{CO}_2$  e de 90% nas emissões de  $\text{NO}_x$  por passageiro-quilômetro relativamente às aeronaves fabricadas no ano 2000. Diante desta perspectiva, o desenvolvimento de tecnologias que objetivem o aumento da eficiência aerodinâmica, definida pela razão entre o coeficiente de sustentação  $C_L$  e o coeficiente de arrasto  $C_D$  [Anderson Jr., 2004], justifica-se como linha de pesquisa. Entre essas tecnologias encontram-se os métodos de controle ativo e passivo de escoamento, compilados em Thiede, 2001, e reconhecidos como sendo uma área de pesquisa relevante em fluidodinâmica [Gollub, 2006]. Para escoamentos externos de interesse aerodinâmico estão entre os métodos ativos de controle de escoamento a injeção de ar, a injeção sintética de ar, os atuadores mecânicos microelétricos (MEMS - *Micro-Electrical-Mechanical-Systems*), e o

controle da camada limite por atuadores de plasma (DBD – *Dielectric-Barrier-Discharge*). Entre os métodos passivos, relacionam-se os dispositivos de rompimento de vórtices de grande escala (LEBU - *Large-Eddy-Break-Up*), as modificações morfológicas (*riblets* e microcanais) e os revestimentos conformes. Todos esses métodos caracterizam-se por atuar em aspectos fenomenológicos, seja a transição ao escoamento turbulento (retardo ou avanço), a separação (prevenção ou indução) ou a modificação do estado turbulento (por supressão ou intensificação).

## 1.1 Objetivos e proposição

Nesta tese, investiga-se a redução de arrasto por controle passivo de escoamento, propondo-se um modelo para predição dessa redução pela aplicação de microcanais em superfícies aerodinâmicas, adotando-se a placa plana com e sem microcanais como objetos desta investigação. Essa escolha baseia-se na constatação de que apesar da grande quantidade de resultados teóricos, experimentais e numéricos disponíveis em literatura (revisada no Capítulo 2) documentando o potencial de redução de arrasto de microcanais, os escoamentos utilizados para a geração de resultados são predominantemente internos. Essa abordagem simplifica a análise por método numérico, mas na situação em que os escoamentos são externos aparecem complicações como manter constantes a área molhada e o fluxo de massa quando comparando superfícies com e sem microcanais para estimar-se a redução de arrasto.

No modelo de predição de arrasto proposto no Capítulo 5 utiliza-se microcanais alinhados com o escoamento, sendo esse considerado incompressível e governado pelas equações de Navier-Stokes. Estima-se as quantidades turbulentas com o modelo de transporte de tensões de Reynolds (RST) com relação pressão-deformação linear devido a Launder et al., 1975, e modificado por contribuições de vários autores como descrito no Capítulo 3 juntamente com a formulação do escoamento. Aproxima-se as equações de conservação do escoamento e as quantidades turbulentas pelo Método dos Volumes Finitos, descrito no Capítulo 4, utilizando como solucionador o software Star-CCM+ v. 8.06 [CD-adapco, 2013].

## 1.2 Organização do texto

Este texto é organizado em capítulos e apêndices como seguem:

- No Capítulo 2 revisa-se a bibliografia sobre a redução de arrasto pelo emprego de microcanais.
- No Capítulo 3 descrevem-se as equações de conservação do escoamento e das quantidades turbulentas.
- No Capítulo 4 formula-se a aproximação das equações de conservação por método numérico e a solução do escoamento e quantidades turbulentas pelo Método dos Volumes Finitos.
- No Capítulo 5 apresenta-se o modelo de predição de arrasto e o caso de validação desse modelo.
- No Capítulo 6 apresenta-se a análise e discussão dos resultados.
- No Capítulo 7 apresentam-se as conclusões e considerações finais.
- O Apêndice A apresenta os programas MATLAB utilizados na geração e análise dos resultados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nos métodos de controle passivo, obtém-se principalmente o efeito de redução de arrasto alterando o estado da turbulência na região próxima à parede. Entre as primeiras proposições de controle passivo encontra-se a patente de Kramer, 1937, que dispôs arames finos de forma paralela e alinhada com o escoamento principal a uma pequena distância da superfície, objetivando suprimir as flutuações transversais de velocidade. Ash, 1974, apresentou a teoria sustentando a alteração do estado turbulento por superfícies conformes e em 1976 introduziu o conceito de que microestruturas alinhadas com o escoamento e posicionadas no interior da subcamada viscosa produzem a redução do arrasto viscoso. Essas microestruturas têm por objetivo minimizar a produção das tensões de Reynolds no interior da camada limite e são hoje conhecidas como *riblets*, sendo os aspectos teóricos desse método detalhados por Walsh, 1990. Walsh e Weinstein, 1978, relatam os primeiros resultados sobre a aplicação de *riblets* em escoamentos combinados com processos de transferência de calor, sendo seguidos por diversos pesquisadores desde então. Mais recentemente, Bechert et al. [1985; 1997; 2000] do centro de pesquisas DLR, publicam estudos relatando redução de arrasto em até 10% utilizando *riblets* delgados, um resultado similar àquele obtido por Gad-El-Hak, 2007, com microcanais de topologia “V”. O experimento de Hooshmand et al., 1983, e o estudo numérico de Choi et al., 1992, indicam que a tensão de cisalhamento reduz-se no espaço entre *riblets* devido ao espessamento da subcamada viscosa. Choi, 1989, relatou que a supressão cinemática das flutuações de velocidade transversal ao escoamento causa o efeito da redução de arrasto. Walsh, 1990, indica que a espessura das regiões de baixa velocidade aumenta na direção do escoamento, oscilando e eventualmente descolando da superfície. Durante esse processo, a produção de tensões de Reynolds é máxima dentro da camada limite turbulenta. Conclui-se que microestruturas projetadas para restringir flutuações próximas à parede, incluindo microcanais, apresentam potencial para redução de arrasto. Van Schwarz-Manen et al., 1990, e Suzuki e Kasagi, 1994, explicam esse fenômeno como consequência do decaimento das estruturas coerentes devido à desaceleração do escoamento entre microestruturas. Bechert et al., 1997, atribuem a redução de arrasto à restrição cinemática imposta aos escoamentos secundários e estruturas vorticiais, dessa forma reduzindo-se a viscosidade turbulenta e consequentemente tensões cisalhantes.

Frohnafel, 2007, obteve reduções significativas de arrasto (18~24%) utilizando microcanais de topologia “U” em escoamentos em canal fechado utilizando simulação numérica direta, ainda que não tenha obtido sucesso ao tentar obter comprovação experimental para esses resultados. Mohammadi e Floryan, 2013, demonstraram teoricamente que microestruturas propriamente posicionadas e dimensionadas são capazes de reduzir as tensões de cisalhamento independentemente da orientação do escoamento. Esse resultado teórico está alinhado com as conclusões de Jovanović e Hillerbrand, 2005, Jovanović et al., 2006, e Frohnafel et al., 2007a, demonstrando que as restrições cinemáticas impostas pela axissimetria local forçam a turbulência ao estado de uma componente junto à superfície. Nesse estado limite, a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta torna-se nula no interior da subcamada viscosa, forçando a taxa de dissipação de energia do escoamento médio a atingir um valor mínimo com conseqüente redução de arrasto.

Jovanović et al., 2010, explicam a redução de arrasto sob a perspectiva da taxa média específica de dissipação de energia cinética total  $\bar{E}$  de um escoamento segundo a Eq. (2.1)

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) = \overline{\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)} + \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad (2.1)$$

na direção do eixo  $x_1$  em um plano paralelo localizado a uma distância vertical  $x_2$  da parede, decomposto em um termo médio e outro correspondente às flutuações de velocidade. Expressa-se  $\bar{E}$  pela Eq. (2.2)

$$\bar{E} = \frac{1}{V} \int_V v \left( \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{U}_2}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_2} dV + \frac{1}{V} \int_V v \overline{\left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \frac{\partial u_1}{\partial x_2}} dV \quad (2.2)$$

onde os termos da primeira integral correspondem à taxa média específica de dissipação de energia cinética do escoamento médio, enquanto os termos da segunda integral correspondem àquela da energia cinética turbulenta. Interpreta-se  $\bar{E}$  como a potência específica requerida para equilibrar as tensões cisalhantes  $\tau_w$ , originadas pelo escoamento de um fluido de densidade  $\rho$  sobre uma área molhada  $A_w$ , com velocidade média  $\bar{U}_B$  através de um volume de controle  $V$  tal que

$$\bar{E} = A_w \tau_w \bar{U}_B / \rho V \quad (2.3)$$

$$\bar{U}_B = (1/A) \int_A \mathbf{U} \cdot \mathbf{da} \quad (2.4)$$

onde  $A$  é a área de fronteira do volume de controle  $V$  atravessado por um campo de velocidade  $\mathbf{U}$ . Sendo a maior contribuição para o valor de  $\bar{E}$  aquela das flutuações de velocidade, espera-se obter reduções de arrasto significativas pela minimização das tensões causadas pelas flutuações de velocidade junto à parede impondo axissimetria local ao estado da turbulência.

A axissimetria local (i.e., o estado da turbulência a uma componente) e a anisotropia das tensões de Reynolds são fenômenos relacionados, como constataram Lee e Kim, 2002, através de simulação numérica direta, Jovanović et al., 2006, ao compilar resultados teóricos, numéricos e experimentais e Frohnapfel et al., 2007b, em estudo teórico.

## 2.1 Anisotropia das tensões de Reynolds e redução de arrasto

O efeito de redução de arrasto produz-se pela maximização da anisotropia das tensões de Reynolds na região próxima à parede, situação em que o estado da turbulência é localmente axissimétrico. Pode-se examinar a anisotropia dessas tensões através do tensor simétrico de anisotropias normalizado

$$B_{ij} \equiv R_{ij}/2k - 1/3\delta_{ij} \quad (2.5)$$

onde  $R_{ij} \equiv \overline{u_i u_j}$  é o tensor de tensões de Reynolds cujas componentes

$$\overline{u_i u_j} = \overline{U_i U_j} - \bar{U}_i \bar{U}_j \quad (2.6)$$

representam os covariantes das flutuações de velocidade de um escoamento com velocidade  $\mathbf{U}$ , sendo  $k \equiv 1/2 \text{tr}(\overline{u_i u_j})$  a energia cinética turbulenta e  $\delta_{ij}$  o delta de Kronecker (i.e., as componentes do tensor identidade). As componentes na diagonal do tensor  $R_{ij}$  ( $\overline{u_1^2}$ ,  $\overline{u_2^2}$  e  $\overline{u_3^2}$  na direção alinhada, normal e transversal ao escoamento respectivamente) são tensões normais, enquanto as componentes fora da diagonal (e.g.  $\overline{u_1 u_2}$ ) são tensões de cisalhamento. O primeiro invariante do tensor  $B_{ij}$  é zero, i.e.,  $I_B \equiv \text{tr}(B_{ij}) = B_{ii} = 0$ , conseqüentemente,  $B_{ij}$  tem somente dois invariantes independentes, ou seja,  $II_B \equiv 1/2[-\text{tr}(B_{ij}^2)]$  e  $III_B \equiv$

$\det(B_{ij})$ . Representando esses invariantes pelas quantidades  $\xi$  e  $\eta$ , definem-se pelas equações (2.6) e (2.7)

$$6\eta^2 = -2II_b = B_{ii}^2 = B_{ij}B_{ji} \quad (2.7)$$

$$6\xi^3 = 3III_b = B_{ii}^3 = B_{ij}B_{jk}B_{ki} \quad (2.8)$$

Em qualquer ponto no espaço e tempo de um escoamento turbulento, podem-se determinar  $\xi$  e  $\eta$  a partir do tensor de tensões de Reynolds e representar graficamente o estado turbulento no plano  $\xi - \eta$ . Essa representação, denominada triângulo de Lumley-Pope [Lumley, 1978; Pope, 2000], permite distinguir a turbulência realizável (correspondente a um ponto no interior do triângulo) da não realizável (cujos autovalores do tensor de tensões de Reynolds são negativos ou complexos). Na Tabela 2.1, apresenta-se os estados limites da turbulência em termos dos invariantes  $\xi$  e  $\eta$  e dos autovalores  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  do tensor  $B_{ij}$ .

Tabela 2.1 - Estado limite da turbulência em termos dos invariantes  $\xi$  e  $\eta$

Estado da turbulência	Invariantes	Autovalores de $B_{ij}$	Figura 2.1
Isotrópica	$\xi = \eta = 0$	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$	iso
Duas componentes, axissimétrica	$\xi = -\frac{1}{6}, \eta = \frac{1}{6}$	$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{6}$	2C, axi
Uma componente	$\xi = \frac{1}{3}, \eta = \frac{1}{3}$	$\lambda_1 = \frac{2}{3}$ $\lambda_2 = \lambda_3 = -\frac{1}{3}$	1C
Axissimétrica (contração)	$\eta = \xi$	$-\frac{1}{3} \leq \lambda_1 = \lambda_2 \leq 0$	axi, $\xi > 0$
Axissimétrica (expansão)	$\eta = -\xi$	$0 \leq \lambda_1 = \lambda_2 \leq \frac{1}{6}$	axi, $\xi < 0$
Duas componentes	$\eta = (\frac{1}{27} + 2\xi^3)^{1/2}$	$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{3}$	2C

Fonte: adaptado de Pope, 2000.

Na Figura 2.1 apresenta-se o triângulo de Lumley-Pope cujas arestas laterais definem pelos estados de contração ( $u_1^2 > u_2^2 = u_3^2$ ) e expansão axissimétricas ( $u_1^2 < u_2^2 = u_3^2$ ),  $\eta = \xi$  e  $\eta = -\xi$  respectivamente. A linha curva calcula-se com as equações (2.7) e (2.8) e os vértices desse triângulo definem os estados de turbulência axissimétrica a duas componentes, a turbulência isotrópica e a turbulência a uma componente, onde  $\xi = \eta \approx \eta_{max} \approx 1/3$ . Na

análise a seguir, utiliza-se como exemplo os dados obtidos por simulação numérica direta de um escoamento em canal fechado onde  $Re_\tau = 395$  [Moser et al., 1999] e  $Re_\tau$  estima-se com base na meia-largura do canal  $\delta$  e na velocidade de referência  $u_*$  pela Eq. (5.26).

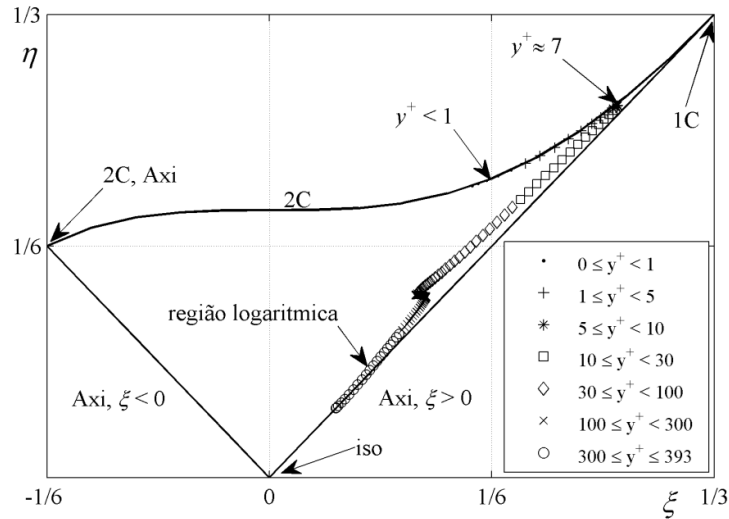


Figura 2.1 – Triângulo de Lumley-Pope e os estados limites de turbulência com dados de Moser et al, 1999.

Na Figura 2.2, apresentam-se as tensões normais do tensor de Reynolds, normalizadas por  $u_*^2$  com os dados de Moser et al., 1999, onde  $y_{max}^+ = 395$ . Na Figura 2.3 detalha-se a evolução dessas tensões normalizadas na região próxima à parede onde  $y^+ < 12$  e, na Figura 2.4, apresenta-se o comportamento da anisotropia utilizando o triângulo de Lumley-Pope para essa mesma região, onde o valor máximo de  $\eta \approx 0,27$  indica o estado da turbulência a uma componente. Explica-se esse comportamento examinando a intensidade da componente alinhada com a direção do escoamento  $\overline{u_1^2}^+$ , comparando-a com as intensidades das componentes normal  $\overline{u_2^2}^+$  e transversal  $\overline{u_3^2}^+$ . Muito próximo à parede, onde  $y^+ < 1$ , os gradientes de intensidade de  $\overline{u_1^2}^+$  e  $\overline{u_3^2}^+$  são maiores que aquele de  $\overline{u_2^2}^+$  e, conseqüentemente, o estado turbulento é a duas componentes e controlado pelas tensões alinhadas e transversais ao escoamento. Com o aumento da distância à parede e através da subcamada viscosa, a intensidade  $\overline{u_1^2}^+$  torna-se predominante e o estado da turbulência evolui para uma componente até que  $y^+ \approx 7$ , quando a anisotropia  $\eta$  atinge seu valor máximo e partir do qual o gradiente da intensidade  $\overline{u_2^2}^+$  torna-se progressivamente mais relevante com o aumento de  $y^+$ . O estado da turbulência tende a retornar à condição de isotropia ao longo da aresta do triângulo de



Lumley-Pope que indica a contração axissimétrica (i.e., onde  $\xi > 0$ ), sendo a inflexão observada na Figura 2.1 para  $y^+ \approx 100$  o ponto em que o escoamento ingressa na região logarítmica. Conclui-se que para aumentar a anisotropia (i.e., o valor de  $\eta$ ) junto à parede, faz-se necessário limitar ou amplificar uma das componentes do tensor de tensões de Reynolds. Os microcanais alinhados com o escoamento exploram o fato de que a intensidade das flutuações nessa direção é naturalmente maior do que aquelas nas direções normal e transversal, sendo assim conveniente obter o estado de turbulência a uma componente e localmente axissimétrico por imposição de restrições cinemáticas às flutuações transversais ao escoamento, dessa forma obtendo-se o efeito de redução de arrasto.

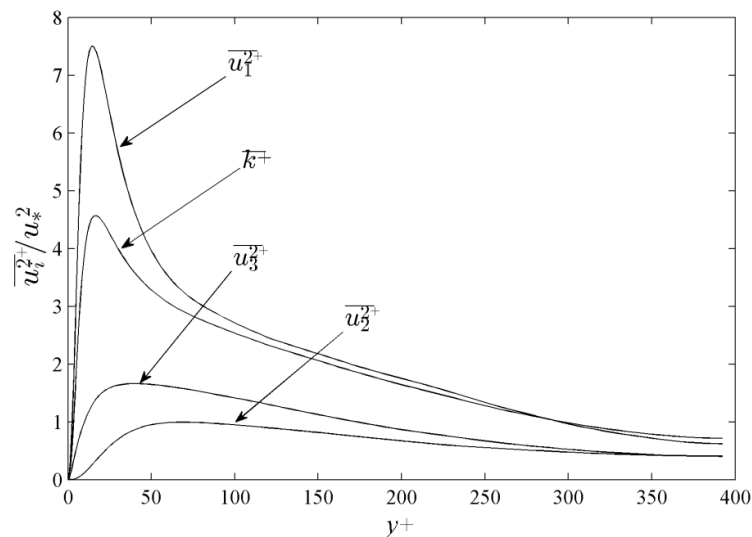


Figura 2.2 - Tensões de Reynolds na região onde  $y^+ < 395$ , dados de Moser et al., 1999

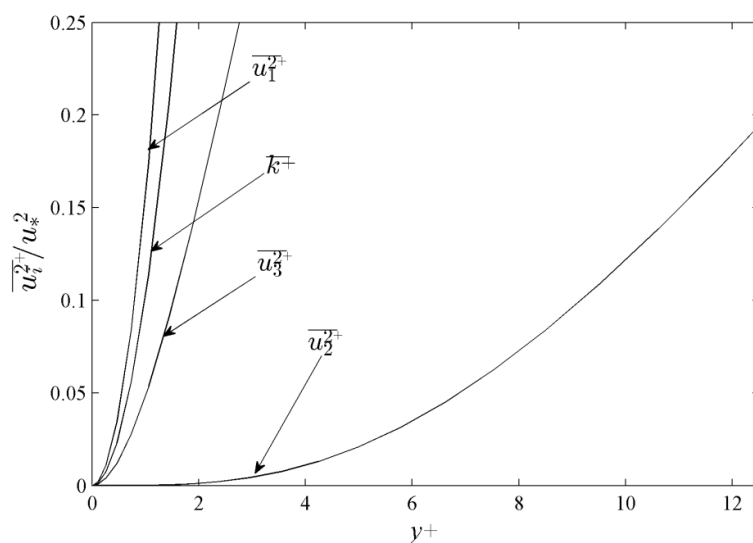


Figura 2.3 - Tensões de Reynolds na região onde  $y^+ < 12$ , dados de Moser et al., 1999

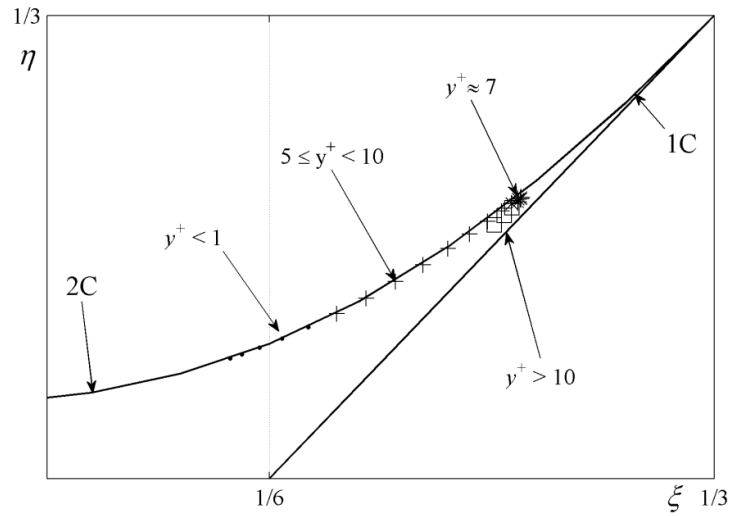


Figura 2.4 – Triângulo de Lumley-Pope na região onde  $y^+ < 12$ , com dados de Moser et al., 1999

## 2.2 Derivação do estado limite da turbulência junto à parede

Pode-se analisar matematicamente a evolução da anisotropia qualitativamente descrita na seção 2.1, como demonstram Jovanović e Hillerbrand, 2005, considerando o escoamento descrito pela Eq. (2.1). De acordo com Monin e Yaglom, 1987, pode-se expressar  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  por expansão em série de Taylor onde os termos de alta ordem são desconsiderados de tal forma que

$$\begin{cases} u_1 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 \\ u_2 = b_0 + b_1 x_2 + b_2 x_2^2 \\ u_3 = c_0 + c_1 x_2 + c_2 x_2^2 \end{cases} \quad (2.9)$$

Na Eq. (2.9), os coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  são funções do tempo e das coordenadas espaciais  $x_1$  e  $x_3$ , sendo  $x_3$  a direção do eixo cartesiano transversal ao escoamento. Ainda, esses coeficientes são estatisticamente independentes de  $x_1$ ,  $x_3$  e do tempo  $t$ . Fazendo-se  $x_2 \rightarrow 0$ , da condição de não deslizamento  $a_0 = u_1(0) = 0$  e  $c_0 = u_3(0) = 0$  e da condição de impermeabilidade  $b_0 = u_2(0) = 0$ . Na parede,  $u_1$  e  $u_3$  são zero para todo  $x_2$  e  $x_3$  respectivamente e, portanto,  $\partial u_1 / \partial x_1 |_{x_2=0} = 0$  e  $\partial u_3 / \partial x_3 |_{x_3=0} = 0$ . Da equação da continuidade  $\partial u_2 / \partial x_2 |_{x_2=0} = 0$  e, consequentemente,  $b_1 = 0$ . Aplicando esses resultados no sistema de equações (2.9), esse reduz-se ao sistema

$$\begin{cases} u_1 = a_1 x_2 + a_2 x_2^2 \\ u_2 = b_2 x_2^2 \\ u_3 = c_1 x_2 + c_2 x_2^2 \end{cases} \quad (2.10)$$

que expressa o estado turbulento a duas componentes em que as flutuações ocorrem em planos paralelos à parede. George e Hussein, 1991, demonstram que se as flutuações de pequena escala são localmente invariantes sob rotação ao redor do eixo  $x_1$ , as equações (2.11) a (2.13) são válidas para as derivadas de enésima ordem das flutuações de velocidade:

$$\overline{(\partial^n u_1 / \partial x_2^n)^2} = \overline{(\partial^n u_1 / \partial x_3^n)^2} \quad (2.11)$$

$$\overline{(\partial^n u_2 / \partial x_2^n)^2} = \overline{(\partial^n u_3 / \partial x_3^n)^2} \quad (2.12)$$

$$\overline{(\partial^n u_2 / \partial x_3^n)^2} = \overline{(\partial^n u_3 / \partial x_2^n)^2} \quad (2.13)$$

Combinando o sistema de equações (2.10) com as equações (2.11) a (2.13) e comparando os termos de  $x_2$  de mesma potência, torna-se evidente que os coeficientes  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  devem desaparecer para que a condição de axissimetria local seja satisfeita. Pode-se concluir que a turbulência não homogênea mas localmente axissimétrica, cujas propriedades estatísticas na região de dissipação são invariantes sob rotação ao redor do eixo alinhado com o escoamento principal, deve desaparecer na proximidade da parede. Pela teoria dos invariantes introduzida por Lumley, 1978, espera-se que as flutuações junto à parede satisfaçam as restrições impostas pela axissimetria local quando essas tendem assintoticamente ao estado limite de uma componente. Nesse caso, flutuações a dois componentes próximas à parede devem satisfazer a condição de axissimetria para as pequenas e grandes escalas [Jovanović et al., 2003], assim como a condição de axissimetria local. Ao aproximar-se o limite de uma componente, todos os coeficientes da expansão em série de Taylor para as flutuações de velocidade desaparecem juntamente com a taxa de dissipação próxima à parede, causando nessa região uma supressão significativa da turbulência de pequena escala.

### 3 MODELO MATEMÁTICO

Considerando-se escoamentos incompressíveis e turbulentos, sem gradientes de pressão na direção do escoamento e que as forças de campo são negligenciáveis, a formulação integral das equações de Navier-Stokes para continuidade e conservação quantidade de movimento torna-se respectivamente

$$\oint_A \mathbf{u} \cdot d\mathbf{a} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathbf{u} dV + \oint_A \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} \cdot d\mathbf{a} = (1/\rho) \{ - \oint_A p \mathbf{I} \cdot d\mathbf{a} + \oint_A \mathbf{T} \cdot d\mathbf{a} \} \quad (3.2)$$

Nas equações (3.1) e (3.2),  $\rho$  é a densidade,  $d\mathbf{a}$  é um vetor ortogonal a uma área infinitesimal,  $dV$  um volume infinitesimal,  $A$  é uma área,  $p$  é a pressão hidrostática,  $\mathbf{I} \equiv \delta_{ij}$  é o tensor identidade,  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade e  $\mathbf{T}$  é o tensor de tensões devidas à viscosidade. Na Eq. (3.2), o lado esquerdo da equação contém os termos transiente e fluxo advectivo, e lado direito contém os termos referentes às forças de superfície devidas ao campo de pressão e ao atrito viscoso onde

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_l + \mathbf{T}_t \quad (3.3)$$

Obtém-se o tensor de tensões viscosas através da equação

$$\mathbf{T}_l = \mu [\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T - 2/3 (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I}] \quad (3.4)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade molecular. Definindo-se o tensor de tensões de Reynolds como

$$\mathbf{R} = R_{ij} = \overline{u_i u_j} \quad (3.5)$$

Calcula-se o tensor de tensões devidas à turbulência pela equação

$$\mathbf{T}_t = -\rho \mathbf{R} \quad (3.6)$$

Nesta tese, adota-se o modelo de turbulência RST (“Reynolds Stress Transport”) com relação pressão-deformação linear [Launder et al., 1975; Gibson e Launder, 1978]. Justifica-se essa escolha pela capacidade desse modelo em capturar a anisotropia das tensões de Reynolds devidas ao movimento vortical, à curvatura das linhas de corrente, ao campo de pressão, a

mudanças rápidas na taxa de deformação, assim como os escoamentos secundários (ou transversais) ao escoamento principal [Pope, 2000]. Nesse modelo, a equação de transporte para  $\mathbf{R}$  é

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathbf{R} dV + \int_A \mathbf{R}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{da}) = 1/\rho [\int_A \mathbf{D} \cdot \mathbf{da} + \int_V (\mathbf{P} - 2/3 \rho \mathbf{I} \varepsilon + \Phi) dV] \quad (3.7)$$

Na Eq. (3.7), os termos no lado direito são a difusão de turbulência, a produção de turbulência, a dissipação viscosa de turbulência isotrópica e redistribuição pela interação entre pressão e tensões de Reynolds. Na Eq. (3.7), adota-se a proposição de Lien e Leschziner, 1994, tal que

$$\mathbf{D} = (\mu + \mu_t/\sigma_k) \nabla \mathbf{R} \quad (3.8)$$

onde  $\sigma_k \equiv \nu_t/K = 0,82$  é o número de Schmidt turbulento que fornece a razão entre o transporte de quantidade de movimento e o transporte de massa devidos à turbulência, sendo  $\nu_t$  a viscosidade turbulenta e  $K$  a difusividade por mistura de vórtices com o fluido [Brethouwer, 2005]. Calcula-se a viscosidade turbulenta isotrópica por

$$\mu_t = \rho C_\mu k^2/\varepsilon \quad (3.9)$$

onde  $C_\mu = 0.09$  é um coeficiente do modelo. A energia cinética turbulenta obtém-se em todo domínio a partir da equação

$$k \equiv 1/2 \operatorname{tr}(\mathbf{R}) \quad (3.10)$$

sendo  $\varepsilon$  é a taxa de dissipação da turbulência que estima pela equação de transporte

$$\frac{d}{dt} \int_V \varepsilon dV + \int_A \varepsilon \mathbf{u} \cdot \mathbf{da} = \frac{1}{\rho} \left[ \int_A \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \cdot \mathbf{da} + \int_V \left[ \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} \operatorname{tr} \mathbf{P} - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \right] dV \right] \quad (3.11)$$

Na Eq. (3.11),  $C_{\varepsilon 1} = 1,44$  e  $C_{\varepsilon 2} = 1,92$  são coeficientes do modelo. Nas equações (3.7) e (3.11), utiliza-se

$$\mathbf{P} = -\rho(\mathbf{R} \cdot \nabla \mathbf{u}^T + \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{R}) \quad (3.12)$$

As interações de pressão-deformação afetam as tensões de Reynolds por dois diferentes processos físicos – primeiro, devido às flutuações de pressão devido à interação mútua entre

escalas turbulentas e segundo, pela interação entre essas e regiões com velocidades médias diferentes [Launder et al., 1975]. Esse efeito é capturado nesta formulação pelo tensor pressão-taxa-deformação  $\Phi$  na Eq. (3.7) onde

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_r + \Phi_{1w} + \Phi_{2w} \quad (3.13)$$

Na Eq. (3.13), os quatro termos são a parte lenta  $\Phi_s$ , a parte rápida  $\Phi_r$  e os respectivos termos de reflexão de parede  $\Phi_{1w}$  e  $\Phi_{2w}$  [Gibson e Launder, 1978]. Modelam-se esses termos como segue:

$$\Phi_s = -C_1 \rho \varepsilon / k [(\mathbf{R} - 2/3 k \mathbf{I})] \quad (3.14)$$

$$\Phi_r = -C_2 [\mathbf{P} - 1/3 \mathbf{I}(\text{tr } \mathbf{P})] \quad (3.15)$$

$$\Phi_{1w} = \rho C_{1w} (\varepsilon / k) [(\mathbf{R} : \mathbf{N}) \mathbf{I} - 3/2 (\mathbf{R} \cdot \mathbf{N} + \mathbf{N} \cdot \mathbf{R})] f_w \quad (3.16)$$

$$\Phi_{2w} = C_{2w} [(\Phi_r : \mathbf{N}) \mathbf{I} - 3/2 (\Phi_r \cdot \mathbf{N} + \mathbf{N} \cdot \Phi_r)] f_w \quad (3.17)$$

Os coeficientes nas equações (3.14) a (3.17) dependem do número de Reynolds turbulento que define-se como

$$Re_y \equiv \rho \sqrt{k} y / \mu \quad (3.18)$$

e do tensor de tensões deviatórias (do tensor de tensões de Reynolds) normalizado pela energia cinética turbulenta

$$A_{ij} = \overline{u_i u_j} / k - 2/3 \delta_{ij} \quad (3.19)$$

Dessa forma, de acordo com Launder e Shima, 1989, calcula-se:

$$C_1 = 1 + 2,58 a (a_2^{1/4}) \{1 - \exp[(-0,0067 k^2 / \varepsilon \nu)^2]\} \quad (3.20)$$

$$C_2 = 0,75 \sqrt{a} \quad (3.21)$$

$$C_{1w} = -2/3 C_1 + 1,67 \quad (3.22)$$

$$C_{2w} = \max[(4C_2 - 1)/6C_2, 0] \quad (3.23)$$

Nas equações (3.20) a (3.23),  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $a = 1 - 9/8 (a_2 - a_3)$ ,  $a_2 = A_{ij}A_{ji}$ , e  $a_3 = A_{ik}A_{kj}A_{ji}$ . Nas equações (3.16) e (3.17),

$$f_w = \min(k^{3/2}/C_l\mu y, f_w^{\max}) \quad (3.24)$$

onde  $C_l = \kappa C_\mu^{-3/4}$  é um coeficiente do modelo,  $\kappa = 0,42$  é a constante de Kolmogorov e  $f_w^{\max} = 1,4$ , sendo o tensor  $\mathbf{N} = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$  o produto diádico do vetor unitário  $\mathbf{n}$  que é o negativo da direção da distância à parede  $y$ .

Na avaliação das quantidades não isotrópicas de  $\mu_t$  e  $\varepsilon$  (i.e., nas regiões próximas às paredes) utiliza-se a proposição de Rodi, 1991, calculando  $k$  a partir da Eq. (3.10) e a taxa de dissipação de turbulência não-isotrópica  $\varepsilon_{wall}$  através de uma função da distância à parede  $y$ . Relacionam-se as quantidades não-isotrópicas e isotrópicas com uma função para a escala de comprimento  $l_\varepsilon = f(y, Re_y)$ , e outra função para a razão de viscosidade turbulenta  $\mu_t/\mu = f(Re_y)$ . Dessa forma, calculam-se essas quantidades como:

$$\varepsilon_{wall} = k^{3/2}/l_\varepsilon \quad (3.25)$$

$$\mu_t = \lambda\mu_t|_{Eq.(3.9)} + (1 - \lambda)\mu(\mu_t/\mu)_{wall} \quad (3.26)$$

Calcula-se a escala de comprimento pela proposição de Wolfstein, 1969, onde

$$l_\varepsilon = C_l y [1 - \exp(-Re_y/2C_l)] \quad (3.27)$$

$$(\mu_t/\mu)_{wall} = Re_y C_\mu^{1/4} \kappa [1 - \exp(-Re_y/A_\mu)] \quad (3.28)$$

Na Eq. (3.28),  $A_\mu = 70$  é um coeficiente do modelo. Combinam-se os valores isotrópicos e não-isotrópicos seguindo Jongen, 1998, que propõe a função de mesclagem

$$\lambda = 1/2 \{1 + \tanh[(Re_y - Re_y^*)/A]\} \quad (3.29)$$

Nessa função, prescreve-se  $Re_y^* = 60$  como o limite de aplicabilidade da proposição de Rodi ,1991, expressa pelas equações (3.25) a (3.28), e a constante  $A$  determina a variação entre os limites inferior e superior dos valores calculados pela Eq. (3.29). Arbitrando que essa variação esteja dentro de 1% para um dado  $\Delta Re_y = Re_y - Re_y^*$ , prescreve-se  $\Delta Re_y = 10$  tal que  $A = |\Delta Re_y|/\text{atanh}(0,98) = 4,35$ . Na Figura 3.1 representa-se o perfil da função  $\lambda$  para  $Re_y^* = 60$ ,  $\Delta Re_y = 10$  e  $A = 4,35$ .

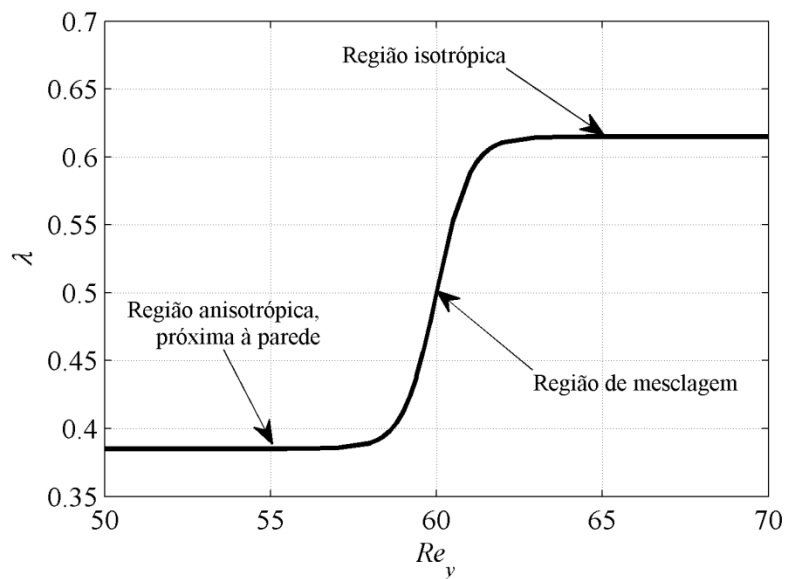


Figura 3.1 – Perfil da função de mesclagem  $\lambda$  obtido com a Eq. (3.29)

Finalmente, os valores isotrópicos e não isotrópicos de  $\varepsilon$  são acoplados introduzindo-se  $\lambda$  na forma delta (Eq. (4.38)) da equação de transporte para  $\varepsilon$  de tal forma que

$$a_p/\omega \Delta \varepsilon_p + \sum_n a_n \Delta \varepsilon_n = \lambda(b - a_p \varepsilon_p^i - \sum_n a_n \varepsilon_n^i) + (1 - \lambda)a_p(\varepsilon_p^{i+1}|_{wall} - \varepsilon_p^i) \quad (3.30)$$



## 4 MÉTODO NUMÉRICO

Nos casos de interesse desta tese, aproxima-se a equação da continuidade (3.1), a equação de conservação de quantidade de movimento (3.2), a equação de transporte de tensões de Reynolds (3.7) e equação da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (3.11) pelo Método dos Volumes Finitos (“MVF”), utilizando-se uma abordagem onde as equações de conservação de quantidade de movimento e a equação para a pressão são resolvidas de forma acoplada. Pode-se descrever a formulação dessa abordagem por um arranjo de variáveis centradas nas células e um esquema do tipo Rhie-e-Chow para resolver o acoplamento de pressão e velocidade, combinado com o algoritmo SIMPLE. Os métodos empregados nessa formulação baseiam-se nas contribuições devidas a diversos autores [Demirdzic et al. ,1993; Demirdzic e Musaférija, 1995; Ferziger e Peric, 2002; Mathur e Murthy, 1997a e 1997b; Peric et al., 1988]. Nas subseções a seguir, essa formulação é apresentada juntamente com as extensões ao MFV particulares ao solucionador Star-CCM+ v. 8.06 [CD-adapco, 2013], utilizado para obter-se a solução dos escoamentos.

### 4.1 Equação de transporte de um escalar $\phi$

No MVF, expressa-se o transporte de um escalar  $\phi$  no meio contínuo pela equação

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \oint_A \rho \phi \mathbf{u} \cdot \mathbf{da} = \oint_A \Gamma \nabla \phi \cdot \mathbf{da} + \int_V S_\phi dV \quad (4.1)$$

Os termos da Eq. (4.1) são, da esquerda para a direita, o termo transiente, o fluxo advectivo, o fluxo difusivo e o termo fonte volumétrico. Aplicando a Eq. (4.1) em um volume de controle centrado na célula “0” obtém-se a equação

$$\frac{d}{dt} (\rho \phi V)_0 + \sum_f [\rho \phi (\mathbf{u} \cdot \mathbf{a})]_f = \sum_f (\Gamma \nabla \phi \cdot \mathbf{a})_f + (S_\phi V)_0 \quad (4.2)$$

### 4.2 Termo transiente

Na aproximação do termo transiente adota-se um esquema de discretização temporal de primeira ordem, também conhecido como Euler implícito. Nesse esquema, utiliza-se o tempo atual  $n + 1$  e o tempo anterior  $n$  tal que

$$\frac{d}{dt}(\rho\phi V)_0 = [(\rho_0\phi_0)^{n+1} - (\rho_0\phi_0)^n]/\Delta t V_0 \quad (4.3)$$

### 4.3 Fluxo advectivo

Aproxima-se o fluxo advectivo pela equação

$$[\rho\phi(\mathbf{u} \cdot \mathbf{a})]_f = (\dot{m}\phi)_f = \dot{m}_f\phi_f \quad (4.4)$$

onde  $\phi_f$  e  $\dot{m}_f$  são respectivamente o valor do escalar e do fluxo de massa na face  $f$ . Utiliza-se esquema *upwind* de segunda ordem para calcular o valor de  $\phi_f$ , onde o fluxo advectivo nas faces interiores ao domínio calcula através das equações

$$(\dot{m}\phi)_f = \begin{cases} \dot{m}_f\phi_{f,0} & \text{para } \dot{m}_f \geq 0 \\ \dot{m}_f\phi_{f,1} & \text{para } \dot{m}_f < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

interpolando linearmente os valores  $\phi_{f,0}$  e  $\phi_{f,1}$  entre os valores de cada lado da face por

$$\begin{aligned} \phi_{f,0} &= \phi_0 + \mathbf{s}_0 \cdot (\nabla\phi)_{r,0} \\ \phi_{f,1} &= \phi_1 + \mathbf{s}_1 \cdot (\nabla\phi)_{r,1} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Na Eq. (4.6), os termos  $(\nabla\phi)_{r,0}$  e  $(\nabla\phi)_{r,1}$  denominam-se gradientes reconstruídos e limitados das células “0” e “1” respectivamente, obtendo-se a distância entre os centroides de células e os centroides de faces por

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_0 &= \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{s}_1 &= \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_1 \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor que define a posição absoluta desses centroides. Calcula-se o fluxo advectivo nas faces que definem o contorno do domínio como

$$(\dot{m}\phi)_f = \begin{cases} \dot{m}_f\phi_{f,0} & \text{para } \dot{m}_f > 0 \\ \dot{m}_f\phi_f & \text{para } \dot{m}_f < 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

onde  $\phi_{f,0}$  interpola-se do valor da célula pela Eq. (4.6) e o valor  $\phi_f$  extrai-se da condição de contorno.

#### 4.4 Fluxo difusivo

Seja  $D_f$  a forma discreta do termo difusivo

$$D_f \equiv \sum_f (\Gamma \nabla \phi \cdot \mathbf{a})_f \quad (4.9)$$

onde  $\Gamma$ ,  $\nabla \phi$  e  $\mathbf{a}$  representam respectivamente a difusividade, o gradiente e a área orientada da face. Para obter uma expressão de segunda-ordem que implicitamente utilize os valores de face  $\phi_0$  e  $\phi_1$ , emprega-se a decomposição representada na Figura 4.1 de tal forma que

$$\nabla \phi = (\phi_1 - \phi_0) \boldsymbol{\alpha} + \overline{\nabla \phi} - (\overline{\nabla \phi} \cdot \mathbf{ds}) \boldsymbol{\alpha} \quad (4.10)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{a} / (\mathbf{a} \cdot \mathbf{ds}) \quad (4.11)$$

$$\mathbf{ds} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0 \quad (4.12)$$

$$\overline{\nabla \phi} = (\nabla \phi_0 + \nabla \phi_1) / 2 \quad (4.13)$$

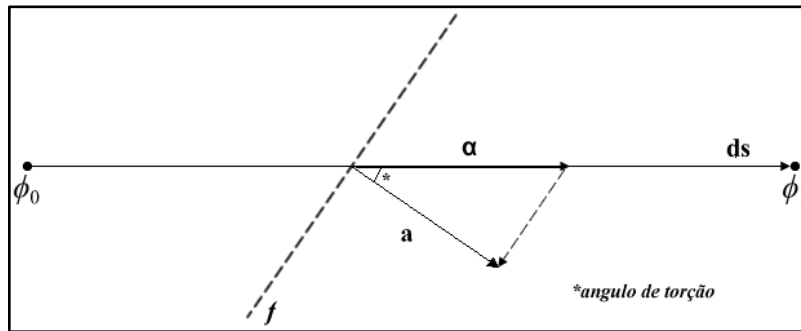


Figura 4.1 - Decomposição dos valores  $\phi_0$  e  $\phi_1$  em uma face interior

Obtém-se o fluxo difusivo para uma face interior (ao domínio) por

$$D_f = \Gamma_f \nabla \phi_f \cdot \mathbf{a} = \Gamma_f [(\phi_1 - \phi_0) \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a} + \overline{\nabla \phi} \cdot \mathbf{a} - (\overline{\nabla \phi} \cdot \mathbf{ds}) \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a}] \quad (4.14)$$

onde  $\Gamma_f$  é a média harmônica dos valores da célula. O segundo e o terceiro termos da Eq. (4.14) representam os gradientes secundários (ou de difusão cruzada) e são essenciais em

malhas não ortogonais. Para faces do contorno, utiliza-se a decomposição representada na Figura 4.2 onde

$$D_f = \Gamma_f \nabla \phi_f \cdot \mathbf{a} = \Gamma_f [(\phi_f - \phi_0) \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a} + \nabla \phi_0 \cdot \mathbf{a} - (\nabla \phi_0 \cdot \mathbf{ds}) \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a}] \quad (4.15)$$

$$\mathbf{ds} = \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_0 \quad (4.16)$$

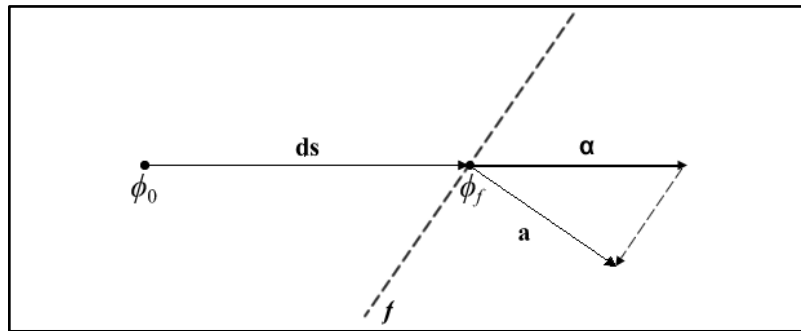


Figura 4.2 - Decomposição do valores  $\phi_0$  e  $\phi_f$  em uma face de contorno

#### 4.5 Termo fonte volumétrico

Aproxima-se o termo fonte na Eq. (4.1) de forma simples e consistente com um esquema de discretização de segunda ordem pela equação

$$\int_V S_\phi dV = (S_\phi V)_0 \quad (4.17)$$

#### 4.6 Gradientes reconstruídos e limitados

Na solução das equações de transporte, gradientes são requeridos para a reconstrução de valores escalares nas faces de células, nos termos de difusão cruzada, no acoplamento pressão-velocidade e no cálculo das taxas de deformação e rotação em modelos de turbulência. Para tanto, adota-se o seguinte procedimento na estimativa desses gradientes:

- i. Calcula-se o gradiente reconstruído (ilimitado), utilizando o método Gauss-Mínimos-Quadrados Híbrido ou o método Green-Gauss. Por ilimitado entende-se que o valor obtido poderá exceder os valores mínimos e máximos das células vizinhas.
- ii. Limita-se o valor obtido no cálculo do gradiente reconstruído. Utilizam-se os valores limitados na determinação dos fluxos nas faces das células.

- iii. Determinam-se os valores de fluxo nas faces das células (somente no método Green-Gauss)

No método Gauss-Mínimos-Quadrados Híbrido (Gauss-LSQ) calcula-se os gradientes ilimitados (sobrescrito  $u$ ) e reconstruídos (subscrito  $r$ ) de uma célula “0” pela equação

$$(\nabla\phi)_r^u = \sum_f (\phi_n - \phi_0) w_f^0 \quad (4.18)$$

onde

$$w_f^0 = \beta w_f^{lsq} + (1 - \beta) w_f^G \quad (4.19)$$

$$w_f^{lsq} = [\sum_f \mathbf{ds} \otimes \mathbf{ds} / (\mathbf{ds} \cdot \mathbf{ds})]^{-1} [\mathbf{ds}] / (\mathbf{ds} \cdot \mathbf{ds}) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{ds} = \mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0 \quad (4.21)$$

$$w_f^G = A_f / (V_0 + V_n) \quad (4.22)$$

Nas equações (4.18) a (4.22),  $\mathbf{x}_0$  e  $\mathbf{x}_n$  são os vetores posição dos centroides da célula “0” e de uma célula “n” vizinha compartilhando uma face  $f$ ,  $\phi_0$  e  $\phi_n$  são os valores escalares das células “0” e “n”,  $A_f$  é a área da face  $f$ ,  $V_0$  e  $V_n$  são os volumes das células “0” e “n”, sendo  $\beta$  é uma função de campo que gera o fator de sobreposição de gradientes. Utiliza-se essa função para determinar o método de reconstrução do gradiente como segue:

- Um fator de sobreposição 1 equivale a selecionar o método dos mínimos quadrados;
- Um fator de sobreposição 0 equivale a selecionar o método de Green-Gauss;
- Um fator de sobreposição entre 0 e 1 equivale a utilizar a combinação dos métodos anteriores onde

$$\nabla\phi = (\beta) \text{LSQ\_grad}(\phi) + (1 - \beta) \text{GG\_grad}(\phi) \quad (4.23)$$

Na Eq. (4.23),  $\beta$  é o fator de sobreposição da célula,  $\text{LSQ\_grad}(\phi)$  e  $\text{GG\_grad}(\phi)$  são os valores do gradiente de  $\phi$  calculados pelo método dos mínimos quadrados e de Green – Gauss respectivamente. O valor de  $\beta$  é o mínimo entre os seguintes critérios:

- Se a razão entre os autovalores do tensor de mínimos quadrados da célula for maior que um valor mínimo especificado como parâmetro de simulação, então  $\beta = 1$ . De outra forma,  $\beta$  assume esse valor mínimo.
- Se a tangente do ângulo entre  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{ds}$  (ângulo de torção, Figura 4.1) for menor que o produto entre a razão de aspecto da célula e o fator normalizado de curvatura de célula (um parâmetro de simulação), então  $\beta = 1$ . De outra forma,  $\beta$  é menor do que 1 e tende rapidamente a zero.
- Se o ângulo de torção for menor que um máximo e maior que um mínimo (parâmetros de simulação), então  $\beta = 1$ . De outra forma,  $\beta$  varia linearmente entre 0 e 1;
- Se a célula for do tipo Chevron (célula delgada cuja linha que une o centroide da mesma com o de uma célula vizinha não atravessa a face compartilhada entre as células), então  $\beta = 0$ .
- Se nenhuma situação anterior aplica-se, então  $\beta = 1$ .

Calcula-se o valor de  $\text{LSQ\_grad}(\phi)$  pelo método dos mínimos quadrados através da equação

$$(\nabla\phi)_r^u = [\sum_f \mathbf{ds} \otimes \mathbf{ds} / (\mathbf{ds} \cdot \mathbf{ds})]^{-1} [\sum_f (\phi_o - \phi_n) \mathbf{ds} / (\mathbf{ds} \cdot \mathbf{ds})] \quad (4.24)$$

e  $\text{GG\_grad}(\phi)$  obtém pelo método de Gauss. Expressa-se o teorema de divergência de Gauss pela equação

$$\int_V \nabla\phi dV = \oint_A \phi \mathbf{da} \quad (4.25)$$

cuja forma aproximada é

$$(\nabla\phi)_r^u = 1/V_0 \sum_f \phi_f \mathbf{a}_f \quad (4.26)$$

Aproxima-se na Eq. (4.26) o valor na face  $\phi_f$  pela média aritmética entre os valores das células vizinhas de tal forma que

$$\phi_f = (\phi_1 + \phi_0)/2 \quad (4.27)$$

Limita-se o valor obtido no cálculo do gradiente utilizando a proposição de Venkatakrishnan, 1994, onde o valor de face reconstruído da célula “0” é

$$\phi_{f,0} = \phi_0 + \mathbf{s}_0 \cdot \nabla \phi_{r,0} \quad (4.28)$$

onde  $\nabla \phi_{r,0}$  é o gradiente reconstruído de face. Para cada célula “0”, esse valor não deve exceder os valores mínimos e máximos dos centroides das células vizinhas e da própria célula “0”. Para tanto, define-se um fator de escala  $\alpha$  que expresse a razão entre os valores limitado e ilimitado

$$(\nabla \phi)_{r,0} = \alpha (\nabla \phi)_{r,0}^u \quad (4.29)$$

Para cada célula “0”, definem-se as quantidades

$$\begin{aligned} \phi_0^{max} &= \max(\phi_0, \phi_{viz}) \\ \phi_0^{min} &= \min(\phi_0, \phi_{viz}) \end{aligned} \quad (4.30)$$

onde  $\phi_{viz}$  representa o valor do escalar em cada célula vizinha com uma face comum à célula “0”. Definem-se ainda as quantidades

$$\begin{aligned} \Delta_{max} &= \phi_0^{max} - \phi_0 \\ \Delta_{min} &= \phi_0^{min} - \phi_0 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Para cada face  $f$  da célula “0” define-se

$$\Delta_f = \phi_{f,0} - \phi_0 = \mathbf{s}_0 \cdot (\nabla \phi)_{r,0}^u \quad (4.32)$$

$$r_f = \begin{cases} \Delta_f / \Delta_{max} & \text{para } \Delta_f > 0 \\ \Delta_f / \Delta_{min} & \text{para } \Delta_f \leq 0 \end{cases} \quad (4.33)$$

Calcula-se o limitador de Venkatakrishnan para o valor da face por

$$\alpha_f = (2r_f + 1) / [r_f(2r_f + 1) + 1] \quad (4.34)$$

onde o valor  $\alpha$  da célula é

$$\alpha = \min(\alpha_f) \quad (4.35)$$

#### 4.7 Iteração implícita

A abordagem de discretização dos termos da equação de conservação produz um sistema de equações lineares em que as incógnitas são os coeficientes das equações discretizadas. Expressa-se o sistema algébrico para a variável de transporte  $\phi$  na iteração  $k + 1$  por

$$a_p \phi_p^{k+1} + \sum_n a_n \phi_n^{k+1} = b \quad (4.36)$$

onde o somatório dá-se sobre a vizinhança  $n$  da célula  $p$ . Na Eq. (4.36), os termos no lado direito representam as contribuições explícitas (da  $k$ -ésima iteração), obtendo-se os coeficientes  $a_p$  e  $a_n$  diretamente dos termos discretizados. Introduce-se implicitamente um fator de sub-relaxação  $\omega$  por

$$\frac{a_p}{\omega} \phi_p^{k+1} + \sum_n a_n \phi_n^{k+1} = b + \frac{a_p}{\omega} (1 - \omega) \phi_p^k \quad (4.37)$$

onde o sobrescrito  $k + 1$  implica no valor após a produção da solução, tomando-se da iteração prévia ( $k$ ) o valor do termo fonte no lado direito da Eq. (4.37).

#### 4.8 Forma Delta

Resolve-se a Eq. (4.37) na forma delta, definindo  $\Delta\phi_p = \phi_p^{k+1} - \phi_p^k$  de maneira que

$$\frac{a_p}{\omega} \phi_p + \sum_n a_n \Delta\phi_n = b - a_p \phi_p^k - \sum_n a_n \phi_n^k \quad (4.38)$$

onde no lado direito da Eq. (4.38)

$$r = b - a_p \phi_p^k - \sum_n a_n \phi_n^k \quad (4.39)$$

é denominado resíduo e representa a Eq. (4.2) na iteração  $k$ . Por definição, o resíduo será zero quando essa equação Eq. (4.38) é exatamente satisfeita.

#### 4.9 Solução iterativa

Na solução iterativa empregam-se dois níveis de iteração: um laço externo para atualização da solução e um laço interno para solução do sistema de equações lineares.



Utiliza-se o método algébrico multi-malha (ou AMG – *Algebraic Multigrid*) para solucionar esse sistema, representado em forma matricial por

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (4.40)$$

Na Eq. (4.40), a matriz  $\mathbf{A}$  contém os coeficientes do sistema linear (e.g.  $a_p$  e  $a_n$  na Eq. (4.38)), o vetor  $\mathbf{x}$  representa as incógnitas ( $\Delta\phi_n$  na Eq. (4.38)) em cada célula e o vetor  $\mathbf{b}$  representa o resíduo em cada célula ( $r$  na Eq. (4.39)). Tipicamente,  $\mathbf{A}$  é uma matriz esparsa e métodos diretos como a eliminação de Gauss ou a decomposição LU tornam-se computacionalmente caros, justificando dessa forma o emprego do método AMG.

#### 4.9.1 Método algébrico multimalha (AMG)

Os métodos iterativos básicos têm lenta convergência mas são efetivos na remoção de componentes de alta frequência no vetor erro [CD-adapco, 2013]. Essa constatação sugere uma estratégia de convergência onde a solução seja obtida em etapas com utilização de malhas menos refinadas. O algoritmo multi-malha implementa essa estratégia com os seguintes passos:

- i. Agrupamento de células para formar uma malha menos refinada;
- ii. Transferência do resíduo da malha mais refinada para a menos refinada (etapa de restrição);
- iii. Transferência da correção da malha menos refinada para a mais refinada (etapa de prolongamento).

O método algébrico multi-malha (AMG) deriva uma malha menos refinada a partir de combinações aritméticas dos coeficientes calculados para a malha mais refinada. O Star-CCM+ utiliza o método AMG e quatro tipos de ciclos de utilização de níveis de refinamento de malha: os ciclos fixos F, V, W e o ciclo flexível. No ciclo flexível, os resíduos são monitorados após cada varredura em um nível de refinamento. Se a razão entre esses resíduos exceder um dado valor, a solução continuará a utilizar o mesmo nível de refinamento. Se o resíduo for reduzido abaixo de uma tolerância, a malha mais refinada é utilizada.

#### 4.9.2 Método iterativo Gauss-Seidel

Define-se o erro na iteração  $k$  por

$$\mathbf{e}^k = \mathbf{x} - \mathbf{x}^k \quad (4.41)$$

onde  $\mathbf{x}$  representa o vetor com a solução exata. Define-se o vetor de resíduos  $\mathbf{r}$  por

$$\mathbf{r}^k = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^k \quad (4.42)$$

de onde segue que

$$\mathbf{A}\mathbf{e}^k = \mathbf{r}^k \quad (4.43)$$

Portanto, a iteração continua até que o resíduo minimizado cause o mesmo efeito no erro. No método iterativo Gauss-Seidel, atualiza-se valor  $x_i$  de cada célula  $i$  com os coeficientes das  $n$  células vizinhas por

$$x_i = 1/A_{i,i} (b - \sum_n A_{i,n} x_n) \quad (4.44)$$

#### 4.10 Discretização da equação da continuidade

Expressa-se a equação da continuidade (Eq. (3.1)) em forma discreta por

$$\sum_f \dot{m}_f = \sum_f (\dot{m}_f^* + \dot{m}'_f) = 0 \quad (4.45)$$

Calcula-se o fluxo de massa não corrigido  $\dot{m}_f^*$  após solucionar as equações de conservação de quantidade de movimento, sendo  $\dot{m}'_f$  necessário para satisfazer a equação da continuidade. As subseções a seguir descrevem a obtenção da correção de pressão para faces interiores e de contorno.

##### 4.10.1 Faces interiores ao domínio

Para faces interiores ao domínio, calcula-se o fluxo de massa não corrigido por

$$\dot{m}_f^* = \rho_f [\mathbf{a} \cdot (\mathbf{u}_0^* + \mathbf{u}_1^*)/2] - Y_f \quad (4.46)$$

onde  $\mathbf{u}_0^*$  e  $\mathbf{u}_1^*$  são as velocidades após a solução das equações discretizadas de conservação de quantidade de movimento e  $Y_f$  é a dissipação do tipo Rhie-e-Chow na face onde

$$Y_f = Q_f(p_1^* - p_0^* - \overline{\nabla p_f^*} \cdot \mathbf{ds}) \quad (4.47)$$

$$Q_f = \rho_f(V_0 + V_1/\bar{a}_0 + \bar{a}_1)\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a} \quad (4.48)$$

Na Eq. (4.48),  $V_0$  e  $V_1$  são os volumes,  $\bar{a}_0$  e  $\bar{a}_1$  são os coeficientes médios de todos as componentes de quantidade de movimento das células “0” e “1” respectivamente,  $p_1^*$  e  $p_0^*$  são as pressões obtidas na iteração anterior e  $\overline{\nabla p_f^*}$  é a média ponderada pelo volume dos gradientes de pressão  $\nabla p_0^*$  e  $\nabla p_1^*$  da célula, obtendo-se o vetor  $\boldsymbol{\alpha}$  pela Eq. (4.11). Calcula-se o fluxo de massa na face  $f$  de uma célula com a equação

$$\dot{m}_f = \rho_f(u_{fn}^* + u'_{fn})|\mathbf{a}| = (\rho_f u_{fn}^* + \rho_f u'_{fn})|\mathbf{a}| \quad (4.49)$$

onde o subscrito “ $fn$ ” indica a componente normal à face. Define-se

$$\rho_f u'_{fn}|\mathbf{a}| \equiv -Q_f(p'_1 - p'_0) \quad (4.50)$$

onde  $p'_1$  e  $p'_0$  são correções de pressão. Combinando as equações (4.49) e (4.50), a correção do fluxo de massa torna-se

$$\dot{m}'_f = Q_f(p'_1 - p'_0) \quad (4.51)$$

Das equações (4.45) e (4.51) obtém-se a forma discretizada da correção de pressão por

$$a_p p'_p + \sum_n a_n p'_n = r \quad (4.52)$$

onde o resíduo  $r$  é o fluxo líquido de massa na célula tal que

$$r = -\sum_f \dot{m}_f^* \quad (4.53)$$

#### 4.10.2 Faces de contorno com velocidade prescrita

Nas condições de contorno onde a velocidade é prescrita, calcula-se  $\dot{m}_f^*$  diretamente do valor prescrito de velocidade  $\mathbf{u}_f^*$  tal que

$$\dot{m}_f^* = \rho_f (\mathbf{a} \cdot \mathbf{u}_f^*) - Y_f \quad (4.54)$$

Nessa situação, as correções de fluxo de massa são zero e prescreve-se a condição de Neumann para a pressão por

$$p'_f = p'_0 \quad (4.55)$$

#### 4.10.3 Faces de contorno com pressão prescrita

Nas condições de contorno onde a pressão é prescrita, as correções de pressão são diferentes de zero. O fluxo de massa não corrigido é

$$\dot{m}_f^* = \rho_f (\mathbf{u}_f \cdot \mathbf{a}) - Y_f \quad (4.56)$$

onde  $\mathbf{u}_f$  é a velocidade no contorno. Define-se a dissipação  $Y_f$  por

$$Y_f = Q_f (p_f^* - p_0^* - \overline{\nabla p_0^*} \cdot \mathbf{ds}) \quad (4.57)$$

onde

$$Q_f = \rho_f V_0 / \bar{a}_0 (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{a}) \quad (4.58)$$

De forma similar ao procedimento adotado na obtenção da Eq. (4.51), estima-se a correção de fluxo de massa por

$$\dot{m}'_f = -Q_f (p'_0 - p'_f) \quad (4.59)$$

Observando-se que

$$\dot{m}'_f = (\partial \dot{m}_f^* / \partial p_f) p'_f = -(\mathbf{u}_f \cdot \mathbf{a} / |\mathbf{u}_f|^2) p'_f \quad (4.60)$$

combina-se essa equação e a Eq. (4.59) de forma a obter

$$\dot{m}'_f = \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{a} Q_f / \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{a} - Q_f |\mathbf{u}_f|^2 \quad (4.61)$$

$$p'_f = |\mathbf{u}_f|^2 Q_f / (Q_f |\mathbf{u}_f|^2 - \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{a}) p'_0 \quad (4.62)$$

#### 4.11 Discretização da equação de conservação de quantidade de movimento

Expressa-se a equação de conservação de quantidade de movimento (Eq. (3.2)) em forma discreta por

$$(\phi_0^{n+1} - \phi_0^n) / \Delta t V_0 + \sum_f [\mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{a})]_f = (1/\rho) [\sum_f (p\mathbf{I} \cdot \mathbf{a})_f + \sum_f (\mathbf{T} \cdot \mathbf{a})] \quad (4.63)$$

##### 4.11.1 Discretização do termo de tensões viscosas para faces interiores

Para fins de linearização do tensor de tensões viscosas  $\mathbf{T}$ , expressa-se o tensor velocidade na face  $\nabla \mathbf{u}_f$  em termos de velocidade na célula. Com auxílio da Eq. (4.11) obtém-se

$$\nabla \mathbf{u}_f = \Delta \mathbf{u} \otimes \boldsymbol{\alpha} + \overline{\nabla \mathbf{u}_f} - (\overline{\nabla \mathbf{u}_f} \cdot \mathbf{ds}) \otimes \boldsymbol{\alpha} \quad (4.64)$$

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_0 \quad (4.65)$$

$$\overline{\nabla \mathbf{u}_f} = (\nabla \mathbf{u}_0 + \nabla \mathbf{u}_1) / 2 \quad (4.66)$$

onde  $\nabla \mathbf{u}_0$  e  $\nabla \mathbf{u}_1$  são tensores de velocidade da célula calculados explicitamente.

##### 4.11.2 Discretização do termo de tensões viscosas para faces de contorno

Em paredes com deslizamento, prescreve-se a força de cisalhamento na face de contorno  $(\mathbf{T} \cdot \mathbf{a})_f$  com zero. Em paredes sem deslizamento, utiliza-se

$$\nabla \mathbf{u}_f = \Delta \mathbf{u} \otimes \boldsymbol{\alpha} + \overline{\nabla \mathbf{u}_0} - (\overline{\nabla \mathbf{u}_0} \cdot \mathbf{ds}) \otimes \boldsymbol{\alpha} \quad (4.67)$$

Na Eq. (4.67),

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_f - \mathbf{u}_0 \quad (4.68)$$

onde  $\mathbf{u}_f$  é uma velocidade tangencial prescrita à face. Para paredes sem deslizamento em escoamentos turbulentos, assume-se que somente a componente de velocidade paralela à parede é de interesse. Dessa forma, modela-se a força de cisalhamento por uma relação linear da diferença de velocidade entre as componentes paralela e de face por

$$(\mathbf{T} \cdot \mathbf{a})_f = -\gamma(\mathbf{u}_p^t - \mathbf{u}_f^t) \quad (4.69)$$

Utilizando a magnitude da tensão de cisalhamento  $\tau_w = \rho u_*^2$  e da velocidade adimensionalizada pela velocidade de referência  $u^+ \equiv |\mathbf{u}_p|/u_*$ , calcula-se o coeficiente de proporcionalidade

$$\gamma = |\mathbf{a}| \rho u_* / u^+ \quad (4.70)$$

#### 4.11.3 Discretização do termo de pressão

Calcula-se o termo de pressão na Eq. (4.63) em cada face das células por

$$p = (\bar{a}_0 p_{f0} + \bar{a}_1 p_{f1}) / (\bar{a}_0 + \bar{a}_1) \quad (4.71)$$

onde  $\bar{a}_0$  e  $\bar{a}_1$  são os coeficientes médios de todos as componentes de quantidade de movimento das células “0” e “1” respectivamente. Para faces internas, interpolam-se os valores  $p_{f0}$  e  $p_{f1}$  entre os valores das células e gradientes reconstruídos pela Eq. (4.28). Nas faces de contorno, utiliza-se

$$p_f = p_{f0} \quad (4.72)$$

## 4.12 Algoritmo SIMPLE

Utiliza-se o algoritmo SIMPLE devido a Patankar e Spalding, 1972, para controle geral da solução. Os passos desse algoritmo para cada atualização da solução (ou iteração) são os que seguem:

- i. Obter as condições de contorno;

- ii. Calcular gradientes reconstruídos de velocidade e pressão;
- iii. Calcular os gradientes de velocidade e pressão;
- iv. Resolver a equação de conservação da quantidade de movimento para criar um campo intermediário de velocidade  $\mathbf{u}^*$ ;
- v. Calcular os fluxos de massa não corrigidos  $\dot{m}_f^*$  nas faces;
- vi. Resolver a equação de correção de pressão para calcular o valor da correção de pressão  $p'$  das células;
- vii. Atualizar o campo de pressão

$$p^{n+1} = p^n + \omega p' \quad (4.73)$$

onde  $\omega$  é o fator de sub-relaxação para pressão;

- viii. Atualizar as correções de pressão no contorno  $p'_b$ ;
- ix. Corrigir os fluxos de massa nas faces por

$$\dot{m}_f^{n+1} = \dot{m}_f^* + \dot{m}'_f \quad (4.74)$$

- x. Corrigir o valor da velocidade nas células por

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - V \nabla p' / \mathbf{a}_p^V \quad (4.75)$$

onde  $\nabla p'$  é o gradiente das correções de pressão,  $V$  é o volume da célula e  $\mathbf{a}_p^V$  é o vetor de coeficientes centrais do sistema de equações lineares que representam as equações da velocidade;

- xi. Atualizar a densidade devido a mudanças na pressão;
- xii. Reciclar variáveis de armazenamento temporário.

#### 4.13 Estimativa de erros e verificação de resultados

##### 4.13.1 Estimativa de erros

Eça e Hoekstra, 2009, dividem os erros mensuráveis em três componentes: o erro de arredondamento, o erro de iteração e o erro de discretização. O erro de arredondamento é relacionado ao número de casas decimais utilizadas no processamento e à metodologia numérica aplicada, sendo o limite inferior desse erro limitado pelo refinamento de malha. Nas simulações apresentadas nesta tese, limita-se esse erro pela utilização de dupla precisão. O

erro de iteração é a diferença entre uma solução numérica intermediária e outra convergida para precisão de máquina. Esse erro surge devido às fontes de não linearidade (como os termos advectivos) do sistema de equações diferenciais parciais de Navier-Stokes. Os erros de discretização ocorrem pela representação das equações de conservação do escoamento como expressões algébricas em um domínio espacial e temporal discretos. Nesta tese, avaliam-se esses erros por estudo de dependência de malha de acordo com a metodologia de verificação proposta por Roache, 1994. Esse método, descrito na seção 4.13.2 a seguir, é derivado da extrapolação de Richardson generalizada [Roache e Knupp, 1993] e provê uma abordagem assintótica objetiva para verificação da incerteza numérica e independência dos resultados quanto ao refinamento de malha.

#### 4.13.2 Método para verificação de resultados

Os erros de discretização ocorrem pela representação das equações de conservação como expressões algébricas em um domínio espacial e temporal discretos. Quantificam-se esses erros por um estudo de dependência de malha conduzido de acordo com a metodologia de verificação proposta por Roache, 1998, e fundamentada na extrapolação de Richardson generalizada [Roache e Knupp, 1993; Roache, 1994]. Nessa metodologia, expressa-se a solução assintótica  $\phi_0$  de um escalar  $\phi$  por

$$\phi_0 \cong \phi_1 + (\phi_1 - \phi_2)/(r_{12}^{p_{obs}} - 1) \quad (4.76)$$

onde os subscritos “1” e “2” indicam as quantidades escalares obtidas para a malha mais refinada, denominada “N1”, e a malha intermediária, denominada “N2”, considerando-se uma verificação que utilize três malhas, sendo a malha menos refinada denominada “N3”. Na Eq. (4.76), calcula-se a razão de refinamento entre as malhas N1 e N2 através da equação

$$r_{12} = [(\text{Qtde. células em N1}) / (\text{Qtde. de células em N2})]^{1/3} \quad (4.77)$$

Para estimar a ordem observada de convergência do método numérico  $p_{obs}$  resolve-se iterativamente a equação

$$\epsilon_{23} \% / (r_{23}^{p_{obs}} - 1) = r_{12}^{p_{obs}} [\epsilon_{12} \% / (r_{12}^{p_{obs}} - 1)] \quad (4.78)$$

onde



$$r_{23} = [(\text{Qtde. células em N2}) / (\text{Qtde. de células em N3})]^{1/3} \quad (4.79)$$

$$\epsilon_{12}\% = 100(\phi_1 - \phi_2)/\phi_2 \quad (4.80)$$

$$\epsilon_{23}\% = 100(\phi_2 - \phi_3)/\phi_3 \quad (4.81)$$

Calcula-se o índice percentual de convergência entre a malha N1 e a malha N2 através da equação

$$GCI_{12}\% = F_s |\epsilon_{12}\%| / (r_{12}^{p_{obs}} - 1) \quad (4.82)$$

onde  $F_s = 1,25$  é um fator de segurança recomendado para verificação a três malhas [Roache, 1998]. De forma similar, calcula-se o índice percentual de convergência entre a malha N2 e a malha N3 através da equação

$$GCI_{23}\% = F_s |\epsilon_{23}\%| / (r_{23}^{p_{obs}} - 1) \quad (4.83)$$

Considera-se que o valor assintótico  $\phi_0$  é independente do refinamento da malha se

$$\alpha / r_{12}^{p_{obs}} \approx 1 \quad (4.84)$$

onde  $\alpha = GCI_{23}\% / GCI_{12}\%$ .

## 5 MODELAGEM DE UMA PLACA PLANA COM MICROCANAIS

A escolha da placa plana como modelo para aplicação da estratégia de redução do arrasto por microcanais justifica-se pela ubiquidade na literatura de resultados teóricos, experimentais e numéricos. Além disso, a geração e a verificação das malhas são simplificadas pela topologia do domínio computacional. A extensão dos métodos aplicados à placa plana fundamenta a utilização de microcanais em superfícies submetidas a escoamentos externos, como seções de aerofólios e superfícies de controle aerodinâmico.

### 5.1 Modelo para predição de redução de arrasto por microcanais

Adota-se como estratégia de detecção do efeito de redução de arrasto por aplicação de microcanais a comparação da força de arrasto  $D$  sobre uma superfície com microcanais com aquela sobre uma superfície lisa de mesma área molhada  $A_w$ , mantendo-se a similaridade dos escoamentos. Ainda, na Eq. (2.3), mantém-se o produto  $\rho V$  constante (i.e., a massa de fluido dentro do volume de controle  $V$ ), de tal forma que variações na dissipação média sejam devidas exclusivamente ao produto  $\tau_w \bar{U}_B$ .

O modelo corresponde a um escoamento paralelo e incompressível com ângulo de ataque zero sobre uma placa plana e finita cujas características geométricas representam-se na Figura 5.1. Nessa figura,  $L$  representa o comprimento de uma placa de largura  $W$  sendo  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  os eixos cartesianos orientados nas direções do escoamento, normal e transversal respectivamente. A altura dos microcanais representa-se por  $c$  e a sua largura por  $a$ . Separam-se os microcanais por uma distância  $b$ , sendo a largura total da região com microcanais  $W_g$ . A região com microcanais inicia-se a partir de uma distância  $L_{off}$  do bordo de ataque, onde  $x_1 = 0$ . O comprimento  $L_{crit}$  caracteriza a região onde o escoamento é laminar e  $L'$  corresponde àquele de uma placa de superfície lisa de mesma área molhada da placa com microcanais.

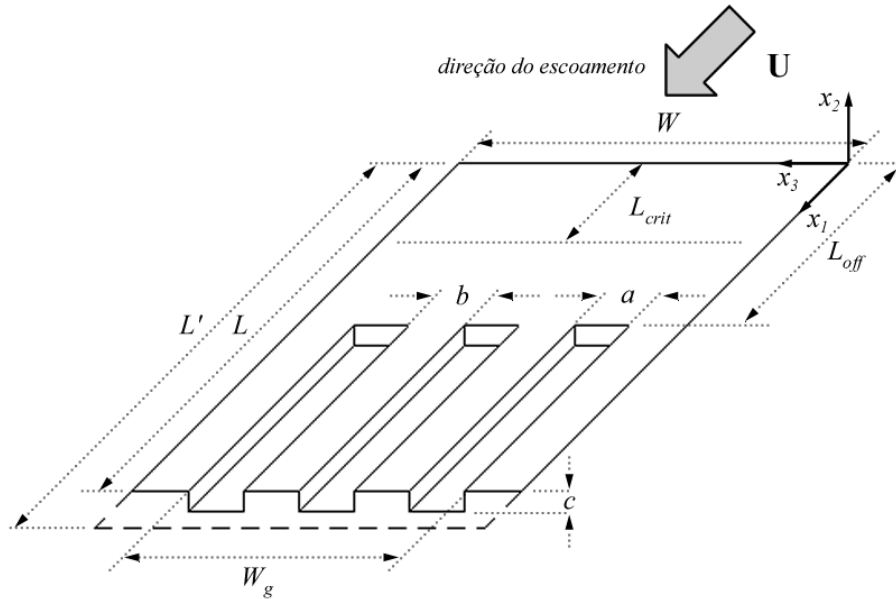


Figura 5.1 – Características geométricas da placa plana com microcanais (não em escala)

Explica-se a escolha do aumento do comprimento da placa lisa ao invés da sua largura para obter a mesma área molhada, argumentando que a preservação da largura mantém a distribuição de nós da malha no sentido transversal ao escoamento intacta permitindo, dessa forma, a comparação dos escoamentos secundários entre superfícies lisas e microcanais para malhas de mesmo refinamento. O maior comprimento da placa lisa tem como efeito colateral aumentar o volume do domínio computacional, sendo esse efeito compensado pela redução na altura  $H$  do domínio de forma a manter o produto  $\rho V$  na Eq. (2.3) constante, observando-se que  $H$  é arbitrária e prescrita de forma a não influenciar as quantidades de interesse no cálculo do coeficiente de arrasto. Esse define-se como

$$C_D = 2|\mathbf{D}|/\rho U_\infty^2 A_w \quad (5.1)$$

onde  $|\mathbf{D}|$  é a magnitude da resultante da força de superfície devida ao atrito viscoso e  $U_\infty$  é a velocidade livre do escoamento [Anderson, 2004], sendo a força devida ao campo de pressão de ordem inferior. O maior comprimento  $L'$  da placa lisa causa um aumento no número de Reynolds característico do escoamento

$$Re_L = U_\infty L/\nu \quad (5.2)$$

consequentemente reduzindo o coeficiente de arrasto teórico [Schlichting, 1979] obtido pela Eq. (5.3)

$$C_D(Re_x) = 0,455/(\log Re_x)^{2,58} - A(x)/Re_x \quad (5.3)$$

onde

$$A(Re_x) = Re_{L_{crit}}(0,074Re_x^{-1/5} - 1,328Re_x^{1/2}) \quad (5.4)$$

Nas equações (5.3) e (5.4),  $x$  é uma distância a partir do bordo de ataque de onde avalia-se  $Re_x$  com a Eq. (5.2) fazendo  $x = \{L, L'\}$ . Calcula-se o número de Reynolds crítico  $Re_{L_{crit}}$ , abaixo do qual o escoamento é laminar ou transicional, fazendo  $x = L_{crit}$  na Eq. (5.2). A redução do coeficiente de arrasto da placa lisa, devido ao maior número de Reynolds, favorece a estimativa de redução de arrasto por microcanais pois o coeficiente da placa lisa utilizado para comparação é menor do que aquele para o mesmo número de Reynolds da placa com microcanais. Na Figura 5.2 exhibe-se o comportamento da Eq. (5.2) nas proximidades do número de Reynolds utilizado nas simulações e cujos resultados são verificados e apresentados no Capítulo 6 a seguir.

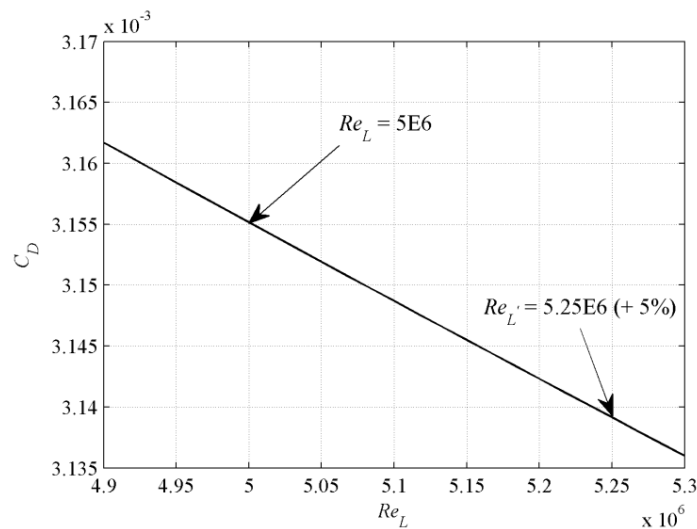


Figura 5.2 – Coeficiente de arrasto versus número de Reynolds, Eq. (5.3)

Para calcular a redução de arrasto, utiliza-se a equação Eq. (5.5)

$$DR = 1 - D_g/D_s \quad (5.5)$$

onde  $D_g$  é a força de arrasto sobre a placa com microcanais e  $D_s$  é a força de arrasto sobre a placa lisa. Calculam-se os termos do lado direito da Eq. (5.5) com as equações (5.6) e (5.7),

$$D_g = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \{ C_D(Re_L) [(W - W_g)L + W_g L_{off} + (n - 1)b(L - L_{off})] + c_{f,g} n A_g \} \quad (5.6)$$

$$D_s = C_D(Re_{L'}) \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 W L' \quad (5.7)$$

Os termos entre colchetes na Eq. (5.6) representam as contribuições à força de arrasto devidas às superfícies expostas ao escoamento turbulento, onde estima-se  $C_D(Re_L)$  utilizando a Eq. (5.3). O termo  $(W - W_g)L$  representa toda a extensão das áreas laterais à região ranhurada, o termo  $W_g L_{off}$  considera a área anterior aos microcanais e o termo  $(n - 1)b(L - L_{off})$  é a soma das áreas entre microcanais (onde  $x_1 > L_{off}$ ). O último termo entre parêntesis representa a contribuição ao arrasto devido aos  $n$  microcanais de área molhada  $A_g$ , onde  $c_{f,g}$  é o coeficiente de atrito no interior do canal. Sob as hipóteses de que os microcanais estão totalmente imersos no interior da subcamada viscosa, sendo o escoamento incompressível e não acelerado, sem escoamento médio no interior do microcanal nas direções transversal e normal, sem gradiente de pressão na direção do escoamento e na ausência de forças de campo, as equações de Navier-Stokes aplicadas ao interior do microcanal se reduzem à equação de Laplace  $\nabla^2 \bar{u}_1 = 0$  e  $\partial \bar{u}_1 / \partial x_1 = 0$ . O perfil de velocidade de um escoamento de Couette plano satisfaz essas equações, sendo tal fato utilizado por Bechert e Bartenwerfer, 1989, e Luchini et al., 1991, no cálculo da resistência oferecida por microcanais posicionados de forma alinhada ou transversal ao escoamento. Estima-se o coeficiente de atrito no escoamento de Couette por

$$c_{f,g} = 2/Re_g \quad (5.8)$$

onde o número de Reynolds característico do interior do canal estima-se com a equação

$$Re_g = u_g R_h / \nu \quad (5.9)$$

Na Eq. (5.9),  $u_g$  é a velocidade característica e  $R_h$  é o raio hidráulico do microcanal. Calcula-se o raio hidráulico dividindo a área da seção transversal do microcanal  $A_{g,c}$  pelo seu perímetro molhado  $p_{g,w}$ , sendo  $u_g$  relacionada com a velocidade do escoamento na vizinhança imediata dos microcanais. Dado que o escoamento no interior é impulsionado viscosamente pelo escoamento exterior ao microcanal, adota-se a velocidade de referência  $u_*$  como a melhor aproximação de tal forma que

$$u_g \cong u_* = U_\infty (C_D(L)/2)^{1/2} \quad (5.10)$$

Calcula-se a área molhada dos microcanais multiplicando o perímetro molhado do microcanal pelo extensão do mesmo, ou seja,

$$A_g = (L - L_{off})p_{g,w} \quad (5.11)$$

Para máxima redução de arrasto, faz-se  $Re \rightarrow \infty$  nas equações (5.3) e (5.8), situação essa que reduz a Eq. (5.5) à forma

$$DR_{max} = 1 - [(W - W_g)L/WL' + W_gL_{off}/WL' + (n - 1)b(L - L_{off})/WL'] \quad (5.12)$$

O exame da Eq. (5.12) indica que a redução máxima de arrasto é dependente de parâmetros geométricos dos microcanais somente, sendo essa conclusão concordante com a de Frohnapfel, 2007, para escoamentos em canal fechado. Observa-se ainda que se  $L' = L$  na Eq. (5.7), compara-se a redução de arrasto entre placas de mesma área projetada, ao invés de comparar placas de mesma área molhada. Fazendo  $L_{off} = 0$ , permite-se que os microcanais iniciem no bordo de ataque, sendo a extensão da região laminar regulada pelo comprimento  $L_{crit}$ .

O projeto dos microcanais essencialmente objetiva posicioná-los inteiramente dentro da subcamada viscosa, i.e., onde  $y^+ \leq 5$ . Com esse propósito, calcula-se o comprimento viscoso, estimado pela Eq. (5.13)

$$\delta = 2\nu/u_g \quad (5.13)$$

sendo esse comprimento utilizado para obter a largura adimensional  $a^+ = a/\delta$  e a altura adimensional  $c^+ = c/\delta$ . Fazendo  $a^+ \approx c^+ \approx 5$ , obtém-se microcanais totalmente imersos na

subcamada viscosa, sendo que o espaçamento  $b$  e a quantidade  $n$  determinam a densidade de microcanais na placa (i.e.,  $W_g$  na Eq. (5.6)).

### 5.1.1 Exemplo de aplicação do modelo

Exemplifica-se a aplicação deste modelo através de um escoamento de ar sobre uma placa de dimensões  $W = 0,05$  m e  $L = 1,50$  m, sendo os microcanais de seção retangular e dimensões  $a = 125$   $\mu\text{m}$ ,  $b = 375$   $\mu\text{m}$  e  $c = 100$   $\mu\text{m}$ . Prescreve-se ainda  $L_{crit} = 0,1125$  m e  $L_{off} = 0,225$  m. Na Figura 5.3, apresentam-se as curvas de redução de arrasto para  $n = \{7,13,25\}$  canais.

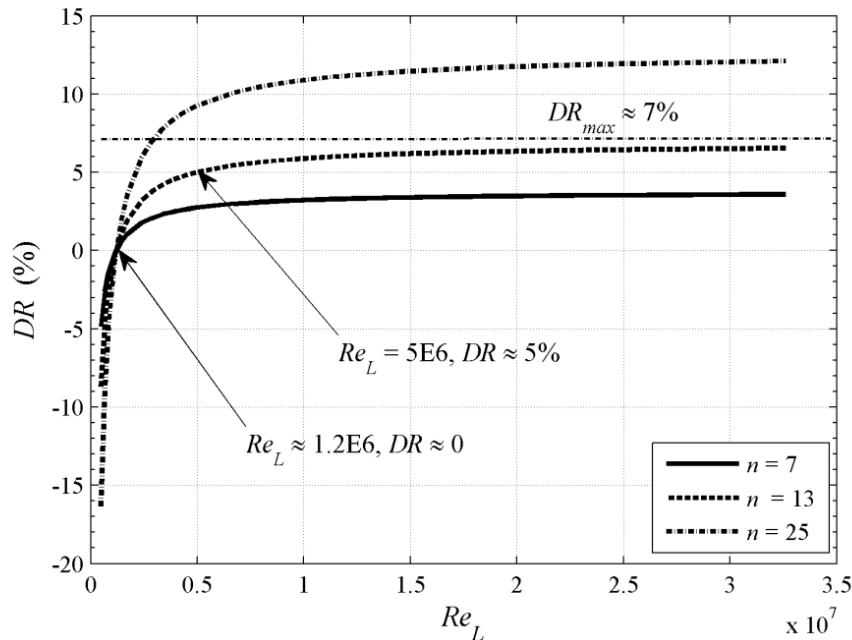


Figura 5.3 – Redução de arrasto versus  $Re_L$  para  $n = \{7,13,25\}$

Observa-se nessa figura que o aumento do número de canais ocasiona o aumento da redução de arrasto para um mesmo número de Reynolds. A redução de arrasto é acentuada para  $Re_L > 1,2E6$ , abaixo do qual ocorre um aumento de arrasto ao invés de redução. Tal constatação indica que se um projeto objetiva 5 % de redução de arrasto, examinando a Figura 5.3 poder-se-ia optar por um menor número de Reynolds e maior número ranhuras (25), ou inversamente uma menor quantidade dessas (13) mas com aumento o número de Reynolds. A redução de arrasto para os parâmetros acima utilizando-se  $n = 13$  na Eq. (5.5) é  $DR = 5,01$  % e a redução máxima estimada pela Eq. (5.12) é  $DR_{max} = 6,88$  %.

## 5.2 Domínio computacional e geração de malhas

O domínio computacional é prismático e delimitado pelas dimensões laterais da placa, estendendo-se da parede inferior dos microcanais até uma altura  $H$  medida a partir da superfície lisa da placa. Utilizam-se malhas com volumes hexaédricos na discretização do domínio onde a estratégia de geração dessas malhas considera as práticas disponíveis em literatura [Mavriplis et al., 2009], a necessidade de verificação dos resultados [Roache, 1998; Ollivier-Gooch, 2009] e a complexidade construtiva devida aos microcanais. Sumariza-se essa estratégia como segue:

- i. Escolha do fluido de trabalho e das grandezas que definem o escoamento;
- ii. Definição do valor de projeto para a altura adimensional da camada de células adjacente à parede  $y_w^+$ ;
- iii. Dimensionamento da camada limite: estima-se a altura da camada de células adjacente à parede  $h_0$  em função de  $y_w^+$  e  $Re_L$  de projeto. Gera-se a camada limite prescrevendo  $r_h < 1,25$  como razão de crescimento geométrico da altura das células;
- iv. Dimensionamento dos microcanais: utilizam-se os parâmetros do escoamento e a estimativa do comprimento viscoso;
- v. Geração das malhas: definem-se três níveis de refinamento de acordo com o método para verificação de resultados descrito na seção 4.13.2, com razão de refinamento de projeto  $r_{ref} = \sqrt[3]{3} \cong 1,44$  e distribuição hiperbólica de nós. No projeto das malhas, calcula-se um refinamento e distribuição de nós especificamente para a região com microcanais observando as hipóteses e considerações na seção 5.1.

### 5.2.1 Distância à parede adimensional $y_w^+$

Prescreve-se  $y_w^+ < 5$  de acordo com a formulação das camadas descrita no Capítulo 3 e em particular pela Eq. (3.29).

### 5.2.2 Dimensionamento da camada limite

Estima-se a altura da camada de células adjacentes à parede por

$$h_0 = 5,2y_w^+LRe_L^{-0,9} \quad (5.14)$$



[Schlichting, 1979]. Calcula-se o número de camadas de células no interior da camada limite pela equação

$$N_{B.L.} = \text{int}\{\ln[\delta_{B.L.}/h_0 (r_h - 1) + 1]/\ln(r_h)\} \quad (5.15)$$

onde  $\delta_{B.L.} = 0,37LRe_L^{-0,2}$  é a espessura estimada da camada limite e

$$r_h \equiv h_i/h_{i-1} \quad (5.16)$$

é a razão prescrita de crescimento da altura entre  $i$ -ésimas camadas de células adjacentes.

### 5.2.3 Dimensionamento dos microcanais

Dimensiona-se a altura  $c$  e a largura  $a$  dos microcanais com auxílio das equações (5.13), (5.10) e (5.3), empregando para tanto os mesmos parâmetros de obtenção de  $Re_L$ . A densidade dos microcanais é calculada com a equação

$$W_g = n(a + b) - b \quad (5.17)$$

ou seja, ajusta-se a largura da região com microcanais alterando a distância  $b$  entre canais e o número de canais  $n$ .

### 5.2.4 Geração de malhas

Controla-se a densidade de nós dos blocos por segmentação dos eixos. Em cada segmento (e.g. na proximidade do bordo de ataque ou imediações da região dos microcanais) distribuem-se os nós por função hiperbólica [Vinokur, 1980]. Para segmentos com  $\zeta$  nós com espaçamentos  $\Delta s_i$  (inicial) e  $\Delta s_f$  (final) prescritos, calcula-se a posição de um nó  $\zeta = 0, 1, 2, \dots, m$  por

$$s(\zeta) = s_0 + f(\zeta) (s_f - s_i) \quad (5.18)$$

onde  $m$  é o número de nós e

$$f(\zeta) = g(\zeta)/[A + g(\zeta)(1 - A)] \quad (5.19)$$

$$A = \sqrt{\Delta s_f / \Delta s_i} \quad (5.20)$$

$$B = (1/m) \sqrt{\Delta s_f \Delta s_i} \quad (5.21)$$

$$g(\zeta) = 0,5 \{1 + [\tanh(\beta(\zeta/n - 0,5)) / \tanh(\beta/2)]\} \quad (5.22)$$

Para segmentos onde prescreve-se um espaçamento  $\Delta s$  (inicial ou final)

$$B = 1/n\Delta s \quad (5.23)$$

$$f(\zeta) = 1 + \tanh\{\beta/2 [\zeta/(n - 1)]\} / \tanh(\beta/2) \quad (5.24)$$

Nas equações (5.22) e (5.24), encontra-se  $\beta$  de forma iterativa tal que  $\text{abs}[\sinh(\beta) - \beta B] \approx 0$ . Definidas as dimensões e características geométricas do domínio  $h_0$ ,  $N_{B.L.}$  e  $r_h$ , utiliza-se o software Pointwise V16.04R1, 2010, para gerar malhas de acordo com as equações (5.18) a (5.24) de modo que o refinamento seja adequado para aplicação do método de verificação de resultados descrito na seção 4.13.2.

### 5.3 Condições de contorno e iniciais

As simulações cujos resultados discutem-se no Capítulo 6 utilizam o domínio computacional e as condições de contorno apresentados na Figura 5.4 e detalhados na seção 5.3.1. Neste domínio, um escoamento paralelo e uniforme ingressa pelo contorno onde prescreve-se a velocidade  $|\mathbf{U}| = U_{x_1} = U_\infty$ . O escoamento abandona o domínio por fronteiras de pressão – uma paralela à placa e situada a uma altura  $H$ , a outra normal à placa e situada no bordo de fuga a uma distância  $L$ , sendo a pressão de referência (não perturbada pelo escoamento sobre a placa)  $p_\infty$ . As superfícies lisa e com microcanais da placa são tratadas como paredes sem deslizamento, hidraulicamente lisas e impermeáveis. As paredes laterais do domínio são planos de onde  $\tau_w = 0$  e os valores na face das células para velocidade e pressão são computados por extrapolação dos valores das células interiores ao domínio como descrito na seção (4.4). Os microcanais iniciam em  $x_1 \geq L_{off}$  e no segmento da placa onde  $0 \leq x_1 < L_{crit}$ , a turbulência é suprimida prescrevendo-se como zero a viscosidade turbulenta  $\nu_t$ , as

tensões de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$ , e o termo de produção de energia cinética turbulenta na Eq. (3.7), normalizando dessa forma a região onde o escoamento é laminar ou transicional (para  $x_1 \geq L_{crit}$ , as quantidades suprimidas são transportadas do valores dos contornos mais próximos à parede). Nos contornos de ingresso de velocidade e pressão, prescreve-se a intensidade turbulenta  $I = \sqrt{2k/3}/|\mathbf{U}| = 0,01$  e a viscosidade turbulenta  $\mu_t/\mu = 10$ . Adotam-se como condições iniciais os mesmos valores prescritos nos contornos de velocidade e pressão.

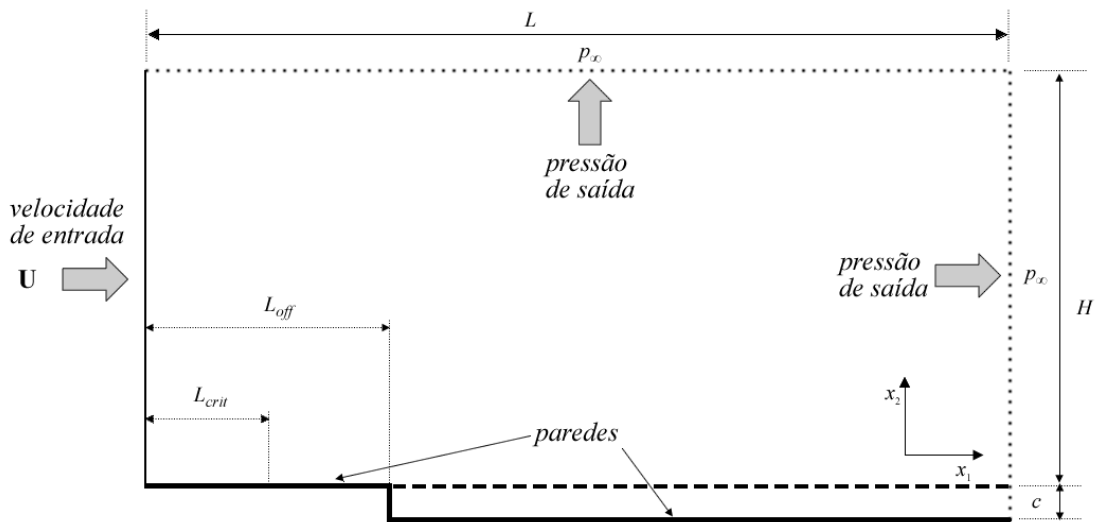


Figura 5.4 – Domínio computacional e condições de contorno (sem escala)

### 5.3.1 Sumário dos parâmetros de simulação do presente trabalho e de geração de malhas

Em todas as simulações utilizadas no capítulo de análise e discussão de resultados, as simulações são em regime permanente com transiente distorcido. Adota-se como fluido de trabalho o ar à temperatura de referência  $T = 300$  K, pressão de referência (i.e., a pressão não perturbada pelo escoamento sobre a placa)  $p_\infty = 101325$  Pa, densidade  $\rho = 1,1842$  kg/m<sup>3</sup> e viscosidade cinemática  $\nu = 1,5665E-05$  m<sup>2</sup>/s.

Utilizando uma placa com  $L = 1,5$  m e velocidade livre do escoamento  $U_\infty = 52,22$  m/s, calcula-se  $Re_L = 5,0E6$  e  $M = 0,15$ . Prescreve-se  $y_w^+ = 1$ , obtendo  $h_0 = 1,36097E-05$  m. Adota-se ainda  $1,1 \leq r_h < 1,25$  de acordo com o nível de refinamento de malha (quanto mais refinada a malha, menor é o valor de  $r_h$ ).

As dimensões dos microcanais são  $a = 125 \mu\text{m}$ ,  $b = 375 \mu\text{m}$  e  $c = 100 \mu\text{m}$  ( $a^+ = 8,5$ ,  $b^+ = 25,4$  e  $c^+ = 6,8$  respectivamente), calculando-se os valores adimensionais a partir da estimativa do comprimento viscoso obtida com a Eq. (5.13). Observa-se que em todas as malhas os microcanais possuem a mesma resolução adimensional (i.e.,  $\delta/\Delta s$ ) nas direções normal e transversal. Para fins de verificação, análise e discussão de resultados, utiliza-se uma placa com 13 microcanais, justificando essa escolha com base no gráfico da Figura 5.3 que indica uma redução de arrasto moderada, não sobreposta a incertezas numéricas, e de acordo com os recursos computacionais.

O domínio computacional tem a mesma extensão e largura que a placa. A extensão da placa com microcanais é  $L = 1,5 \text{ m}$  e a da placa lisa de mesma área molhada e largura  $W = 0,05 \text{ m}$  é  $L' = 1,566 \text{ m}$ . A altura do domínio da placa com microcanais é  $H = 0,375 \text{ m}$ , e a altura daquele correspondente à placa lisa é  $H = 0,359 \text{ m}$ , dessa forma mantendo-se constante a área molhada  $A_w$  e o produto  $\rho V$  na Eq. (2.3). Obteve-se essas medidas após verificações preliminares quanto à convergência assintótica, incerteza numérica e de sensibilidade do coeficiente de arrasto à posição dos contornos de velocidade e pressão. Com base nos resultados teóricos e experimentais em literatura [Schlichting, 1979], adota-se o número de Reynolds de transição  $Re_{crit} = 3,75E5$ , obtendo dessa forma  $L_{crit} = 0,1125 \text{ m}$  e utilizando  $L_{off} = 0,225 \text{ m}$  de maneira a dispor a extensão dos microcanais inteiramente dentro da camada limite turbulenta.

Na Figura 5.5 apresenta-se a distribuição dos nós e células na região dos microcanais, observando que cada microcanal contém 48 células e que nessa região a resolução  $\delta/\Delta s \approx 1,06$ , ou seja, tanto na altura quanto na largura o microcanal está imerso na subcamada viscosa. Na Figura 5.6 apresenta-se a malha N1 detalhada na região dos microcanais.

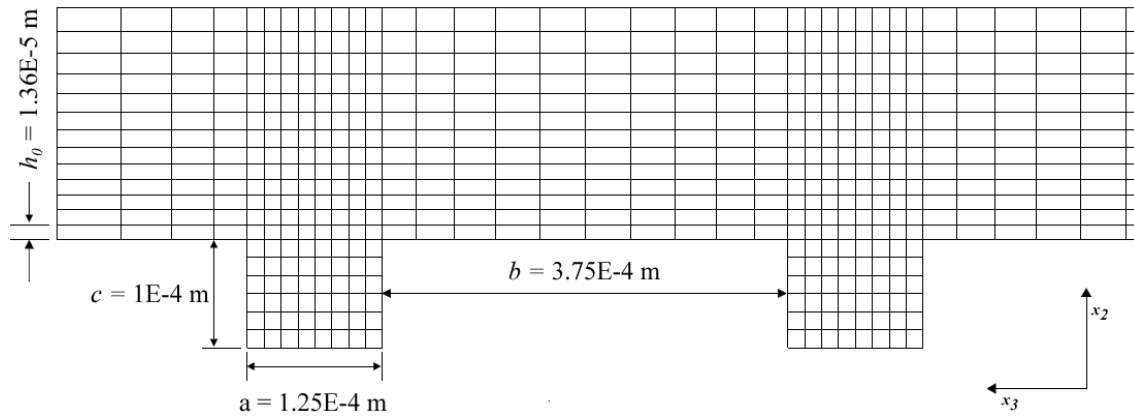


Figura 5.5 - Distribuição de nós e características geométricas dos microcanais

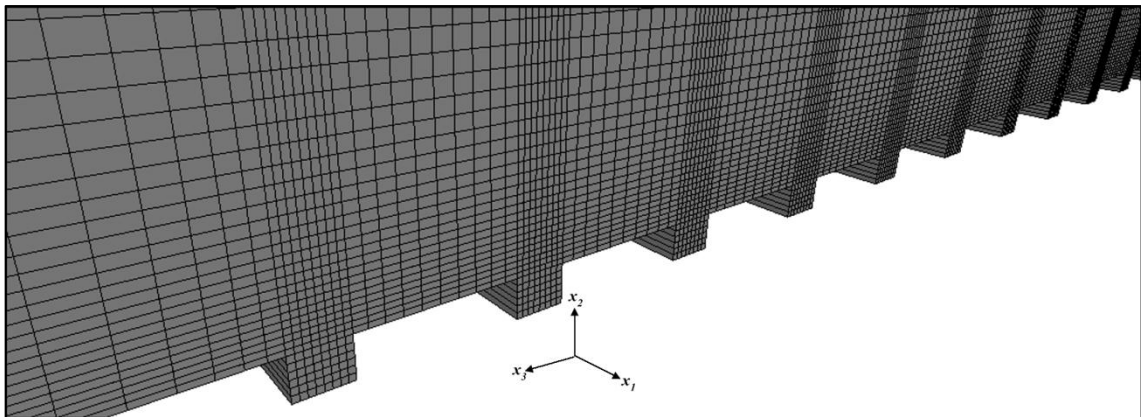


Figura 5.6 – Região dos microcanais em detalhe, malha mais refinada (N1)

Na Tabela 5.1 apresentam-se de forma consolidada todos os parâmetros utilizados na geração dos modelos e as características das malhas obtidas pela aplicação das etapas descritas na seção 5.2.

Tabela 5.1 – Consolidação dos parâmetros utilizados na geração dos modelos

Parâmetros	Malha N1	Malha N2	Malha N3
$r_h$	1,080	1,125	1,200
$y_w^+$		1,0	
$h_0$ (m)		1,361E-5	
$N_{B.L.}$	58	42	30
Modelo da placa com microcanais			
Número de canais ( $n$ )		13	
Dimensões do canal (resolução)	$a^+ = 8,5, c^+ = 6,8$ and $b^+ = 25,4$		
$L$ (m)		1,500	
$H$ (m)		0,375	
$L_{off}$ (m)		0,225	
$W_g$ (m)		6,125E-3	
Células	9.157.816	4.696.896	2.081.664
Modelo da placa lisa			
$L'$ (m)		1,566	
$H'$ (m)		0,359	
Células	9.417.240	4.779.040	1.996.800
Ambos modelos			
$L_{crit}$ (m)		0,1125	
$W$ (m)		5,000E-2	
$V$ (m <sup>3</sup> )		2,812E-2	
$A_w$ (m <sup>2</sup> )		7,831E-2	

#### 5.4 Validação do modelo matemático e do método numérico

Para validação da aplicabilidade do modelo matemático e do método numérico para solução de escoamentos em superfícies com microcanais, resolve-se um escoamento em canal fechado cujos resultados teóricos, numéricos e experimentais são disponíveis na literatura. De interesse nesta validação encontra-se o estudo numérico conduzidos por Frohnapfel, 2007, utilizando simulação numérica direta (“DNS”) com formulação baseada no método lattice-Boltzman [Lammers et al., 2006].

##### 5.4.1 Casos de validação

Utiliza-se como caso de validação um escoamento turbulento em um canal fechado e provido de microcanais. As características geométricas do canal são comprimento ( $L$ )  $22\delta$ , altura ( $H$ )  $2\delta$  e largura ( $W$ )  $2\delta$ , onde  $\delta = 0.025$  m é a meia-largura do canal. Frohnapfel,

2007, utilizou esse modelo para simular escoamentos em diferentes condições, sendo aquelas de interesse apresentadas na Tabela 5.2 a seguir:

Tabela 5.2 – Simulações DNS com escoamentos em canal fechado com microcanais

$Re_c$	$Re_\tau$	Resolução $L \times H \times W$	Resolução <sup>+</sup>	$a^+$	$b^+$	$c^+$	$DR$ Eq. (5.5)
6690	187	$4096 \times 264 \times 240$	1,4	8	13	5	24 %
6650	187	$4096 \times 264 \times 240$	1,4	5	14	5	<b>18 %</b>

Fonte: adaptado de Frohnafel, 2007.

Nessa tabela, calcula-se o número de Reynolds característico do canal  $Re_c$  pela equação

$$Re_c = 2\delta\bar{U}_c/\nu \quad (5.25)$$

onde  $\bar{U}_c$  é a velocidade média (temporal) no centro do canal, e calcula-se o número de Reynolds de referência  $Re_\tau$  com

$$Re_\tau = \delta u_* / \nu \quad (5.26)$$

A coluna resolução refere-se ao número de nós do *lattice* utilizados nas três dimensões do canal, obtendo-se a resolução adimensional (indicada pelo sobrescrito <sup>+</sup>) normalizando a menor distância entre esses nós pelo comprimento viscoso  $\nu/u_*$ . Para canais fechados, estima-se a velocidade de referência pela equação

$$u_* = \sqrt{(\delta/\rho)(\partial\bar{P}/\partial x_1)} \quad (5.27)$$

onde  $x_1$  é a direção do eixo cartesiano alinhado com o escoamento médio, sendo o gradiente de pressão  $\partial\bar{P}/\partial x_1$  uma quantidade prescrita. Normalizam-se pelo comprimento viscoso as dimensões dos microcanais, sendo  $a^+$  a altura,  $c^+$  a largura e  $b^+$  a distância entre microcanais. Nas simulações apresentadas na Tabela 5.2, utiliza-se 17 canais na superfície inferior e 17 canais na superfície superior, totalizando 34 canais. Nessas simulações, calcula-se a redução de arrasto  $DR$  através da Eq. (5.5), fazendo  $D_g = \tau_{w,g}A_g$  a força de arrasto computada no canal fechado com microcanais e  $D_s = \tau_{w,s}A_s$  a força de arrasto teórica de canal fechado com superfícies lisas, onde  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento na direção  $x_1$ ,  $A$  é a

área molhada e os subscritos “g” e “s” indicam superfícies com microcanais e lisa respectivamente. Calcula-se  $\tau_{w,s}$  a partir da teoria com a equação

$$\tau_w = c_f(\rho/2)\bar{U}_B^2 \quad (5.28)$$

onde  $\bar{U}_B$  é a velocidade média do escoamento pela Eq. (2.4). Calcula-se e o coeficiente de atrito  $c_f$  pela equação de Dean, 1978, onde

$$c_f = 0,073Re_b^{-0,25} \quad (5.29)$$

Na Eq. (5.29), o número de Reynolds baseia-se na altura do canal e na velocidade média através da equação

$$Re_b = \bar{U}_b H / \nu \quad (5.30)$$

O modelo hidráulico utilizado por Frohnafel, 2007, tem por hipóteses que no interior dos microcanais o escoamento é relaminarizado e que o coeficiente de atrito é

$$c_f = 12/Re_g \quad (5.31)$$

onde o número de Reynolds do microcanal  $Re_g$  baseia-se na velocidade e escala de comprimento característicos do microcanal. Na parede do fundo do microcanal utiliza-se  $u_*$  como velocidade característica e o  $2c$  como escala de comprimento característico. Nas paredes laterais do microcanal, a velocidade característica é aquela encontrada no centro do microcanal e o comprimento característico é  $2a$ . Baseando-se nessas estimativas, o número de Reynolds  $Re_g$  utilizado no cálculo de  $c_f$  na parede do fundo do canal é 0,1% de  $Re_b$ , e nas paredes laterais é 0,01% de  $Re_b$ .

Os resultados obtidos e indicados na coluna  $DR\%$  da Tabela 5.2 mostram uma redução de arrasto significativa (18~24%) ao comparar-se o resultado computado com o resultado teórico calculado pela Eq. (5.28).

#### 5.4.2 Modelo de validação

Para fins de validação, utiliza-se um canal fechado com as mesmas dimensões e quantidade de microcanais utilizados nos casos de validação apresentados na Tabela 5.2. O



fluido de trabalho é ar à temperatura  $T = 300$  K, a densidade é  $\rho = 1,1842$  kg/m<sup>3</sup> e a viscosidade cinemática é  $\nu = 1,5665E-05$  m<sup>2</sup>/s.

Adota-se como condições de contorno paredes sem deslizamento, hidraulicamente lisas e impermeáveis. Na entrada do canal prescreve-se um perfil de velocidade constante e uniforme  $|\mathbf{U}| = 2,1$  m/s, e na saída o mesmo fluxo de massa calculado a partir da velocidade na entrada. Na Tabela 5.3 consolidam-se as características desse modelo de validação com 4.980.000 células e que possui como dimensões base 415 células em  $x_1$ , 200 células em  $x_2$  e 60 células em  $x_3$ . Utilizam-se 34 microcanais (17 na parede superior e 17 na parede inferior) com 16 células na seção transversal e que adicionam 225.760 células ao modelo, totalizando 5.205.760 células.

Tabela 5.3 – Características do modelo de validação

$Re_c$	$Re_\tau$	Número de células (malha N1)	Resolução <sup>+</sup>	$a^+$	$b^+$	$c^+$
6690	176	415 x 200 x 60 + 34 * (4 x 4 x 415)	1,8	5	14	5

Na Figura 5.7 apresenta-se em perspectiva a seção transversal do modelo de validação, onde as dimensões dos microcanais são  $a = c = 668$   $\mu\text{m}$  e a distância entre microcanais é  $b = 1872$   $\mu\text{m}$ .

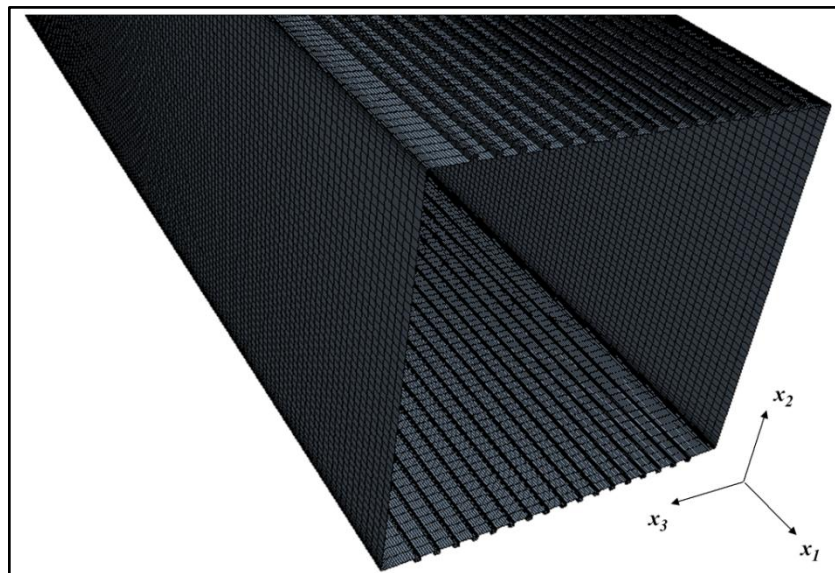


Figura 5.7 - Seção transversal do modelo de validação

### 5.4.3 Verificação e resultados da validação

A Tabela 5.4 consolida a verificação da incerteza numérica e independência dos resultados com o refinamento de malha como descrito na seção 4.13, tomando-se o coeficiente de atrito  $C_D$  obtido pela Eq. (5.1) como sendo o escalar  $\phi$  na Eq. (4.76). Na Eq. (5.1), obtém-se a força de arrasto integrando numericamente as tensões de cisalhamento para todas as faces de célula molhadas pelo escoamento através da equação

$$D = \sum_f [-\mathbf{T}_f \cdot \mathbf{a}_f] \cdot \mathbf{i} \quad (5.32)$$

Tabela 5.4 – Verificação da incerteza numérica do modelo de validação

	N1	N2	N3
Células	5.205.760	2.582.160	1.237.200
$C_{D,N}$	6,8026E-03	6,8282E-03	6,9317E-03
$\varepsilon_{N-1,N}$	3,7673E-03	1,5149E-02	-
$r_{N-1,N}$	1,2632	1,2779	-
$p_{obs}$	5,5803	-	-
$C_{D,0}$	6,7931E-03	-	-
$GCI_{N-1,N} \%$	0,1754	0,6463	-
$\alpha/r_{12}^{p_{obs}}$	1,0000	-	-

Os resultados indicam que o valor assintótico  $C_{D,0} = 6,7931E-03$  está centrado em uma faixa de incerteza de 0,17 % e a quantidade  $\alpha/r_{12}^{p_{obs}} \approx 1$  demonstra que esse é independente do refinamento da malha. Na Tabela 5.5 apresentam-se os resultados da validação, onde a redução de 16% no arrasto obtida neste estudo é muito próxima do valor calculado por Frohnafel, 2007, que obtém 18% de redução para a mesma geometria de microcanal (i.e.,  $a^+=c^+=5$  e  $b^+=14$ ) e parâmetros de escoamento, entretanto utilizando outro modelo matemático e distinto método numérico. Considera-se dessa forma validados o modelo matemático e o método numérico propostos.

Tabela 5.5 – Resultados da validação

	Modelo de validação	Caso de validação	Observação
$Re_c$	6690	6690	
$Re_\tau$	176	195	
$Re_b$	6702	6706	
$c_f$	-	8,0669E-3	Eq. (5.29)
$\tau_w$	-	2,1085E-2	Eq. (5.28)
$D$ (N)	2,3903E-3	2,8465E-3	$DR \cong 16 \%$
$\bar{U}_B$ (m/s)	2,0997	2,1011	
$u_*$ (m/s)	0,1101	0,1223	
$A_w$ (m <sup>2</sup> )	-	0,1350	

## 6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados obtidos aplicando-se os princípios, a formulação matemática e o método numérico ao modelo de placa plana com microcanais proposto no Capítulo 5. Inicia-se a análise com a verificação e validação dos resultados, seguida por uma investigação sobre as tensões de cisalhamento, os coeficientes de atrito, o estado da turbulência e o comportamento das tensões de Reynolds, encerrando com uma discussão sobre a morfologia do escoamento e dos perfis de velocidade.

### 6.1 Verificação e validação dos resultados

Para fins de verificação e validação, construiu-se três malhas como detalha a seção 5.3.1. Seguindo o método de verificação na seção 4.13, adota-se como escalar  $\phi$  na Eq. (4.76) a força de arrasto calculada com a equação

$$D = \sum_f [-\mathbf{T}_f \cdot \mathbf{a}_f] \cdot \mathbf{i} \quad (6.1)$$

onde o somatório ocorre sobre todas as faces de célula  $f$  que são molhadas pelo escoamento e  $\mathbf{i}$  é o vetor unitário alinhado com o eixo cartesiano  $x_1$ . A Tabela 6.1 apresenta a verificação dos resultados obtidos com a Eq. (6.1) e as malhas N1 (mais refinada), N2 (intermediária) e N3 (menos refinada). Observa-se nessa tabela que o valor assintótico  $D_0$  tem incerteza numérica muito baixa ( $GCI_{12} < 0,02\%$  na placa com microcanais) e que a quantidade  $\alpha/r_{12}^{P_{obs}} \approx 1$ , calculada com a Eq. (4.84), confirma esse valor como independente de refinamento de malha. A redução de arrasto calculada com a malha N3 é aproximadamente a mesma obtida com as malhas mais refinadas e corrobora o posicionamento dessas na região de convergência assintótica. A Tabela 6.2 detalha as quantidades calculadas com a malha N1 e mostra que a região laminar tem mesma extensão nas placas com microcanal e lisa. Observa-se também que o arrasto devido à turbulência é aproximadamente uma ordem de grandeza maior que o arrasto viscoso na região laminar. A placa lisa é mais dissipativa devido a sua maior tensão de cisalhamento na direção  $x_1$ , considerando-se na Eq. (2.3) que a velocidade média  $\bar{U}_B$  apresenta variação pouco significativa, as placas têm mesma área molhada e produto  $\rho V$  constante. A Figura 6.1 apresenta a evolução dos principais resíduos da simulação com a malha N1 e calculados com a Eq. (4.39), notando-se que o menor resíduo é

aproximadamente  $10^{-13}$  e corresponde à equação da continuidade. Os resíduos de cálculo das tensões de Reynolds e quantidade de movimento são aproximadamente  $10^{-9}$  e o resíduo de  $\epsilon$  é  $< 10^{-7}$ . Conclui-se do exposto que os resultados são convergidos e estão dentro de uma incerteza numérica compatível com o modelo de predição de arrasto proposto no Capítulo 5.

Tabela 6.1 – Verificação dos resultados obtidos com as malhas N1, N2 e N3

	Placa com Microcanais	Placa Lisa	$\Delta\%$
# células N1	9.157.816	9.417.240	
# células N2	4.696.896	4.779.040	
# células N3	2.081.664	1.996.800	
$D_{N1}$	3,8167E-1	3,9642E-1	3,7208
$D_{N2}$	3,8177E-1	3,9646E-1	3,7054
$D_{N3}$	3,8219E-1	3,9685E-1	3,6962
$\epsilon_{23}\%$	0,1096	0,1000	
$\epsilon_{21}\%$	0,0264	0,0104	
$r_{23}$	1,31	1,33	
$r_{12}$	1,25	1,25	
$p_{obs}$	4,8630	7,4843	
$D_0$	3,8161E-1	3,9641E-1	3,7316
$GCI_{23}\%$	0,0500	0,0160	
$GCI_{12}\%$	0,0169	0,0029	
$\alpha/r_{12}^{p_{obs}}$	1,0000	1,0000	

Tabela 6.2 – Força de arrasto e outras grandezas obtidas com a malha N1

	N1	Microcanais	Lisa	$\Delta\%$
$D_l + D_t$		3,8167E-1	3,9642E-1	3,7208
$D_l$		2,09550E-2	2,09551E-2	0,0003
$D_t$		3,6071E-1	3,7546E-1	3,9284
$\bar{U}_B$		5,1890E+1	5,1855E+1	-0,0674
$\bar{E}$		5,9465E+2	6,1722E+2	3,6559

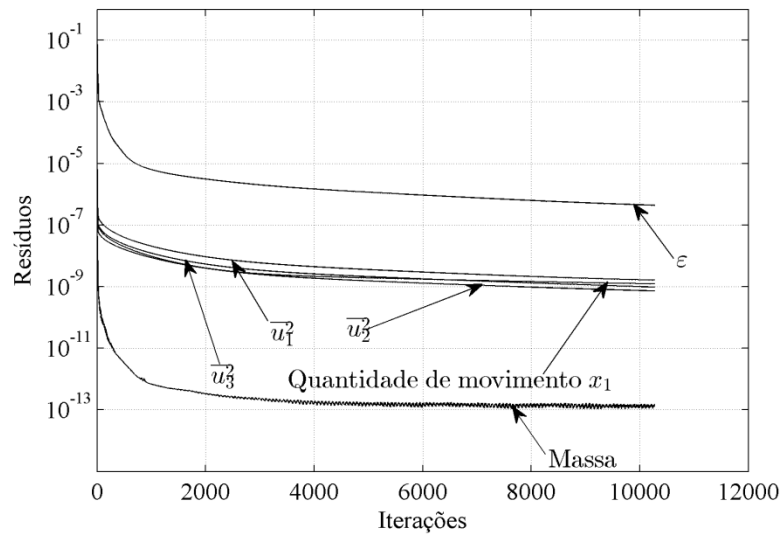


Figura 6.1 – Resíduos de cálculo da simulação com a malha N1 e placa com microcanais

Efetua-se a validação do modelo de predição de arrasto consolidando na Tabela 6.3 os valores do coeficiente de arrasto das placas lisa e com microcanais. A diferença entre o valor teórico de  $C_D$  (3) e o valor computado com a malha N1 para a placa de superfície lisa (2) é menor que 0,2%, fato esse que indica o acerto da formulação, do método numérico e do modelo computacional. A redução de arrasto prevista pela Eq. (5.5) é 5,01% e o valor computado é 4,22%, atribuindo-se essa discrepância (-15,8%) ao dimensionamento dos microcanais ( $c^+ = 6,8 > 5$ ) e às hipóteses associadas à estimativa de  $c_{f,g}$  pela Eq. (5.8).

Tabela 6.3 – Consolidação e validação dos valores do coeficiente de arrasto

Caso	Modelo	$Re_L = 5,0E6$	$Re_L = 5,2E6$
(1)	Placa com microcanais	3,0185E-3	-
(2)	Placa lisa (simulação com malha N1)	3,1515E-3	3,1352E-3
(3)	Placa lisa (teoria), Eq. (5.3)	3,1552E-3	3,1410E-3
	$\Delta\%$ entre casos (2) e (3)	-0,12	-0,19
(4)	$DR\%$ entre casos (1) e (2)	4,22	-
(5)	$DR\%$ , Eq. (5.5)	5,01	-
	$\Delta\%$ entre casos (4) e (5)	-15,8	-

A Figura 6.2 apresenta o gráfico da evolução de  $C_D$  com a de iterações para a simulação com a malha N1 e placa com microcanais, notando-se que essa quantidade estabiliza-se rapidamente e dentro do primeiro terço do número total de iterações.

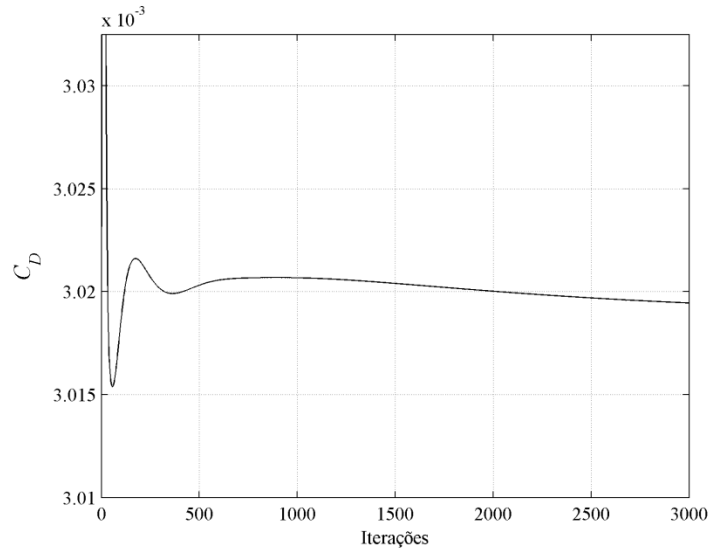


Figura 6.2 – Evolução de  $C_D$  com o número de iterações, placa com microcanais, malha N1

## 6.2 Tensões de cisalhamento

Pode-se investigar o efeito de redução de arrasto comparando as tensões de cisalhamento entre o interior dos microcanais e superfícies lisas da placa. Com esse propósito, utiliza-se a linha que define o eixo do microcanal no centro da placa e outra situada sobre uma superfície lisa suficientemente distante da região com microcanais e localizada em  $x_3 = 0,0125$  m. Em todas as análises que seguem, utilizam-se os resultados obtidos com a malha mais refinada N1.

Na Figura 6.3, apresenta-se o gráfico das tensões de cisalhamento transversais ao escoamento (devidas às flutuações de velocidade na direção eixo  $x_3$ ) que são aproximadamente zero onde a superfície é lisa. No interior dos microcanais, onde  $x_1 > L_{off}$ , ocorre uma queda acentuada nessas tensões que passam a contribuir negativamente ao arrasto. Observa-se neste gráfico picos de tensão na região do escoamento onde ocorre a transição ao regime turbulento ( $L \sim L_{crit}$ ) e onde inicia a região com microcanais ( $L \sim L_{off}$ ). Ao longo de toda a extensão da placa, conclui-se que as tensões de cisalhamento transversais ao escoamento são menores dentro do microcanal e relativamente às superfícies lisas.

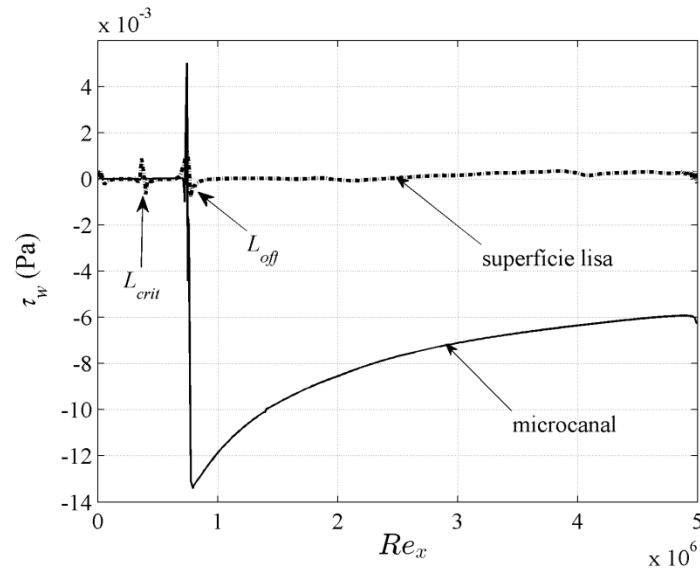


Figura 6.3 – Tensões de cisalhamento devidas às flutuações transversais ao escoamento (ao longo do eixo  $x_3$ )

A Figura 6.4 apresenta o gráfico das tensões de cisalhamento normais ao escoamento (i.e., ao longo do eixo  $x_2$ ). A exemplo do que ocorre com as tensões na direção transversal, no interior dos microcanais as tensões são menores que na superfície lisa e apresentam picos na transição e início da região com microcanais. Na Fig. 6.5 representa-se as tensões alinhadas com a direção do escoamento (ao longo do eixo  $x_1$ ), sendo a transição ao regime turbulento claramente identificável. No início da região com microcanais há uma queda significativa da tensão relativamente à superfície lisa, sendo essa queda 2~3 ordens de magnitude maior do que nos casos normal e transversal.



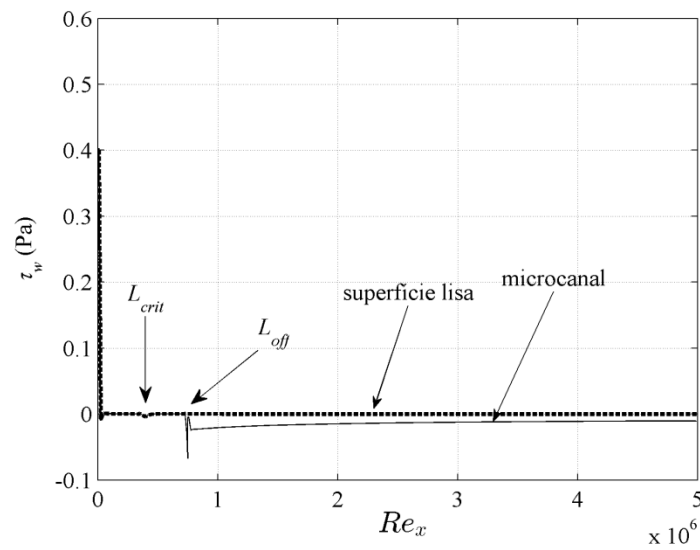


Figura 6.4 - Tensões de cisalhamento devidas às flutuações normais ao escoamento (ao longo do eixo  $x_2$ )

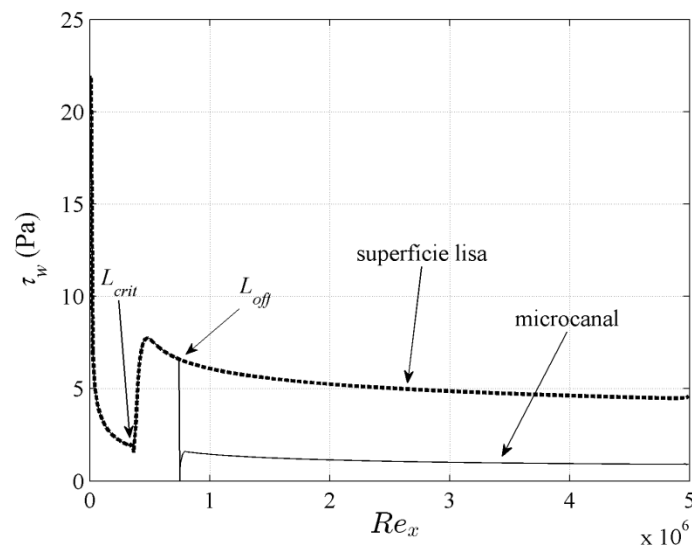


Figura 6.5 - Tensões de cisalhamento alinhadas com o escoamento (ao longo do eixo  $x_1$ )

### 6.3 Coeficientes de atrito e distância adimensional à parede

Na Figura 6.6 examina-se os coeficientes de atrito nas linhas medianas da parede inferior do microcanal central e da superfície lisa imediatamente adjacente a esse. Observa-se que o coeficiente de atrito no interior do microcanal é significativamente menor que na superfície lisa. A Figura 6.7 apresenta a evolução da distância adimensional à parede  $y_w^+ \equiv h_0 u_* / \nu$ , verificando-se que os valores calculados para essa quantidade estão de acordo com o valor prescrito na seção 5.3.1 ( $y_w^+ = 1$ ).

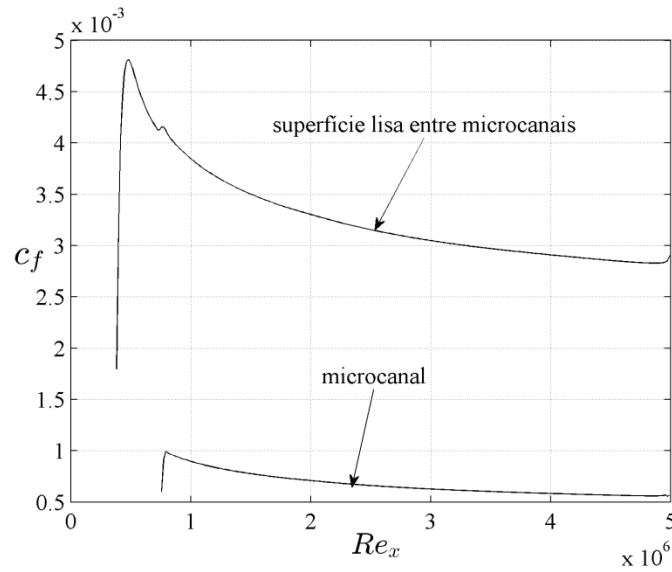


Figura 6.6 – Coeficiente de atrito no microcanal e parede lisa adjacente

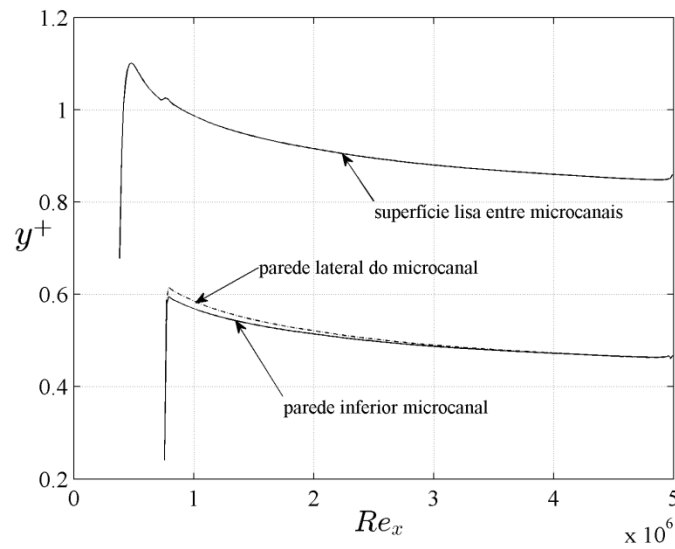


Figura 6.7 – Distância adimensional à parede  $y_w^+$

#### 6.4 Estado da turbulência

Examina-se a anisotropia das tensões de Reynolds pelo mapeamento dos valores de  $\eta$  na região dos microcanais e proximidades. Seleciona-se para tanto um plano transversal do domínio localizado em  $x_1 = 1,45$  m que se estende verticalmente até  $y^+ \approx 600$  e cuja largura abrange a totalidade dos microcanais. A Figura 6.8 representa esse plano em detalhe para os microcanais centrais, notando-se que no interior desses o valor  $\eta \approx 1/3$  confirma o estado da turbulência a uma componente. O aumento da distância à parede causa a evolução do estado

da turbulência à condição de isotropia ao longo da trajetória de retorno caracterizada pela contração axissimétrica ( $\xi > 0$  e  $u_1^2 > u_2^2 = u_3^2$ ).

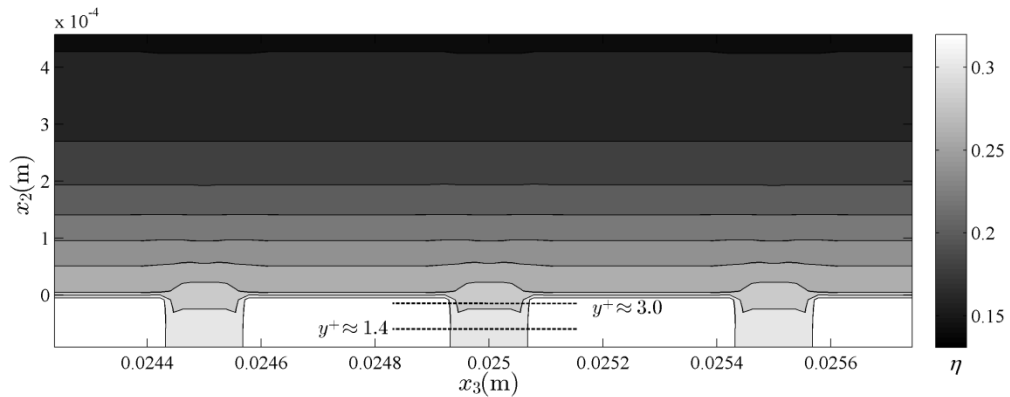


Figura 6.8 – Anisotropia das tensões de Reynolds na região dos microcanais centrais

Utilizando o triângulo de Lumley-Pope representado na Figura 6.9, detalha-se essa trajetória tomando medidas de  $\eta$  ao longo de uma linha vertical que passa por  $x_3 = 0,025$  m e que está no plano da seção transversal sendo investigado.

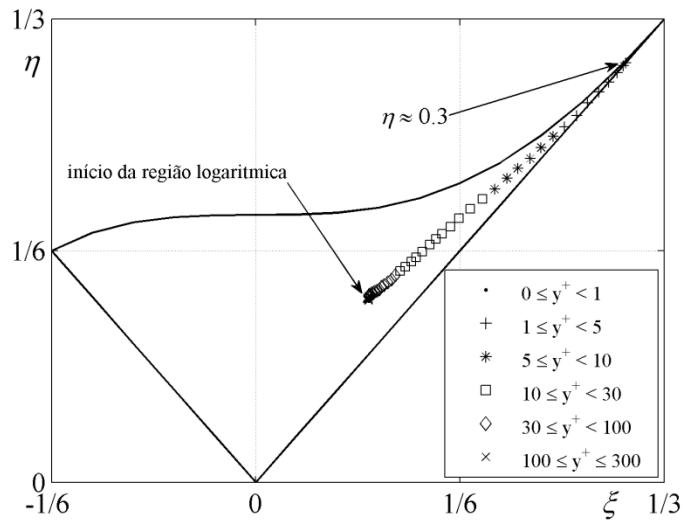


Figura 6.9 - Trajetória de retorno à isotropia no interior do microcanal onde  $x_3 = 0,025$  m

Na Figura 6.10 apresenta-se a distribuição de  $y^+$  no interior do microcanal central, onde  $x_3 = 0,025$  m.

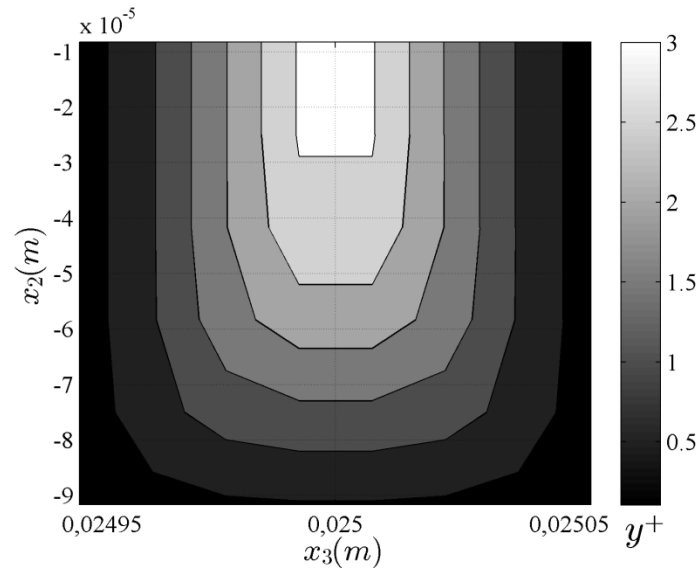


Figura 6.10 - Distribuição de  $y^+$  no interior do microcanal central, onde  $x_3 = 0,025$  m

Na Figura 6.11 apresenta-se a trajetória de retorno à isotropia ao longo da linha vertical que passa por  $x_3 = 0,02475$  m e está localizada entre microcanaís. Observa-se que para um mesmo valor de  $y^+$  as tensões de Reynolds no interior do microcanal são mais anisotrópicas do que aquelas no espaço entre microcanaís.

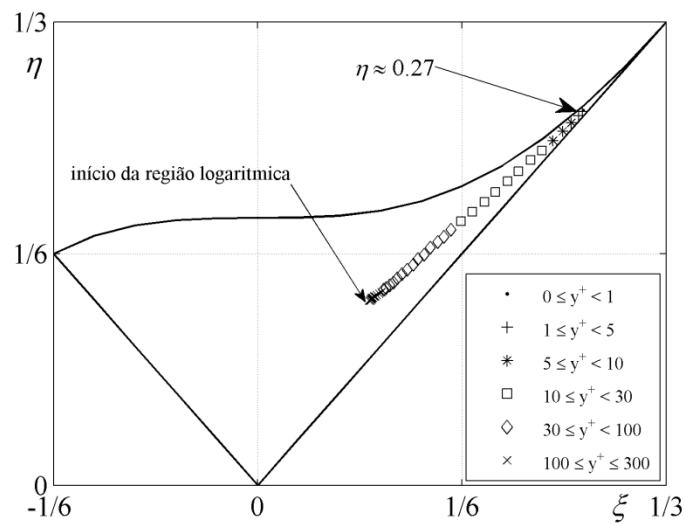


Figura 6.11 - Trajetória de retorno à isotropia entre microcanaís onde  $x_3 = 0,02475$  m

## 6.5 Tensões de Reynolds

Nesta seção investiga-se o comportamento das tensões de Reynolds, objetivando elucidar a trajetória de retorno à isotropia descrita anteriormente e estabelecer um paralelo com o escoamento em canal fechado detalhado na Capítulo 2. Com esse propósito, apresenta-se na Figura 6.12 a evolução das tensões de Reynolds adimensionalizadas por  $u_*^2$  nas direções normal ( $x_2$ ), transversal ( $x_3$ ) e alinhada com o escoamento ( $x_1$ ). Tomam-se as medidas na linha vertical localizada em  $x_3 = 0,025$  m do plano transversal em  $x_1 = 1,45$  m.

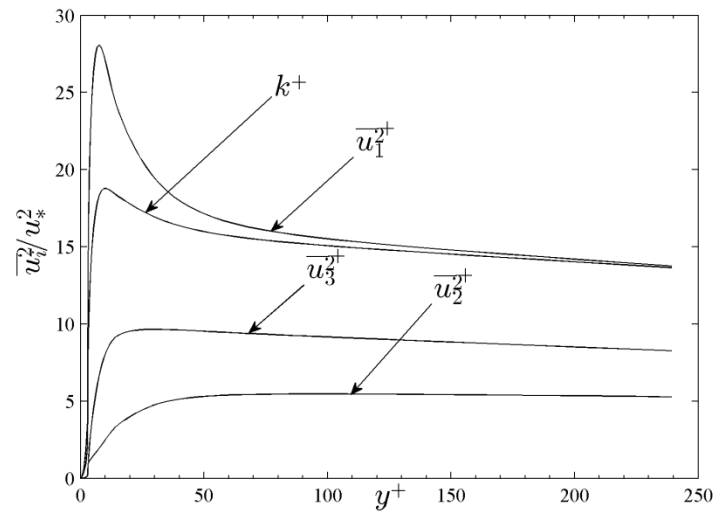


Figura 6.12 - Evolução das tensões de Reynolds adimensionalizadas, onde  $x_3 = 0,025$  m

Na Figura 6.13, detalham-se essas tensões na região do escoamento onde  $y^+ < 15$ .

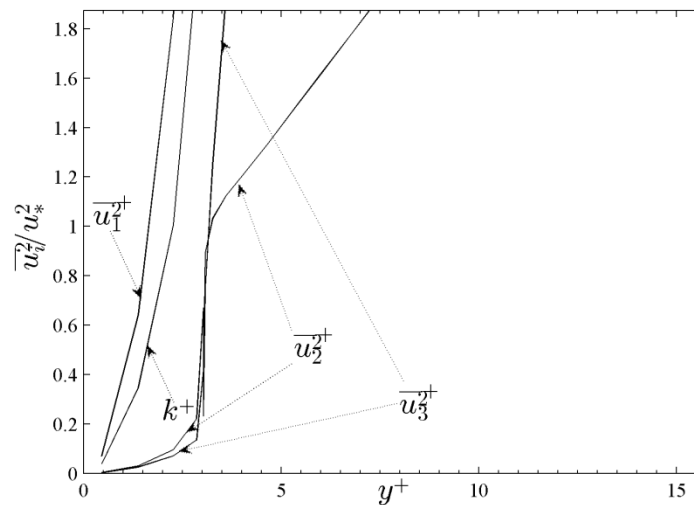


Figura 6.13 – Detalhe das tensões de Reynolds adimensionalizadas , onde  $x_3 = 0,025$  m

Pode-se interpretar o efeito sobre o estado turbulento da anisotropia das tensões representadas em detalhe na Figura 6.13 com o auxílio do triângulo de Lumley-Pope, particularizado para valores de  $\eta$  que correspondem a  $y^+ < 15$  e exibido na Figura 6.14.

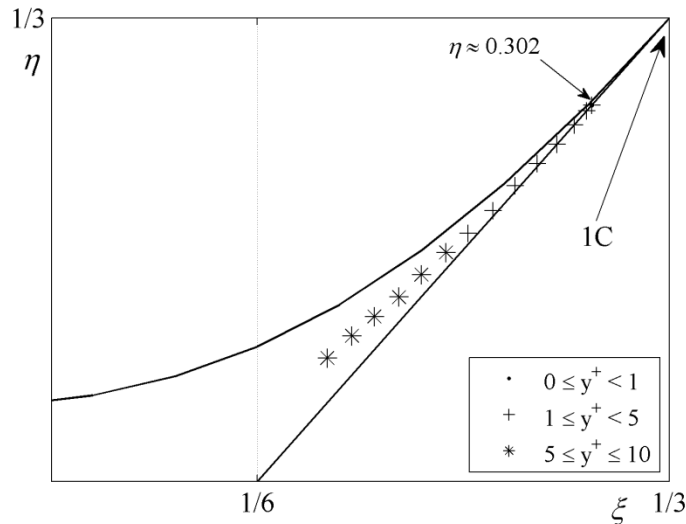


Figura 6.14 - Triângulo de Lumley-Pope no centro do microcanal, onde  $x_3 = 0,025$  m

Na Figura 6.13 observa-se que a componente das tensões na direção do escoamento tem maior gradiente que as componentes normal e transversal, caracterizando esse estado da turbulência como a uma componente e correspondendo aos pontos na Figura 6.14 onde  $y^+ < 1$ . Observa-se também que no canal fechado, o estado para essa mesma distância à parede é a duas componentes devido à predominância concomitante das componentes alinhada e transversal ao escoamento. No interior do microcanal, o estado da turbulência se mantém a uma componente até  $y^+ \approx 3$ , ponto em que todas as componentes assumem aproximadamente o mesmo gradiente em uma faixa muito estreita. Para  $y^+ > 3$ , predominam as componentes alinhada e transversal ao escoamento e para  $y^+ > 10$ , as componentes normal e transversal tem mesma influência na determinação do estado turbulento que tende então à isotropia.

A Figura 6.15 apresenta as tensões de Reynolds adimensionalizadas na superfície adjacente ao microcanal onde  $x_1 = 0,02475$  m, observando-se que a menor magnitude das grandezas adimensionalizadas é devida a maior velocidade de referência calculada na região adjacente ao microcanal. Na Figura 6.16 detalha-se essas tensões na região próxima à parede onde  $y^+ < 15$ , notando que não há inflexões como aquelas capturadas na Figura 6.13. Na Figura 6.17, o triângulo de Lumley-Pope para essa região indica que anisotropia máxima é menor do que aquela no interior do microcanal para a mesma distância à parede adimensional

– para  $y^+ < 1$ , no interior do microcanal  $\eta_{max} = 0,302$  e na superfície adjacente  $\eta_{max} = 0,269$ .

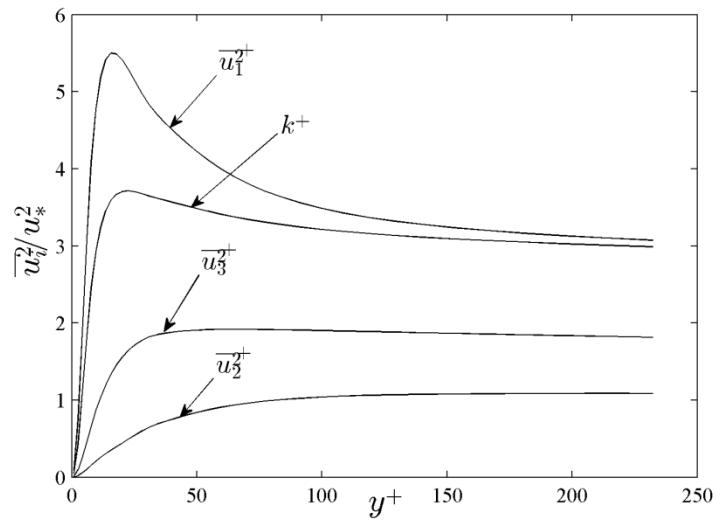


Figura 6.15 - Evolução das tensões de Reynolds adimensionalizadas na superfície adjacente ao microcanal, onde  $x_3 = 0,02475$  m

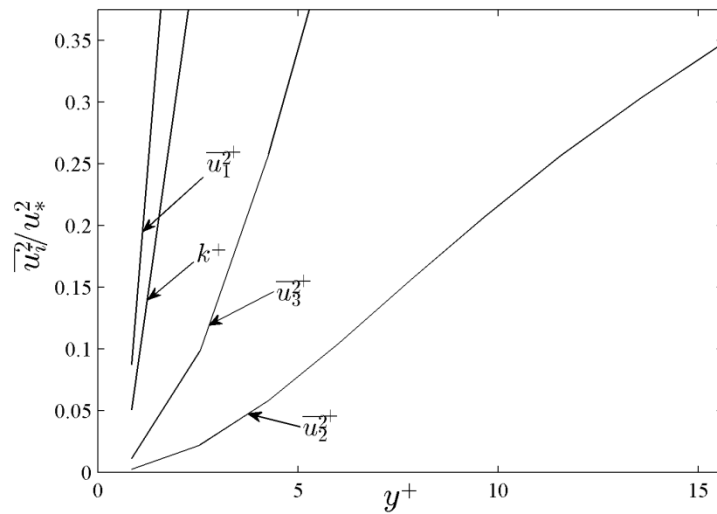


Figura 6.16 – Detalhe das tensões de Reynolds adimensionalizadas na superfície adjacente ao microcanal, onde  $x_3 = 0,02475$  m

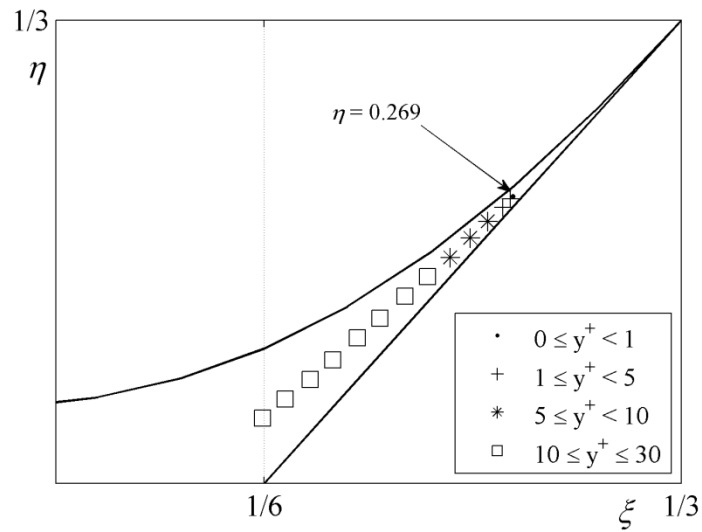


Figura 6.17 - Triângulo de Lumley-Pope na superfície adjacente ao microcanal, onde  $x_3 = 0,02475$  m

## 6.6 Energia cinética turbulenta e taxa de dissipação dessa energia

Na Figura 6.18 a seguir, exibe-se a evolução da energia cinética turbulenta adimensional  $k^+ \equiv k/u_*$  nas linhas medianas do microcanal e da superfície lisa adjacente, onde  $x_1 = 1,45$  m. A Figura 6.19 mostra o comportamento da taxa adimensional de dissipação da energia cinética turbulenta  $\varepsilon^+ \equiv \nu\varepsilon/u_*^4$ . A menor magnitude dessas grandezas na superfície lisa é devida a maior velocidade de referência fora do microcanal.

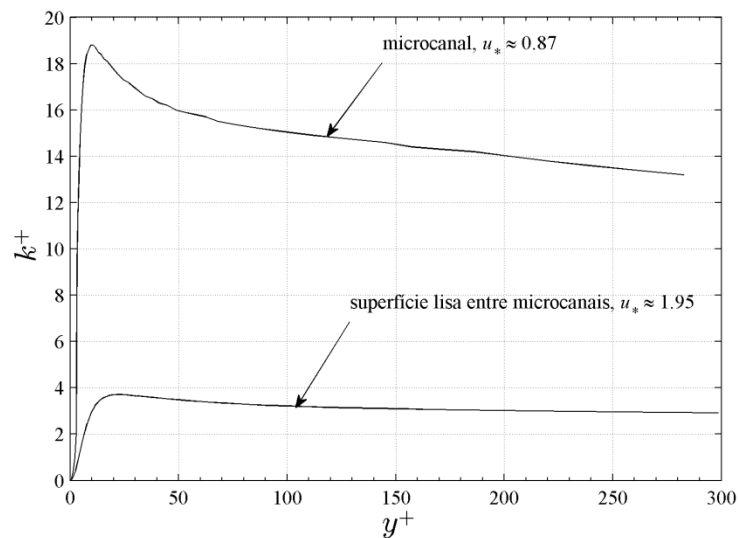


Figura 6.18 – Energia cinética turbulenta adimensional  $k^+ \equiv k/u_*^2$ , onde  $x_1 = 1,45$  m



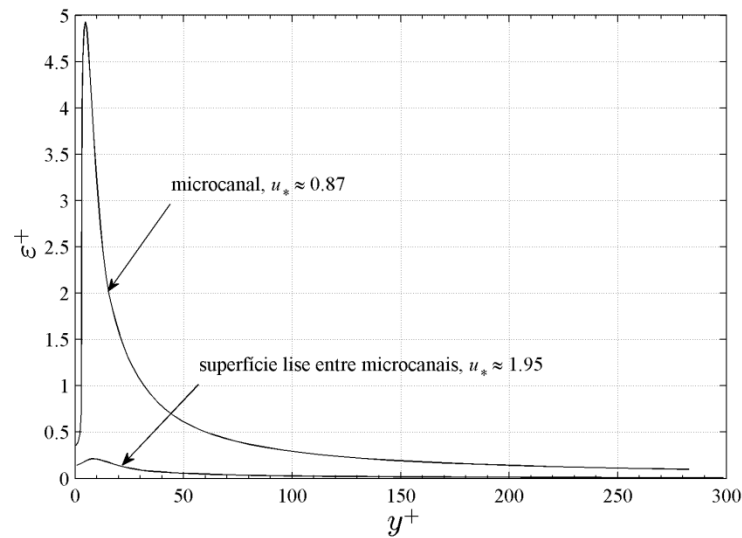


Figura 6.19 - Taxa adimensional de dissipação da energia cinética turbulenta  $\varepsilon^+ \equiv \nu\varepsilon/u_*^4$ ,  
onde  $x_1 = 1,45$  m

### 6.7 Morfologia do escoamento na região dos microcanaís

Investiga-se a morfologia dos escoamentos secundários em um plano transversal ao escoamento principal e situado em  $x_1 = 1,45$  m da mesma forma que nas seções anteriores. Na Figura 6.20, observa-se um padrão complexo de escoamentos secundários ingressando no domínio pelos contornos laterais e escoando em direção ao centro da placa. Vórtices contrarrotativos formam-se próximos à superfície e as linhas de corrente indicam que o escoamento secundário ingressa de forma oblíqua no interior dos microcanaís. O campo vetorial representa a velocidade no plano  $x_2 - x_3$  e a magnitude desses vetores é no máximo 0,125 m/s. A Figura 6.21 apresenta em detalhe o escoamento próximo ao vórtice esquerdo onde identificam-se estruturas coerentes como ejeções de fluido a baixa velocidade [Kline e Robinson, 1990]. As linhas de corrente sugerem a existência de vórtices de menor escala próximos às arestas dos microcanaís.

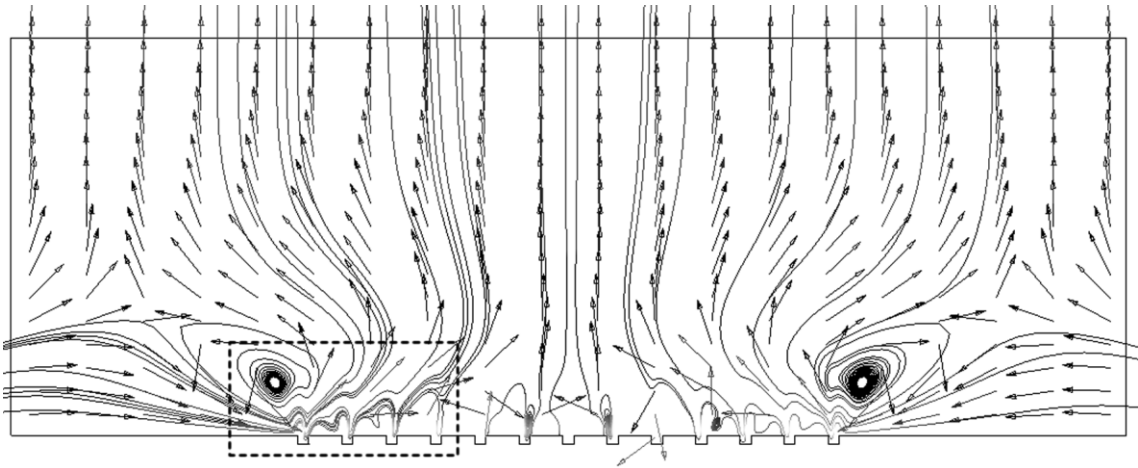


Figura 6.20 – Morfologia dos escoamentos secundários no plano  $x_2 - x_3$ , em  $x_1 = 1,45$  m

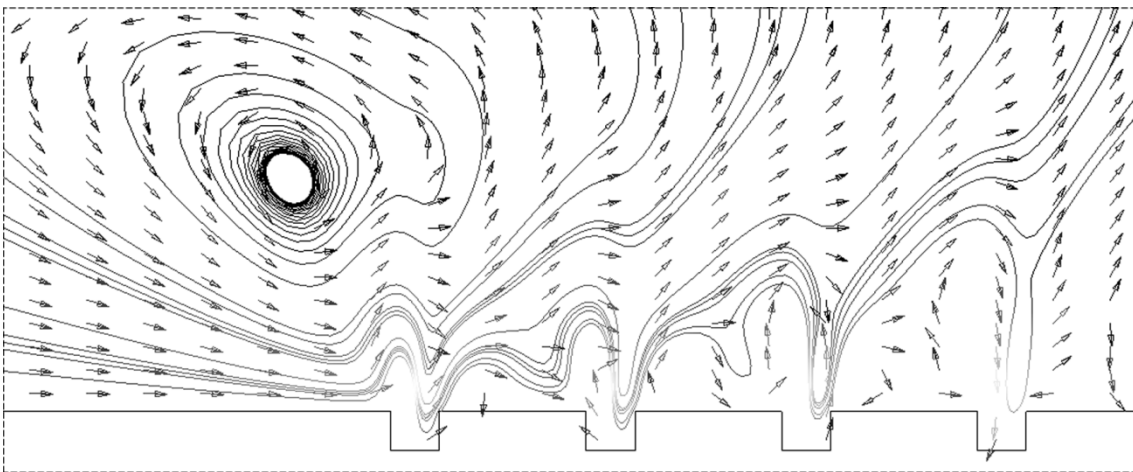


Figura 6.21 - Detalhe do escoamento secundário próximo ao vórtice esquerdo no plano  $x_2 - x_3$ , onde  $x_1 = 1,45$  m

A Figura 6.22 apresenta os perfis de velocidade nas linhas medianas do microcanal central e da superfície adjacente entre microcanais, tomando-se as medidas de velocidade em  $x_1 = 1,45$  m e comparando esses perfis com o perfil teórico de Reichardt, 1951. Observa-se a concordância desse perfil com aquele da superfície adjacente. O perfil que inicia no interior do microcanal tem mesma morfologia mas é deslocado no eixo  $u^+ \equiv U_1/u_*$ , explicando-se esse comportamento pela menor velocidade de referência calculada no interior do microcanal – o escoamento imediatamente acima do microcanal tem mesma velocidade que o escoamento adjacente e causa a inflexão no perfil de velocidade do microcanal quando  $y^+ \approx 3$ . Na Figura 6.23 apresentam-se em detalhe esses perfis de velocidade em escala logarítmica na região em que  $y^+ < 10$ .

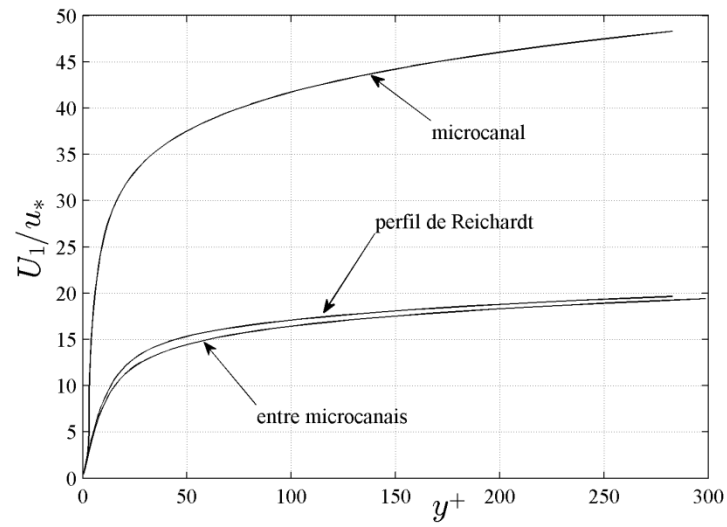


Figura 6.22 – Perfis de velocidade na linha mediana do microcanal central e na superfície lisa adjacente, onde  $x_1 = 1,45$  m

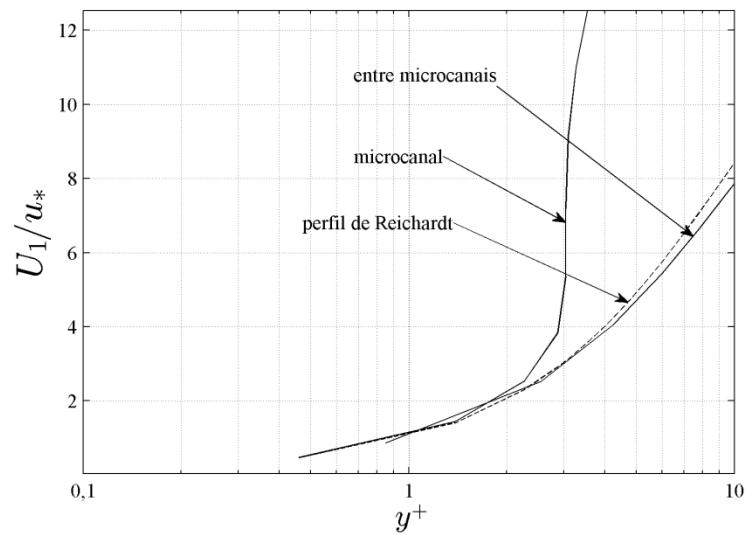


Figura 6.23 - Perfis de velocidade onde  $x_1 = 1,45$  m e  $y^+ < 10$

## 7 CONCLUSÃO

A utilização de microcanais como um método passivo de controle de escoamento objetivando a redução do arrasto turbulento foi investigada nesta tese. A motivação pela escolha desse tema fundamentou-se na relevância dos escoamentos turbulentos em aplicações aerodinâmicas e no potencial de economia de energia e recursos ambientais que a redução de arrasto apresenta, considerando o volume de carga e passageiros transportados em escala global por aeronaves comerciais.

A revisão da bibliografia mostra que a pesquisa sobre métodos passivos de controle de escoamento visando à redução de arrasto divide-se fundamentalmente em duas categorias: escoamentos sobre superfícies com microcanais e escoamentos sobre microestruturas (ou *riblets*). Essa divisão justifica-se no caso de escoamentos internos pela simplificação das equações de conservação e pela ubiquidade de dados obtidos por simulação numérica direta ou por via experimental. Os escoamentos externos e turbulentos sobre superfícies com microestruturas ocorrem frequentemente na natureza (como no nado de tubarões) e o efeito de redução de arrasto desse método é bem entendido e explorado, em especial pela indústria aeronáutica. O escoamento externo com microcanais é desafiador sob os aspectos de formulação, modelagem e método numérico, talvez esse fato justificando a (relativa) escassez de pesquisa nesse tema. Diante dessa perspectiva, propôs-se um modelo de predição de redução de arrasto fundamentado na associação entre a anisotropia das tensões de Reynolds e o estado da turbulência a uma componente.

### 7.1 Contribuições deste trabalho

A combinação do modelo de turbulência e do método numérico, RST e MVF respectivamente, representa um dos caminhos possíveis para obter-se a quantificação da anisotropia e a verificação do potencial de arrasto de acordo com o modelo de predição proposto. Essa combinação, assim como a utilização do triângulo de Lumley-Pope associado à investigação de quantidades turbulentas, consiste na principal contribuição do presente trabalho. Os dados obtidos com os modelos e métodos aplicados na solução do escoamento sobre a placa com microcanais estão de acordo com a teoria e foram devidamente verificados e validados. No capítulo de análise e discussão (Capítulo 5), apresentaram-se evidências da

coerência entre o valor estimado pelo modelo de predição e o valor computado ( $\sim 5\%$ ), considerando-se dessa forma que a proposição inicial desta tese foi atendida.

## **7.2 Possíveis aplicações na indústria aeronáutica**

A escolha dos parâmetros do escoamento e da placa plana com microcanais como modelo físico constituiu-se em uma simplificação de um problema mais complexo e de aplicação não acadêmica – o escoamento sobre um aerofólio delgado de uma aeronave comercial típica em fase de aproximação para pouso ( $Re \approx 1E6$  e  $M \approx 0.2$ ). Os microcanais também podem ser aplicados em superfícies aerodinâmicas como fuselagens, estabilizadores verticais e pylons, ou em regiões onde o controle ativo de escoamento não é viável.

## **7.3 Sugestões de continuidade**

Os resultados obtidos sugerem que outras linhas de pesquisa, como a otimização da topologia dos microcanais ou a investigação do efeito de redução em escoamentos com número de Mach elevado, sejam proposições atrativas de continuidade deste trabalho. Outro possível desmembramento deste trabalho é a sua aplicação em um modelo mais complexo (como o DLR-F6) e cujos resultados sejam prontamente utilizáveis pela indústria aeronáutica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abbas, A., de Vicente, J., Valero, E. **Aerodynamic technologies to improve aircraft performance**, Aerospace Science and Technology, Vol. 28, pp 100–132, 2013.

Anderson Jr., J.D. **Fundamentals of Aerodynamics Fourth Edition**, McGraw-Hill, 2004, 4<sup>th</sup> Edition, 1008 p., 2004.

Ash, R. **On the theory of compliant wall drag reduction in turbulent boundary layers**, NASA Report CR-2387, 1974.

Bechert, D.W., Hoppe, G., and Reif, W.E. **On the drag reduction of the shark skin**, AIAA Paper 85-0546, 1985

Bechert, D.W., Bartenwerfer, M. **The viscous flow on surfaces with longitudinal ribs**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 206, pp. 105-129, 1989.

Bechert, D.W., Bruse, M., Hage, W., van der Hoeven, J.G.T., Hoppe, G. **Experiments on drag-reducing surfaces and their optimization with an adjustable geometry**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 338, 1997, pp. 59-87, 1997.

Bechert, D.W., Bruse, M., Hage, and W., and Meyer, R. **Fluid mechanics of biological surfaces and their technological application**, Naturwissenschaften Vol. 87, pp. 157-171, 2000.

Brethouwer, G. **The effect of rotation on rapidly sheared homogeneous turbulence and passive scalar transport. Linear theory and direct numerical simulation**. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 542, pp. 305–342, 2005.

Brodersen, O., Crippa, S., Einfeld, B., Keye, S., Geisbauer, S. **DLR Results from the Fourth AIAA Computational Fluid Dynamics Drag Prediction Workshop**, Journal of Aircraft, Vol. 51, No. 4, pp. 1135-1148, 2014.

CD-adapco, **User Guide STAR-CCM+ Version 8.06**, 2013.

Choi, H., Moin, P., and Kim, J. **Turbulent drag reduction: studies of feedback control and flow over riblets**, Report No. TF-55. Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1992.

Choi, K.S. **Near-wall structures of a turbulent boundary layer with riblets**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 208, pp. 417-458, 1989.

Dean, R.B. **Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow**. J. Fluids Eng. 100: 215-223, 1978.

Demirdzic, I., Lilek, Z., and Peric, M. **A collocated finite volume method for predicting flows at all speeds**, Int. J. for Numerical Methods in Fluids, 16, pp. 1029-1050, 1993.

Demirdzic, I. and Musaferija, S. **Numerical method for coupled fluid flow, heat transfer and stress analysis using unstructured moving meshes with cells of arbitrary topology**, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., pp. 1-21, 1995.

Eça, L., Hoekstra, M. **Evaluation of Numerical Error Estimation Based on Grid Refinement Studies with the Method of the Manufactured Solutions**, Computers and Fluids, 2009.

European Commission, **Flightpath 2050 - Europe's Vision for Aviation, Report of the High Level Group on Aviation Research**, European Union, Belgium, ISBN 978-92-79-19724-6, 2011.

Ferziger, J.H. and Peric, M. **Computational Methods for Fluid Dynamics**, 3rd rev. ed., Springer-Verlag, Berlin., 2002.

Frohnäpfel, B., Jovanović, J., Delgado, A. **Experimental Investigations of Turbulent Drag Reduction by Surface-Embedded Grooves**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 590, pp. 107–116, 2007a.

Frohnäpfel, B., Lammers, P., Jovanović, J., Durst, F. **Interpretation of the Mechanism Associated with Turbulent Drag Reduction in Terms of Anisotropy Invariants**, Journal of Fluid Mechanics Vol. 577, pp. 457–466, 2007b.

Frohnäpfel, B. **Flow control of near-wall turbulence**. PhD thesis, University of Erlangen-Nuremberg, Shaker Verlag, Aachen. 2007.

Gad-El-Hak, M. **Flow Control: Passive, Active, and Reactive Flow Management** Cambridge University Press, Cambridge, 2007, 444p.

George, W.K., Hussein, H.J. **Locally Axisymmetric Turbulence**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 233, pp. 1-23, 1991.

Gibson, M.M., Launder, B.E. **Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 86, pp. 491-511, 1978.

Gollub, J., **Research in fluid dynamics: meeting national needs**, Report of the US National Committee on Theoretical and Applied Mechanics, 2006.

Hooshmand, A., Youngs, R., Wallace, J.M., and Balint, J.L. **An experimental study of changes in the structure of a turbulent boundary layer due to surface geometry changes**. AIAA Paper 83-0230, Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, 1983.

Jongen, T., **Simulation and Modeling of Turbulent Incompressible Flows**, Ph.D. Thesis, Lausanne EPFL., 1998.

Jovanović, J., Otić, I., Bradshaw, P. **On the Anisotropy of Axisymmetric Strained Turbulence in the Dissipation Range**, J. Fluids Eng., Vol. 125, pp. 401-413, 2003.



Jovanović, J., Hillerbrand, R. **On peculiar property of the velocity fluctuations in wall bounded flows**, Journal of Thermal Sciences, Vol. 9, pp. 3–12, 2005.

Jovanović, J., Pashtrapanska, M., Frohnafel, B., Durst, F., Koskinen, J., Koskinen, K. **On the mechanism responsible for turbulent drag reduction by dilute addition of high polymers: theory, experiments, simulations, and predictions**, Journal of Fluids Engineering, Vol. 128, pp. 118-130, 2006.

Jovanović, J., Frohnafel, B., Lienhart H., Delgado, A. **Conference Proceedings 8th International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modeling and Measurements**, 9-11 June, Marseille, France, pp. 763-768, 2010.

Kline, S.J., Robinson, S.K. **Quasi-coherent Structures in the Turbulent Boundary Layer: Part I, Status Report on a Community-Wide Summary of the Data**, Eds. S.J. Kline and N.H. Afgan, NY, Hemisphere, pp. 200-217, 1990.

Kramer, M. **Einrichtung zur Verminderung des Reibungswiderstandes**, Reichspatentamt, Patentschrift Nr. 669897, Klasse 62b, Gruppe 408, 1937.

Lammers, P., Jovanović, J., Durst, F. **Numerical experiments on wall turbulence at low Reynolds number**. Journal of Thermal Sciences, 10: 33-62, 2006.

Launder, B.E., Reece, G.J., Rodi, W. **Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure**, Journal of Fluid Mechanics Vol. 68, pp. 537-566, 1975.

Launder, B.E., Shima, N. **Second Moment Closure for the Near-Wall Sublayer: Development and Application**, AIAA Journal, 27(10), October, pp. 1319-1325, 1989

Luchini, P., Manzo, F., Pozzi, A. **Resistance of a grooved surface to parallel flow and cross-flow**, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 228, pp. 87–109, 1991.

Lee, C., Kim, J. **Control of the viscous sublayer for drag reduction**, Phys. Fluids Vol. 14, pp. 2523–2529, 2002.

Levy, D., Laflin, K., Vassberg, J., Tinoco, E., Mani, M., Rider, B., Brodersen, O., Crippa, S., , C., Wahls, R., Morrison, J., Mavriplis, D., Murayama, M. **Summary of Data from the Fifth AIAA CFD Drag Prediction Workshop, 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition**, AIAA Paper 2013-0046, DOI: 10.2514/6.2013-46, 2013.

Lien, F.S., Leschziner, M.A. **Assessment of turbulence-transport models including non-linear RNG eddy-viscosity formulation and second-moment closure for flow over a backward-facing step**, *Computers Fluids*, Vol. 23, pp. 983-1004, 1994

Lumley, J.L. **Computational Modeling of Turbulent Flows**, *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 123-176, 1978.

Mathur, S.R. and Murthy, J.Y. **Pressure-based method for unstructured meshes**, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 31(2), pp. 195-214, 1997a.

Mathur, S.R. and Murthy, J.Y. **Pressure boundary conditions for incompressible flow using unstructured meshes**, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 32(3), pp. 283-298, 1997b.

Mavriplis, D.J., Vassberg, J.C., Tinoco, E.N., Mani, M., Brodersen, O.P., Eisfeld, B., Wahls, R.A., Morrison, J.H., Zickuhr, T., Levy, D., Murayama, M. **Grid Quality and Resolution Issues from the Drag Prediction Workshop Series**, *Journal of Aircraft*, Vol. 46, No. 3., pp. 935-950, 2009.

Mohammadi, A., Floryan, J.M. **Pressure losses in grooved channels**, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 725, pp. 23-54, 2013.

Monin, A.S., Yaglom, A.M.. **The Statistical Fluid Mechanics**, Vol. 1, The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1987.

Moser, R.D., Kim, J., and Mansour, N.N., **Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $Re_\tau = 590$** , *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 943-945, 1999.

Ollivier-Gooch, C. **Assessing Validity of Mesh Refinement Sequences, with Application to DPW-III Meshes**, AIAA Paper 2009-1174, 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2009.

Pointwise, **Pointwise User Manual V16.04R1**, Pointwise, Inc., 213 S. Jennings Ave., Fort Worth, Texas 76104-1107, USA, 2010.

Patankar, S.V., Spalding, D.B. **A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows**, *Int. J. Heat. Mass Tran.* Vol. 15, pp. 1787-1806, 1972.

Peric, M., Kressler, R., and Scheuerer, G. **Comparison of finite-volume numerical methods with staggered and collocated grids**, *Computers & Fluids*, 16(4), pp. 389-403, 1988.

Pope, S.B. **Turbulent Flows**, Cambridge University Press, New York, 771 p., 2000.

Reichardt, H. **Die Grundlagen des turbulenten Wärmerüberganges**, *Arch. Gesamte Waermetech.*, Vol. 2, pp. 129-142, 1951.

Roache, P.J. **Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies**, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Sept. 1994, Vol. 116, pp. 405-413, 1994.

Roache, P.J. **Verification and Validation in Computational Science and Engineering**, Hermosa Publishers, 1998.

Roache, P.J., Knupp, P.M. **Completed Richardson Extrapolation**, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 9, pp. 365-374, 1993.

Schlichting, H. **Boundary Layer Theory seventh ed.**, McGraw-Hill Book Company, New York pp. 635-667, 1979.

Suzuki, Y., Kasagi, N. Turbulent drag reduction mechanism above a riblet surface, AIAA Journal, Vol. 32, No. 9, pp. 1781-1790, 1994.

Thiede, P. **Aerodynamic drag reduction technologies**, Proceedings of the CEAS/DragNet European Drag Reduction Conference, 19-21 June 2000, Potsdam, Germany, 2001.

Tuerk, S., Daschiel, G., Stroh, A., Hasegawa, Y., Frohnafel, B. **Turbulent flow over superhydrophobic surfaces with streamwise grooves**. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 747: 186-217, 2014

Van Schwarz-Manen, A.D., Thijssen, J.H.H., Nieuwvett, C., Prasad, K.K., Nieuwstadt, F.T.M. **The bursting process over drag reduction grooved surfaces**. Proc. IUTAM Symp. on Structure of Turbulence and Drag Reduction, Springer, Berlin, pp. 561-568, 1990.

Venkatakrisnan, V. **On the Convergence of Limiters and Convergence to Steady State Solutions**, AIAA-93-0880, 1994.

Vinokur, M. **On one-dimensional stretching functions for finite-difference calculations**. Washington, D.C., National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Branch, 1980.

Walsh, M.J., **Riblets, Viscous Drag Reduction in Boundary Layers**, Eds. Bushnell, D.M., and Hefner, J.M., Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Washington DC, Vol. 123, pp. 203-261, 1990.

Walsh, M.J., Weinstein, L.M. **Drag and Heat Transfer on Surfaces with Small Longitudinal Fins**, AIAA Paper 78-1161, 1978.

Wolfstein, M. **The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient**, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 12, 1969, pp. 301-318.

## APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB PARA CÁLCULO DA ANISOTROPIA E OBTENÇÃO DO TRIÂNGULO DE LUMLEY-POPE

Utiliza-se o programa MATLAB “RST.m” a seguir para calcular os pares  $\xi - \eta$  do triângulo de Lumley-Pope. Esse programa têm como entrada um arquivo texto contendo os valores dos componentes  $\overline{u_i u_j}$  do tensor de tensões de Reynolds.

```
%
% **** RST.m ****
% Code to generate the Lumley-Pope triangle ****
% Paulo Arthur Beck (pauloabeck@gmail.com), July 2014
%
% This code plots the Lumley-Pope triangle from the Reynold-stress
% tensor components. The input file rst.txt shall contain the
% Reynolds-stress components, one row for each X,Y,Z point coordinate.
% The components shall have the following order:
% uu uv uw vu vv vw wu vw ww
% The components are tab delimited.
% Remove any blank lines at the end of the file.
%
clear;
filename = 'c:\temp\RST.txt';
fid = fopen(filename);
finfo = dir(filename);
fsize = finfo.bytes;
if fsize > 0
    bloco = 1;
    while ~feof(fid)
        S = fscanf(fid, '%f', [3,3]);
        k = 0.5*trace(S);
        a = S-(2/3)*k*eye(3);
        b = a/(2*k);
        I = trace(b);
        II(bloco) = 0.5*((trace(b))^2-trace(b^2)); %#ok<*SAGROW>
        III(bloco) = det(b);
        ETA(bloco) = nthroot((-1/3)*II(bloco),2);
        CSI(bloco) = nthroot((1/2)*III(bloco),3);
        EIGENVALUES(bloco).AUTOVALORES = eig(b);
        lambda_3(bloco) = EIGENVALUES(bloco).AUTOVALORES(1);
        lambda_2(bloco) = EIGENVALUES(bloco).AUTOVALORES(2);
        lambda_1(bloco) = EIGENVALUES(bloco).AUTOVALORES(3);
        bloco = bloco +1;
    end
end
lambda_3 = lambda_3';
lambda_2 = lambda_2';
lambda_1 = lambda_1';
fclose(fid);
Lumley_Pope(CSI,ETA,ETA, '\eta', 1, 1, -1, -1, '%6.2f', 7, 2);

% **** END OF PROGRAM ****
```

Utiliza-se a função “Lumley\_Pope.m” a seguir para exibir o triângulo de Lumley-Pope:

```

function [ pope ] =
Lumley_Pope(csi,eta,var,tex,ysize,ysize,color,spc,fmt,nint,skip)

% Plots the Lumley-Pope triangle (Pope, 2000), and returns the handle[]
% pauloabeck@gmail.com, 04.07.2014
% csi: the csi array
% eta: the eta array
% var: the variable array, *** ascending order ***
% tex: the variable name, TeX formatted. Ex. 'y^+'
% ysize: marker min. relative size
% ysize: marker max. relative size
% color: marker color, -1 (use color) or 0 (do not use color)
% spc: interval spacing, -1 (log) or 0 (linear)
% fmt: 'e', 'g' or 'f'
% nint: max. number of intervals to display, 1~7
% skip: 1 (all elements) or 2 (half of the number of elements)
% Examples:
% Lumley_Pope(csi,eta,mu,'\mu',1.8,2,-1,-1,'%6.2g',7,1);
% Lumley_Pope(csi,eta,Yplus,'\rmy^+',1.8,2,-1,0,'%6.0f',7,1);
% Lumley_Pope(csi,eta,X,'x/L_c',1.8,2,-1,0,'%5.1f',7,1);
% Lumley_Pope(CSI,ETA,ETA,'\eta',1,1,-1,-1,'%6.2f',7,2);

hold on;
grid off;
if skip>1
    csi(2:skip:length(csi)) = [];
    eta(2:skip:length(eta)) = [];
    var(2:skip:length(var)) = [];
end
if isempty(strfind(tex,'y^+'))
    if spc
        bin = logspace(log10(min(var)),log10(max(var)),8);
    else
        bin = linspace(min(var),max(var),8);
    end
else
    bin = [0 1 5 10 30 100 300 ceil(max(var))];
end
leq = cellstr(char('\rm \leq{ }','\rm <{ }','{ } \leq \it'));
range = cellstr(char(...

strcat(num2str(bin(1),fmt),char(leq(3)),tex,char(leq((nint>1)+1)),num2str(b
in(2),fmt)),...

strcat(num2str(bin(2),fmt),char(leq(3)),tex,char(leq((nint>2)+1)),num2str(b
in(3),fmt)),...

strcat(num2str(bin(3),fmt),char(leq(3)),tex,char(leq((nint>3)+1)),num2str(b
in(4),fmt)),...

strcat(num2str(bin(4),fmt),char(leq(3)),tex,char(leq((nint>4)+1)),num2str(b
in(5),fmt)),...

strcat(num2str(bin(5),fmt),char(leq(3)),tex,char(leq((nint>5)+1)),num2str(b
in(6),fmt)),...

strcat(num2str(bin(6),fmt),char(leq(3)),tex,char(leq((nint>6)+1)),num2str(b
in(7),fmt)),...

```

```

strcat(num2str(bin(7),fmt),char(leq(3)),tex,char(leq(1)),num2str(bin(8),fmt
)))));
range((nint+1):1:length(range)) = [];
bin((nint+2):1:length(bin)) = [];
varbin = histc(var,bin);
varbin(length(varbin)) = [];
msize = ceil(logspace(isize, fsize, length(varbin)));
if color
    mcolor = [[1 0 0];[1 0 1];[0 0 1];[0 1 0];[0 1 1];[1 0.69 0.39];[0 0
0]];
else
    mcolor = [[0 0 0];[0 0 0];[0 0 0];[0 0 0];[0 0 0];[0 0 0];[0 0 0]];
end
mtype = cellstr(['.'; '+'; '*'; 's'; 'd'; 'x'; 'o']);
k = 1;
for i = 1:length(varbin)
    for j = 1:varbin(i)
        csi_i(j) = csi(k);    %#ok<*AGROW>
        eta_i(j) = eta(k);
        k = k + 1;
    end
    pope(i) = scatter(...
        csi_i,...
        eta_i,...
        msize(i),[mcolor(i,1) mcolor(i,2) mcolor(i,3)],...
        char(mtype(i)));
    csi_i = [];
    eta_i = [];
end
t = -1/6:1/30:1/3;
y = abs(t);
z = (1/27+2*t.^3).^0.5;
legend(range, 'Location', 'SouthEast', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12);
plot(t, y, 'LineWidth', 1.0, 'Color', [0 0 0]);
plot(t, z, 'LineWidth', 1.0, 'Color', [0 0 0]);
hold off;

% Reference:
% Pope. S.B., 2000. Turbulent Flows, Cambridge University Press, UK, 771p.

end

```