

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Priscila Aliardi Soares

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO SOBRE MATEMÁTICA  
FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO**

Porto Alegre

2014

Priscila Aliardi Soares

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO SOBRE MATEMÁTICA  
FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre

2014

Priscila Aliardi Soares

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO SOBRE MATEMÁTICA  
FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Banca Examinadora

---

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso –  
Orientador  
Instituto de Matemática – UFRGS

---

Profa. Dra. Fernanda Wanderer  
Faculdade de Educação – UFRGS

---

Profa. Dra. Leandra Anversa Fioreze  
Instituto de Matemática – UFRGS  
Departamento de Matemática - UFSM

Dedico esse trabalho à minha mãe Vera por ser a maior incentivadora em meus estudos e sem sua força esse sonho não teria se realizado.

## AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

Aos meus pais Sergio e Vera que foram os primeiros acreditar na minha capacidade.

E o que dizer a você, Roger? Obrigada pela paciência, pelo incentivo, pela força e principalmente pelo carinho. Obrigada pela compreensão de minha ausência dedicada ao estudo. E obrigada pela sabedoria de me acolher e me fazer feliz durante todos esses anos. Eu te amo.

À minha irmã e melhor amiga do mundo Fabiana que sempre esteve ao meu lado me apoiando, sendo a minha parceira e confidente. Tenho certeza que nunca deixaremos de estar próximas uma da outra.

À minha sobrinha Nathalia que nunca mediu esforços para me ajudar e me ouvir.

À minha afilhada Julia que sempre esteve presente em minha vida.

Ao meu irmão Rafael que me ajudou durante essa trajetória.

À minha amiga Ana que me aconselhou com suas sábias palavras.

À minha amiga Juliana que fez a universidade um lugar mais aconchegante.

À minha amiga Kellen que me incentivou quando eu mais precisei.

À minha amiga e professora Sara da escola a qual foi realizada essa pesquisa e aos alunos da turma 311 do turno da manhã.

Ao meu querido professor e orientador Marcus que ao longo do curso esteve presente e me ajudou na conclusão desse trabalho. Além de tudo, demonstrou ser um grande amigo.

À professora Leandra Fioreze por seus ensinamentos e entusiasmo durante as aulas. É um prazer tê-la na participação da minha banca.

À professora Fernanda Wanderer por todos os momentos que esteve presente durante a minha trajetória na graduação contribuindo para minha formação. É um prazer tê-la na participação da minha banca.

Meu muito obrigada a todos.

## RESUMO

Este trabalho consiste em uma pesquisa qualitativa que buscou analisar a resolução de problemas de Matemática Financeira por alunos do Ensino Médio. Para tanto, tal estudo foi construído a partir de um trabalho de campo, onde foram aplicados problemas de Matemática Financeira e realizadas entrevistas a alunos no terceiro ano do Ensino Médio. Foi feita uma pesquisa onde se buscou aproximar a realidade cotidiana à rotina escolar, bem como a aprendizagem e apropriação de conceitos matemáticos juro simples e juro composto. A partir de produções dos estudantes e entrevistas realizadas em sala de aula foi possível compreender diante das narrativas dos alunos participantes da pesquisa, quais etapas da Heurística de resoluções de problemas de George Polya (1995) são efetivamente significativas na perspectiva teórica e prática. O respectivo trabalho não limitou-se em buscar respostas definitivas, mas sim, compreender de que forma se dá o processo de aprendizagem de alunos matriculados em uma escola da Rede Estadual de Porto Alegre, tendo como referência as experiências dos próprios alunos diante da resolução de problemas matemáticos.

**Palavras chaves:** resolução de problemas; Matemática Financeira; educação Matemática.

## **ABSTRACT**

This work consists of a qualitative research to examine problem solving Financial Mathematics in High School classrooms. The methods used in this study were fieldwork, interviews with students of the Third Year of High School and Financial Mathematics' problems. The research took into consideration the everyday life and class routine of the students. Furthermore, the practical aspect and formal concepts of simple and compound interests were also considered. With the results, it was possible to see which Heuristics steps for problem's resolutions by George Polya (1995) were effective in both theoretical and practical aspects. The purpose of this study is to demonstrate the learning process of Financial Mathematics in a school in Porto Alegre, acknowledging students' experiences on resolutions of Mathematics' problems.

**Key words:** problems' resolutions; Financial Mathematics; Mathematical education.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Extrato da página 319 do livro Matemática contexto & aplicações .....	22
Figura 2 - Extrato da página 320 do Matemática contexto & aplicações.....	23
Figura 3 - Extrato da página 321 do livro Matemática contexto & aplicações .....	24
Figura 4 - Extrato página 322 do livro Matemática contexto & aplicações .....	24
Figura 5 - Extrato da página 323 do livro Matemática contexto & aplicações .....	25
Figura 6 - Extrato página 324 do livro Matemática contexto & aplicações .....	25
Figura 7 - Extrato página 325 do livro Matemática contexto & aplicações .....	26
Figura 8 - Extrato da página 326 do livro Matemática contexto & aplicações .....	26
Figura 9 - Extrato da página 156 do livro Curso de Matemática.....	28
Figura 10 - Extrato da página 157 do livro Curso de Matemática.....	28
Figura 11 - Extrato da página 160 do livro Curso de Matemática – Volume Único ...	29
Figura 12 - Extrato página 161 do livro Curso de Matemática – Volume Único .....	30
Figura 13 - Extrato página 164 do livro Curso de Matemática – Volume Único .....	31
Figura 14 - Extrato da página 167 do livro Curso de Matemática – Volume Único ...	32
Figura 15 - Mensagem aos alunos.....	42
Figura 16 - Baixar arquivo .....	42
Figura 17 - Interação com o aluno.....	43
Figura 18 - Solução do aluno da figura 17 .....	43
Figura 19 - Valor de venda do carro Celta .....	52
Figura 20 - Solução do aluno A.....	55
Figura 21 - Solução do aluno N.....	55
Figura 22 - Solução do aluno R.....	55
Figura 23 - Solução do aluno M .....	58
Figura 24 - Solução do aluno N.....	58
Figura 25 - Solução do aluno A.....	58
Figura 26 - Solução aluno N.....	59

Figura 27 - Solução aluno R.....	60
Figura 28 - Solução do aluno A.....	61
Figura 29 - Solução do aluno N.....	61
Figura 30 - Solução do aluno R.....	61
Figura 31 - Solução do aluno A.....	63
Figura 32 - Solução do aluno L.....	63
Figura 33 - Solução aluno M.....	64
Figura 34 - Solução do aluno R.....	64
Figura 35 - Solução aluno P.....	66
Figura 36 - Solução aluno M.....	66
Figura 37 - Solução do aluno N.....	67
Figura 38 - Resolução aluno N.....	69
Figura 39 - Resolução do aluno R.....	69
Figura 40 - Resolução do aluno N.....	70
Figura 41 - Resolução do aluno R.....	71
Figura 42 - Resolução do aluno M.....	71
Figura 43 - Resolução do aluno N.....	73
Figura 44 - Respostas dos alunos.....	74
Figura 45 - Respostas dos alunos.....	74
Figura 46 - Respostas dos alunos.....	75
Figura 47 - Respostas dos alunos.....	75
Figura 48 - Respostas dos alunos.....	76
Figura 49 - Respostas dos alunos.....	77
Figura 50 - Respostas dos alunos.....	77
Figura 51 - Respostas dos alunos.....	78
Figura 52 - Respostas dos alunos.....	78

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – As quatro etapas de Resolução de Problemas (Polya, p. XIII).....	37
Tabela 2 -Cálculo do juro Simples.....	46
Tabela 3 - Cálculo do juro composto.....	48
Tabela 4 - Comparação entre juro simples e juro composto .....	48

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
<b>2 REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA</b> .....	<b>15</b>
2.1 Analisando os “Ps”: PCN e PPP .....	15
2.2 Por que Educação Financeira? .....	18
2.3 Um breve estudo sobre livros didáticos.....	21
2.4 Análise dos livros didáticos .....	33
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>34</b>
3.1 Dialogando sobre a prática.....	34
3.2 Exercícios e Problemas: suas principais características .....	35
3.3 Resolução de problemas sob perspectiva de George Polya .....	36
3.4 Resolvendo um problema.....	<b>39</b>
<b>4 METODOLOGIA DE TRABALHO</b> .....	<b>42</b>
<b>5 ANÁLISE DE DADOS</b> .....	<b>54</b>
5.1 Problemas: analisando caso a caso.....	54
5.2 Questionários .....	73
5.2.1 Questionário inicial .....	73
5.2.2 Questionário Final .....	75
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>79</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>82</b>
<b>ANEXO</b> .....	<b>85</b>
<b>APÊNDICE A- REPORTAGEM SOBRE IMÓVEIS</b> .....	<b>86</b>
<b>APÊNDICE B- REPORTAGEM SOBRE CARROS</b> .....	<b>90</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Meu interesse pela área da Matemática Financeira surgiu a partir de minhas experiências como docente nas disciplinas de Laboratório de ensino-aprendizagem (I, II e III) e Estágio em Educação Matemática (I, II e III). Percebi a inquietação dos alunos quando era questionada a utilidade dos conteúdos e aprendizados na aula de Matemática. A partir desse questionamento dos estudantes, refleti sobre minha trajetória como aluna ou professora e, no decorrer da graduação busquei aproximar a Matemática desenvolvida em sala de aula à realidade dos alunos, com intenção de romper com a separação entre a teoria e a prática, demonstrando que é possível aplicar o que se aprende ao cotidiano.

A Matemática está presente em minha vida desde muito cedo. Ainda quando aluna do ensino básico buscava uma relação entre o que aprendia na escola e onde poderia aplicar esse conhecimento. No decorrer de minhas práticas docentes passei a construir, junto dos alunos, métodos que possivelmente auxiliassem na compreensão da Matemática.

No último ano da graduação tive uma aproximação significativa do ensino da Matemática Financeira e tal vivência despertou uma curiosidade: *“Como a Matemática Financeira na escola pode facilitar o controle pessoal financeiro?”*. Esse questionamento me incentivou a pesquisar o que os autores da área dizem e tratam a respeito do assunto, assim como examinar o olhar dos alunos em relação ao uso desse conteúdo.

Este trabalho fundamenta-se a partir dessa questão norteadora, buscando maneiras de solucionar problemas matemáticos que envolvam situação de juro simples e juro composto, considerando que é uma atividade rotineira em nossas vidas: compras em supermercado, financiamentos de imóveis ou de carros, faturas de cartão de crédito, contas de água e luz, compras à vista ou a prazo, etc.

Porém, mesmo sendo uma atividade rotineira em nosso dia a dia, nem sempre percebemos ou fazemos uso das noções de porcentagem, juro simples e juro composto. Reflito se de fato as pessoas que possuem uma base prévia de

Matemática realmente conseguem compreender o significado das ações matemáticas existentes no cotidiano.

Atualmente, temos que conviver com uma publicidade de incentivo ao consumo; o que resulta, na maioria das vezes, em desvantagem ao “bolso” do consumidor e, neste sentido, penso que os conhecimentos matemáticos podem propiciar uma compra mais consciente. Assim, é possível afirmar que as pessoas capazes de compreender a intenção do anúncio, os juros incluídos, ainda que sutilmente, são consideradas pessoas privilegiadas, pois diante de situações que estejam relacionadas com a Matemática Financeira possuem discernimento ao optar por uma opção mais adequada.

Considerando a hipótese de que um grande percentual de pessoas possui nível baixo de conhecimento em Matemática, esses por sua vez podem ser ingenuamente seduzidos por esse tipo de propaganda. Logo, deixam de pesquisar em outros estabelecimentos e, diante dessa situação acabam por pagar um valor absurdo na compra de um produto.

Assim, cabe ao educador alertar seus alunos sobre as consequências de atos impensados ao adquirir algum bem. À medida que os alunos estiverem aptos em discernir entre o vantajoso e desvantajoso, mais facilmente poderão optar por ações que lhes dê um retorno positivo financeiramente.

Remeto a minha experiência como pesquisadora no momento em que solicitei à professora regente da turma de terceiro ano do ensino médio onde eu realizei essa pesquisa, as indicações a respeito do ensino da Matemática Financeira junto ao Projeto Político Pedagógico e, segundo esta não haveria interesse próprio, tão pouco a necessidade que fosse trabalhado esse conteúdo durante o ano letivo. Portanto, pode-se pensar que a falta de tempo e o desinteresse dos professores e da escola podem ser um dos motivos para a ausência desse conteúdo dentro da sala de aula.

Mesmo que na escola onde foi realizada a pesquisa a Matemática Financeira seja trabalhada, é visível que este conteúdo é superficialmente abordado no decorrer da formação do aluno, detendo o docente a apresentar aos estudantes

apenas as noções básicas de juro simples e juro composto, pois os professores não se sentem à vontade em trabalhar com o conteúdo.

Tal condição não está limitada apenas ao ensino básico, uma vez que o curso superior – dependendo da Universidade – também não oferece suporte necessário para que o aluno em formação e, futuro formador, possa ministrar seguramente uma aula sobre Matemática Financeira, o que obriga os professores interessados na área a se especializarem sobre o assunto. Assim, cabe ao professor/facilitador incorporar a Matemática às situações cotidianas, diminuindo a distância entre a teoria trabalhada nos livros didáticos e o mundo real, desmitificando a errônea ideia de que a Matemática é uma ciência estática, pois, ela sofre modificações constantemente. Nesse sentido a autora Sadovsky (2007) esclarece que:

A Matemática, não só no Brasil, é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir idéias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola. O ensino se resume a regras mecânicas que ninguém sabe, **nem o professor, para que servem.** (Grifo da autora)<sup>1</sup>

Diante de tais ideias, o presente trabalho intitulado “Resolução de problemas: um estudo sobre Matemática Financeira no Ensino Médio” trata de uma pesquisa de cunho qualitativo realizado em uma escola da rede estadual, localizada no município de Porto Alegre/RS. O objetivo da pesquisa é analisar resolução de problemas de Matemática Financeira por alunos limitando-se a juro simples e juro composto sem a utilização de fórmulas. Assim, o trabalho está dividido em cinco capítulos, sendo estes:

No segundo capítulo, são abordados aspectos sobre o conteúdo de Matemática Financeira nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no Projeto Político-Pedagógico da escola onde foi realizada a pesquisa de campo. Realizou-se breve análise sobre a importância do ensino da Matemática Financeira.

---

<sup>1</sup> Matéria publicada no site da revista Escola Brasil. Disponível em:  
<<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/fundamentacao-didatica-ensino-matematica-428262.shtml>>

No terceiro capítulo, é apresentada a fundamentação teórica, apoiando-se principalmente nas ideias do autor George Polya (1995), em relação a certas particularidades sobre a resolução de problemas matemáticos.

No quarto capítulo está descrita a metodologia do trabalho, sendo exposta a sequência didática aplicada aos alunos.

No quinto capítulo é feita uma análise de cada caso inserido na pesquisa e das entrevistas realizadas com os alunos.

Por fim, o sexto capítulo será destinado à conclusão do presente trabalho.

## 2 REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

### 2.1 Analisando os “Ps”: PCN e PPP

Neste capítulo é apresentada uma breve reflexão a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e do Projeto Político-Pedagógico (PPP) apresentado pela Escola, sobre o conteúdo de matemática financeira. No presente trabalho tomarei como referência a definição para os PCN's conforme está publicado no site do Ministério da Educação,

Entendemos sua construção como um processo contínuo: não só desejamos que influenciem positivamente a prática do professor, como esperamos poder, com base nessa prática e no processo de aprendizagem dos alunos, revê-los e aperfeiçoá-los. (2000, p. 4)

Seguindo essa lógica é possível afirmar que o Ministério da Educação, sugere que os PCN's deveriam ser um norteador para formulação do Projeto Político-Pedagógico nas escolas e um estímulo ao plano de aula do educador.

Mesmo assim, a criação do Projeto Político-Pedagógico da escola é uma tarefa exigente que envolve tempo para discussões a fim de promover a progressão do desempenho dos envolvidos diretamente: alunos e professores. Considerando a relevância de tal processo, a produção e aplicação do PPP, cabe aos responsáveis por este feito, analisar para quem e para quê esse projeto serve, ponderando a realidade do sujeito. Assim, Mendes nos diz que:

Ao planejarmos uma disciplina devemos sempre levar em consideração alguns aspectos como: conhecimento da realidade do aluno, da escola e da comunidade; definição dos objetivos a serem alcançados pelos alunos em relação a disciplina; (2009, p. 154)

Nesse sentido, durante o ano letivo, devem ser selecionados criteriosamente, em cada área (matemática, português, história), os conteúdos a serem desenvolvidos, objetivando uma possível maneira pela qual os estudantes tenham um ensino proveitoso dos assuntos a serem construídos juntamente com professor em sala de aula, atendendo ao critério de aproveitamento, ou seja, fazer uso e associações dos conhecimentos dentro e fora do ambiente escolar.

No caso da disciplina de Matemática, ela está dividida em áreas, como por exemplo: geometria analítica, geometria espacial, funções de primeiro e segundo

grau, etc. Assim, cada uma dessas áreas da Matemática tem suas peculiaridades de regras e funcionamentos próprios, estabelecendo uma singularidade de ensino em cada conteúdo construído no processo de ensino-aprendizagem. Desse modo, promove-se assim, um ensino caracterizado com diversos arranjos, que variam conforme a diversidade dos conteúdos a serem trabalhados e/ou explorados, podendo cada um fazer uso de um princípio pedagógico que viabilize a promoção no Ensino de Matemática.

Nesse contexto, a leitura do PCN pode motivar professores a pensar sobre suas práticas realizadas com os alunos, buscando reflexões para melhorias no ensino. A busca pela aproximação da realidade passou a ser uma alternativa para execução das práticas pedagógicas com um maior aproveitamento. É nítida a insistência do PCN na importância da função social de ensino e, de modo particular, do ensino da matemática, quando aponta que:

[...] contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.(2000, p. 40)

O intuito é estimular o estudante a um estágio de percepção de sua capacidade de utilizar as ferramentas trabalhadas em aula fora do contexto escolar, capacitando-o a tomar decisões com mais cautela e confiança, seja no âmbito profissional ou pessoal. De acordo com o PCN:

[...] os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade.(2000, p. 41)

Aquele aluno que tiver compreendido os conceitos matemáticos poderá desfrutar do que a Matemática nos oferece em termos de possibilidades de raciocínio lógico, técnicas de resolução de problemas, capacidade de pensar em termos abstratos, de compreensão e transformação do mundo. No Projeto Político-Pedagógico da escola consta que:

O ensino se restringe ao básico, ou seja, aos conteúdos mínimos. Estes não relacionam com a atualidade. Há uma minoria que se preocupa com o seu fazer pedagógico, proporcionando aos alunos situações de análise, questionamento e reflexão, fazendo-os vivenciar fatos reais. (2000, p. 33)

Nesse sentido, a escola reflete que são poucos educadores que se preocupam em trazer a realidade para dentro da sala de aula. Com decorrência desse fato, mesmo aqueles alunos capazes de analisar, investigar e compreender determinado conteúdo, muitas vezes não consegue amadurecer essas ideias ao ponto de relacionar os conteúdos estudados em sala de aula com a realidade. Para corrigir essa falha, o PPP da escola sugere que algumas medidas sejam tomadas.

Que o fazer pedagógico voltado para a realidade favoreça a compreensão do contexto global e da “teia” de relações que se estabelece, aprofundando assim a capacidade dos envolvidos de serem sujeitos de sua história e agentes de transformação: relacionando os conteúdos com situações da vida prática; (2000, p. 41)

Assim, é possível perceber que a direção da escola demonstra preocupação com a inserção da realidade na vida escolar, propondo uma mudança de atitudes dos educadores no processo de ensino. Devido ao fato do ensino nas escolas não estar baseado em projetos inovadores, acaba por vezes não alterando a dinâmica de professores atuantes em sala de aula, uma vez que, em grande escala transformam resumem sua atuação a aulas teóricas e provas, sem o aproveitamento de aulas participativas. Por exemplo, para tornar mais dinâmicas essas aulas, os docentes poderiam utilizar ambientes informatizados, promovendo aulas práticas e conectando a aprendizagem ao dia a dia vivido fora da escola.

Como exemplo a Matemática Financeira é uma das matérias mais aplicáveis no cotidiano, mesmo que no programa de conteúdo da escola não conste esta como um conteúdo obrigatório do currículo. Logo, cabe ao professor devido a sua autonomia no planejamento de suas aulas o interesse de querer ensinar esse conteúdo, fato este pouco recorrente na rotina escolar. Muitos professores alegam que não trabalham questões de Matemática Financeira por se tratar de um conteúdo irrelevante para a preparação do vestibular.

## 2.2 Por que Educação Financeira?

A Educação Financeira não se limita apenas aos estudos do conteúdo de Matemática Financeira, ela abrange a ampla escala de atividades que envolvam dinheiro e também situações que impliquem atitudes necessárias ao entendimento e funcionamento de tarefas tais como orçamento mensal, faturas de cartão de crédito, investimentos.

Escutar ou ler sobre assuntos que envolvam a Matemática Financeira é muito comum, no entanto estar habilitado e seguro à realização das atividades que envolvam esse conteúdo não é algo comum à maioria da população.

Um dos motivos da resistência em aprender a Matemática Financeira pode estar relacionado ao fato de que nas instituições de ensino, este conteúdo é pouco trabalhado; seja por falta de tempo, pela ausência nos livros didáticos ou até mesmo pelo próprio desinteresse do educador - que não se sente seguro a ponto de trabalhar com seus alunos. Cóser (2008) em sua dissertação, diz que:

São poucos, praticamente, inexistentes, os referenciais teóricos nesse campo voltados especificamente para o Ensino Médio. Como conseqüência, pode-se esperar um desconforto dos professores em abordar esse campo, visto que eles também não possuem uma formação adequada para discutí-lo. Ou seja, a **Matemática Financeira** acaba não sendo estudada no Ensino Médio e, dependendo da formação profissional escolhida pelo aluno, não será estudada em algum momento. (2008, p. 12)

Há um conjunto de fatores que contribuem com a ausência da Educação Financeira no currículo escolar. Remeto-me ao Projeto Político-Pedagógico de ensino de Matemática da escola. Dentre os conteúdos a serem estudados, percebi que não consta a Matemática Financeira em quaisquer dos níveis do ensino básico. Aqui não limito os níveis de aprendizagem ou idade dos alunos, pois, havendo o interesse de ensinar, o professor poderia introduzir esse conteúdo mesmo na Educação Infantil ao trabalhar questões monetárias: identificação de troco e cédulas. Em sua dissertação, Jover afirma que:

Particularmente, no âmbito da própria Matemática, os cálculos financeiros favorecem a aprendizagem das operações no universo dos números reais, a saber, potenciação, radiciação, porcentagem, proporções e regra de três. Nesse contexto, também se encontram os exemplos simples de aplicação da teoria, modelados por sequências numéricas e por funções polinomiais,

racionais, logarítmicas e exponenciais, que propiciam a familiarização com o traçado e a análise de gráficos de funções de variável contínua ou de variável discreta. (2014, p. 16)

Nesse sentido, os educadores poderiam trabalhar esse conteúdo de outras formas sem ser apenas utilização de fórmulas como a maioria dos livros didáticos propõe. Dificilmente essa situação acontece, devido ao fato de que esse conteúdo, quando sugerido, na maioria das vezes é para que seja trabalhado no 3º ano do Ensino Médio e inúmeras vezes acontecem dos professores não conseguirem finalizar todos os conteúdos previstos para o ano letivo. Gerando um atraso ou até mesmo a abdicação de desenvolver os conteúdos que envolvem a Matemática Financeira.

A matemática financeira cada vez mais está tornando-se indispensável em nossas vidas, visto que quando precisamos comprar algo é imprescindível dominarmos o conteúdo para não cairmos nas armadilhas das propagandas e do Marketing. Segundo Bergamini,

Consumidores têm à sua frente uma série de incentivos ao consumo, e o apelo do marketing é cada vez maior. Sob este aspecto, é importante observar que existe a perspectiva de influenciar as decisões dos consumidores apresentando não apenas as vantagens de um produto, mas divulgando facilidades de pagamentos ou promoções. (2012, p. 5)

Não possuir conhecimento o suficiente para poder interpretar e calcular o que poderia ser vantajoso e desvantajoso financeiramente, pode ter consequências desastrosas do ponto de vista econômico, como por exemplo, uma compra necessita de uma análise: se não vamos ultrapassar o orçamento do mês, qual a melhor forma de pagamento e se realmente o produto é necessário. Caso não analisemos esses itens, podemos tomar atitudes inadequadas que podem nos levar a endividamentos desnecessários, ou seja, tendo o conhecimento necessário, é possível que o sujeito possa prever custos e gastos dentro de seu orçamento.

Diante das situações que envolvam a Matemática Financeira é importante a inserção da Educação Financeira ao longo do Ensino Fundamental e, principalmente no Ensino Médio, pois o estudo desse conteúdo proporciona a construção de estratégias que nos dão segurança e clareza para tomar decisões adequadas do ponto de vista financeiro. Contudo, não é esperado que a formação matemática do

sujeito garanta o conhecimento e a familiarização com todas as movimentações financeiras, espera-se que lhe dê ciência das opções diversas e forneça meios para administrá-las. Segundo Rech,

A abordagem de conteúdos sobre a matemática financeira propicia aos alunos entenderem como funciona o mundo em que vivem. Eles teriam a capacidade de elaborar um orçamento doméstico, analisar se é ou não vantajoso comprar determinado produto à vista ou a prazo, programar a sua poupança para um curso superior ou para velhice, já que a expectativa de vida aumentou consideravelmente nos últimos anos. (2011, p. 14)

Pensando nessa abordagem da Matemática Financeira para nosso cotidiano, a contextualização é uma forma que poderá contribuir no entendimento do conteúdo. Visando melhorias para ensino-aprendizagem da Matemática, podemos fazer uma conexão do que foi aprendido na escola com situações que possivelmente poderão ocorrer em nossas vidas, já que esse conteúdo se faz presente em diversas situações, sejam esses financiamentos, faturas de cartão de crédito, poupanças e etc. Dessa maneira, temos a possibilidade de colocarmos em prática o que vimos na teoria para o nosso cotidiano. Barbosa diz que:

Talvez, no fundo, resida aí o pressuposto de que a matemática pertença a um mundo exterior e quando conectamos com situações do dia-a-dia ou de outras ciências estabelecemos a tal contextualização. (2004, p. 2)

A contextualização do conteúdo é uma maneira de contribuir para melhorias no ensino. De um modo geral, o ensino de matemática é trabalhado nas escolas de forma mecanizada, aprendendo apenas exercícios repetitivos o que gera respostas automáticas. A partir dessa situação, os educadores podem chegar à conclusão equivocadamente que seus alunos aprenderam o conceito.

Porém, quando é exigido aos alunos que saiam do lugar comum de aprendizado, eles ficam limitados ao ponto de não conseguirem estabelecer analogias com conteúdos que aprenderam. Conseqüentemente, não conseguem resolver simples exercícios e, devido a essa falha, os alunos ficam limitados ao conhecimento mecânico. Assim, cabe ao educador convidar seus alunos a construírem e contextualizarem os conteúdos em sala de aula com o intuito de se tornarem indivíduos com autonomia e conhecimento, deixando de ser apenas alunos doutrinados a resolver exercícios propostos nas aulas ou em provas, ratificando

assim que os alunos são capazes de aplicar seus conhecimentos diante de qualquer situação, dentro ou fora do contexto escolar.

Tendo como base essas ideias aqui apresentadas, foi elaborada uma sequência de atividades envolvendo situações reais as quais os estudantes provavelmente vivenciarão. É importante salientar que nessa pesquisa todas as pessoas, inclusive as que não são dessa área das exatas, possuem algum tipo de envolvimento, seja ele direta ou indiretamente com dinheiro e, por esse motivo, todos devem ter o mínimo de conhecimento em Matemática Financeira, para lidar com situações cotidianas.

### **2.3 Um breve estudo sobre livros didáticos**

Considerando a rotina escolar, o processo de ensino-aprendizagem e a atuação docente, busco nessa seção, analisar livros destinados à Educação Financeira, direcionadas ao Ensino Médio, priorizando a abordagem dos autores e as possíveis conexões entre a teoria e a prática.

#### **Livro 1: Matemática contexto & aplicações – Ensino Médio 1- Luiz Roberto Dante – 2003**

O livro é estruturado em capítulos e está subdividido em seções.

#### **Capítulo 09 – Matemática Financeira**

*Seção 01*, o autor demonstra a busca da conexão da realidade com o Ensino de Financeira, exemplificando que a Matemática Financeira pode ser encontrada no cotidiano dos alunos.

*Seção 02, Número Proporcionalis; Seção 03, Porcentagem;* Nessas duas seções, o autor trabalha com assuntos pertinentes que são do Ensino Fundamental, buscando uma revisão para dar base para os conteúdos de Matemática Financeira.

*Seção 04, Termos importantes da Matemática Financeira:* É uma seção pequena, chamando a atenção do leitor aos termos presentes usualmente da Matemática Financeira: montante, taxa de juros, capital, juros.

*Seção 05, Juros Simples:* Uma breve explicação, chamando a atenção de que taxa e o tempo devem se referir à uma mesma unidade de tempo. Após esse comentário, segue uma série de cinco exercícios com resolução. Aqui, o autor resolve dois exercícios utilizando de números proporcionais e de porcentagem. Já no terceiro exemplo, ele introduz a fórmula  $J=C.i.t$  (J corresponde a juros, C corresponde a capital, i corresponde a taxa de juros, t corresponde ao período). A partir do terceiro exemplo, a resolução está descrita com a primeira<sup>2</sup> estratégia, ou seja, números proporcionais e porcentagem; segunda\* estratégia, ou seja, utilização da forma generalizada. Sugere que os alunos retomem os exemplos 1 e 2 e refaçam com o uso de fórmulas.

## Exercícios resolvidos

8. O capital de R\$ 530,00 foi aplicado à taxa de juros simples de 3% ao mês. Qual o valor do montante após 5 meses?

**Resolução:**

$$3\% \text{ de R\$ } 530,00 = 3 \cdot 530 = \text{R\$ } 15,90 \text{ (juros em 1 mês)}$$

$$5 \cdot \text{R\$ } 15,90 = \text{R\$ } 79,50 \text{ (rendimento em juros simples ao fim de 5 meses)}$$

$$\text{R\$ } 530,00 + \text{R\$ } 79,50 = \text{R\$ } 609,50 \text{ (montante)}$$

Após 5 meses o montante será de R\$ 609,50.

9. Leila tomou um empréstimo de R\$ 1000,00. Dois meses depois, pagou R\$ 1200,00. Quais foram os juros pagos por Leila e qual foi a taxa de juros simples?

**Resolução:**

Neste problema a quantia de R\$ 1000,00 é o capital ou o principal, isto é, a dívida inicial de Leila. Já a quantia de R\$ 1200,00 é o montante, pois inclui o capital mais os juros pagos.

Então os juros pagos por Leila são de R\$ 200,00 (1200 – 1000) em 2 meses.

Como o sistema é de juros simples, podemos calcular os juros de cada mês fazendo  $\text{R\$ } 200,00 : 2 = \text{R\$ } 100,00$ .

$$\text{A taxa de juros é de: } 100 \text{ em } 1000 = \frac{100}{1000} = \frac{10}{100} = 0,10 \text{ ou } 10\% \text{ ao mês.}$$

**Figura 1-** Extrato da página 319 do livro Matemática contexto & aplicações

<sup>2</sup> Nota explicativa: de acordo com o autor a primeira estratégia corresponde a não utilização de fórmulas e a segunda estratégia é a utilização de fórmulas.

10. Um capital de R\$ 600,00, aplicado à taxa de juros simples de 20% ao ano, gerou um montante de R\$ 1080,00 depois de certo tempo. Qual foi esse tempo?

**Resolução:**

$1080 - 600 = 480$  (juros obtidos após todo o período de aplicação)

?% de 600 = 480

$$\frac{480}{600} = \frac{80}{100} = 80\% \text{ (porcentagem do rendimento)}$$

Como  $80 : 20 = 4$ , temos:

$$4 \cdot 20\% = 80\%$$

Logo, o tempo de aplicação foi de 4 anos.

**Generalização:**

Podemos escrever um problema de juros simples assim:

Se um capital **C**, aplicado à taxa de **i%** ao período, no sistema de juros simples, rende juros **j**, no fim de **t** períodos, então:

$i \cdot C$  = juros obtidos no fim de 1 período

$$(i \cdot C)t = \text{juros obtidos no fim de } t \text{ períodos} \rightarrow j = C \cdot i \cdot t$$

Os exercícios 8, 9, 10, 11 e 12 podem ser resolvidos usando as fórmulas:

$$j = C \cdot i \cdot t \quad \text{e} \quad M = C + j$$

Acompanhe a seguir a resolução dos exercícios 11 e 12 dos dois modos e depois retome os exercícios 8 e 9 resolvendo-os com a aplicação das fórmulas.

11. Qual foi o capital que, aplicado à taxa de juros simples de 1,5% ao mês, rendeu R\$ 90,00 em um trimestre?

**Resolução:**

1º modo:

Como a taxa está dada ao mês, o tempo deve ser usado em meses (3 meses = 1 trimestre). Se em 3 meses os juros foram de R\$ 90,00, em um mês foram de R\$ 30,00 ( $90 : 3$ ). Então R\$ 30,00 correspondem a 1,5% do capital.

Fazemos 1,5% de ? = R\$ 30,00:

$$\frac{1,5}{100} = \frac{30}{x} \Rightarrow 1,5x = 3000 \Rightarrow x = \frac{3000}{1,5} = 2000 \text{ (capital)}$$

2º modo:

**C:** ?

**t:** 3 meses (1 trimestre)

**j:** 90

**i:** 1,5% (0,015) ao mês

$$j = C \cdot i \cdot t \Rightarrow 90 = C \cdot 0,015 \cdot 3 \Rightarrow 0,045C = 90 \Rightarrow C = \frac{90}{0,045} = 2000$$

Portanto, o capital foi de R\$ 2000,00.

**Figura 2** - Extrato da página 320 do Matemática contexto & aplicações

Note que na resolução de exercícios o autor não se restringe apenas em aplicação de fórmulas.

**Seção 06, Juros Compostos:** O primeiro exemplo é sobre juros compostos. O autor mostra como seria a resolução se resolvêssemos com juro simples e com juro composto, salientando que juros compostos é chamado de “juros sobre juros”. Após essa apresentação, faz uma tabela generalizando a fórmula do juro simples e a partir dela chega-se a fórmula de juro composto.

### Fórmulas

Vamos calcular, no sistema de juros compostos, qual será o montante (M), produzido por um capital (C), aplicado à taxa i ao período, no fim de t períodos:

	Início	Juros	Montante no fim do período
1º período	C	iC	$M_1 = C + iC = C(1 + i)$
2º período	$M_1$	$iM_1$	$M_2 = M_1 + iM_1 = M_1(1 + i) = C(1 + i)(1 + i)$ $M_2 = C(1 + i)^2$
3º período	$M_2$	$iM_2$	$M_3 = M_2 + iM_2 = M_2(1 + i) = C(1 + i)^2(1 + i)$ $M_3 = C(1 + i)^3$
...			

Figura 3 - Extrato da página 321 do livro Matemática contexto & aplicações

De forma generalizada, o autor apresenta a resolução do montante gerado. Não chama a atenção apenas da fórmula normalmente usada. Há uma tentativa de facilitar a visualização da movimentação financeira para o aluno.

No fim de t períodos o montante será:

$$M = C(1 + i)^t$$

Podemos então escrever que, no sistema de juros compostos, o capital C, aplicado à taxa i ao período, produz juros j e gera um montante M no fim de t períodos.

$$M = C(1 + i)^t \quad \text{e} \quad j = M - C$$

Veja como fica o exemplo dado, que foi resolvido mês a mês, usando-se agora as fórmulas acima:

C: R\$ 40 000,00  
 i: 2% ao mês (0,02)  
 t: 3 meses  
 $M = C(1 + i)^t = 40\,000(1,02)^3 = 40\,000 \cdot 1,061208 = \text{R\$ } 42\,448,32$   
 (montante no fim de 3 meses)  
 $j = 42\,448,32 - 40\,000 = \text{R\$ } 2\,448,32$  (juros produzidos nos 3 meses)

**Para Refletir**

A seqüência (C, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, ...) é uma PG de razão 1 + i.

**Para Refletir**

No regime de juros compostos de taxa i, um capital C<sub>0</sub> transforma-se, em n períodos de tempo, em um montante C<sub>n</sub> = C<sub>0</sub>(1 + i)<sup>n</sup>.

### Exercícios resolvidos

13. Quanto receberá de juros, no fim de um semestre, uma pessoa que investiu, a juros compostos, a quantia de R\$ 6 000,00, à taxa de 1% ao mês?

**Resolução:**  
 C: 6000  
 t: 1 semestre = 6 meses  
 i: 1% (0,01) ao mês  
 $M = 6\,000(1,01)^6 = 6369,120904$  (calculado com o auxílio de calculadora)

↳ 1 + 0,01

Consideramos M = R\$ 6 369,12 e  $j = 6\,369,12 - 6\,000,00 = 369,12$ .  
 Logo, a pessoa receberá R\$ 369,12 de juros.

Figura 4 - Extrato página 322 do livro Matemática contexto & aplicações

Depois que o autor trabalha com a movimentação financeira, ele apresenta um exemplo utilizando somente fórmulas. Para refletir o autor comenta sobre a sequência de PG com os termos (c, M1, M2, ...) com a razão de 1+i.

(Problema da introdução do capítulo)  
 Uma pessoa vai fazer uma compra no valor de R\$ 4 000,00, usando o que tem depositado na caderneta de poupança, que está rendendo 1% ao mês. Ela quer saber, do ponto de vista financeiro, qual plano de pagamento é mais vantajoso:

- pagar à vista;
- pagar em duas prestações iguais de R\$ 2 005,00 cada.

**Resolução:**  
 Pagando à vista: toda quantia de R\$ 4 000,00 será gasta (sobrará 0).  
 Pagando em duas prestações de R\$ 2 005,00: como a caderneta de poupança utiliza o sistema de juros compostos, após o pagamento da primeira prestação sobrará a quantia de R\$ 1 995,00, que renderá juros de 1% até o pagamento da segunda prestação. Veja:  
 $1\% \text{ de } 1995 = 19,95$   
 $M = 1995 + 19,95 = 2014,95$   
 $2014,95 - 2005 = 9,95$   
 Logo, o segundo plano de pagamento é o melhor, pois ainda sobrará a quantia de R\$ 9,95.

Figura 5 - Extrato da página 323 do livro Matemática contexto & aplicações

Nesse exercício, o autor propõe uma situação relevante para quem não é profissional da área que poderá resolver com conhecimentos básicos de Matemática.

Seção 07, Juros e Funções:

2ª) Ainda no sistema de juros simples, o montante será obtido em função do tempo e a equação dessa função é  $M = 800 + 320t$  ou

$M = 320t + 800$  que é do tipo da função afim.

$g: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$   
 $M = g(t) = 800 + 320t$

t	M = g(t)
0	800
1	1 120
2	1 440



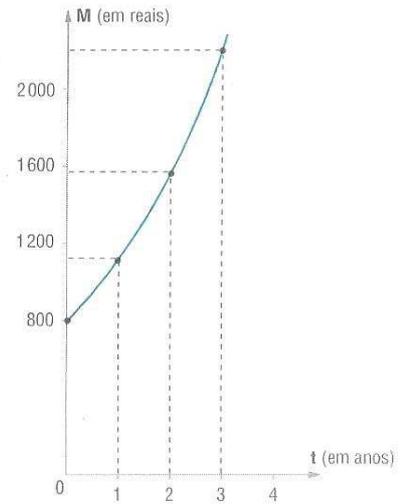
Figura 6 - Extrato página 324 do livro Matemática contexto & aplicações

3ª) Já no sistema de juros compostos, o montante é obtido em função do tempo por meio da equação  $M = 800 \cdot 1,4^t$ , que envolve uma variação do tipo *exponencial*. Veja o gráfico ao lado.

**Para Refletir**  
 Em  $j = 320t$ , os valores de  $j$  são diretamente proporcionais aos valores de  $t$   
 $\left(\frac{j}{t} = 320\right)$ .

$h: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$   
 $M = h(t) = 800 \cdot 1,4^t$

t	M = h(t)
0	800
1	1 120
2	1 568
3	2 195,20



**Figura 7** - Extrato página 325 do livro Matemática contexto & aplicações

É destacado nessa seção associação de funções com juros e uma breve reflexão sobre:

**Fator de atualização\***

O fator de atualização ( $f$ ) é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente ou futuro). O fator de atualização é a ferramenta mais indicada para quem quer trabalhar com Matemática financeira, seja na preparação para os vestibulares, seja na vida cotidiana.

Na divisão entre dois valores quaisquer, só existem três resultados possíveis. Ou resulta 1, ou maior que 1 ou menor que 1. Quando o resultado da divisão é 1 significa que os dois valores são iguais, portanto, nenhum é maior nem menor que o outro. Um valor é 100% do outro. Por isso diz-se que  $f = 1$  é o fator neutro.

No caso de a divisão resultar em número maior que 1, como por exemplo  $\frac{A}{B} = 1,05$ , podemos entender o resultado de duas formas diferentes:

- a) **A** é 5% maior que **B** ou
- b) **A** é 105% de **B** (portanto 5% maior)

**Figura 8** - Extrato da página 326 do livro Matemática contexto & aplicações

A figura 8 remete a equivalência de capitais, ou seja, o valor de uma quantia depende da época à qual ela está referida; Fator de atualização, chamado de  $f$ , é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempo diferente (passado, presente ou futuro);

- Aumentos e descontos, na comparação de dois valores diferentes de uma mesma grandeza,  $f > 1$  corresponde ao aumento,  $f < 1$  ao desconto e  $f = 1$  não houve

variação. Aumentos e descontos sucessivos, ou seja, basta multiplicar os vários fatores individuais e assim obter fator “acumulado”.  $F_{\text{acumulado}} = f_1.f_2.f_3.....$

**Livro 2: Curso de Matemática – Volume Único- Edwaldo Bianchini e Herval Paccola – 2003**

O livro é estruturado em capítulos e ele está subdividido em seções.

**Capítulo 10 – Noções de Matemática Financeira**

Inicialmente, os autores apresentam um pequeno texto sobre a história da Matemática Financeira.

*Seção 1, Taxa de porcentagem:* Apresentada em alguns meios de comunicação conforme a figura 09, que é comum aparecer o uso de porcentagem e do termo taxa. Chama a atenção que se a razão  $\frac{4}{5}$  for multiplicada por  $\frac{20}{20}$  obtemos uma razão centesimal.



*Seção 2, Lucros e prejuízos:* De modo direto, os autores falam de alguns problemas de porcentagem que estão presentes em transações comerciais.

Os autores apresentam as fórmulas do lucro e do prejuízo,  $L = V - C$ <sup>3</sup> e  $P = C - V$ . Chamando a atenção sobre o significado de lucro e prejuízo:  $V > C$  temos lucro e  $V < C$  temos prejuízo. Aqui, penso que os autores poderiam apresentar apenas uma fórmula e explorar números negativos para representar o prejuízo e números positivos para representar o lucro.

*Seção 3, Juro simples:*

### 3. Juro simples

Nas transações financeiras e comerciais são muito comuns situações de: compra a prazo, empréstimo e aplicações.

- Ao comprarmos um produto a prazo, pagamos, além do valor do produto, uma quantia chamada de **juro**.
- Quando tomamos emprestado uma certa quantia de dinheiro, pagamos, além dessa quantia, um acréscimo que corresponde ao aluguel do valor empregado. Esse acréscimo também é um juro.
- Em um investimento, o valor aplicado após um certo tempo é acrescido de uma quantia que corresponde a uma compensação pela aplicação. Essa compensação também é um juro.

De modo geral, podemos dizer que:

**Juro ( $J$ )** é o prêmio que se paga ou se recebe por uma quantia emprestada ou aplicada a uma taxa combinada por um período de tempo determinado.

**Figura 11** - Extrato da página 160 do livro Curso de Matemática – Volume Único

<sup>3</sup> Nota explicativa: L corresponde a lucro, V corresponde a preço de venda, C preço de custo e P corresponde ao prejuízo.

### Exemplos

1. Rita aplicou R\$ 600,00 a juro simples à taxa de juro de 60% a.a. Vamos calcular quanto Rita receberá após 3 anos.

#### 1º modo

Prazo (em anos)	Capital (em reais)	Juro do ano (em reais)	Montante (em reais)
1º ano	600	60% de 600 = 360	600 + 360 = 960
2º ano	600	60% de 600 = 360	960 + 360 = 1.320
3º ano	600	60% de 600 = 360	1.320 + 360 = 1.680

#### 2º modo

$$J = Cit$$

$$J = 600 \cdot 0,60 \cdot 3$$

$$J = 1.080$$

Logo, Rita receberá R\$ 1.680,00 após 3 anos.

$$M = C + J$$

$$M = 600 + 1.080$$

$$M = 1.680$$

**Figura 12** - Extrato página 161 do livro Curso de Matemática – Volume Único

Os autores apresentam a fórmula do juro ( $j = c.i.t$ ) e em seguida resolvem um problema ilustrando com uma tabela, salientando a movimentação financeira. Nos exercícios resolvidos os autores não utilizam a primeira estratégia, apenas da segunda estratégia demonstrando a preferência pelo uso de fórmulas. Ainda nessa seção, o leitor pode estudar função de 1º grau com juro simples.

Seção 4, Juro composto:

## 4. Juro composto

Quando o juro vai sendo incorporado ao capital após cada período de tempo, ele é chamado de **juro composto**. A taxa é aplicada sempre em relação ao montante de cada período.

Para obtermos o juro composto produzido por um capital de R\$ 200,00 à taxa de juro de 5% ao mês em 3 meses, devemos encontrar primeiro o valor acumulado (montante) do final desse prazo e depois calcular a diferença entre esse montante e o capital inicial.

Cálculo do montante (valor acumulado) no 1º mês:

$$5\% \text{ de } 200 = 0,05 \cdot 200 = 10$$

$$M_1 = 200 + 200 \cdot 0,05 = 200 \cdot (1 + 0,05) = 210$$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $C$        $C \cdot i$        $C \cdot (1 + i)$

Cálculo do montante no 2º mês:

$$5\% \text{ de } 210 = 0,05 \cdot 210 = 10,50$$

$$M_2 = 210 + 210 \cdot 0,05 = 210 \cdot (1 + 0,05) = 220,50$$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $C(1 + i)$        $C(1 + i) \cdot i$        $C(1 + i) \cdot (1 + i) = C(1 + i)^2$

Cálculo do montante no 3º mês:

$$5\% \text{ de } 220,50 = 0,05 \cdot 220,50 = 11,03$$

$$M_3 = 220,50 + 220,50 \cdot 0,05 = 220,50 \cdot (1 + 0,05) = 231,53$$

$\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $C(1 + i)^2$        $C(1 + i)^2 \cdot i$        $C(1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C(1 + i)^3$

$$\text{Portanto: } J = M - C = 231,53 - 200 = 31,53$$

Logo, o juro composto será de R\$ 31,53.

De modo geral, o montante gerado por um capital  $C$  aplicado a juro composto a uma taxa de juro  $i$  por um prazo  $t$  é dado por:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

**Figura 13** - Extrato página 164 do livro Curso de Matemática – Volume Único

Aqui os autores da mesma maneira do capítulo anterior, trabalham novamente através da tabela para mostrar a movimentação financeira. Em seguida, nos exercícios resolvidos da primeira estratégia com tabela e da segunda estratégia através da fórmula do juro composto, os autores não mencionam que a fórmula poderia ser generalizada com progressão geométrica com razão  $1+i$ . Mesmo sendo abordada a tabela na explicação, os autores preferem resolver os exercícios

utilizando apenas fórmulas. Incluem o estudo de função exponencial, exemplificando que é possível fazer um gráfico do montante por período.

### Seção 5, Compras com pagamento parcelado:

## 5. Compras com pagamento parcelado

É cada vez mais comum as ofertas de bens de consumo com pagamento em prestações mensais iguais, sem entrada, etc.

Nesse caso, o valor de cada prestação é dado por:

$$P = \frac{A \cdot i \cdot (1 + i)^N}{(1 + i)^N - 1}$$

sendo  $\begin{cases} A \text{ o valor da compra à vista} \\ N \text{ o número de prestações mensais} \\ i \text{ a taxa porcentual ao mês} \end{cases}$

Veja alguns exemplos.

1. Vamos calcular o valor de cada prestação a ser paga em 8 vezes, de acordo com o anúncio ao lado.

$$A = \text{R\$ } 800,00; N = 8 \text{ e } i = 4\% \text{ ao mês}$$

**Televisor**  
**R\$ 800,00**  
 à vista ou  
 em até **0+8**  
 Taxa de juros: só 4% ao mês

$$P = \frac{800 \cdot 0,04 \cdot (1 + 0,04)^8}{(1 + 0,04)^8 - 1} = \frac{32 \cdot (1,04)^8}{(1,04)^8 - 1} = \frac{32 \cdot (1,368569)}{(1,368569) - 1} = \frac{43,794208}{0,368569} \approx 118,82$$

Logo, as prestações são de R\$ 118,82.

2. Numa promoção, um produto está sendo anunciado em 4 prestações de R\$ 25,63. Sabendo-se que a loja cobra uma taxa de juro de 1% ao mês, vamos calcular o preço à vista desse produto.

$$A = ?; N = 4; i = 1\% \text{ ao mês e } P = \text{R\$ } 25,63$$

$$25,63 = \frac{A \cdot 0,01 \cdot (1 + 0,01)^4}{(1 + 0,01)^4 - 1} \Rightarrow \frac{A \cdot 0,01 \cdot (1,040604)}{(1,040604) - 1} = 25,63 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,010406 \cdot A = 1,040680 \Rightarrow A \approx 100,00$$

Logo, o preço à vista é de R\$ 100,00.

**Figura 14** - Extrato da página 167 do livro Curso de Matemática – Volume Único

Podemos constatar a limitação teórica desse capítulo, pois os autores não mencionaram as Progressões Geométricas. Ficando evidente a opção de mostrar aos alunos apenas as fórmulas, o que não possibilita aos alunos conseguirem

compreender as transações financeiras mês a mês. Com esse tipo de abordagem, os alunos poderão conseguir chegar ao resultado final. No entanto, os estudantes não compreenderão o processo de resolução.

#### **2.4 Análise dos livros didáticos**

Ao analisar os livros didáticos o objetivo era verificar o tipo de abordagem do conteúdo de Matemática Financeira com o intuito de obter uma base para elaboração dos problemas. Alguns exercícios foram considerados interessantes devidos suas aproximações com a realidade o que consideramos com a utilização desses uma prática que propicia ao aluno refletir sobre o problema proposto.

Analisando o primeiro livro do professor Dante, podemos notar sua preocupação em fazer uma breve revisão sobre conteúdos pertinentes a Educação Financeira. Um diferencial desse livro que além de trazer essa revisão, procura vincular o tema aos estudos de funções matemáticas, análises de gráficos. E por fim, as atividades indicadas problematizam situações cotidianas o que possivelmente pode ampliar o pensamento matemático do aluno, pois o estudante poderá transmitir seus conhecimentos obtidos dentro de sala de aula para uma situação real.

Após a realização da segunda análise bibliográfica, podemos perceber que mesmo que a Matemática Financeira esteja presente em nosso cotidiano, aborda o tema basicamente de forma tradicional, com exemplos e exercícios pouco criativos, pois os problemas propostos aos estudantes assemelham-se com os exemplos resolvidos pelos autores. Dessa maneira, o processo de aprendizagem é caracterizado de forma mecanizada. Salientamos que os autores demonstram a sua preferência pela aplicação de fórmulas, pois eles apenas apresentam as fórmulas sem dar explicações ou fazer demonstrações. Desse modo, o significado da Matemática Financeira não é explorado com a preocupação necessária, o que pode acarretar um baixo entendimento de situações práticas que envolvam esse conteúdo.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 Dialogando sobre a prática

Uma das motivações para (re) construir e adaptar as práticas educacionais é a constante busca pelo desenvolvimento da compreensão e do aprendizado do aluno. Nesse trabalho, buscou-se elaborar uma prática que inserisse o aluno em situações cotidianas que estejam relacionadas com os conteúdos de juro simples e juro composto.

Durante o percurso do trabalho foram encontrados alguns obstáculos, contudo, diante das adversidades, também foi possível adquirir experiências das quais se pode recriar estratégias para situações futuras. Em sala de aula, uma das situações a qual sempre temos que estar dispostos é a mudança constante de nossa prática pedagógica, pois é comum nos depararmos com o modelo educacional tradicional. Carraher classifica o modelo tradicional como:

O modelo tradicional da educação trata o conhecimento como um conteúdo, como informações, coisas e fatos a serem transmitidos ao aluno. O aluno, segundo esta visão, vai para a escola para *receber* uma educação. Dizer que ele aprenderá significa que saberá dizer ou mostrar o que lhe foi ensinado. *Segundo este modelo, o ensino é a transmissão de informações. A aprendizagem é a recepção de informações e seu armazenamento na memória.* (1998, p. 7)

Refletindo a partir das características desse modelo apresentado, penso que o ensino tradicional não seja uma das melhores formas de abordagem educacional, pois o ensino deve estar baseado na construção do conhecimento a partir da evolução e da participação ativa dos alunos. Na elaboração da prática dessa pesquisa, procurei explicar o conteúdo de Matemática Financeira buscando conexões com o cotidiano dos alunos. Fato este que marcou a evolução dos mesmos, pois o conteúdo era avançado a partir da efetiva participação dos alunos e, estes apresentavam uma compreensão cada vez maior diante do conteúdo. Justificando, assim, que a aprendizagem é construída aos poucos e, para que possamos compreender um conteúdo é necessário que tenhamos aprendido o anterior.

As aulas não focaram no caráter expositivo e informativo, tal modelo que trabalha um aprendizado mecanizado. A intenção não era somente de que os alunos soubessem os termos e o método de resolver os problemas, mas sim, o foco do

trabalho era que os estudantes conseguissem interpretar os dados, criassem suas próprias estratégias de resoluções e valorizassem o pensar do aluno.

Esse modelo de ensino possibilita estimular o raciocínio do aluno com a exposição de suas ideias com momentos de debates para a assimilação e criação de métodos. Partindo dessa experiência em sala de aula, podemos perceber que o desafio para o educador é proporcionar condições de aprendizagem e de pensar aos seus alunos, respeitando a trajetória de cada aluno. A seguir, estão expostas as peculiaridades referentes ao conceito de exercícios e problemas.

### **3.2 Exercícios e Problemas: suas principais características**

O exercício, para Dante (1988), “..serve para exercitar, praticar um determinado algoritmo ou processo”. Echeverria e Pozo (1998) citam a respeito de um exercício o seguinte:

Quando a prática nos proporcionar a solução direta e eficaz para a solução de um problema, escolar ou pessoal, acabaremos aplicando essa solução rotineiramente, e a tarefa servirá, simplesmente, para exercitar habilidades já adquiridas. (1998, p. 17)

Assim, exercício é aquilo que não exige reflexão, apenas serve para aplicarmos o que aprendemos; caracterizado por ser uma reprodução da explicação dada pelo educador ou pelo livro didático. Somente o exercício, rotineiramente apresentado como efetue ou dê a resposta, não faz com que o aluno evolua a ponto de compreender a definição e as aplicações de tais conteúdos matemáticos.

É relevante a importância de o ensino estar baseado em problemas. Segundo Echeverria e Pozo (1998), um problema “[...] exige o uso de estratégias, a tomada de decisões sobre o processo de resolução que deve ser seguido, etc”. Para o Dante (1988, p. 86), um problema “é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não temos previamente nenhum algoritmo que garanta a sua solução”.

A Resolução de Problemas estimula o aluno a poder colocar em prática seu conhecimento na linguagem Matemática. Em muitos casos, o problema não tem resposta imediata e exige que o aluno faça uma investigação antes que se possa chegar na resposta correta. Segundo Echeverria e Pozo (1998),

[...]existe outra importante e sutil relação entre exercícios e problemas. Se um problema repetidamente resolvido acaba por tornar-se um exercício, a solução de um problema novo requer a utilização estratégica de técnicas ou habilidades previamente exercitadas. (1998, p. 17)

Significa que se o aluno se depara pela primeira vez com um problema do qual não sabe a resposta instantaneamente, ele deve recorrer a alguma estratégia anteriormente trabalhada, ou pode elaborar uma resolução baseada em seu próprio raciocínio. Se, por acaso, o aluno não tiver conhecimento de alguma técnica básica a fim de estabelecer ligações com o novo problema, dificilmente terá condições de chegar a alguma conclusão.

### **3.3 Resolução de problemas sob perspectiva de George Polya**

As ideias de George Polya sobre Resolução de Problemas foram conhecidas a partir da publicação do livro *How to Solve it* no de 1945 traduzido pela primeira vez para o português por “A Arte de Resolver Problemas”, no ano de 1977. Esse tema tem ganhado força em constantes discussões de autores da área do Ensino de Matemática. Talvez as discussões estejam diretamente ligadas ao enfoque desse procedimento, pois está baseado na participação ativa do aluno em exercitar o seu pensar. Quando o aluno torna-se peça fundamental em sua própria aprendizagem o autor chama essa situação de “princípio da aprendizagem ativa”, ou seja, o aluno tem a responsabilidade de construir e formular suas próprias respostas. Nesse momento, o professor tem a função de auxiliar o aluno a chegar ao resultado final, evitando dar a resposta pronta.

O trabalho de Polya (1995) pode ser considerado à primeira vista um trabalho “simples”. Deve-se ao fato de que ele não utiliza truques ou fórmulas milagrosas. O autor é objetivo e simplifica suas ideias com clareza e simplicidade, sistematizando os procedimentos para solução de problemas. O próprio autor classifica suas escritas como “tão simples quanto possível, e fundamentam-se num longo e sério estudo dos métodos de resolução”. Esse estudo é denominado pelo autor como heurística.

De acordo com Polya (1995), a heurística de resolução de problemas está dividido em 4 etapas principais:

<b>Como resolver um problema</b>
<b>COMPREENSÃO DO PROBLEMA</b>
<p><b>1° - <i>É preciso compreender o problema:</i></b> Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma conotação adequada Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?</p>
<b>ESTABELECIMENTO DE UM PLANO</b>
<p><b>2° - <i>Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução.</i></b>Já viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Considere a incógnita! E procura pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-los ainda de outra maneira? Volte às definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte de condicionante, deixe a outra do lado: Até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter os dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?</p>
<b>EXECUÇÃO DO PLANO</b>
<p><b>3° - <i>Execute o seu plano:</i></b>Ao executar a seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?</p>
<b>RETROSPECTO</b>
<p><b>4° - <i>Examine a solução obtida:</i></b> É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num lance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?</p>

**Tabela 1** – As quatro etapas de Resolução de Problemas (Polya, p. XIII)

Para Polya (1995) é importante saber distinguir as quatro etapas.

Primeira etapa, a compreensão do problema: Para Polya (1995), o aluno deve ser “tocado” a ponto de querer entender o problema, pois se não despertar esse interesse dificilmente será capaz de respondê-lo. Nesta etapa busca-se compreender o problema encontrando a incógnita a partir dos dados, dos objetivos, das condições impostas, percebendo o que é necessário para solucionar o problema em questão;

Segunda etapa, elaboração do plano: Segundo Polya (1995), essa etapa possivelmente é considerada a mais desafiadora, pois precisamos ter as ideias para formularmos estratégias buscando a solução do problema. Nessa etapa o professor tem um papel fundamental para conduzir as perguntas com objetivo de que os alunos possam desenvolver suas idéias. Polya (1995, p. 1995) fala sobre o papel do professor o seguinte “[...] auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes alguns meios para alcançar este objetivo”.

Com essas indagações pode ser que indiretamente o professor faça com que o aluno chegue a uma ideia luminosa como o próprio Polya (1995) nomeia, em outras palavras, aquela que se encaixa para resolver o problema.

Terceira etapa, execução do plano: Para Polya (1995) a terceira etapa, possivelmente será a etapa mais fácil, pois já temos a planificação. Precisamos então por em prática os dados conferindo a veracidade das etapas anteriores. Caso não seja o suficiente volta-se a primeira etapa.

Quarta etapa, reflexão: Nesta etapa, busca-se fazer uma revisão crítica do trabalho realizado. Segundo o autor,

Se fizerem uma reflexão da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas. (p. 10, 1995)

Após a passagem das três etapas, se o aluno se dispôr a fazer o retrospecto poderá encontrar possíveis erros ou novas maneiras de solucionar os problemas. A partir do momento em que os alunos tomam conhecimento dessas quatro etapas são colocados diante de situações que permitem reflexões sobre os problemas e, o principal, isso contribui para a organização do pensamento.

Haverá situações de alunos que não precisarão das quatro etapas, porque poderão ter a compreensão do problema e chegar a solução final sem precisar dessa sistematização. Em outras palavras, o sucesso não está intimamente ligado na realização das quatro etapas, pois é possível chegar ao resultado esperado com a exclusão de etapas.

### **3.4 Resolvendo um problema**

Para resolução de um problema, é essencial que desperte no aluno o interesse de solucioná-lo. Polya (1995, p. 5) “O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo”. Para Echeverria e Pozo,

[...] compreender um problema não significa somente compreender as palavras, a linguagem e os símbolos com os quais ele é apresentado, mas também assumir a situação desse problema e adquirir uma disposição para buscar a solução.[...] Dito de outra forma, compreender um problema implica dar-se conta das dificuldades e obstáculos apresentados por uma tarefa e ter vontade de tentar superá-las. Para que essa compreensão ocorra, é logicamente necessário que, além do elemento novo, o problema contenha problemas já conhecidos que nos permitam guiar a nossa busca de solução. (1998, p. 22)

Nesse sentido, é imprescindível para chegarmos à solução que saibamos identificar as informações e o que se pede no problema. A solução consiste em que o aluno seja capaz de fazer conexões aos dados e no que se está buscando como resposta. Para Echeverria e Pozo (1998) é importante que o aluno compreenda o enunciado, pois se não ocorrer esse entendimento, os problemas se transformam em “exercícios de aplicação de rotinas aprendidas por repetição e automatizadas”. Por esse motivo os alunos nem sempre estão aptos de entender o porquê encontraram a resposta e a consequência desse fato é a não generalização para situações futuras.

Juntamente com a etapa da compreensão para Polya (1995, p. 5) surgem as ideias podendo ser provocadas ou não pelo professor, pois temos alunos que são capazes de criar suas próprias ideias. Talvez, algumas ideias no início possam parecer sem ligação com o problema, pois a resolução de problemas exige do aluno a interpretação dos dados e não somente aplicações diretas de fórmulas. Para Polya (1995, p. 5) “[...]após tentativas infrutíferas e um pequeno período de hesitação, aparecer repentinamente, num lampejo, como uma idéia brilhante”. Algumas vezes,

as ideias que menos apostamos no decorrer do pensamento se mostram as mais qualificadas.

As ideias para “muitas vezes contribuem para dar partida à correta sequência de ideias, mas nem sempre conseguem ajudar...”. Caso aconteça das ideias não serem úteis é aconselhável que se busque ligações com outros problemas. “[...] precisamos procurar, em torno, algum outro ponto de contato apropriado e examinar os diversos aspectos...” Polya (1995, p. 6). Nessa situação, devemos tomar cuidado, pois com essa busca de conexões com problemas conhecidos corremos o risco de nos distanciar do nosso problema original. E se ocorrer esse distanciamento retomamos para o problema original fazendo a seguinte pergunta que Polya (1995, p. 6) salientou: “utilizamos todos os dados envolvidos no problema?”.

Diante das ideias previamente selecionadas que estabelecemos o nosso plano de criações de estratégias. Polya (1995) traz em seu livro,

Temos um plano quando conhecemos, pelo menos de modo geral, quais as contas, os cálculos ou desenhos que precisamos executar para obter qualquer incógnita. O caminho que vai da compreensão do problema até o estabelecimento de um plano, pode ser longo e tortuoso. (p. 05, 1995)

Essas estratégias servirão para diminuir a distância entre a situação que inicialmente partimos e o objetivo que traçamos. Mesmo sendo uma forma generalizada, podemos utilizar a heurística de resolução de problemas de Polya (1995) para nos guiarmos a uma solução do problema. Nesse momento, já passamos pela parte mais trabalhosa, a de mobilização dos conhecimentos e de criação das estratégias, bastando agora executarmos o nosso planejamento com paciência. O plano nos indica apenas uma generalização, então Polya (1995) adverte,

Precisamos ficar convictos que os pormenores se inserem nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro. (1995, p. 10)

Fazendo a verificação de cada etapa do pesquisador Polya (1995), o aluno tem a necessidade de estar convicto que suas resoluções estão corretas. E procedendo dessa forma, a última atitude a ser realizada será a de verificação. E em muitos casos os alunos não chegam a refletirem em suas respostas, apenas finalizam o problema e partem para outros. Segundo Polya (1995),

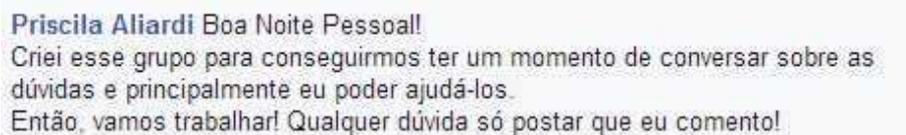
[...] uma vez chegados à solução do problema e escrita a demonstração, fecham os livros e passam a outro assunto. Assim fazendo, eles perdem uma fase importante e instrutiva do trabalho da resolução. (1995, p. 10)

Quando ocorre essa situação os alunos deixam de reexaminarem os resultados e, por consequência podem desperdiçar a oportunidade de aperfeiçoarem suas habilidades de resolução de problemas e consolidarem seus conhecimentos. O professor deve deixar claro que problema algum fica completamente esgotado, sempre há o que se melhorar na nossa compreensão. Polya (1995, p. 10) "...o estudante cumpriu o seu plano [...] Assim, tem boas razões para crer que resolveu corretamente o seu problema".

#### 4 METODOLOGIA DE TRABALHO

Sabendo que a Matemática Financeira tem sua presença constante em nossas vidas e que as escolas muitas vezes trabalham esse conteúdo de forma superficial e mecanizada, este trabalho visa apresentar uma alternativa de ensino nesta questão. Desta forma, será desmistificada a premissa de que o estudo desse tema é feito apenas com uso de fórmulas. Destacamos que o aluno deve ser o descobridor do conhecimento, levando em conta a sua capacidade de perceber as aplicações do conteúdo da sala de aula em inúmeras situações presentes em sua vida.

A sequência de atividades referente ao ensino de Matemática Financeira foi desenvolvida em sala de aula em três encontros, com a duração de 1h30min cada encontro. É importante salientar, ainda, o uso da página de relacionamento *Facebook*, a qual foi utilizada para eventuais dúvidas e discussões entre os alunos e a professora. Nessa ocasião, foi criado um grupo fechado chamado “*Matemática Financeira no MLH*”. Abaixo, seguem algumas figuras retiradas do grupo:

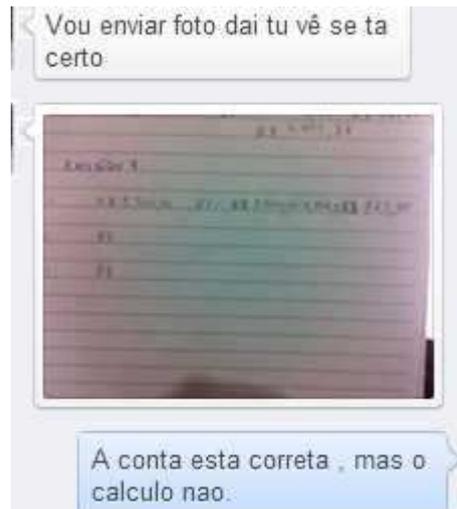


**Priscila Aliardi** Boa Noite Pessoal!  
Criei esse grupo para conseguirmos ter um momento de conversar sobre as dúvidas e principalmente eu poder ajudá-los.  
Então, vamos trabalhar! Qualquer dúvida só postar que eu comento!

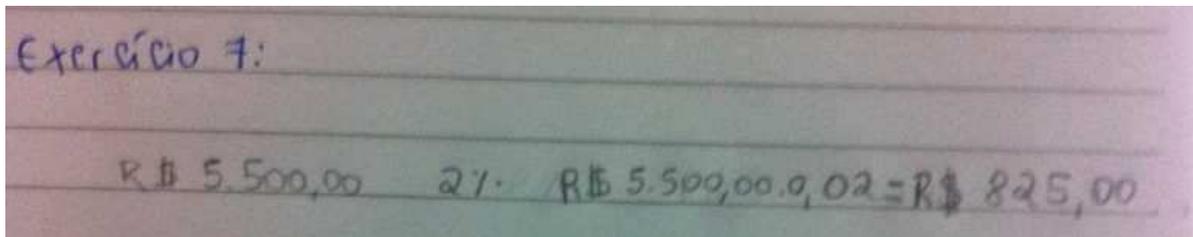
**Figura 15** - Mensagem aos alunos



**Figura 16** - Baixar arquivo



**Figura 17** - Interação com o aluno



**Figura 18** - Solução do aluno da figura 17

As aulas seguiam dois momentos. Primeiro momento: a professora explicava o conteúdo e discutia um problema juntamente com a turma. Segundo momento: os alunos eram convidados a trabalhar com problemas juntamente com o auxílio da professora quando julgavam necessário. Esses momentos foram registrados com filmadora, contando com o auxílio de diário de campo.

Nos três encontros, os alunos foram orientados a resolver os problemas, registrando as suas anotações e respostas para serem entregues na aula seguinte, com a exceção do último encontro, no qual os alunos puderam entregar após uma semana.

O material analisado consiste nos registros de atividades pelos alunos e das observações da professora durante as aulas, sendo elas por vídeo ou anotações.

O registro das observações obtidas no decorrer desses encontros foi feito de forma a contemplar os aspectos relativos à resolução de problemas. Dessa forma, as aulas foram observadas sob os seguintes aspectos:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos;
- Qual o raciocínio utilizado ao resolver o problema;
- As dificuldades encontradas;
- Verificar a tomada de decisão;
- Verificar a possibilidade de conexão com a realidade e os estudos em sala de aula do conteúdo de Matemática Financeira;

O trabalho desenvolvido foi dividido da seguinte forma:

**1º encontro:** Revisão de porcentagem, apresentação do conteúdo de juros simples e problemas:

Na turma, estavam matriculados 32 alunos, porém desses apenas 20 compareciam as aulas efetivamente. Segundo relatos da professora regente, essa turma era considerada a melhor dentre as turmas do 3º ano do ensino médio, pois os alunos eram interessados, receptivos e participativos. Quase 50% da turma era composta por alunos repetentes dos anos anteriores, principalmente no ensino básico. Uma grande parte dos alunos trabalhava à tarde e alguns eram casados. A média de idade dos alunos era de 20 anos.

Na primeira etapa do encontro, aplicamos o questionário no qual os alunos deveriam entregar ao final do encontro. Quando realizamos a revisão do conteúdo de porcentagem a turma demonstrou clareza e compreensão. À medida que a professora conduzia a aula, os alunos respondiam demonstrando domínio sobre o assunto. No momento que foi apresentando o juro simples a turma estava interessada e participativa. Foi chamada a atenção de termos básicos da Matemática Financeira, como montante e taxa de juros. O exemplo 2 apresentado à turma foi respondido sem utilização de fórmula, apenas porcentagem com o auxílio da tabela. Propomos a resolução de problemas durante a aula, tendo como objetivo que os alunos pudessem exercitar, compreender e se familiarizar com os termos da financeira.

### 1º Momento: Questionário

- a. O que você entende sobre a Matemática Financeira?
- b. A matemática pode nos ajudar no cotidiano? Explique o porquê.

### 2º Momento: Revisão de Porcentagem e a Apresentação do conteúdo de Matemática Financeira

Porcentagem: A razão que apresenta denominador igual a 100 é uma razão centesimal e recebe o nome de taxa de porcentagem, ou taxa percentual, ou taxa porcentual.

**Exemplo 01:** 50% podemos reescrever como  $50/100$  ou  $1/2$  ou 0,5.

**Problema 01:** Reescreva em forma de fração e número decimal.

- a) 35% =
- b) 70% =
- c) 130% =
- d) 0,15% =

**Problema 02:**

- a) Qual o valor de 45% de R\$80,00?
- b) A quantia de R\$67,50 corresponde a quanto por cento de R\$150,00?

---

### Matemática Financeira

Alguns termos que são usados na Matemática Financeira:

- Capital/ Principal corresponde à quantia de dinheiro
- Período corresponde a tempo
- Juros correspondem à quantia a ser acrescida no valor do capital/principal.
- Taxa de juros corresponde usualmente na representação da forma de porcentagem ou número

- Montante corresponde à soma do capital e juros
- a.a. corresponde à taxa de juros ao ano
- a.m. corresponde à taxa de juros ao mês
- a.d. corresponde à taxa de juros ao dia

---

### Juro Simples

Juro é o prêmio que se paga ou se recebe por uma quantia emprestada ou aplicada a uma taxa combinada por um período de tempo determinado.

**Exemplo 02:** Fabiana pediu empréstimo ao seu amigo a uma taxa de juro simples de 12% a.m. A quantia foi de R\$450,00. Quanto será o valor a ser pago por Fabiana depois de 3 meses?

Mês	Capital	Taxa de Juros	Juros	Montante
01	450,00	12%	54	504,00
02	450,00	12%	54	558,00
03	450,00	12%	54	612,00

**Tabela 2** - Cálculo do juro Simples

**Problema 03:** Renato quer muito comprar uma bicicleta no valor R\$780,00, mas ele conseguiu economizar apenas R\$650,00. Seu pai fez a proposta que se o Renato guardasse esse dinheiro, ele acrescentaria a juros simples 4,5% ao mês durante 5 meses. Ao final de 5 meses Renato terá o dinheiro para comprar a bicicleta? Qual será esse valor?

**Problema 04:** A Maria Eduarda tomou um empréstimo de R\$1.350,00 com a empresa na qual trabalha. Dois meses depois do empréstimo, ela quitou a dívida, pagando R\$1.674,00. A empresa cobrou uma taxa de juro simples ao mês. Qual é essa taxa?

**Problema 05:** Uma dívida de R\$550,00 foi paga após 6 meses de contraída e o valor total foi de R\$814,00 . Sabendo que o cálculo foi feito usando juros simples ao mês, qual foi a taxa de juros?

**2° encontro:** Apresentação do conteúdo de juros compostos e problemas sobre o mesmo.

Inicialmente, os alunos foram questionados sobre dúvidas em relação aos problemas relacionados a juro simples que ainda não haviam sido esclarecidas, sendo que ninguém se manifestou. Então introduzimos o conteúdo de juro composto e em seguida foi resolvido o exemplo 3. Após a resolução desse exemplo, fizemos a comparação com uma situação envolvendo juro simples. A tabela 3 traz a comparação entre juro simples e juro composto, encontrada na página 49. A tabela 3 foi construída com o objetivo dos alunos enxergarem as movimentações financeiras mês a mês. Julgamos que essa comparação tenha sido produtiva, pois os alunos se manifestavam no momento que entendiam, *“agora entendi quando é a primeira coluna o juro é fixo, e na segunda coluna vai aumentando”*.

Esse aluno, quando comenta sobre a primeira coluna, refere-se a de juro simples e a segunda coluna ele se refere a de juro composto. Com as suas palavras, percebemos que ele conseguiu compreender e se sentiu à vontade em compartilhar com o grupo sua interpretação. Após momento de discussão com a turma, propomos a resolução de alguns problemas envolvendo juro composto.

Quando o juro vai sendo incorporado ao capital após cada período de tempo, ele é chamado juro composto. A taxa é aplicada sempre em relação ao montante de cada período. É o chamado de “juros sobre juros”.

**Exemplo 03:** Um capital de R\$6.000,00 foi aplicado em uma empresa de investimentos a uma taxa de 3% a.m. por um período de 3 meses. Qual foi o montante no fim desse período?(use apenas duas casas decimais após a vírgula e arredonde sempre que possível).

Mês	Capital	Taxa	Montante
01	6.000,00	3%	6180,00
02	6.180,00	3%	6365,40
03	6.365,40	3%	6556,36

**Tabela 3** - Cálculo do juro composto

Se o cálculo fosse realizado dessa maneira  $6000 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03$ ?

Estaria correto multiplicarmos por 1,03 ?

Façamos, com o exemplo 03, uma tabela de comparação calculando juros simples e juros compostos no período de 6 meses:

MÊS	JURO SIMPLES	MONTANTE	JURO COMPOSTOS	MONTANTE
01	180,00	6.180,00	180,00	6.180,00
02	180,00	6.360,00	365,40	6.365,40
03	180,00	6.540,00	556,36	6.556,36
04	180,00	6.720,00	753,05	6.753,05
05	180,00	6.900,00	955,64	6.955,64
06	180,00	7.080,00	1.164,31	7.164,31

**Tabela 4** - Comparação entre juro simples e juro composto

Analisando a tabela qual das aplicações é mais vantajosa no período de 6 meses? Juro compostos.

**Problema 6:** Uma pessoa realizou um empréstimo de R\$ 5.000,00 a juros compostos de 15% a.m. e a quitação da dívida será realizada em apenas uma parcela após 90 dias do empréstimo. Qual será o valor da dívida?

**Problema 7:** Em qual situação a aplicação de R\$ 5.500,00 terá maior rendimento:

1. Taxa de juros simples a 24% a.a., durante 3 meses? Indique o cálculo feito.
2. Taxa de juros compostos a 2% a.m., durante 3 meses? Indique o cálculo feito.

**Problema 8:** Uma pessoa pede a sua ajuda, pois não sabe o que fazer na seguinte situação.

Ela tem o valor total de R\$4.000,00 depositado na poupança e o rendimento da poupança é de 0,5% a.m. Ela quer comprar um computador no valor de R\$4.000,00. A loja ofereceu essas duas opções de pagamento:

- Pagamento à vista, sendo que tem desconto de 7% sobre o valor total do produto;

- Pagamento em 4 parcelas iguais a R\$1.000,00 (Entrada + 3 parcelas).

Qual a forma de pagamento, do ponto de vista financeiro, será mais vantajoso a ela?

### **3º encontro:** Resolução de problemas e questionário final

Nesse terceiro encontro, buscamos proporcionar situações que estimulem o pensar e o aprender dos alunos, seguido da busca por soluções consistentes que não envolvam apenas respostas finais. Para tal, vamos tomar como suporte o ensino de resolução de problemas.

Tal prática tem como seu principal objetivo desenvolver no aluno a capacidade de elaborar seu próprio raciocínio. Para a valorização do processo de ensino-aprendizagem em sala de aula, julgamos fundamental a participação do aluno. Dessa maneira, os alunos têm a oportunidade de discutir tanto com os colegas como com o professor suas dúvidas, críticas, argumentos e ideias. Possivelmente com suas participações em aula, eles poderão desenvolver habilidades, tais como relacionar os conceitos, generalizar os conteúdos e aprimorar o pensamento matemático.

Nesse encontro, acreditamos que tenha sido o mais desafiador, tendo consciência de que trazer uma atividade seria algo inovador, pois o conhecimento obtido em sala de aula deveria ser transferido para o cotidiano.

Nos dois encontros anteriores, os alunos demonstravam segurança ao realizar as tarefas propostas, mas no terceiro encontro, quando propusemos uma atividade que fugia do padrão até o momento apresentado, os alunos não souberam como iniciar as suas soluções. Um aluno comentou “*eu não sei nem como começar*”, outro aluno “*mas a gente não fez nenhum parecido com esses*”. Percebemos aqui a necessidade dos alunos de executarem tarefas conhecidas, de forma mecanizada, remetendo-nos a situações as quais os estudantes aprendem com incógnita “x” e quando o professor muda para incógnita “z”, o estudante diz que não sabe resolver, pois nunca realizou um exercício dessa maneira.

Foi nesse momento que a professora conversou com a turma, incentivando-os que eles eram capazes, pois já tinham resolvido questões de juro simples e juro composto. Para tanto, os alunos deveriam, a partir dos problemas anteriores, estabelecer um plano na tentativa de encontrarem uma conexão entre os problemas: anteriores e os atuais.

Solicitamos que todos lessem o primeiro problema e extraíssem os dados. Após a leitura, os alunos demonstravam melhor entendimento e essa etapa que surgiam as dúvidas e as ideias. Pedimos que essa última atividade fosse feita em grupos de no máximo 5 alunos, pois queríamos promover a discussão de idéias no grupo. A professora monitorou os alunos pelo *Facebook*, pois marcou dois dias com a turma, das 20:00 às 22:00, em que ela estaria *online*. Se não fosse possível essa interação nesse horário, os alunos tinham liberdade em enviar via página de relacionamento suas dúvidas e suas resoluções também.

**Exercícios em grupo de no máximo 5 alunos.**

**Problema 01:** Você gastou em uma loja de roupas R\$ 300,00. As opções de pagamento são as seguintes:

1° opção de pagamento: Você parcelou em 5 vezes sem juros no valor de R\$60,00. No entanto, você pagará atrasada todas as parcelas em 15 dias. A multa pelo atraso é um acréscimo de 17% sobre o valor da parcela.

2° opção de pagamento: Você parcelou em 8 vezes com parcelas fixas de R\$ 58,13 mensais e começará a pagar a primeira parcela em 90 dias. Como você pagará as sete primeiras parcelas sem atraso, não precisará pagar a oitava parcela.

a) Qual das situações é mais vantajosa financeiramente?

**Problema 02:** Você está interessado em adquirir um apartamento no bairro Protásio Alves no valor de R\$ 289.000,00. Após a leitura da reportagem, você acha que vai valorizar ou desvalorizar o imóvel? Qual o valor que eu poderei vender em um ano?

(Fonte: <http://zh.clicrbs.com.br/rs/noticias/economia/noticia/2014/01/preco-dos-imizeis-em-porto-alegre-no-ano-de-2013-sobe-mais-do-que-a-inflacao-4384018.html>)

**Problema 03:** Você adquiriu um Celta zero e após um ano você quer vender. Após você ter lido a reportagem, qual será o valor de venda desse veículo?

(Fonte: <http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/por-que-preferir-um-carro-seminovo-a-um-zero-quilometro>)

The image shows a screenshot of the Chevrolet Celta 5 website. At the top, there is a navigation bar with links: 'Celta 5', 'Apresentação', 'Fotos e vídeos', 'Modelos e especificações', 'Manutenção', 'Acessórios', and 'Monte o seu'. Below the navigation bar is a large image of a brown Chevrolet Celta 5. Underneath the car image, there is a color selection bar with the text 'Troque a cor' and a 'Conecte-se com o Celta' button with a Facebook 'Curtir' icon. Below these are six specification cards:

Apertir	Potência	Motor	Segurança	Segurança	Porta-Malas
R\$ 32.596	78 cv (etanol)	1.0 litros	2 airbags	ABS Fretos a disco	260 litros
<a href="#">Saiba mais</a>					

At the bottom right of the car image, there is a small text: 'CELTA ADVANTAGE DISPONÍVEL APENAS NA COR CINZA SAND.'

**Figura 19** - Valor de venda do carro Celta

(Fonte: <http://www.chevrolet.com.br/carros/celta-5-portas.html>)

**Problema Final:** Você possui o cartão de crédito Mastercard cedido pelo banco Itaú. No mês de fevereiro, você teve despesas superiores ao seu salário e não tem o valor do pagamento total da fatura do seu cartão que é de R\$1.240,48.

**1º opção:** Você decide efetuar o pagamento mínimo de R\$ 194,16. A taxa de juro é 14,36% a.m. sob o valor restante da fatura, nesse caso, R\$1.240,48 – R\$194,16) e tem o valor do IOF fixo de R\$ 5,25.

a) Qual é a porcentagem do pagamento mínimo em relação ao pagamento total?

b) Qual será o valor da fatura do mês de março levando em consideração que você não efetuará nenhuma compra até março com esse cartão?

c) Qual é o juro total que você irá pagar por esse financiamento considerando os meses de fevereiro e de março?

**2º opção:** Você irá pagar somente no mês que vem, ou seja, você atrasará em um mês o pagamento.

d) Calcule o valor da fatura ( Juro de mora: 1% sob o pagamento total; Multa por Atraso 2% sob o pagamento total; Juro do Financiamento 9,24% a.m. sob o pagamento total)

e) Qual será o juro total a ser pago?

f) Analisando as duas opções, qual a opção será mais vantajosa financeiramente?

**Para responder individualmente.**

1. *Você acha que foi produtivo nossos encontros? E a assistência com o Facebook?*

2. *Você acha importante o aprendizado de Matemática Financeira na escola?*

3. *A Matemática Financeira na escola pode facilitar o controle pessoal financeiro? Como?*

## 5 ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo serão abordados os casos relativos à resolução dos problemas matemáticos propostos aos alunos da pesquisa, realizando uma análise dos dados obtidos.

### 5.1 Problemas: analisando caso a caso

#### 1° Encontro – Juros Simples

##### Análise do problema 3:

A dificuldade encontrada nesse primeiro problema foi a distância entre a terminologia e o vocabulário habitual dos alunos, conforme relato em diário de campo:

Em diálogo com aluno A, ele me relatou que ao ler o enunciado do problema que se referia a um valor ligado ao montante e ele tão pouco sabia o que significava a palavra montante.

Em seguida, o mesmo menino confundiu a taxa de juros com o valor de juros;

Na mesma manhã os alunos não souberam qual era a representação que eles deveriam utilizar 4,5% ou 0,045.

De maneira geral, os estudantes conseguiram resolver esse problema individualmente e utilizaram como estratégia de resolução a regra de três (conforme os alunos chamavam) para chegar o total de juros no período pedido.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

A seguinte resolução é respectivo ao aluno A que utilizou-se da regra de três que a professora não mencionou durante o decorrer da aula.

$$\begin{array}{r}
 650 - 100 \\
 \alpha - 4,5 \\
 100\alpha = 2925 \\
 \alpha = \frac{2925}{100} = R\$ 29,25 \cdot 5 = R\$ 146,25
 \end{array}$$

Figura 20 - Solução do aluno A

Ao refletir sobre esses exemplos, remeto minhas análises aos estudos de Polya (1995) no que diz respeito a aproximação dos conhecimentos previamente estudados às estratégias de resolução do problema. Outras formas de resolução.

Exercício 3: Resposta R\$ 780,00

$$650 \times 0,045 = 29,25 \times 5 = 146,25$$

$$796,25 - 780 = 16,25$$

Em 5 meses =  $650 + 146,25 = R\$ 796,25$

\*Sim, Renato terá dinheiro suficiente. Ele terá R\$ 796,25. Então após a compra ainda sobrará R\$ 16,25.

Figura 21 - Solução do aluno N

Exercício 03:

mês	capital	taxa de juros	JUROS	
01	650,00	4,5%	$0,045 \cdot 650 = R\$ 29,25$	679,25
02	650,00	4,5%	29,25	708,50
03	650,00	4,5%	29,25	$29,25 \cdot 5 =$
04	650,00	4,5%	29,25	146,25
05	650,00	4,5%	29,25	796,25

Figura 22 - Solução do aluno R

Durante a aula, foi observado que apenas um aluno não tinha conseguido chegar ao resultado final. Questionei o porquê ainda estava em branco e ele me respondeu "*hoje eu não tô a fim*", então sugeri que ele lesse novamente, sem pensar a resposta veio imediata: "*mas eu não entendi o que pede*". Também observei que nenhum aluno fez a revisão de suas respostas e, tão pouco, tentaram resolver o problema de outra forma, a qual é identificada na etapa 04.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

É possível analisar sobre a teoria de Polya (1995) quando se refere que é necessário que o aluno desperte interesse para resolver um problema. Para o autor Polya (1995, p. 5) aluno diante de um problema “deve desejar também resolvê-lo”.

#### **Análise do problema 4:**

De maneira geral, os alunos estavam interessados em encontrar soluções dos problemas. Nesse problema, demonstraram facilidade em descobrir o valor de juro simples, a taxa de juro referente a dois meses e de identificar o valor do montante. As dúvidas surgiram em função da maneira a qual eles poderiam descobrir a taxa mensal, pois não estavam seguros se ao dividir a taxa total pelo número meses do empréstimo, encontrariam a taxa mensal.

Conversei com esses alunos que estavam com dúvidas sobre como eles haviam conseguido resolver o problema três com facilidade e uma aluna respondeu "é diferente da outra questão". Esse argumento se remetia em relação que no problema anterior era o montante que deveria ser descoberto. Pedi que ela me mostrasse sua resolução três e indaguei, por que no primeiro cálculo ( $R\$650,00 \cdot 0,045 = R\$29,25$ ) ela tinha feito com a taxa de mensal e depois ( $R\$29,25 \cdot 5 = R\$146,25$ ) multiplicou por 5? Ela me respondeu, "nesse eu multipliquei porque eram cinco meses que o pai dele iria ajudar". Pedi que ela tentasse fazer conexões entre os problemas 03 e 04. Em seguida, a mesma aluna me chamou mostrando que tinha chegado à resolução correta.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

Conforme a teoria de Polya, o educador não pode apenas dizer a resposta final, deve conduzir ao aluno questões que o façam ter ideias de como resolver. Polya (1995, p.4) escreveu: "O professor deve auxiliar, nem de mais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho"

Para o autor Polya (1995), um dos deveres do professor é auxiliar os alunos, salientando que esse dever não é uma tarefa fácil, pois exige do educador tempo e prática. O estudante deve adquirir habilidade de construir de forma independente sua resposta, mas se o estudante encontrar dificuldades e não ter suporte do educador, ele possivelmente não irá progredir em seus estudos. Porque sem o auxílio do professor, dificilmente o aluno avançará em seu conhecimento, porém, caso o aluno obtenha a resposta sem dedicação ou raciocínio, apenas pelo simples fato de cumprir a atividade, também não haverá retorno do processo educativo posto em questão.

$$1674 - 1350 = 324$$

$$1350 - 100\%$$

$$324 - x$$

$$x = \frac{100\% \cdot 324}{1350} = 24$$

$$24 \div 2 = 12\%$$

Figura 23 - Solução do aluno M

Praticamente toda a turma resolveu conforme a resolução do aluno M.

Exercício 4: Resposta R\$ 1.350,00

$$1674,00 - 1.350,00 = R\$ 324,00$$

$$324 \div 2 = 162,00$$

$$350,00 - 100\%$$

$$162,00 - x$$

$$1.350,00 \cdot x = 16200,00$$

$$x = \frac{16200,00}{1.350,00}$$

$$1.350,00 \cdot 0,12 = 162 \times 2 = 324 \quad x = 12\%$$

Figura 24 - Solução do aluno N

Apenas um aluno na turma tentou encontrar uma maneira de confirmar sua resposta representada aqui na figura 24.

### Análise do problema 5:

Nesse problema, os alunos estavam familiarizados porque o problema anterior o qual abordava o basicamente a mesma problematização. Os alunos demonstraram facilidade em solucionar o problema 5.

$$100 - 550$$

$$x - 44$$

$$550x = 4400$$

$$x = \frac{4400}{550} = 8\%$$

Figura 25 - Solução do aluno A

Fiquei surpresa com um aluno que me chamou em sua classe e disse "consegui achar a prova real". Questionei por que ele tinha buscado esse outro caminho, "professora, eu entendi e tentei fazer um novo jeito". Ele me comentou que se sentia a vontade em discutir mais sobre o assunto que ele dominava o que aconteceu nesse caso.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

Exercício 5: Resposta R\$ 550,00

$$814,00 - 550,00 = 264,00$$

$$264,00 \div 6 = 44,00$$

$$550 \cdot 0,08 = 44 \times 6 = 264,00$$

$$550,00 + 264,00 = 814,00$$

\* A taxa foi de 8%, ao mês.

$$550,00 - 100\%$$

$$44,00 - X$$

$$550,00 \cdot X = 4.400,00$$

$$X = \frac{4.400,00}{550,00}$$

$$550,00$$

$$X = 8\%$$

Figura 26 - Solução aluno N

Analisando as respostas obtidas, podemos perceber que o aluno possui domínio sobre o conteúdo. Além de sua resposta estar certa, ele teve maturidade e paciência em revisar seus passos e descobrir uma nova maneira de resolver o mesmo. Segundo Polya (1995), quando o aluno desenvolve a etapa quatro que diz respeito à reflexão sobre as etapas anteriores, o aluno poderá consolidar os conhecimentos e obter melhorias ao desenvolver estratégias de resolução de problemas.

$$5. \frac{R\$ 814}{550} = 1,48\%$$

$$\frac{1,48}{6} = 0,24$$

**Figura 27 - Solução aluno R**

A partir de suas anotações, foi observado que o aluno não interpretou o enunciado do problema, devido à extração dos dados incorretos. Considerando que o aluno fez a proporção entre o montante e o capital, concluiu que a resposta seria a taxa de juros semestral. Em seus estudos de resolução de problema, Polya (1995) nos chama atenção da necessidade de compreender o problema e extrair os dados corretos para se conseguir êxito na resolução.

## **2° Encontro Juro Composto**

### **Análise do problema 06:**

No primeiro momento, os alunos estavam “presos” às resoluções referentes a juro simples, tal fato é demonstrado no momento em que percebiam a variação do juro conforme o período.

A princípio os alunos não souberam como iniciar, pois estavam confusos sobre a movimentação financeira como, por exemplo, sabiam calcular o juro do primeiro mês, mas não sabiam qual o valor a ser utilizado para o acréscimo de juro do mês seguinte, ou seja, se era do montante ou do juro obtido do mês anterior. Notei que as conversas com os colegas eram produtivas, pois à medida que o estudante entendia explicava ao seu colega. Em alguns casos, somente a ajuda do colega era suficiente não sendo necessária a intervenção da professora.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

$$\begin{aligned}
 6. \quad & 5000 \cdot 1,15 = 5750 \\
 & 5750 \cdot 1,15 = 6612,5 \\
 & 6612,5 \cdot 1,15 = \text{R\$ } 7.604,37
 \end{aligned}$$

Figura 28 - Solução do aluno A

Exercício 6: Resposta: 5.000,00      3 meses

$$5.000,00 \cdot 1,15 \cdot 1,15 \cdot 1,15 = 7.604,375$$

\* A dívida será de R\$ 7.604,375

Figura 29 - Solução do aluno N

Ao analisarmos as resoluções dos alunos, percebemos que os alunos utilizaram a mesma estratégia de resolução.

O aluno R teve uma tentativa que não permitiu chegar à solução correta. 1ª tentativa:  $5.000 \cdot 0,15 \cdot 0,15 \cdot 0,15 = 16,875$  ele mesmo relatou que estava errada a resposta porque não poderia de um valor tão pequeno após 3 meses ter apenas R\$16,875 de rendimento. A 2ª tentativa:

01	R\$ 5.000,00	15%	R\$ 5.000,00 · 0,15 = R\$ 750,00
02	R\$ 5.750,00	15%	R\$ 5.750,00 · 0,15 = R\$ 862,50
03	R\$ 6.612,50	15%	R\$ 6.612,50 · 0,15 = R\$ 991,87
			R\$ 7.603,87

Figura 30 - Solução do aluno R

Após as tentativas eu questionei o aluno R por que resolveu por tabela, o aluno respondeu *"a tabela eu sei que dá certo"*. Pedi a ele pensar sobre o erro cometido na primeira tentativa, de imediato o aluno não soube responder. Então resolvi com a ajuda do aluno as etapas separadamente,

$$1^{\circ} \text{ mês: } 5000 * 0,105 = 750;$$

$$2^{\circ} \text{ mês: } 750 * 0,15 = 112,50;$$

$$3^{\circ} \text{ mês: } 112,50 * 0,15 = 16,875;$$

Sem eu precisar explicar essa estratégia o aluno respondeu *"estava fazendo só juro em cima do rendimento e não do capital mais o rendimento"*. Achei interessante o aluno perceber o seu erro apenas com uma nova forma de fazer a solução.

Nesse encontro, percebi que mesmo esclarecendo que o mais importante era o raciocínio matemático e o desenvolvimento dos problemas, os alunos estavam preocupados em chegar na resposta certa. Observei essa preocupação, pois a medida que terminavam as suas resoluções perguntavam o resultado final para ver se estavam certos. Quando ocorria a situação da resposta estar correta, procurava desafiar os alunos perguntando se havia outro caminho a seguir para resolver o problema, um aluno respondeu, *"se achar uma resposta é difícil imagina achar duas"*. Em diálogos com a turma, grande parte do grupo de alunos respondia que quando chegavam a resposta final não tinham paciência de pensar em uma nova resolução.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

Refletindo a respeito desse excerto do diário de campo é possível entrelaçar esse ocorrido aos estudos de Polya (1995, p. 11) ao descrever que quando os estudantes chegam a solução do problema *"fecham os livros e partem para outro assunto"*, dessa maneira o aluno perde a oportunidade de consolidar os seus conhecimentos.

### Análise do problema 07:

Esse problema tinha como principal objetivo proporcionar aos alunos a reflexão e a conscientização sobre qual aplicação seria mais vantajosa, do ponto de vista financeiro.

$$\begin{aligned}
 7. \quad & 5500 \cdot 0,24 = 1320 \cdot 3 = \text{R\$ } 3.960,00 + \text{R\$ } 5.500,00 = \\
 & \qquad \text{R\$ } 9.460,00 \\
 & 5500 \cdot 1,02 = 5610 \\
 & 5610 \cdot 1,02 = 5722,2 \\
 & 5722,2 \cdot 1,02 = \text{R\$ } 5.826,64
 \end{aligned}$$

Figura 31 - Solução do aluno A

Apesar do procedimento de resolução de juros simples e juros compostos estar correto, foi possível perceber que a resolução desse aluno demonstra que ele não soube coletar os dados corretos do enunciado. Para Polya (1995), é uma etapa importante a coleta de dados, pois para se obter sucesso na resolução de problemas é preciso saber identificar os dados e fazer a conexão com a incógnita. Depois de realizada essa conexão com os dados trazidos no problema, assim o aluno poderá estabelecer um plano de execução.

$$\begin{aligned}
 7. \quad & \textcircled{1} \quad 5.500 \begin{matrix} \nearrow 100\% \\ \searrow 24\% \end{matrix} \\
 & x \\
 & 100x = 5.500 \cdot 24 \\
 & x = \frac{132000}{100} \\
 & x = 1320 \\
 & 1320 \cdot 90 = 118.800 \text{ a.a} \\
 & \text{a.a pois da mais rendimento}
 \end{aligned}$$

Figura 32 - Solução do aluno L

Essa solução demonstra mais de um erro. Primeiro erro: o aluno não considerou que o problema pedia rendimento mensal; Segundo erro: utilizou o juro mensal e multiplicou por 90 dias, pois o período era de 3 meses; Terceiro erro: ao achar a resposta final, considerou o juro como anual.

Feitas as devidas análises, fica evidente que o aluno estabeleceu um plano de execução e não refletiu e tão pouco revisou as etapas. Segundo Polya (1995, p. 08), o plano é apenas um roteiro a ser seguido, precisamos revisar para que “não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro”.

As próximas duas figuras mostram duas soluções corretas que foram formuladas de formas diferentes.

2) a.  $24\% \text{ --- } 12 \text{ m}$   
 $x \text{ --- } 3 \text{ m}$   
 $12x = 72$   
 $x = \frac{72}{12} = 6\%$

$5.500 \times 0,06 = 330,00$

b.  $2\% = 1,02$        $5.500 \times 1,02 \times 1,02 \times 1,02 = 5836,7$

Figura 33 - Solução aluno M

Capital: R\$ 5.500,00			
Taxa: 24% a.a. (2% a.m) 0,02			
01	R\$ 110,00	R\$ 5.610,00	
02	R\$ 110,00	R\$ 5.720,00	
03	R\$ 110,00	R\$ 5.830,00	
01	R\$ 5.500,00	2%	$R\$ 5.500 \cdot 0,02 = R\$ 110,00 = R\$ 5610,00$
02	R\$ 5.610,00	2%	$R\$ 5.610 \cdot 0,02 = R\$ 112,20 = R\$ 5722,20$
03	R\$ 5.722,20	2%	$R\$ 5.722,20 \cdot 0,02 = R\$ 114,44 = R\$ 5836,64$

Figura 34 - Solução do aluno R

### Análise do problema 08:

A dificuldade encontrada nesse problema foi a compreensão devido a falta de habilidade em situações as quais envolvessem poupança.

No geral, os alunos não entendiam a situação do rendimento da poupança mesmo retirando determinado valor ao mês. Um diálogo entre um grupo, "faz o primeiro mês e depois multiplica por 3" um colega argumentou "não é multiplicado por 3 é por 4". O primeiro aluno se referia que o rendimento deveria ser igual nos 3 meses e o segundo não tinha compreendido que a entrada já tinha rendido naquele mês. Nesse momento, fiz uma intervenção chamando a atenção da turma e fiz alguns questionamentos: o que significa dar entrada em uma compra? O que eles entendiam de rendimento na poupança? A maioria respondeu corretamente que a entrada é feita no ato da compra e a poupança rende um juro sobre o valor que está depositado naquela conta. Com essas, consegui promover uma discussão com os alunos e eles chegaram a conclusão que mesmo que se retire um determinado valor da poupança ela renderá um juro sobre o que restou. Um aluno falou "a poupança você pode tirar qualquer valor que vai render apenas aquele valor que estiver depositado". Após essas reflexões, os alunos souberam organizar suas idéias e resolveram o problema proposto.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

8) JUROS SIMPLES

$$\begin{array}{r} \text{a) } 4.000 \text{ — } 100\% \\ \times \text{ — } 7\% \end{array} = \frac{4.000 \times 7}{100} = 280$$

JUROS COMPOSTO

$$3.000 \cdot 0,05 = 15$$

$$3.015 - 1000 = 2.015 - 1^{\circ} \text{ PARCELA}$$

$$2.015 \cdot 0,05 = 10,8$$

$$2.025,8 - 1000 = 1.025,8 - 2^{\circ} \text{ PAR}$$

$$1.025,8 \cdot 0,05 = 51,2$$

$$1.030,10 - 1000 = 30,10 //$$

Figura 35 - Solução aluno P

$$8) * 4000 \times 0,07 = 280$$

$$* 3000 \times 0,05 = 15$$

$$3015 - 1000 = 2015$$

$$2015 \cdot 0,05 = 10,8$$

$$2025,8 - 1000 = 1025,8$$

$$1025,8 \cdot 0,05 = 51,2$$

$$1030,10 - 1000 = 30,10 //$$

Resposta:  $\circ$   $\text{é}$  mais vantajoso pagar a vista.

Figura 36 - Solução aluno M

Exercício 8: Resposta

$$* 4.000 \cdot 0,07 = 280 - 4.000 = 3720,00 \text{ à vista}$$

$$* 3.000 \cdot 0,005 = 15 = 3.015 \text{ na poupança na 1ª parcela} - R\$ 1000,00.$$

$$2.015 \cdot 0,005 = 10,075 = 2.025,075 \text{ na poupança na 2ª parcela} - R\$ 1000,00$$

$$1.025,075 \cdot 0,005 = 5,125 = 1030,20 \text{ na poupança na 3ª parcela} - R\$ 1000,00$$

Então sobrou R\$ 30,20.

- A forma mais vantajosa será à vista.

Figura 37 - Solução do aluno N

### 3º Encontro Tarefa Final

#### Análise do problema 1:

O objetivo desse problema era apresentar situações aos alunos que pudessem ocorrer em seu cotidiano. Muitos deles já ouviram falar sobre formas de pagamentos de lojas, sendo as mais comuns eram pagamento à vista e a prazo. Para não nos restringirmos apenas nessas formas de pagamentos citadas anteriormente, pensamos em trazer uma situação real que poucos alunos tinham conhecimento.

De forma generalizada os alunos ficaram com dúvidas diante das informações no enunciado. A insegurança de iniciar a solução talvez fosse pela falta de um modelo que os guiasse ao desenvolvimento da questão. Sabendo dessa dificuldade, sugeri que eles buscassem ligações com problemas trabalhados nos encontros anteriores. Alguns procuravam no caderno questões parecidas, outros discutiam no grupo. Achei relevante um diálogo de entre dois alunos, "*quem vai achar que essa opção dois é a melhor*" o outro complementou "*é só calcular que sabemos o resultado*". Refletindo sobre esse diálogo, penso que eles tenham adquirido uma conscientização, pois imaginavam que mesmo sem calcular que a opção dois não era vantajosa e o outro aluno ainda argumentou que fazendo o cálculo eles ratificariam a sua pré-análise.

Outros alunos não tiveram essa percepção, citada no parágrafo anterior, apenas depois de resolverem as opções um e dois, chegaram a conclusão que a opção um era mais vantajosa. Após o término desse problema, os alunos expuseram indignações em relação à segunda opção de pagamento, pois não concordavam que o comprador não tinha vantagem nem em comparação quando atrasava as parcelas mensais. Julgamos importante esse tipo de participação, pois os alunos além de criarem estratégias de resolução, refletiram como um cidadão em compras.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

- \*  $60 \cdot 0,17 = 10,2 \times 5 = 51$  reais de juros ao fim dos 5 meses.
- \*  $58,13 \cdot 8 = R\$ 465,04 - 58,13 = 406,91$
- a) A 1ª opção de pagamento é mais vantajosa.

Figura 38 - Resolução aluno N

Exercício 1:	$60 \times 17\% = 10,20 \times 5 = 51$
R\$ 300	$300 + 51 = 351$
5 x 51 Juros	
60 R\$	
17%	R\$ 300
	$58,13 \times 6 = 348,78 - 58,13 = 290,65$
	6 x 58,13
	paga em 60 dias
	não paga última parcela

Figura 39 - Resolução do aluno R

Embora na resolução desse problema os estudantes não tenham levado em consideração a equivalência de capitais, observa-se que ambos apresentam domínio sobre as operações que envolvem cada uma das situações, se analisadas de forma independente. Observa-se também que R, embora tenha feito os cálculos corretamente, trocou parte dos dados informados no problema, nesse caso, o número de meses de 8 para 6.

### Análise do problema 2:

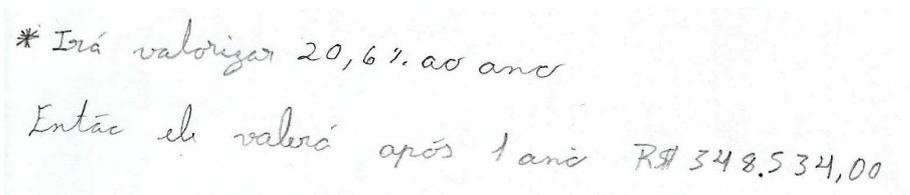
Esse problema foi criado a partir de uma conversa com a professora sobre quais os interesses dos alunos. A regente da turma comentou que muitos alunos dessa turma eram casados e possuíam dúvidas em comprar uma casa própria. Pensamos em mostrar a casa própria como um meio de investimento devido a sua valorização.

Propositalmente não expliquei que os alunos conseguiriam resolver somente com o auxílio da reportagem ver em apêndice A. Diante dessa situação, os alunos leram o enunciado e perceberam a falta de dados. A partir desse questionamento, pedi que eles lessem a notícia que estava em outra folha. Durante as resoluções tentava dialogar com os alunos sobre suas conclusões. Em outros momentos, não fazia intervenção apenas escutava seus argumentos. Em um diálogo entre dois alunos, um chamou a atenção do colega de como valorizou o imóvel em apenas um ano. Questionei esse comentário e o aluno respondeu "olhando para o dinheiro é muito aumento em um ano. E no banco aumenta muito pouco em muito tempo." Outro comentou "quando eu tiver bastante dinheiro eu vou comprar uma casa e não vou botar no banco".

Achamos relevante esse comentário, pois demonstra que os estudantes não estão em busca apenas de respostas corretas e, sim refletindo sobre o problema.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

No geral, a turma foi bem, pois compreenderam e identificar os dados corretamente.



\* Irá valorizar 20,6% ao ano  
Então ele valerá após 1 ano R\$ 348.534,00

**Figura 40** - Resolução do aluno N

### **Análise do problema 3:**

Após os relatos da professora regente da turma, podemos pensar em problemas que despertassem o interesse dos alunos. Tínhamos o conhecimento que alguns alunos possuíam a carteira de motorista e gostavam de discutir assuntos que envolvessem carros ou motos. O intuito de apresentar esse problema é a existência de pessoas e até mesmo de alguns alunos que julgavam que ao adquirir um carro

ou moto era uma forma de investimento, desconhecendo o fato que o carro tem desvalorização.

Após o término desse exercício, questionei sobre as suas conclusões e se eles possuíam noção de que desvalorizava tanto. Alguns falaram que sabiam dessa depreciação, mas imaginavam que em carro zero Km não era tanto. *"Eu não sabia que o carro desvalorizava tão rápido. Perde muito dinheiro em pouco tempo"*. *"Quando eu tiver um carro zero eu não vou vender de um ano para o outro"*. Interessante que ao final da realização da tarefa os alunos tinham a mesma conclusão que a desvalorização era alta e, que não valia a pena comprar um carro e vender no ano seguinte.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

$$32596 - 10.8\% = 3520$$

$$32596 - 3520 = 29076$$

Figura 41 - Resolução do aluno R

$$R\$ 32.596,00 - 10,8\% = 3,520$$

$$R\$ 32.596,00 - 3,520 = 29,076$$

Figura 42 - Resolução do aluno M

#### Análise do problema 04:

O principal objetivo desse problema era visar uma possível conscientização por parte dos alunos em relação ao uso do cartão de crédito. Admitimos que o uso do cartão facilita a vida dos indivíduos, porém devemos tomar cuidado ao atrasar ou efetuar o pagamento mínimo. Para isso, desenvolvemos uma questão que

mostrasse a comparação do pagamento mínimo com um atraso da fatura no período de um mês. A dificuldade foi como organizar os dados visto que alguns termos eram desconhecidos até o momento e que não havia apenas uma taxa de juro.

Perguntei aos estudantes se algum deles possuía conhecimento sobre cartão de crédito e o grande grupo respondeu apenas que o "juro era absurdo". Na resolução do problema, eles reclamavam que não compreendiam porque mais de um juro, expliquei que cada um era referente ao tipo de pagamento.

Um erro comum era pensar erroneamente que a taxa do IOF era um taxa de juro de 5,25% e não uma taxa fixa em reais de R\$5,25. Outros erraram o cálculo do juro total, pois desconsideravam que o mês passado eles tinham efetuado o pagamento mínimo no valor R\$ 194,16 reais então para eles o cálculo era apenas de R\$ 155,50 reais. No momento de fazer o cálculo do juro imposto pelo cartão, uma parte dos alunos tomou o juro de mora, juro de atraso e juro de financiamento e fez como se fosse apenas um juro.

Excerto de diário de campo – Maio de 2014

\*  $1.046,32 \cdot 0,1436 = 150,25 + 5,25 = 155,50$  reais

1º

a)  $194,16 \div 1.240,48 = 0,15 = 15\%$  é o valor mínimo.

b)  $1.046,32 + 155,50 = R\$ 1.201,82$ .

R\$ 1.201,82 será o valor da fatura.

c)  $194,16 + 155,50 = 349,66$

R\$ 349,66 é o juros.

2º

D)  $1.240,48 \cdot 0,01 = 12,40$   
 $1.240,48 \cdot 0,02 = 24,80$   
 $1.240,48 \cdot 0,0924 = 114,62$

$12,40 + 24,80 + 114,62 + 5,25 = 187,07$

E) R\$ 187,07 é o juros total.

F) A 2º opção é a mais vantajosa.

Figura 43 - Resolução do aluno N

## 5.2 Questionários

### 5.2.1 Questionário inicial:

No início do primeiro encontro, elaborei duas questões. A primeira questão tinha como objetivo investigar o conhecimento individual de cada aluno sobre o conteúdo de Matemática Financeira. A segunda questão tinha o intuito de saber se os alunos percebiam a relação da Matemática Financeira com o seu cotidiano. Após a leitura de suas respostas, foi possível constatar que o conhecimento que os alunos possuíam ainda era limitado, alguns deles justificaram esse limite pela ausência de aprendizado na escola; outros alegaram desconhecimento sobre o conteúdo matemático, porém, a maioria da turma sabia pelas suas vivências que a Matemática está presente em diversas situações diárias. Os alunos quando questionados sobre o auxílio da Matemática no seu dia a dia, foram categóricos ao concordar

positivamente que esta disciplina poderia facilitar em situações que envolvessem dinheiro. Inclusive, alguns alunos souberam exemplificar.

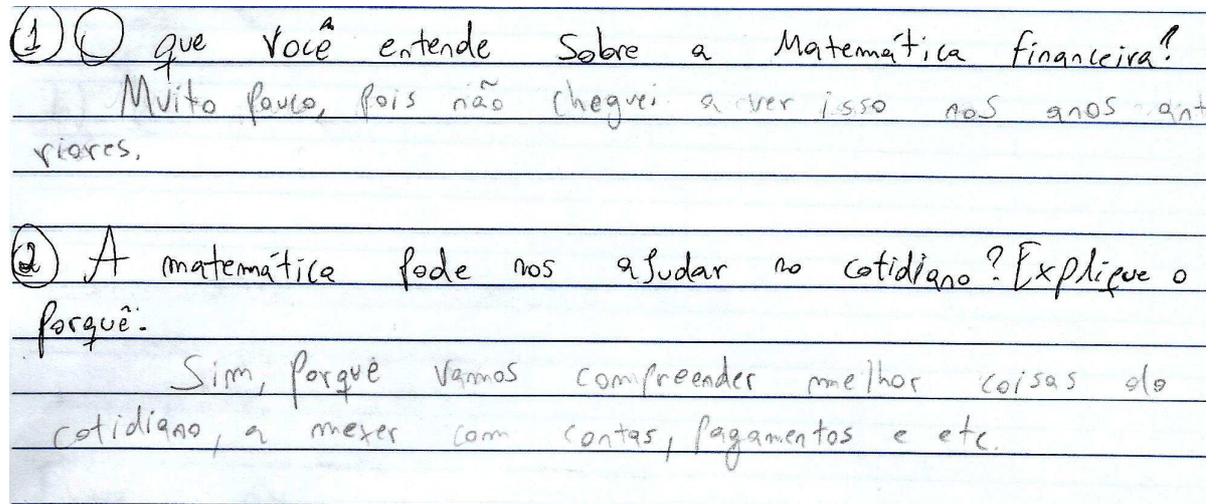


Figura 44 - Respostas dos alunos

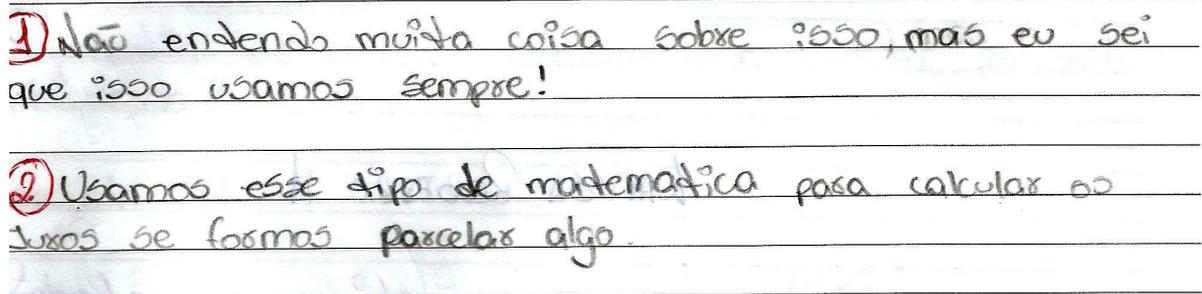


Figura 45 - Respostas dos alunos

① O que você entende sobre a Matemática financeira?  
 Calcula os juros e porcentagens do que é adquirido.

② A Matemática pode nos ajudar no cotidiano? Explique o porquê.

Muitas pessoas usam a matemática financeira para calcular juros de produtos e controlar melhor o seu dinheiro, porém a matemática influencia também na arquitetura de novo apartamento, na pesagem de alimentos,...

Figura 46 - Respostas dos alunos

1) O que você entende sobre a Matemática financeira?  
 De muito pouco para quase nada.

2) A Matemática pode nos ajudar no cotidiano? Explique o porquê.  
 Em minha opinião, sim. Por mais que agente odeie a Matemática (em alguns casos), é inevitável que ela esteja presente no dia a dia. Seja nas coisas simples, como ir às compras, ou nas coisas mais complicada, como fazer um financiamento.

Figura 47 - Respostas dos alunos

### 5.2.2 Questionário Final

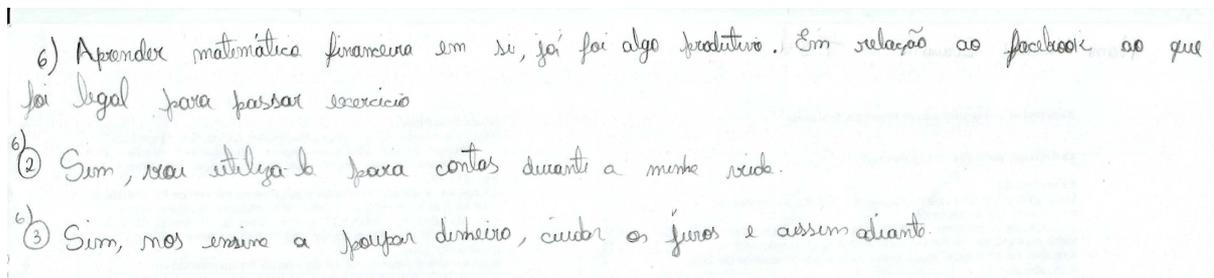
Para concluir os encontros, realizei três questionamentos. O primeiro era referente ao trabalho realizado com a turma e a assistência pela rede social, o segundo a importância da educação financeira na escola e o último se a Matemática Financeira auxiliaria no controle pessoal.

Através das respostas dos alunos, foi possível concluir que a realização do trabalho foi encarada de forma positiva, pois esses em suas justificativas acharam importante agregar o conhecimento das aulas com o seu cotidiano. Sobre a

assistência, reconheceram a importância que há na comunicação entre o aluno e professor, destacando o fácil retorno e acesso aos exercícios facilitava no decorrer das atividades.

Todos os alunos apontaram que é importante o ensino de Matemática Financeira na escola, devido à utilidade que esse estudo tem diante da rotina diária, pois realizamos ações com dinheiro diariamente.

Referente à última questão, toda a turma afirmou o quanto a Matemática Financeira possibilitaria um novo entendimento para o controle pessoal, visto que eles poderiam ter discernimento em fazer uma boa escolha na hora ao comprar, negociar ou financiar.



**Figura 48** - Respostas dos alunos

matemática: como:

- 1- Sim, porque é uma forma diferente de aprender. Foi mais que eu não tenha usado a assistência foi importante.
- 2- Sim, pois a Matemática Financeira é mais usada no cotidiano do que muitas outras matérias.
- 3- Sim, pois ensina uma matemática usada diariamente no cotidiano pessoal.

Figura 49 - Respostas dos alunos

- (1) Foi produtivo falar sobre juros, para entender exatamente o que pagamos.  
A assistência do professor facilitou o acesso aos exercícios.
- (2) Sim para não sermos "enganados" na hora das compras pelos vendedores.
- (3) Sim, na hora de nos ensinarmos como e quanto são usados para as vantagens "empresariais" ou tentadoras promoções.

Figura 50 - Respostas dos alunos

① Você acha que foi produtivo nossos encontros? E assistência com o Facebook?

Sim, e achei que foi muito interessante. Não precisei de assistência, pois não tive dúvidas.

② Você acha importante o aprendizado de matemática financeira na escola?

Sim, porque ela pode nos ajudar no dia-dia.

③ A matemática financeira na escola pode facilitar o controle pessoal financeiro? Como?

Sim, pois nos ajuda a encontrar opções melhores para o dinheiro.

Figura 51 - Respostas dos alunos

1- Sim, achei produtivo nossos aulas, para sabermos e aprendermos a ter controle com o que gastamos no nosso dia-a-dia. E a assistência como facebook achei uma forma prática de comunicarmos.

2- Sim, pois assim ficamos mais espertos com as enganações que muitas vezes ocorre sem percebermos.

3- Sim, ajudando a nos orientar com gastos que fazemos.

Figura 52 - Respostas dos alunos

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao elaborar essa pesquisa, me preocupei em buscar informações sobre o Ensino da Matemática além dos livros didáticos, também o incentivo da escola, PPP, PCN's e oficinas de preparação para a docência nesse conteúdo. A escola demonstrou ser aberta a qualquer tipo de inovação, porém admitiu que a falta de tempo é um dos obstáculos, pois muitas vezes os educadores não conseguem trabalhar todos os conteúdos previstos ao ano letivo. E ainda, parte dos professores não desenvolve esse conteúdo em função do desinteresse em trabalhar com o mesmo.

A necessidade de trabalhar mais efetivamente a Matemática Financeira na escola ficou notória devido ao interesse dos alunos em compreender esse conteúdo, os estudantes gostavam de entender qual era a movimentação financeira que era envolvida ao parcelar, financiar, etc. Ao longo dos encontros, os alunos faziam conexões com suas respectivas realidades, exemplificando cada problema, o que deixava mais interessante as discussões entre a turma. Ao finalizar a análise do questionário final, observamos que toda a turma concordou que seria relevante a Educação Financeira e, inclusive, justificaram esse fato porque que ela tem presença constante em nossas vidas seja com a Matemática Financeira que é a área que estuda o quanto vale o dinheiro ao longo do tempo ou seja com a Matemática Comercial que estuda as operações correntes do comércio e essas são encontradas, como por exemplo, contas de água, contas de luz, prestações de lojas, etc.

Cada vez mais os alunos desejam ser independentes. A partir de relatos de alunos, aqui se entende por independentes quando eles poderão se auto-sustentarem e realizarem suas próprias compras. Por exemplo, quando forem independentes provavelmente irão parcelar compras, alugar uma casa, abrir uma conta poupança, adquirir algum bem, etc. Todas as situações citadas remetem ao conhecimento de Matemática Financeira, por isso a inclusão da Educação Financeira no ensino básico se faz necessária, porque ela dará suporte aos estudantes no momento que precisarem: economizar, gastar o dinheiro, realizar um investimento, etc.

Salientamos a importância de pesquisar e planejar a aula com o intuito de transformá-la mais atrativa aos alunos. Dessa maneira, anteriormente a etapa de elaboração dos problemas, conversamos com a professora regente sobre alguns interesses dos alunos. Diante dessas informações fornecidas pela regente da turma, priorizamos temas de acordo com o interesse dos alunos; e por fim, formulamos os problemas a partir da necessidade dos alunos.

Os problemas trabalhados com os alunos exigiam basicamente extração correta de dados e compreensão do que se pedia no enunciado, após essas duas etapas, os problemas poderiam ser considerados simples, pois as estratégias de resolução necessitavam cálculos básicos de porcentagem que envolvia o conteúdo de juro simples e/ou de juro composto. Julgamos mais relevante trabalhar sem valorização do uso de fórmulas, desse modo valorizou a capacidade de compreensão e busca de novas soluções.

Durante a prática da sequência de atividades, podemos acompanhar o desenvolvimento de cada aluno participante. A partir das análises realizadas fomos capazes de identificar as quatro etapas da resolução de problemas de George Polya (1995). Aspectos que julgamos importantes durante as realizações das tarefas: ao extrair os dados dos problemas os alunos conseguiram distinguir quais eram as essenciais para encontrar as respostas; obtiveram sucesso ao elaborar suas estratégias. Segundo Polya (1995), caracterizando as duas primeiras etapas correspondentes à compreensão e a elaboração de estratégias. Uma vez que feita a conexão entre a incógnita e os dados extraídos do problema, bastava executar o plano, caracterizando a terceira etapa de Polya (1995), chamada de execução. Praticamente toda a turma conseguiu chegar à terceira etapa corretamente, mas foram poucos alunos que chegaram a executar a quarta etapa, chamada de retrospecto – quando eles deveriam refletir sobre as três etapas anteriores buscando algum erro ou se possível, uma nova solução.

Diante de minhas experiências em sala de aula, leituras e pesquisas, essa prática comprovou os objetivos estabelecidos nessa pesquisa. É possível instigar os alunos fazendo conexões entre teoria e prática. Uma alternativa de abordagem no Ensino Básico é a resolução de problemas, pois os alunos aceitam essa proposta facilmente e a tratam como um desafio. A Matemática Financeira pode ser ensinada

e/ou explorada sem a necessidade de utilização de fórmulas. E, por fim, a Educação Financeira pode nos orientar no controle pessoal financeiro almejando a ascensão pessoal das finanças, pois provavelmente seremos capazes de nos conscientizar e discernir entre situação vantajosa e desvantajosa do ponto de vista financeiro.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio.** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. *Anais...* Recife: SBEM, 2004. Disponível em: <[http://www.academia.edu/4561571/A\\_contextualizacao\\_e\\_a\\_modelagem\\_na\\_educacao\\_matematica\\_do\\_EM](http://www.academia.edu/4561571/A_contextualizacao_e_a_modelagem_na_educacao_matematica_do_EM)>. Acesso online 24maii2014

BIANCHINI, Edwaldo e PACCOLA, Herval. **Curso de Matemática – Volume Único- 3ª Ed. Ver. E ampl.** São Paulo: Moderna, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais- PCNs.** Ensino Médio. Brasília. SEMTEC/MEC, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso online 25mar2014

CAMPOS, Marcelo Bergamini. **A Educação Financeira na Matemática do Ensino Fundamental.** Juiz de Fora: UFJF. Tese de Dissertação de Mestrado – Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Instituto de Ciências Exatas, a <<http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/Produto-Educacional-Marcelo-Bergamini-Campos.pdf>>Acesso online em 03mai2014

CARRAHER, David William. **“Educação tradicional e educação moderna”.** In: Carraher, Terezinha Nunes (org.). *Aprender Pensando: Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação.* 12ª Edição. Petrópolis: Editora Vozes, 1998.

CÓSER FILHO, Marcelo Salvador. **Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas.** Porto Alegre: UFRGS, 2008, 152f. Tese de Dissertação de Mestrado- Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/14828>, Acesso online 20mar2014>. Acesso online em 15mai2014.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática contexto & aplicações – Ensino Médio 1**. 3ª Ed. São Paulo: Editora Ática, 2003.

ECHEVERRÍA, Maria Del Puy Pérez e Pozo, Juan Ignacio. **Aprender a Resolver Problemas para Aprender**. Disponível em: <[http://boltz.ccne.ufsm.br/pub/mpeac/other/pozo\\_solucão\\_problemas\\_cap\\_01.pdf](http://boltz.ccne.ufsm.br/pub/mpeac/other/pozo_solucão_problemas_cap_01.pdf)>. Link acessado: 10.05.2014

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO BÁSICO MONSENHOR LEOPOLDO HOFF, **Projeto Político-Pedagógico**. Mimeo, 2000.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Ed. Rev. E aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. Disponível em: <[http://books.google.com.br/books/about/Matem%C3%A1tica\\_e\\_investiga%C3%A7%C3%A3o\\_em\\_sala\\_de.html?hl=pt-BR&id=iRdA-uNIICkC](http://books.google.com.br/books/about/Matem%C3%A1tica_e_investiga%C3%A7%C3%A3o_em_sala_de.html?hl=pt-BR&id=iRdA-uNIICkC)>, Acesso online em 01mai2014

PIAGET, Jean. **A Epistemologia Genética/Sabedoria e Ilusões da Filosofia/Problemas de Psicologia Genética**. 2ª ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983. Os Pensadores.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução Rio de Janeiro. Editora Interciência, 1995.

RECH, Simone Teresinha. **Matemática Financeira: juros simples e compostos no ensino fundamental**. Porto Alegre: UFRGS, 2011. Trabalho de conclusão de especialização- Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/31628>. Acesso online em 18mai2014

RIVERO JOVER, Renato Schneider. **Matemática Financeira no Ensino Médio: um jogo para a simulação.** Porto Alegre: UFRGS, 2014. Tese de Dissertação de Mestrado- Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SADOVSKY, Patrícia. **Falta fundamentação didática no ensino da matemática.** Revista Novaescola, Editora Abril, São Paulo.Ed.Especial14.p.08-10.Jul.2007  
Disponível em:  
<<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/fundamentacao-didatica-ensino-matematica-428262.shtml>>, Acesso online em 05fev2014

**ANEXO****TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO**

Eu, \_\_\_\_\_, R.G. \_\_\_\_\_, responsável pelo(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, da turma \_\_\_\_\_, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada Resolução de problemas: um estudo sobre matemática financeira no ensino médio, desenvolvida pela pesquisadora Priscila Aliardi Soares. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

O objetivo do trabalho é tentar responder a questão norteadora para essa pesquisa: a Matemática Financeira na escola pode facilitar o controle pessoal financeiro? Como? Em busca dessa resposta, elaboremos uma sequência de atividades que possa englobar o conteúdo de Matemática Financeira de maneira que seja construída pelos alunos tendo proximidade com a realidade deles. Mediante a coleta de dados após a aplicação da sequência de atividades, faremos uma análise.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de questionário escrito, bem como da participação em aula e via internet(fórum), em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço priscila.aliardi@ufrgs.br.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_\_\_.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

## APÊNDICE A- REPORTAGEM SOBRE IMÓVEIS

Preços de Imóveis em Porto Alegre de 2013

***Renda em alta e desemprego em baixa impulsionam aumento de 14% no valor médio de moradias por [Cadu Caldas](#) 08/01/2014 | 05h01***



A demanda por casas e apartamentos em Porto Alegre estimula o avanço do custo da habitaçãoFoto: Diego Vara / Agencia RBS

O valor médio dos imóveis novos e usados em Porto Alegre avançou 14% em 2013, mais que o dobro da inflação no período – 5,51%, conforme o IGP-M, indicador utilizado em aluguéis. E os preços devem continuar avançando no ritmo de dois dígitos em 2014, projetam especialistas e profissionais do setor. Embora o aumento na capital gaúcha tenha sido um pouco maior do que a média de 13,7% nas 16 cidades pesquisadas pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas em parceria com o site Zap (FipeZap), o custo médio do metro quadrado de uma residência em Porto Alegre, de R\$ 4.843, está abaixo do nacional, de R\$ 7.303 – puxado por Rio de Janeiro, Brasília e São Paulo. Segundo o economista da Fipe Eduardo Zylberstajn, responsável técnico pela pesquisa, o ritmo do mercado imobiliário no país está ligado diretamente aos dados de emprego e renda, que mostraram melhora na vida dos brasileiros com crescimento reais (acima da inflação) de salário. O salto maior do preço dos imóveis gaúchos seria impulsionado pelos baixos índices de desemprego na Grande Porto Alegre. Em novembro de 2013, essa taxa, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) chegou a 2,6%, a mais baixa entre os locais pesquisados e a menor da série histórica.

– Os preços continuam crescendo enquanto o mercado de trabalho estiver aquecido. Não vejo cenário diferente disso, a menos que a taxa de desemprego volte a subir – projeta Zylberstajn.

Levantamento semelhante realizado pelo Sindicato da Habitação no Estado (Secovi-RS) com imóveis usados em Porto Alegre também aponta para o efeito da renda no mercado imobiliário. Dados de novembro, os mais recentes disponíveis, mostram que casas e apartamentos de Vila Jardim, Sarandi, Vila Nova e Humaitá tiveram maiores valorizações.

– Aumento maior em bairros distantes do centro da cidade pode sinalizar que pessoas passaram a ganhar mais e ter mais acesso a financiamentos. Com maior demanda, o preço sobe. Deve continuar assim em 2014 – avalia Moacyr Schukster, presidente da entidade.

#### **Estoque menor, pressão em 2014**

O mercado de imóveis novos deve se manter aquecido neste ano, avalia o presidente do Sindicato da Indústria da Construção Civil no Estado (Sinduscon/RS), Ricardo Sessecolo. O motivo seria a menor oferta de casas e apartamentos para comprar. No ano passado, a demanda cresceu 14%, mas o número de lançamentos do setor recuou 26%.

– Em Porto Alegre, há aproximadamente 5 mil apartamentos disponíveis hoje, enquanto no ano passado eram 6 mil – diz Sessecolo. O dirigente ressalta que o preço de imóveis novos deve subir em ritmo diferente conforme a região da cidade:

– Bairros considerados nobres, como Petrópolis, Bela Vista e Higienópolis, terão alta mais expressiva, há poucos terrenos disponíveis e houve reajustes. Isso impulsiona muito o custo. Bairros mais afastados do centro da cidade terão preços mais suaves.

Longe do Centro da cidade as maiores variações do valor do m<sup>2</sup> dos imóveis usados ocorreram nos bairros Vila Jardim, Sarandi, Vila Nova, Humaitá e Protásio Alves. Em 2013, o preço médio na Capital subiu 12,63%, mais que o dobro do Índice Geral de Preço do mercado (IGP-M), referência para reajuste do aluguel, que teve alta de 5,51% no período.

#### **Bairro e variação em um ano\***

Vila Jardim	31,80%
Sarandi	27,20%
Vila Nova	21,60%
Humaitá	21,50%
Protásio Alves	20,60%

Rio Branco	19,90%
Petrópolis	19,20%
São Geraldo	19,10%
Vila Ipiranga	18,90%
Bom Fim	18,90%
Azenha	18,90%
Independência	18,20%
Nonoai	17,70%
Jardim Itu-Sabará	17,10%
Higienópolis	17%
Três Figueiras	16,10%
Aberta dos Morros	15,90%
Farroupilha	15,60%
Santo Antônio	15,50%
Auxiliadora	14,80%
Menino Deus	14,80%
Centro Histórico	14,70%
Mon't Serrat	14,30%
Santana	14,10%
Teresópolis	14,10%
Medianeira	13,80%
Tristeza	13%
Glória	12,90%
Jardim Lindóia	12,40%
Partenon	12,30%
Bela Vista	11,80%
Santa Cecília	11,30%
Cristal	11,30%
Passo D'Areia	10,80%
São João	10,30%
Cristo Redentor	10,20%
Cidade Baixa	9,80%
Camaquã	9,70%
Cavahada	9,60%
Bom Jesus	8,70%
Boa Vista	8,30%
Chácara das Pedras	8,10%
Guarujá	8%
Jardim Botânico	6,90%
Jardim do Salso	6,80%
Ipanema	6,40%
Moinhos de Vento	6%
Floresta	5%
Rubem Berta	3,30%
São Sebastião	2,50%

Santa Tereza	1,70%
Jardim Carvalho	-1,70%
Praia de Belas	-10,10%
Vila Assunção	-13,50%

## APÊNDICE B- REPORTAGEM SOBRE CARROS

### Por que preferir um carro seminovo a um zero quilômetro

*As situações em que comprar um carro seminovo - com até três anos de uso - pode ser mais interessante que um veículo novo em folha*

São Paulo - Comprar um **carro seminovo** pode ser um ótimo negócio. Como nos primeiros anos de uso os **carros** têm uma forte desvalorização, ao comprar um carro com menos de três anos de uso, é possível obter bons descontos. E, tomados os devidos cuidados para encontrar um carro em boas condições, o seminovo pode não deixar nada a desejar em relação ao **zero quilômetro** e ainda representar um bom "upgrade" na compra.

#### 1. Descontos no preço de compra

Pelo mesmo valor de um novo, o mercado oferece carros seminovos mais sofisticados, potentes e equipados. Isso acontece porque no momento em que o carro sai da concessionária e nos primeiros anos de uso ele sofre a perda mais significativa de valor.

Os dados mais recentes sobre depreciação de **veículos**, divulgados pela Agência Autoinforme em novembro de 2012, mostram que entre os quase 800 carros pesquisados, as depreciações após o primeiro ano de uso variam entre 10,8% (depreciação do Celta) e 25,6% (Jeep Cherokee).

Quem não se importa em não ter um carro com "cheirinho de novo", além de não sentir essa desvalorização no próprio bolso pode se aproveitar disso ao comprar um seminovo com desconto.

Segundo Amos Lee Harris Júnior, diretor da Universidade Automotiva (Uniauto), muitos compradores sonham em ter um carro zero, por isso não buscam inicialmente os seminovos. "Mas, quando percebem que com o valor que têm na mão só comprariam um carro pequeno, com poucos opcionais e que não atende às suas necessidades, eles procuram um usado mais equipado pelo mesmo valor", comenta.

É evidente que nem todos os seminovos são vendidos em perfeitas condições, por isso o preço não deve ser a única preocupação. Na hora da compra, é importante tomar alguns cuidados para checar o estado geral do carro, pedindo a um mecânico de confiança que faça uma vistoria e fazendo um test drive prolongado. Algumas revendedoras permitem que o comprador teste o carro por alguns dias.

"Não existem dois seminovos iguais. Um pode ter mais quilometragem, outro terá um maior desgaste do pneu. Mas sempre é possível encontrar ótimas oportunidades. Eu

acompanhei recentemente a venda de um Hyundai Azera com dois anos de uso por 52 mil reais, metade do preço do zero quilômetro que é próximo de 130 mil reais”, afirma Ilídio Gonçalves dos Santos, presidente da Fenauto (Federação Nacional das Associações dos Revendedores de Veículos).