

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Rafael Souza Fernandes

MÚSICA E MATEMÁTICA: explorando as relações entre ritmos musicais e frações

Porto Alegre - RS

2014

Rafael Souza Fernandes

MÚSICA E MATEMÁTICA: explorando as relações entre ritmos musicais e frações

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Andréia Dalcin

Porto Alegre - RS

2014

Rafael Souza Fernandes

MÚSICA E MATEMÁTICA: explorando as relações entre ritmos musicais e frações

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Andréia Dalcin

Aprovado em _____ de _____ de _____

Comissão Examinadora

Prof.^a Dr.^a Andréia Dalcin

Faculdade de Educação – UFRGS

Prof. Dr. Eduardo Henrique de Mattos Brietzke

Instituto de Matemática – UFRGS

Prof.^a Dr.^a Fernanda Wanderer

Faculdade de Educação – UFRGS

Porto Alegre – RS

2014

A todos os professores do Departamento de Música do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Em especial, às professoras Gina Neves e Ellen Faber, por terem me apresentado a dinâmica principal e motivadora deste trabalho.

À minha amada Mariana Braun Aguiar.

A todos aqueles que contribuíram de forma direta ou indireta para a minha formação.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a toda minha família, pois foram os membros desta que constituíram o meu ser de hoje, sejam nos momentos bons ou ruins, de conquistas ou de dificuldades. Foram eles que estiveram comigo, que viveram comigo e que me orientaram na totalidade da minha vida. Se hoje estou aqui, é porque carrego comigo um pedaço, uma parte de cada um deles.

Agradeço principalmente aos meus pais Ricardo André Fernandes e Sandra Elizabeth Souza Fernandes, que abdicaram de muitos benefícios próprios para investir em uma educação de qualidade para seus filhos. Levo muito em consideração a decisão tomada por vocês, essa atitude trouxe mais benefícios para a formação do meu ser e para o modo como percebo o mundo. Além disso, vocês não sabiam quais seriam as escolhas que eu faria, correram o risco de eu não valorizar este investimento, mas eu posso assegurar que nada foi em vão, este trabalho é apenas uma evidência disso.

Como professor, aprendi que existe um importante papel da família, existe uma necessidade de envolvimento e participação dos pais para o sucesso da educação dos filhos, este papel foi definitivamente cumprido por vocês. Agradeço também ao apoio em momentos de dificuldade na minha vida e pela paciência durante meu processo acadêmico.

À minha irmã Daniela Souza Fernandes, por ter compartilhado comigo momentos de risos e de alegria, de discussões e de filosofias. Também por ter me procurado para sanar dúvidas de matemática, contribuindo para o meu modo de ensinar, e pela parceria em corridas nas minhas horas vagas.

Ao meu sobrinho Francisco Souza Fernandes do Amaral, por todos os momentos de alegria que me proporcionou e por me permitir vivenciar o seu crescimento, sua interação com o mundo, bem como contribuir para seu pensamento musical e lógico-matemático.

À prof.^a Dr.^a Andréia Dalcin, por ter confiado na proposta deste trabalho, por ter me incentivado a aprimorar a dinâmica dos copos e por ter me orientado. Vejo em ti um exemplo de trabalho duro, de muito esforço e dedicação para com a educação matemática e a educação, em geral. Muitas vezes as pessoas acreditam que para ser grande ou se dar bem na vida é necessário ter um dom, uma vocação,

entretanto, no teu caso, percebo que tuas conquistas são fruto de longos trabalhos árduos e sérios. É por isso que te escolhi como orientadora. Também agradeço pelo incentivo na leitura do livro “O valor da Ciência”, de Henri Poincaré.

Aos professores Dr. Eduardo Henrique de Mattos Brietzke e Dr.^a Fernanda Wanderer, por aceitarem o convite para a comissão examinadora deste trabalho, contribuindo com sugestões e contribuições. Além disso, agradeço ao professor Eduardo por me inspirar com sua paixão pela matemática, paixão que transparece em suas aulas, e à professora Fernanda por seu trabalho e dedicação na Educação Matemática e pelo carinho com os seus alunos.

À minha amada Mariana Braun Aguiar, por todos os momentos que vivemos juntos, pelo companheirismo em várias disciplinas, pelos estudos, pelo incentivo nas tarefas acadêmicas, pelo apoio em momentos difíceis, por compartilharmos de momentos de alegria, pelos risos, pela atenção, pelo amor e pelo carinho. Teu sorriso me motiva a seguir em frente e tenho certeza de que continuaremos caminhando sempre juntos. Agradeço pela compreensão em momentos de dificuldade durante a escrita deste trabalho, principalmente em dias que tive que abdicar da tua presença para escrevê-lo. Agradeço também por revisar o trabalho, contribuindo com sugestões para escrita e para as ideias. Eu te amo, meu amor!

Ao meu professor orientador de Iniciação Científica, Carlos Hoppen, pela oportunidade da bolsa, por tudo que aprendi e por estar sempre disponível para sanar minhas dúvidas. A Iniciação Científica me ensinou sobre o trabalho dos pesquisadores de Matemática, contribuiu para meus conhecimentos e formação acadêmica e me permitiu sonhar mais alto, sonhar com mestrado e doutorado.

Aos professores Vilmar Trevisan e Joaquim Júdice, por me incluírem em suas pesquisas, permitindo minha participação e minha contribuição para seus trabalhos, acreditando na minha capacidade.

À professora Marilaine Sant’ana, pelo carinho nas disciplinas de Laboratório III e Pesquisa em Educação Matemática.

À professora Bárbara Seelig Pogorelsky, por ter recebido muito bem os calouros de 2010/2, inclusive eu, e pela sua atenção e disposição nas disciplinas de Fundamentos I, Geometria Analítica e Combinatória I.

Aos professores do departamento de música do Colégio de Aplicação da UFRGS, pela oportunidade de trabalhar como bolsista nos projetos de extensão. Em especial, à professora Martha Guterres Paz, chefe de departamento durante minha

bolsa de extensão, pelo carinho e atenção ao meu trabalho. À professora Juliana Rigon Pedrini, pelo carinho e por me levar aos eventos junto com a orquestra de flautas do CAP. À professora Daniela Cesa, pela companhia durante as minhas atividades no CAP e pela minha participação no Grupo de Musicalização para Adultos. Às professoras Gina Neves e Ellen Faber, por compartilharem comigo a dinâmica dos copos através da música “Fome Come”, pois este TCC é fruto do dia em que Gina nos apresentou e ensinou como executar os movimentos dos copos.

À professora Sigrid Rosula Wüst, pelo carinho, pela atenção às minhas dúvidas sobre música, por me emprestar livros sobre música e matemática e por contribuir para o meu conhecimento musical.

Às minhas primeiras cobaias na dinâmica com os copos, Fernanda Machado dos Santos e Johanna Oliveira Martins, pela dedicação e empenho para minhas atividades propostas nas aulas de violão, pelo carinho e pelo bom gosto musical.

Ao meu amigo Fábio Borba, por ter me motivado a estudar matemática, mesmo que de forma indireta, e por ter sido o primeiro a me mostrar uma demonstração matemática. Certamente tu tiveste forte influência para a minha escolha do curso de Licenciatura em Matemática.

À minha primeira colega de faculdade, Sabrina Simionato, pela parceria na cadeira de Computador na Matemática Elementar I.

Aos meus colegas Luiz Otávio Wearick, Bruno Resende e Denise Gaitsch, pelo companheirismo em muitas cadeiras do curso e pelas alegrias que compartilhamos.

A todos os outros que de alguma forma contribuiu para o meu ser, para minha pessoa e para minha formação.

"A música é o prazer que a alma humana experimenta quando conta sem perceber que está contando."

Gottfrid Wilhelm Leibniz

RESUMO

Este trabalho consiste em uma pesquisa que busca verificar como os alunos estabelecem relações entre os ritmos musicais e as frações. Neste sentido objetivou-se: realizar um levantamento bibliográfico de trabalhos e práticas pedagógicas desenvolvidas no Brasil que aproximam a Música e a Matemática; construir e aplicar uma sequência didática que oportunize a vivência de conexões entre ambas estas áreas, analisando os efeitos produzidos, e identificar as limitações e as possibilidades de um trabalho interdisciplinar, explorando ritmos musicais e possíveis relações com as frações. A prática foi executada por meio de um Projeto de Ensino, em uma instituição de Porto Alegre, da rede federal, com estudantes do Ensino Médio, que através da elaboração de uma representação para o tempo, permitiu tratar os ritmos como frações e perceber a matemática presente neste elemento da música. Além disso, contamos com o apoio de um material manipulativo peculiar, o copo plástico, que por não possuir finalidade musical, provoca curiosidade na maioria das pessoas. O referencial teórico que fundamenta a pesquisa são as perspectivas históricas de Oscar João Abdounur, a interdisciplinaridade/transdisciplinaridade segundo Ivani Fazenda, Pierre Weil, Ubiratan D'Ambrosio e Roberto Crema, e principalmente a Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner. Como resultado da pesquisa foi construída uma lista/tabela com dissertações e teses que aproximaram Música e Matemática, produzida e aplicada uma sequência didática que proporcionou a vivência de relações matemática e música, e verificada algumas conexões entre ritmos e frações através da representação do tempo, tais como a duração de um intervalo de tempo e o compasso musical.

Palavras-chave: Música. Matemática. Música e Matemática. Ritmos. Ritmos musicais. Inteligências Múltiplas. Interdisciplinaridade. Fração. Tempo.

ABSTRACT

This work consists of research that seeks to determine how students establish relationships between musical rhythms and fractions. In this sense, it aimed to: conduct a literature survey of papers and teaching practices developed in Brazil nearing Music and Mathematics; build and implement an instructional sequence further opportunity to experience the connections between these two areas, analyzing the effects produced, and identify the limitations and possibilities of interdisciplinary work, exploring rhythms and possible relations with the fractions. The practice was performed by means of a Teaching Project, an institution of Porto Alegre, the federal system, with high school students, who through the development of a representation for the time allowed to treat rhythms like fractions and understand the math present in this element of music. Moreover, we have the support of a peculiar manipulative material, plastic cup, which has no musical purpose, causes curiosity in most people. The theoretical referential that bases the research are the historical perspectives of Oscar João Abdounur, interdisciplinarity/transdisciplinarity second Ivani Fazenda, Pierre Weil, Ubiratan D'Ambrosio and Roberto Crema, and especially the Theory of Multiple Intelligences by Howard Gardner. As a result of the survey was constructed a list / table of dissertations and theses that brought Music and Mathematics, produced and implemented a teaching sequence that provided the experience of mathematics and music relations, and checked some connections between rhythm and fractions through the representation of time, such as the length of a time interval and the musical beat.

Keywords: Music. Mathematics. Music and Mathematics. Rhythms. Musical rhythms. Multiple Intelligences. Interdisciplinarity. Fraction. Time.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Imagem de um Bongô.....	45
Figura 2: Representação Antropocêntrica.....	58
Figura 3: Relógio 1	59
Figura 4: Relógio 2	59
Figura 5: Relógio 3	59
Figura 6: Linear na vertical.....	60
Figura 7: Linear na altura do edifício.....	60
Figura 8: Linear na altura da árvore	61
Figura 9: Linear na altura do líquido no copo.....	61
Figura 10: Representação por barras.....	61
Figura 11: O metrônomo.....	62
Figura 12: O cronômetro.....	62
Figura 13: A ampulheta.....	62
Figura 14: Linear no comprimento do caminho	63
Figura 15: Representação como segmento de reta	68
Figura 16: Duração dos intervalos tomando o segmento como inteiro	69
Figura 17: Ritmos no Bongô	70
Figura 18: Respostas do questionário inicial - Magnus	79
Figura 19: Respostas do questionário inicial - Marcus	79
Figura 20: Respostas do questionário final - Magnus	80
Figura 21: Respostas do questionário final - Marcus	80
Figura 22: Resposta da pergunta 4 - Magnus.....	81
Figura 23: Resposta da pergunta 4 - Marcus.....	81
Figura 24: Resposta da pergunta 4 - Sanna.....	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Obras do estado da arte de Pillão (2009).....	30
Tabela 2: Obras complementares	31
Tabela 3: Número inicial de participantes.....	38
Tabela 4: Lista de vídeos da Oficina 1.....	39
Tabela 5: Sequências de movimentos da música	42
Tabela 6: Representação das sequências.....	45
Tabela 7: Representação da sequência quaternária	46
Tabela 8: Divisão do tempo 1 (primeiro movimento)	47
Tabela 9: Legenda para os movimentos	48
Tabela 10: Sequência proposta.....	48
Tabela 11: Divisão de todos os intervalos de tempo	49
Tabela 12: Agrupamento de intervalos com pausas.....	49
Tabela 13: Segmento de reta dividido em partes diferentes	50
Tabela 14: Divisão em partes comuns às duas sequências.....	51
Tabela 15: Descrição dos participantes	53
Tabela 16: Sequências do grupo	72
Tabela 17: Sequência executada (incorreta).....	72
Tabela 18: Sequência criada por Fredrik.....	76

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1. Justificativa.....	14
1.2. Objetivos	16
1.3. Problema de Pesquisa	16
1.4. Metodologia	17
1.5. Apresentação do trabalho	17
2. MÚSICA E MATEMÁTICA	19
2.1. Pressupostos que nortearam a pesquisa	19
2.2. Trabalhos existentes na interface Música e Matemática	29
3. O PROJETO DE ENSINO: MÚSICA E MATEMÁTICA	34
3.1. A organização do Projeto	36
3.2. A Sequência Didática	38
3.2.1. <i>Oficina 1: Conhecendo a Música</i>	39
3.2.2. <i>Oficina 2: Trabalhando com o Ritmo e o Tempo</i>	42
3.2.3. <i>Oficina 3: O Ritmo e a Unidade de Tempo</i>	44
3.2.4. <i>Oficina 4: Frações e MMC</i>	46
4. RELATO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	53
4.1. Relato e análise da oficina 1.....	55
4.2. Relato e análise da oficina 2.....	57
4.3. Relato e análise da oficina 3.....	66
4.4. Relato e análise da oficina 4.....	70
4.5. Retomando os objetivos e o problema da pesquisa.....	76
4.5.1. <i>Análise das atitudes dos alunos</i>	77
4.5.2. <i>Análise dos discursos dos alunos</i>	78
4.5.3. <i>Análise das dificuldades dos alunos</i>	82

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
APÊNDICES	88
Apêndice A: Termo De Consentimento Informado	88
Apêndice B: Questionário 1 (inicial).....	89
Apêndice C: Questionário 2 (final).....	90

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretendo expor um panorama geral sobre este trabalho. Na Seção 1.1, justifico a escolha do tema de pesquisa por meio de minha trajetória acadêmica e inquietações que surgiram durante esta. Na Seção 1.2 listo os objetivos desta produção acadêmica. Na Seção 1.3 está enunciado o problema de pesquisa. A metodologia utilizada para efetuar a pesquisa é discorrida na Seção 1.4. Uma breve descrição sobre cada um dos capítulos encontra-se na Seção 1.5.

1.1. Justificativa

Tanto para um matemático quanto para um músico, perceber a existência de conexões entre a Música e a Matemática torna-se natural à medida que este sujeito vai conhecendo cada uma dessas áreas. Aqueles indivíduos que possuem conhecimentos nas duas áreas, de uma forma ou de outra, acabam intrigados com a existência de tais relações isto, por si só, já se torna algo significativo e motivador para uma pesquisa na área de Educação de Matemática.

Há muitos motivos para se realizar esta pesquisa. No entanto, destaco três fatores que me levaram à escolha deste tema: convivência pessoal com a música, experiência acadêmica por meio de um projeto de extensão que articulava Música e Matemática e a constatação de que ainda existem poucas pesquisas acadêmicas que tomem a relação Música e Matemática como objeto de estudo, menos ainda quando trata-se de suas possibilidades no ensino.

Poucos anos antes do meu ingresso na universidade, tive um aprendizado musical por meio do estudo de violão, o que já, naquele momento, me permitiu estabelecer pequenas relações entre música e matemática, como, por exemplo, a divisão de um tempo inteiro em partes iguais (frações), ou, ainda, as possibilidades de combinações de notas musicais com o intuito de criar uma música.

Durante o curso de Licenciatura em Matemática, sempre procurei relações entre as disciplinas que estivesse cursando e a temática música.

A música provoca reações sobre a maioria das pessoas. Utilizá-la como uma ferramenta para o ensino de matemática é uma possibilidade ainda pouco explorada, mas que existe, e é colocada em prática por alguns professores que conseguem visualizar conexões entre estas áreas. A partir da experiência musical

que possuo, me deparo com uma série de perguntas sobre o assunto que me motivam a procurar respostas, questões que me inquietam e que me fazem pensar sobre as possibilidades da relação Música e Matemática na Educação Matemática, bem como suas limitações em termos de recursos, espaço físico e ensino-aprendizagem, como exemplos. Além disso, meu conhecimento nestas áreas torna-se favorável para esta pesquisa, pois me sinto direcionado a “o que procurar” e a “onde encontrar”.

Conforme já mencionado, durante o curso de Licenciatura pude pesquisar e produzir trabalhos que explicitassem as relações existentes entre Música e Matemática. Disciplinas como Geometria e Aritmética contribuíram significativamente para compreensão de conceitos que estão ligados à música e que podem ser desenvolvidos em ambiente escolar, tais como a Comensurabilidade e o Mínimo Múltiplo Comum.

Na disciplina de História da Matemática, pude estudar muito sobre os aspectos históricos das relações entre Música e Matemática, o que também me motiva a pesquisar e contribuir de alguma forma nesta área de estudo. Historicamente, é possível perceber que estas relações são muito antigas e foram discutidas por muitos anos.

Uma oportunidade que tive na universidade, que também contribui para a escolha do tema desta pesquisa, foi trabalhar no projeto “Orquestra de Flautas” com uma bolsa de Extensão, que previa um trabalho em um colégio da rede federal, cujas atividades foram: auxiliar a Orquestra de Flautas, ministrar aulas de violão e efetuar manutenção de instrumentos musicais. Essa experiência contribuiu significativamente para perceber o quão próximo as ciências da Música e da Matemática se apresentam.

Uma atividade desenvolvida na convivência com os professores de Música da escola despertou mais atenção, foi uma música que utilizava copos como instrumento musical. Esta atividade além de ser bem dinâmica e de fácil execução, utilizava um material simples, permitindo focar nos aspectos rítmicos da música e relacioná-los com o conteúdo de frações. Além disso, baseado em alguns trabalhos que buscaram estabelecer relações entre Música e Matemática, pude perceber que a maioria tratava da harmonia como elemento musical de estudo, sendo que a partir desta passavam realizar conexões com a música. Nesse sentido, observo a relevância desta pesquisa, pois propõe uma atividade diferenciada e ainda pouco

explorada utilizando o elemento ritmo da música, tomando o tempo como objeto de estudo.

Outro fator que me leva a escolha deste tema trata-se do fato de existir poucos trabalhos relacionando Música e Matemática, sendo que estes geralmente têm como principal objetivo explicitar as possibilidades de articulação entre música e matemática, porém, nem todos apresentam dados empíricos, práticas realizadas em sala de aula. Portanto, percebo que ainda existem possibilidades de estudos com esta temática. Nesta perspectiva, me proponho a elaborar e analisar uma sequência didática que possibilite articular Música e Matemática no ensino de frações.

1.2. Objetivos

- Realizar um levantamento bibliográfico de trabalhos e práticas pedagógicas desenvolvidas no Brasil que aproximam a Música e a Matemática.

- Elaborar e aplicar uma sequência didática que oportunize a vivência de conexões entre a Música e Matemática, analisando os efeitos produzidos.

- Identificar as limitações e as possibilidades de um trabalho interdisciplinar entre Música e Matemática, explorando ritmos musicais e possíveis relações com as frações.

1.3. Problema de Pesquisa

Existem possibilidades de se estabelecer relações entre Música e Matemática, bem como de utilizar estas no âmbito educacional, com o intuito de acrescentar novas práticas, contribuindo para o ensino-aprendizagem. Na mesma proporção, muitas questões surgem à medida que são realizados trabalhos com o propósito de estudar tais possibilidades didáticas.

Neste caso não é diferente, a temática é intrigante, principalmente por ser algo recente e pouco investigado, provocando-nos a indagá-la. Entre os quesitos que permeiam e motivam este trabalho, podemos centralizá-los em uma única questão, que abrange, de forma geral, todas as inquietações que este traz consigo:

Que conexões os alunos estabelecem entre ritmos musicais e frações?

Nossas intenções estão direcionadas para obter resultados que nos auxiliem a responder esta pergunta. Logo, apresentamos a metodologia utilizada para esta pesquisa.

1.4. Metodologia

Esta pesquisa foi realizada em três etapas: levantamento de pesquisas no Brasil que abordem conexões entre Música e Matemática; elaboração e aplicação de uma sequência didática e análise qualitativa da experiência.

A primeira etapa consistiu no aprofundamento teórico da pesquisa que envolveu desde leituras sobre interdisciplinaridade e conexões entre Música e Matemática, passando pelas questões históricas, até o levantamento bibliográfico de trabalhos que envolvem Música e Matemática, práticas que utilizam a música para o ensino de conteúdos de matemática e que envolvem o ensino de frações. Ao final dessa etapa da pesquisa foi produzida uma lista/tabela de referências de trabalhos que aproximam Música e Matemática.

A etapa seguinte consistiu-se nas atividades práticas. A prática foi realizada por meio de um Projeto de Ensino no Ensino Médio, intitulado por Música e Matemática. As práticas estavam direcionadas para a aplicação de uma sequência didática que possibilitasse estabelecer relações entre os ritmos musicais e as frações. Os participantes deste projeto tiveram que trazer assinado pelos responsáveis um Termo de Consentimento Informado, que consta no Apêndice A deste trabalho, formalizando a participação nas atividades e esclarecendo os objetivos e funcionamento da pesquisa.

A última etapa consistiu na análise qualitativa das experiências durante a prática de ensino, buscando responder a pergunta da pesquisa através de conexões entre os dados e o referencial teórico estudado.

1.5. Apresentação do trabalho

O Capítulo 2 contempla toda a fundamentação teórica e as ideias que deram suporte para esta pesquisa. Inicialmente, na Seção 2.1, são abordadas, por uma perspectiva histórica, as primeiras relações estabelecidas entre Música e Matemática, segundo Abdounur (1999), seguidas de uma discussão sobre as

práticas de ensino interdisciplinares e transdisciplinares, baseado em Weil, D'Ambrosio e Crema (1993b) e a Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner (1994, 1995).

Na Seção 2.2, com base na dissertação de Pillão (2009), foram listados os trabalhos relacionados com a temática Música e Matemática até 2008 em uma tabela, que foi complementada, via metodologia similar à essa dissertação, com produções mais atuais e coletadas de outras fontes. Além disso, são apresentadas as ideias de duas obras que aproximam-se da proposta deste trabalho.

No Capítulo 3, é relatado todo o processo de organização e desenvolvimento da experiência prática, desde a escolha da metodologia da dinâmica até o encerramento do Projeto de ensino Música e Matemática. Encontram-se, neste capítulo, as descrições dos planejamentos, bem como um relatório de cada uma das quatro oficinas que compuseram o Projeto.

No Capítulo 4, realizamos a análise dos resultados e observações dos principais acontecimentos no Projeto, estabelecendo conexões com o referencial teórico.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta minhas impressões e percepções sobre este trabalho, além de expor expectativas sobre possíveis avanços nesse estudo futuramente.

2. MÚSICA E MATEMÁTICA

Apresentamos nesta seção a fundamentação teórica para este trabalho, discorrendo sobre aspectos históricos e conceituais. Além disso, exibimos algumas pesquisas já produzidas acerca da temática Música e Matemática.

2.1. Pressupostos que nortearam a pesquisa

Ao longo da nossa história, podemos perceber a presença de vários matemáticos que se envolveram no estudo da música, buscando as mais variadas relações entre a Música e a Matemática. Qualquer sujeito, ao se aprofundar nos estudos tanto de uma quanto de outra, começa perceber tais relações. A evidência histórica mais antiga que temos sobre tais relações está no experimento do monocórdio¹, na Antiguidade, realizada por Pitágoras de Samos (580-500 a.C.), que através desse instrumento, estabeleceu relações entre o comprimento da corda tangida e o som emitido pela mesma, classificando como sons consonantes² aqueles que estavam ligados às razões matemáticas que foram determinadas pelo sábio.

Este fato marcou o início das investigações e estudos sobre a Música e a Matemática. É um fato clássico, embora acredite-se que tais relações já eram investigadas por povos mais antigos. Todos os pensadores e estudiosos que sucederam Pitágoras estiveram, de alguma forma, apoiados nas ideias do mesmo. Grandes filósofos, matemáticos e músicos contribuíram de diversas formas para este modelo: Filolaus e Arquitas de Tarento, Rameau, Bernoulli, Euler, Ohm, Fourier, Vincenzo Galilei, Galileu Galilei, Descartes e Kepler.

A ideia de usar a Música e a Matemática na educação vem também da Antiguidade, com um dos sucessores de Pitágoras. Arquitas de Tarento (430-380

¹ O monocórdio é um instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha, possuindo, ainda, um cavalete móvel colocado sob a corda para dividi-la em duas seções. (ABDOUNUR, 1999)

² Existem diferentes pontos de vista para definir consonância, mas podemos assumir, aqui, consonância como uma combinação de sons que soa de forma agradável aos ouvidos.

a.C.), um dos teóricos musicais do período clássico grego, além de defender a importância da matemática na educação, valorizava a utilização da música no ensino:

Um dos baluartes da linha racionalista pitagórica, Arquitas atribuiu mais atenção a tal arte do que a maioria de seus predecessores, acreditando que a música deveria assumir um papel mais importante que a literatura na educação das crianças. (ABDOUNUR, 1999, p. 14)

Os estudiosos acreditam que Arquitas estudava as relações entre Música e Matemática para estabelecer a afinação de seu instrumento teórico-prático, a lira. Segundo este pensador, as razões construídas a partir de médias harmônicas entre as frações de comprimento de corda eram responsáveis por produzir os sons consonantes perfeitos. Mas, de certa forma, sua teoria também foi fruto do modelo do sistema musical estabelecido por Pitágoras.

Outro pensador de suma importância foi o estudante de teologia, filosofia, direito e matemática Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), que também demonstrou admiração e paixão pela música. Segundo Fortes (2009), Leibniz vislumbrou a presença da matemática na música através da análise combinatória, dedicando espaço exclusivo para discorrer sobre isso em sua obra *Dissertatio*, evidenciando a combinatória presente na música, tanto na análise das possibilidades de arranjos e harmonias sonoras quanto na simbologia utilizada nas partituras. Além disso, como nos coloca Carpeaux (1977), Leibniz era um filósofo “referência” na época, muitos músicos o conheciam, como exemplo, temos Agostino Steffani³.

Analisando essa perspectiva histórica, percebemos que Música e Matemática estiveram e ainda são intensamente conectadas. Além dos grandes nomes da ciência envolvidos, as pessoas em geral percebem essa conexão, e para aquelas

³ A posição central entre os compositores sacros da época pertence a Agostino Steffani (1655 – 1728), embora, a rigor, só uma obra dele se enquadre na evolução do gênero [barroco, homofonia na ópera e na igreja] [...] Steffani foi nobre prelado veneziano que serviu à Santa Sé como diplomata na Alemanha, em Munique e depois em Hanover, onde frequentava a casa do grande filósofo Leibniz e teve oportunidade de facilitar, generosamente, os inícios da carreira inglesa de Handel. (CARPEAUX, 1977, p. 54)

que não têm uma boa noção de música, basta mostrar alguns exemplos de problemas musicais – como a harmonia, isto é, o combinar das notas musicais – ou instigá-las ao raciocínio matemático na música, que por si só irão estabelecer tal conexão.

Por tratar-se de um trabalho que busca verificar possibilidades e resultados de uma prática de ensino que usa relações entre diferentes áreas do saber, percebo a presença do interdisciplinar/transdisciplinar, o que me leva a tomar como apoio algumas ideias de Ivani Fazenda (1993) e de Pierre Weil, Ubiratan D’Ambrosio e Roberto Crema (1993b).

A minha primeira percepção é que não existe um conceito bem definido de interdisciplinaridade, pois percebem-se diferenças entre as práticas ditas interdisciplinares. Os pesquisadores que possuem interesse nessa área buscam defini-la com base em suas experiências. Para Fazenda (1993, p. 30), “mesmo solitariamente, numa escrita pessoal, o pesquisador da interdisciplinaridade encontra-se atrelado aos autores que lê, às ideias que compartilha e às suas objeções”.

Ao se referir à implementação de uma educação interdisciplinar, Fazenda questiona até que ponto é necessário trabalhar nessa perspectiva, visando explicitar pontos positivos e negativos dessa perspectiva. O que é garantido com base na sua investigação é que:

Proposições curriculares que apenas indiquem a interdisciplinaridade como objetivo, sem reflexão mais acurada, nem a investigação de uma realidade mais imediata, que considere as reais possibilidades e empecilhos com que se defrontam a escola e o professor em seu trabalho efetivo, a nada conduzirão. (FAZENDA, 1993, p. 35)

Em outras palavras, não podemos assumir que a interdisciplinaridade seja a solução dos problemas da educação, tampouco o meio mais adequado de se ensinar, mas sim uma possibilidade de olhar para a construção dos conhecimentos e a realidade educativa.

Não obstante ao fato de inexistir uma definição precisa do trabalho interdisciplinar, adotamos a ideia de que o mesmo venera interações entre duas ou várias disciplinas, no sentido de Weil (1993). Entre os estudos sobre a interdisciplinaridade, percebemos que predomina como propósito a comunicação entre disciplinas por meio de aproximações e relações entre elas.

Essa interação pode ir da simples comunicação de ideias até a integração mútua dos conceitos diretores, da epistemologia, da terminologia da metodologia, dos procedimentos de dados e da organização da pesquisa e do ensino que a esses se relaciona. (WEIL; D'AMBROSIO; CREMA, 1993, p. 34)

A existência desses estudos pressupõe uma fragmentação de áreas do conhecimento. Neste sentido, temos a transdisciplinaridade, que “é considerada como uma resposta e solução à crise de fragmentação” (WEIL; D'AMBROSIO; CREMA, 1993, p. 35). Baseado nessas concepções, percebe-se uma convergência para o fato de que o “encontro interdisciplinar, entendido como interação ou síntese entre duas ou várias disciplinas favorece a emergência da transdisciplinaridade” (WEIL; D'AMBROSIO; CREMA, 1993, p. 35).

Por um lado, entendo que uma prática transdisciplinar é aquela que rompe as barreiras segregadas entre áreas de conhecimento, por outro, a prática interdisciplinar é aquela que estabelece relações entre áreas do conhecimento, em direção ao transdisciplinar, mas que ainda não rompe completamente tais fragmentações. Por tais razões, considero a prática desenvolvida no Projeto como uma prática interdisciplinar, adotando suas ideias predominantemente no trabalho.

Assim, a interdisciplinaridade se faz presente neste trabalho de forma natural, já que muitas vezes ouvimos dizer que Música e Matemática andam juntas, que “tem tudo a ver”. No entanto, não foi tão intuitivo e/ou trivial perceber conexões existentes entre ambas, pelo menos no meu caso. Além disso, existem pessoas que nem imaginam que possam existir relações entre estas duas áreas do conhecimento.

Ressalto que muitas das minhas percepções sobre essas relações surgiram durante o curso de Licenciatura em Matemática, despertando curiosidade e motivação para compreender e estabelecer cada vez mais conexões. Enquanto bolsista de extensão no colégio da rede federal mencionado, conheci a professora Sigrid Rosula Wüst, que muito me apoiou com materiais de leitura sobre a história da música e relações entre Música e Matemática. Um destes livros foi o de Abdounur (1999), que trabalha através das analogias na construção de significados, fundamentando-se na Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner (1995).

Este foi o meu primeiro contato com a Teoria das Inteligências Múltiplas, trazendo consigo diversas questões, sendo algumas pertinentes a este trabalho, como: “O que caracteriza ou pode caracterizar uma inteligência?”, “O que é uma

inteligência?”, “Existe uma única inteligência?”, “Podemos quantificar inteligência?”. Além disso, pretendo promover, na sequência didática, diversas situações que aproximem-se da visão da teoria de Gardner.

Buscando compreender essa teoria e obter uma fundamentação para concepções acerca do intelectual, tomamos como apoio o trabalho de Gardner (1995), que trata de uma exposição de ideias sobre as implicações educacionais dessas múltiplas inteligências e suas repercussões. Nessa obra, Gardner retrata a visão de sua escola utópica baseada nas Inteligências Múltiplas, contemplando os principais conceitos da Teoria, e discorre sobre as perguntas realizadas pela platéia em uma de suas palestras em *Harvard University* sobre seu livro *Estruturas da Mente*. Para este estudo foram realizadas as leituras das obras *Estrutura da Mente e Inteligências Múltiplas: a teoria na prática* de Howard Gardner.

Um dos métodos de quantificação da inteligência mais conhecido é sem dúvida o “QI”, desenvolvido, segundo Gardner (1994), pelo psicólogo Alfred Binet, em Paris, 1900. No entanto, os diagnósticos quantitativos apontavam para resultados em um determinado contexto: o escolar. Um sujeito, ao concluir as etapas escolares, por maior que tenha sido o seu “QI”, não terá um sucesso garantido em sua vida, tudo dependerá da função profissional na qual irá atuar e de suas habilidades para exercer a mesma.

Preocupamo-nos, então, em explorar as competências desse sujeito e, portanto, estamos de acordo com o conceito de inteligência definido por Gardner (1995, p. 21), que a trata como a “capacidade de resolver problemas ou elaborar produtos que são importantes num determinado ambiente ou comunidade cultural”. Dessa forma, podemos pensar em uma educação centrada no indivíduo, buscando conhecê-lo e, baseado em suas habilidades, orientá-lo para funções profissionais adequadas a seu perfil no seu ambiente comunitário.

Além disso, os testes de “QI” são, em geral, baseados em problemas com respostas objetivas, contemplando, basicamente, conteúdos linguístico-verbais e lógico-matemáticos. Mas, pensemos bem, para o arquiteto Oscar Niemeyer⁴,

⁴ Oscar Ribeiro Teomar de Almeida Niemeyer Soares Filho (Rio de Janeiro, 15 de dezembro de 1907 — Rio de Janeiro, 5 de dezembro de 2012) foi um arquiteto brasileiro, considerado uma das figuras-

bastariam conhecimentos linguísticos e lógicos? E ao Michael Jackson, bastariam? E Michelangelo, com suas obras fascinantes na capela Sistina? De fato, existem outros fatores intelectuais a serem considerados que transcendem dessa limitação a esses dois critérios.

A Teoria de Gardner faz justamente um contraponto a essa visão unidimensional da inteligência, sugerindo um espectro de sete Inteligências. Ressalto que a ideia da sequência didática – um dos objetivos deste trabalho – apresenta-se na forma de atividades muito dinâmicas e, com esse intuito, recorro a Gardner para compreender suas concepções sobre cada uma das Inteligências, organizar tal sequência, proporcionando a possibilidade de desenvolver e aprimorar tais habilidades no discente e de promover momentos que as evidenciem de algum modo.

Apresento abaixo, uma breve síntese de cada uma das competências baseada em Gardner (1995) e em Campos (2009), que também utilizou essa Teoria como referência em sua fundamentação teórica.

Inteligência musical: indivíduos que possuem esta inteligência bem desenvolvida tendem a apresentar uma boa percepção musical, sensibilidade para discernir sons consonantes e dissonantes, facilidade para criar ritmos e diferenciar timbres. Incluem-se também as capacidades de apreciação, composição e reprodução de uma música qualquer, bem como habilidades de improvisação dentro de determinada estrutura de escala musical. Esta é a inteligência presente em músicos, cantores, compositores, maestros e lutiers⁵.

Inteligência corporal-cinestésica: é aquela que interfere na capacidade do indivíduo controlar seu corpo ou parte dele. Perceptível nas situações em que o sujeito necessita utilizar a coordenação motora ou a destreza na manipulação de

chave no desenvolvimento da arquitetura moderna. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar_Niemeyer>. Acesso em: 4 de Novembro de 2014.

⁵ Profissional especializado na construção e no reparo de instrumentos de corda com caixa de ressonância, mas não daqueles dotados de teclado. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Luthier>>. Acesso em: 5 de novembro de 2014.

objetos. No entanto, aqueles que conseguem criar uma imagem mental de movimentos corporais para depois executá-los também estão incluídos nesta categoria. As artes cênicas, as artes plásticas, os esportes, a dança e a música (na utilização de instrumentos) são exemplos de atividades ligadas a essa competência.

Inteligência lógico-matemática: como o próprio nome indica, é a inteligência da lógica e da matemática. Está diretamente ligada com a sistematização do raciocínio voltado para a resolução de algum problema ou para responder alguma questão. Aqueles que a possuem em grau significativo conseguem lidar com manipulação de objetos e variáveis simbólicas, determinar padrões, estabelecer relações de ordem e organizar seu pensamento de modo que lhe permita comparar ideias e obter resultados/respostas (conclusões). Esta é a inteligência presente de forma considerável nos cientistas e nos matemáticos.

Inteligência linguística: é a habilidade presente naqueles que possuem significativo domínio da linguagem, apresentando facilidade para interpretar e estruturar produções textuais, para elaborar sentenças e argumentos, para estabelecer diálogos e para compreender aspectos gramaticais, sintáticos, fonéticos, etc. Percebemos esta inteligência nos atores, oradores, narradores, radialistas, escritores, poetas, tradutores, políglotas e compositores.

Inteligência espacial: esta inteligência contempla as capacidades de manipular objetos mentalmente, alterando suas propriedades (forma, cor, tamanho, etc.), de analisar desenhos ou cenas por diferentes ângulos, interpretando-os de maneiras distintas, e de elaborar estratégias de localização, seja por meio de mapas ou não. Competência que permeia as mentes de arquitetos, engenheiros, geógrafos, geólogos, cartógrafos, artistas plásticos, enxadristas e dançarinos.

Inteligência interpessoal: é a habilidade de sentir e perceber emoções e sentimentos na relação entre as pessoas. Percebe-se na relação do indivíduo com o mundo e com as pessoas. É a capacidade de discernir humores, intenções e motivações na sua relação com os outros. Pode ser observada, por exemplo, em professores, pastores, padres, vendedores, empresários e políticos.

Inteligência intrapessoal: consiste na capacidade que o sujeito tem de conhecer a si mesmo, suas habilidades, limitações, emoções, sentimentos, sonhos e desejos.

Segundo Gardner (1994, p. 187), ao se referir às inteligências inter e intrapessoais, “nenhuma das duas formas de inteligência pode desenvolver-se sem a outra”, o que o leva a tratá-las como uma só, a inteligência pessoal, diferindo-as apenas no foco da relação do indivíduo, isto é, enquanto um está na relação com aspectos exteriores, o outro está com os interiores do sujeito. Vale ressaltar que já são considerados outros dois tipos de inteligência – a saber, naturalista e existencial – que não serão aqui tratadas por não constarem nas obras estudadas.

Percebe-se que cada uma delas pode ser vinculada a alguma função social ou cultural, podendo este estar associado a mais de uma inteligência (em geral é o que acontece). Segundo Gardner (1995, p. 30) “[...] é verdade que cada papel cultural, seja qual for seu grau de sofisticação, requer uma combinação de inteligências”. Gardner (1995) analisa pessoas com danos cerebrais e defende a ideia de que as inteligências são independentes em um grau significativo, no entanto, o indivíduo pode não ser bem dotado em qualquer uma delas e, devido a uma combinação ou mistura de algumas, pode obter bons resultados na resolução de problema.

Portanto, entendemos que Gardner (1995) considera que para funções sociais, culturais e profissionais, prevalecem as combinações dessas inteligências.

Tomemos o seguinte caso como exemplo: o violinista. Em uma apresentação, o violinista precisa lidar com a plateia, expressar os seus sentimentos e mostrar-se, havendo interações interpessoais e intrapessoais. A execução das músicas exige noções de improvisação, sensibilidade para os sons e timbres, percepção rítmica, coordenação motora de partes do corpo e, se o músico toca de olhos fechados, é necessário ter uma boa noção das dimensões do seu instrumento, para que – na articulação de seus dedos entre as diferentes posições e cordas – ressoem as notas musicais desejadas, ou seja, inteligências musical, cinestésica-corporal e espacial.

Nesse sentido, trabalhamos com a sequência didática buscando mostrar que, para alguma função ou atividade escolar, podemos obter resultados através das combinações entre tais inteligências, principalmente no que se refere à musical e lógico-matemática. Por outro lado, também queremos encontrar nessa sequência

didática, situações que, de alguma forma, apontem a independência entre elas, pois Gardner (1995, p.32) diz que "o desempenho maduro numa área não significa o desempenho maduro numa outra área, assim como as realizações talentosas em determinada área não implicam uma realização talentosa em outra".

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio ressaltam o importante papel da Matemática na resolução de problemas e na sua presença em diversas funções sociais exercidas. Uma das atividades culturais discutidas refere-se justamente à música, conforme o trecho do PCN abaixo.

A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como linguagem portanto, ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes. Mas não é só nesse sentido que a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música [grifo meu] à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos [grifo meu], taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver. (BRASIL, 2000a, p. 9)

A sequência didática, que será proposta e que possui o ritmo como tema principal, exige a interpretação do compasso em alguns momentos, mesmo que de forma implícita. Neste ponto, percebemos que estamos caminhando no mesmo sentido que a proposta dos PCN.

Além disso, quanto às Orientações Educacionais Complementares aos PCN, também chamado de PCN+, encontramos relações com Gardner (1995), no que diz respeito ao exercício de uma profissão na sociedade ou de alguma atividade cultural pelos discentes após finalizar a última etapa da Escola Básica. Nossa preocupação no Ensino Médio deve ser, sem dúvidas, direcionar este sujeito para alguma função que lhe permita caminhar sozinho e possivelmente viver com qualidade.

As situações e os desafios que o jovem do ensino médio terá de enfrentar no âmbito escolar, no mundo do trabalho e no exercício da cidadania fazem parte de um processo complexo, no qual as informações são apenas parte de um todo articulado, marcado pela mobilização de conhecimentos e habilidades. (BRASIL, 2000b, p. 111)

Percebemos a mesma ideia de Gardner (1995) neste trecho do PCN+, justamente por considerar que uma atividade exercida dentro de um contexto social com alguma finalidade, tanto para solucionar problemas quanto para promover a

cultura, necessita do trabalho conjunto de conhecimentos e habilidades em diferentes áreas.

A integralização da Matemática com outras áreas do conhecimento também é uma ideia presente nos PCN. Essa integralização permite o desenvolvimento de um espectro mais amplo de habilidades, o que não ocorre do mesmo modo que em propostas mais tradicionais.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2000b, p. 111)

A sequência didática elaborada promove muitas situações vinculadas à questão da resolução de problemas, que, segundo Brasil (2000b, p. 112), “é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios”. Enfim, os Parâmetros Curriculares Nacionais discutem uma série de ideias que estão seguindo no mesmo sentido da proposta deste trabalho.

Visto que este trabalho também envolve noções básicas de música, nos baseamos na obra de Chediak (1986) para partirmos de suas concepções no âmbito musical. O conceito de música que assumimos está totalmente de acordo com a abordagem de Chediak (1986, p. 41), ela “É a arte dos sons. É constituída de melodia, ritmo e harmonia”.

As noções de melodia, ritmo e harmonia são os primeiros elementos musicais apresentados e discutidos no início da sequência didática. Chediak (1986, p. 41) define a melodia como “uma sucessão de sons musicais combinados”, o ritmo como “a duração e acentuação dos sons e das pausas” e a harmonia como “a combinação dos sons simultâneos”.

Por fim, mas não menos importante, temos a definição de compasso como “a divisão de um trecho musical em pequenas partes de duração com séries regulares de tempos” (CHEDIAK, 1986, p. 50). A própria definição musical deste autor já sugere a operação matemática de divisão em partes, o que nos aproxima dos nossos objetivos.

2.2. Trabalhos existentes na interface Música e Matemática

Na busca de trabalhos e pesquisas que abordassem, de alguma forma, as relações entre música e matemática, encontramos uma dissertação que teve o objetivo de desenvolver um estado da arte sobre este assunto. Este foi o trabalho de Pillão (2009), que através do banco de dados da CAPES, efetuou um levantamento bibliográfico com teses e dissertações, discorrendo sobre as principais preocupações dos autores e os pontos que precisam ser estudados e aprofundados, tratando-se deste tema, no âmbito educacional.

Visto que a tarefa de elaborar uma lista/tabela com os trabalhos em questão já foi realizada, propomo-nos a selecionar alguns textos do diretório criado por Pillão (2009) e lê-los, extraíndo a ideia que julgaremos pertinente – que nos permita relacionar com o trabalho vigente – e a complementar este diretório com teses e dissertações que surgiram a partir de 2009 e em outros repositórios de trabalhos acadêmicos.

A pesquisa por trabalhos no banco de dados da CAPES realizada por Pillão (2009) procedeu através de três indicadores: *educação matemática e música*, *matemática e música* e *educação e música*. A partir dessa busca inicial, efetuou uma seleção de trabalhos a partir da leitura dos resumos que, de alguma forma, fizessem referência à música, à matemática e à educação.

Em um segundo momento, estes trabalhos foram agrupados de acordo com algumas características comuns quanto às suas abordagens. Foram estabelecidas quatro categorias:

Categoria 1: trabalhos cujos objetivos estão voltados para a aprendizagem, buscando encontrar maneiras de ensinar por meio das relações entre música e matemática e possibilidades que auxiliem a compreensão dessas relações através de analogias e perspectivas históricas.

Categoria 2: a música é utilizada como uma ferramenta auxiliar no ensino de matemática.

Categoria 3: a matemática é utilizada como uma aplicação na composição musical, buscando compreender a música por modelos matemáticos, sem propósitos para o ensino.

Categoria 4: trabalhos de cunho filosófico.

Ao todo, foram selecionados doze trabalhos listados na tabela seguinte.

Tabela 1: Obras do estado da arte de Pillão (2009).

Nº	Ano	Autor	Trabalho	Instituição	Categoria
1	1989	Zeny Oliveira de Moraes	Psicogênese do som e do ritmo a luz da teoria do desenvolvimento de Piaget: um estudo de caso	UFRGS	3
2	1996	Ana Beatriz Bacchiega Marcondes	Alfabetização Musical: uma construção interdisciplinar	UFSCar	3
3	1997	Oscar João Abdounur	O Pensamento Analógico na Construção e Reconstrução de Significados: um estudo das relações entre matemática e música	FEUSP	1 e 4
4	1999	Carlos Eduardo de Souza Campos Granja	Música, conhecimento e educação: harmonizando os saberes na escola	FEUSP	1 e 4
5	1999	Rosana Rosolen	Vozes dos Alunos do Ensino Fundamental: Percepções, Sentimentos e Expectativas sobre o processo da Resolução de Problemas de Matemática	UNIMEP-IMEP	2
6	2001	Carmen Lucia Melges Gattás	A música em Descartes	PUC-SP	4
7	2002	Cristina Abud da Silva Fusco	O ensino de uma disciplina básica de matemática (geometria analítica e cálculo vetorial) num curso de engenharia	PUC-SP	2
8	2004	Alexandre Padrão de Carvalho	Textura Musical em "Minuano", de Pat Matheny: proposta de uma nova abordagem analítica	UFRJ	3

9	2005	Andréia Julio de Oliveira	O ensino dos logaritmos a partir de uma perspectiva histórica	UFRN	1
10	2006	Leonardo José Leite da Rocha Vaz	Música e Matemática: Novas tecnologias do Ensino em uma experiência Multidisciplinar	CEFET-RJ	1
11	2006	Marinete Aparecida Assencio da Silva	Educação Ambiental em aulas de Matemática no Ensino Fundamental	Centro Universitári o Moura Lacerda	2
12	2007	Edith Valladão Campos Ribeiro	O design e o uso de um micromundo musical para explorar relações multiplicativas	PUC-SP	1

Fonte: Adaptação de Pilão (2009)

Utilizando a mesma metodologia de Pillão (2009), foram consultados os seguintes repositórios de trabalhos acadêmicos e de pesquisas: UFRGS, UFSM, UNICAMP, UFMG, UNESP, USP, UFES, PUC-RS e PUC-SP, FCUP⁶, revista Zetetiké e banco de dados da CAPES. Tais acervos foram escolhidos pelo fato de serem instituições que tiveram produções envolvendo a temática de relações entre música e matemática. Complementamos esta tabela com os seguintes dissertações e teses:

Tabela 2: Obras complementares

Ano	Autor	Trabalho	Instituição	Categoria
2006	Ricardo Francisco Barbosa Paredes	Matemática e Música	FCUP	3
2007	Vasco Moço Mano	Combinatória de Sons	FCUP	3

⁶ Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Fonte: <http://sigarra.up.pt/fcup/pt/web_page.inicial>. Acesso em: 19 de novembro de 2014.

2009	Gean Pierre da Silva Campos	Matemática e Música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares	UFES	1
2009	Fabrizio Pires Fortes	Pensamento Simbólico e Notação Musical	UFMS	4
2010	Cynthia Sampaio de Gusmão	A harmônica na Antiguidade grega	USP	3
2010	Fábio Gomes Linck	Música e Matemática: Experiências didáticas em dois diferentes contextos	UFRGS	1
2010	Luis Antônio Gagliardi Prado	Matemática, física e música no Renascimento: uma abordagem histórico-epistemológica para um ensino interdisciplinar	USP	1
2011	Fernando Moreira Barnabé	A melodia das razões e proporções: a música sob o olhar interdisciplinar do professor de matemática	USP	1
2012	Luciana Gastaldi Sardinha Souza	Uma abordagem didático-pedagógica da racionalidade matemática na criação musical	USP	1
2014	Ana Laura Bertelli Grams	Modelagem matemática no Ensino Médio: percepção matemática por meio da música	PUC-RS	1

Fonte: Pesquisador.

Dentre as obras listadas nestas duas tabelas, percebe-se que algumas delas aproximam-se deste trabalho por vários aspectos, por referenciais teóricos como Abdounur (1999) e Gardner (1995) e pela proposta didática abordar o conteúdo de fração de alguma forma. Escolhi duas dessas para ressaltar alguns pontos pertinentes à minha proposta, que são: Vaz (2006) e Barnabé (2011).

Através de um minicurso interdisciplinar para turmas do Ensino Fundamental de uma escola do Rio de Janeiro, Vaz (2006) apresentou uma abordagem dos números racionais na forma fracionária estabelecendo relações com a música utilizando recursos tecnológicos. O minicurso foi dividido em quatro módulos com enfoques distintos em cada um.

Os dois primeiros módulos possuem grandes semelhanças com a minha proposta, visto que as relações Música e Matemática foram efetuadas no âmbito da

exploração de ritmos e compassos, partindo da representação fracionária dos símbolos musicais. Por outro lado, os módulos seguintes preocuparam-se com as características das ondas sonoras, tais como frequência, amplitude e timbre, e das razões pitagóricas existentes entre as notas musicais.

O trabalho de Barnabé (2011) consiste em sugestões de três oficinas, com o tema em questão, que utilizam o duocórdio⁷ como ferramenta para conectar as frações à música. Apesar de não existir uma prática, percebe-se que a sequência didática aqui elaborada vai ao encontro das ideias de Barnabé (2011), desde as discussões iniciais sobre música e o vídeo introdutório, sob uma perspectiva interdisciplinar, prosseguindo por meio de questionamentos, até chegar nas relações pretendidas.

Ambos os autores trazem ideias que caminham no mesmo sentido. Vale ressaltar a presença de momentos iniciais que promovem as discussões de conceitos musicais, seja por meio de alguma dinâmica ou por vídeos introdutórios, situações que estão presentes em minha proposta de sequência didática. Contudo, não apenas em relação à Vaz (2006) e Barnabé (2011), mas também comparando-se com todas as obras listadas nas tabelas, este trabalho é diferenciado pelo fato de utilizar um material manipulativo peculiar, copos de plástico, por tomar o “tempo” como objeto de estudo musical, propondo uma representação que permita visualmente estabelecer conexões entre Música e Matemática – mais especificamente no conteúdo de frações – e por apresentar atividades dinâmicas que estimulam o pensamento na resolução de problemas. Em outras palavras, é uma proposta de trabalho recente, ainda pouco explorada, mas que acredito carregar muito potencial.

⁷ Instrumento com os mesmos princípios e características de um monocórdio, porém com duas cordas.

3. O PROJETO DE ENSINO: MÚSICA E MATEMÁTICA

Durante do curso de Licenciatura, tive a oportunidade de experimentar uma sequência didática, baseada em um artigo de Bicudo (2012), que tratava do conteúdo de Mínimo Múltiplo Comum – também utilizando os ritmos musicais como ferramenta para o ensino-aprendizagem – por meio de uma oficina, intitulada “O som do MMC”, na disciplina de Estágio em Educação Matemática I sob a orientação da professora Andréia Dalcin. No entanto, este trabalho teve apenas dois períodos de duração, sendo necessário abordar os assuntos de uma forma sucinta e rápida para chegar no foco, o MMC.

Esta Oficina foi uma proposta elaborada executada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio em uma escola estadual de Porto Alegre, com o intuito de trabalhar uma das relações da Música com a Matemática: o Ritmo e o MMC. Foram estudados alguns trabalhos de pesquisa e algumas práticas semelhantes para a elaboração da oficina, porém a maioria tinha como público as crianças do Ensino Fundamental e, geralmente, o assunto abordado com relação à música estava ligado à Harmonia, isto é, o comportamento dos sons combinados simultaneamente na música.

Com o objetivo de criar um ambiente de interação em sala de aula, a oficina foi planejada para trabalhar em grupos. O objeto principal foi um material concreto diferenciado, o copo plástico, que foi crucial para o envolvimento e participação dos alunos na atividade.

O ambiente deve incentivar o uso de recursos como livros, material manipulativo, calculadoras, computadores e diversos recursos humanos. Esses recursos devem ser utilizados conforme forem necessários para enriquecer a exploração e investigação do problema. Também podem servir para dar origem a problemas interessantes. (D'AMBROSIO, 1993a, p. 38)

Os copos foram os instrumentos mais adequados para a prática de ensino, pois são objetos simples (de fácil aquisição e baixo custo), possuem propriedades sonoras que favoreciam o trabalho com o Ritmo – as quais o aproximam a um instrumento de percussão – e despertam curiosidade, já que um copo não é um objeto destinado a essa finalidade. A problematização da aula não esteve acerca

dos sons, isto é, não nos interessou a nota que iríamos tocar, mas sim a pergunta: “Quando é que devemos bater o copo?”.

Os primeiros momentos da Oficina foram utilizados para motivar os alunos através de um vídeo de introdução e para permitir a exploração do material, desafiando-os a fazer diferentes sons com o copo. De acordo com Montessori (1965, p. 274), para ensinar música é necessário “um material adaptado; breves iniciações com a única finalidade de pôr a criança em contato com esse material; liberdade no manuseio do instrumento”. A análise de Montessori (1965) é realizada na pedagogia infantil, trabalhando com crianças em torno de 5 anos, mas o intuito da exploração do material está relacionada com o fato de a criança não ter um forte contato com a música, ou seja, tudo é novidade para ela, sendo necessário passar pela experiência para depois, com idade mais avançada, passar compreendê-las. Pensando dessa forma, um aluno de Ensino Médio que não tem contato com a música também é uma “criança”, por isso defendo essa ideia de destinar alguns minutos para a familiarização do sujeito com os materiais da sequência didática.

No mesmo sentido, referindo-se ao trabalho de Montessori (1965), Dalcin e Silva (2013) discorrem sobre o desafio de se trabalhar música e matemática na aprendizagem dos alunos.

A relação entre matemática, música e criança pode ser explorada no ambiente escolar e certamente se constitui em um desafio, tanto para os alunos, quanto para os professores que desejam motivar seus alunos à aprendizagem. (DALCIN; SILVA, p. 6, 2013)

A Oficina relacionou o tempo com as frações, estabelecendo uma representação para o tempo e uma unidade para depois dividi-lo em partes iguais. Partindo de uma mesma unidade de tempo e dividindo-a em quantidades diferentes de partes iguais – por exemplo, dividindo-a em 3 partes e depois em 5 partes – podemos comparar essas duas maneiras de dividir com o tempo inteiro e perceber que a música funciona como ciclos, pois sempre há um momento em que os sons são executados simultaneamente, repetindo toda a sequência. A partir disso, discute-se uma maneira de saber qual o momento exato de executar os sons e de estabelecer outra unidade de tempo comum às duas divisões efetuadas. De fato, se dividirmos pelo MMC, fica evidente os momentos exatos de emitir os sons, bem como fica evidente o intervalo de tempo entre um som e outro na sua representação.

Isto relaciona-se com a comensurabilidade, mas que durante a oficina não foi mencionado, dado que o objetivo se constituía em trabalhar essas divisões de forma intuitiva.

Foi utilizada uma notação para representar os sons que podiam ser realizados nos copos. Como não podemos pensar as batidas de percussão como notas, justamente pelo fato de não haver uma vibração sustentada por um tempo considerável, foi necessário criar símbolos que representassem os sons.

Houve um pequeno problema de planejamento e de disponibilidade de períodos dos professores para a prática, o que comprometeu o tempo da oficina, não sendo possível executá-la no todo. Isto gerou insatisfação por parte de alguns alunos, pois não pude ensiná-los a música “Fome come” exibida no vídeo do grupo Palavra Cantada⁸, o que seria interessante como um fechamento da Oficina.

Tendo em vista que nesta prática a falta de tempo comprometeu o andamento da Oficina – no sentido de que ela poderia ter produzido melhores resultados se fosse possível utilizar mais períodos – minha ideia foi estender esta oficina de duas horas/aula para as dez horas/aula de projeto que a disciplina de Estágio em Educação Matemática III disponibilizou. Dessa forma, seria possível abordar os assuntos desejados tranquilamente, além de apresentar curiosidades e outras relações entre Música e Matemática.

A experiência em forma de Projeto desenvolvida no Estágio III tornou-se o objeto de análise, do qual resultou este Trabalho de Conclusão de Curso.

3.1. A organização do Projeto

As atividades práticas foram desenvolvidas em um colégio da rede federal de Porto Alegre com turmas do Ensino Médio. Por ser uma escola que se aproxima de um sistema de turno integral, justamente pelo fato de destinar o turno da manhã para aulas regulares e o da tarde para atividades complementares (laboratórios de

⁸ Grupo que existe desde 1994, criado pelos músicos Sandra Peres e Paulo Tatit, que propuseram criar novas canções para as crianças brasileiras. Em todos os trabalhos que realizaram, tornaram-se linhas marcantes a preocupação com a qualidade das canções e o respeito à inteligência e à sensibilidade da criança. Link <<http://palavracantada.com.br/>>. Acesso em 29 de outubro de 2014.

reforço escolar, projetos de extensão e pesquisa, entre outras), optei por realizar um Projeto de Ensino no turno da tarde, com o título “Música e Matemática”.

Este projeto foi uma atividade opcional da disciplina de Estágio em Educação Matemática III, sob orientação da professora Fernanda Wanderer. O estágio procedeu da seguinte maneira: 49 horas/aula no total, sendo 14 horas/aula destinadas à observação das turmas na qual iríamos lecionar e 35 horas/aula destinadas à docência, sendo opcional dedicar 10 destas 35 horas/aula para um projeto de ensino. Optei pelo projeto visando utilizar as práticas para este Trabalho de Conclusão.

O professor supervisor de meu trabalho no CAP esteve em constante contato comigo e sempre fornecendo o apoio necessário, tanto para minhas aulas quanto para minhas práticas do Projeto. Foi junto a ele que escolhi as turmas na qual iria lecionar durante o estágio, que foram as turmas 91 e 92 do primeiro ano do Ensino Médio. Pela minha familiaridade com estas turmas nas aulas regulares, decidi criar um grupo com representantes destas turmas que demonstrassem interesse para desenvolver meu Projeto.

Outro motivo que me levou à escolha de alunos dessas turmas está no fato de que, durante as minhas observações e aulas regulares, pude perceber que havia uma fuga, por parte dos estudantes, dos números representados na forma fracionária. Nas aulas regulares trabalhei os conteúdos de funções afins, quadráticas e exponenciais, onde pude perceber a transformação de uma fração para sua forma decimal sempre que esta aparecia como uma raiz da função nos exercícios. Além disso, nas situações-problema envolvendo razões e proporções também havia essa fuga.

Os problemas se intensificaram ao se trabalhar com função exponencial, pois ao se depararem com expoentes negativos, muitos alunos aplicavam as propriedades da potenciação em números decimais, efetuando os cálculos finais na calculadora, obtendo resultados aproximados que poderiam não ser exatos. Portanto, seria interessante trabalhar com enfoque no conteúdo de frações, apresentando-lhes algumas de suas aplicações e utilidades.

Por serem turmas grandes, criei expectativas quanto à participação de uma quantidade significativa de estudantes para o Projeto, no entanto, o professor da turma na qual eu realizava o estágio informou que os alunos não eram tão organizados, compromissados visto que, por mais que tivessem dificuldades em

matemática, não compareciam nas atividades de reforço à tarde, e seria provável que, após o convite, muitos alunos se ausentassem ou desistissem. Com o intuito de solucionar este problema, resolvi estender o convite para alunos da turma 93.

O convite foi realizado em cada uma das turmas através de uma breve apresentação do Projeto, buscando motivá-los a participar. Cada turma apresentava em torno de trinta alunos, destes tivemos uma média aproximada de quatro alunos por turma que aceitaram o convite.

Tabela 3: Número inicial de participantes

Alunos que aceitaram o convite	
Turma	Quantidade de Alunos
91	7
92	4
93	2
Total	13

Fonte: Pesquisador

Após efetuar o convite, defini, junto ao professor, os dias e horários que poderiam ser utilizados para aplicar as oficinas. Como as atividades do Projeto se enquadravam mais no sistema de ensino do turno da tarde, optamos por utilizar os períodos das atividades dos laboratórios, que ocorriam nas terças, das 13h 30min às 15h 30min, e nas quintas, das 15h 15min às 16h 30min. Repassamos os horários estabelecidos aos participantes e marcamos o dia da primeira oficina, que se daria no dia onze de setembro.

3.2. A Sequência Didática

A oficina “O som do MMC” foi basicamente dividida em quatro partes: vídeo introdutório da oficina; representação do tempo e definição da unidade de tempo; divisão de um tempo em partes iguais; e MMC em um ritmo musical. Baseado nessa oficina, cada uma das quatro partes foi transformada em uma nova oficina do Projeto Música e Matemática: Conhecendo a Música; Trabalhando com o Ritmo e o Tempo; O Ritmo e a Unidade de Tempo; e Frações e MMC.

3.2.1. Oficina 1: Conhecendo a Música

Esta Oficina teve como principal objetivo realizar uma introdução, apresentando a proposta do Projeto Música e Matemática no todo. Para isso, selecionei alguns vídeos que promovessem a discussão de alguns conceitos básicos da música, que abordassem relações entre Música e Matemática, que evidenciassem o objeto de estudo do Projeto (o tempo) e que motivassem os alunos a participar assiduamente das oficinas.

Tabela 4: Lista de vídeos da Oficina 1

Música/Vídeo	Artista	Objetivo	Duração	Link
"Donald no País da Matemática"	-	Apresentar a presença da matemática no mundo.	27 min. e 26 s.	https://www.youtube.com/watch?v=TphWfs_OXkU
Drifting	Andy Mckee	Função exponencial na construção do violão.	3 min. e 20 s.	https://www.youtube.com/watch?v=BfF4QLO-L_4
Purple Haze	Jimi Hendrix	Mostrar que não é necessário compreender matemática e nem ler música para fazer música.	3 min. e 20 s.	https://www.youtube.com/watch?v=VFHPgoZISWY
Rock around the clock	Bill Haley & his comets	Introduzir o objeto de estudo do projeto.	2 min. e 30 s.	https://www.youtube.com/watch?v=N-qjc17KEsc
Bad	Michael Jackson	Discutir a questão do tempo na dança e na música.	4 min. e 19 s.	https://www.youtube.com/watch?v=dsUXAEzaC3Q
Electric Daisy Violin	Lindsey Stirling	Discutir a questão do tempo na dança e na música.	3 min. e 27 s.	https://www.youtube.com/watch?v=vxIOUJ7by6U

Trecho do filme "Sound of Noise"	Six Drummers	Discutir o elemento Ritmo da música.	4 min. e 46 s.	https://www.youtube.com/watch?v=LTehtHsTy7A
Music for You	Six Drummers	Discutir o elemento Ritmo da música.	3 min. e 07 s.	https://www.youtube.com/watch?v=Wy0TJyKqEt8

Fonte: Pesquisador.

Por ser uma grande quantidade de vídeos, a Oficina poderia se tornar cansativa. Portanto, optei por fazer a atividade semelhante a um cinema, isto é, eu levaria pipoca para comermos enquanto assistíamos aos vídeos. Ao final de cada um, a ideia foi destacar alguns pontos importantes.

O vídeo de "Donald no país da Matemática" aborda, de forma geral, a presença da matemática em várias situações cotidianas, sendo a relação Música e Matemática a primeira a ser apresentada. Desse vídeo é importante ressaltar Pitágoras de Samos como o pai da matemática e da música e a existências das consonâncias Pitagóricas baseadas em razões de comprimentos de corda. Conhecemos Pitágoras pelo seu grande feito no triângulo retângulo, mas por que não lembrá-lo pelo seu grande feito à música também?

O vídeo "Drifting" de Andy Mckee chama a atenção pelo seu estilo de executar a música e pelo seu instrumento, um violão cujos trastes são inclinados, em forma de leque⁹. Dediquei este vídeo para salientar que o sistema de posicionamentos dos trastes no violão pode ser modelado segundo uma função exponencial (ou logarítmica, dependendo do objetivo), conteúdo que estava sendo estudado pelo grupo na escola.

Para deixar claro que não é necessário compreender matemática para fazer música, nem mesmo estudar música, acrescento o caso de Jimi Hendrix, que foi um

⁹ Esse sistema vem resolver um problema comum a todos os instrumentos temperados. A aplicação dos trastes normais em uma escala, através da "fórmula" desenvolvida por Pitágoras de Samos, nunca oferece a afinação perfeita em todas as casas ao longo do braço. Essa desafinação fica bastante evidente após a 12ª casa do violão. Por isso, por uma questão física (tensão e diâmetro das cordas, posição da ponte do violão, entre outros) os trastes devem sofrer uma compensação em suas posições para oferecer melhor qualidade ao som.

grande gênio como guitarrista e não sabia ler partitura. Sua fama foi marcada pela sua paixão pela música e por sua intuição. Neste espaço me propus a debater esta questão e convencer os estudantes de que, apesar deste exemplo mostrar o contrário, utilizar o conhecimento a nosso favor pode sim nos trazer benefícios e nos levar a conclusões interessantes.

A música de Bill Haley & his Comets teve a finalidade de introduzir o objeto de estudo do Projeto. A letra da música está fundamentada no relógio, referindo-se várias vezes ao tempo.

As músicas “Bad” de Michael Jackson e “Eletric Daisy Violin” de Lindsey Stirling apresentam a existência do tempo tanto na música quanto na dança. Ressaltaria que é difícil ter coordenação para as duas ações, mas que existe uma forte relação entre ambas, que está justamente no Ritmo, pois é este que influencia na forma em que o músico executa as notas musicais e que o dançarino executa seus movimentos.

Por fim, para finalizar a oficina, selecionei dois vídeos do grupo Six Drummers, um grupo de seis bateristas que utilizam objetos sem finalidades musicais para fazer música, tais como copos, talheres, panos e eletrodomésticos. O primeiro trata-se de um trecho do filme “Sound of Noise”, em que o grupo cria temas com diferentes ambientes para fazer música: hospital, banco, peças de uma casa, entre outros. A cena a ser apresentada é a do hospital, onde surgem alguns fatos interessantes, como a sincronização do metrônomo com a batida do coração do paciente. A ideia é mencionar a frase de Heitor Villa Lobos, de que “O coração é o metrônomo da vida” e discutir um pouco sobre este pensamento. O segundo é apenas mais uma apresentação do grupo com o outro tema: o bar.

Para o final da oficina, foi elaborado um questionário (Apêndice B) para os alunos preencherem, cujas perguntas têm como objetivo conhecer as expectativas do estudante quanto ao Projeto, as suas habilidades musicais e as suas aptidões com instrumentos. Além disso, este questionário irá apontar àqueles que não possuem familiaridade com música e que, provavelmente, necessitarão de maior intervenção do professor durante as atividades.

3.2.2. Oficina 2: Trabalhando com o Ritmo e o Tempo

As atividades desta oficina de três horas/aula tiveram como objetivo desenvolver, de forma intuitiva, as noções de Ritmo e de Tempo na música através de sequências rítmicas com os copos plásticos, aprimorar (ou desenvolver) as habilidades rítmicas e percepção musical dos alunos e criar uma representação gráfica para o Tempo. Para isso, foi planejada uma sequência de atividades que conduzissem os estudantes à percepção do ritmo e a representação gráfica do mesmo.

A primeira atividade baseou-se na dinâmica com os copos. Esta atividade buscou proporcionar aos discentes uma primeira aproximação com o manuseio dos copos através da observação e da realização dos movimentos mais elementares, que são: bater (bater o copo na mesa), tirar (tirar o copo da mesa, bater na mão (bater o copo na mão), virar (virar o copo) e pegada invertida (tirar com a posição da mão invertida). Além destes, executamos alguns movimentos sem o uso do copo, que são: mesa (bater com as mãos na mesa) e palma (bater palma).

Para essa familiarização, foi utilizada uma adaptação da música “A Galinha Voa” do grupo Palavra Cantada, que utilizava sequências de movimentos elementares em sua composição. As sequências reproduzidas pelos alunos foram as descritas na tabela abaixo, sendo que cada movimento deveria ser executado ao mesmo tempo em que o professor pronunciava uma sílaba do nome da sequência. É importante esclarecer que todas as sequências estão inseridas em um compasso quaternário e que aquelas que possuem uma quantidade de movimentos diferente de quatro possuem alterações nas durações de alguns movimentos.

Tabela 5: Sequências de movimentos da música

Nome da Sequência	Separação das Sílabas	Movimentos
Pega Copo	Pe – ga – co – po	Palma – Tira – Bate o copo – Mesa
Passa Copo	Pás – sa – co – po	Palma – Tira – Passa o copo (deixa na frente do colega ao lado) – Mesa
Vira Copo	Vi – ra – co – po	Pegada invertida – Bate o copo (deixa com a boca no lado oposto ao que estava antes de tirar da mesa)

Ta Tum Dum	Ta – Tum – Dum	Palma – Mesa (mão direita) – Mesa (mão esquerda)
Ta Tu Du Dum	Ta – Tu – Du – Dum	Palma – Mesa (mão direita) – Mesa (mão esquerda) – Mesa (mão direita)

Fonte: Pesquisador.

Assim, faríamos um exercício com essas sequências, para trabalhar a atenção dos alunos e suas habilidades motoras (semelhante à brincadeira “morto vivo”). O que se espera é que os estudantes notem que a chamada da sequência é feita de forma ritmada, como representado abaixo:

Pe – ga – co – po
1 – 2 – 3 – 4

Esperava-se que os alunos pudessem observar o intervalo de tempo de espera (silêncio) entre cada movimento executado nas sequências, percepção esta que está diretamente ligada às atividades que dão seguimento ao Projeto. A sequência “Ta Tu Du Dum” é a única que se diferencia das demais no que se refere ao “tamanho” destes intervalos de tempo entre os movimentos, o que costuma gerar dúvidas dos estudantes durante sua reprodução.

Após a realização de cada uma das combinações de movimentos elementares, haveria um momento de discussão acerca das percepções dos estudantes em relação à dinâmica que havia sido realizada. A ideia, neste momento, era direcionarmos para a seguinte pergunta: “Como sabemos qual é o momento exato de bater os copos?”.

O objetivo, nesta etapa da oficina, foi transferir as percepções relatadas pelos estudantes para o papel, dado que o tempo é uma noção abstrata, implicando a necessidade de uma representação que nos permita compreender mais claramente a distribuição do tempo durante as sequências de movimentos. No caso de estudantes que realizassem a representação do tempo através de unidades já conhecidas (segundo, minuto, etc), procuraria mencionar que muitos músicos, em apresentações, não utilizam um contador de tempo (metrônomo ou cronômetro) para controlar o tempo, ou seja, estes músicos criam uma unidade de tempo no momento da apresentação, cabendo aos acompanhantes sintonizarem (adaptarem-se) com

esta unidade. Assim, os estudantes seriam incentivados a tomar sua própria unidade de tempo e representá-la no papel, que deveria ser entregue ao professor ao final da Oficina.

3.2.3. Oficina 3: O Ritmo e a Unidade de Tempo

Na oficina anterior, a proposta de representação do tempo foi colocada de forma livre aos alunos, ou seja, poderiam surgir várias ideias diferentes nos materiais entregues. Portanto, a primeira tarefa desta oficina seria buscar a representação que fosse mais simples e fácil de utilizar, através da análise e discussão das vantagens e desvantagens de cada sugestão dos colegas.

As representações frequentemente obtidas são: o segmento de reta e o ciclo. Devido, principalmente, à linearidade da reta, à maior facilidade de divisão dos segmentos de reta em partes iguais e à economia de espaço em relação ao ciclo, o uso do segmento de reta foi sugerido aos estudantes como uma representação ideal, que deveria ser utilizada, a partir de então, para as atividades seguintes do Projeto.

A partir do estabelecimento de um segmento de reta como unidade de tempo, os estudantes seguiriam com duas atividades: representar as sequências estudadas através de segmentos de reta e estudar algumas possibilidades rítmicas no Bongô¹⁰, ilustrado na Figura 1.

A representação das sequências estudadas deveria ser realizada em uma folha de caderno, onde cada sequência seria representada por um segmento, dividido em partes de acordo com a duração de cada movimento. Cada uma das partes receberia a sílaba associada ao movimento da sequência. O resultado deve se aproximar da Tabela 6 obtida abaixo.

¹⁰ Instrumento musical do tipo membranofone, composto por dois pequenos tambores unidos entre si. Um dos tambores tem um diâmetro um pouco maior do que o outro. Embora não tenham altura definida, a tensão da pele pode ser ajustada para obter a faixa de alturas desejada. A diferença de tamanho faz com que um dos tambores seja mais grave do que o outro. O tambor maior e mais grave é chamado de *hembra* (fêmea em espanhol) e o menor e mais agudo é o *macho*. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Bong%C3%B4>>. Acesso em: 18 de novembro de 2014.

Figura 1: Imagem de um Bongô



Fonte: <http://www.tocadacotia.com/wp-content/uploads/2012/09/bongo-.gif>

Tabela 6: Representação das sequências

Sequência	Representação
Pe – ga – co – po	<u>Pe</u> <u>ga</u> <u>co</u> <u>pó</u> .
Pas – as – co – po	<u>Pás</u> <u>sa</u> <u>co</u> <u>po</u> .
Vi – ra – co – po	<u>Vi</u> <u>ra</u> <u>co</u> <u>po</u> .
Ta – Tum – Dum	<u>Ta</u> <u>Tum</u> <u>Dum</u> . ou <u>Ta</u> <u>Tum</u> <u>Dum</u> .
Ta – Tu – Du – Dum	<u>Ta</u> <u>Tu</u> <u>Du</u> <u>Dum</u> . ou <u>Ta</u> <u>Tu</u> <u>Du</u> <u>Dum</u> .

Fonte: Pesquisador.

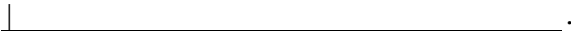

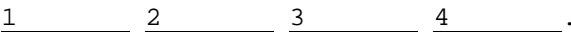

A atividade seguinte partiria de um segmento de reta inicial, o qual seria dividido em partes pré-estabelecidas e os participantes indicariam os movimentos ou

pausas a serem executadas em cada parte da linha de tempo. Para isso, os alunos utilizaram o instrumento musical Bongô, o qual tocaram de acordo com um ritmo musical construído por eles através da linha de tempo dividida em quatro, oito e dezesseis partes iguais, respectivamente.

3.2.4. Oficina 4: Frações e MMC

Inicialmente faríamos uma retomada dos encontros anteriores, isto é, relembraríamos a ideia da divisão do segmento de reta – que representa um intervalo de tempo – em partes iguais e as sequências de movimentos. Em algumas músicas, por exemplo, é tomada uma contagem padrão de quatro tempos que marca o início dos intervalos de tempo. Esta contagem é conhecida por Compasso e está baseada nesse modelo de representação.

Tabela 7: Representação da sequência quaternária

	Linha de tempo inteira
	Linha de tempo em quatro partes iguais
	Contagem do tempo
	Duração de cada parte em relação ao inteiro

Fonte: Pesquisador.

Através deste exemplo fica evidente o processo de divisão de um tempo inteiro em partes, o que permite a intervenção do professor para trabalhar o conceito de fração através da relação parte-todo. A partir desse momento, pretende-se intervir por meio de perguntas que incentivem a criação de outros ritmos e que possibilite conectar as representações às frações.

Questão 1: Em quantas partes iguais dividimos o tempo inteiro?

Questão 2: O intervalo de tempo “1” equivale a quantas partes do tempo inteiro?

Como os alunos são do Ensino Médio, pressupus que alguns já conseguiriam relacionar este raciocínio com a fração, já que isto é trabalhado no ensino fundamental. Existia, pois, a possibilidade de tal raciocínio não ocorrer, portanto isso seria ressaltado novamente, definindo a fração pela relação parte-todo e a sua representação.

Questão 3: Até o momento, fizemos um movimento para cada intervalo de tempo. Será possível colocar 2 movimentos dentro de um intervalo correspondente a uma das quatro partes? Por exemplo, se eu quiser colocar 2 palmas dentro do intervalo 1, o que devo fazer? Como sei qual o momento certo de bater palma?

Se assimilados os conceitos até este momento, os alunos deveriam perceber que, como o intervalo 1 também é um intervalo de tempo, então também poderemos dividir ele em partes, e assim repetir o mesmo procedimento para este intervalo.

Tabela 8: Divisão do tempo 1 (primeiro movimento)

<u>1</u> <u>2</u> <u>3</u> <u>4</u> .	Contagem do tempo
1/4 1/4 1/4 1/4	Duração de cada parte em relação ao inteiro
<u>1</u> <u>2</u> <u>3</u> <u>4</u> .	Após a divisão do 1º intervalo
1/8 1/8 1/4 1/4 1/4	Duração de cada parte em relação ao inteiro

Fonte: Pesquisador.

Para que o discente pudesse ouvir o resultado da divisão do tempo, propus uma sequência que utilizasse este ritmo. Para isso montamos uma legenda para cada movimento.

Tabela 9: Legenda para os movimentos

Palma	P
Tirar o copo da mesa	T
Bater o copo na mesa	B
Mesa	M
Pausa	
Contra tempo	
Repete a sequência	.

Fonte: Pesquisador.

A sequência proposta está ilustrada na Tabela 10 abaixo.

Tabela 10: Sequência proposta

1 2 3 4 .	Contagem de tempo
P P T B .	Sequência

Fonte: Pesquisador.

Quando entram em contato pela primeira vez com o chamado contra-tempo (correspondente à segunda palma), geralmente os alunos ficam confusos, pois as duas palmas no primeiro intervalo de tempo são executadas com uma duração menor do que os movimentos seguintes, isto é, as duas palmas que deveriam ser executadas com duração de $1/8$, mas por equívoco são executadas a duração de $1/4$. Neste caso, salientaria que é possível dividir todos os intervalos de forma que todos fiquem com o mesmo tamanho.

Tabela 11: Divisão de todos os intervalos de tempo

1 2 3 4 .	Contagem do tempo
P P T B .	Sequência
1 2 3 4 .	Após dividir todos os intervalos pela metade
P P T B .	Sequência
1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8 1/8	Duração de cada parte em relação ao inteiro

Fonte: Pesquisador.

Dessa maneira fica evidentemente visível quando devemos bater palmas e qual é o intervalo entre uma palma e outra, pois temos um intervalo de tempo comum a todas as partes. Além disso, é possível agrupar estes intervalos, simplificando a representação da sequência e evitando pausas (já que trabalhamos com percussão, não temos preocupação com pausas).

Tabela 12: Agrupamento de intervalos com pausas

1 2 3 4 .	Após dividir todos os intervalos pela metade
P P T B .	Sequência
P P T B .	Sequência sem as pausas
1/8 1/8 4/8=1/2 2/8=1/4	Duração de cada parte em relação ao inteiro

Fonte: Pesquisador.

Questão 4: E se, no exemplo anterior, um mesmo intervalo de tempo tivesse sido dividido de duas maneiras distintas? Tomemos, por exemplo, o caso em que dividimos o inteiro em duas partes e, depois, este mesmo inteiro em três partes?

Assim como a questão anterior, iríamos responder essa questão construindo algumas sequências de movimentos com ritmos mencionados.

Tabela 13: Segmento de reta dividido em partes diferentes

_____ .	Linha de tempo inteira
<u>1</u> _____ <u>2</u> _____ .	Linha de tempo em 2 partes iguais
<u>1</u> _____ <u>2</u> _____ <u>3</u> _____ .	Linha de tempo em 3 partes iguais
<u>T</u> _____ <u>B</u> _____ .	Sequência 1
<u>T</u> _____ <u>B</u> _____ <u>P</u> _____ .	Sequência 2

Fonte: Pesquisador.

Após representar as sequências, seria necessário ressaltar o fato de o primeiro movimento da Sequência 1 estar entre o segundo e o terceiro movimentos da Sequência 2. Solicitaria que os alunos executassem as sequências em duplas, sendo que cada integrante ficaria encarregado de executar uma das sequências. A expectativa seria de que os alunos não conseguiriam executar corretamente, pois há uma tendência de que eles não compreendam seus intervalos independentemente, isto é, quando o responsável pela Sequência 2 realizar o segundo movimento, o responsável pela Sequência 1 geralmente não sabe quanto tempo deve esperar para efetuar o seu segundo movimento. Destaco duas possíveis razões para esta

dificuldade: o sujeito pode dispersar-se da sua sequência por desviar sua atenção para a sequência do outro, saindo da sincronia; e o sujeito pode confundir-se nos intervalos de tempo, pois estes não possuem mesma duração. Eis o momento de colocar a seguinte questão:

Questão 5: Como saber o momento exato de executar o segundo movimento da Sequência 2? Será que existe uma maneira de dividir o intervalo de tempo inteiro em partes que sejam COMUM às duas divisões realizadas acima?

Espera-se que os alunos relacionem este problema com à atividade anterior e percebam que esta maneira consiste em dividir o tempo inteiro pelo MMC.

Tabela 14: Divisão em partes comuns às duas sequências

1 _____ 2 _____ .	Linha de tempo em 2 partes iguais
1 _____ 2 _____ 3 _____ .	Linha de tempo em 3 partes iguais
1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ 5 _____ 6 _____ .	Linha de tempo em 6 partes iguais
T _____ _____ _____ B _____ _____ _____ .	Sequência 1
T _____ _____ B _____ _____ P _____ _____ .	Sequência 2
1/6 1/6 1/6 1/6 1/6 1/6	Duração de cada parte em relação ao inteiro

Fonte: Pesquisador.

Com essa divisão, basta apenas distribuímos igualmente os movimentos de cada sequência entre os intervalos de tempo. Dessa forma fica evidente o momento

em que devemos executar cada movimento. Para finalizar a atividade, solicitaria que o discente criasse uma sequência. Ao final, seria entregue um questionário (Apêndice C) sobre o Projeto de Ensino.

4. RELATO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta subseção, pretendo relatar e analisar de forma sucinta o que ocorreu nas oficinas, quais atividades do planejamento foram efetuadas e os momentos críticos. Apresento os treze participantes da pesquisa na tabela abaixo, onde descrevo brevemente algumas de suas características baseado nos questionários preenchidos no primeiro encontro. Os nomes fictícios utilizados são os nomes dos artistas dos vídeos planejados para a Oficina 1. Aqueles marcados com um asterisco foram convidados apenas para a última oficina (o motivo está justificado ao longo do relato).

Tabela 15: Descrição dos participantes

Turma	Número	Nome (fictício)	Descrição
91	1	Donald	Gosta de música e de matemática. Possui habilidades em instrumentos de cordas (violão, baixo), noções de piano e canto. Pressupõe a presença de matemática no compasso da música. Aluno participativo e dedicado nas aulas regulares.
	2	Andy	Ama música e gosta um pouco de matemática. Está na oficina com o objetivo de aprender. Toca violão, teclado e guitarra. Não ouviu falar de relações entre música e matemática e não acredita que a matemática possa ajudar a compreender a música. Participativo, estudioso e com bons resultados na disciplina de matemática.
	3	Jimi	Gosta de música e pretende cursar música na graduação. Espera se divertir com a música no Projeto, aprofundando-se na relação entre matemática e música. Toca piano, violão e flauta doce. Percebe a presença de matemática no tempo das notas musicais e relaciona o compasso com as frações. Apresenta algumas dificuldades nas aulas de matemática.
	4	Bill	Escolheu participar do Projeto por curiosidade, por gostar de música e de matemática e por querer aprender mais. Não toca instrumentos musicais e não conhece relações entre ambas as áreas, mas acredita que a matemática pode ajudar a compreender a música. Possui dificuldades na matemática da escola.
	5	Michael	Participou do Projeto por curiosidade, com a expectativa de aprender música e matemática. Toca instrumentos de percussão. Não ouviu falar em relações entre estas disciplinas. Apresenta dificuldades nas aulas de matemática.

	6	Lindsey	Não preencheu o questionário. Tem grandes habilidades na bateria e em instrumentos de percussão. Tem apresentado um histórico de notas baixas em muitas disciplinas.
92	7	Magnus	Gosta de música e de matemática. Espera que, por meio do Projeto, os alunos possam se envolver mais com a matemática com a ajuda da música. Não toca nenhum instrumento musical e nunca ouviu falar em relações entre música e matemática. Possui dificuldades na disciplina matemática, apesar de demonstrar muito interesse e esforço.
	8	Johannes	Escolheu o Projeto pelo fato de gostar muito de matemática. Espera aprender música. Toca piano e flauta doce. Não ouviu falar em relações entre música e matemática, mas acredita existir, pois para ele tudo tem matemática. Apresenta bons resultados na disciplina de matemática.
93	9	Marcus	Gosta muito de música e achou interessante a ideia de existir algo que relacione música e matemática. Está aprendendo violão através de aulas de extensão no colégio. Espera aprender percussão. Nunca ouviu falar em relações entre música e matemática. Desconheço suas atitudes em aula, mas segundo o professor da turma, é dedicado e apresenta bons resultados na matemática da escola.
	10	Fredrik*	Sempre gostou de matemática e de música, interessando-se pelo Projeto após o convite. Pretende aprender como a matemática está integrada no conceito de ritmo. Toca violão, piano e está aprendendo violoncelo em um curso. Não conhece relações entre música e matemática, mas acredita que a matemática pode ajudar a criar/compor músicas. Desconheço suas atitudes e desempenho em aulas regulares.
101	11	Sanna*	Escolheu participar do Projeto porque envolve música e matemática, umas de suas disciplinas favoritas, e para conhecer a relação entre ambas. Possui habilidades com instrumentos de cordas (violão, guitarra e baixo). Já ouviu falar em conexões sobre ambas, mas não soube exemplificar nenhuma no questionário. É um aluno disciplinado, com bons resultados nas aulas de matemática e dotado de habilidades musicais significativas.
102	12	Anders*	Aceitou o convite de participar do Projeto por gostar das duas disciplinas, com as expectativas de aprender suas relações e trabalhar com música. Possui habilidades musicais com o violão e com o canto. Não conhecer nenhuma relação entre música e matemática. Desconheço suas atitudes e desempenho em aulas regulares.

Fonte: Pesquisador.

Com o intuito de obter materiais que pudessem mostrar que os objetivos deste trabalho seriam alcançados e que a prática apresentaria relações com a bibliografia estudada, as oficinas foram planejadas, nesse sentido, para que os alunos registrassem suas ideias e para que o professor pudesse retratar os momentos mais críticos das oficinas através da escrita. Portanto, a análise dos resultados obtidos será realizada com base em quatro recursos: questionários, observação, anotações e produção discente.

Os questionários foram elaborados com o propósito de conhecer as habilidades musicais dos alunos, bem como de trazer as suas percepções sobre as atividades desenvolvidas, com ênfase nas relações entre Música e Matemática. Ao todo são dois questionários, um deles aplicado inicialmente e o outro como encerramento do Projeto.

Ao tratar da observação, refiro-me à minha visão e às minhas experiências nas oficinas, principalmente no âmbito do comportamento e das expressões dos participantes durante as atividades. Busco verificar por meio deste critério as interações entre os alunos e entre professor-aluno na resolução dos problemas e se há aprovação da dinâmica proposta por parte deles.

Através de pequenas anotações produzidas em cada oficina – contendo os momentos críticos, isto é, instante em que o aluno se aproximava do aprendizado de um novo conceito ou assimilação de uma nova ideia – analiso os momentos discursivos que levaram os estudantes a desenvolverem algum raciocínio ou conclusão de alguma ideia importante nas oficinas. Tais anotações foram utilizadas para transcrever a fala dos participantes no relato de experiência deste trabalho.

Não menos importantes, são analisados os materiais produzidos pelos discentes, ou seja, os registros de suas ideias para resolverem os problemas. Estes nos possibilitam verificar as dificuldades enfrentadas, os avanços na elaboração do modelo matemático e se estão surgindo, mesmo que de forma implícita, alguns conteúdos de matemática como ferramenta para compreender a música, bem como elementos da música auxiliando o desenvolvimento de conceitos matemáticos.

4.1. Relato e análise da oficina 1

Este foi o primeiro encontro com o grupo do Projeto, realizado no dia onze de setembro, numa quinta-feira. Já no primeiro dia, passei por algumas dificuldades,

justamente no ponto em que o professor da turma havia mencionado. Este havia reservado uma sala com recursos multimídia para a realização das atividades. Chegando no colégio, comecei a organizar a sala e testar os equipamentos.

O tempo para o início se aproximava e era notável a ausência de muitos estudantes pelos corredores da escola, já que estavam no intervalo. Após instalados os equipamentos, aguardei mais alguns minutos do horário previsto, na esperança de que alguém chegasse atrasado. Contudo, ninguém comparecia.

Dirigi-me à sala do professor da turma e decidimos circular pela escola para encontrar os participantes do Projeto. Apenas quatro alunos que aceitaram o convite estavam presentes, sendo que dois desistiram de participar no dia. Em função disso, comprometemos em torno de vinte e cinco minutos do trabalho

Visto que o tempo já estava curto e que era necessário prosseguir com a oficina, optei por iniciar a oficina com o preenchimento do questionário e não apresentar o vídeo do Pato Donald. O foco foi então conhecer estes dois alunos, Magnus e Marcus, abordar os principais conceitos musicais e apresentar a ideia do Projeto.

Após uma breve apresentação e preenchimento do questionário, segui mostrando os vídeos propostos. Logo no primeiro, os participantes demonstraram muito interesse e curiosidade, contribuindo com perguntas pertinentes às minhas problematizações e questões.

Os discentes ficaram intrigados e queriam muito compreender o porquê da distribuição em leque dos trastes¹¹ do violão, impressionaram-se com Jimi Hendrix tocando guitarra com os dentes, questionaram as diferenças entre guitarra e violão entre outras discussões que surgiram.

De forma geral, a oficina repercutiu de uma forma muito positiva. Considero que os objetivos foram atingidos significativamente, inclusive no que se refere à parte dos conceitos musicais que foram trabalhados: melodia, harmonia e ritmo.

¹¹ Trastes (português brasileiro) ou trastos (português europeu) são pequenas "divisões" atualmente de metal (já foram utilizados trastes móveis, feitos com cordas amarradas em torno do braço) de certos instrumentos de cordas, tais como: baixo elétrico (guitarra baixa), guitarra, violão, viola caipira, bandolim, cavaquinho entre outros. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Traste>>. Acesso em: 19 de novembro de 2014.

Intercalar os vídeos com as discussões proporcionou um ambiente favorável para efetuar as relações entre o que era vivenciado em cada momento e o que havia de matemática presente.

Por outro lado, pensando na situação da oficina, já que dos treze alunos que aceitaram o convite para participar do Projeto, apenas dois compareceram no primeiro encontro, seria necessário tomar alguma providência e entender o porquê da ausência dos outros alunos. Além disso, o questionário teria que ser reaplicado na próxima oficina para aqueles que não compareceram neste encontro. Reforcei a importância da participação dos alunos no Projeto durante as aulas regulares de estágio.

4.2. Relato e análise da oficina 2

O segundo encontro foi realizado na terça-feira seguinte, dia dezesseis de setembro, no laboratório de Física e Matemática do colégio. A escolha do laboratório como ambiente para desenvolver esta oficina justifica-se pelo fato desta sala disponibilizar uma quantidade suficiente de mesas retangulares grandes, favorecendo a disposição dos participantes para realizarem a atividade dos copos.

Neste dia, a quantidade de estudantes foi maior, possibilitando melhor interação entre o grupo durante a dinâmica. À medida que os alunos chegavam, recebiam o questionário e eram orientados quanto ao seu preenchimento e à disposição nas mesas.

Os copos foram posicionados no lugar onde cada um iria ocupar, permitindo que entrassem em contato com este material após acomodarem-se. Alguns já foram efetuando movimentos com os instrumentos, demonstrando já conhecer a dinâmica que seria proposta. Ao questioná-los sobre a origem dos seus conhecimentos sobre estes movimentos, mencionaram uma música existente que utiliza a mesma ideia, cujo nome é *Cups*¹², mas também chamada de *Cup Song*. O princípio desta música

¹² Anna Kendrick - Cups (Pitch Perfect's "When I'm Gone"). Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=cmSbXsFE3l8>>. Acesso em: 1 de Novembro de 2014

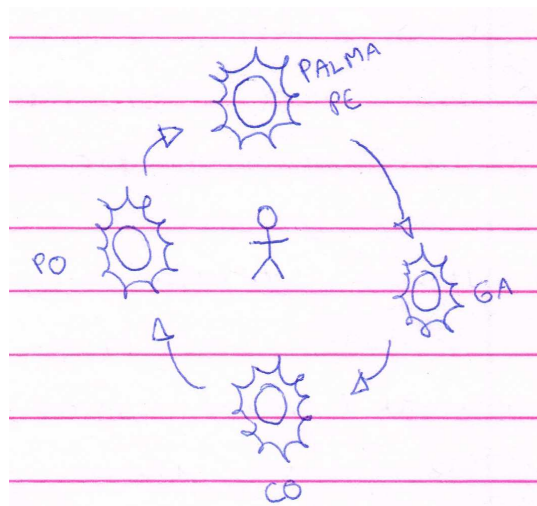
é o mesmo que o do grupo Palavra Cantada, tendo como base os mesmos movimentos da dinâmica.

A oficina iniciou por meio de uma retomada do encontro anterior, focando na parte conceitual e no tema do Projeto, fazendo também algumas referências às discussões que surgiram. Em seguida, trabalhamos com a atividade dos copos, que procedeu de acordo com as expectativas.

A proposta seguinte foi elaborar representações para o tempo. Para isso, solicitei que os alunos registrassem suas ideias em uma folha, que seria recolhida ao final da oficina. Foi possível perceber uma intensa participação do grupo neste momento e, além disso, quando questionados sobre o porquê de suas representações, a maioria conseguia justificá-la.

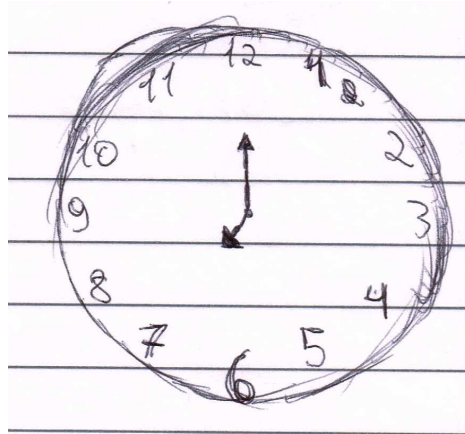
As representações predominantes foram as circulares (que se aproximam do desenho de um círculo) e lineares (que se aproximam do desenho de uma reta), de acordo com as expectativas. O relógio foi sugerido por cinco dos oito participantes. Uma sugestão circular, um pouco peculiar, digamos, foi a que apresentava o sol girando em torno de uma pessoa, conforme a Figura 1:

Figura 2: Representação Antropocêntrica



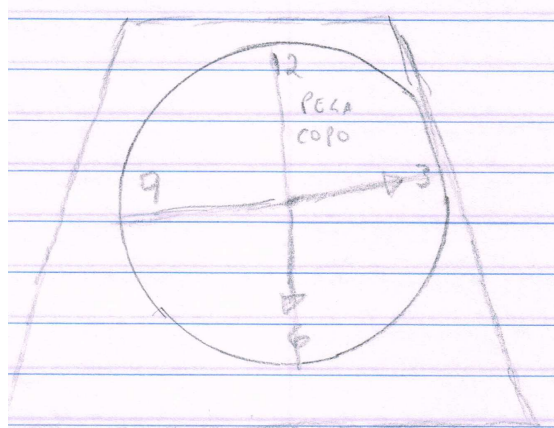
Autor: Bill

Figura 3: Relógio 1



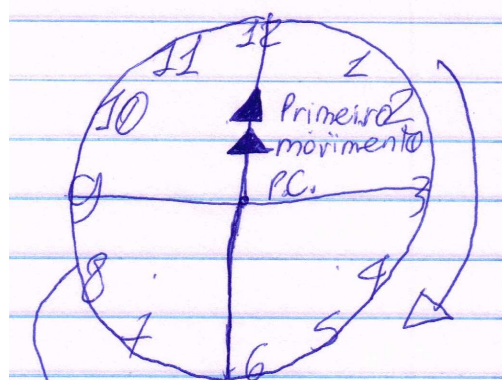
Autor: Michael

Figura 4: Relógio 2



Autor: Michael

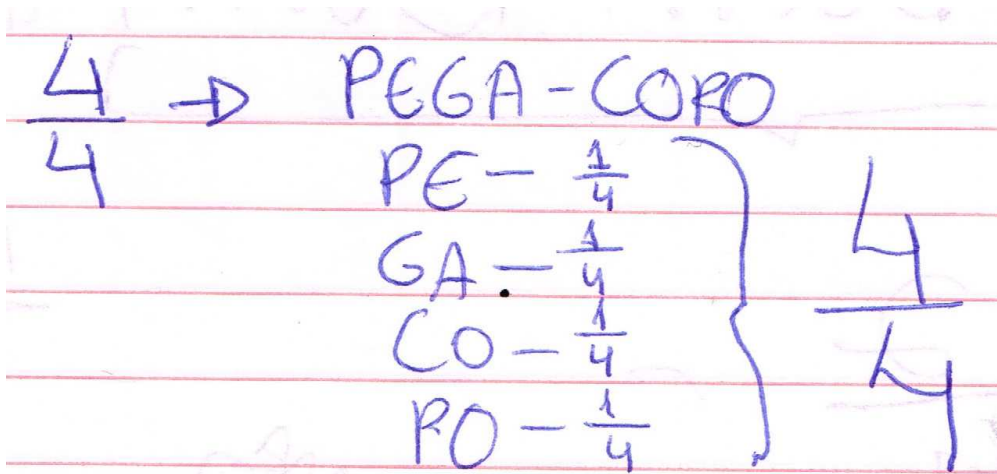
Figura 5: Relógio 3



Autor: Donald

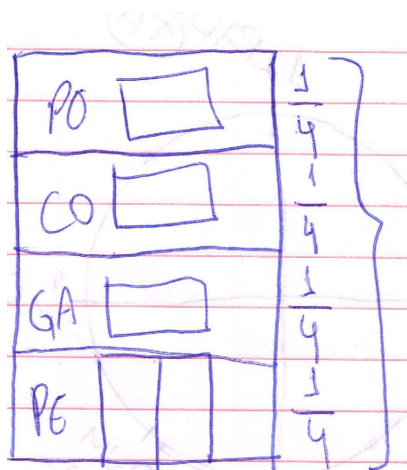
Por outro lado, várias ideias de representação linear surgiram, sendo que muitas delas foram de um mesmo aluno, que enquanto registrava no papel, já efetuava algumas relações com as frações, apesar de não ter surgido nenhum comentário sobre o tema.

Figura 6: Linear na vertical



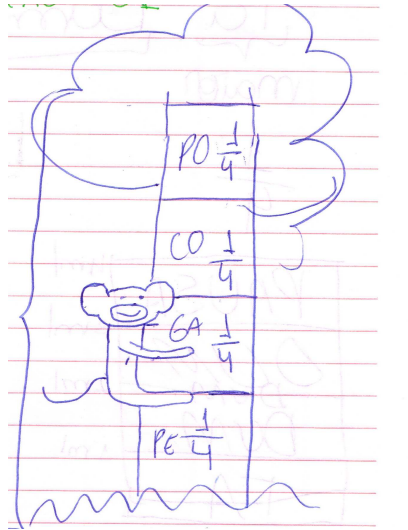
Autor: Jimi

Figura 7: Linear na altura do edifício



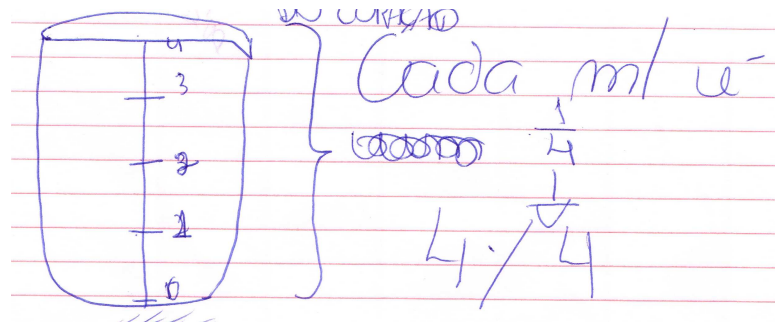
Autor: Jimi

Figura 8: Linear na altura da árvore



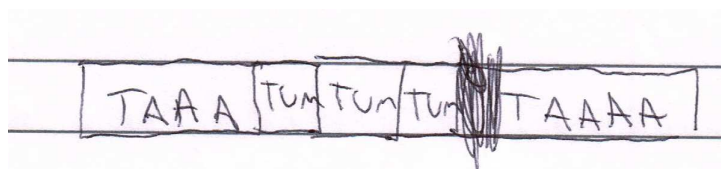
Autor: Jimi

Figura 9: Linear na altura do líquido no copo



Autor: Jimi

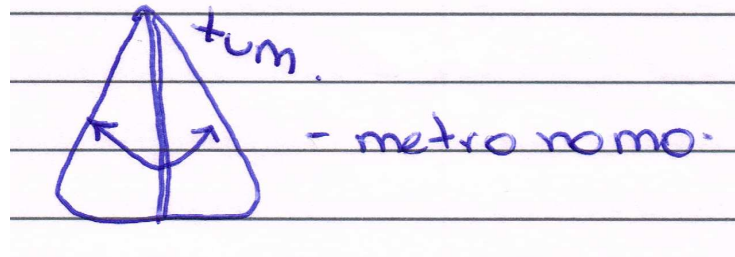
Figura 10: Representação por barras



Autor: Michael

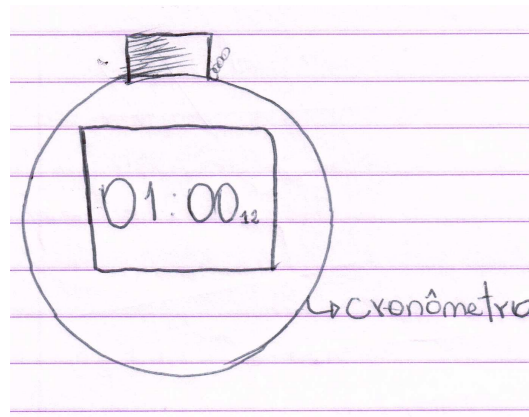
Além desses casos, surgiram outras ideias diferenciadas, como por exemplo, o metrônomo, o cronômetro e a ampulheta.

Figura 11: O metrônomo



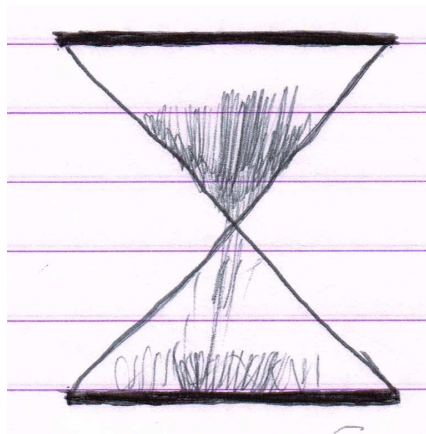
Autor: Marcus

Figura 12: O cronômetro



Autor: Magnus

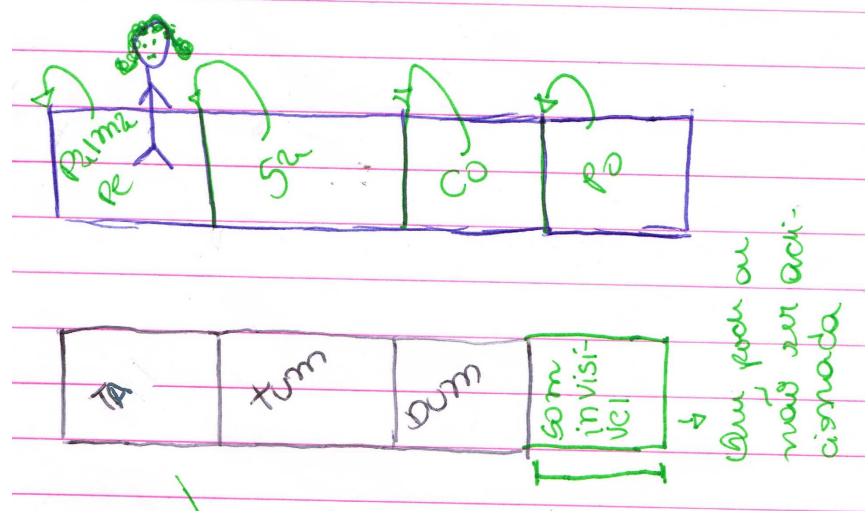
Figura 13: A ampulheta



Autor: Magnus

Destaco um dos momentos críticos da aula, que consistiu em uma discussão entre eu e um aluno que representou o tempo através dos passos de uma pessoa, isto é, uma pessoa vai caminhando e percorrendo certa distância.

Figura 14: Linear no comprimento do caminho



Autor: Andy

Neste momento, solicitei que o autor do desenho explicasse sua ideia.

Andy: "Isso daqui é o chão, isso é uma pessoa. O chão é o tempo. Dependendo do tamanho do chão, é o tempo que a gente vai levar pra passar."

Professor: "Mas tá faltando alguma coisa. Tu tá falando o tempo em relação a quê? Tu quer dizer que se este pedaço for mais longo, vai demorar mais? É isso que tu quer dizer?"

Andy: "Exatamente."

Professor: "Mas vai demorar mais pra quê?"

Andy: "Mais pra gente atravessar o tracinho."

Professor: "Atravessar o tracinho?"

Andy: "É, porque cada tempo é um tracinho, se aqui é quatro então vai ter quatro quadradinhos."

Professor: "Gostei da tua ideia, mas tem que melhorar."

Nesta pequena transcrição, questiono o aluno, visando obter informações sobre o que ele está pensando ao representar daquela forma. Percebe-se que a ideia fracionária fica implícita, pois em sua representação ele efetua as divisões do caminho, demarcando com uma linha vertical (o tracinho) o início do movimento da sequência do copo em seu respectivo tempo. Como no primeiro exemplo temos um tempo quaternário (pe-ga-co-po), cada quadradinho em que o aluno dividiu o caminho representa uma sílaba, que por sua vez está associada a um movimento da sequência.

Em outro momento, com outro participante, discutimos sobre os intervalos de tempo entre os movimentos.

Marcus: “Professor, é assim? Peee – gaaa – cooo – po.”

Professor: “É a mesma duração no movimento. Olha só, bati a palma, vai levar um tempo para eu pegar o copo.”

Marcus: “Sim. Ta, então como que eu sei assim? Esse movimento vai ser sempre o mesmo que eu demoro pra pegar o copo, o mesmo que eu vou demorar para bater o copo.”

Professor: “Sim, nesta sequência.”

Marcus: “Ta, então é um compasso.”

Professor: “É um compasso.”

De fato, este aluno percebeu as séries regulares de tempos de mesma duração entre os movimentos e concluiu que seria o compasso desta sequência. Conforme a definição de Chediak (1986), o trecho musical seria a própria sequência, enquanto as partes seriam os intervalos de tempo entre um movimento e o seu consecutivo.

Após esta primeira atividade, realizamos novamente a dinâmica com os copos com a finalidade de relembrar todas as sequências de movimentos. Solicitei a seguir que os alunos efetuassem a representação destas utilizando as suas próprias sugestões da atividade anterior.

Esta etapa final foi mais difícil de trabalhar, pois os alunos teriam que manipular intervalos de tempo de diferentes durações, o que exigiu mais empenho da parte deles e maior atenção de minha parte. Além dessa dificuldade, os participantes acabaram se dispersando um pouco mais, talvez por estarem

cansados e ansiosos pela chegada do intervalo. Foi necessário incentivá-los constantemente.

A sequência “Ta Tum Dum” foi a que apresentou maior dificuldade para a representação. Os discentes, durante a execução contínua dessa sequência, não conseguiam perceber que o último movimento possuía uma duração maior de tempo do que os iniciais. Equivocados, efetuavam os 3 movimentos com a mesma duração, gerando uma contagem de tempo ternária, o que não acontecia durante a dinâmica dos copos.

Possivelmente, durante a dinâmica, este equívoco não ocorreu pelo fato de estarem sendo guiados pelo professor, mas agora surgiu, visto que deveriam sozinhos resolver o problema. Para contornar esta dificuldade, não bastou ficar repetindo a sequência consecutivamente, foi necessário utilizar duas estratégias diferentes.

A primeira estratégia foi incluir um movimento exatamente no instante em que existe uma pausa. Dessa forma, intercalei essa sequência entre “sem esse movimento” e “com esse movimento”. Alguns alunos ficaram convencidos de que sendo possível incluir um novo movimento logo após a sílaba “Dum”, então é porque este intervalo deve ser maior do que os outros.

A segunda estratégia foi alternar entre a ideia que eles tinham da sequência e o que deveria ser. Nessa abordagem, fica evidente que o modo que eles estavam pensando está sendo conduzido por um compasso ternário ao invés de um quaternário. Além disso, alternar as duas sequências revela que houve o acréscimo de um quarto tempo (pausa) imediatamente após o “Dum” na sequência ternária. Apesar de ter me sentido desconfortável, pois percebi que os participantes não estavam convencidos ainda, foi possível notar alguns avanços, conforme o momento transcrito abaixo.

Professor: “Aqui ó... olha só. São três movimentos: palma, direita e esquerda. Certo? Olhem a diferença. [execução com o tempo ternário] Agora olhem o que fizemos antes. [execução com o tempo quaternário (o correto)]”

Andy: “É o mesmo ritmo...”

Jimi: “É o mesmo tempo... [corrigindo o colega]”

Andy: “É o mesmo tempo, mas é que tu... [fica pensando]”

Professor: “Tem uma diferença.”

Andy: “Tem uma diferença que tu colocou um a mais, ficou quatro tempos!”

Logo que perceberam o acréscimo do quarto tempo, bastou evidenciar que este recebe uma pausa. Dessa forma, voltei novamente à primeira estratégia, substituindo o novo movimento pela palavra “pausa”, isto é, ao invés de executar este movimento, eu pronunciei a palavra “pausa”. Em seguida, bastou removê-la da sequência, restando apenas os 3 movimentos iniciais.

Não foi possível efetuar a representação de todas as sequências, mas os resultados obtidos nessa oficina foram positivos e me deixaram satisfeito. Pelo que foi observado durante as aulas regulares e tendo em vista a resistência dos alunos ao raciocínio lógico, à resolução de problemas e principalmente às frações, considero significativas as suas participações, o trabalho em grupo e o fato de terem efetuado reações com as frações, mesmo que isso não tenha sido mencionado.

4.3. Relato e análise da oficina 3

Esta oficina estava programada para a Quinta-feira da mesma semana, dia dezoito. Entretanto, nenhum dos participantes compareceu na escola neste dia. O professor e eu procuramos alguns pela escola e não encontramos nenhum.

Essa situação me preocupou muito, visto que poderia ocorrer de novo na semana seguinte. Na tentativa de prosseguir com o Projeto, optei por formar um novo grupo com alunos sugeridos pelo departamento de música do Colégio. Os professores indicaram cinco estudantes do Ensino Médio que possuem consideráveis habilidades musicais. O convite a estes foi realizado no dia seguinte, contudo, nem todos podiam participar na terça-feira seguinte devido às suas respectivas bolsas de estudos e atividades de extensão neste dia. Mesmo assim, aceitaram participar da última oficina.

O terceiro encontro foi realizado no dia vinte e três de Setembro, no mesmo local (laboratório). Estavam presentes apenas cinco alunos: dois que participaram das duas oficinas anteriores, dois que participaram apenas da segunda oficina e mais um aluno que não tinha comparecido até então.

Iniciamos a oficina efetuando uma análise das representações obtidas no encontro anterior e discutindo suas vantagens e desvantagens. Posicionei na mesa todos os desenhos efetuados e juntos agrupamos aqueles que tinham

características em comum. Chegamos ao consenso de formar dois grandes grupos: os desenhos que se aproximam de círculos e os que se aproximam de barras.

Nesse momento, salientei que poderíamos escolher qualquer uma dessas representações para trabalhar com o tempo, pois ambas facilitam sua manipulação. Sugeri a escolha das barras, para que pudéssemos produzir um pouco mais de matemática e chegarmos o mais próximo do segmento de reta possível.

Coloquei em questão o aproveitamento de espaço na folha de papel pela representação por barras. Abaixo transcrevo um trecho da discussão que surgiu nesse momento.

Professor: “As sugestões por barras do Aluno 1 e do Aluno 2 estão boas, só que estão ocupando muito espaço na folha ainda. O que podemos fazer pra evitar isso? Como simplificar?”

Marcus: “Eu acho que podemos fazer que nem o Magnus fez não? [referindo-se ao desenho de barrinhas um pouco mais estreitas do colega]”

Professor: “O do Magnus ficou um pouco menor né? Não dá pra ficar menor ainda?”

Marcus: ... [pensando]

Professor: “O nosso problema é o espaço certo? Temos que diminuir o seu tamanho. Vamos pensar em um retângulo. [pego um papel retangular] O que compõe esse retângulo?”

Marcus: “Lados.”

Professor: “O que acontece com os lados se eu dobrar este retângulo no meio? [dobro o papel ao meio]”

Marcus: “Um deles diminuiu pela metade, o outro continuou.”

Professor: “E se eu fizer isso de novo?”

Marcus: “Vai diminuir de novo.”

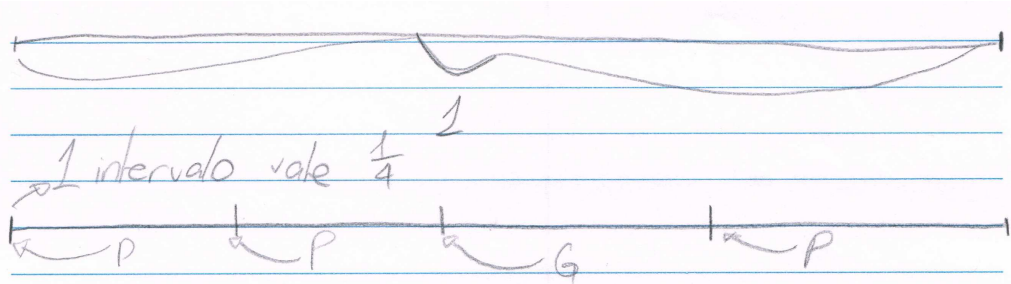
Professor: “O que acontece se eu ficar dobrando infinitamente?”

Alunos: “Vai ficar fininho.”

Professor: “Então, simplificando uma barrinha, reduzindo um de seus lados infinitamente nós temos qual figura geométrica?”

Marcus: “Uma linha reta.”

Figura 15: Representação como segmento de reta



Autor: Donald

Neste momento definimos a representação do nosso objeto de estudo: o segmento de reta. A atividade seguinte foi representar as sequências estudadas nessa forma. Iniciamos com a sequência “Pega Copo”, por ser a mais simples. Surgiram algumas dúvidas para efetuar as divisões e para marcar o ponto onde inicia o movimento, mas foram sanadas sem dificuldades. Abaixo transcrevo o momento em que surge a ideia da fração por meio da *Questão 1* e da *Questão 2*.

Professor: “Se a gente considerar aquela linha de tempo inicial que nós pegamos vale um, quanto valeria um intervalo de tempo, aqui?[aponto para o desenho de uma das partes do segmento]”

Marcus: “Quanto valeria? Se fosse só um?”

Professor: “É. Do início até o final vale um. Quanto vale um intervalo de tempo?”

Marcus: “Ahhhhhh! 0,5... [pensando]”

Johannes: “0,25 [corrige o colega]”

Marcus: “0,5 não, 0,25...”

Professor: “Em quantas partes dividimos a linha de tempo inteira?”

Alunos: “Em quatro.”

Professor: “Quantas partes pegamos para um intervalo?”

Marcus: “Uma.”

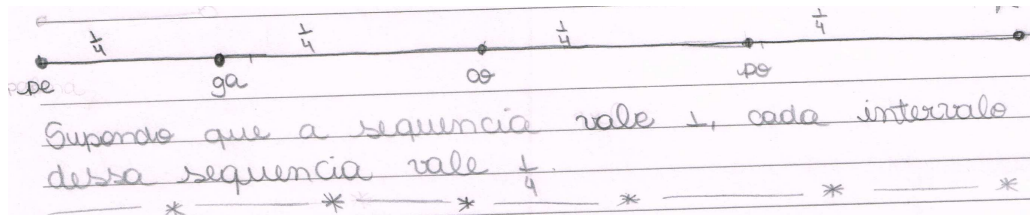
Professor: “O que é isso?”

Marcus: “Um quarto.”

Professor: “Qual é o nome disso?”

Marcus: “Fração.”

Figura 16: Duração dos intervalos tomando o segmento como inteiro



Autor: Johannes

No momento em que tentei chegar exatamente no ponto em que evidenciaria a fração, o Marcus deu sua resposta em uma representação decimal, conforme havia mencionado tal resistência ao uso de frações. Acredito que ele tenha associado a ideia de dividir por quatro, como ele trabalha muito com decimal, já assimilou que o resultado seria “0,25”, assim como seus colegas fizeram o cálculo da mesma forma. Foi necessário refazer o raciocínio pensando na relação da parte com o todo para que a fração fosse mencionada.

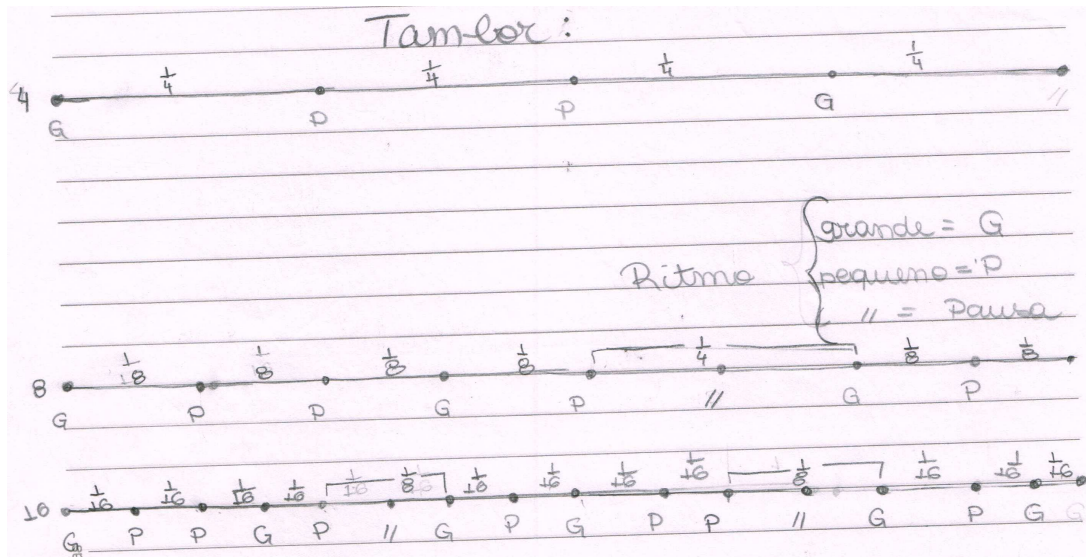
Percebi que o participante que estava pela primeira vez na atividade estava um pouco desorientado, pois ele não sabia do que se tratavam as sequências. Realizamos novamente a dinâmica dos copos para que este compreendesse melhor o processo de representação.

Em seguida, propus que os participantes efetuassem a representação da sequência “Ta Tum Dum”. O tempo estava curto, por isso encerramos as representações após esta última sequência.

A última atividade foi realizada com o Bongô. Solicitei que os alunos fizessem o contrário do que vinha sendo feito, isto é, até o momento nós primeiro executamos ritmos para depois representá-los, desta vez, partindo de uma representação pré-estabelecida, nossa tarefa seria executá-la.

Inicialmente, partimos de uma linha de tempo inteira e a dividimos em quatro partes iguais. De forma livre, os participantes puderam escolher em quais intervalos iriam colocar os movimentos, sendo que existiam três possibilidades: caixa maior (G), caixa menor (P) e pausa (||).

Figura 17: Ritmos no Bongô



Autor: Johannes

Cada um teve a sua oportunidade de criar e de executar. Prosseguimos com o mesmo procedimento para a divisão em oito e dezesseis partes. Surgiram seqüências bem complexas para serem executadas, por isso fiquei auxiliando aqueles que sentissem dificuldades. Um dos alunos elaborou uma seqüência muito comum nas músicas de Pop Rock, cuja execução não é tão simples.

Para encerrar a atividade, chamei atenção para o fato de quanto mais divisões efetuamos na linha de tempo, mais complexa fica sua compreensão e mais difícil fica sua percepção. Por outro lado, ressaltai que a variedade de ritmos que podem ser produzidos é maior quando temos uma quantidade maior de partes.

4.4. Relato e análise da oficina 4

A quarta e última oficina foi realizada no dia vinte e cinco de Setembro, quinta-feira, também no laboratório de Física e Matemática. Neste dia contamos com a presença de três dos cinco alunos que haviam sido convidados. Os dois discentes que participaram das outras três oficinas também estavam presentes, sendo os únicos que aproveitaram todos os encontros do Projeto e, curiosamente, os únicos que participaram da Oficina 1 com os vídeos.

Dessa vez, por serem dois grupos distintos, tive que separar os novos participantes dos veteranos. Seria necessário seguir duas atividades paralelamente,

uma com o objetivo de concluir o Projeto com um Grupo 1 (Marcus e Magnus) e outra buscando realizar o Projeto todo em uma só oficina com o Grupo 2 (Fredrik, Sanna e Anders), sempre intercalando entre os dois. Para facilitar a compreensão da sequência de atividades realizadas, optei por fazer o relato desta oficina por grupo, isto é, relatarei, primeiramente, o que ocorreu com o Grupo 1 e depois com o Grupo 2.

Esta oficina procedeu de forma semelhante ao segundo encontro. Disponibilizei os copos na mesa para que os alunos pudessem ir manipulando o material e, enquanto os integrantes do Grupo 2 chegavam, recebiam o questionário para preencher. Alguns já pegavam o instrumento, efetuavam as sequências de movimentos e inclusive reproduziam algumas músicas, como foi o caso do Aluno 6, que enquanto efetuava um ritmo com os copos cantava “Rolling in the deep” da cantora Adele¹³, demonstrando domínio da atividade.

Grupo 1

Na oficina precedente, o conceito de fração já havia sido trabalhado, não sendo necessárias, para a oficina vigente, as duas primeiras questões que foram planejadas. Portanto, iniciei a atividade com o Grupo 1 por meio da *Questão 3*, cujo problema está em como introduzir um movimento entre um intervalo de tempo que já foi dividido na sequência, isto é, queremos chegar que uma parte do segmento de reta também é um segmento que pode ser subdividido.

Verifiquei que os integrantes conseguiram interpretar as partes como intervalos, conforme esperado no planejamento. Seguimos para a *Questão 4* problematizando a execução de duas sequências diferentes no mesmo intervalo de tempo. Para isso, efetuei o desenho de duas sequências de movimentos em dois segmentos de reta iniciais, de mesmo comprimento, divididos em duas e três partes iguais, respectivamente. Solicitei que cada um dos integrantes escolhesse uma das sequências e as executassem ao mesmo tempo.

¹³ Adele Laurie Blue Adkins, 3 MBE (Londres, 5 de maio de 1988), mais conhecida como Adele, é uma cantora, compositora e multi-instrumentista britânica nascida em Tottenham, Londres e criada no sul da cidade.

Os participantes sentiram bastante dificuldade na execução. Exatamente no instante em que era esperado, ou seja, no segundo tempo da Sequência 1.

Tabela 16: Sequências do grupo

T _____ B _____ .	Sequência 1 (Magnus)
T _____ B _____ P _____ .	Sequência 2 (Marcus)

Fonte: Pesquisador.

Conforme o planejamento, é difícil saber quanto tempo devemos esperar para realizar o segundo movimento da Sequência 1, pois os segmentos nas sequências não possuem o mesmo comprimento. Aquele que ficou responsável por executar a Sequência 1 batia o copo (B) junto com o segundo movimento da Sequência 2. Ao chamar-lhe a atenção para o tempo de seu movimento, conseguiu compreender que ele deveria bater entre o segundo e terceiro tempo do colega. No entanto, quando executavam em conjunto, dividiram a linha de tempo inteira em partes comum aos dois, o que não era a proposta da atividade.

Tabela 17: Sequência executada (incorreta)

T _____ B _____ B _____ P _____ .	Sequência obtida (incorreta)
-----------------------------------	------------------------------

Fonte: Pesquisador.

Este momento foi muito difícil de contornar. Retomei toda a situação problema e mostrei a elas o porquê de estarem equivocadas. Percebi que elas estavam apenas executando os movimentos, sem utilizar as representações no papel. Insisti para que elas primeiro efetuassem a representação e pensassem o problema através daquilo que estavam registrando.

Demorou um tempo para que visualizassem o equívoco, mas foi ao utilizar a representação que conseguiram percebê-lo. Ao solicitar que executassem novamente, o resultado saiu perfeitamente no começo, mas logo voltaram os erros. Discuti um pouco com o grupo, apontando exatamente onde estava o problema e propus a *Questão 5*. A transcrição da discussão segue abaixo.

[execução da sequência de forma correta]

Professor: “Perfeito! Agora deu certo. Agora, como fica a representação? Será que não tem como encontrar uma nova unidade que seja comum às duas sequências?”

Marcus: “Como assim?”

Foi muito complicado contornar esta etapa, pois os alunos esqueciam-se facilmente daquilo que tinha sido destacado em poucos minutos. Novamente retomei com eles o ponto crítico do nosso problema: o intervalo de tempo entre o segundo movimento da Sequência 2 para o segundo movimento da Sequência 1.

Professor: “Observem bem este intervalinho. Olha o tamanho deste e olha o tamanho deste aqui. [referindo-me ao intervalo da Sequência 1] Será que tu não consegue dividir este intervalo de forma que tu obtenha uma parte do mesmo tamanho deste intervalinho?”

Magnus: “Sim.”

Professor: “Como?”

Magnus: “... [pensando]”

Professor: “Ou melhor, tu quer pegar este intervalinho e saber quantas vezes ele cabe neste intervalo maior.”

Magnus: “Duas.”

Professor: “Duas vezes. Então em quantas vezes tu precisa dividir o intervalo da Sequência 1 pra obter dois intervalinhos?”

Magnus: “Por dois.”

Professor: “Isso. E tu Marcus, pelo mesmo raciocínio, vai ter que dividir o teu intervalo [Sequência 2] por três. Dividindo todos esses intervalos da sequência, quantos intervalinhos iguais nós teremos em cada uma delas? [cada um faz a divisão para o seu caso]”

Magnus: “Seis.”

Professor: “Seis. Ou seja, o que nós conseguimos encontrar? Uma unidade comum às duas sequências. Agora distribuimos os movimentos de dois em dois na Sequência 2 e de três em três na Sequência 1. Vocês começam juntos tirando o copo, pausa, Marcus bate, Magnus bate, Marcus palma e pausa, e segue nesse ciclo. Observem agora. Em quantas partes vocês dividiram o inteiro?”

Magnus: “Em seis.”

Professor: “Ou seja, vocês podem contar até seis agora para fazer os movimentos.”

Com um pouco de prática, as Sequências foram assimiladas. Em dado momento, após ter sugerido que ambos praticassem, ouvi uma ideia no grupo que me chamou a atenção:

Magnus: “Agora vamos tentar fazer sem falar nada para ver o que acontece? [conversa com Marcus, propondo realizar as sequências sem a contagem de tempo]”

Esta fala de Magnus nos indica que estava realmente acontecendo um processo de exploração das possibilidades rítmicas com o material, além de uma tentativa de testar suas limitações e capacidades. Ao observar a dupla, apesar de estar junto com o Grupo 2, pude notar que estavam conseguindo executar as sequências corretamente, sem a contagem oral do tempo. Passei a questioná-los quanto ao número seis.

Professor: “Mas afinal, por que seis? O que o seis tem a ver com o dois e com o três?”

Magnus: “Ele é o dobro de três.”

Professor: “Mas só isso? Mas em relação ao dois?”

Magnus: “Ele é o triplo de dois.”

Professor: “O que o tem de relação entre o seis e esses dois números?”

Magnus: “Dá pra dividir o seis por esses dois.”

Professor: “Isso! Ótimo! O seis dá pra dividir por dois e por três. Como chamamos o número que é divisível por outros, ou melhor, o que o seis é em relação a estes dois?”

Marcus: “É aquele negocinho com tracinho...”

Professor: “Fatoração?”

Magnus: “É o M.M.C. [adiantando o raciocínio]”

Professor: “Exato!”

Grupo 2

As atividades com este grupo foram praticamente as mesmas realizadas desde a Oficina 1, exceto pelo fato de ter prosseguido num ritmo mais acelerado. Em um primeiro momento, foi explanada a ideia do Projeto e o que havia sido produzido até então. Como estes participantes já possuíam uma noção intermediária de música, poupei as explicações conceituais sobre o assunto.

Apresentei a eles os objetivos da Oficina 4 por meio de algumas demonstrações, executando dois ritmos diferentes ao mesmo tempo, um em cada mão. Foi gratificante observar a curiosidade deles durante minha demonstração, o brilho nos olhares – como se quisessem aprender a fazer o mesmo – e perceber que eles estavam interessados, pois surgiram perguntas do tipo “Como ele faz isso?”. Em seguida, realizamos a dinâmica dos copos e permiti que eles praticassem por alguns minutos.

Efetuei a representação da sequência “Pega Copo” como segmento de reta, tomando uma unidade de tempo para a sequência e dividindo em partes iguais para os movimentos, fazendo referência à fração. Como tarefa, solicitei que eles fizessem o mesmo com a sequência “Vira Copo”, sendo cumprida sem dificuldades. Para explorar um pouco mais a criatividade, incentivei-os a criarem uma sequência com os movimentos estudados. Fredrik compôs uma sequência em que o copo é jogado no ar: “Joga Copo”.

Tabela 18: Sequência criada por Fredrik

Nome da Sequência	Separação das Sílabas	Movimentos
Joga Copo	Jo – ga – co – po	Joga o copo para o alto – Palma – Pega o copo – Bate o copo

Fonte: Pesquisador.

Os outros colegas aprovaram a sequência e começaram a utilizar da criatividade, inventando novas possibilidades de sequências através da variação dos movimentos para além dos que foram trabalhados. Ficou muito evidente aquele momento estava sendo divertido para eles.

A partir deste instante a oficina prosseguiu de forma semelhante às atividades e questões realizadas com o Grupo 1. Para encerrar o Projeto, foi distribuído um questionário final (Apêndice C) sobre suas percepções e conclusões acerca do Projeto.

4.5. Retomando os objetivos e o problema da pesquisa

Retomando o problema da pesquisa, que era “Que conexões os alunos estabelecem entre ritmos musicais e frações?”, e o terceiro objetivo que era “Identificar as limitações e as possibilidades de um trabalho interdisciplinar entre Música e Matemática, explorando ritmos musicais e possíveis relações com as frações”, apresento três tópicos que sintetizam as conexões, dificuldades e aprendizados verificados pelos alunos participantes da pesquisa.

1. As atitudes dos alunos diante das atividades propostas.
2. Os discursos dos alunos sobre conexões entre Música e Matemática.
3. As dificuldades dos alunos na realização das atividades.

Como o grupo de participantes, além de ter sido muito heterogêneo, não teve assiduidade e comprometimento com o Projeto, uma das dificuldades que emergem deste ponto está no fato de que a análise não nos permite verificar as transformações dos sujeitos ocorridas entre o primeiro e o último encontro, exceto pelos dois alunos que frequentaram 100% das atividades. Por isso, no caso daqueles que compareceram em apenas uma ou duas oficinas, foram analisados

seus avanços e suas contribuições apenas naquele contexto, mais precisamente, na sua respectiva oficina.

4.5.1. Análise das atitudes dos alunos

Durante a sequência didática foi possível perceber a presença de um grupo de educandos que demonstrou interesse nas atividades propostas e outro grupo que mostrou o oposto.

No momento em que os alunos recebiam o convite para participar do Projeto, pareciam bastante interessados e curiosos para com a temática. No entanto, até mesmo aqueles que gostavam das duas áreas não participaram com a dedicação e assiduidade esperada. Exemplos disso são os alunos Donald e Jimi, que tinham certo apego à música e à matemática, conseguiam estabelecer algumas relações e não compareceram nem na oficina inicial, nem na final.

Foi possível perceber o caso de um participante, Lindsey, que, apesar de grandes habilidades musicais com a bateria, principalmente na percepção musical rítmica, não demonstrou grandes interesses nas atividades propostas, permaneceu muito isolado e pouco participativo durante os encontros em que esteve presente. Minha expectativa quanto a este estudante era que ele teria uma produção muito significativa e que apresentaria empenho nas atividades, estabelecendo diversas conexões entre a música, sua área hábil e a matemática, sua área de dificuldades. Este aluno compareceu em apenas dois encontros, não preencheu o questionário inicial e só produziu uma ideia de representação para o tempo depois de muita insistência minha. Na atividade com Bongô não utilizou representações para manipular o tempo, mas criou ritmos mentalmente e os executou. Segundo o professor da turma e os professores de música, Lindsey tem apresentado notas baixas em muitas disciplinas. Em sala de aula pude perceber que seu relacionamento com os colegas é bom, mas sua dedicação para as tarefas escolares quase inexistente.

Os exemplos supracitados ilustram um caso em que aptidão musical não é sinônimo de aptidão lógico-matemática. Concomitantemente, o fato de um sujeito apresentar habilidades musicais é insuficiente para que, por meio da Inteligência Musical, possa ser despertado o interesse pela matemática no aluno, bem como é insuficiente para que sejam realizadas conexões entre Música e Matemática. De

certa forma, a ideia de Gardner está presente nesta situação, relacionando-se justamente com o trecho citado na Seção 2.1, afirmando que "o desempenho maduro numa área não significa o desempenho maduro numa outra área, assim como as realizações talentosas em determinada área não implicam uma realização talentosa em outra" (GARDNER, 1995, p. 32).

Por outro lado, houve um empenho significativo dos outros participantes, principalmente a partir da segunda oficina. Verifiquei que os discentes envolvidos na resolução dos problemas propostos discutiam possibilidades, interagem com frequência e apresentavam sempre um sorriso no rosto, sobretudo na dinâmica dos copos. Tal dinâmica foi intrigante, provocou os alunos, que por sua vez sentiram-se desafiados. Além disso, o sorriso provavelmente indica a aceitação da proposta e que os envolvidos estavam se divertindo.

Vale ressaltar que os participantes Marcus e Magnus foram os únicos dois a participarem da Oficina 1 e também os únicos a cumprirem presença nos quatro encontros. Acredito que o trabalho de introdução na primeira oficina tenha contribuído de alguma forma para a presença desses no Projeto, assim como Vaz (2006) e Barnabé (2011) propõem em seus planos.

De encontro com os exemplos anteriores e baseado no questionário inicial, foi possível notar que ambos, Marcus e Magnus, não possuíam grandes habilidades musicais, já que não tocavam efetivamente algum instrumento. De fato isso se verificou na prática, visto que tiveram dificuldades na execução das sequências com os copos. Mesmo assim compareceram em todos os encontros, demonstrando interesse e contribuindo com muitas perguntas.

4.5.2. Análise dos discursos dos alunos

Os discursos dos alunos mostram que algumas mudanças ocorreram, seja no período de uma única oficina ou no Projeto todo. Com base nas anotações realizadas e nos questionários, serão analisados e discorridos alguns aspectos que apontam as aprendizagens percebidas pelo pesquisador e pelos próprios estudantes.

Um dos resultados, que ressalta perante os outros, está no exemplo mencionado anteriormente, o caso de Marcus e Magnus, que sem precedentes musicais, Figura 18 e Figura 19, conseguiram estabelecer algumas relações entre

ritmos e frações por meio da representação linear do tempo. Em Magnus percebemos avanços, pois, embora apresentasse dificuldades na matemática da escola, conseguiu realizar as conexões propostas nas atividades de ritmo.

Figura 18: Respostas do questionário inicial - Magnus

5) Você já ouviu falar de alguma relação entre música e matemática? Qual(is)?

Nunca, primeira vez.

6) Você acha que compreender matemática pode ajudar a criar e/ou compor músicas? Justifique.

Talvez.

Fonte: Pesquisador

Figura 19: Respostas do questionário inicial - Marcus

5) Você já ouviu falar de alguma relação entre música e matemática? Qual(is)?

Não, nunca ouvi.

6) Você acha que compreender matemática pode ajudar a criar e/ou compor músicas? Justifique.

Nunca pensei que podese ter matematica junto com música.

Fonte: Pesquisador

As situações do Projeto que levaram à associação de algum conceito matemático envolveram, na maioria dos casos, estes dois alunos. Por isso as transcrições apresentadas na Seção 4.4. provêm de seus diálogos com o pesquisador e pelo fato de ambos terem sido os primeiros a estabelecerem as conexões. Uma dessas situações é quando Magnus percebe a presença do M.M.C. na atividade com ritmos do último encontro, que foi de suma importância na sua interpretação e compreensão do problema rítmico proposto. Nas respostas da

terceira pergunta do questionário ficam evidentes algumas relações estabelecidas pelos alunos.

Figura 20: Respostas do questionário final - Magnus

1) Quais os conteúdos de matemática que relacionam-se com o Ritmo que você verificou nas oficinas?

fração, divisão, mmc e subtração

2) Você acha que a música ajudou você a compreender esses conceitos matemáticos? Justifique

Sim, porque aprendi a fazer fração, divisão etc de um jeito mais divertido.

3) Você acha que os conceitos matemáticos ajudaram você a compreender melhor o Ritmo na música?

Justifique.

Sim, porque de um pulso para os outros é uma fração.

Fonte: Pesquisador

Figura 21: Respostas do questionário final - Marcus

1) Quais os conteúdos de matemática que relacionam-se com o Ritmo que você verificou nas oficinas?

Os conteúdos que se relacionam são: fração, divisão, m.m.c e subtração.

2) Você acha que a música ajudou você a compreender esses conceitos matemáticos? Justifique

Sim, porque nós aprendemos mais sobre fração, H.M.C e subtração.

3) Você acha que os conceitos matemáticos ajudaram você a compreender melhor o Ritmo na música?

Justifique.

Sim, toda musica tem matematica, Não sabia e aprendi nesse tempo.

Fonte: Pesquisador

Outro momento importante está no segundo encontro, quando discuto com Andy uma possível representação para o tempo. Foi interessante a maneira como este aluno argumentou a presença do tempo em uma caminhada, aproximando-se da representação final que se pretendia utilizar: o segmento de reta. O surgimento do conceito de fração fica implícito na divisão do caminho em partes iguais.

Constatou-se inclusive que os alunos apreciaram as atividades que envolveram materiais manipulativos. Tais materiais parecem promover ainda mais a interação dos participantes.

Figura 22: Resposta da pergunta 4 - Magnus

4) Você gostou das atividades desenvolvidas neste Projeto de Ensino? Destaque algumas atividades que você mais gostou ou se interessou.

Gostei!! a atividade que mais gostei foi fazer ritmos no bongo.

Fonte: Pesquisador

Figura 23: Resposta da pergunta 4 - Marcus

4) Você gostou das atividades desenvolvidas neste Projeto de Ensino? Destaque algumas atividades que você mais gostou ou se interessou.

Sim, A parte que mais gostei foi fazer cap-song.

Fonte: Pesquisador

Figura 24: Resposta da pergunta 4 - Sanna

4) Você gostou das atividades desenvolvidas neste Projeto de Ensino? Destaque algumas atividades que você mais gostou ou se interessou.

Sim. Gostei do que vi até agora: como a matemática nos ajuda na divisão dos tempos da música para tocarmos só no tempo certo.

Fonte: Pesquisador

Além disso, foi possível perceber que os alunos conseguiram estabelecer muitas relações entre os ritmos musicais e as frações. Foi verificado que, em meio à esta prática interdisciplinar, emergiram possibilidades de se trabalhar conhecimentos

de ambas as áreas, em que alguns conceitos de matemática foram relacionados à alguns de música – a fração presente no compasso, por exemplo – e alguns conceitos de música contribuíram para a compreensão de alguns de matemática, que é o caso de executar os ritmos musicais na prática para depois efetuar a sua representação no segmento de reta.

Portanto, as relações estabelecidas entre ritmos musicais e frações por estes alunos transitaram entre a representação geométrica do tempo através de um segmento de reta, que ao ser dividido em partes iguais aproxima-se do conceito de fração, e a interpretação da duração de diferentes intervalos de tempo através das frações, pela relação parte do todo.

4.5.3. Análise das dificuldades dos alunos

Foram observadas duas dificuldades principais que surgiram em dois momentos do Projeto: a representação do tempo e a execução de duas sequências diferentes em um intervalo de tempo inteiro comum (dois inteiro divididos em duas quantidades diferentes de partes iguais).

A primeira é um obstáculo devido ao “tempo”, por este ser muito abstrato, não ser algo visível, nem palpável, dificultando a elaboração de uma representação. A complicação surgiu no momento em que foi proposta a tarefa. Os participantes ficaram confusos, sem saber exatamente o que fazer e como proceder.

As ideias iniciais tangenciaram uma representação circular através do relógio, já que este é o marcador de tempo comum entre as pessoas, já considerado nas expectativas da atividade. Por outro lado, as representações lineares surgiram, em sua grande parte, de um mesmo aluno, Jimi, mas a que mais chama atenção é a ideia de Andy, conforme salientado anteriormente. Foi necessário insistir muito para que realizassem a atividade, não foi uma produção imediata.

A segunda dificuldade deve-se à uma questão da percepção musical, que através do modelo desenvolvido e sua relação com o M.M.C. podemos contorná-la. Visto que esta etapa da última oficina decorre de uma série de assuntos já abordados, dentre eles a representação das sequências através do segmento de reta, surgem algumas dificuldades rítmicas quando dividimos um mesmo intervalo de tempo de duas maneiras diferentes. Quando os alunos Marcus e Magnus tentaram executar, respectivamente, os movimentos dessas sequências, apresentaram muita

dificuldade rítmica. De fato, o momento exato em que deveriam executar os movimentos não estava claro para nenhum dos dois. Foi com o auxílio do M.M.C. que a execução simultânea das sequências foi possível.

Por conseguinte, a sequência didática favoreceu de algum modo o trabalho em conjunto das inteligências com o propósito de solucionar os problemas propostos, de acordo com Gardner (1994). Outrossim, incentivou a participação e a interação entre os discentes, permitiu o exercício de movimentos corporais através das sequências com os copos plásticos e da coordenação motora na execução dos movimentos, promoveu o pensamento e o raciocínio lógico para a resolução dos problemas e incitou a exploração de habilidades musicais e criatividade na criação de ritmos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é o resultado de uma série de inquietações causadas pela minha experiência no decorrer de todo um processo acadêmico. Sempre fui apaixonado por música tanto quanto sou por matemática. Acredito que este fato foi essencial para a produção desta pesquisa, pois me senti motivado a encontrar respostas sobre as possibilidades das relações entre Música e Matemática no âmbito educacional.

O referencial bibliográfico estudado contribuiu significativamente, não só para minha formação, mas principalmente para o modo em que penso uma Inteligência. Baseado nos trabalhos que leio sobre a Teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner (1994, 1995), percebo muitas ideias de possibilidades práticas emergindo e que implica outra visão sobre a educação.

Os artigos e pesquisas que investigam as relações entre Música e Matemática para o ensino-aprendizagem, na sua maioria, fazem uma abordagem por meio de aspectos sonoros, utilizando o som, a onda sonora e suas combinações simultâneas como objeto de estudo. Neste ponto, a sequência didática desenvolvida nesta pesquisa torna-se diferenciada, justamente pela proposta de utilizar o ritmo para relacionar com a matemática – mais precisamente as frações – e tomar o tempo como objeto de estudo.

A dissertação de Vaz (2006) discorre sobre uma prática realizada por meio de um Projeto cujo objetivo também era verificar possibilidades práticas das relações entre Música e Matemática na educação. Os dois primeiros módulos deste projeto têm uma proximidade evidente com as atividades aqui desenvolvidas, todavia foram trabalhadas com o objetivo de introduzir algumas relações, sem considerar o ritmo propriamente como o principal. Para mais, no que se refere às conexões estabelecidas, a prática efetuou correspondências entre a simbologia musical das notas e do compasso com o conteúdo de frações, mas não abordou de forma aprofundada as possibilidades e finalidades disto para o discente. Na sequência didática aqui construída, foi possível perceber que a representação do tempo e o conteúdo de M.M.C. trouxeram benefícios para os participantes da oficina, auxiliando-os, de alguma forma, na compreensão dos ritmos musicais.

O trabalho com ritmos é uma possibilidade que tenho questionado desde minha atividade de extensão na Universidade Federal. Percebo que ainda há muito

a ser explorado e aprimorado nessa proposta, como por exemplo, uma possível prática que permita desenvolver o próprio conceito de fração. Outrossim, visto que esta prática foi desenvolvida no Ensino Médio, poderia se pensar na viabilidade de aplicar esta sequência didática nas etapas escolares que visam desenvolver o conhecimento dos números racionais e suas representações, explorando as possibilidades em um nível de Ensino Fundamental e com uma faixa etária menor.

Durante o Projeto de Ensino, foi gratificante perceber o envolvimento dos participantes nas atividades propostas, principalmente por parte daqueles que não tinham habilidades com instrumentos musicais ou que estavam com dificuldades na disciplina de matemática. De fato foi uma surpresa, as expectativas eram outras, esperava-se que os sujeitos com aptidões musicais reveladoras demonstrassem maior interesse para com as atividades, o que não ocorreu em sua totalidade.

Foi satisfatório perceber que a sequência didática propiciou não apenas situações problema que incentivaram o raciocínio lógico dos estudantes, mas também a participação dos alunos para solucioná-los, que foi intensa em meio a estes problemas e aos questionamentos realizados. Nos períodos de aulas regulares foi possível sentir a dificuldade de se desenvolver e promover uma prática com situações que submetessem os alunos à reflexão e à leitura, verificando-se o desinteresse dos mesmos para com as propostas. Nesse sentido vejo como é recompensador observar aqueles despreocupados com o aprender, agora envolvidos, talvez motivados pelo desafio imposto.

A música e a matemática me provocam com as suas mais variadas relações, sendo que quanto mais me envolvo com estas duas áreas, mais procuro estabelecer conexões entre elas. Este conhecimento acerca do assunto interfere diretamente no meu modo de ensinar. A possibilidade de utilizar essas relações para a educação surge a partir desse fato, por eu conhecer consideravelmente as conexões e saber que, por ser uma proposta diferenciada que desperta curiosidade nas pessoas, pode ser uma ferramenta à minha disposição para o ensino de matemática. Sem dúvidas esta sequência didática tem um potencial que deve ser explorado. Eu, como professor e pesquisador, tenho a certeza de que estarei me dedicando constantemente para o aperfeiçoamento desta prática em prol da educação.

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música: O pensamento analógico na construção de significados**. São Paulo: Escrituras, 1999. 334 p.
- BARNABE, Fernando Moreira. **A Melodia das Razões e Proporções: a música sob o olhar interdisciplinar do professor de Matemática**. 2011. 68 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- BICUDO, F. Trigonometria | Didática | **Música**. Reportagem da Revista *Cálculo*: São Paulo, Segmento, ed 13, ano 2, p.44-50, 2012.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio**. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica: Brasília (DF), 2000a.
- _____. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica: Brasília (DF), 2000b.
- CAMPOS, G. P. S. **Matemática e Música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares**. 2009. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória. 2009.
- CARPEAUX, O. M. **Uma nova história da música**. Rio de Janeiro: Alhambra, ed. 3, 1977. 356 p.
- CHEDIAK, Almir. **Harmonia e improvisação**. Rio de Janeiro: Lumiar, Vol. 1., ed. 7, p.357, 1986.
- DALCIN, A.; SILVA, S. S. **Ensinando com Sinos Musicais: Uma releitura de Maria Montessori**. Congresso Internacional de Ensino de Matemática, VI. 2013. ULBRA. 18 p.
- D'AMBROSIO, B. S. **Formação de Professores de Matemática par ao século XXI: O Grande Desafio**. *Pro-Posições*, Campinas, Vol. 4, nº 1, p. 35-41, 1993b.
- FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade: Um projeto em parceria**. São Paulo: Loyola, Coleção Educar, nº 13, ed. 2, 1993. 119 p.
- FORTES, F. P. **Combinatória e pensamento simbólico musical em Leibniz**. *O que nos faz pensar*, nº 25, p. 125-140, ago. de 2009.
- GARDNER, Howard. **Estruturas da Mente: A Teoria das Inteligências Múltiplas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994. 340 p.
- _____. **Inteligências Múltiplas: Teoria na Prática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. 257 p.

MONTESSORI, Maria. **Pedagogia científica**: a descoberta da nova criança – (tradução de Aury Azélio Brunetti). São Paulo: Flamboyant, 1965.

PILLÃO, D. **A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre matemática e música**: estado da arte. 2009. 109 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

VAZ, Leonardo José Leite da Rocha. **Música e Matemática**: novas tecnologias do ensino em uma experiência interdisciplinar. 2006. 93 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica, Rio de Janeiro, 2006.

VAZ, L. J. L. R. PINHO, M. O. **Música e Matemática**: um minicurso interdisciplinar. *Revista Zetetiké*, v. 19, n. 35, p. 179-194 jan./jun. 2011.

WEIL, P. D'AMBROSIO, U. CREMA, R. **Rumo à nova Transdisciplinaridade**: sistemas abertos de conhecimento. São Paulo: Summus, 1993b. 175 p.

APÊNDICES

Apêndice A: Termo De Consentimento Informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo aluno _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o aluno participe da pesquisa intitulada "**Música e Matemática**", desenvolvida pelo pesquisador Rafael Souza Fernandes. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Dra. Andréia Dalcin, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (051) 3308-3267 ou e-mail deiadalcin@gmail.com.

Tenho ciência de que a participação do aluno não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Verificar se esta perspectiva matemática sobre música pode auxiliar o aluno a compreender as noções de tempo e ritmo na música, aprimorando sua percepção musical;
- Verificar se a música pode contribuir para o ensino de matemática, trazendo motivação para os alunos e apresentação a relação da matemática com outras áreas do saber;
- Desenvolver uma sequência didática envolvendo Música e Matemática para o ensino de Frações;
- Observar e analisar o modo com que os efeitos produzidos pela aplicação desta sequência didática auxiliam na compreensão do conceito de frações e operações com as mesmas.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo aluno será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do aluno se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro, em que ele será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do aluno, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do aluno se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o pesquisador responsável no endereço Rua Hélio Costa, nº 234, Gravataí/telefone (051) 3496-6489 /e-mail rafaelfernandys@hotmail.com

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de _____ de 2014.

Assinatura do Responsável: _____

Assinatura do(a) pesquisador(a): _____

Assinatura do Orientador da pesquisa: _____

Apêndice B: Questionário 1 (inicial)



Licenciatura em Matemática Projeto de Ensino Matemática e Música



Nome do Aluno: _____

Turma: _____

Professor: Rafael Souza Fernandes

Questionário

1) Por qual motivo escolheste participar deste Projeto de Ensino?

2) Quais as tuas expectativas quantos às oficinas deste Projeto?

3) O que tu espera aprender nas oficinas deste Projeto?

4) Você toca algum instrumento musical? Qual(is)?

5) Você já ouviu falar de alguma relação entre música e matemática? Qual(is)?

6) Você acha que compreender matemática pode ajudar a criar e/ou compor músicas? Justifique.

7) Baseado em nossas discussões, escreva com suas palavras o conceito de Ritmo.

Apêndice C: Questionário 2 (final)



Licenciatura em Matemática Projeto de Ensino Matemática e Música



Nome do Aluno: _____

Turma: _____

Professor: Rafael Souza Fernandes

Questionário

1) Quais os conteúdos de matemática que relacionam-se com o Ritmo que você verificou nas oficinas?

2) Você acha que a música ajudou você a compreender esses conceitos matemáticos? Justifique

3) Você acha que os conceitos matemáticos ajudaram você a compreender melhor o Ritmo na música?

Justifique.

4) Você gostou das atividades desenvolvidas neste Projeto de Ensino? Destaque algumas atividades que você mais gostou ou se interessou.

5) Espaço para dúvidas, críticas e sugestões.

6) Deixe seu contato para o retorno de suas dúvidas.

Email: _____

Fone: _____