MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

CARACTERIZAÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS TRANSIENTES USANDO A TRANSFORMADA DE ONDALETAS

por

Maria Luiza Sperb Indrusiak

Tese para obtenção do Título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, dezembro de 2004

CARACTERIZAÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS TRANSIENTES USANDO A TRANSFORMADA DE ONDALETAS

por

Maria Luiza Sperb Indrusiak
Mestre em Engenharia

Tese submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte
Orientador: Prof. Dr. Sergio Viçosa Möller

Aprovada por:

Profa. Dra. Margarete Oliveira Domingues

Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini

Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini

Prof. Dr. Marco Túllio Menna Barreto de Vilhena

Prof. Dr. Jun Ono da Fonseca
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 14 de dezembro de 2004.

Às minhas Mães

Agradeço aos que acreditaram em mim e colaboraram com incentivo, apoio, críticas e sugestões: meu orientador, minha família, meus colegas de estudo e laboratório, meus amigos.

RESUMO

Este trabalho apresenta a aplicação da transformada de ondaletas, como ferramenta de análise para o estudo de escoamentos turbulentos transientes e não homogêneos que podem ocorrer nas situações reais de engenharia, onde fenômenos transientes e não contínuos estão normalmente presentes. O estudo experimental da turbulência em túnel de vento habitualmente pressupõe que o escoamento seja estacionário; assim, fenômenos transientes são estudados como uma sucessão de situações estacionárias intermediárias. Isto é necessário porque a ferramenta clássica para o estudo experimental da turbulência, a análise de Fourier, só se aplica a fenômenos estacionários, pois seus resultados se referem a comportamentos de conjunto e as singularidades do sinal não aparecem na análise. Para estes escoamentos onde a transformada de Fourier não se aplica ou não apresenta resultados satisfatórios, a transformada de ondaletas, entre outras possibilidades, é a ferramenta matemática que vem sendo mais freqüentemente utilizada a partir da última década.

São apresentados os fundamentos matemáticos, bem como uma breve história da transformada de ondaletas, da transformada de Fourier e da estatística aplicada á turbulência.

Para estudar a transformada de ondaletas e buscar a melhor forma de aplicá-la ao estudo da turbulência, foram analisados três escoamentos distintos: na esteira de um cilindro, em turbulência homogênea e em um banco de tubos de configuração quadrangular.

Os resultados experimentais foram obtidos por anemometria de fio quente. As medições foram feitas em um túnel de vento, partindo do repouso até atingir o regime permanente. Os dados experimentais obtidos foram analisados utilizando técnicas de ondaletas, usando várias ondaletas e várias transformadas de ondaletas diferentes. Os resultados são comparados entre si e com a transformada de Fourier.

Também foram realizados ensaios em regime permanente para várias velocidades do escoamento entre o repouso e a velocidade nominal do ventilador, com o auxílio de um inversor de freqüência. Os resultados para a variação do número de Strouhal com a velocidade, obtidos da análise destes dados pela transformada de Fourier mostraram boa concordância com os obtidos da análise de ondaletas das aquisições transientes.

Os resultados mostram que a transformada de ondaletas é uma ferramenta valiosa para a análise dos dados experimentais obtidos nos problemas investigados, qualificando e complementando a análise de Fourier onde esta se aplica e substituindo-a quando o fenômeno for não estacionário.

ABSTRACT

"CHARACTERIZATION OF TRANSIENT TURBULENT FLOWS BY MEANS OF THE WAVELET TRANSFORM"

This study presents the application of the wavelet transform as an analyzing tool to the study of transient and inhomogeneous turbulent flows that can occur at actual engineering situations, where transient and discontinuous phenomena are usual. The experimental study of turbulence in a wind tunnel usually presumes a stationary flow, so transient phenomena are studied by means of a set of intermediate stationary ones. This is necessary because the classical tool for the experimental study of turbulence, the Fourier analysis, is applicable only to stationary phenomena. Its results are related to the bulk behavior and do not show the singularities of the signal. Where the Fourier analysis is no longer applicable or where its results are not satisfactory, the wavelet transform, among others, has been the most usual mathematic tool since the last decade.

The wavelet transform is presented in both its mathematical and historical perspectives, as well as the Fourier transform and the statistical tools applied to turbulence.

To investigate the wavelet transform and search the best way to apply it to the study of turbulence, three distinct problems were analyzed, namely the flow in the wake of a cylinder, a homogeneous turbulent flow and the flow in a tube bank with square arrangement.

The experimental results were obtained by means of hot wire anemometry. Measurements were performed in a wind tunnel, starting from rest to the steady state. The resulting experimental data were analyzed by means of wavelet transform technique using several different wavelets and wavelet transforms. The results were compared among themselves and with those obtained from Fourier analysis.

A set of acquisitions at permanent regime was also performed. A frequency inverter was used to adjust the velocity at several values between rest and the nominal velocity of the blower. The data for each velocity level were analyzed by means of the Fourier transform. The results for Strouhal number as a function of Reynolds numbers are in close agreement with those obtained from wavelet analysis of the transient acquisition.

The results show that the wavelet transform is a valuable tool for the analysis of the experimental data obtained in the problems investigated, reinforcing and complementing the Fourier analysis at stationary flows and replacing it where the phenomena are transient.

ÍNDICE

		Pág.
1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Motivação e objetivos	1
1.2.	Revisão Bibliográfica	3
2.	FUNDAMENTOS DA ANÁLISE DE SINAIS	10
2.1.	Análise no domínio tempo	10
2.2.	Análise no domínio freqüência	11
2.3.	Análise no domínio tempo – freqüência	14
2.3.1	A transformada de ondaletas	15
2.3.2	A transformada discreta de ondaletas	20
2.3.3	A transformada discreta de pacotes de ondaletas	26
3.	SEÇÃO DE TESTES E INSTRUMENTAÇÃO	32
4.	RESULTADOS	36
4.1.	Parâmetros de aquisição	36
4.2.	A escolha da ondaleta	37
4.3.	Resultados para a esteira de vórtices	42
4.4	Transformada contínua de ondaletas e espectro de ondaletas	52
4.5.	Análise quantitativa da esteira de vórtices	62
4.6.	Resultados para o banco de tubos	70
5.	CONCLUSÕES	79
5.1.	Sugestões para futuros trabalhos	81
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
Anexo A – Algumas funções ondaleta e escala		92
Anexo B – Filtros		98
Anexo C – Análise de incertezas		101
Anexo D – Cálculo das velocidades		105
Anexo E – Espectros de ondaletas		108

LISTA DE SÍMBOLOS

α, β	Ângulos	rad
a, b	Índices reais	-
s1, s2, v1, v2	Séries temporais de velocidade	-
C_j	aproximação no nível j	-
B_w	Largura de banda	Hz
B_x, B_α	Coeficientes de calibração	-
c_j	Série dos coeficientes de aproximação no nível j	-
$c_{j,k}$	Coeficientes de aproximação	-
d_j	Série dos coeficientes de detalhes no nível j	-
$d_{j,k}$	Coeficientes de detalhes ou de ondaletas	-
D	Diâmetro	m
D_{alta}	Filtro de decomposição de alta	-
D_{baixa}	Filtro de decomposição de baixa	-
D_j	detalhes no nível j da transformada de ondaletas	-
$D_{j,m}$	detalhes no nível j módulo m da transformada de pacotes de ondaletas	
δ	erro	
e	Base dos logaritmos naturais	-
E, E_0	Tensões	V
ε	Energia	
ϕ	Função escala	-
Φ	Função característica	-
f	Freqüência	Hz

$\overline{f_b}$	Freqüência média da banda	Hz
f_s	Freqüência de aquisição de dados	Hz
f_a	Freqüência correspondente à escala a	Hz
F_c	Pseudo freqüência da ondaleta	Hz
g	Função janela	-
h	Coeficiente do filtro passa alta	-
H	Resposta em freqüência do filtro passa alta	-
i	$i = \sqrt{-1}$	-
J, j, k, m, n, N	Índices inteiros	-
ℓ	Coeficiente do filtro passa baixa	-
L	Resposta em freqüência do filtro passa baixa	-
$L^2(R)$	Espaço das funções de energia finita	-
μ	Média ou primeiro momento	-
M	Momentos da função x(t)	-
ν	Viscosidade cinemática	m^2/s
nx, nα, mx, mα	Coeficientes de calibração	-
p	Densidade de probabilidade	$[x(t)]^{-1}$
P	Distância entre os centros das seções transversais dos tubos	m
P_{xx}	Espectro de potência	$[x(t)]^2/Hz$
P_{xy}	Espectro cruzado	
r, s	Variáveis auxiliares	-
R	Conjunto dos números Reais	
R_{alta}	Filtro de reconstrução de alta	-
R_{baixa}	Filtro de reconstrução de baixa	-

Re	Número de Reynolds ($U \cdot D/\nu$)	-
R_{xx}	Função de autocorrelação	$[x(t)]^2$
R_{xy}	Função de correlação cruzada	
σ_x^2	Variância ou valor quadrático médio	[x]
Str	Número de Strouhal ($f \cdot D/U$)	-
τ	Intervalo de tempo	s
T, t	Tempo	s
T_i	Intensidade de turbulência	-
U	Velocidade	m/s
U_i	Velocidade incidente	m/s
$\overline{U}$	Velocidade média	m/s
U_i	Velocidade incidente	m/s
U_x, W	Componentes da velocidade	m/s
V_j , W_j	Espaços fechados de $L^2(R)$	-
W_m	Função pacote de ondaletas	-
x	Variável	[x(t)]
ψ	Função ondaleta	-
Z	Conjunto dos números Inteiros	

[x] denota unidades de x

^ denota coeficiente da transformada de Fourier

~ denota coeficiente de ondaletas

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.	TÍTULO	Pág.
2.1:	Representação esquemática da divisão da série temporal em blocos, multiplicados por uma janela espectral. Em (a) a janela está sobreposta ao sinal e em (b) é mostrado o resultado da aplicação da janela a cada bloco.	13
2.2-a:	Decomposição da série x(t): Aproximações C_1 e C_2.	24
2.2-b:	Decomposição da série x(t): detalhes D_1 e D_2.	24
2.3:	Árvores de ondaletas de nível J=3 para as transformadas de (a) ondaletas e (b) pacotes de ondaletas.	27
2.4:	Árvore de pacotes de ondaletas em que apenas os intervalos de freqüências intermediários foram analisados até o nível 3.	28
2.5:	Funções pacotes de ondaletas de Haar ou Db 1.	29
2.6:	Funções pacotes de ondaletas Db 2.	30
3.1:	Representação esquemática do túnel de vento com a seção de testes (sem escala).	32
3.2:	Planta baixa da seção de testes, com indicação da posição do tubo e das sondas. A posição da sonda de pressão no interior do tubo é indicada por "p".	33
3.3:	Montagem do transdutor de pressão no interior do tubo.	33
3.4:	Planta baixa do túnel de vento com o banco de tubos de arranjo quadrangular, P/D=1,26, D=32,1 mm. A posição das sondas de fio quente é indicada por s1 e s2 e a sonda de pressão é indicada por p.	35
4.1:	Velocidade U_x adquirida em regime transiente: (a) no túnel de vento e (b) na esteira de vórtices, a jusante do tubo.	37
4.2:	Densidade espectral de potência para os três primeiros intervalos de freqüência reconstruídos a partir da transformada de pacotes de ondaletas de nível 11 (j=11), usando as ondaletas de (a) Haar, (b) Meyer, (c) Db5 e (d) Db20.	40
4.3:	Reconstrução do primeiro intervalo para (a) Haar, (b) Meyer, (c) Db5 e (d) Db20. Os detalhes na reconstrução por Meyer e Db20 mostram que no primeiro as altas freqüências estão presentes e no segundo foram completamente eliminadas.	41
4.4:	Densidade espectral de potência da parte permanente do sinal com a esteira, calculada por Fourier e por (a) transformada discreta de ondaletas, (b)transformada discreta de pacotes de ondaletas.	43

4.5: Os mesmos espectros da Figura 4.4. Os espectros de ondaletas e de pacotes de ondaletas foram respectivamente divididos e multiplicados por dez para possibilitar melhor visualização. 44

4.6: (a) Reconstrução da aproximação e dos detalhes da componente transversal do sinal correspondente à esteira, usando a transformada de ondaletas. Cada detalhe D_j foi somado a 10(j-1) e a aproximação C_{11}, somada a 110, para permitir a visualização em um mesmo gráfico. (b) Reconstrução dos detalhes do mesmo sinal, usando a transformada de pacotes de ondaletas. 46

4.7: Espectros de potência correspondentes aos intervalos de freqüência da figura 4.5, com a mesma seqüência de cores. Em linha mais espessa, o intervalo de freqüência correspondente à esteira de vórtices permanente, bem como o intervalo anterior, onde se percebe as amplitudes correspondentes à esteira transiente. 47

4.8: Análise dos sinais em canal sem o tubo (a) e com a esteira de vórtices (b) através da transformada discreta de pacotes de ondaletas, usando Db20 como função geradora dos filtros. 49

4.9: Análise do sinal com a esteira através da transformada discreta de pacotes de ondaletas, usando (a) Meyer e (b) Db5 como funções geradoras dos filtros. 50

4.10: Análise do sinal com a esteira através da transformada discreta de pacotes de ondaletas, usando (a) Symlet 5 e (b) Haar como funções geradoras dos filtros. 51

4.11: Espectros de ondaletas dos sinais, respectivamente: a)sinal analítico, b) velocidade de referência, c) velocidade transversal e d)flutuação de pressão. 55

4.12: Os mesmos espectros da fig. 4.11, para o intervalo 1 a 2 segundos. 56

4.13: Os mesmos espectros da fig. 4.11, para o intervalo 2,9 a 3,2 segundos. 57

4.14: Os mesmos espectros da fig. 4.11, para o intervalo 3,2 a 3,5 segundos. 58

4.15: Representação do espectro de energia por ondaletas do sinal analítico. 60

4.16: Representação do espectro de energia por ondaletas da velocidade transversal. 60

4.17: Representação do espectro de energia por ondaletas da velocidade de referência. 61

4.18: Representação do espectro de energia por ondaletas do sinal de pressão. 61

4.19: Espectros parciais de ondaletas para intervalos de 0,1 segundo, a partir de 1,1 segundos, mostrando a evolução da esteira de vórtices e a região permanente a partir de 4,7 segundos. 63

4.20: Velocidades transientes U_x na esteira de vórtices (azul) e U_i a montante do tubo 64

(vermelho).
4.21-a: Reconstrução dos detalhes do sinal U_x da Figura 4.20, correspondente à esteira, para 3,1 a 59,4 Hz. Escalas de velocidade ± 4 m/s. 65
4.21-b: Reconstrução dos detalhes do sinal U_x da Figura 4.20, correspondente à esteira, para 59, 4 a 96,9 Hz. Escalas de velocidade ± 6 m/s. 66
4.22: Método para a determinação da velocidade incidente transiente associada aos vórtices da esteira em cada intervalo de freqüência. 67
4.23: Números de Strouhal transientes, calculados pela equação (4.10), apresentados para os números de Reynolds baseados na velocidade incidente e no diâmetro do tubo. 68
4.24: Curva de freqüência em função da velocidade para os dados obtidos a partir do ensaio em regime transiente e dos ensaios em regime permanente. 69
4.25: Velocidades U(t) obtidas pelas sondas s1 e s2, posicionadas conforme Figura 3.3, em regime de escoamento transiente. 71
4.26: Espectros de potência da parte permanente dos sinais mostrados na Figura 4.25. 71
4.27: Aproximação, correspondendo à freqüências até 3 Hz, dos sinais da Figura 4.25, obtida com a aplicação da transformada de ondaletas. 73
4.28.: Reconstruções dos sinais s1 e s2, usando a transformada de pacotes de ondaletas, para intervalos sucessivos de largura 6,1 Hz. 73
4.29 : Espectros contínuos de ondaletas dos sinais: a) s1 e b) s2. 74
4.30 :Detalhes dos espectros da Figura 4.29 para o intervalo de 2,9 a 3,9 segundos. 74
4.31: Sinais adquiridos no banco de tubos, na mesma configuração do ensaio anterior. 76
4.32: Aproximações para os sinais da Figura 4.31, usando a transformada discreta de ondaletas, intervalo de 0 a 4 Hz. Denominou-se “trecho a” o escoamento entre 6,8 e 15 segundos e “trecho b” o escoamento entre 21 e 29,2 segundos. 76
4.33: Espectros de Fourier dos sinais de velocidade v1 e v2 da Figura 4.31, separados em dois trechos. 77
4.34: Espectro de Fourier dos sinais de pressão da Figura 4.31, para os trechos a e b. 77
4. 35: Correlações cruzadas entre o sinal de pressão p e os sinais de velocidade v1 e v2 para os trechos a e b. 78
4.36: Espectro de ondaletas para os sinais v1 e v2, entre 16,5 e 23 segundos, intervalo de tempo onde ocorre a transição entre os trechos a e b do escoamento. 78
A-1: Função escala e ondaleta de Haar. 92
A-2: Ondaleta de Marr ou chapéu mexicano. 93

A-3: Ondaleta de Grossman-Morlet. 94
A-4: Função escala e ondaleta de Meyer. 94
A-5: Funções escala e ondaletas de Daubechies, Daublet 5. 95
A-6: Funções escala e ondaletas de Daubechies, Daublet 20. 96
A-7: Função escala e ondaleta de Daubechies, Symlet 5. 96
A-8: Função escala e ondaleta de Daubechies, Coiflet 3. 97
B-1: Resposta de impulso $\{\ell(n)\}$do filtro baseado na função escala Db5 e respectivos filtros de decomposição (D_{alta} e D_{baixa}) e reconstrução (R_{alta} e R_{baixa}). 100
D-1: Esquema de decomposição do vetor velocidade. 105
E-1: Espectro de ondaletas dos sinais, respectivamente: a)sinal analítico, b) velocidade de referência, c) velocidade transversal e d)flutuação de pressão. Esta figura é a mesma figura 4.11. 108
E -2: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 0 a 1 segundo. 109
E -3: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 1 a 2 segundos. Esta figura é a mesma Figura 4.12. 110
E -4: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2 a 2,3 segundos. 111
E -5: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2,3 a 2,6 segundos. 112
E -6: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2,6 a 2,9 segundos. 113
E -7: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2,9 a 3,2 segundos. Esta figura é a mesma Figura 4.13. 114
E -8: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 3,2 a 3,5 segundos. Esta figura é a mesma Figura 4.14. 115
E -9: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 3,5 a 3,8 segundos. 116
E -10: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 3,8 a 4,1 segundos. 117
E -11: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 4,1 a 4,4 segundos. 118
E -12: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 4,4 a 4,7 segundos. 119
E -13: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 4,7 a 5 segundos. 120

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação e objetivos

Os dados experimentais de turbulência são habitualmente apresentados na forma de séries temporais discretas que representam funções contínuas no tempo, tais como velocidade, temperatura ou pressão, amostradas com uma freqüência constante convenientemente escolhida, permitindo assim o armazenamento e a análise por meios digitais. A análise é usualmente caracterizada por valores estatísticos tais como médias e variâncias, funções de correlação e funções de densidade espectral, pois a turbulência é considerada um fenômeno de fundo aleatório com a presença de estruturas coerentes (Hussain, 1983). Para o estudo de tais fenômenos a análise de Fourier é uma ferramenta valiosa e amplamente utilizada.

O estudo da turbulência por meio da análise de Fourier fornece informações sobre as freqüências envolvidas e a interdependência de fenômenos simultâneos, tais como flutuação de velocidade e pressão em posições diferentes (Hinze, 1975). No entanto, é necessário que a hipótese de ergodicidade seja aplicável ao escoamento em análise, sendo, então, os valores médios e correlações independentes da amostra. Esta hipótese não se aplica para fenômenos variáveis no tempo e neste caso a análise de Fourier não pode ser utilizada, pois os valores médios não são constantes.

A literatura recente apresenta a transformada de ondaletas como ferramenta adequada para analisar problemas representados por séries não estacionárias e com descontinuidades. A partir da última década do século XX, têm surgido pesquisas que usam a transformada de ondaletas para estudar a natureza caótica da turbulência em sistemas onde as hipóteses de ergodicidade, homogeneidade e isotropia sofrem restrições (Meyer, 1993). A análise por ondaletas passou a ser amplamente utilizada, não só na pesquisa da turbulência, mas nas mais variadas áreas do conhecimento, da música ao processamento de imagens, da economia à medicina.

No entanto, nem sempre a opção pela transformada de ondaletas é adequada, pois muitas vezes a análise de Fourier fornece os mesmos resultados com muito maior simplicidade e

rapidez. O mesmo se verifica quanto às múltiplas escolhas possíveis entre as funções de ondaletas disponíveis e as próprias transformadas de ondaletas. Para Marie Farge (Farge, 1992), "a transformada de ondaletas é uma técnica muito jovem, que está evoluindo muito rapidamente, e, portanto, primeiramente nós precisamos nos acostumar com ela fazendo testes extensivos com sinais acadêmicos bem conhecidos para desenvolver a sensibilidade a seu respeito, antes de definir aplicações para as quais ela possa ser útil". Desde então têm surgido inúmeros trabalhos em turbulência utilizando a transformada de ondaletas. Entretanto, o estudo da aplicação e adequação da análise por ondaletas à dinâmica de fluidos foi desenvolvido neste trabalho seguindo a sugestão citada acima, iniciando com um exemplo relativamente simples como o escoamento perpendicular a um tubo e propondo aplicações mais complexas, como o estudo de bancos de tubos.

O escoamento permanente perpendicular a um tubo é bastante conhecido, sendo um exemplo clássico nos livros sobre escoamento de fluidos (Schlichting, 1968), bem como um ponto de partida no estudo de vibrações induzidas por escoamentos (Blevins, 1990). O primeiro artigo relacionando a freqüência e a velocidade do escoamento sobre um cilindro foi o de V. Strouhal (Strouhal, 1878). Mas os primeiros estudos encontrados na literatura sobre a esteira de vórtices foram realizados por Henri Bénard em 1908 (Bénard,1908-a e Bénard, 1908-b) Também para esta pesquisa foi tomado como primeiro objetivo o estudo do comportamento da esteira de vórtices causada por um tubo perpendicular ao escoamento, sendo considerado, no entanto, o regime transitório. Foram utilizados vários tipos de transformadas de ondaletas, bem como várias funções ondaleta e escala como geradoras da base para estas transformadas. Os efeitos destas possibilidades na análise das flutuações de velocidade, medidas em escoamentos turbulentos estacionários e transientes foram descritos e comparados com os resultados da análise de Fourier.

O estudo do escoamento em bancos de tubos é uma evolução natural para o estudo da esteira provocada por um tubo. As ferramentas usadas e ajustadas para o primeiro caso foram aplicadas a um banco de tubos submetido a um escoamento transiente. Os resultados mostram que, mesmo em escoamentos tidos como permanentes, a aplicação da transformada de ondaletas pode revelar características novas do fenômeno em estudo.

O objetivo principal deste trabalho é, portanto, explorar e avaliar, por meio de exemplos simples, o uso das transformadas de ondaletas no estudo experimental de fenômenos turbulentos. Propôs-se o desenvolvimento de algoritmos e rotinas em ambiente Matlab©MathWorks para o cálculo das transformadas que se mostrassem mais apropriadas à análise experimental e para a

apresentação dos resultados em uma forma clara.

1.2. Revisão Bibliográfica

O precursor do tratamento estatístico da turbulência foi Osborne Reynolds, que, em 1894, propôs descrever a turbulência, quando fenômeno estacionário, por médias e flutuações das variáveis aleatórias, supondo, portanto, uma distribuição normal destas variáveis.

Os métodos estatísticos em turbulência surgiram realmente a partir de 1935, quando Geoffrey Ingram Taylor, retomando uma idéia de Albert Einstein (Einstein, 1914), propôs o uso de funções de correlação e sua transformada de Fourier, o espectro de potência, partindo da hipótese de homogeneidade estatística e isotropia da turbulência (Hinze, 1975). Pela hipótese de Taylor, pode-se, assumindo a ergodicidade, substituir as médias de conjunto por médias espaciais ou temporais.

Em 1941, Andrei Nikolaievich Kolmogorov publicou artigos sobre a teoria estatística da turbulência totalmente desenvolvida, nos quais, para resolver a dificuldade de lidar com sistemas abertos, supôs as forças externas agindo apenas nas escalas maiores e as forças de atrito (dissipativas) agindo apenas nas escalas menores. Na faixa intermediária a energia é conservada e apenas transferida a uma taxa constante das escalas maiores para as menores. Mas esta cascata de energia diz respeito a médias estatísticas e não a realizações individuais do escoamento e, além disso, é apenas fenomenológica e nunca foi provada a partir dos princípios básicos (Farge et al., 1999).

Esta abordagem estatística clássica, partindo das hipóteses de homogeneidade e isotropia, ignora a presença de estruturas coerentes que passaram, em tempos mais recentes, após os trabalhos pioneiros de Batchelor e Townsend (1947), Townsend (1951) e Kuo e Corrsin (1971), a ser consideradas nos estudos de turbulência (Cadot et al., 1994). Escoamentos turbulentos passaram então a ser descritos como um fundo aleatório ou incoerente com a presença de estruturas organizadas ou coerentes. A esteira de Von Kármán foi uma das primeiras visualizações destas estruturas coerentes em escoamentos a jusante de um cilindro (Silveira Neto, 2002).

Uma das dificuldades de lidar com estruturas coerentes é o fato de existirem várias definições para elas, baseadas em pontos de vista estatísticos ou dinâmicos, ou ambos (Farge e

Schneider, 2001).

Estruturas coerentes podem ser definidas como condensações locais do campo de vorticidade que sobrevivem por tempo muito maior que o tempo de rotação de vórtice característico das transferências de energia (Farge et al., 1996). Em outras palavras, são geradas estruturas capazes de guardar uma forma geométrica bem definida, por um tempo superior ao seu tempo característico de rotação (Silveira Neto, 2002).

Para Cadot et al. (1994), em seu trabalho experimental de visualização de estruturas coerentes filamentares, o maior problema no estudo de estruturas coerentes em turbulência é o critério usado para defini-las, pois, na evolução espontânea de um escoamento, uma mesma estrutura deixa de ser visível se o critério não é modificado para seguir sua evolução. Um grande filamento é identificado por ser fonte de baixa pressão, mas evolui partindo-se em uma extensa região de alta dissipação (alta pressão) contendo pequenos tubos de alta vorticidade (baixa pressão). Uma estrutura coerente é fonte de baixa pressão, não por ter mais vorticidade do que dissipação, mas porque a vorticidade está concentrada no centro enquanto a dissipação está distribuída na periferia.

Pela característica local das estruturas coerentes, o uso das ferramentas estatísticas baseadas em médias é inadequado, pois pressupõe um escoamento turbulento homogêneo e isotrópico. Para Farge et al., 1996, a transformada de ondaletas pode ser a ferramenta adequada para separar as componentes coerentes (não gaussianas) das componentes incoerentes (gaussianas) dos escoamentos turbulentos, ao criar novas médias condicionais em substituição às clássicas médias de conjunto.

A transformada de Fourier, no entanto, foi e ainda é uma ferramenta valiosa na análise de séries temporais, pois, ao representar uma função no domínio freqüência, permite obter informações não visíveis no domínio tempo. A aplicação das idéias de Joseph Fourier, contidas em seu livro "*La Théorie Analytique de la Chaleur*" (A Teoria Analítica do Calor), de 1822, tornou-se extremamente popular após o desenvolvimento do algoritmo rápido de Fourier (FFT), por Cooley e Tukey (1965). Pode-se mesmo dizer que a transformada de Fourier provocou uma revolução científica e tecnológica em nosso mundo. Sua influência na matemática, na ciência e no nosso cotidiano tem sido incalculável, embora invisível para a maioria das pessoas (Hubbard, 1998).

Transformar um sinal temporal em um sinal frequencial, no entanto, faz com que, por sua vez, a informação temporal fique oculta. A transformada de Fourier funciona, portanto, muito bem em problemas lineares, funções periódicas e sinais estacionários. Como a natureza, na

verdade, é essencialmente não linear, a constante busca por novas ferramentas levou, entre outras, à distribuição de Wigner-Ville, à expansão de Gabor ou transformada de Fourier de curta duração e à transformada de ondaletas (Meyer, 1993).

A transformada de ondaletas, ao contrário da transformada de Fourier, não se deve ao trabalho de um único pesquisador, mas foi progressivamente desenvolvida por vários pesquisadores independentes, ao longo do século vinte. O precursor foi Alfred Haar que, em 1909, criou uma função simples como base para a expansão de sinais, que foi, bem mais tarde, denominada ondaleta de Haar. O objetivo de Haar foi obter uma nova base a ser usada quando a série de Fourier não convergia (Haar, 1909).

Yves Meyer (Meyer, 1993) diz que é possível traçar-se pelo menos oito origens para a transformada de ondaletas. Hubbard, 1998, considera como a origem formal das ondaletas o trabalho do geólogo francês Jean Morlet que, insatisfeito com os resultados da expansão de Gabor para a análise dos sinais sismográficos em prospecção de petróleo, desenvolveu uma nova técnica, tendo mais tarde a ajuda de Alex Grossman e Yves Meyer.

Na transformada de Gabor, a base é criada a partir de uma janela gaussiana fixa, preenchida com oscilações de diferentes freqüências. Morlet manteve o número de oscilações fixo e variou o tamanho da janela, expandindo-a ou comprimindo-a para reduzir ou aumentar as freqüências dos elementos da base. Estas funções são denominadas ondaletas de forma constante, para distingui-las das funções de Gabor (que ele chamou de ondaletas de Gabor) e das ondaletas geofísicas, ou seja, os sinais sismográficos do subsolo (Hubbard,1998).

Morlet usou na verdade o termo em francês *ondelette*, que mais tarde tornou-se *wavelet* em inglês, sendo geralmente assim usado nos textos em outras línguas que não o francês. No entanto, como o termo não se refere a um nome próprio, usou-se o termo ondaleta neste trabalho, como em Morettin, 1999.

A transformada de ondaletas usada inicialmente era contínua, mesmo em se tratando de um sinal discreto. As ondaletas se sobrepõem umas às outras e as informações são repetidas em vários coeficientes. A representação de um sinal com a transformada contínua de ondaletas é, portanto, redundante.

A redundância da transformada contínua é explorada por vários autores para evidenciar certas características do sinal, como em Gao e Li, 1993, que identificam estruturas coerentes em dados de pressão e velocidade na camada limite atmosférica sobre florestas, determinando as escalas de tempo destas estruturas pela análise da variância dos coeficientes da transformada. Também Gilliam et al., 2000, usam a transformada contínua para desenvolver uma técnica de

detecção de estruturas coerentes em turbulência atmosférica. Ao sinal, é aplicada, primeiramente, a transformada de Fourier, as fases são então redistribuídas gaussianamente e é feita a transformada inversa. Com a transformada de ondaletas desta nova série, é calculado um limiar de corte que é, então, aplicado à transformada da série original para filtrar as estruturas coerentes.

O primeiro estudo experimental de turbulência usando a transformada contínua de ondaletas foi, segundo Farge, 1992, o trabalho de Argoul et al., 1989, em que é analisada a natureza fractal da cascata de energia, proposta inicialmente por Mandelbrot, 1974 e desenvolvida em Frisch et al., 1978.

Embora a redundância da transformada contínua de ondaletas apresente vantagens para analisar dados e reconhecer padrões, não é interessante quando o objetivo é a compressão de dados ou imagens, pois, teoricamente, um sinal finito é representado por uma infinita quantidade de coeficientes de ondaletas. Na prática, quando se fala em transformada contínua, quase sempre se está realmente trabalhando com números discretos, mas ainda assim, tem-se, para um sinal com n elementos, até n^2 coeficientes, enquanto que a transformada discreta possui apenas n coeficientes (Meyer,1989).

Uma transformada contínua, com escalas diádicas e translações unitárias, foi usada por Smith et al., 1998, para salientar, graças à redundância, as diferentes periodicidades de vazão de rios de diferentes regiões climáticas. O espectro obtido, ao integrar-se no tempo os coeficientes da transformada, mostrou um comportamento característico bastante distinto para cada regime de águas diferente.

Yves Meyer estava convencido de que não era possível construir bases ortogonais de ondaletas, à exceção da função de Haar. Tentando prová-lo, em 1985, ele conseguiu justamente o contrário, construindo a ondaleta ortogonal de Meyer, ou melhor, uma ondaleta que forma uma base ortogonal a partir de translações e dilatações diádicas, tornando possível representar um sinal com o mesmo número de coeficientes que a função temporal original (Farge, 1992).

Stéphane Mallat, um francês trabalhando na universidade da Pensilvânia, ao tomar contato com os trabalhos de Meyer, imaginou que eles poderiam ser aplicados ao processamento de imagens. Mallat deu-se conta de que a multiresolução de Meyer era fundamentalmente a mesma coisa que se estava fazendo em processamento de sinais e imagem. A unificação dos conceitos e o arcabouço teórico daí gerado, bem como a adaptação, realizada por Mallat e Meyer (Mallat, 1989) do algoritmo piramidal de Adelson e Burt, usado em processamento de imagem, para o cálculo dos coeficientes de ondaletas, gerou uma explosão de aplicações. O algoritmo

piramidal representou, para a análise de ondaletas, o mesmo que a transformada rápida de Fourier representou para a análise de Fourier (Hubbard, 1998).

Um novo passo na história da transformada de ondaletas foi dado por Ingrid Daubechies, que construiu a primeira (e muitas outras) ondaleta com suporte compacto, evitando os erros causados pelo truncamento das ondaletas de suporte infinito (Daubechies, 1992). Elas são, para Hubbard, 1998, "criaturas da época do computador", pois ao contrário das antecessoras, não têm expressão analítica, pois são o limite de um processo iterativo.

A transformada de ondaletas, contínua ou discreta, é utilizada para separar o ruído do sinal, para detectar estruturas ou padrões ou para compressão do sinal em áreas tão díspares como síntese de voz para transmissão de dados (Miner, 2002), análise de patologias da voz (Schuck Jr, 1998), análise de música com o objetivo de estruturar e comprimir a informação (Tzanetakis et al., 2001, Evangelista, 2001) ou eliminar ruidos (Hazas e Rayner, 1999) ou ainda para compressão de imagens, como no JPEG2000 (Unser e Blu, 2003). Também há aplicações na análise de resultados de eletrocardiogramas (Houtveen, 2001, Mochimaru et al., 2002), tomografias e mamografias (Akai, 1997) ou ainda na análise de sistemas de transmissão de energia elétrica (Dias, 2000). Também se encontram aplicações no estudo de séries ecológicas (Rodríguez-Arias e Rodó, 2004) e paleoclimáticas (Raspopov et al., 2004). Já Wei et al., 2002, apresentam um paradigma do controle do caos em sistemas dinâmicos, usando ondaletas. para o controle da dinâmica não linear, diferentemente do uso generalizado das ondaletas como ferramenta de análise e síntese.

Um exemplo da aplicação da transformada de ondaletas para a solução de equações diferenciais encontra-se em Levalle, 1993, onde as equações de Navier-Stokes são transformadas em equações de onda. Kozakevicius, 2002, desenvolve um esquema para a solução numérica de equações diferencias parciais hiperbólicas, usando a transformada de ondaletas.

Segundo Bruno et al., 2001, que estuda turbulência magneto-hidrodinâmica (vento solar), utiliza-se a técnica de Fourier para estudar turbulência devido à correspondência entre freqüência e escala. No entanto, não se deve confundir vórtices com modos de Fourier. Enquanto a decomposição de Fourier transforma um sinal em uma série de ondas de diferentes escalas, cada uma associada com um coeficiente de Fourier, um vórtice é associado com muitos coeficientes de Fourier com uma relação de fase definida entre eles. A transformada de ondaletas é uma técnica de decomposição do sinal, cujos modos podem ser vistos como vórtices, mais apropriada, portanto, para estudar turbulência se o objetivo é reter informações sobre a estrutura espacial do escoamento. Uma revisão abrangente da aplicação das ondaletas à turbulência é dada por Farge

et al., 1999.

Fournier, 2000, utiliza ondaletas bidimensionais para o estudo das estruturas espaciais da turbulência atmosférica, obtidas de imagens de satélite. Turbulência atmosférica também é o objeto de pesquisa de Yamada e Ohkitani, 1991, que utilizam a transformada discreta de ondaletas, comparando os resultados do sinal original com os do sinal com as fases randomizadas à semelhança do já citado Gillian et al., 2000. Os momentos de terceira ordem e as densidades espectrais são distintos para os dois sinais. No artigo, é também definido um espectro de ondaletas local, para visualização da cascata de energia, que apresenta uma estrutura característica, inexistente no sinal aleatorizado. Também são feitas correlações de ordem um a quatro entre escalas sucessivas, com bons resultados nas altas freqüências (zona de dissipação). Também Mouri et al., 1999, estudando turbulência de grelha, usam correlações de segunda ordem e momentos de ordem dois e quatro para as diversas escalas, encontrando aumentos significativos destes valores nas menores escalas, indicando que o escoamento se torna mais intermitente e coerente na zona de dissipação.

Enquanto a maioria das aplicações é de análise de séries temporais, Kitagawa e Nomura, 2003, utilizam a transformada de ondaletas no sentido contrário, gerando séries temporais de flutuação do vento, a partir das características dos coeficientes de ondaletas das séries reais.

A transformada de ondaletas é uma importante ferramenta no estudo de estruturas coerentes e sua aplicação é feita com várias abordagens. A simulação numérica da turbulência usando transformada de ondaletas é feita por Farge et al., 2001, Farge et al. 2003, por meio do método denominado simulação de vórtices coerentes (CVS), baseado na observação de que o escoamento turbulento pode ser dividido em uma parte organizada (coerente) e outra aleatória ou fundo incoerente. A separação da parte coerente é feita por meio dos coeficientes de ondaletas do campo de vorticidade e a evolução desta parte coerente é calculada usando uma base de ondaletas.

Farge, 1992, alerta que um erro muito comum, ao usar qualquer tipo de transformada, é esquecer a presença da função analisadora no espaço transformado, o que pode levar a grandes enganos ao interpretar-se a estrutura da função analisadora como característica do fenômeno em estudo.

Perrier et al., 1995, questionam a relação entre as densidades espectrais do espectro de ondaletas e do espectro de Fourier, concluindo que há correspondência, especialmente nas menores escalas, apenas quando a ondaleta escolhida tiver suficientes momentos nulos. Meneveau, 1991, ao comparar os espectros de energia de Fourier e de ondaletas, usando a

ondaleta de Meyer-Battle-Lemarié, observa esta divergência nas menores escalas. Seus resultados mostram, no entanto, assim como, mais tarde, em Mouri et al., 1999, o comportamento não gaussiano (intermitente) do escoamento na região de dissipação.

Hudgins et al., 1993, usa espectros e correlações cruzadas, mostrando que o espectro de potência calculado por ondaletas é igual ao produto interno do espectro de Fourier pelo espectro da ondaleta usada.

Já Treviño e Andreas, 1996, mostram as limitações da análise por ondaletas com exemplos radicais, como comparar os resultados diferentes do chapéu francês e de Haar (ambas semelhantes a funções degrau) na transformada contínua ou mostrar que esta transformada não é afetada pelo acréscimo de uma tendência ao sinal. Segundo eles, o problema é igual ao dos experimentalistas, que questionam o quanto os instrumentos perturbam o fenômeno: o quanto as ondaletas mesmas perturbam os resultados? No entanto, seus exemplos devem ser encarados com reserva, pois é sabido que as funções de Haar não apresentam boa localização frequencial e por isso são vistas mais como de valor histórico e instrutivo, embora tenham aplicação na localização de variações bruscas em sinais, como frentes de onda (Domingues et al., 2003). Além disso, "devemos ter em mente o fato de que ondaletas enxergam variações do sinal mas são cegas para o comportamento constante ou o comportamento polinomial local, de acordo com o número de momentos nulos da função ondaleta utilizada" (Farge, 1992).

O uso da transformada de ondaletas para modelar um campo experimental é feito por Hajj et al., 2000, que estudam o efeito de vários tipos de promotores de turbulência em túnel de vento para simulação de camada limite atmosférica. A transformada discreta de ondaletas com as funções de Daubechies com quatro momentos nulos foi usada para estudar os níveis de energia e sua intermitência em cada escala.

2. FUNDAMENTOS DA ANÁLISE DE SINAIS

O estudo estatístico de sinais da turbulência pode ser feito no espaço físico (domínio temporal), como foi feito por Reynolds, quando descreveu as variáveis do escoamento turbulento por meio de médias e flutuações (Reynolds, 1894). A turbulência também pode ser descrita no espaço de Fourier (domínio frequencial), como em Taylor e Kolmogorov, com o espectro de potência (Taylor, 1938, Kolmogorov, 1962, 1991).

No espaço físico as informações espectrais não são visíveis, e no espaço de Fourier a informação temporal é perdida. Para analisar a turbulência simultaneamente em tempo e freqüência, uma ferramenta adequada é a transformada de ondaletas, que descreve a turbulência no espaço de ondaletas ou tempo – freqüência.

2.1. Análise no domínio tempo

A análise experimental do escoamento turbulento é feita por métodos estatísticos, no domínio tempo, por meio de momentos e correlações.

No caso particular do escoamento estacionário e ergódico, os momentos da série temporal x(t), que representa uma variável do processo, são independentes do tempo. O primeiro momento é definido por:

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)p(x)dx \tag{2.1}$$

em que μ_x é o momento de ordem um ou média da série, t é o tempo de observação e p(x) é a função densidade de probabilidade, dada por:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\text{prob}\left[x < x(t) < x + \Delta x\right]}{\Delta x} \tag{2.2}$$

Para n>1 os momentos são definidos subtraindo-se a média, são por isso chamados

momentos centrais:

$$M^{(n)} = \int_{-\infty}^{\infty} (x(t) - \mu_x)^n p(x)\, dx \tag{2.3}$$

Os quatro primeiros momentos são os mais usados e informam, respectivamente, a média μ_x, a variância ou valor quadrático médio σ_x^2, a assimetria e a curtose da distribuição da variável aleatória x(t).

Para uma distribuição de probabilidade normal os momentos ímpares são nulos e os momentos pares são dados por:

$$M^{(2n)} = (2n-1)\sigma_x^{2n} \tag{2.4}$$

Valores diferentes dos dados pela equação acima indicam um afastamento da curva normal ou gaussiana.

A função de autocorrelação descreve a dependência entre os valores de uma variável em um instante e os valores em outros instantes, e é expressa por:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\; x(t+\tau)\, dt \tag{2.5}$$

em que T é o intervalo de tempo considerado.

2.2. Análise no domínio freqüência

O comportamento espectral da turbulência é analisado representando-se o sinal no domínio freqüência, por meio da transformada de Fourier, a aplicação que associa uma função aos seus coeficientes de Fourier, dados por:

$$\hat{x}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-ift}\, dt \tag{2.6}$$

em que $\hat{x}(f)$ são os coeficientes de Fourier e as funções básicas e^{ift} são ondas puras de freqüência f, ou seja, são funções periódicas de período 2π, em cada período ocorrendo f ciclos.

A transformada inversa é definida como:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(f) e^{ift} df \tag{2.7}$$

A identidade de Parseval para funções de energia finita ($x(t) \in L^2(R)$) é definida por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{x}(f)|^2 df \tag{2.8}$$

e estabelece que a energia total do sinal é preservada pela transformada de Fourier (Körner, 1988) e resulta das contribuições individuais de energia em cada nível de freqüência, sendo a magnitude de $\hat{x}(f)$ proporcional à importância da presença da freqüência f no sinal.

Para sinais representados de forma discreta, como os obtidos por análise experimental, usa-se a transformada de Fourier discreta, em que os coeficientes são dados por:

$$\hat{x}(f) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-i\frac{n}{N} f 2\pi} \quad , n \in Z \tag{2.9}$$

A transformada de Fourier da função densidade de probabilidade é chamada função característica:

$$\Phi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) e^{if x} dx \tag{2.10}$$

A transformada de Fourier da função de autocorrelação é chamada espectro de energia ou potência e se relaciona com o segundo momento (variância) a cada freqüência:

$$P_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i 2 \pi f \tau} dt = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{\sigma_x^2(f, \Delta f)}{\Delta f} \tag{2.11}$$

O espectro de energia é originalmente definido como

$$P_{xx}(f) = |\hat{x}(f)|^2 \tag{2.12}$$

Um método usual de cálculo do espectro de potência de uma função discreta consiste em dividir a série em vários blocos menores, aplicar a transformada de Fourier a cada um dos blocos, fazendo-se então a média entre os blocos para cada freqüência. Na Figura 2.1 está representado esquematicamente este procedimento, com uma janela espectral multiplicando cada bloco, para evitar o efeito da descontinuidade nos extremos. A janela espectral mostrada na Figura 2.1 é a função de Hamming. Com este procedimento de cálculo, aliado a médias por intervalos de freqüências, reduz-se o erro aleatório no cálculo do espectro (Bendat e Piersol, 1971).

Ao analisar-se duas variáveis simultaneamente, por exemplo, duas componentes de velocidade, define-se as funções anteriores em termos de estatística conjunta. Assim tem-se a densidade de probabilidade conjunta, os momentos conjuntos, as correlações cruzadas, a função característica conjunta e a densidade espectral cruzada.

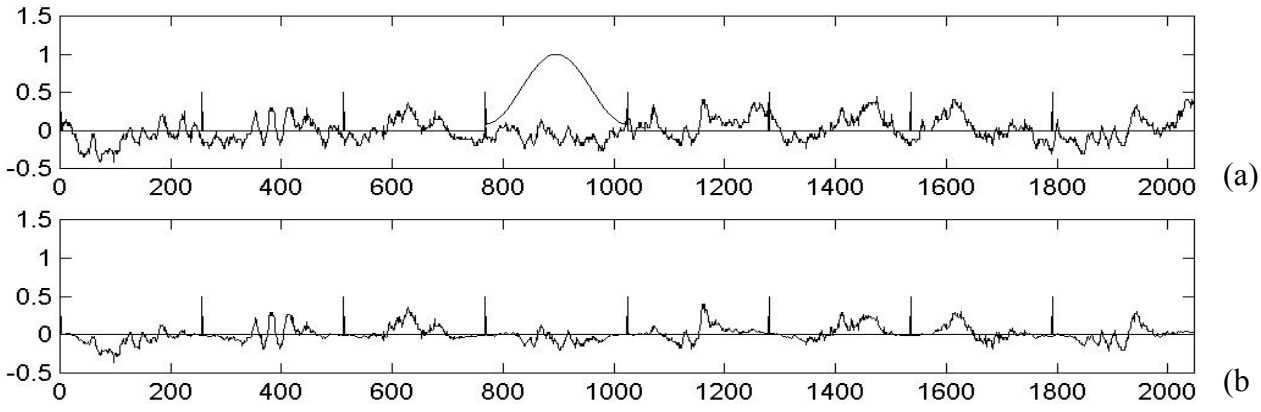


Fig. 2.1: Representação esquemática da divisão da série temporal em blocos, multiplicados por uma janela espectral. Em (a) a janela está sobreposta ao sinal e em (b) é mostrado o resultado da aplicação da janela a cada bloco.

2.3. Análise no domínio tempo-freqüência

Com as ferramentas acima, pode-se analisar um sinal estacionário não determinístico no espaço físico e no espaço de Fourier. No primeiro, em que o sinal é representado no domínio tempo, as informações relativas às freqüências envolvidas estão subjacentes. No segundo, a representação é no domínio freqüência, e, por sua vez, as informações temporais não são visíveis. A presença de intermitências ou de fenômenos transitórios poderá ser observada, ou não, no espaço físico, mas será totalmente dissimulada no espaço de Fourier, pois os coeficientes, $\hat{x}(f)$, se referem a todo o domínio temporal do sinal. Os componentes da base de Fourier, funções seno e coseno, têm suporte infinito, ou seja, são localizados em freqüência, mas se estendem a todo domínio temporal. Por isso os coeficientes $\hat{x}(f)$ representam um valor médio para todo o domínio, em cada freqüência f considerada.

A transformada de Fourier de curta duração ou em janelas foi uma das tentativas de permitir a localização temporal, utilizando a transformada de Fourier. São aplicadas janelas ao sinal, de forma semelhante ao mostrado na Figura 2.1, mas com largura em geral bem menor e sobrepondo-se umas às outras. A transformada é feita para a parte do sinal dentro da janela:

$$\hat{x}(t_0, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, g(t - t_0)\, e^{-i2\pi f t} dt \tag{2.13}$$

em que t_0 é o instante de tempo em torno do qual é feita a transformada e g é a função janela. Quando g é uma função Gaussiana, a transformada é denominada expansão de Gabor e o produto das funções senoidais (representadas pela exponencial) pela função janela é denominado ondaleta de Gabor.

A transformada de Fourier de curta duração descreve o sinal no plano tempo-freqüência. No entanto, como a largura da janela g é fixa, se for escolhida muito estreita, não identificará as baixas freqüências e se, ao contrário, for escolhida muito larga, não dará boa localização temporal para as altas freqüências.

2.3.1. A transformada de ondaletas

A transformada de ondaletas surgiu da idéia de comprimir ou dilatar a janela, mantendo as mesmas funções senoidais da transformada de Gabor, comprimidas e dilatadas, permitindo assim uma melhor localização temporal nas altas freqüências e também uma melhor identificação das baixas freqüências.

As bases da transformada de ondaletas são, portanto, localizadas tanto no domínio frequencial quanto no domínio temporal. Devido a esta propriedade de dupla localização, há um equilíbrio nas resoluções em cada um dos domínios: o ganho de resolução temporal é compensado com uma perda de resolução frequencial (Daubechies, 1992). Este compromisso entre tempo e freqüência é explicado pelo princípio da incerteza de Heisenberg que estabelece, para qualquer função, que a localização exata em tempo e em freqüência é mutuamente exclusiva. Em outras palavras, "as medições precisas do tempo e da freqüência são fundamentalmente incompatíveis, uma vez que a freqüência não pode ser medida instantaneamente" (Kaiser, 1994). Valens (1999) diz que "um sinal simplesmente não pode ser representado como um ponto no espaço tempo-freqüência". As características do sinal são mais propriamente representadas por coeficientes associados a retângulos de área finita dada pelo produto do intervalo de tempo considerado pela escala (ou freqüência), sendo necessário um tempo maior para observar as freqüências mais baixas e vice versa. Isto, portanto, não representa de maneira alguma uma limitação da nossa percepção da realidade, mas decorre da própria definição de freqüência.

Uma ondaleta, como o próprio nome sugere, é uma pequena onda, que cresce e decai em um período de tempo limitado. Uma grande onda, em contraste, seria, por exemplo, a função seno, que se mantém oscilando em todo o domínio real (Percival e Walden, 2000). Em outras palavras, as bases de ondaletas são compostas de funções transientes, sendo portanto bases transientes e por isso mais adequadas para analisar funções que também o sejam.

Uma função $\psi(t)$ com domínio **R** é uma ondaleta se satisfaz duas propriedades básicas:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(t)\, dt = 1 \tag{2.14}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\, dt = 0 \tag{2.15}$$

A Equação (2.14) indica que a função $\psi(t)$ tem um suporte efetivo limitado a um intervalo finito [-T, T], tendendo rapidamente a zero fora deste intervalo. Além disso, ela tem

valores diferentes de zero no intervalo. Pela Equação (2.15), os valores positivos são cancelados pelos negativos, como em uma onda. Esta propriedade é conhecida como condição de admissibilidade e é também representada por:

$$C_{\psi} = 2\pi \int_{0}^{\infty} |\hat{\psi}(f)|^2 \frac{df}{|f|} < \infty \tag{2.16}$$

Existem muitas funções com as propriedades requeridas para fazerem parte do grupo das ondaletas, mas nem todas formam uma base ortogonal e muitas são de difícil implantação. Algumas estão disponíveis em aplicativos comerciais, como o Matlab ©MathWorks e o S-PLUS ©MathSoft Inc, para aplicação imediata na análise de sinais e imagens. Há também aplicativos livres disponíveis na rede, como o Wavelab (www-stat.stanford.edu/~wavelab/), que é uma biblioteca de rotinas para serem usadas em ambiente Matlab.

Algumas propriedades das ondaletas, importantes no estudo de sua adequação às aplicações, são: regularidade, momentos nulos, localização temporal e localização frequencial.

A regularidade ou suavidade de uma função é dada pelo número de vezes que esta função é continuamente derivável.

O número de momentos nulos, M, que está relacionado com a suavidade da função, é calculado da seguinte forma (Daubechies, 1992):

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^m \, \psi(t)\, dt = 0 \qquad m = 0,1,...,M-1 \tag{2.17}$$

Uma ondaleta com M momentos nulos é ortogonal a polinômios de grau M-1 (Mallat, 1998). Portanto a análise feita com uma ondaleta com M momentos nulos ignora a parte regular (polinomial) da função analisada até o grau M-1.

A localização temporal e frequencial de uma ondaleta está relacionada com a largura do seu suporte respectivamente nos domínios tempo e freqüência e indica a habilidade de localizar singularidades nos respectivos domínios. Em geral ondaletas mais suaves são mais bem localizadas em freqüência. A função de Haar, por exemplo, que é muito bem localizada no domínio temporal, é uma função descontínua e sua localização frequencial é mal definida.

A base de ondaletas é gerada por meio de dilatações e translações de uma única ondaleta:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\ \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a,b \in R, \quad a > 0 \tag{2.18}$$

em que a é a escala e b a posição da ondaleta.

Associada a cada ondaleta existe uma função escala, $\phi(t)$, que satisfaz a propriedade básica:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\, dt = 1 \tag{2.19}$$

A função escala gera também uma base por meio de dilatações e translações:

$$\phi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\ \phi\left(\frac{t-b}{a}\right), \qquad a,b \in R, \quad a > 0 \tag{2.20}$$

O objetivo da função escala é obter coeficientes que representem a média ponderada do sinal nas escalas consideradas, enquanto com a função ondaleta se obtém as oscilações, também ponderadas, em torno desta média, nas mesmas escalas.

No anexo A são apresentadas algumas funções ondaletas mais usuais e respectivas funções escala.

A transformada de ondaletas (ou análise) é a aplicação que associa um sinal aos seus coeficientes de ondaletas dados por:

$$\tilde{X}(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi_{a,b}(t)dt \tag{2.21}$$

A transformada inversa (ou síntese) é calculada por:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{a,b}(t)\tilde{X}(a,b)\frac{da\, db}{a^2} \tag{2.22}$$

em que C_ψ é definida na Equação (2.16).

A transformada de ondaletas conserva a energia do sinal:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dx = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left|\tilde{X}(a,b)\right|^2 \frac{da\,db}{a^2} \tag{2.23}$$

A conservação de energia se dá tanto globalmente como localmente. A energia também pode ser calculada para cada escala:

$$\varepsilon(a) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \left|\tilde{X}(b,a)\right|^2 \frac{db}{a^2} \tag{2.24}$$

A energia do sinal, representada no plano tempo-escala (ou freqüência), pela Equação (2.24), dá origem ao espectro de ondaletas.

Ao se analisar dois sinais, pode-se obter o espectro cruzado de ondaletas e, no caso de se utilizar ondaletas complexas, como a de Morlet, o ângulo de fase também pode ser analisado. No entanto, tal análise não foi considerada neste trabalho, pois a versão do aplicativo utilizado (Matlab 5.3) não oferecia esta possibilidade.

A transformada contínua de ondaletas, Equação (2.21), analisa o sinal em tempo e escala. No entanto, resultados em mecânica dos fluidos são habitualmente apresentados em termos de freqüência. Deve-se então realizar a transformação dos valores do coeficiente a, correspondente às escalas utilizadas na transformada contínua, nos correspondentes valores de freqüência.

Considere-se a representação analítica da função de Morlet utilizada (Equação A-4) e sua freqüência associada, em radianos:

$$\psi^{morl}(t) = \exp\left(-t^2/2\right)\cos(5t) \tag{2.25}$$

$$f_\psi = \frac{d}{dt}(5t) = 5 \tag{2.26}$$

Quando se realizam as dilatações e translações para formar a base:

$$\psi_{a,b}^{morl}(t) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{t-b}{a}\right)^2\right)\cos\left(5\frac{t-b}{a}\right) \tag{2.27}$$

a freqüência associada torna-se:

$$f_\psi = \frac{d}{dt}\left(5\frac{t-b}{a}\right) = \frac{5}{a} \tag{2.28}$$

Considerando f_s a freqüência de aquisição do sinal, a cada escala a corresponderá uma freqüência, em Hz, de:

$$f_a = f_\psi \cdot f_s = \frac{5}{2\pi}\frac{f_s}{a} \tag{2.29}$$

Como as ondaletas não são funções periódicas exatas, uma outra maneira de calcular as freqüências correspondentes às escalas é uma aproximação periódica por meio da transformada de Fourier. A freqüência do módulo máximo da transformada de Fourier é considerada a pseudofreqüência F_ψ da ondaleta (Abry,1997) e a freqüência correspondente a cada escala a é calculada por:

$$f_a = F_\psi \frac{f_s}{a} \tag{2.30}$$

A Equação (2.30) acima é válida para qualquer ondaleta, sendo útil sobretudo quando a função não tem expressão analítica e portanto a F_ψ não pode ser determinada analiticamente. A pseudofreqüência calculada para a ondaleta de Morlet é 0,8125, para a ondaleta de Mayer é 0,6902 e para Db20 é 0,6667.

As bases geradas conforme as Equações (2.18) e (2.20) são contínuas, com os coeficientes a e b variando continuamente. Isto significa que, mesmo se estiver sendo analisado um sinal discreto, a análise será feita em todas as possíveis escalas e em cada ponto do domínio. Estas bases não são ortogonais, pois a informação é repetida em mais de um coeficiente e, portanto, geram uma quantidade muito grande de dados redundantes.

Em outras palavras, a representação redundante usa uma quantidade muito maior de valores de escala e posição do que a representação ortogonal e, portanto tem um número muito

maior de coeficientes. A relação de redundância é dada pela razão entre o número de coeficientes da transformada (ou o número de elementos da base) e o número de dimensões do espaço da transformada (Daubechies, 1992). Para uma série temporal o número de dimensões é o número de pontos da série. Uma transformada ortogonal deve, portanto, ter o mesmo número de coeficientes da série original.

2.3.2. A transformada discreta de ondaletas

Bases discretas podem ser obtidas mediante a escolha de valores discretos para as escalas e posições. A escolha usual é a discretização diádica, ou seja, em potências de dois. Substituindo, nas Equações (2.18) e (2.20), a por 2^j e b por $k2^j$, com $(j, k) \in Z^2$, tem-se:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi\left(2^{-j}t - k\right) \tag{2.31}$$

e

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \phi\left(2^{-j}t - k\right) \tag{2.32}$$

em que j e k são respectivamente os coeficientes de dilatação e de translação.

Alguns autores substituem a por 2^{-j} e b por $k2^{-j}$, daí podendo resultar alguma confusão entre as diversas fontes na apresentação das equações da transformada e na indexação de seus coeficientes. Neste trabalho a discretização adotada é a mesma utilizada pelo aplicativo Matlab, com $j \geq 0$ e $k > 0$.

Quando (j, k)=(0,0), a ondaleta $\psi_{0,0}$ e a função escala $\phi_{0,0}$ são as próprias funções geradoras da base, freqüentemente denominadas de ondaleta mãe e ondaleta pai, enquanto as funções derivadas das mesmas são chamadas ondaletas filhas.

A transformada discreta de ondaletas é a aplicação que associa um sinal aos seus coeficientes de ondaletas a partir de uma base discreta. Uma série temporal e sua transformada discreta de ondaletas são na realidade duas representações matemáticas diferentes de um mesmo fenômeno físico.

Quando a base discreta de ondaletas é ortonormal, a representação do sinal no espaço de ondaletas pode ser entendida pela análise de resolução múltipla (ARM ou MRA), formulada em 1986 por Mallat e Meyer (Mallat, 1989). O termo resolução múltipla ou multiresolução é

emprestado da teoria de processamento de imagens: partindo-se de uma imagem de baixa resolução, aumenta-se seletivamente a resolução quando necessário.

Uma análise de resolução múltipla consiste de uma seqüência de espaços fechados $V_j \subset L^2(R)$, representando os sucessivos níveis de resolução, e uma função escala, ϕ, satisfazendo as seguintes condições:

$$V_{j+1} \subset V_j \subset V_{j-1} \tag{2.33}$$

$$\overline{\bigcup_{j \in Z}} V_j = L^2(R) \tag{2.34}$$

$$\bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\} \tag{2.35}$$

$$x(t) \in V_j \Leftrightarrow x(2t) \in V_{j-1} \tag{2.36}$$

$$x(t) \in V_j \Rightarrow x(t-k) \in V_j \tag{2.37}$$

$$\phi_{j,k}(t),\ k \in Z \text{ constitui uma base ortonormal para } V_j \tag{2.38}$$

O principal resultado da análise por ondaletas é de se poder trabalhar com os espaços complementares ortogonais W_j, definidos por:

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j \tag{2.39}$$

em que o espaço W_j é gerado por $\psi_{j,k}(t)$.

O espaço das funções de energia finita, ou quadrado integrável, $L^2(R)$, pode então ser formado por:

$$L^2(R) = \bigoplus_{j \in Z} W_j \tag{2.40}$$

e, para $j < J$, qualquer subespaço V_j pode ser considerado com a soma direta:

$$V_j = V_J \oplus \bigoplus_{m=0}^{J-j-1} W_{J-m} \tag{2.41}$$

Qualquer função $x(t) \in L^2(R)$ pode ser representada por:

$$x(t) = \sum_k c_{J,k}\, \phi_{J,k}(t) + \sum_{j \le J} \sum_k d_{j,k}\, \psi_{j,k}(t) \tag{2.42}$$

em que os coeficientes de ondaletas são obtidos a partir do produto interno da série temporal x(t) pelas funções $\psi_{j,k}(t)$ e $\phi_{j,k}(t)$:

$$d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, \psi_{j,k}(t)\, dt \tag{2.43}$$

$$c_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, \phi_{j,k}(t)\, dt \tag{2.44}$$

A função original pode ser parcialmente reconstruída para cada nível j, associado à escala 2^j e contendo os detalhes do sinal nesta escala:

$$D_j(t) = \sum_{k \in Z} d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \tag{2.45}$$

A identidade de Parseval para a transformada de ondaletas, é dada por:

$$\sum_t |x(t)|^2 = \sum_{j \in Z} \sum_{k \in Z} |d_{j,k}|^2 \tag{2.46}$$

indicando que a transformada discreta de ondaletas decompõe a energia da série temporal nas respectivas escalas. O somatório interno acima pode ser visto como a parcela de energia devido a flutuações na escala 2^{j-1}. Esta energia, assim como na transformada de Fourier, não tem necessariamente significado físico para todos os sinais.

O número de pontos da série temporal que está sendo transformada limita o número de níveis de transformação que podem ser calculados, de forma similar ao que acontece com a transformada de Fourier de uma série finita. No entanto, na transformada de Fourier são as freqüências maiores que não são calculadas, freqüências estas geralmente já filtradas no processo

de aquisição do sinal, para evitar o efeito de dobramento. Na transformada de ondaletas, no entanto, são os níveis correspondentes às menores freqüências que não podem ser calculados para as séries finitas, incluindo a média do sinal que, no caso de fenômenos transientes, é importante. Estas informações não podem ser simplesmente descartadas. Na prática, a transformada de ondaletas de um sinal com 2^N elementos é calculada até um nível conveniente J<N e as informações remanescentes, correspondendo aos valores médios na escala 2^J, são dados por:

$$C_J(t) = \sum_{k \in Z} c_{J,k} \phi_{J,k}(t) \tag{2.47}$$

A aproximação $C_J(t)$ tende à média μ_x para J suficientemente grande. Para valores de J pequenos, a aproximação será a média acrescida das flutuações das maiores escalas. Para sinais transientes, a aproximação $C_J(t)$ será, para um valor de J adequado a cada caso, a média transiente $\mu_x(t)$, aproximada por intervalos de escala 2^J.

A escolha de J<N determina a freqüência abaixo da qual não há mais interesse na análise. Isto representa economia de tempo e espaço de memória. Para esta transformação, denominada transformada parcial discreta de ondaletas, o tamanho do sinal temporal deverá apenas ser múltiplo inteiro de 2^J, ao passo que a transformada total requer uma série temporal com 2^N pontos, em que j=N é o último nível de decomposição.

As Figuras 2.2-a e -b ilustram a decomposição de um sinal x(t) usando as funções de Haar. Primeiramente, por meio da função escala, é feita a aproximação de cada dois pontos, obtendo-se a série C_1. Os detalhes, ou seja, as variações em torno da média, são armazenados na série D_1. Na próxima etapa é feita a aproximação de cada dois valores da série C_1, obtendo-se a série C_2, sendo os detalhes armazenados na série D_2. Como a série original tem $3 \cdot 2^2$ pontos, a decomposição pode ser feita até J=2. A série x(t) pode ser escrita como C_1+D_1 ou como $C_2+D_1+D_2$.

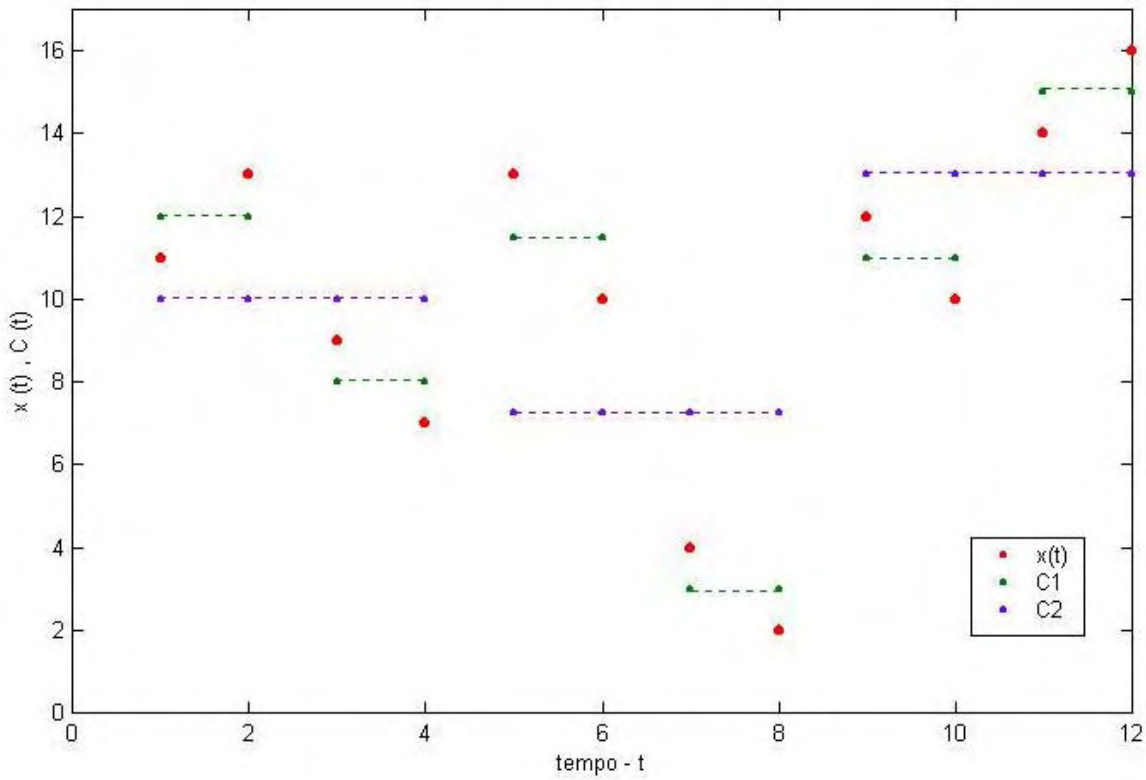


Fig. 2.2-a: Decomposição da série x(t): Aproximações C_1 e C_2.

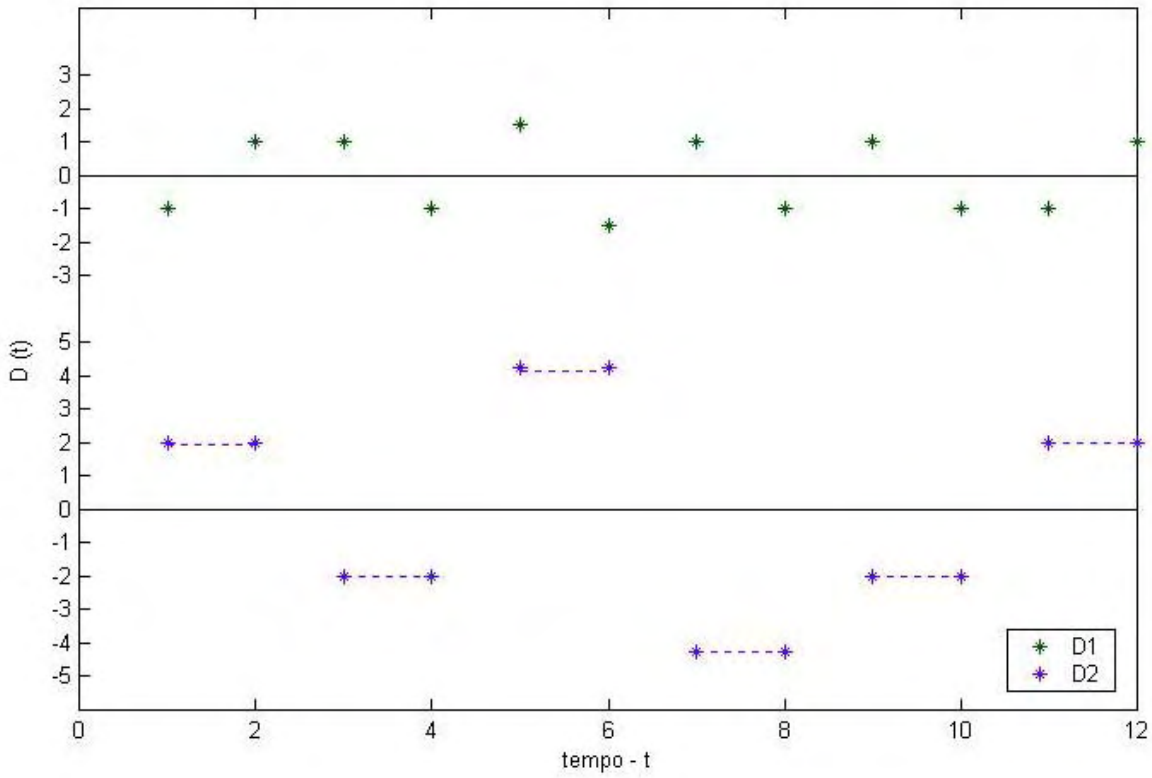


Fig. 2.2-b: Decomposição da série x(t): detalhes D_1 e D_2.

O cálculo dos vetores de coeficientes $d_j = \{d_{j,k}, 1 \le k \le 2^{N-j}\}$ e $c_j = \{c_{j,k}, 1 \le k \le 2^{N-j}\}$ para cada nível j da transformada discreta de ondaletas é feito por meio do algoritmo piramidal, desenvolvido por S. Mallat (1989). Este algoritmo permite o cálculo dos coeficientes por meio de um número de multiplicações da ordem de 2^N, sendo este o comprimento da amostra, enquanto o cálculo a partir das Equações (2.43) e (2.44) requer um número de multiplicações da ordem de 2^{2N}.

O algoritmo piramidal é baseado nos filtros simétricos de quadratura ("*quadrature mirror filters*"), descritos sucintamente no anexo B.

Um resultado importante em análise de Fourier é o efeito da transformada sobre o produto de uma convolução (Körner, 1988). Tomando-se, por exemplo, a Equação (2.44), em que os coeficientes de aproximação são calculados por meio de uma convolução entre o sinal e a função escala, obtém-se, fazendo a transformada de Fourier:

$$\hat{c}(f) = \hat{x}(f) \times \hat{\phi}(f) \tag{2.48}$$

Portanto, se as funções da base de ondaletas possuem suporte compacto no domínio das freqüências, elas vão atuar exatamente como filtros no espaço real, mantendo apenas a parte do sinal correspondente ao seu intervalo de freqüência. Por isso, as bases do algoritmo piramidal são chamadas de filtros.

O primeiro estágio do algoritmo piramidal para o cálculo da transformada discreta de ondaletas consiste em transformar a série temporal x(t) de comprimento 2^N em $2^N/2$ coeficientes de ondaletas e $2^N/2$ coeficientes escala de primeiro nível (vetores d_1 e c_1). Há N - 1 estágios subseqüentes do algoritmo. O estágio genérico j transforma o vetor c_{j-1} de comprimento $2^N/2^{j-1}$ nos vetores d_j e c_j, ambos de comprimento $2^N/2^j$. Portanto, no estágio j, o vetor c_{j-1} é tratado exatamente da mesma maneira que x(t) no primeiro estágio: seus elementos são filtrados separadamente pelos filtros ondaleta e escala (Percival e Walden, 2000). Na Figura 2.3-a o comportamento da transformada de ondaletas é ilustrado por meio de uma árvore binária ou de ondaletas. A função original pode ser reconstruída somando-se a última aproximação e todos os detalhes, que contém a informação perdida entre duas aproximações sucessivas:

$$x(t) = C_3 + D_3 + D_2 + D_1 \tag{2.49}$$

em que os termos C_3, D_3, D_2 e D_1 são calculados a partir dos coeficientes da transformada

conforme as Equações (2.45) e (2.47).

Uma característica importante da transformada discreta de ondaletas, com suas escalas diádicas, é que os coeficientes de ondaletas de nível j podem ser associados a freqüências no intervalo $[1/2^{j+1} , 1/2^{j}]$ enquanto que os coeficientes escala no mesmo nível estão associados com as freqüências $[0 , 1/2^{j+1}]$.

Estes níveis de resolução ou escalas são, no entanto, diádicas, ou seja, a escala seguinte sempre é o dobro da anterior. Com isso, os intervalos de freqüência também são diádicos e o intervalo seguinte sempre tem a metade da largura do anterior. Para fazer a análise com intervalos de freqüência de igual largura, usa-se a transformada discreta de pacotes de ondaletas

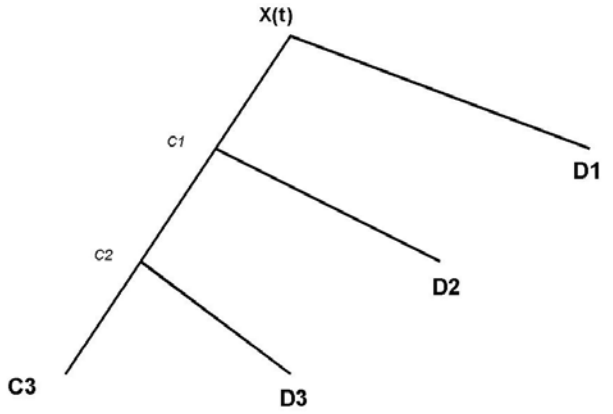
2.3.3. A transformada discreta de pacotes de ondaletas

A transformada discreta de pacotes de ondaletas é uma generalização da transformada de ondaletas que permite uma análise mais detalhada do sinal.

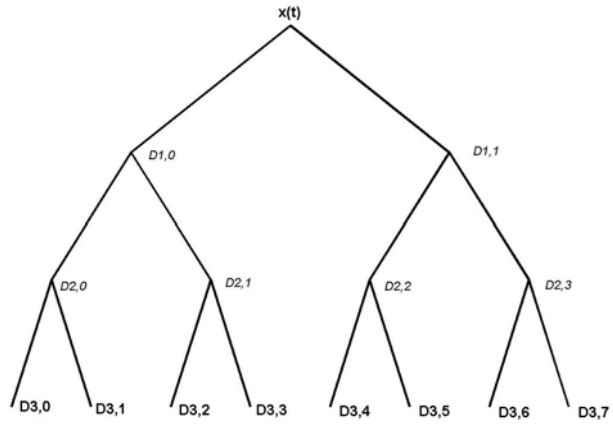
Na transformada de ondaletas, um passo genérico do algoritmo piramidal divide os coeficientes de aproximação em duas partes, obtendo um novo vetor de coeficientes de aproximação numa escala que é o dobro da anterior e um vetor detalhes, que são as informações perdidas entre as duas aproximações sucessivas, também numa escala igual ao dobro da anterior. O passo seguinte consiste em dividir o novo vetor de coeficientes de aproximação, os detalhes sucessivos não são nunca redivididos. Na transformada de pacotes de ondaletas o algoritmo piramidal é modificado de maneira que os detalhes de cada passo genérico são novamente analisados, resultando dois novos vetores, cada um com o dobro da escala do vetor original.

A Figura 2.3-b ilustra o comportamento do algoritmo piramidal para a transformada discreta de pacotes de ondaletas. Enquanto na transformada de ondaletas os detalhes d_j não são mais analisados, na transformada de pacotes de ondaletas, ao contrário, todos os vetores dos coeficientes detalhes de todos os níveis são também divididos em dois subconjuntos, cada um com metade do intervalo de freqüência do conjunto original. A cada nível j correspondem $m = 2^j$ vetores de coeficientes $\left\{\widetilde{X}(j,m,k),\quad k = 1...2^{N-j}\right\}$ que irão gerar as reconstruções ou sínteses parciais $D_{j,m}$, $m = 0...2^j\text{-}1$, em que cada vetor $D_{j,m}$ corresponde às freqüências no intervalo $[m2^N/2^{j+1}, (m+1)2^N/2^{j+1}]$. A transformada de pacotes de ondaletas permite, portanto, a análise do sinal por meio dos parâmetros tempo, escala e freqüência, esta última indicada pelo índice de

modulação m.



(a)



(b)

Fig. 2.3: Árvores de ondaletas de nível J=3 para as transformadas de (a) ondaletas e (b) pacotes de ondaletas.

Muitas transformações ortogonais podem ser obtidas a partir da árvore de pacotes de ondaletas tomando-se uma árvore admissível conveniente. Uma árvore admissível é aquela que tem, a cada nó, zero ou dois ramos. A Figura 2.4 ilustra uma árvore admissível de pacotes de ondaletas. Tais transformações são chamadas decomposições diádicas disjuntas e são muito convenientes quando se quer analisar mais detidamente apenas uma faixa do intervalo total de freqüência do sinal. Valendo-se novamente da analogia com o processamento de imagens, isto equivale a aumentar a resolução apenas nas partes da imagem que possuem mais detalhes, mantendo baixa resolução nas regiões monótonas.

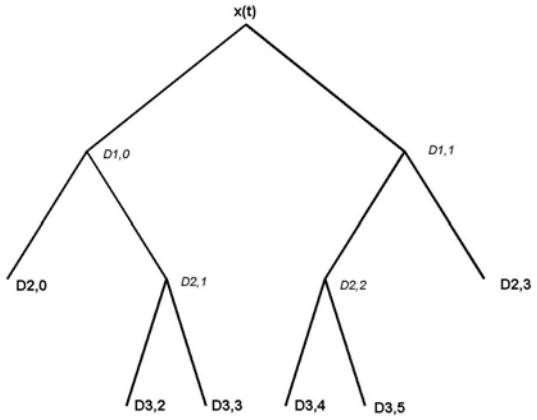


Fig. 2.4: Árvore de pacotes de ondaletas em que apenas os intervalos de freqüências intermediários foram analisados até o nível 3.

As bases da transformada de pacotes de ondaletas são obtidas por meio de combinações lineares das funções ondaleta e escala e foram originalmente construídas por R. Coifman e Y. Meyer (Ogden, 1997).

Uma base da transformada de pacotes de ondaletas possui três índices:

$$\psi_{j,m,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} W_m\left(2^{-j}t - k\right) \qquad j, m, k \in Z \tag{2.50}$$

em que o índice extra m é chamado de parâmetro de modulação ou de oscilação e W_m são as funções pacotes de ondaletas.

As duas primeiras funções pacotes de ondaletas, para m=0 e m=1, são as funções originais ou ondaletas pai e mãe:

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \phi_{0,0}(t) = W_0(t) \\ \psi(t) &= \psi_{0,0}(t) = W_1(t) \end{aligned} \tag{2.51}$$

Para m>1 as funções são obtidas pelas relações:

$$W_{2m}(t) = \sum_k h(k)\, W_m(2t-k)$$

$$W_{2m+1}(t) = \sum_k \ell(k)\, W_m(2t-k) \qquad (2.52)$$

em que h(k) e $\ell(k)$ são os filtros de quadratura simétrica descritos no anexo B - Filtros.

Uma vez que todas as funções W_m são suportadas pelo mesmo intervalo da função original (ondaleta pai e mãe), W_m oscila aproximadamente m vezes e m pode ser interpretado como um parâmetro de freqüência.

As Figuras 2.5 e 2.6 mostram as primeiras oito funções de pacotes de ondaletas obtidas das funções originais de Haar e Db2.

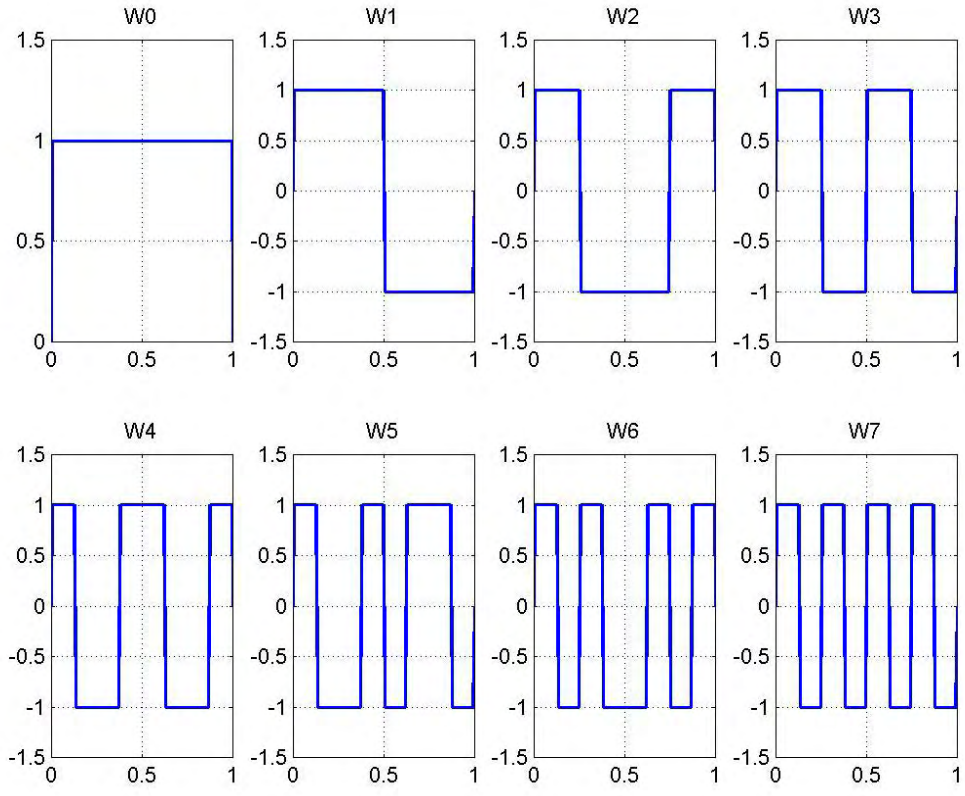


Fig. 2.5: Funções pacotes de ondaletas de Haar ou Db 1.

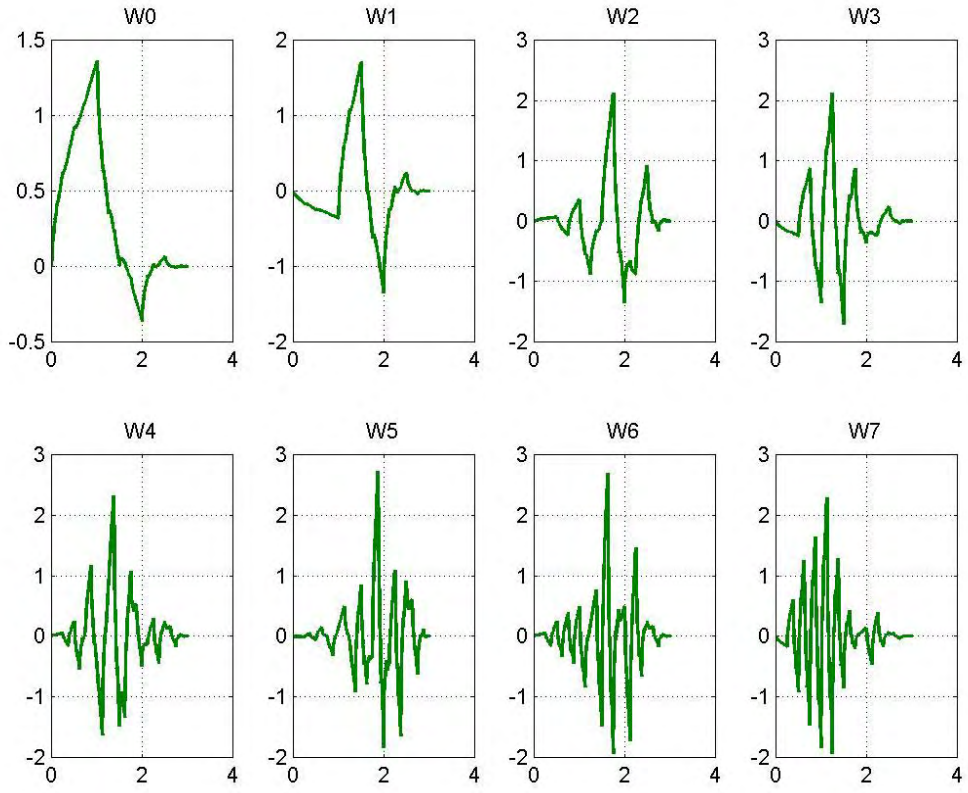


Fig. 2.6: Funções pacotes de ondaletas Db 2.

A transformada de pacotes de ondaletas é a aplicação que associa um sinal x(t) aos seus coeficientes de pacotes de ondaletas, calculados por:

$$\widetilde{X}(j,m,k) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\psi_{j,m,k}(t)\,dt \tag{2.53}$$

e sua transformada inversa é:

$$x(t) = \sum_{j}\sum_{m}\sum_{k} \widetilde{X}(j,m,k)\psi_{j,m,k}(t) \tag{2.54}$$

A conservação da energia é representada por:

$$\sum |x(t)|^2 = \sum_{j}\sum_{m}\sum_{k} \left|\widetilde{X}(j,m,k)\right|^2 \tag{2.55}$$

Nas Equações (2.54) e (2.55) acima o índice j será um valor fixo igual ao nível de

decomposição da transformada de pacotes de ondaletas que está sendo utilizado. Quando se tratar de uma transformação disjunta, então j assumirá os valores dos níveis que estão sendo utilizados. Os demais índices variam em função de j: $0 \le m \le 2^j-1$ e $1 \le k \le 2^{N-j}$.

A função original x(t) pode também ser reconstruída para qualquer intervalo de freqüência desejado, escolhendo-se j tal que o intervalo de freqüência corresponda a $[m2^N/2^{j+1}\ ,\ (m+1)2^N/2^{j+1}]$:

$$D_{j,m}(t) = \sum_k \tilde{X}(j,m,k)\Psi_{j,m,k}(t) \tag{2.56}$$

O sinal original será a soma de todas as reconstruções $D_{j,m}$ para um valor j escolhido ou, para uma transformação disjunta, a soma de todas as reconstruções correspondentes à árvore admissível. Assim, na Figura 2.3-b:

$$x(t) = \sum_{m=0}^{7} D_{3,m} \tag{2.57}$$

e, na Figura 2.4:

$$x(t) = D_{2,0} + D_{3,2} + D_{3,3} + D_{3,4} + D_{3,5} + D_{2,3} \tag{2.58}$$

Do exposto neste capítulo, conclui-se que não existe apenas uma transformada de ondaletas, mas uma variedade de opções: contínua, discreta e a transformada de pacotes com as inúmeras possibilidades das árvores admissíveis. Além disso, há várias alternativas para a escolha das funções geradoras das bases. Algumas destas escolhas já são consagradas na literatura, outras ainda foram pouco utilizadas ou não se mostraram adequadas. No próximo capítulo, algumas possibilidades são exploradas da maneira já consagrada, ou em novas formas de aplicação.

3. SEÇÃO DE TESTES E INSTRUMENTAÇÃO

A seção de testes é construída em acrílico transparente, Figuras 3.1 e 3.2, formando um canal retangular de 1370 mm de comprimento, 146 mm de altura e 193 mm de largura. O ar é impulsionado através desse canal por um ventilador centrífugo acoplado diretamente a um motor trifásico de 1 HP (745,7 W). Para alguns ensaios foi utilizado um inversor de freqüência WEG tipo CFW08 para controlar a velocidade do ventilador. Entre o canal e o ventilador há uma conexão difusora flexível. Após passar por uma série de colméias e de telas de malha fina, o escoamento atinge a seção de testes com 1% de intensidade de turbulência.

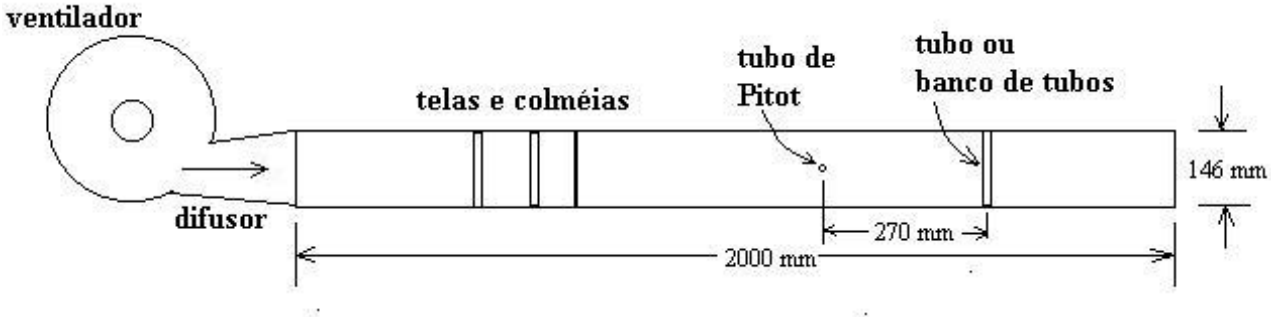


Fig. 3.1: Representação esquemática do túnel de vento com a seção de testes (sem escala).

Na seção de testes foram realizados três tipos de experimentos: medições na esteira de um cilindro, em canal livre e em um banco de tubos. As aquisições em regime transiente foram obtidas a partir do repouso até o ventilador atingir o regime permanente, seguidas de um trecho em regime permanente e, em um dos ensaios, seguida também do transiente de parada.

As velocidades na seção de ensaios foram obtidas com um anemômetro de fio quente (AFQ) à temperatura constante Dantec Stream Line, com dois canais. Adicionalmente, para obter-se simultaneamente mais uma medição de velocidade, também se utilizou um anemômetro Dantec 55M01, com um canal. A medição de pressão na parede do tubo único ou de um tubo do banco montado na seção de testes foi realizada com um transdutor de pressão piezoresistivo marca ENDEVCO montado conforme Figura 3.3. A localização da tomada de pressão na parede do tubo, em ambos os casos, foi a 135^{o} em relação ao ponto de incidência do escoamento.

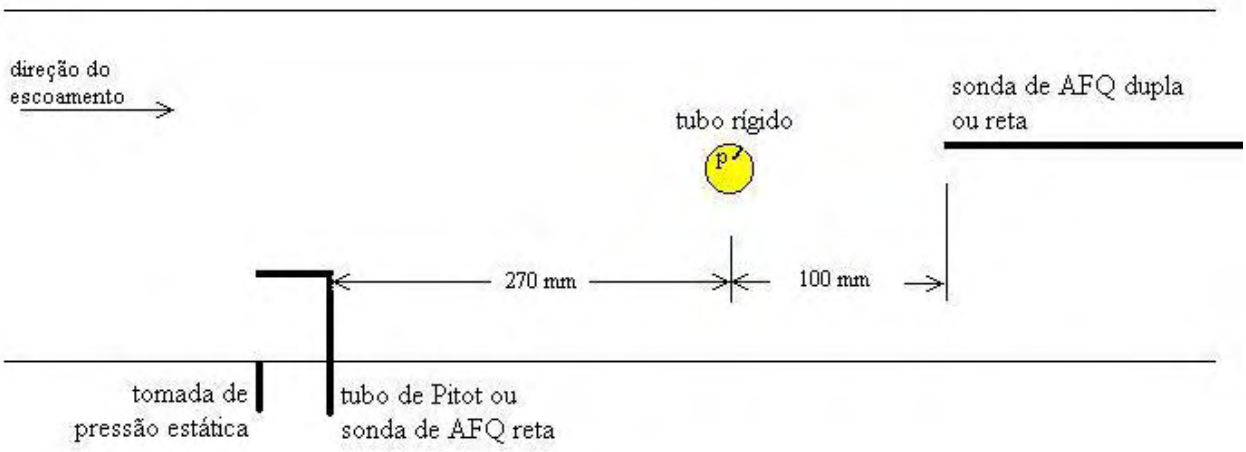


Fig. 3.2: Planta baixa da seção de testes, com indicação da posição do tubo e das sondas. A posição da sonda de pressão no interior do tubo é indicada por "p".

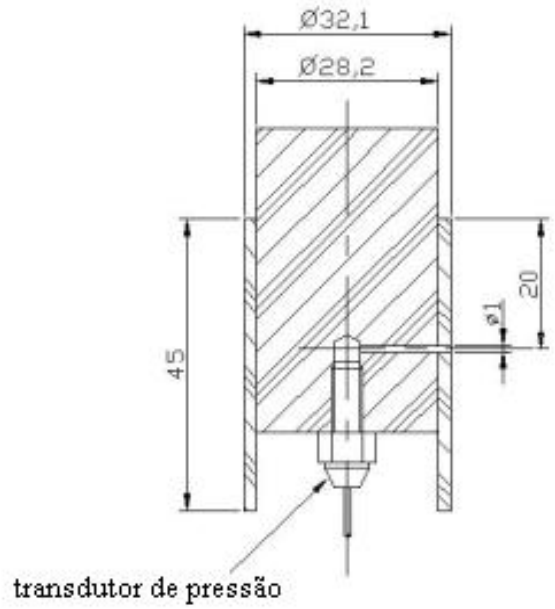


Fig. 3.3: Montagem do transdutor de pressão no interior do tubo.

Para o primeiro tipo de experimento, na esteira do cilindro, um tubo de 32,1 mm de diâmetro foi rigidamente montado na posição indicada nas Figuras 3.1 e 3.2. Sondas de AFQ foram montadas nas posições mostradas nas Figuras 3.1 e 3.2: a jusante do tubo, a 100 mm de distância, na extensão de uma linha tangente ao mesmo e paralela ao escoamento, fixada por um suporte móvel, introduzido a partir da saída do túnel e a montante do tubo a 270 mm de distância

do mesmo, na mesma posição do tubo de Pitot. Foram realizados quatro ensaios deste tipo:

a) Foi usada uma sonda dupla, com um fio perpendicular ao escoamento e outro formando um ângulo de 45^{o} com o mesmo. A velocidade de referência do ensaio foi obtida, para o regime permanente, por meio do tubo de Pitot e da tomada de pressão estática de parede, posicionados a montante da seção de testes. O valor da diferença de pressão foi obtido por meio de um transdutor ARA-200 Hartman & Braun. A aquisição foi feita em regime transiente seguido de um trecho permanente, com freqüência de aquisição de 25 kHz e filtro passa baixa de 10 kHz.

b) Foi usada uma sonda dupla em X a jusante do tubo e uma sonda reta a montante, para a velocidade de referência, além do transdutor de pressão na parede do tubo. As aquisições foram feitas a 8 kHz, com filtro a 3 Khz. Neste caso foram utilizados os dois anemômetros, com limitações na amplificação do sinal adquirido com o anemômetro 55M01.

c) Foram utilizadas duas sondas retas montadas nas posições a jusante e a montante indicadas nas Figuras 3.1 e 3.2. Também foi utilizado o inversor de freqüência para ajustar o intervalo de tempo de partida e parada do ventilador. As aquisições foram feitas com uma freqüência de 800 Hz, com filtro ajustado a 300 Hz. O ensaio consistiu na obtenção dos transientes de partida e parada em uma única aquisição.

d) Com a mesma configuração do ensaio anterior, foram feitas várias aquisições em regime permanente, com velocidades do escoamento variando de 0,8 m/s até a velocidade nominal, utilizando-se o inversor para ajustar a freqüência da fonte de energia do ventilador.

No segundo tipo de experimento, o tubo promotor de vórtices foi retirado e a aquisição de dados foi feita no canal livre, com o objetivo de obter um parâmetro de comparação para os resultados da esteira de vórtices. A freqüência de aquisição foi de 25 kHz, com filtro a 10 kHz.

O último experimento foi realizado com o banco de tubos de arranjo quadrangular, mostrado na Figura 3.4, montado na mesma região do túnel de vento em que foram feitos os experimentos anteriores. O arranjo é constituído por cinco filas de tubos em um total de 25 tubos, sendo a razão de espaçamento dada por P/D = 1,26, em que P é a distância entre os centros das seções transversais dos tubos e D seu diâmetro igual a 32,1 mm. Esta configuração já foi estudada mais detalhadamente por Endres e Möller, 2000. Foram utilizadas duas sondas simples perpendiculares ao escoamento. A posição das sondas está indicada como s1 e s2 na Figura 3.4. O suporte em L da sonda s1 foi fixado na parede superior do túnel, enquanto a sonda s2, fixada a um suporte reto, foi introduzida a partir da saída do túnel. O transdutor de pressão foi montado no interior do tubo na posição indicada na figura.

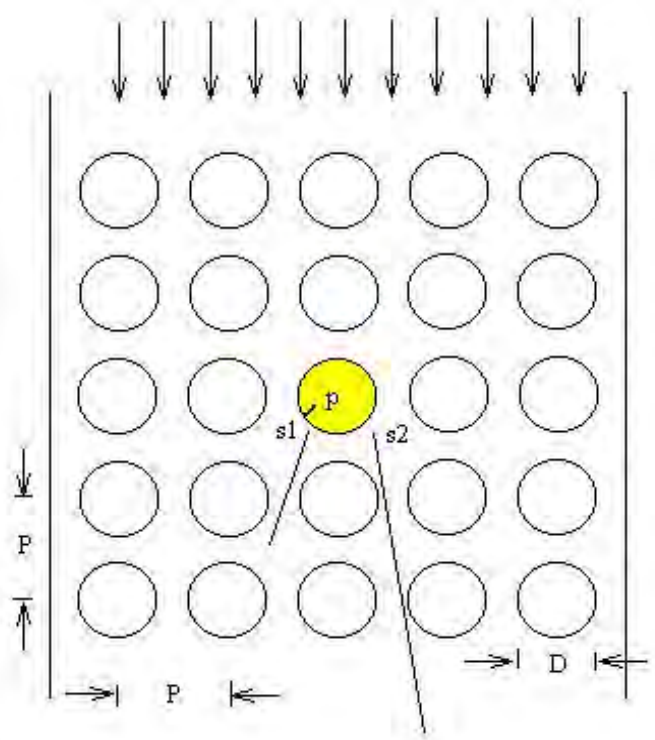


Fig. 3.4: Planta baixa do túnel de vento com o banco de tubos de arranjo quadrangular, P/D=1,26, D=32,1 mm. A posição das sondas de fio quente é indicada por s1 e s2 e a sonda de pressão é indicada por p.

Todas as aquisições de dados foram feitas utilizando-se um computador pessoal, equipado com uma placa conversora analógico-digital Keithley DAS-58 com 12 bits e SSH. O cálculo das séries temporais de velocidade foi feito, a partir das tensões adquiridas, pelo próprio aplicativo do anemômetro (*StreamWare*) ou por rotina criada em ambiente Matlab 5.3.

Toda a análise feita nesse trabalho, em que foram utilizadas diversas ferramentas matemáticas, principalmente as transformadas de ondaletas e de Fourier, foi realizada com o auxílio do pacote de rotinas Matlab 5.3 com o Wavelet Toolbox 1 ©MathWorks Inc. Todas as figuras com resultados também foram realizadas dentro do ambiente Matlab.

4. RESULTADOS

4.1. Parâmetros de aquisição

As séries foram adquiridas com o comprimento necessário para que cada uma pudesse ser dividida em duas partes de igual tamanho, uma contendo a parte transiente, com um pequeno trecho do regime permanente e a outra com apenas a parte permanente do sinal.

As freqüências de aquisição foram de 25 kHz e 8 kHz. Foram utilizados filtros passa baixa de 10 kHz e 3 kHz respectivamente para prevenir o dobramento das freqüências superiores à freqüência de Nyquist (Bendat e Piersol, 1971).

Freqüências de aquisição mais altas correspondem a melhor definição nas menores escalas ou maiores freqüências, especialmente na transformada contínua. No entanto, torna-se necessário decompor o sinal até níveis mais altos para obter a mesma largura dos intervalos de freqüência nas transformadas discretas. A largura dos intervalos de freqüência é dada, para cada nível j da transformada de ondaletas ou para cada um dos 2^j intervalos do nível j da transformada de pacotes de ondaletas, por:

$$B_w = \frac{f_s}{2^{j+1}} \tag{4.1}$$

em que f_s é a freqüência de aquisição da série.

A Figura 4.1 apresenta no domínio tempo os sinais correspondentes à velocidade U_x, paralela ao eixo do túnel, adquiridos com a sonda dupla, com freqüência de aquisição de 25 kHz, na seção de testes sem o cilindro montado e também na esteira de vórtices, 100 mm a jusante do tubo perpendicular ao escoamento, conforme descrito na seção 3. O número de Reynolds no regime permanente, calculado para o diâmetro do tubo, foi de $2{,}7 \cdot 10^4$.

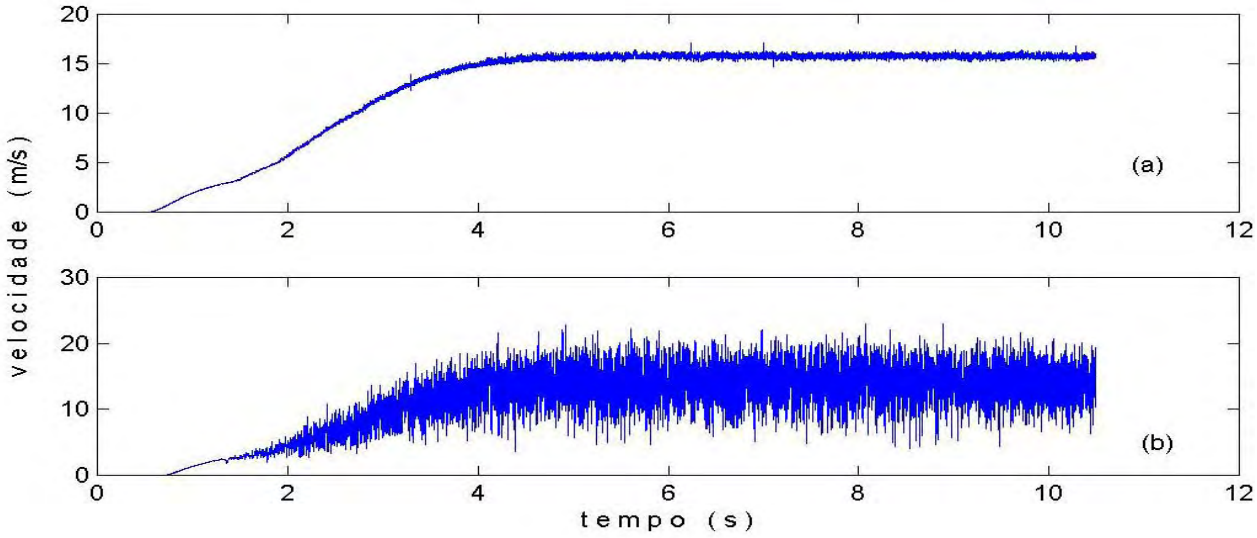


Fig. 4.1: Velocidade U_x adquirida em regime transiente: (a) na seção de testes sem o tubo e (b) na esteira de vórtices, a jusante do tubo.

4.2. A escolha da ondaleta

A decisão sobre o tipo de transformada ou o tipo de ondaleta a ser utilizado em um determinado problema não é tarefa simples, pois há muitas opções, mesmo limitando-se a escolha, como no caso deste trabalho, às opções oferecidas pelo aplicativo Matlab versão 5.3. Pode-se usar transformadas não ortogonais ou ortogonais, contínuas ou discretas. Pode-se decompor o sinal de 2^N pontos em até N níveis ou interromper esta decomposição em J<N. Pode-se usar uma transformada simples, em que cada intervalo de freqüência tem metade da largura do anterior, ou usar uma transformada de pacotes, em que os intervalos de freqüência de um mesmo nível têm todos a mesma largura. Para cada uma destas transformadas há várias escolhas de ondaletas. Por exemplo, com a ondaleta chapéu mexicano só é possível fazer transformadas contínuas. Já para obter-se o espectro de energia de um sinal usando ondaletas é necessário escolher uma ondaleta com vários momentos nulos (Perrier et al., 1995).

Ao longo deste trabalho são utilizadas as transformadas contínuas e discretas. Para as primeiras se escolheu a função ondaleta de Morlet, por apresentar bons resultados nos artigos

consultados, como em Lau e Weng, 1995, Abreu Sá et al., 1998, Torrence e Webster, 1999, Alam et al., 2003 e Buresti et al., 2004.

Também foram utilizadas transformadas discretas de ondaletas e de pacotes de ondaletas. Após estudos preliminares explorando as funções ondaletas oferecidas pelo aplicativo Matlab optou-se por fazer uma comparação mais sistemática utilizando-se as seguintes funções:

-função de Haar, por ser a mais antiga;
-função de Meyer, por ser a primeira ondaleta ortogonal contemporânea;
-função de Daubechies, com 5 momentos nulos (DB5);
-função de Daubechies, com 20 momentos nulos (DB20).

As funções acima, com exceção da função de Haar, apresentam, em maior ou menor grau, semelhança geométrica com os sinais da turbulência. As funções criadas por Ingrid Daubechies apresentam de 1 a M momentos nulos. No aplicativo Matlab o valor máximo é M=45. O número de momentos nulos faz com que seja ignorada na análise a parte regular do sinal representada por um polinômio de grau M-1, permitindo que a representação da flutuação aleatória fique mais definida. No entanto, muitos momentos nulos implicam em um processamento muito mais lento sem vantagens significativas na análise, pois os coeficientes de maior grau da aproximação polinomial são muitos pequenos. Considerando que a função de Haar é idêntica à função de Daubechies com um momento nulo (Db1), optou-se por escolher as funções com um valor intermediário e um valor alto de momentos nulos (5 e 20) para o estudo comparativo.

A habilidade destas funções como filtros foi comparada, não pelo espectro da própria função, como sugerido em Percival e Walden, 2000, mas pelos espectros das reconstruções, por intervalos de freqüência, de um sinal estacionário. Para tal, utilizou-se a parte estacionária do sinal da Figura 4.1-b. Foi aplicada a transformada de pacotes de ondaletas com J=11, Equação (2.53) ao sinal, que foi então reconstruído por intervalos de freqüência, Equação (2.56), para o mesmo nível J, para cada função ondaleta utilizada. Então os espectros de Fourier dos três primeiros intervalos de freqüência (de 0 a 6,1 Hz, de 6,1 a 12,2 Hz e de 12,2 a 18,3 Hz), foram calculados e comparados para cada função. O resultado pode ser visto nas Figuras 4.2-a a 4.2-d. Nas Figuras 4.3-a a 4.3-d estão apresentadas as reconstruções do primeiro intervalo de freqüência para cada função escolhida.

Observa-se que, como a função de Haar não é muito bem definida em freqüência, o que

significa que não tem suporte compacto no espaço de Fourier, embora o tenha no espaço físico (Meneveau, 1991), a decomposição e reconstrução do sinal apresentam o mesmo problema, com o espectro decaindo muito lentamente. Os intervalos de menor freqüência do sinal, obtidos usando a função de Meyer, apresentam melhor definição em freqüência do que com a função de Haar, no entanto o menor intervalo (aproximação) é contaminado com diversas freqüências maiores, como pode ser visto também na reconstrução, Figura 4.3-b. Como no desenvolvimento do trabalho foi necessário o uso da aproximação do sinal, a função de Meyer foi descartada.

Estes problemas não aparecem para as ondaletas de Daubechies selecionadas, pois embora o espectro das reconstruções para a Db5 apresente alguns picos nas maiores freqüências, as amplitudes são muito baixas.

O espectro das reconstruções do sinal por intervalos de freqüência usando Db20 foi o que apresentou melhor definição dos intervalos e por isto foi escolhida como a função ondaleta padrão para transformadas discretas neste trabalho. Isto não impediu que em vários momentos o seu desempenho fosse questionado e comparado com outras funções.

Nos gráficos relativos às reconstruções pode-se observar o comportamento da transformada nas extremidades, que são vistas como descontinuidades, com amplitudes que não correspondem à realidade. Há várias maneiras de lidar com este inconveniente. Em Mouri et al., 1999, por exemplo, a longa série temporal foi dividida em vários segmentos com 50% de sobreposição em cada extremidade. Após a transformação, a sobreposição foi simplesmente cortada. No presente estudo optou-se por cortar ou filtrar a extremidade final apenas quando esta se tornava inconveniente, como no caso da transformada contínua. A extremidade inicial não apresenta este problema, pois o sinal inicia com valores nulos e cresce suavemente. Mesmo assim, na transformada contínua, foi realizado o estudo da influência da descontinuidade da extremidade. Este estudo é mostrado na Seção 4.4, na apresentação dos resultados para as transformadas contínuas.

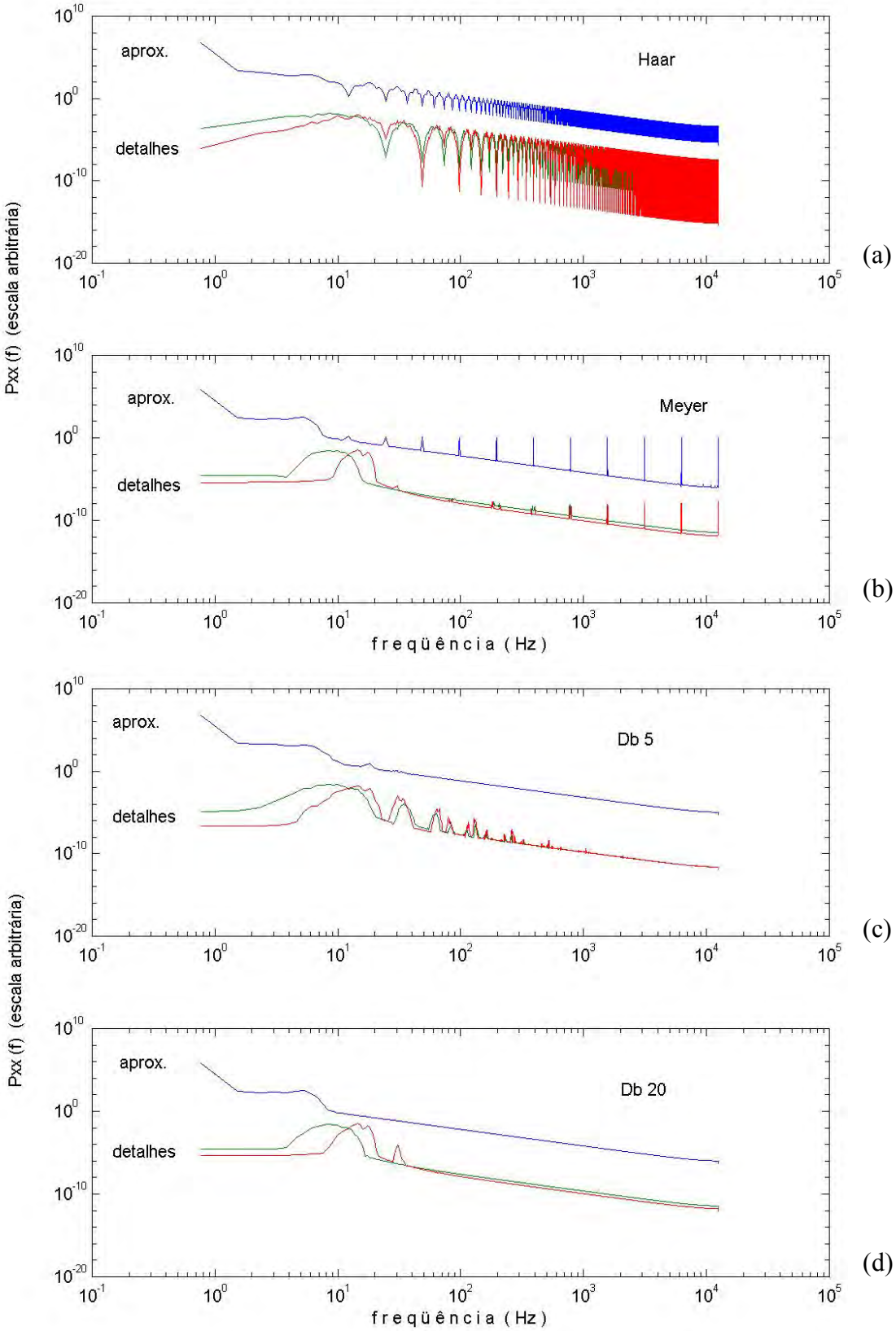


Fig. 4.2: Densidade espectral de potência para os três primeiros intervalos de freqüência reconstruídos a partir da transformada de pacotes de ondaletas de nível 11 (j=11), usando as ondaletas de (a) Haar, (b) Meyer, (c) Db5 e (d) Db20.

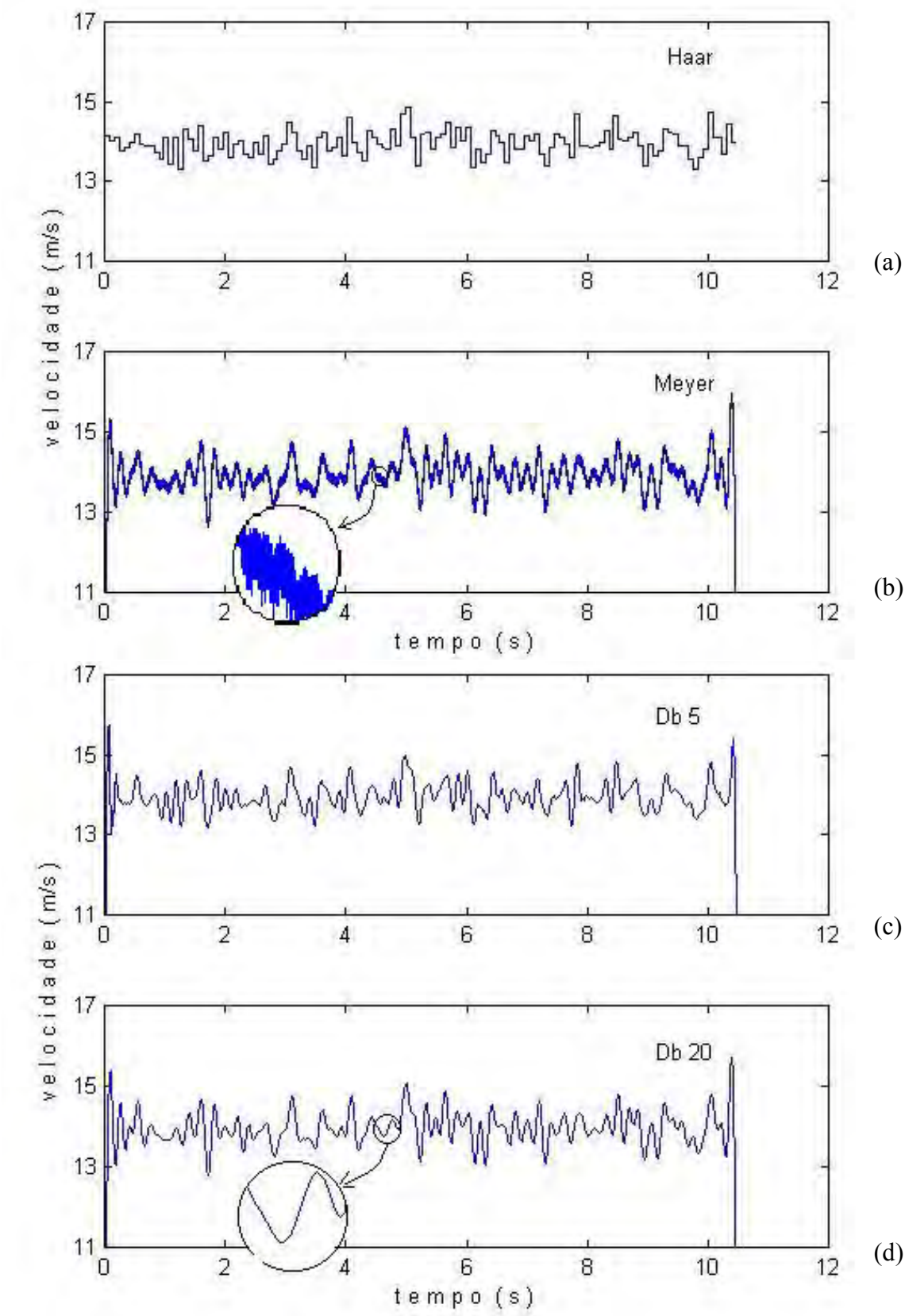


Fig. 4.3: Reconstrução do primeiro intervalo, de 0 a 6,1 Hz, para (a) Haar, (b) Meyer, (c) Db5 e (d) Db20. Os detalhes na reconstrução por Meyer e Db20 mostram que no primeiro as altas freqüências estão presentes e no segundo foram completamente eliminadas.

4.3. Resultados para a Esteira de Vórtices

A parte permanente do sinal da esteira, Figura 4.1-b, foi utilizada para identificar a freqüência predominante da esteira de vórtices. O espectro de energia do sinal, Equação (2.12), foi obtido da forma tradicional, utilizando-se o algoritmo de Welch (Welch, 1967), com janela espectral de Hamming, e os resultados normalizados pela freqüência de aquisição. As Figuras 4.4-a e 4.4-b apresentam estes resultados sobrepostos aos espectros obtidos pelas transformadas discretas de ondaletas e de pacotes de ondaletas, para o mesmo sinal.

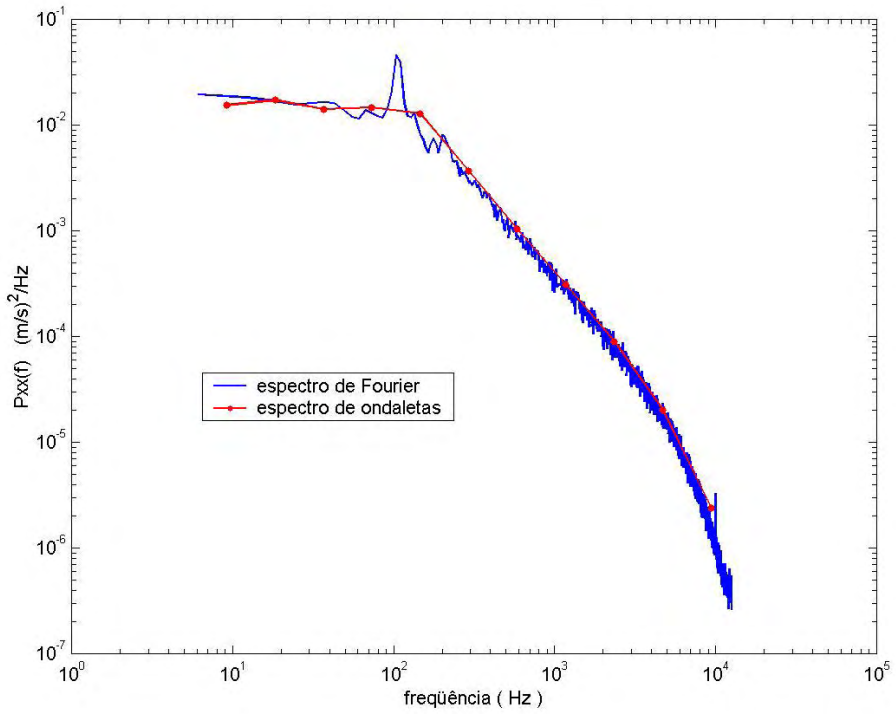
Como as transformadas de ondaletas, tal como a transformada de Fourier, conservam a energia do sinal, Equações (2.8), (2.23), (2.46) e (2.55), pode-se fazer o espectro de potência utilizando ondaletas. No entanto, diferentemente da transformada de Fourier, a largura dos intervalos de freqüência, na transformada discreta de ondaletas, é duplicada a cada intervalo. No espectro da Figura 4.4-a a largura do primeiro intervalo de freqüência é igual à largura de banda do espectro de Fourier e as subseqüentes são sempre o dobro da anterior. Como estes intervalos se tornam muito largos, o valor da energia correspondente foi posicionado no gráfico no ponto médio do intervalo e não no ponto inicial, como é usual no espectro de Fourier. A suavização do espectro de ondaletas eliminou o pico correspondente à esteira. No entanto, a inclinação da curva é mais claramente visível do que no espectro de Fourier.

Na transformada de pacotes de ondaletas, com a múltipla escolha de árvores admissíveis, a largura dos intervalos de freqüência pode ser variada convenientemente na mesma transformação. No espectro da Figura 4.4-b a largura do intervalo foi mantida igual à do espectro de Fourier para as menores freqüências do sinal (até 781 Hz, equivalente a 128 intervalos de 6,1 Hz) e depois sucessivamente multiplicado por dois a cada 64 intervalos. Com isso, além do menor volume de cálculo em relação ao espectro de ondaletas com intervalos com largura constante, obteve-se uma aparência mais suave em relação ao espectro de Fourier.

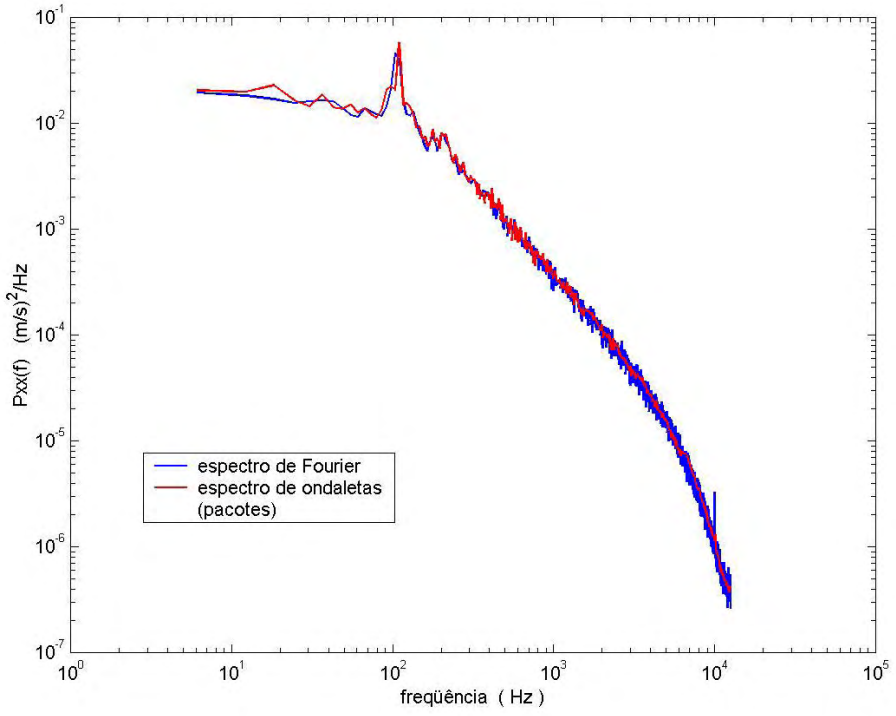
Os mesmos espectros das Figuras 4.4-a e 4.4-b foram repetidos na Figura 4.5, com os espectros de ondaletas e de pacotes de ondaletas respectivamente divididos e multiplicados por dez, para possibilitar melhor visualização.

A leitura da freqüência predominante da esteira de vórtices, evidente nos dois espectros da Figura 4.4-b, indica 104 Hz, resultando um número de Strouhal de 0,222.

O número de Strouhal é função do número de Reynolds e, em menor grau, da rugosidade superficial e da intensidade de turbulência da corrente livre. O valor usual para tubos cilíndricos, para números de Reynolds acima de 500 é de 0,21 (Roshko, 1952).



(a)



(b)

Fig. 4.4: Densidade espectral de potência da parte permanente do sinal com a esteira, calculada por Fourier e por (a) transformada discreta de ondaletas, (b)transformada discreta de pacotes de ondaletas.

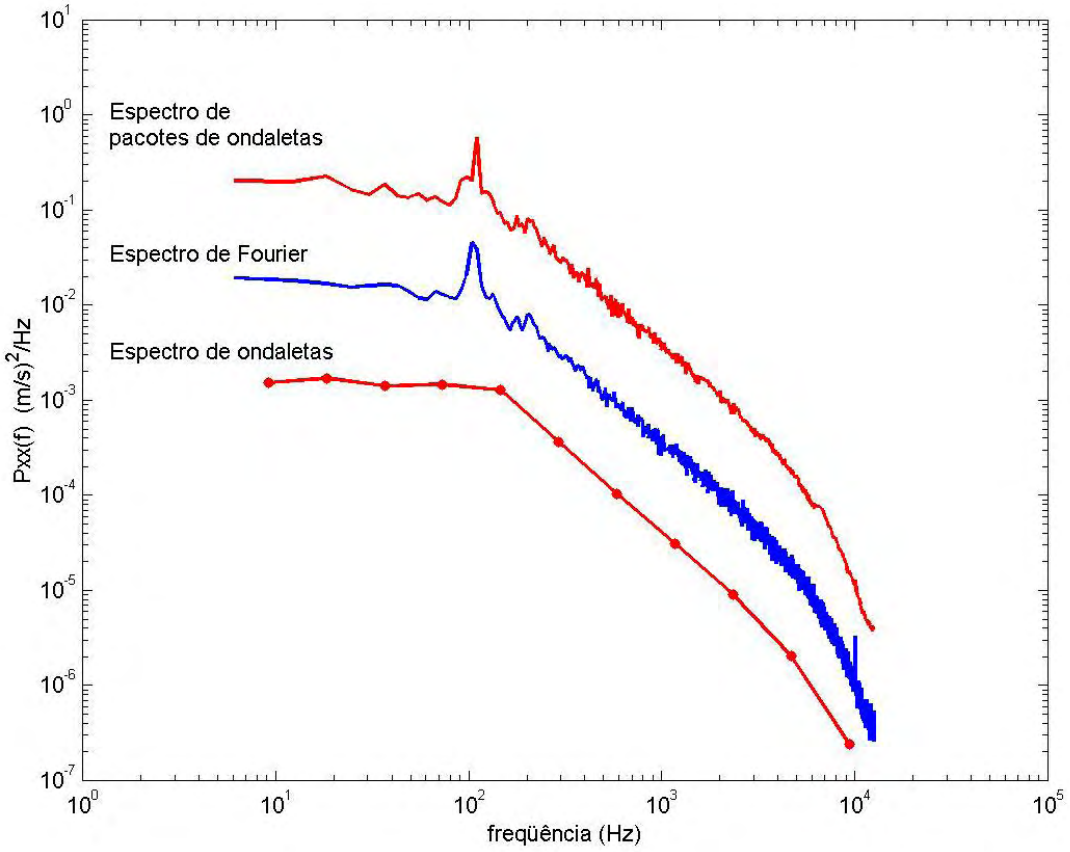


Fig. 4.5: Os mesmos espectros da Figura 4.4. Os espectros de ondaletas e de pacotes de ondaletas foram respectivamente divididos e multiplicados por dez para possibilitar melhor visualização.

O número de Strouhal para cilindros é definido como:

$$\mathrm{Str} = \frac{f \cdot D}{U} \tag{4.2}$$

em que f é a freqüência predominante da esteira, D é o diâmetro do tubo e U é a componente perpendicular ao tubo da velocidade do escoamento incidente.

No presente trabalho, foi utilizado um tubo comercial de PVC (cloreto de polivinila), podendo, portanto, a rugosidade ter alguma influência no valor do número de Strouhal. Achenbach e Heinecke, 1981, encontraram valores ligeiramente maiores, em torno de 0,22, para tubos rugosos com rugosidade relativa de $300 \cdot 10^{-5}$, abaixo do número de Reynolds crítico de $2 \cdot 10^{5}$. No presente trabalho a rugosidade dos tubos é de 1,0 μm (Silva, C., 1999). A rugosidade relativa é então de $3{,}1 \cdot 10^{-5}$, valor bem inferior ao estudado no artigo citado.

Achenbach e Heinecke, 1981 também alertam para a influência da razão de bloqueio,

definida como a razão entre a área projetada do modelo e a área da seção transversal da região de trabalho. No presente estudo a razão de bloqueio é de 16,5%.

No entanto, alguns autores encontraram números de Strouhal menores, como em Ozono, 2003, que encontrou Str = 0,17 para número de Reynolds da ordem de $3 \cdot 10^4$ e razão de bloqueio de 4,4%. Lee et al., 2004, encontraram Str = 0,198 para números de Reynolds entre $2,6 \cdot 10^3$ e $5,5 \cdot 10^3$ e bloqueio de 4,2%.

West e Apelt, 1982, estudaram o efeito do bloqueio na esteira de vórtices para números de Reynolds entre 10^4 e 10^5 e encontraram, para $Re > 4 \cdot 10^4$, valores do número de Strouhal entre 0,19 e 0,206 para bloqueios, respectivamente entre 1,2% e 15,5%. Seus resultados mostram que a razão de bloqueio influencia a determinação do número de Strouhal especialmente nos menores números de Reynolds, aonde eles chegaram a obter Str = 0,21 para razões de bloqueio até 5,8%. Para bloqueios maiores, no entanto, seus dados partem de $Re = 2,5 \cdot 10^4$, não sendo apresentados valores para números de Reynolds menores, provavelmente por limitações das instalações disponíveis, pois uma maior razão de bloqueio é obtida com um tubo de maior diâmetro e, conseqüentemente o número de Reynolds mínimo para uma dada velocidade mínima será maior.

A componente transversal da velocidade, w(t), perpendicular tanto ao escoamento principal como ao eixo do tubo, contém, quase que exclusivamente, as flutuações de velocidade devidas à esteira. A análise da velocidade transversal, w(t), calculada segundo a Equação (D-9), usando a transformada discreta de ondaletas, com o objetivo de capturar o comportamento da esteira na parte transiente do sinal, é mostrada na Figura 4.6-a. A presença de um processo transiente aparece nas séries D_9 a D_7. Os valores correspondentes à aproximação C_{11}, que inclui freqüências até 6 Hz, são muito próximos de zero, indicando que a componente transversal é, quase exclusivamente, flutuação de velocidade.

Na Figura 4.6-a pode-se perceber, entre D_9 e D_8 e entre D_8 e D_7, a existência de "degraus" de amplitude, correspondendo à evolução de um processo transiente e dependente da freqüência. Este processo é a evolução, em tempo e freqüência, da esteira de vórtices provocada pelo tubo perpendicular ao escoamento.

Para melhorar a visualização do comportamento transiente da esteira de vórtices, foi aplicada a transformada discreta de pacotes de ondaletas ao mesmo sinal w(t). A transformação foi feita para J=11, resultando 2^{11} conjuntos de coeficientes, para intervalos de freqüência sucessivos de largura igual a 6,1 Hz. As reconstruções para os primeiros intervalos de freqüência, correspondentes aos detalhes D11 a D9 da transformada de ondaletas, são mostrados

na Figura 4.6-b.

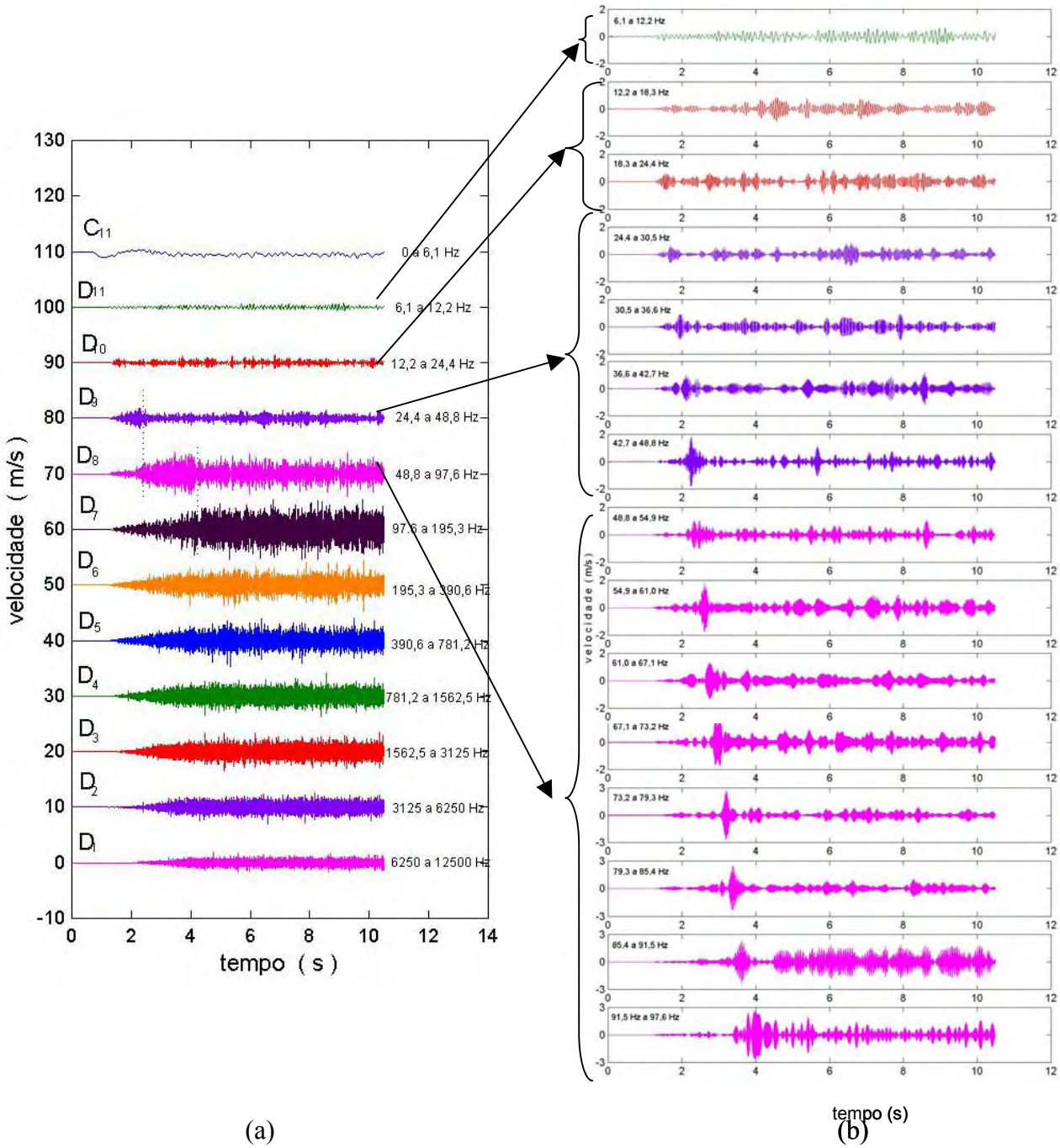


Fig. 4.6: (a) Reconstrução da aproximação e dos detalhes da componente transversal do sinal correspondente à esteira, usando a transformada de ondaletas. Cada detalhe D_j foi somado a 10(j-1) e a aproximação C_{11}, somada a 110, para permitir a visualização em um mesmo gráfico. (b) Reconstrução dos detalhes do mesmo sinal, usando a transformada de pacotes de ondaletas.

Nas Figuras 4.6-a e 4.6-b o esquema de cores foi mantido igual, de modo que a cor correspondente a um determinado intervalo na Figura 4.6-a é usada para todos os intervalos derivados daquele pela transformada de pacotes, Figura 4.6-b. Com isto se torna mais evidente o aprofundamento da análise permitida pela transformada de pacotes de ondaletas.

A Figura 4.7 mostra os espectros de potência correspondentes às séries da Figura 4.6-a.

Os espectros das séries D_8 e D_7, que estão salientados, correspondem, respectivamente, aos intervalos de freqüência de 48,8 a 97,6 Hz e 97,6 a 195,3 Hz. Este último intervalo contém a freqüência predominante da esteira no escoamento permanente, 104 Hz, que aparece claramente como um máximo local de energia. O intervalo anterior mostra dois máximos de energia, em uma freqüência bem próxima dos 104 Hz e outro um pouco menor, denunciando a presença de uma esteira transiente, com freqüências menores. No espectro correspondente ao intervalo de freqüência de 24,4 a 48,8 Hz há também um máximo local de energia, embora menos claro, o que corresponde à presença mais discreta da esteira no detalhe D_9 da Figura 4.6-a.

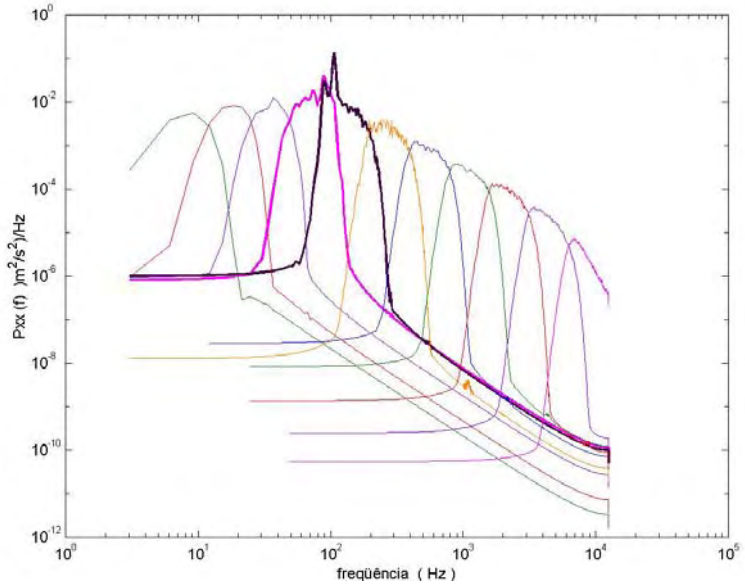


Fig. 4.7: Espectros de potência correspondentes aos intervalos de freqüência da Figura 4.5, com a mesma seqüência de cores. Em linha mais espessa, o intervalo de freqüência correspondente à esteira de vórtices permanente, bem como o intervalo anterior, onde se percebe as amplitudes correspondentes à esteira transiente.

Ao se interpretar os resultados de uma transformada de ondaletas deve-se considerar a possibilidade da interferência da ondaleta escolhida ou, em outras palavras, o que se observa corresponde a fenômenos reais ou é devido ao efeito das bases escolhidas? Por isso, além de uma judiciosa comparação dos resultados com as evidências experimentais, o uso de diferentes bases de ondaletas e a comparação com resultados de outros sinais que comprovadamente não apresentem o fenômeno estudado deve ser feito. Esta última possibilidade foi utilizada, aplicando-se a transformada discreta de pacotes de ondaletas à componente transversal do sinal do canal livre ou sinal de referência (Figura 4.1-a). Os resultados estão mostrados na Figura 4.8-a, lado a lado com a mesma análise correspondente ao sinal com a esteira. A escala da representação foi ajustada às amplitudes das flutuações, que são menores no sinal sem a esteira.

Para analisar a diferença entre as amplitudes das flutuações dos dois sinais, foram calculadas as intensidades de turbulência no ponto de medição, definidas por:

$$Ti = \frac{\sqrt{\sigma_u^{\,2}}}{\mu_u} \tag{4.3}$$

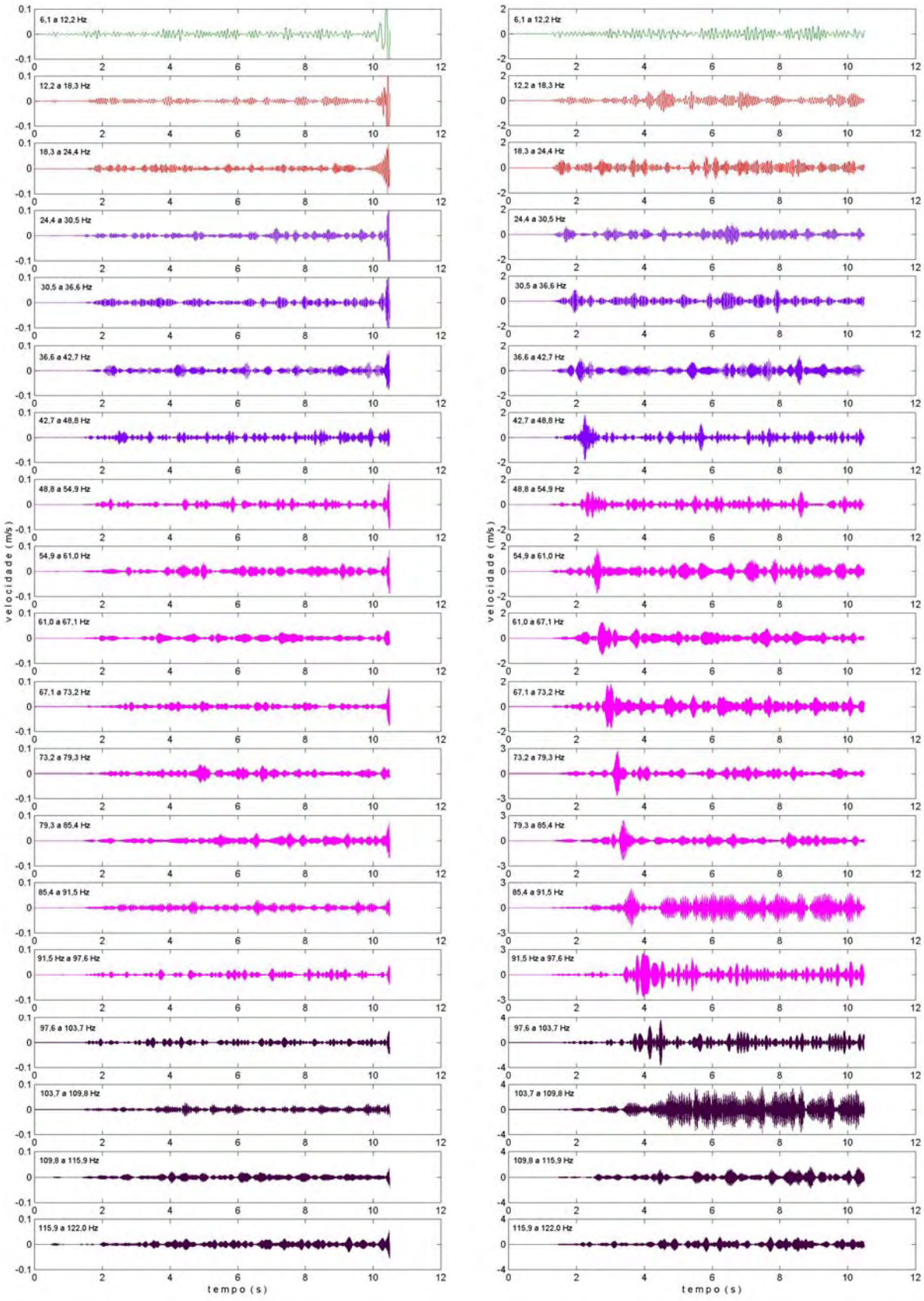
em que σ_u^2 é a variância do sinal de velocidade, definido pela Equação (2.3) para n = 2 e μ_u é a média temporal da velocidade, calculada conforme a Equação (2.1).

A relação entre as intensidades de turbulência dos dois sinais no ponto de medição é de 15,4, o que justifica as escalas até vinte vezes maiores necessárias para mostrar o sinal de referência.

A Figura 4.8-a mostra, para o sinal de referência, uma distribuição aleatória da amplitude de flutuação da velocidade, para todos os intervalos de freqüência mostrados, sendo que na parte do transiente de aceleração (até aproximadamente 4,5 segundos) a amplitude das flutuações também apresenta uma tendência crescente. Na Figura 4.8-b, correspondente ao sinal com a esteira, além da distribuição aleatória da amplitude de flutuação da velocidade, pode-se ver, para todos os intervalos de freqüência, a partir de 18,3 até 109,8 Hz, um aumento de amplitude mais pronunciado, que evolui em tempo e freqüência, denotando a evolução da esteira. No intervalo correspondente à freqüência de desprendimento de vórtices da parte permanente, 103,7 a 109,8 Hz, o aumento da amplitude ocorre a partir do início do escoamento permanente (aproximadamente 4,5 segundos) e permanece até o fim do sinal.

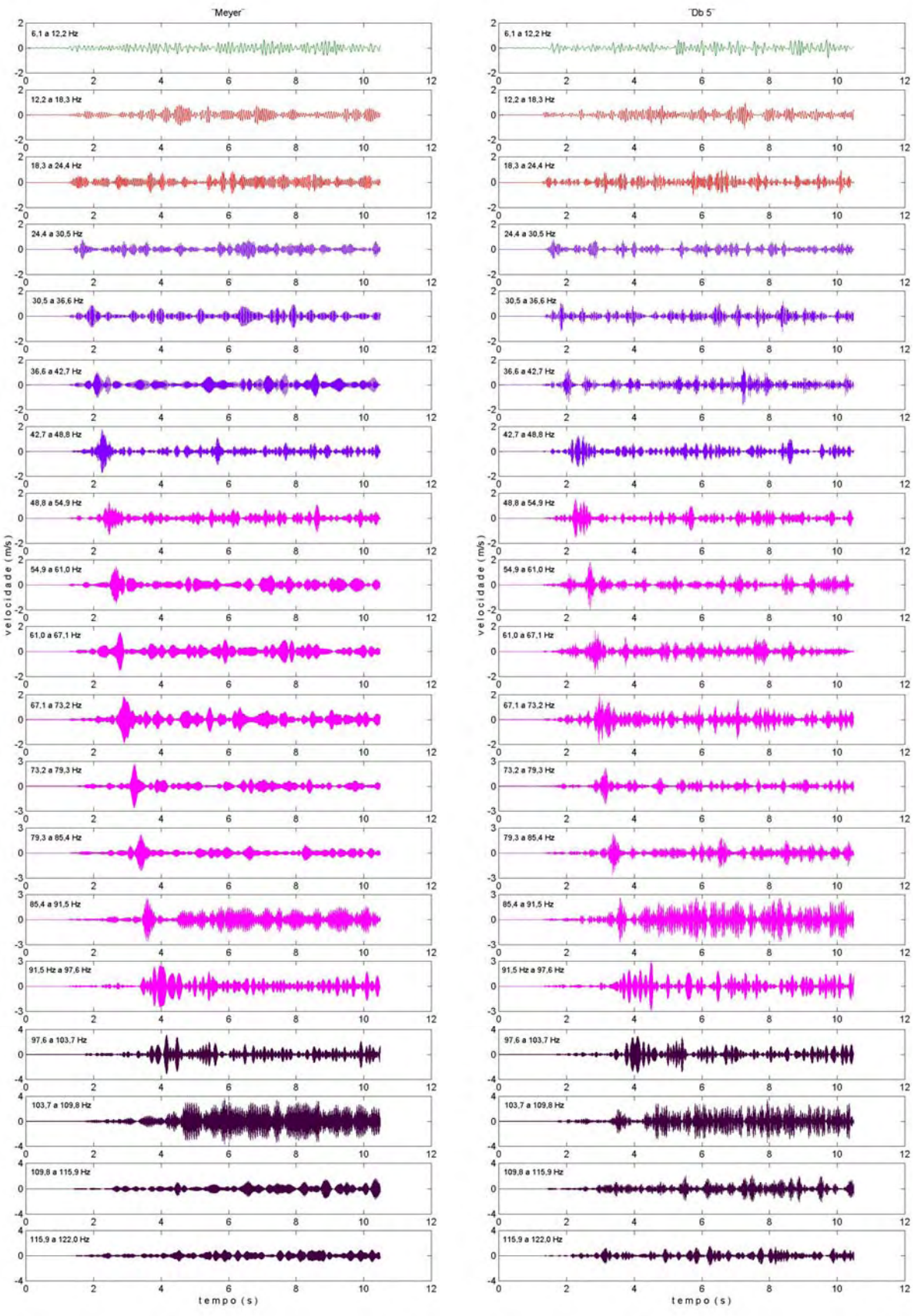
Para fazer o estudo da influência da escolha da ondaleta na análise, o mesmo processo foi repetido para o sinal com a esteira, utilizando-se bases ortogonais geradas pelas funções de Meyer, Db5, Symlet 5 e Haar. Os resultados podem ser vistos nas Figuras 4.9 e 4.10.

Pode-se dizer que a análise usando a função de Meyer identifica a esteira tão claramente quanto com Db20. Com Db5 e Symlet 5, no entanto, embora a presença da esteira seja visível, ela não é tão bem definida como nos gráficos anteriores. Já com as funções de Haar, com sua baixa definição em freqüência, percebe-se apenas em alguns intervalos o efeito da esteira, ainda que apenas por comparação com os outros gráficos.



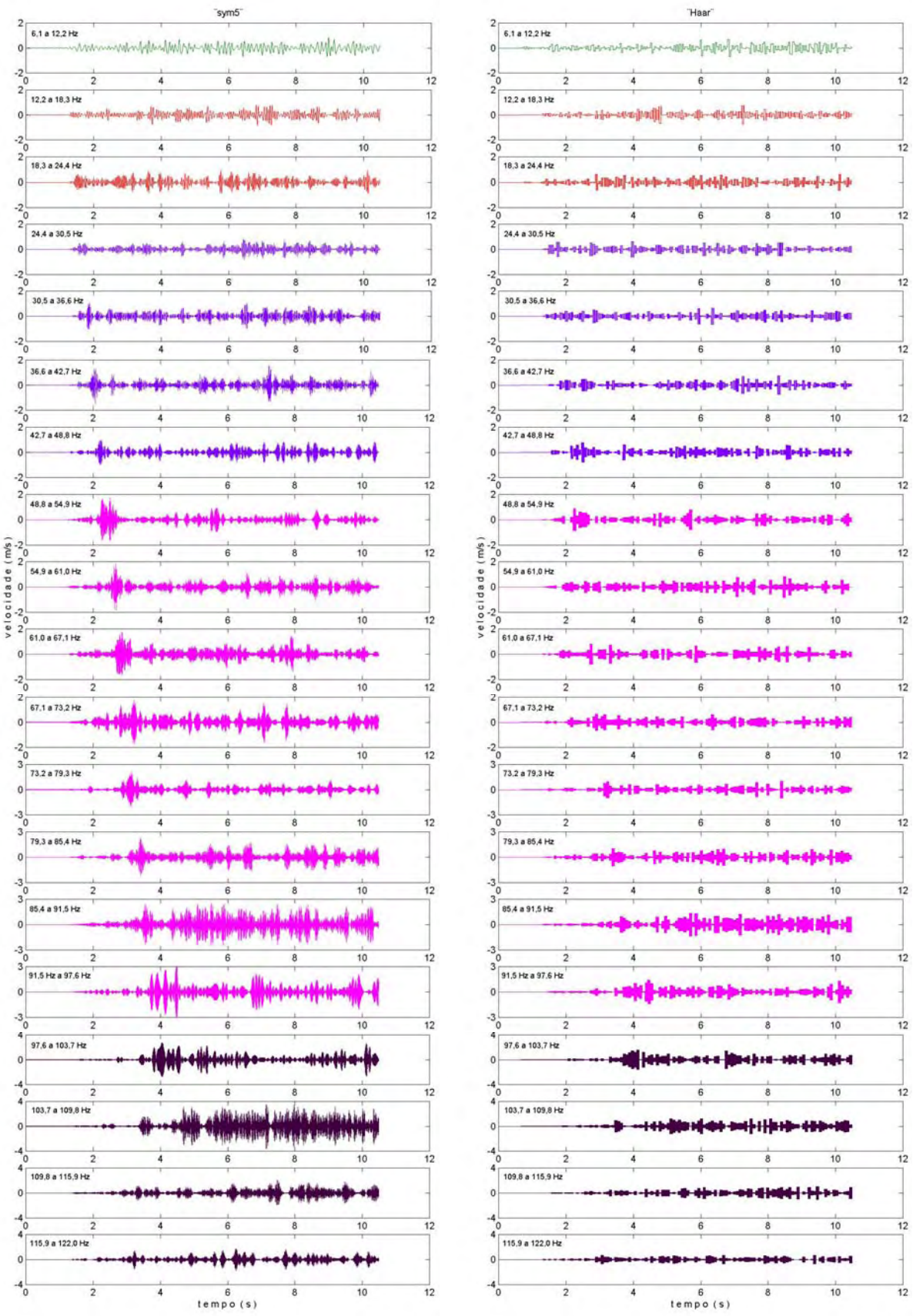
(a) (b)

Fig. 4.8: Análise dos sinais no canal sem o tubo (a) e com a esteira de vórtices (b) por meio da transformada discreta de pacotes de ondaletas, usando Db20 como função geradora dos filtros.



(a) (b)

Fig. 4.9: Análise do sinal com a esteira por meio da transformada discreta de pacotes de ondaletas, usando (a) Meyer e (b) Db5 como funções geradoras dos filtros.



(a) (b)

Fig. 4.10: Análise do sinal com a esteira por meio da transformada discreta de pacotes de ondaletas, usando (a) Symlet 5 e (b) Haar como funções geradoras dos filtros.

4.4 Transformada contínua de ondaletas e espectro de ondaletas

Para complemento da análise qualitativa empreendida até aqui, a transformada contínua de ondaletas foi aplicada aos sinais adquiridos no túnel de vento, com as mesmas condições transientes do sinal da Figura 4.1, mas com freqüência de aquisição de 8 kHz e com uma sonda simples posicionada a montante do cilindro, para aquisição da velocidade de referência, e uma sonda em X na esteira de vórtices. Também o transdutor de pressão foi montado no interior do tubo, conforme Figura 3.3. A freqüência da esteira na parte permanente do sinal, obtida por meio da transformada de Fourier, foi de 87 Hz,.

A transformada contínua foi calculada para as escalas correspondentes à faixa de freqüência de interesse, ou seja, de 1 a 140 Hz, com escalas distribuídas a intervalos correspondentes a aproximadamente 2 Hz. Os coeficientes b foram todos os pontos da série temporal. Isto significa que há uma quantidade considerável de redundância na representação do sinal no espaço de ondaletas. É justamente esta característica que permite uma melhor visualização qualitativa do comportamento do sinal no domínio tempo-freqüência. A transformada de ondaletas, conforme os parâmetros estabelecidos acima, será uma matriz de 70 linhas, correspondendo aos 70 valores de freqüência, e 2^{16} colunas, correspondendo ao número de pontos da série.

Para fins de comparação, a evolução da esteira de vórtices foi simulada analiticamente pela seguinte função:

$$0 \le t \le 1{,}15\,s \qquad x(t) = 0 \tag{4.4-a}$$

$$1{,}15 < t \le 4{,}2\,s \qquad x(t) = \log(t)\,\mathrm{sen}\left(30\pi t^2 - 58\pi t\right) \tag{4.4-b}$$

$$4{,}2 < t \le 8{,}2\,s \qquad x(t) = \log(8)\ \mathrm{sen}(194\pi t) \tag{4.4-c}$$

A Equação (4.4-b) é uma função senoidal com freqüência linearmente modulada, conhecida como *chirp* (trinado). Sua freqüência instantânea é dada por (30t-29)Hz.

Como a transformada de ondaletas preserva a energia do sinal, Equação (2.23), pode-se representar a distribuição de energia em um plano tempo - freqüência por meio dos quadrados dos coeficientes $\tilde{X}(a,b)$ da transformada. Esta representação é conhecida como espectro de ondaletas.

Na Figura 4.11 estão representados os espectros de ondaletas de: a) sinal analítico representado pelo conjunto das Equações (4.4), b) velocidade de referência, c) velocidade

transversal na esteira de vórtices e d) flutuação de pressão.

Na Figura 4.11-a há duas representações do cone de influência da transformada, válido para todas as figuras. O cone de influência representa a região onde uma descontinuidade introduz erros na transformada. A descontinuidade pode ser real ou apenas devido à aquisição, como nas extremidades. O cone é centrado na descontinuidade e tem uma largura, em cada escala a, igual ao suporte efetivo da ondaleta multiplicado pela escala. Nas extremidades apenas metade do cone de influência sobrepõe-se à função. Para a ondaleta de Morlet, o cone de influência é igual a ±4a e está representado pela linha amarela na Figura 4.11-a. Torrence e Compo, 1997, no entanto, consideram um cone de influência limitado à região onde a energia da transformada decresce de um fator e^{-2}, considerando que os efeitos das extremidades ou descontinuidades são negligíveis além desse ponto. Neste caso, o cone de influência para a função de Morlet fica reduzido a $\pm a\sqrt{2}$ e está representado pela linha branca na Figura 4.11-a.

O espectro da Figura 4.11-b, correspondendo à velocidade de referência, mostra uma distribuição aleatória de energia ao longo do tempo e das freqüências. As limitações de instrumentação não permitiram a amplificação suficiente deste sinal, por isto aparecem algumas linhas horizontais na figura, a mais acentuada em torno de 27 Hz. Na base desta mesma figura, como também da Figura 4.11-a, e, em menor grau, nas Figuras 4.11-c e 4.11-d, aparecem regiões aparentando altos níveis de energia. Isto se deve à média e primeiras aproximações não nulas dos intervalos do sinal considerados para o cálculo de cada coeficiente. No caso do sinal de referência, a média tem valor muito maior que a flutuação, por isto o valor destes coeficientes é alto. No caso do sinal 4.11-a, no entanto, a média global do sinal é nula, mas, na região de freqüência crescente, a média dos intervalos tomados para o cálculo dos coeficientes da transformada não é. Este efeito se estende até a região de freqüência constante, devido ao cone de influência da função.

Analisando-se os sinais das Figuras 4.11-a, -b e -c, conclui-se que o escoamento a jusante do cilindro corresponde à soma de uma distribuição randômica de energia, tal como em 4.11-b, com a estrutura bem organizada e altamente energética correspondente à esteira, similar à Figura 4.11-a.

A Figura 4.11-d, que corresponde ao sinal de pressão, mostra, além da evolução da esteira, também uma região com mais energia que se estende por todo o intervalo de tempo do sinal, mesmo antes da partida do ventilador, impedindo a análise na região transiente. Isto ocorre em torno de 60 Hz, tendo sido também observado na transformada de Fourier do sinal, e corresponde à freqüência da rede, não suficientemente filtrada no circuito do transdutor de

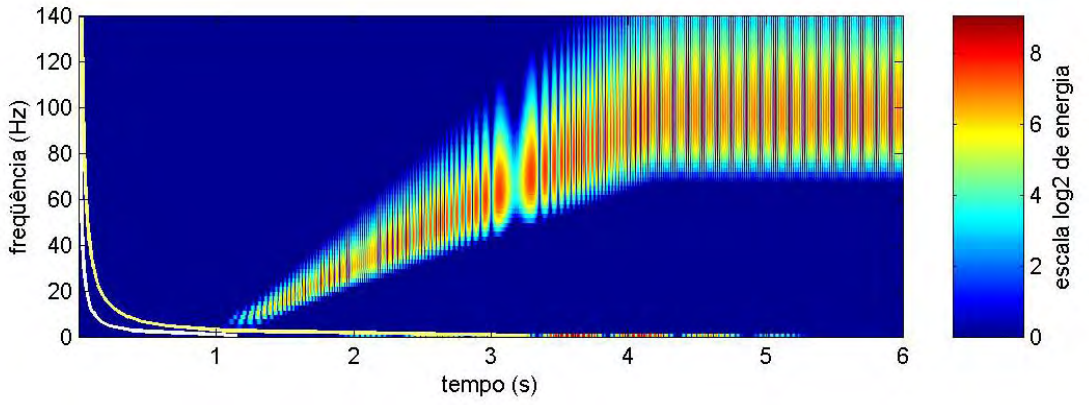
pressão.

Na Figura 4.11-a aparecem irregularidades logo após 2 e 3 segundos, o mesmo ocorrendo na Figura 4.11-c, aproximadamente nas mesmas regiões. Elas não correspondem a um fenômeno físico, nem a problemas da transformada. Nas Figuras 4.13 e 4.14 os mesmos gráficos da Figura 4.11 são expandidos para o intervalo de 2,9 a 3,5 segundos e pode-se ver então que as supostas singularidades não aparecem mais. Conclui-se que elas são apenas um efeito da limitação da placa de vídeo do computador e do algoritmo do JPEG, utilizado para o intercâmbio das figuras, em lidar com a matriz de coeficientes da transformada.

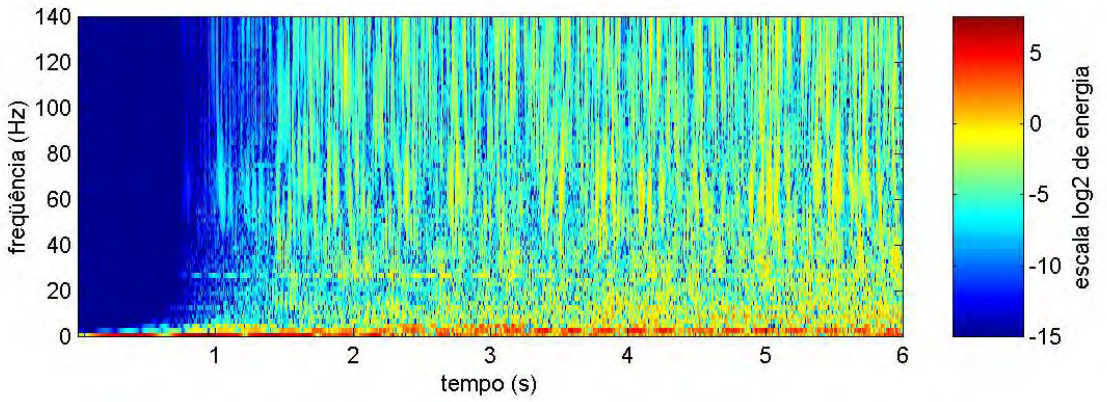
No anexo E é apresentada a seqüência completa da expansão das Figuras 4.11-a, -b, -c e -d para pequenos intervalos de tempo.

O início da esteira de vórtices pode ser observado na Figura 4.12. As linhas branca e amarela na base da Figura 4.12-a são parte do traçado dos cones de influência da descontinuidade inicial. A Figura 4.12-b mostra já a partir do início do gráfico, uma distribuição de energia em todas as freqüências mostradas, mas a presença da esteira só é visível, na Figura 4.12-c, a partir de 1,1 segundos.

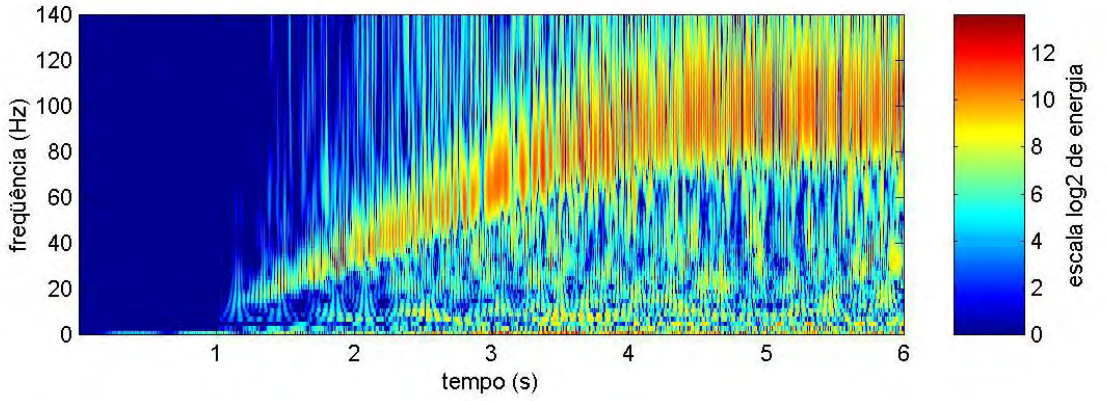
Nas Figuras 4.12-a a 4.14-a o sinal analítico aparece como uma seqüência de balões que correspondem aos pontos de máximo do módulo da amplitude do sinal periódico. As Figuras 4.12-c a 4.14-c também apresentam os balões alinhados, característicos da presença da função periódica, mas eles são menos regulares que os das Figuras 4.12-a a 4.14-a, denotando a evolução real da energia da esteira de vórtices. Há uma leve modulação de freqüência e amplitude, oscilando em torno de uma média transiente, indicando que a freqüência e a energia da esteira oscilam ao longo do tempo. O fundo randômico das Figuras 4.12-c a 4.14-c é similar ao das Figuras 4.12-b a 4.14-b, mas com níveis de energia mais altos, denotando o aumento de energia em todas as escalas, devido à presença da esteira.



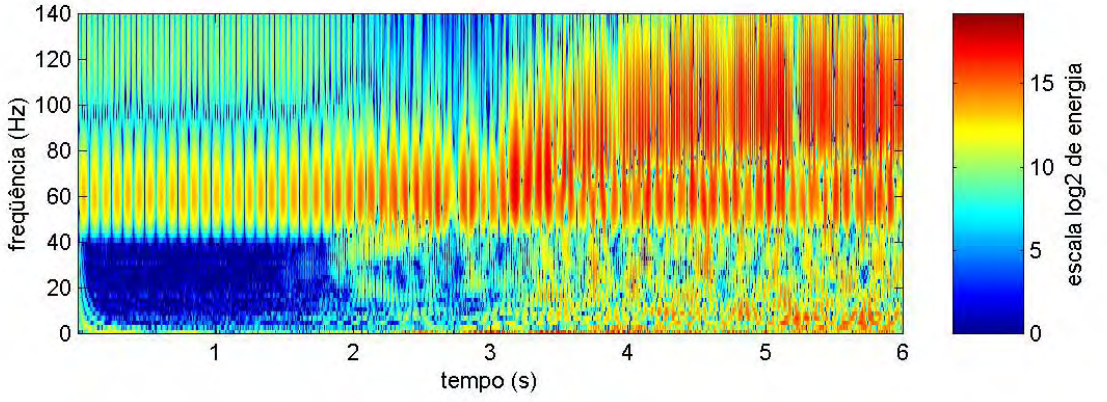
(a)



(b)

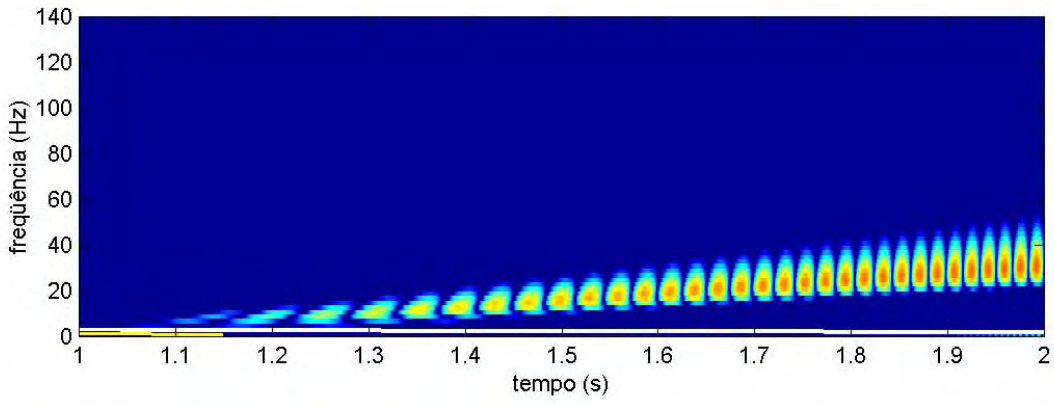


(c)

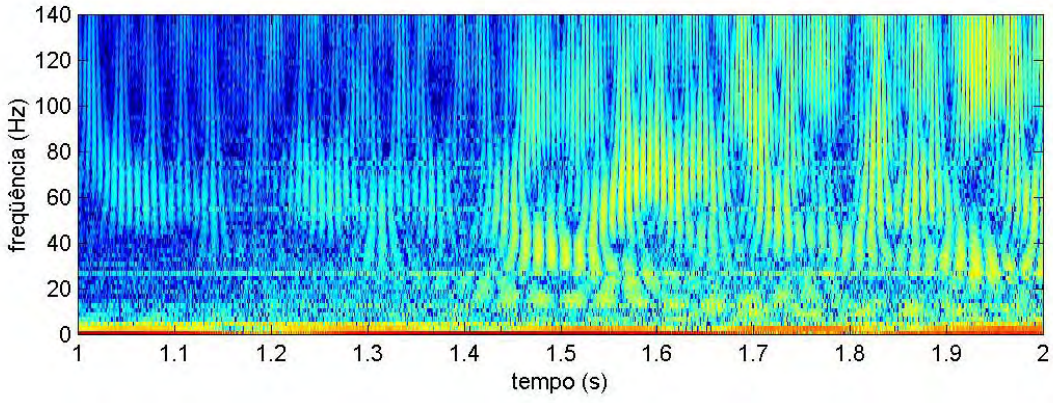


(d)

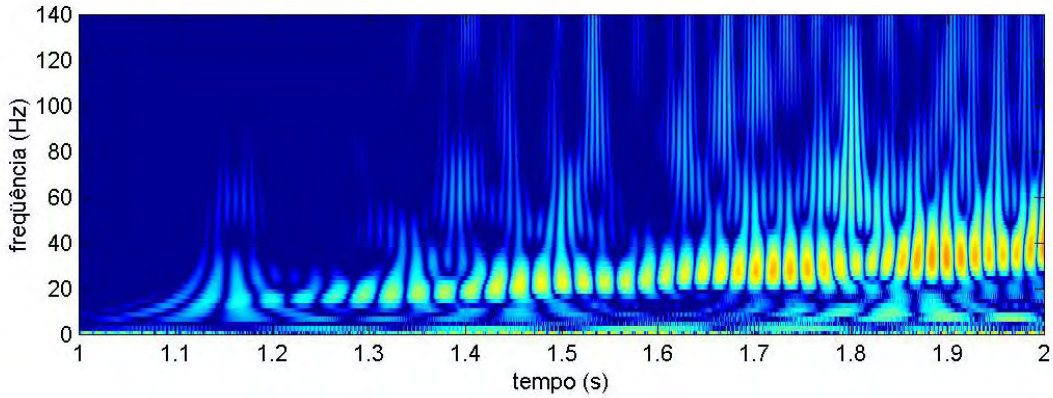
Fig. 4.11: Espectros de ondaletas dos sinais, respectivamente: a)sinal analítico, b) velocidade de referência, c) velocidade transversal e d)flutuação de pressão.



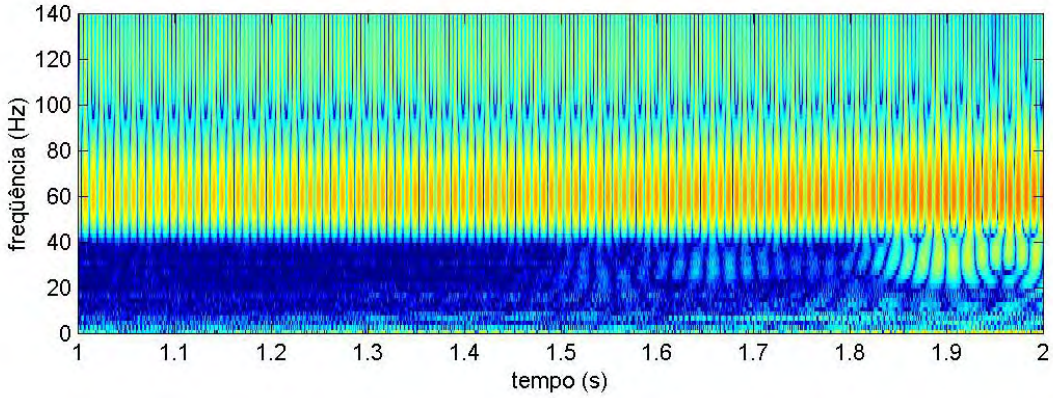
(a)



(b)

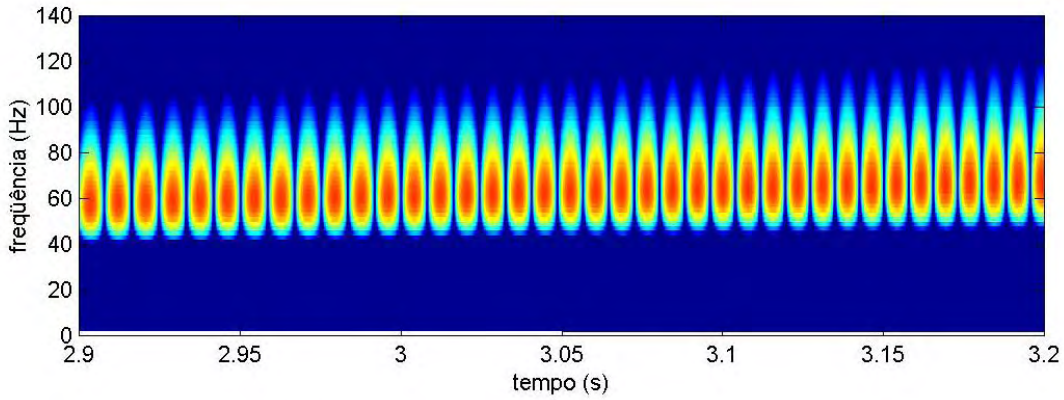


(c)

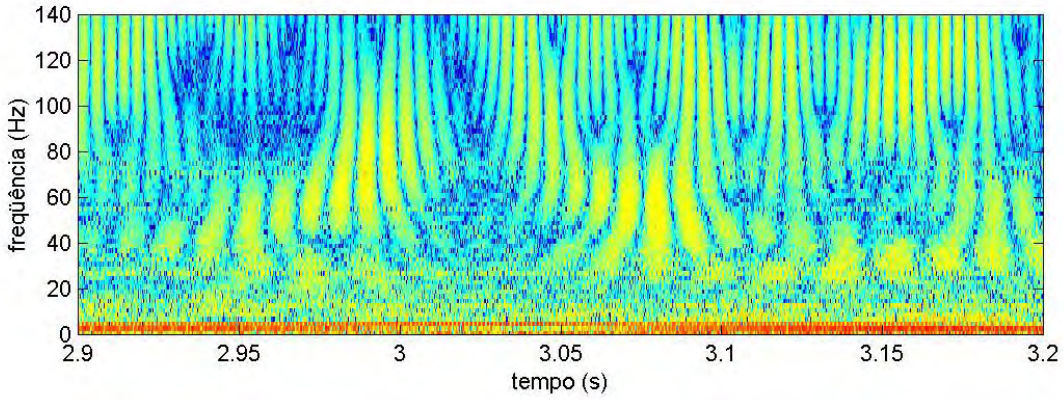


(d)

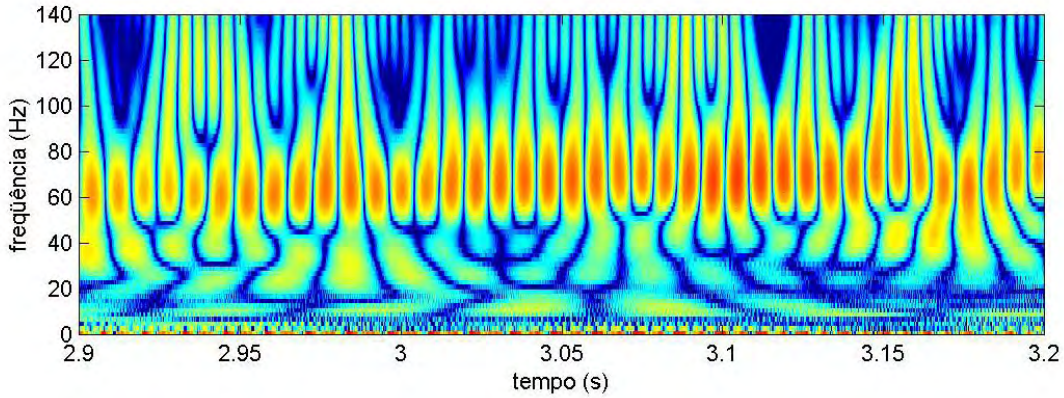
Fig. 4.12: Os mesmos espectros da fig. 4.11, para o intervalo 1 a 2 segundos.



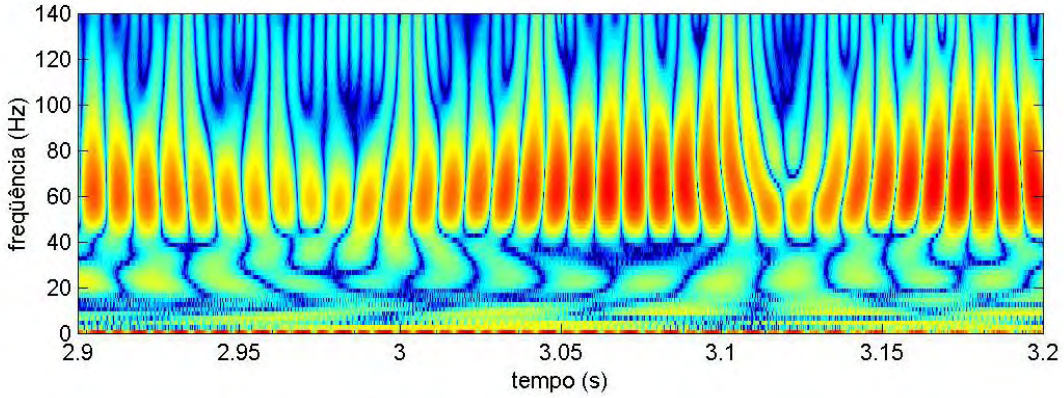
(a)



(b)

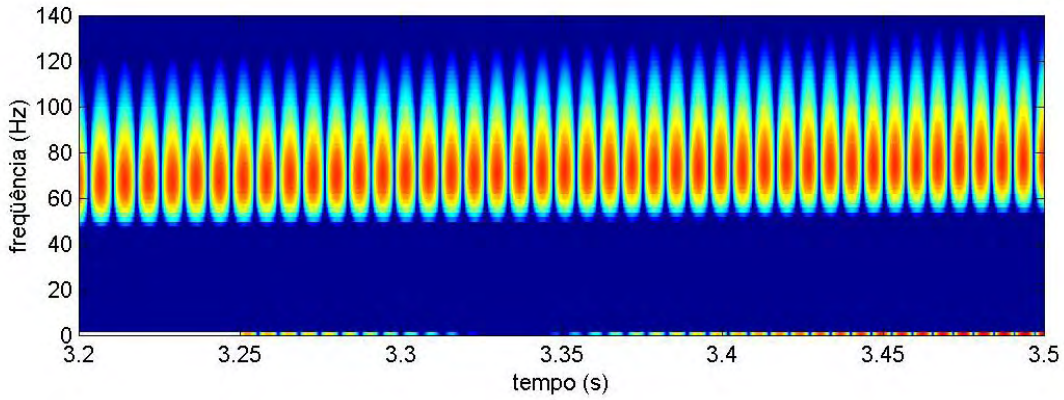


(c)

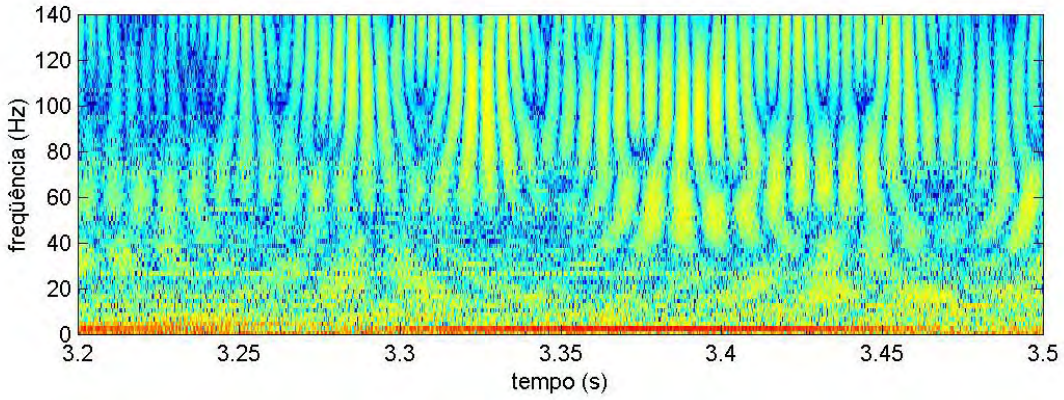


(d)

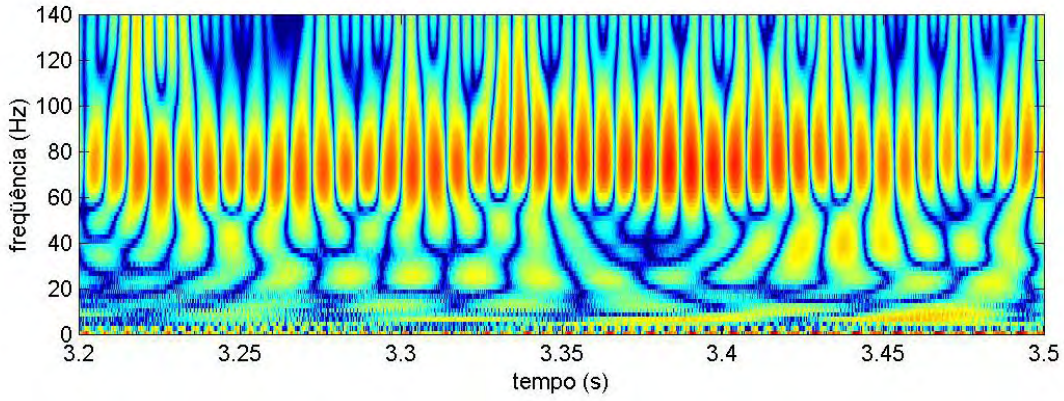
Fig. 4.13: Os mesmos espectros da fig. 4.11, para o intervalo 2,9 a 3,2 segundos.



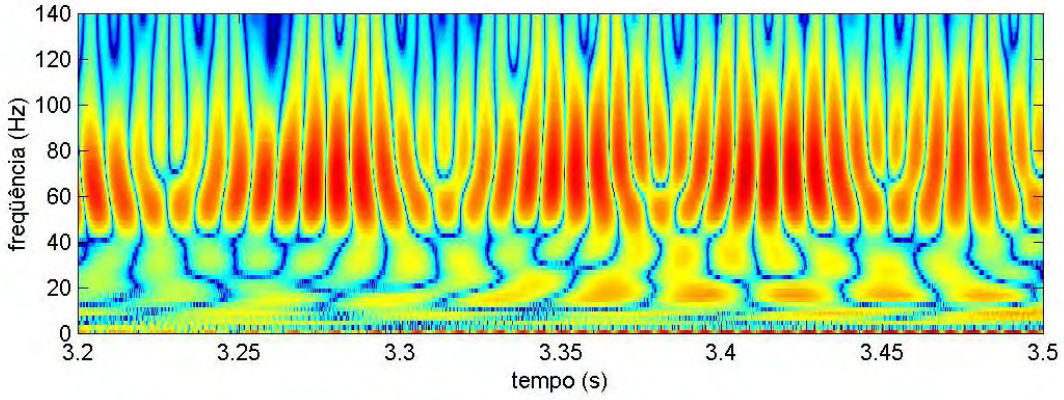
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 4.14: Os mesmos espectros da fig. 4.11, para o intervalo 3,2 a 3,5 segundos.

As Figuras 4.15 a 4.18 apresentam os espectros contínuos de ondaletas dos mesmos sinais: função analítica, velocidade transversal da esteira, velocidade de referência e pressão. Diferentemente das Figuras 4.11 a 4.14, que apresentavam escalas logarítmicas de energia, a escala agora é linear. A forma de apresentação tridimensional da energia dos sinais permite a observação das características dos mesmos de modo mais global, mas dificulta a identificação das coordenadas de tempo e freqüência de cada evento. Qualquer corte no gráfico, paralelo ao plano freqüência - energia, mostra a distribuição espectral instantânea de energia, enquanto que um corte paralelo ao plano tempo – energia mostra a oscilação de energia ao longo do tempo

para a freqüência escolhida.

A Figura 4.16 mostra claramente a evolução da esteira transiente e, comparando-a com a Figura 4.15, observa-se a flutuação de energia e freqüência da esteira real, tanto na parte transiente como na permanente, tal como já foi visto nas Figuras 4.13-c e 4.14-c.

Na Figura 4.17 a baixa definição do sinal, devido à pouca amplificação, fica salientada pela escala linear, observando-se picos alinhados ao longo do tempo, os mais significativos em torno de 18, 27 e 45 Hz.

Na Figura 4.18 observa-se que a interferência a 60 Hz, tem, na realidade, pouca energia, tendo sua importância sido superdimensionada pela escala logarítmica das Figuras 4.11 a 4.14. A energia do sinal de pressão é menos visível na região transiente do que a do sinal de velocidade e também mais intermitente na região de escoamento permanente. No entanto, a esteira é visível tanto no sinal de pressão como no de velocidade e ambos os sinais apresentam evoluções similares.

Outra apresentação dos dados do espectro de ondaletas é na forma de espectro global ou espectros parciais para intervalos de tempo, onde a energia do sinal é calculada para cada escala, conforme a Equação (2.24), ou para cada freqüência correspondente. Na Figura 4.19 a energia do sinal da esteira de vórtices é apresentada para intervalos de 0,1 segundo, a partir de 1,2 segundo, até o estabelecimento do regime permanente. Os valores dos picos de energia indicados correspondem às freqüências da esteira transiente no intervalo considerado. Observa-se o crescimento da freqüência de desprendimento de vórtices ao longo do tempo e também uma ligeira oscilação na região permanente, fato também já observado na representação das Figuras 4.13-c e 4.14-c.

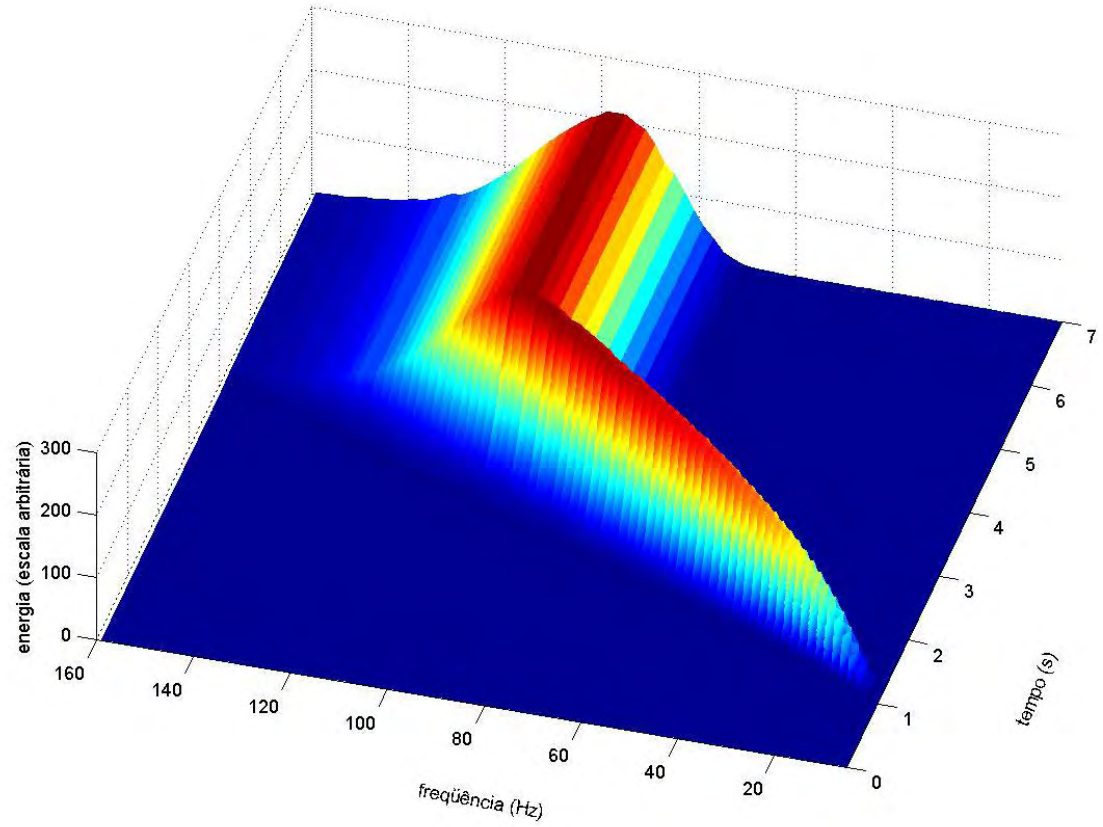


Fig. 4.15: Representação do espectro de energia por ondaletas do sinal analítico.

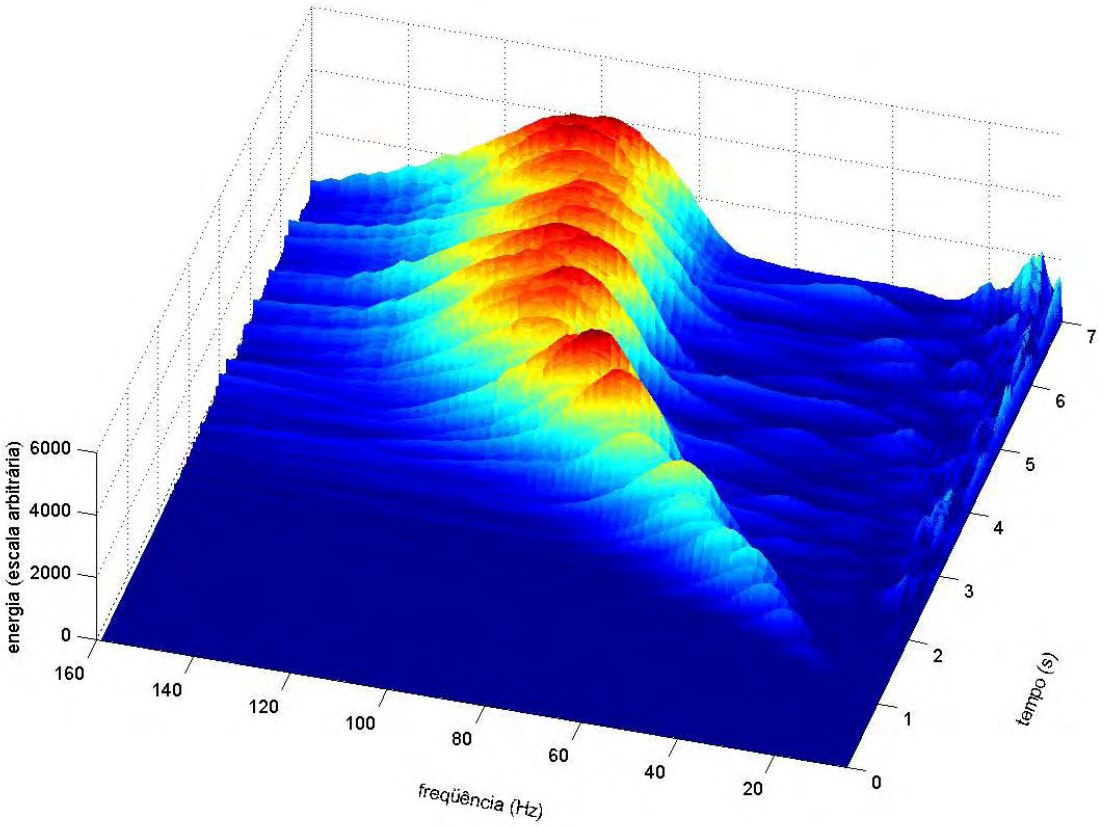


Fig. 4.16: Representação do espectro de energia por ondaletas da velocidade transversal.

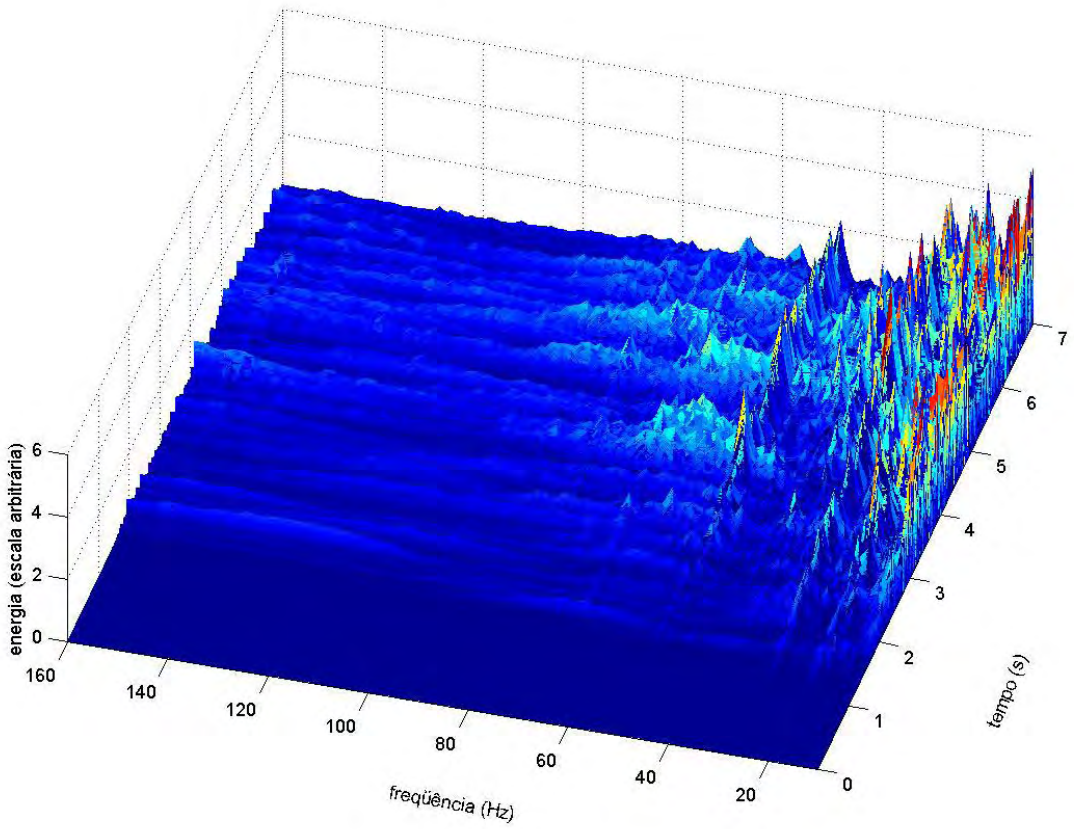


Fig. 4.17: Representação do espectro de energia por ondaletas da velocidade de referência.

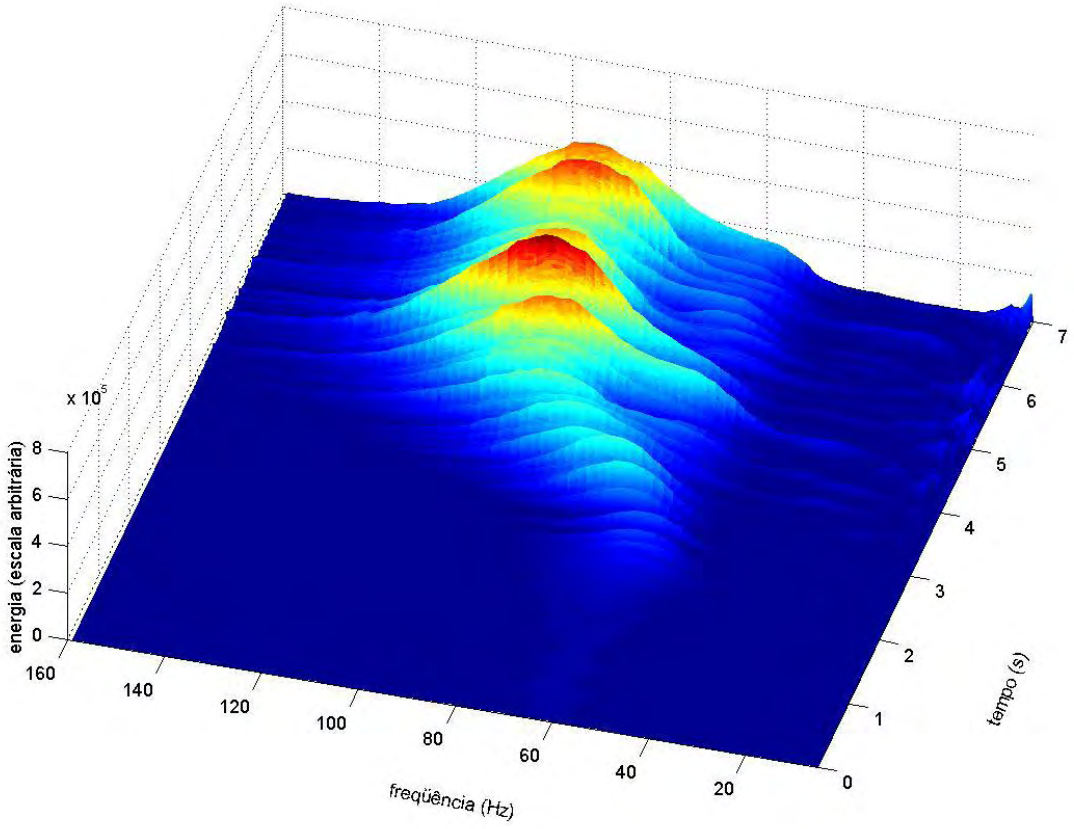


Fig. 4.18: Representação do espectro de energia por ondaletas do sinal de pressão.

Em alguns espectros apresentados na Figura 4.19 pode-se ver picos menores de energia nas freqüências mais baixas, como no intervalo de 2,4 a 2,7 segundos, com um pico a aproximadamente 10 Hz e entre 4,5 e 4,7 segundos, com um pico a aproximadamente 22 Hz. Os correspondentes espectros de ondaletas, Figuras E-5, E-6 e E-7 do anexo E, mostram que os picos indicados correspondem a estruturas em fase e com alto nível de energia mas de duração curta, ou seja, transientes. A presença destas estruturas só é percebida pelo espectro de ondaletas, ficando diluída ma média global do espectro de Fourier.

As análises realizadas até este ponto do trabalho objetivaram explorar de modo abrangente as possibilidades das transformadas de ondaletas. O exemplo escolhido é de fácil visualização e compreensão, pois se sabe de antemão as freqüências da esteira e os instantes onde elas ocorrem. Nem sempre as freqüências são conhecidas ou podem ser previamente determinadas pela transformada de Fourier, e então a análise torna-se bem mais trabalhosa. Evidencia-se então a dificuldade em lidar com uma ferramenta como a transformada de ondaletas, com uma grande variedade de opções e parâmetros a ajustar. Portanto, a transformada de ondaletas não pode ser considerada uma simples opção à transformada de Fourier, mas sim uma ferramenta complementar, a ser utilizada para alargar a compreensão do fenômeno ou quando os métodos tradicionais são insatisfatórios.

4.5 Análise quantitativa da esteira transiente

As análises realizadas até aqui são de caráter qualitativo. A análise quantitativa da esteira de vórtices foi realizada calculando-se o número de Strouhal, característico da esteira, na situação transiente, para cada intervalo de freqüência da análise feita com a transformada discreta de pacotes de ondaletas.

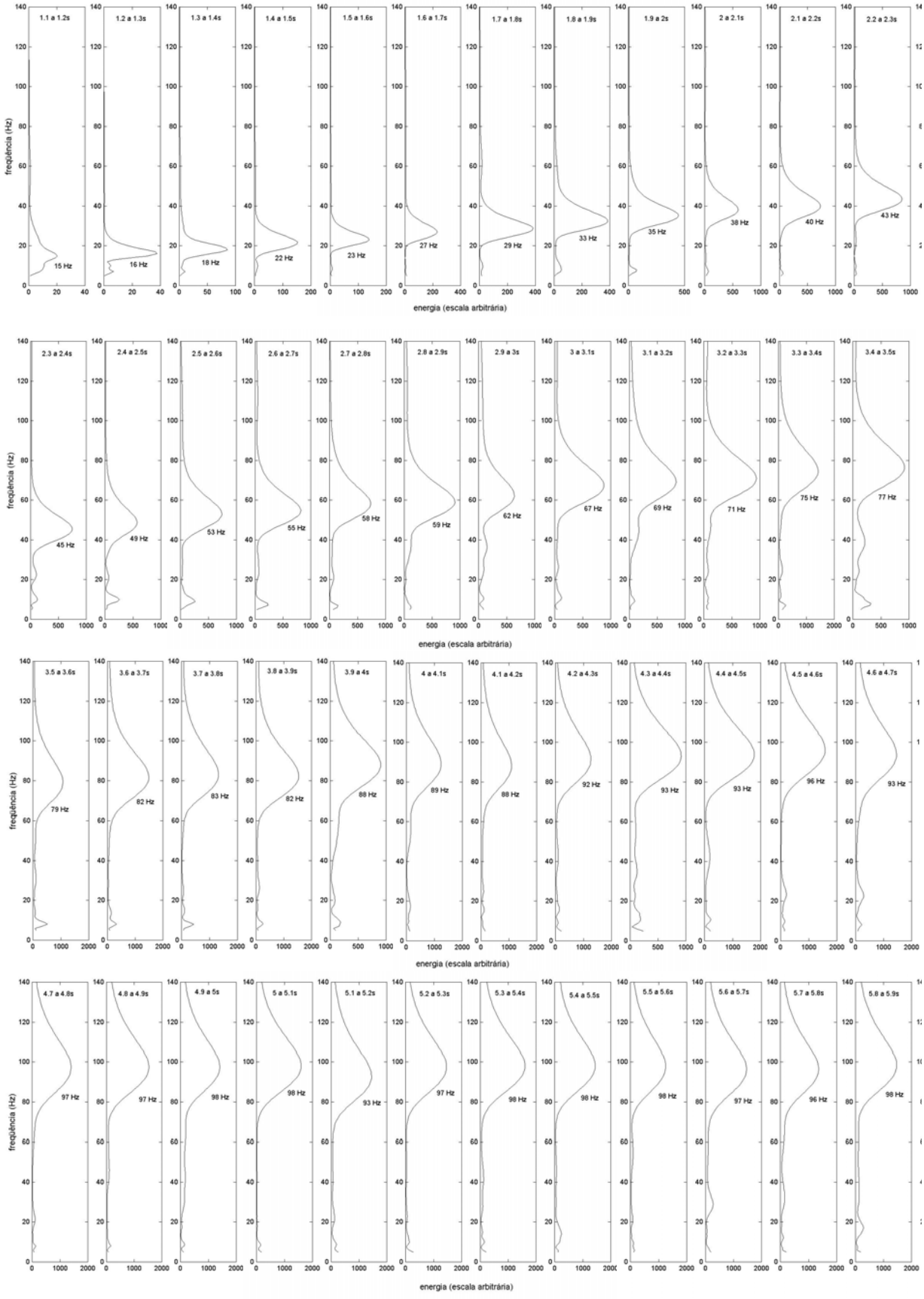


Fig. 4.19.: Espectros parciais de ondaletas para intervalos de 0,1 segundo, a partir de 1,1 segundos, mostrando a evolução da esteira de vórtices e a região permanente a partir de 4,7 segundos.

O número de Strouhal transiente, Str(t), foi assim definido:

$$\mathrm{Str}(t) = \frac{\bar{f}_b \cdot D}{\overline{U}_i(t)} \tag{4.5}$$

em que $\bar{f}_b$ é a freqüência média do intervalo considerada e $\overline{U}_i(t)$ é o valor médio da velocidade incidente no instante considerado.

Esta análise foi realizada a partir de ensaios utilizando o inversor de freqüência programável, para se obter uma rampa de aceleração de 10 segundos. A rampa de desaceleração que, em parada livre, dura cerca de um minuto, foi ajustada em 5 segundos. No entanto, devido à inércia do ventilador, o tempo real de parada foi um pouco além de 10 segundos. A freqüência de aquisição foi reduzida para 800 Hz, possibilitando a aquisição simultânea dos transientes de partida e parada. A Figura 4.20 mostra, sobrepostos, os sinais de velocidade na esteira e velocidade de referência, adquiridos com sondas retas posicionadas respectivamente a jusante e a montante do tubo, conforme Figura 3.2. O número de Reynolds para o regime permanente deste ensaio, calculado para o diâmetro do tubo, foi de $2{,}75 \cdot 10^4$.

A Figura 4.21 apresenta a sucessão de reconstruções dos detalhes da transformada discreta de pacotes de ondaletas da velocidade axial U_x na esteira, usando J=7 e as funções Db20 como geradoras dos filtros.

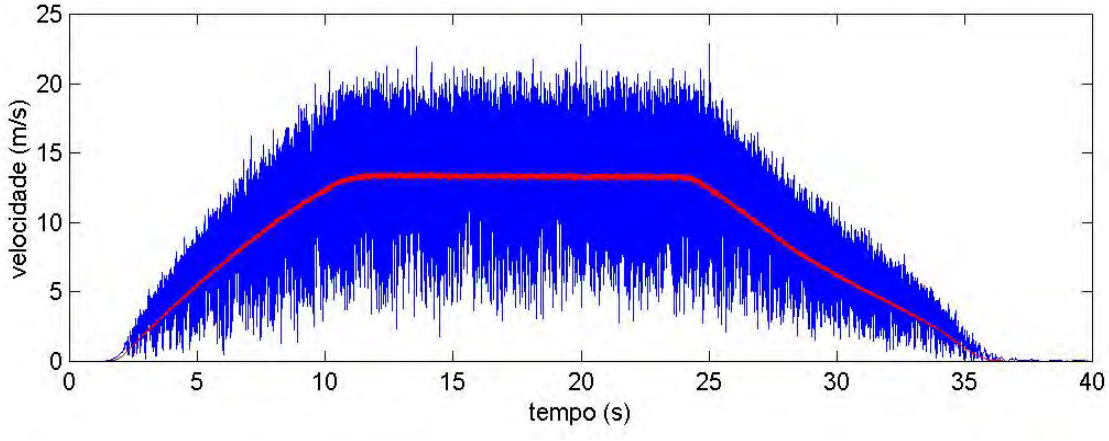


Fig. 4.20: Velocidades transientes U_x na esteira de vórtices (azul) e U_i a montante do tubo (vermelho).

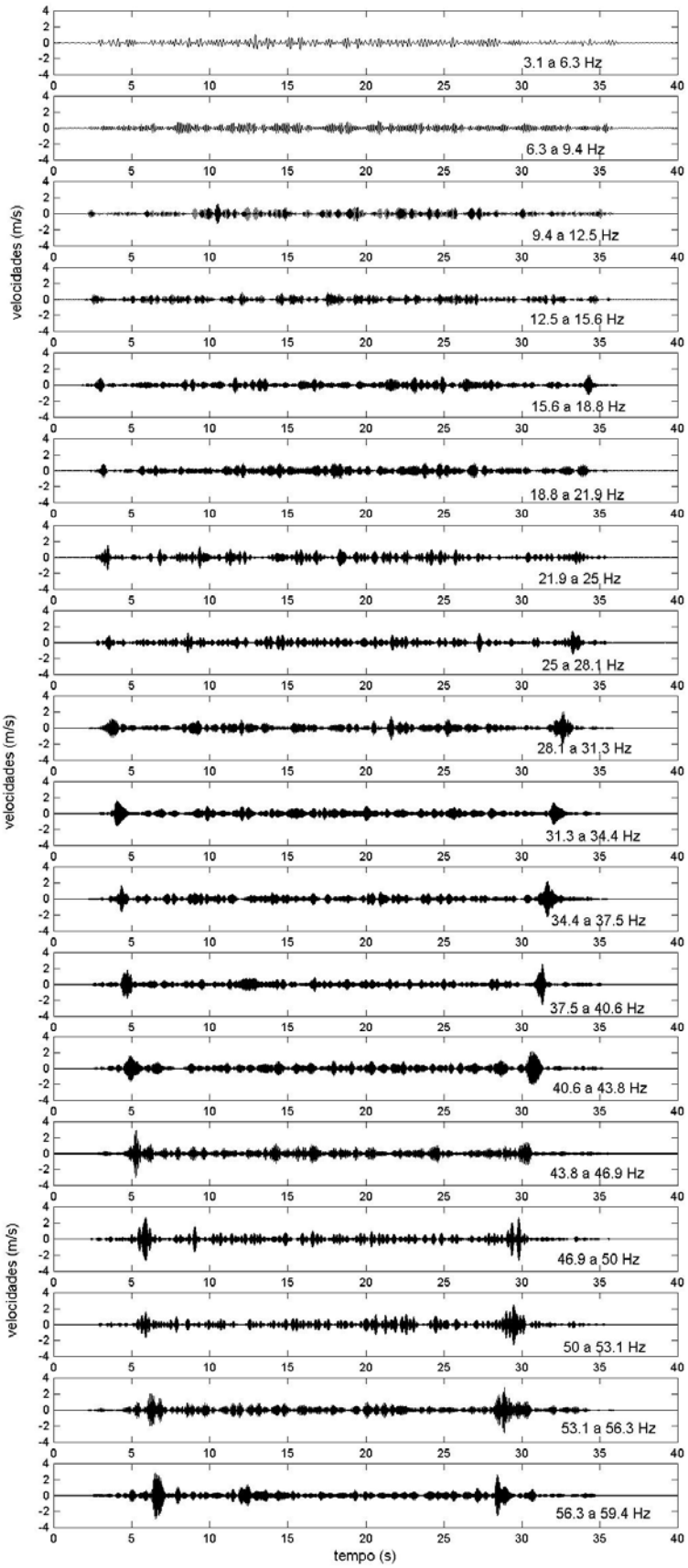


Fig. 4.21-a: Reconstrução dos detalhes do sinal U_x da Figura 4.20, correspondente à esteira, para 3,1 a 59,4 Hz. Escalas de velocidade ± 4 m/s.

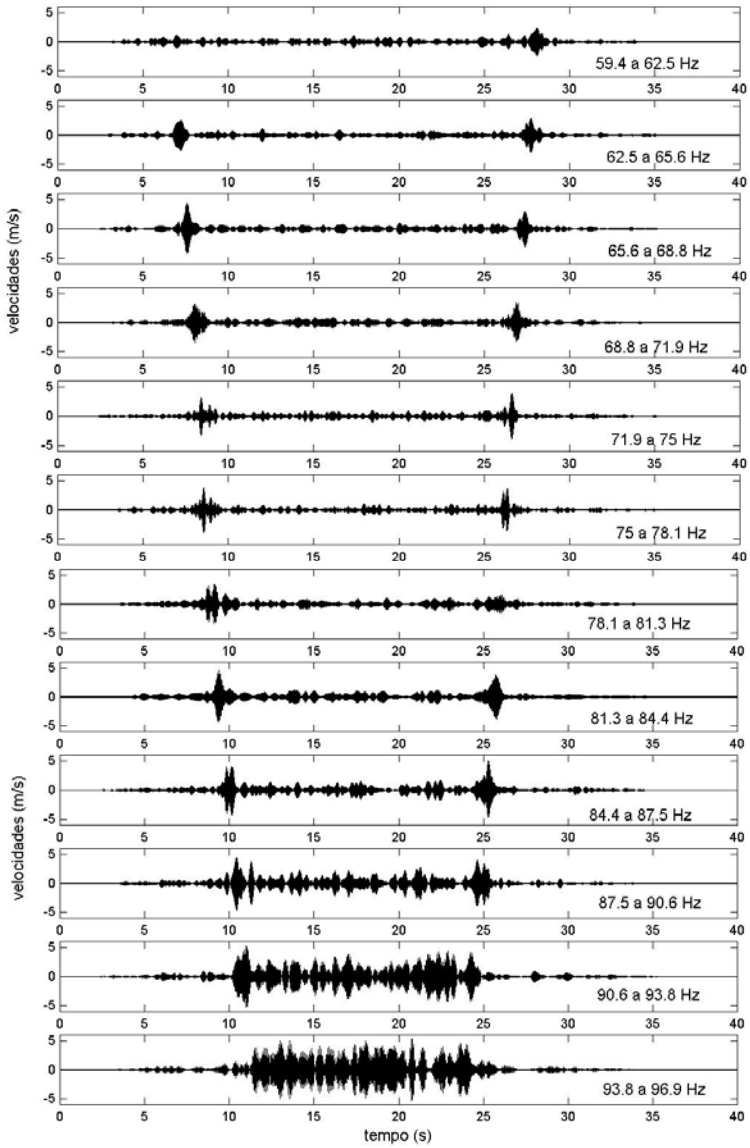


Fig. 4.21-b: Reconstrução dos detalhes do sinal U_x da Figura 4.20, correspondente à esteira, para 59, 4 a 96,9 Hz. Escalas de velocidade ± 6 m/s.

O método de cálculo da velocidade incidente sobre o tubo durante a aceleração e a desaceleração do escoamento está ilustrado na Figura 4.22. A reconstrução do sinal da velocidade de referência para o intervalo de 0 a 3,1 Hz, correspondente à velocidade média incidente, $\overline{U}_i(t)$, é apresentado junto com a reconstrução do sinal da velocidade na esteira para o intervalo de 65,6 a 68,8 Hz. Os pontos em que a flutuação de velocidade é muito maior do que no restante da série reconstruída foram tomados como indicativo do instante em que a freqüência predominante da esteira está dentro dos limites do intervalo considerado. A velocidade incidente correspondente foi tomada como o valor da reconstrução para 0 a 3,1 Hz da velocidade de referência nos mesmos instantes. Para a maioria dos intervalos considerados a velocidade

correspondente foi a mesma nos transientes de aceleração e desaceleração, quando houve diferença, esta não ultrapassou 10% do valor medido.

Quanto à calibração das sondas para este ensaio, tomou-se o cuidado de utilizar, para a sonda de referência, duas curvas de calibração, uma para as menores velocidades, até 4 m/s e outra para as maiores velocidades. No anexo C estão descritas, além da análise de incertezas na determinação das velocidades e dos números de Strouhal, as incertezas estimadas para os instrumentos de calibração.

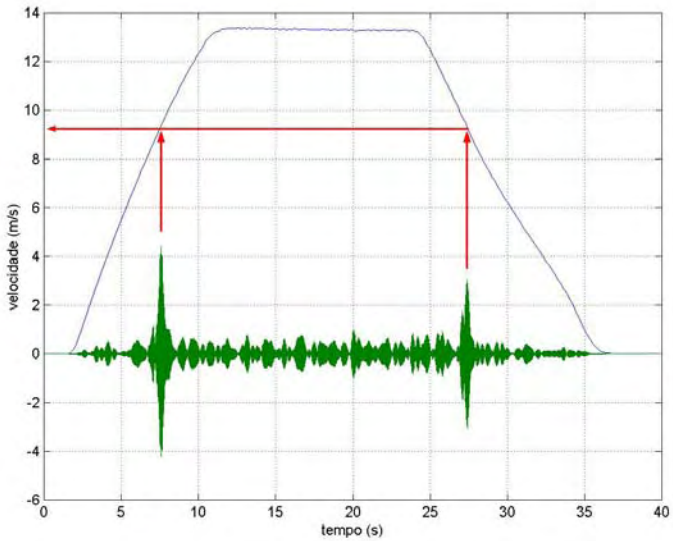


Fig. 4.22: Método para a determinação da velocidade incidente transiente associada aos vórtices da esteira em cada intervalo de freqüência.

Aplicando-se o método acima a cada um dos intervalos da Figura 4.21, até 93,8 Hz, obteve-se os correspondentes valores do número de Strouhal transiente, calculados conforme a Equação (4.5). Os resultados estão apresentados na Figura 4.23, para os números de Reynolds correspondentes às velocidades transientes:

$$\mathrm{Re}(t) = \frac{\overline{U}_i(t) \cdot D}{\nu} \tag{4.11}$$

em que ν é a viscosidade cinemática do ar nas condições do ensaio.

Para avaliar-se o desempenho da transformada de ondaletas na análise do sinal transiente, foi realizado um ensaio utilizando o inversor de freqüência para, por meio do ajuste da freqüência da alimentação do motor do ventilador, obter escoamentos estacionários com velocidades entre zero e a velocidade nominal. A freqüência de aquisição dos sinais foi

igualmente de 800 Hz, com filtro de 300 Hz. A velocidade incidente para o cálculo do número de Strouhal é o valor médio do sinal adquirido a montante do tubo e a freqüência da esteira foi obtida do espectro de Fourier do sinal adquirido a jusante do tubo. A posição das sondas é a mesma representada na Figura 3.2.

Na Figura 4.23 estão representados os resultados obtidos pelos dois métodos. Observa-se que os números de Strouhal obtidos pela aplicação da transformada de ondaletas ao sinal transiente acompanham os obtidos nas aquisições permanentes, embora com valores, em geral, um pouco mais elevados. O mesmo desempenho foi observado aplicando-se outras funções ondaleta, como Symlet 5 e 10 ou a ondaleta de Meyer. Também a redução da largura dos intervalos de freqüência, de 3,12 para 1,56 Hz, não logrou modificar a tendência dos resultados, apenas dificultou a localização dos pontos transientes da esteira, devido ao princípio da incerteza.

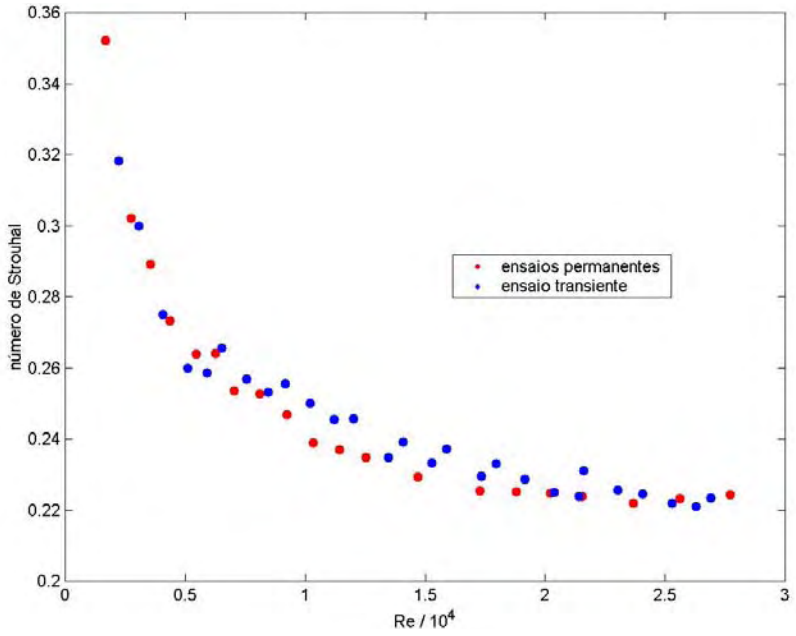


Fig. 4.23: Números de Strouhal transientes, calculados pela Equação (4.5), apresentados para os números de Reynolds baseados na velocidade incidente e no diâmetro do tubo.

Os resultados mostram também que os números de Strouhal crescem exageradamente em direção aos menores números de Reynolds. Estes ensaios foram repetidos várias vezes, com freqüências de aquisição diferentes, bem como novas calibrações das sondas, mantendo-se ainda assim a tendência dos resultados. Embora se esperasse um aumento dos números de Strouhal devido ao bloqueio de 16,5%, os valores obtidos parecem além do razoável, podendo ser creditados ao erro sistemático na determinação da velocidade, mais pronunciado nos baixos valores. O resultado da análise de incertezas, anexo C, realizada com o objetivo precípuo de

identificar um possível erro sistemático nas medições para a determinação do número de Strouhal, foi de até 13% nas menores velocidades, reduzindo-se a 2 % próximo ao escoamento permanente. Os erros portanto não justificam completamente a tendência encontrada.

Na Figura 4.24 estão representados os dados de freqüência como função da velocidade correspondentes aos dois ensaios descritos acima, bem como o polinômio de primeiro grau de ajuste dos dados por mínimos quadrados.

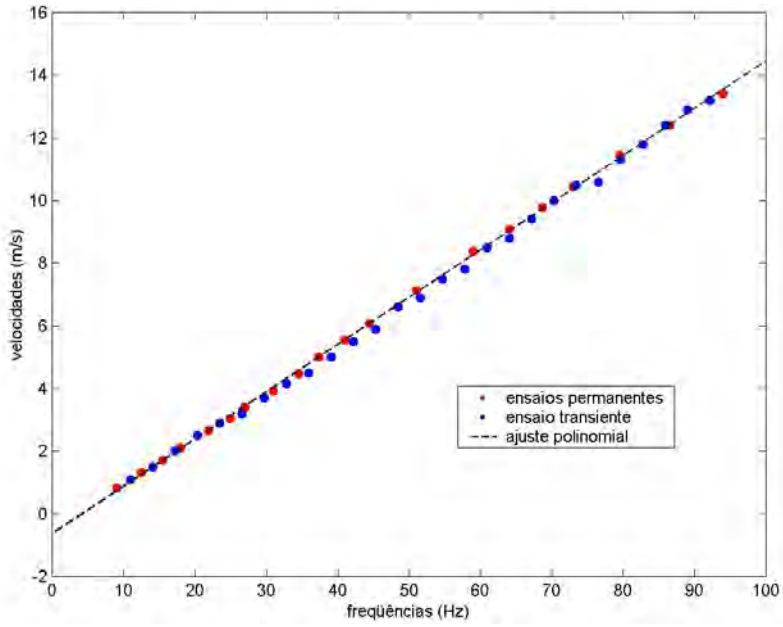


Fig. 4.24: Curva de freqüência em função da velocidade para os dados obtidos a partir do ensaio em regime transiente e dos ensaios em regime permanente.

Os dados da Figura 4.24, tanto no regime transiente como no permanente, representam inequivocamente uma reta, correspondendo à relação linear existente entre velocidade e freqüência representada pelo número de Strouhal. O coeficiente linear da reta no entanto não é zero, o que determina o comportamento observado na Figura 4.23, pois o pequeno valor do coeficiente linear é da mesma ordem de grandeza que as menores velocidades consideradas e irá então afetar mais os números de Strouhal correspondentes aos menores números de Reynolds. Isto se deve provavelmente ao efeito do bloqueio, que obriga a um aumento de velocidade nas imediações do tubo. No artigo de West e Apelt, 1982, a curva para o maior bloqueio estudado, 15,5%, é apresentada a partir de $Re = 2{,}5 \cdot 10^4$ e não mostra tendência à elevação. No entanto, o número de Strouhal para os menores bloqueios, mostrado no artigo a partir de $Re = 0{,}5 \cdot 10^4$, aumenta consideravelmente para as menores velocidades, efeito tanto mais pronunciado quanto maior o bloqueio. Žukauskas, 1972, descrevendo o escoamento em canal com restrições, mostra que, para um bloqueio de 16%, o aumento da velocidade ao redor do tubo é de até 80%,

dependendo do ângulo medido a partir do ponto de estagnação frontal. A freqüência de liberação de vórtices irá corresponder a esta velocidade local e não à velocidade incidente, medida a montante do tubo, justificando, portanto, o comportamento observado nas Figuras 4.23 e 4.24. Portanto, embora possa haver erros sistemáticos nas medições e mesmo erros devido à interferência do ambiente, especialmente nas menores velocidades, ficou caracterizada a tendência à elevação dos números de Strouhal em escoamentos com alto valor de bloqueio, tanto nos resultados obtidos com a transformada de ondaletas como com a transformada de Fourier.

4.6. Resultados para o Banco de Tubos

A aquisição de dados no banco de tubos foi feita, em regime transiente, nas posições indicadas por s1 e s2 na Figura 3.3. As séries temporais adquiridas em regime transiente estão apresentadas na Figura 4.25. O número de Reynolds no regime permanente, calculado com a velocidade de referência obtida pelo tubo de Pitot e o diâmetro do tubo, foi de $1{,}16 \cdot 10^4$. As intensidades de turbulência calculadas para as duas séries são, respectivamente, 0,52 e 0,25, o que pode ser corroborado pela inspeção da Figura 4.25, onde a amplitude das flutuações do sinal s1 é visivelmente maior, e no espectro de Fourier, Figura 4.26, onde o sinal s1 apresenta maior intensidade de energia nas regiões de produção e inercial.

As medições deste trabalho foram feitas, como mostrado na Figura 3.3, com as sondas posicionadas atrás da terceira fila de tubos. Os espectros de potência da parte permanente de cada série, mostrados na Figura 4.26, não mostram picos significativos no escoamento. Conforme Ziada et al., 1989, visualizações do escoamento em bancos de tubos em linha mostram que, para números de Reynolds entre $5{,}7 \cdot 10^3$ e $8{,}2 \cdot 10^3$, vórtices podem ser vistos atrás das duas primeiras fileiras, mas o escoamento atrás da terceira fileira é menos coerente e após a quarta fileira o escoamento é totalmente turbulento, sem qualquer coerência. Para números de Reynolds em torno de $1{,}2 \cdot 10^4$ há a formação de vórtices atrás da primeira fileira, mas, a partir da segunda, nenhuma estrutura coerente é visível. O número de Reynolds deste ensaio, calculado com base na velocidade média do escoamento entre os tubos e o diâmetro dos tubos, é da ordem de 10^5 e, portanto, não se deve esperar a presença de estruturas coerentes atrás da terceira fila de tubos.

Os sinais s1 e s2 foram analisados usando-se as transformadas discretas de ondaletas e de pacotes de ondaletas, mas não foi observada qualquer ocorrência sugerindo a existência de estruturas, em regime transiente ou permanente. No entanto, a aproximação dos dois sinais, Figura 4.27 para J=12, o que corresponde ao intervalo de zero a 3 Hz, mostra uma oscilação

complementar entre eles, de baixíssima freqüência, ou mesmo aperiódica, tanto na região transiente como na permanente. Este fenômeno tanto pode ser uma característica do próprio escoamento como resultado de uma perturbação externa ao mesmo.

A Figura 4.28 mostra as reconstruções, para intervalos sucessivos de freqüência de largura 6,1 Hz, dos sinais s1 e s2. As linhas verticais indicam onde houve uma mudança de regime, evidenciada pela mudança brusca na velocidade média e pelo aumento ou redução da amplitude das flutuações, em quase todos os intervalos de freqüência.

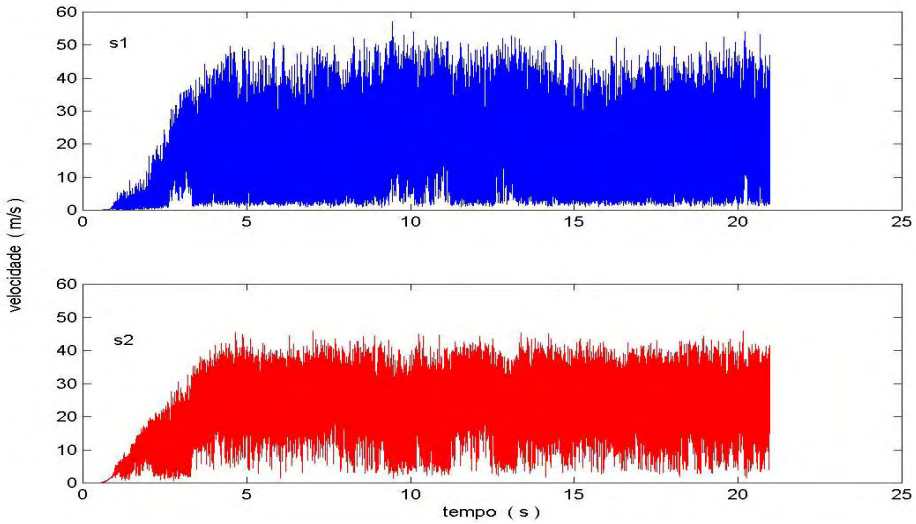


Fig. 4.25: Velocidades U(t) obtidas pelas sondas s1 e s2, posicionadas conforme Figura 3.3, em regime de escoamento transiente.

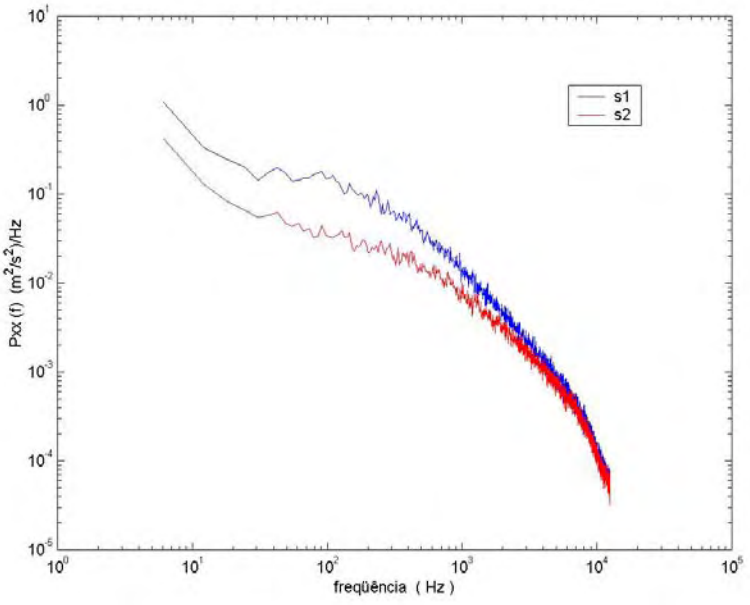


Fig. 4.26: Espectros de potência da parte permanente dos sinais mostrados na Figura 4.25.

O passo seguinte foi aplicar aos sinais a transformada contínua, de maneira similar à descrita para o experimento com a esteira. A Figura 4.29 mostra os espectros de ondaletas da parte transiente dos sinais s1 e s2 no plano tempo-freqüência entre 10 e 200 Hz. Para permitir a visualização, esta escala não é a mesma para os dois sinais, pois a intensidade de energia do sinal s2, como já foi visto, é aproximadamente a metade da do sinal s1. A curva representando as velocidades médias, Figura 4.27, foi sobreposta aos espectros, sem indicação de escala de velocidades. Não se observa a evolução, com a velocidade, de nenhum processo coerente transiente. No entanto, é notável como o nível de energia é mais elevado nas regiões em que a velocidade média é menor e vice-versa, de modo que a alternância entre os dois sinais quanto às velocidades médias se repete com respeito às intensidades de energia, tal com também foi observado nas reconstruções da Figura 4.28.

Na Figura 4.29 foram desenhados os cones de influência correspondentes á descontinuidade da extremidade inicial do sinal. Lembrando que o cone de influência completo possui outra parte simétrica à que está representada, podemos dizer que, em algumas partes do gráfico, como no instante 4 segundos da Figura 4.29-b, os valores com alta energia estão inscritos no cone de influência da singularidade representada pelo salto da velocidade média no referido instante. Nem todas as regiões com altos valores de energia, no entanto, correspondem a mudanças da velocidade média, estando na verdade relacionadas com as flutuações de velocidade.

Na Figura 4.30, que apresenta um detalhe, para o intervalo entre 2,9 e 3,9 segundos, do mesmo espectro da Figura 4.29, pode-se ver várias regiões com alta energia e com freqüência definida nas partes do espectro correspondentes às menores velocidades médias de cada sinal. No entanto, na transição entre as duas formas do escoamento, em 3,4 segundos, quando há uma mudança significativa da velocidade média, com uma alternância entre os dois sinais, esta singularidade não provocou a presença de altos valores de energia a partir das menores freqüências, característicos do cone de influência. Pode-se considerar portanto que o aumento de energia nas menores freqüências é na verdade uma característica do sinal nestas mesmas freqüências e não apenas indicativo da variação brusca da velocidade média.

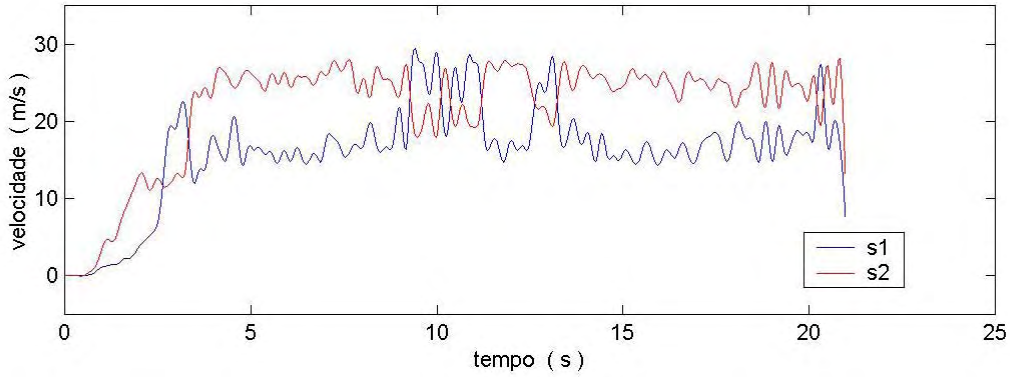


Fig. 4.27: Aproximação, correspondendo a freqüências até 3 Hz, dos sinais da Figura 4.25, obtida com a aplicação da transformada de ondaletas.

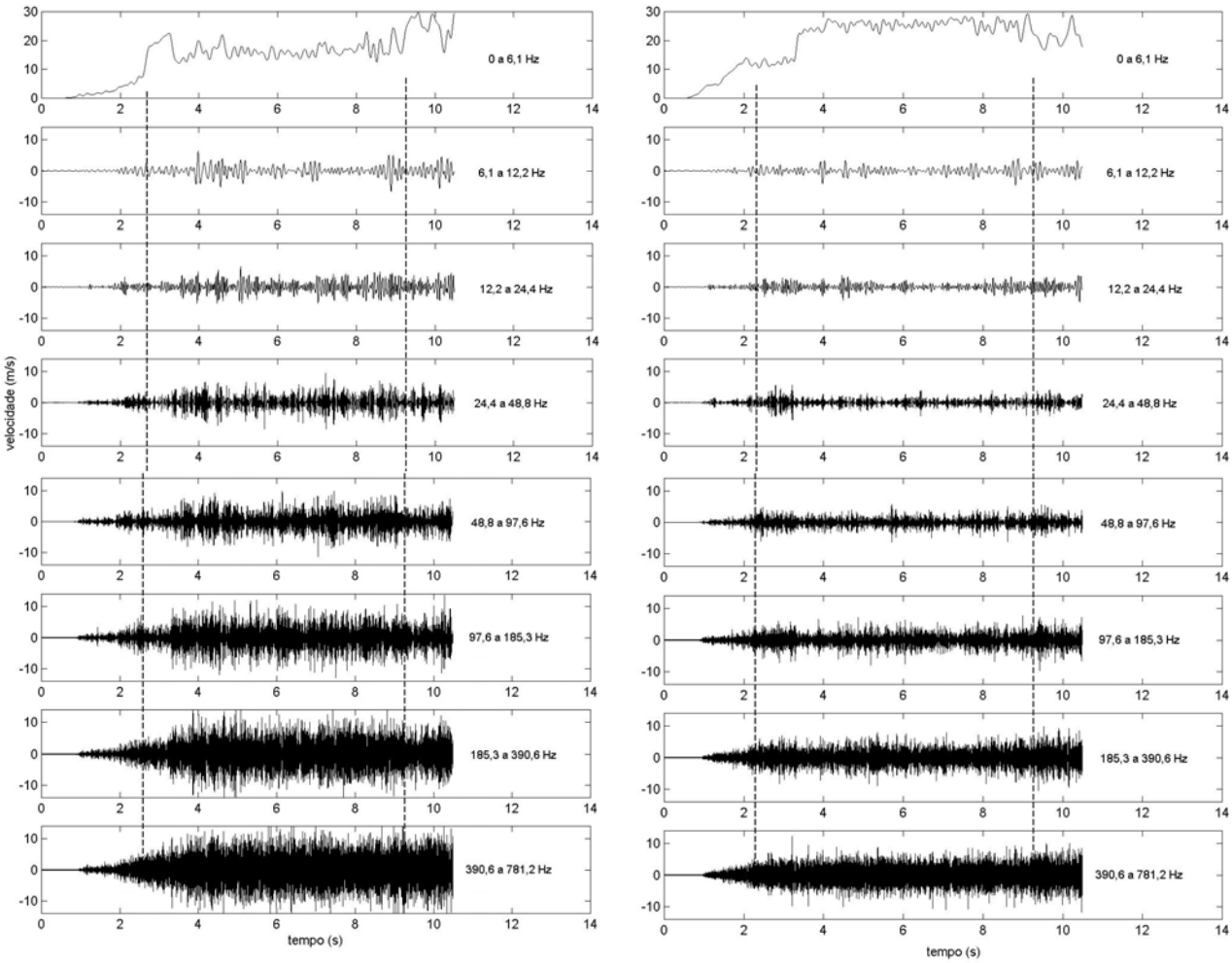
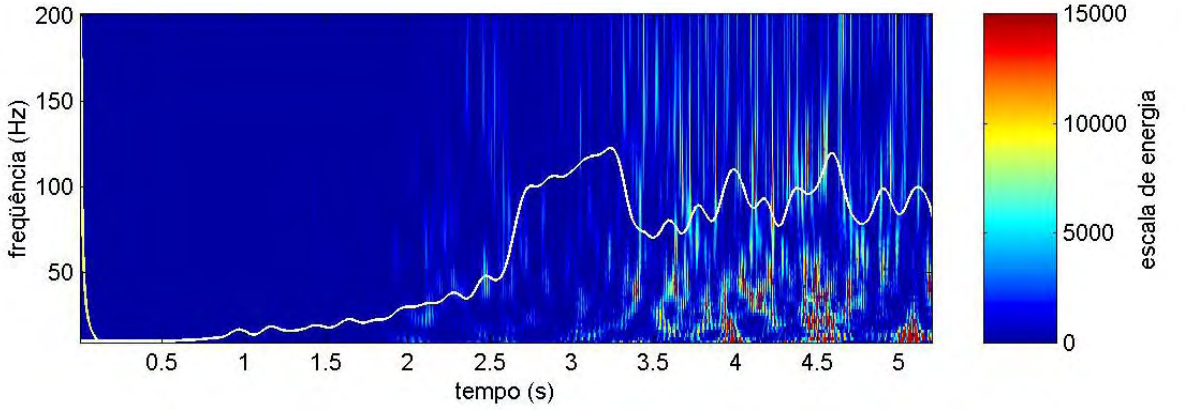
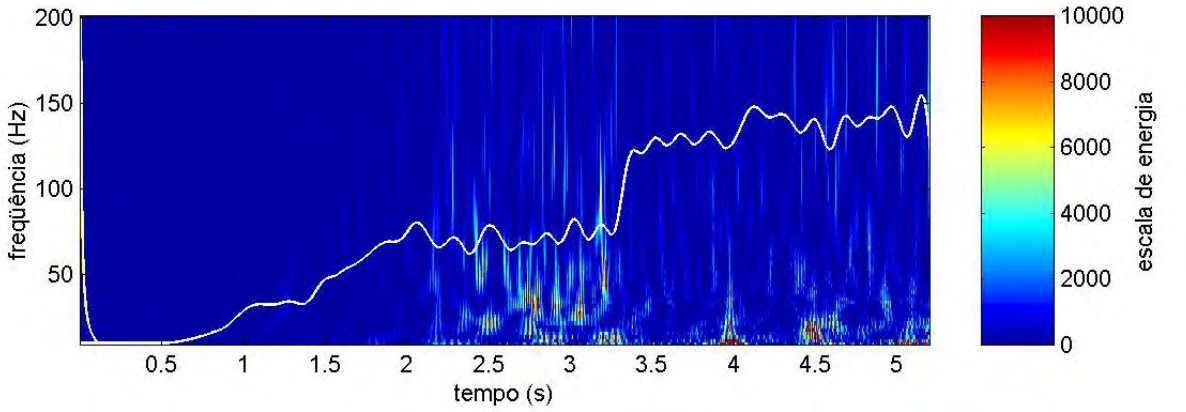


Fig. 4.28.: Reconstruções dos sinais s1 e s2, usando a transformada de pacotes de ondaletas, para intervalos sucessivos de largura 6,1 Hz.

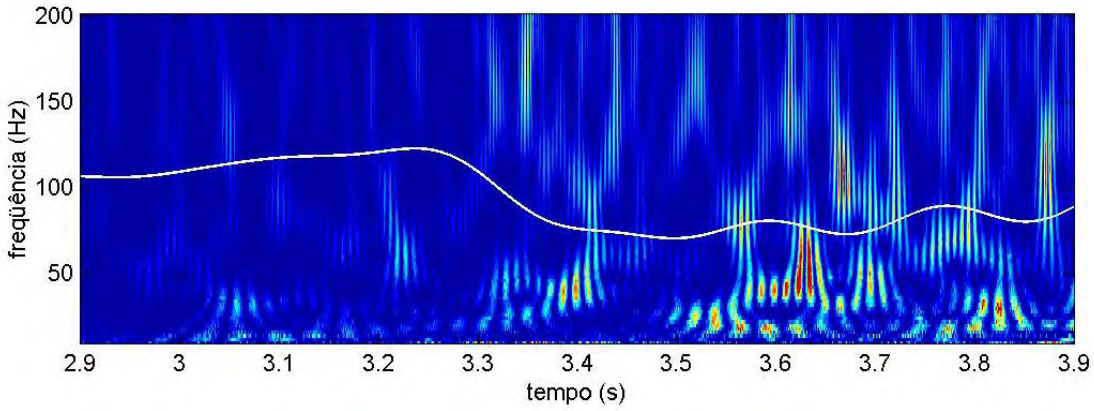


(a)

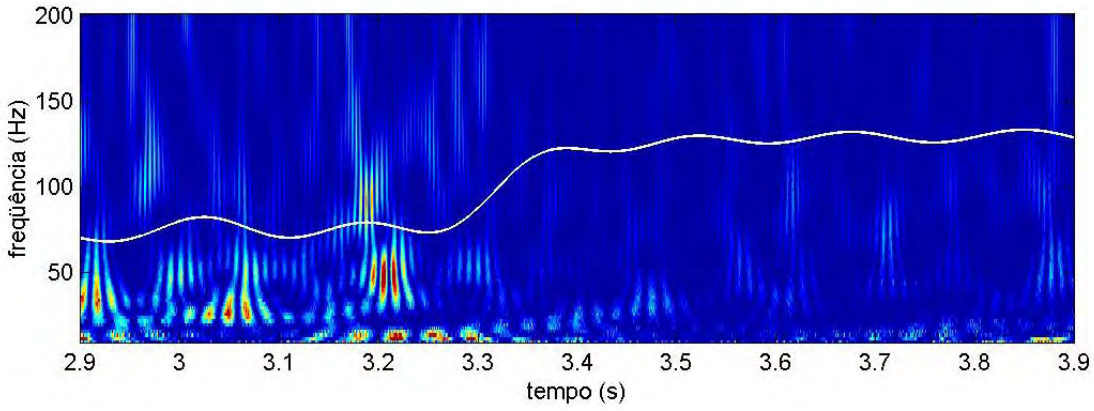


(b)

Fig. 4.29 : Espectros contínuos de ondaletas dos sinais: a) s1 e b) s2.



(a)



(b)

Fig. 4.30 :Detalhes dos espectros da Figura 4.29 para o intervalo de 2,9 a 3,9 segundos.

De um conjunto de ensaios em condições semelhantes, realizados no banco de tubos, com aquisição simultânea da flutuação de pressão, quase todos apresentando as duas formas descritas acima, foi selecionado o ensaio cujos sinais são mostrados na Figura 4.31. Consiste de um transiente de partida e uma longa região permanente, com os sinais de velocidade e pressão adquiridos a uma freqüência de 8 kHz, com filtro passa baixa de 3 kHz. A tomada de pressão situa-se mais próxima da sonda s1 na Figura 3.3. À primeira vista toda a região após o transiente de partida até o final da aquisição parece estacionária, mas, ao se observar a aproximação para o intervalo de 0 a 4 Hz, Figura 4.32, realizada por meio da transformada discreta de ondaletas, percebe-se claramente dois trechos distintos do escoamento. Estes trechos foram separados, denominando-se "trecho a" o escoamento entre 6,8 e 15 segundos e "trecho b" o escoamento entre 21 e 29,2 segundos. A transição entre os dois trechos é caracterizada por uma flutuação de pressão de grande amplitude em relação às flutuações ao longo do sinal, como pode ser visto na Figura 4.32. As velocidades médias são bastante diferentes para os dois trechos: no trecho a são, respectivamente, 11,9 m/s e 12,5 m/s enquanto que, no trecho b, são 12,3 m/s e 16,3 m/s. Os espectros de Fourier dos sinais de velocidade e pressão dos dois trechos são apresentados nas Figuras 4.33 e 4.34. Observa-se que, de maneira geral, os níveis de energia são mais elevados no trecho a, para todos os sinais, especialmente nas menores freqüências, que correspondem aos vórtices portadores de energia. A correlação entre os sinais de velocidade e o sinal de pressão, Figura 4.35, mostra valores significativos apenas no trecho a, para o sinal de velocidade da sonda mais próxima da tomada do transdutor de pressão. Embora a correlação não seja muito alta, é mais um indicativo, juntamente com os demais resultados, de que o escoamento no banco de tubos, na configuração estudada, apresenta pelo menos duas formas distintas, com intensidades de turbulência diferentes e, portanto, comportamentos diferentes da estrutura quanto a vibrações.

Na Figura 4.36, estão apresentados os espectros de ondaletas para o intervalo de 16,5 a 23 segundos, para os sinais v1 e v2. A transição ocorre entre 19 e 20 segundos e observa-se claramente que a energia, após 20 segundos, é menor nos dois sinais. Portanto, neste caso, as duas formas de escoamento não se apresentam como no exemplo anteriormente descrito, pois não há uma alternância de velocidades médias nem de energia das flutuações. Parece mais provável que o escoamento na região de medição tenha migrado de um estado em que havia a formação, na primeira fila de tubos, de uma estrutura altamente energética, para um estado com menos resistência, enquanto que, no caso anterior, a energia se mantinha alta em pelo menos um dos sinais, oscilando entre eles.

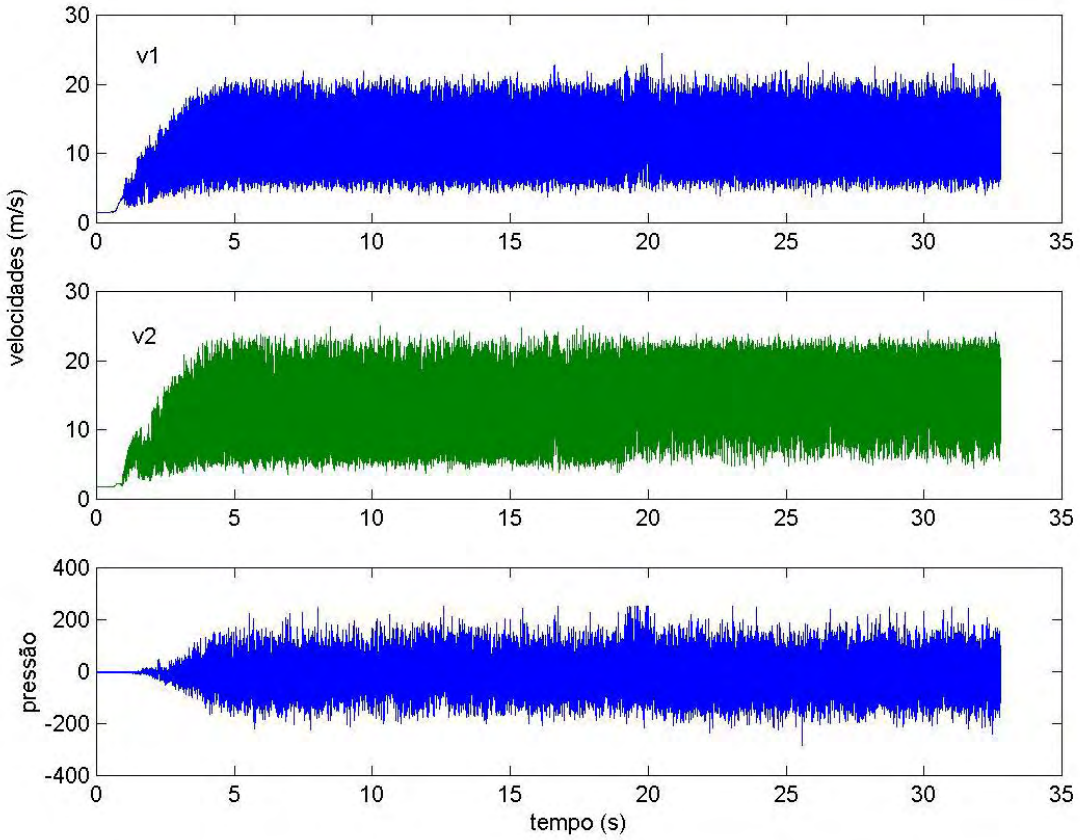


Fig. 4.31: Sinais adquiridos no banco de tubos, na mesma configuração do ensaio anterior.

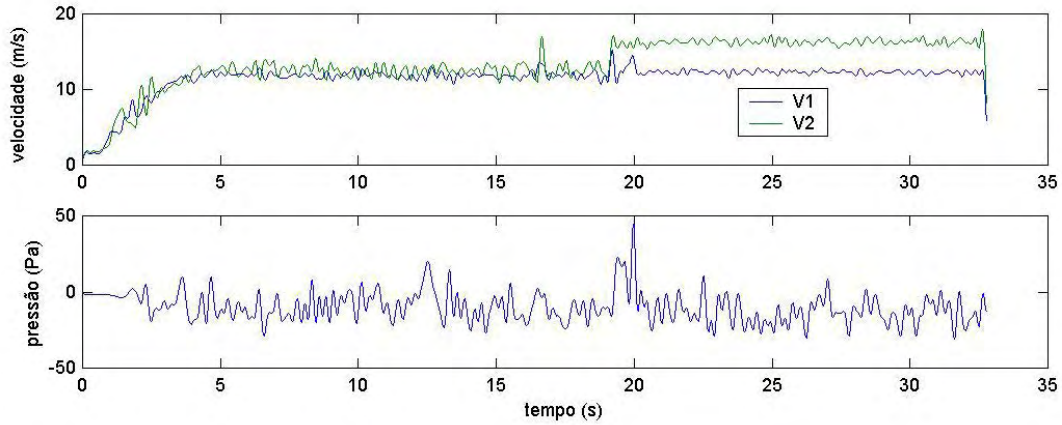


Fig. 4.32: Aproximações para os sinais da Figura 4.31, usando a transformada discreta de ondaletas, intervalo de 0 a 4 Hz. Denominou-se “trecho a” o escoamento entre 6,8 e 15 segundos e “trecho b” o escoamento entre 21 e 29,2 segundos.

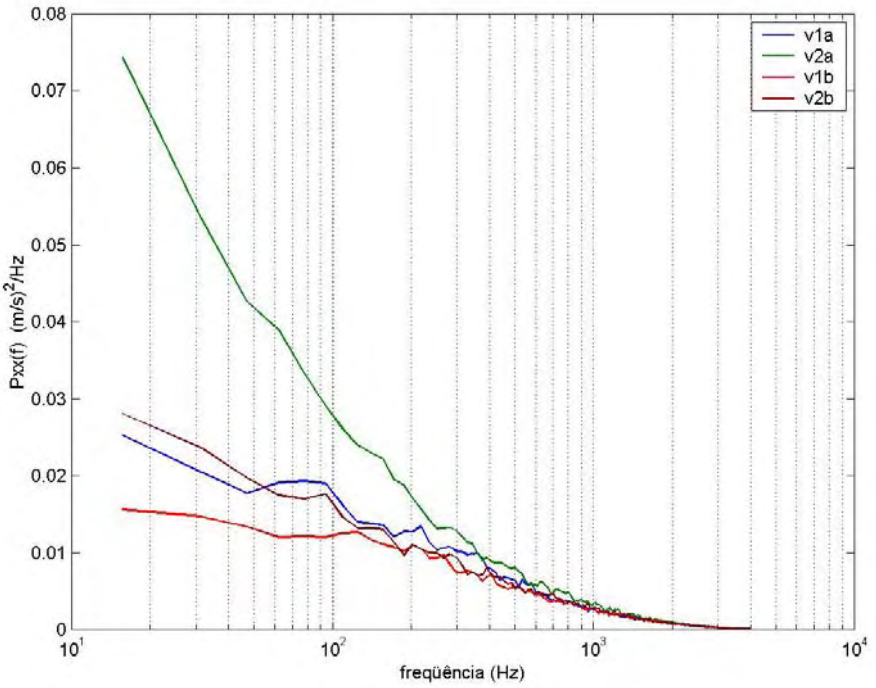


Fig. 4.33: Espectros de Fourier dos sinais de velocidade v1 e v2 da Figura 4.31, separados em dois trechos.

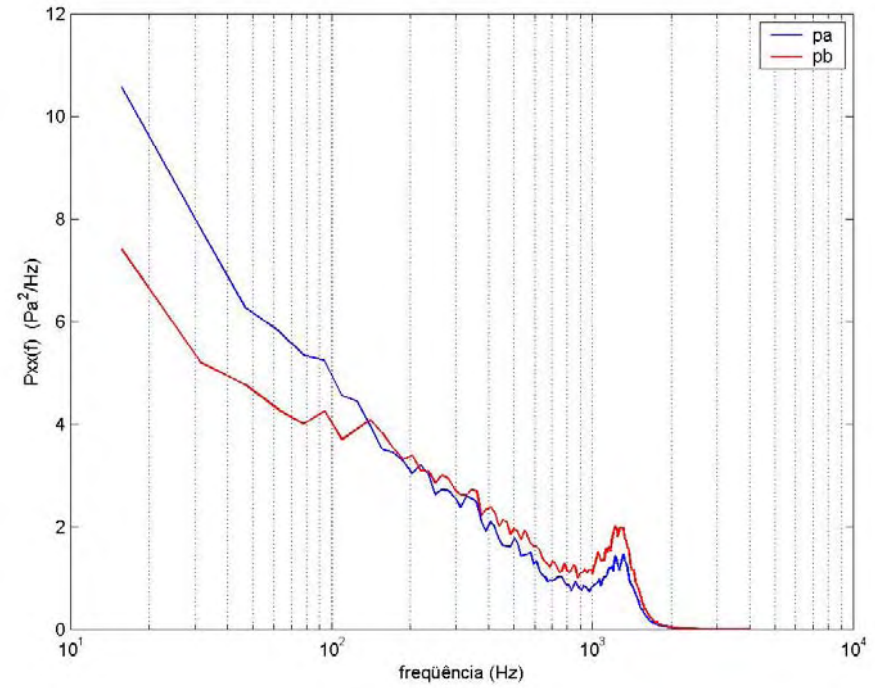


Fig. 4.34: Espectro de Fourier dos sinais de pressão da Figura 4.31, para os trechos a e b.

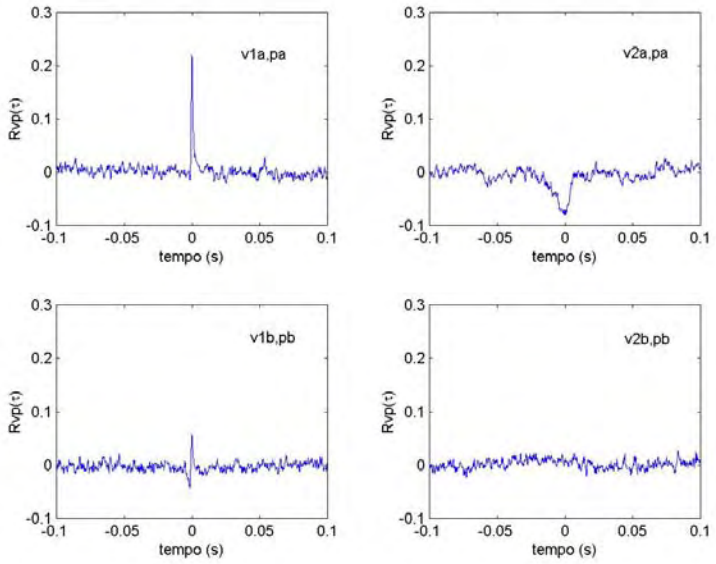


Fig. 4. 35: Correlações cruzadas entre o sinal de pressão p e os sinais de velocidade v1 e v2 para os trechos a e b.

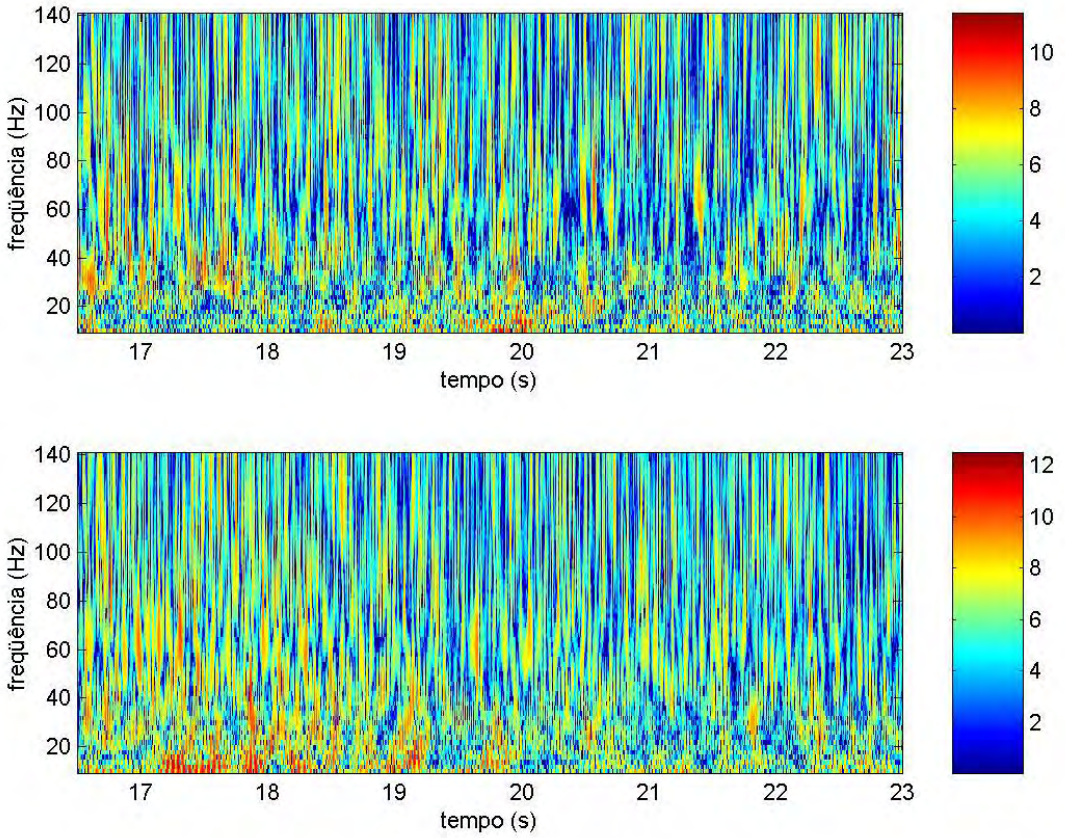


Fig. 4.36: Espectro de ondaletas para os sinais v1 e v2, entre 16,5 e 23 segundos, intervalo de tempo onde ocorre a transição entre os trechos a e b do escoamento.

5. CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi o estudo das possibilidades das transformadas de ondaletas como ferramenta para análise de resultados experimentais em turbulência. A abordagem tradicional, utilizando médias, correlações e a análise de Fourier, não faculta a análise do comportamento transiente, pois, para que seja aplicável, é necessário que o fenômeno estudado seja estacionário. A hipótese de ergodicidade dos sinais deverá ser também aplicada. A transformada de ondaletas foi escolhida como objeto de estudo por ser a ferramenta matemática mais largamente usada no estudo de transientes em inúmeras áreas do conhecimento. Escolheu-se também o aplicativo Matlab para a elaboração dos algoritmos necessários, utilizando-se preferencialmente, e na medida do possível, as funções prontas oferecidas no "*wavelet toolbox*" com o objetivo de simplificar a aplicação destas ferramentas e torná-las usuais na análise experimental.

O estudo incluiu uma revisão histórica e bibliográfica, bem como uma apresentação dos fundamentos matemáticos da análise dos sinais e da transformada de ondaletas.

O fenômeno escolhido para demonstrar a capacidade e versatilidade da transformada de ondaletas foi a esteira de vórtices provocada por um tubo perpendicular ao escoamento, em regime transiente, por se tratar de caso clássico de estrutura coerente. Foram aplicadas transformadas contínuas e discretas e mostradas várias formas de representação dos resultados. A evolução temporal da esteira de vórtices pôde ser observada para cada intervalo de freqüência desejado, tanto no regime transiente como no permanente. A sobreposição da estrutura coerente da esteira ao fundo turbulento randômico pôde ser observada, bem como o ganho de energia em todas as freqüências, em relação ao escoamento a montante da esteira, provocado pela presença do tubo.

O uso da transformada de ondaletas para a análise quantitativa no regime transiente também se mostrou possível, tendo esta aplicação se mostrado muito útil para abreviar a análise quando se quer considerar o comportamento em vários números de Reynolds. No entanto, os

resultados obtidos na análise do número de Strouhal, no escoamento transiente, usando a transformada de ondaletas, bem como na análise da sucessão de aquisições em regime permanente, usando a transformada de Fourier, apresentaram um resultado de certa forma inesperado pois, embora um aumento do número de Strouhal devido ao alto fator de bloqueio da seção de testes pelo tubo utilizado fosse previsto, os valores dos resultados experimentais foram consideravelmente maiores do que o esperado. A partir de informações da literatura pode-se concluir que a causa mais provável para este fato é a aceleração do escoamento devida ao bloqueio do canal pelo cilindro.

A comparação da esteira de vórtices com as funções senoidais de freqüência linearmente modulada (*chirp*) e de freqüência constante, utilizando a transformada de ondaletas, mostrou o quanto o comportamento da esteira se assemelha, matematicamente, a estas funções, respectivamente no regime transiente e permanente, sobrepostas ao fundo randômico da turbulência desenvolvida.

Também foi analisado o escoamento sobre um banco de tubos, que já havia sido objeto de estudos anteriores (Endres e Möller,2001). Com o auxílio da transformada de ondaletas foi possível detectar um comportamento não estacionário neste escoamento, apresentando duas formas com características diferentes, mesmo em regime permanente. As duas formas foram isoladas em trechos diferentes e analisadas separadamente e comprovou-se suas características distintas.

Conclui-se que as transformadas de ondaletas são ferramentas extremamente versáteis na análise experimental, pois, não exigindo que o fenômeno seja estacionário, possibilitam a análise tempo-freqüência de praticamente qualquer escoamento turbulento ou outro fenômeno que possa ser convenientemente representado por uma série temporal, ampliando, desta forma, o universo das funções estatisticamente tratáveis e também possibilitando avaliar o erro admitido ao se adotar esta hipótese simplificadora em funções que na realidade não o são.

A habilidade das transformadas de ondaletas, utilizadas neste trabalho, de filtrar o sinal em seus diversos intervalos de freqüência e obter a visualização da evolução temporal de cada intervalo, embora não leve obrigatoriamente à descoberta de particularidades dos escoamentos, como ocorreu neste trabalho, é muito útil para a melhor compreensão dos fenômenos estudados.

O aplicativo Matlab, versão 5.3, utilizado em toda esta pesquisa, oferece várias facilidades para a aplicação das transformadas de ondaletas que, aliadas ao conhecimento dos fundamentos teóricos, simplificaram muito a análise das extensas séries temporais obtidas neste trabalho.

5.1. Sugestões para futuros trabalhos

Com o uso da transformada de ondaletas, o estudo do comportamento em duas maneiras diferentes do escoamento em bancos de tubos, denominado na literatura escoamento biestável, poderá ser aprofundado, por meio da análise em outras regiões do escoamento, como as primeiras fileiras de tubos. Também outras configurações de tubos poderão ser analisadas.

Sugere-se também que, além do estudo do escoamento nas primeiras fileiras de tubos do banco, seja detalhadamente estudado o escoamento sobre dois e três tubos alinhados, com a mesma razão de espaçamento, que apresentam inconfundivelmente a característica de comportamento biestável (Olinto et al., 2004).

É recomendado um estudo mais aprofundado do comportamento do número de Strouhal em baixas velocidades e com altas razões de bloqueio, utilizando-se tubos de outro diâmetro e possivelmente outras técnicas de medição ou ensaios em canal d'água, para obter-se menores números de Reynolds com velocidades mais altas do escoamento, com menos incerteza de medição e menos influência do meio externo próximo à seção de testes.

A análise de sinais utilizando o espectro cruzado de ondaletas e o ângulo de fase é uma possibilidade muito atraente e deve ser objeto de pesquisa futura.

Ainda pode-se citar a aplicação da transformada de ondaletas ao estudo experimental da transição à turbulência e à simulação numérica da turbulência como áreas a serem exploradas.

Há outras transformadas que são aplicadas ao estudo da turbulência, às vezes associadas à transformada de ondaletas, como a transformada de Gabor ou a transformada de Hilbert, que fogem ao âmbito deste estudo, ficando também como sugestão para trabalhos futuros.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abreu Sá, L. D., Sambatti, S. B. M. e Galvão, G. P.,1998, Ondeleta de Morlet aplicada ao estudo da variabilidade do nível do rio Paraguai em Ladário,MS, **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 33, número especial, pp. 1775-1785.

Abry, P., 1997, **Ondelettes et turbulence. Multirésolutions, algorithms de décomposition, invariance d'échelles**, Paris, Diderot Editeur.

Achenbach, E. e Heinecke, E., 1981, On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6, Journal of Fluid Mechanics, v. 109, pp. 239-251, UK.

Akai, M., 1997, Wavelet Applications in Medicine, **IEEE Spectrum**, V. 34, no. 5, pp. 50-56, New York, IEEE.

Alam, M. M., Moriya, M. and Sakamoto, H., 2003, Aerodynamic characteristics of two side-by-side circular cylinders and application of wavelet analysis on the switching phenomenon, **Journal of Fluids and Structures**, v. 18, pp 325-346, Elsevier

Argoul, F., Arnéodo, A., Grasseau, G., Gagne, Y., Hopfinger, E. J. e Frisch, U., 1989, Wavelet analysis of turbulence reveals the multifractal Nature of the Richardson cascade, **Nature**, v. 338, n. 6210, pp. 51-53, Hampshire UK, Macmillan Magazines Ltd.

Batchelor, G. K., e Townsend, A. A., 1947, Decay of vorticity in isotropic turbulence, **Proc. R. Soc. London**, ser. A190, pp. 534-550.

Bénard, H, 1908-a, Formation périodique de centres de giration à l'arrière d'un obstacle en mouvement, **C. R. Acad. Sci**., 147, pp. 839-842.

Bénard, H., 1908-b, Etude cinématographique des ramous et des rides produits par la translation d'un obstacle, **C. R. Acad. Sci**., 147, pp. 970-972.

Bendat, J. S. e Piersol, A. G., 1971, **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**, New York, Wiley-Interscience.

Blevins, R. D., 1990, **Flow –Induced Vibration**, New York, Van Nostrand Reinhold.

Bruce, A., e Gao, H-Y., 1996, **Applied Wavelet Analysis with S-PLUS**, New York, Springer-Verlag.

Buresti, G., Lombardi, G. e Bellazzini, J., 2004, On the analysis of fluctuating velocity signals through methods based on the wavelet and Hilbert transforms, **Chaos, Solitons and Fractals**, n. 20, pp. 149-158, Elsevier.

Bruno, R., Carbone, V., Veltri, P., Pietropaolo, E. e Bavassano, B., 2001, Identifying intermitency events in the solar wind, **Planetary and Space Science**, v. 49, pp. 1201-1210, Oxford, Pergamon - Elsevier Science Ltd..

Cadot, O., Douady, S. e Couder, Y., 1995, Characterization of the low pressure filaments in a three-dimensional turbulent shear flow, **Phys. Fluids**, v. 7, no. 3, pp. 630-646, Woodbury, American Institute of Physics.

Cooley, J. W. E Tukey, J. W., 1965, An Algorythm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, **Math. Comp**., v. 19, pp. 297-301, Providence, Amer. Mathematical Soc.

Daubechies, I., 1992, **Ten Lectures on Wavelets**, Philadelphia, Pennsylvania, SIAM.

Dias, G. A. D., 2000, **Análise de Wavelet – Aplicação em qualidade de energia**, Tese de Doutorado, PROMEC-UFRGS.

Domingues, M. O., Mendes Júnior, O. e Costa, A. M., 2003, Algumas aplicações wavelet na análise de sinais atmosféricos, Anais do DINCON 2003, Série Arquimedes, v. 2, SBMAC.

Einstein, A., 1914, Eine Methode zur statistischen Verwertung von Beobachtungen scheinbar unregelmässig quasiperiodisch verlaufender Vorgänge, **The collected papers of Albert Einstein**, Vol. 4, Princeton University Press, www.alberteinstein.info/PDFs/CP4Doc30_pp603-7.pdf.

Endres, L. A. M. E Möller, S. V., 2001, On the fluctuating wall pressure field in tube banks, **Nuclear Engineering and Design**, v. 203, pp. 13-26.

Evangelista, G., 2001, Flexible wavelets for music signal processing, **J. New Music Research**, v. 30, n. 1, pp. 13-22, Netherlands, Swets Zeitlinger Publishers.

Farge, M., 1992, Wavelet Transforms and Their Applications to Turbulence, **Annu. Rev. Fluid Mech**., v. 24, pp. 395-457, Palo Alto, Annual Reviews Inc..

Farge, M., Kevlahan, N., Perrier, V. e Goirand, E., 1996, Wavelets and Turbulence, **Proceedings of the IEEE**, Vol. 84, no. 4, pp. 639-669, New York, IEEE.

Farge, M., Kevlahan, N., Perrier, V. e Schneider, K., 1999, Turbulence analysis, modeling and computing using wavelets, **Wavelets in Physics**, pp. 117-200, Cambridge, UK, Cambridge University Press.

Farge, M. e Schneider, K., 2001, Coherent Vortex Simulation (CVS), A Semi-Deterministic Turbulence Model Using Wavelets, Flow, **Turbulence and Combustion**, v. 66, pp. 393-426, Netherlands, Kluver Academic Publishers.

Farge, M., Schneider, K., Pellegrino, G., Wray, A. A. e Rogallo, R. S., 2003, Coherent vortex extraction in three dimensional homogeneous turbulence: Comparison between CVS-wavelet and POD-Fourier decompositions, **Physics of Fluids**, v 15, n 10, pp. 2886-2896, Melville, NY, American Institute of Physics.

Fournier, A., 2000, Introduction to Orthonormal Wavelet Analysis with Shift Invariance: Application to Observed Atmospheric Blocking Spatial Structure, **Journal of the Atmospheric**

Sciences, v.57, pp. 3856-3879, Boston, American Meteorological Society.

Frisch, U., Sulem, P-L. e Nelkin, M., 1978, A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence, **J. Fluid Mech**., v. 87, part 4, pp. 719-736, New York, Cambridge Univ. Press.

Gao, W., Li, B. L., 1993, Wavelet Analysis of Coherent Structures at the Atmosphere-Forest Interface, **Journal of Applied Meteorology**, v. 32, pp. 1717-1725, Boston, American Meteorological Society.

Gilliam, X., Dunyak, J., Doggett, A., Smith, D., 2000, Coherent structure detection using wavelet analysis in long time-series, **J. Wind Eng. Ind. Aerodyn**., v. 88, pp. 83-195, Amsterdam, Elsevier Science Ltd..

Goldstein, R. J., 1983, **Fluid Mechanics Measurements**, Washington, Hemisphere Publishing Corp.

Gomes, S. M., Domingues, M. O. e Kaibara, M. K., 2001, Navegando de Fourier a Wavelets, in **Aplicações em Dinâmica e Controle**, pp. 243-265, Assoc. Bras. de Ciências Mecânicas (ABCM) e Soc. Bras. Mat. Apl. e Computacional (SBMAC).

Haar, A., 1909, Zur Theorie der Orthogonalen Funktionensystheme, Math. Annal., 69, 331-371.

Hajj, M. R., Tieleman, H. W. e Tian, L., 2000, Wind tunnel simulation of time variations of turbulence and effects on pressure on surface-mounted prisms, **J. Wind Eng. Ind. Aerodyn**., v. 88, pp. 197-212, Amsterdam, Elsevier Science Ltd..

Hazas, M. e Rayner, P. J. W., 1999, Denoising music signals using wavelet and local trigonometric bases, http://www-sigproc.eng.cam.ac.uk/music-proc/1999/submissions/hazas.pdf

Hinze, J. O., 1975, **Turbulence**, New York, Mc Graw-Hill.

Houtveen, J. H. e Molenaar, P. C. M., 2001, Comparison between the Fourier and Wavelet methods of spectral analysis applied to stationary and nonstationary hearth period data,

Psychophysiology, vol. 38, pp. 729-735, Port Chester, Cambridge University Press.

Hubbard, B. B., 1998, **The World According to Wavelets**, Massachusetts, AK Peters.

Hudgins, L., Friehe, C. A. e Mayer, M. E., 1993, Wavelet Transforms and Atmospheric Turbulence, **Physical Review Letters**, v. 71, no. 20, pp. 3279-3282, College PK, The American Physical Society.

Hussain, A. K. M. F., 1983, Coherent structures – reality and myth, **Phys. Fluids**, v. 26, n. 10, pp. 2816-2850, American Institute of Physics.

Kaiser, G., 1994, **A Friendly Guide to Wavelets**, Boston, Birkhäuser.

Kitagawa, T. e Nomura, T., 2003, A wavelet -based method to generate artificial wind fluctuation data, **J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.**, v. 91, n.7, pp. 943-964, Amsterdam, Elsevier Science Ltd..

Kolmogorov, A. N., 1962, A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number, **J. Fluid Mech**., v.13, pp. 82-85.

Kolmogorov, A. N., 1991, Local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at very high Reynolds number, **Proceedings of the Ro. Soc. of London**, series A, v. 434, pp. 9-13.

Körner, T. W.,1988, **Fourier Analysis**, Cambridge, Cambridge University Press.

Kozakevicius, A. J., 2002, **Wavelets Interpolatóras como Ferramenta para Resolução Adaptativa de EDP's Hiperbólicas**, Tese de Doutorado, IME-USP.

Kuo, A. Y.-S. e Corrsin, S., 1971, Experiments on internal intermittency and fine structure distribution functions in fully turbulent fluid, **J. Fluid Mech**., v. 50, pp. 285-319, New York, Cambridge University Press.

Lau, K. –M. e Weng, H., 1995, Climate Signal Detection Using Wavelet Transform: How to Make a Time Series Sing, **Bulletin of the American Meteorological Society**, V. 76, n. 12, pp. 2391-2402.

Lee, S.-J., Lee, S.-I. e Park, C.-W., 2004, Reducing the drag on a circular cylinder by upstream installation of a small control rod, **Fluid Dynamics Research**, V. 34, pp.233-250, The Japan Society of Fluid Mechanics and Elsevier B. V.

Lewalle, J., 1993, Wavelet Transforms of the Navier-Stokes Equations and the Generalized Dimensions of Turbulence, **Applied Scientific Research**, v. 51, pp. 109-113, Netherlands, Kluwer Academic Publishers.

Mallat, S. G., 1989, A theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation, **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 11, no. 7, pp. 674-693, Los Alamitos, IEEE Computer Soc.

Mallat, S. G., 1998, **A wavelet tour of signal processing**, San Diego, Academic Press.

Mandelbrot, B. B., 1974, Intermittent turbulence in self similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier, **J. Fluid Mech**., v. 62, part 2, pp. 331-358, New York, Cambridge Univ. Press.

Mandelbrot, B. B., 1998, **Objectos Fractais** (tradução da 3ª. edição francesa, de 1989), Lisboa, Gradiva

Meneveau, C., 1991, Analysis of turbulence in the orthonormal wavelet representation, **J. Fluid Mech**., v. 232, pp. 469-520, New York, Cambridge University Press.

Meyer, Y., 1993, **Wavelets: algorithms and applications**, Philadelphia, Pennsylvania, SIAM.

Miner, N. E., Goldsmith, T. E., Caudell, T. P., 2002, Perceptual validation experiments for evaluating the quality of wavelet-synthesized sounds, **Presence-Teleoper. Virtual Env**., v. 11, n. 5, Cambridge MA, MIT Press.

Mochimaru, F., Fujimoto, Y. e Ishikawa, T., 2002, Detecting the Fetal Electrocardiogram by Wavelet Theory-Based Methods, **Progress in Biomedical Research**, v. 7, n. 3, http/www.uinet .or.jp/~ishiyasu/200207030185.pdf

Moffat, R. J., 1988, Describing the Uncertainties in Experimental Results, **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 1, pp. 3-17, New York, Elsevier Science Publishing Co.

Möller, S. V., 1989, Limitações no uso de anemômetros de fio quente duplos para medições de turbulência, X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, RJ.

Morettin, P. A., 1999, **Ondas e Ondaletas, da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas**, São Paulo, SP, Edusp.

Mouri, H., Kubotani, H., Fujitani, T., Niino, H. e Takaoka, M., 1999, Wavelet analyses of velocities in laboratory isotropic turbulence, **J. Fluid. Mech**., v. 389, pp. 229-254, New York, Cambridge University Press.

Olinto, C. R. e Möller, S. V., 2004, X-probe calibration using Collis and Williams equation, **Proceedings of thermal Sciences and Engineering – ENCIT 2004**, RJ, Brasil, Braz. Soc. Mech. Sci. and Eng. – ABCM.

Olinto, C. R., Indrusiak, M. L. S. e Möller, S. V., 2004, Experimental Study of the bistable flow in tube arrays, IV Escola de Primavera de Transição e Turbulência - ETT 2004, **Anais da ETT – 2004**, Porto Alegre, Brasil.

Ogden, R. T., 1997, **Essential Wavelets for Statistical Applications and data Analysis**, Boston, Birkhäuser.

Ozono, S., 2003, Vortex suppression of the cylinder wake by deflectors, **Journal of the Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 91, pp. 91-99, Elsevier Science Ltd.

Percival, D. B. e Walden, A. T., 2000, **Wavelets Methods for Time Series Analysis**, Cambridge, UK, Cambridge University Press.

Perrier, V., Philipovitch, T. e Basdevant, C., 1995, Wavelet spectra compared to Fourier spectra, **J. Math. Phys**., v. 36 (3), pp. 1506-1518, Woodbury, American Institute of Physics.

Polikar, R., 1999,The Story of Wavelets, http://engineering.rowan.edu/~polikar/RESEARCH/ PUBLICATIONS/wavelet99.pdf.

Raspopov, O. M., Dergachev, V. A. e Kolström, T., 2004 Periodicity of climate conditions and solar variability derived from dendrochronological and other palaeoclimatic data in high latitudes, **Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology**, v. 209. pp. 127-139, Elsevier

Reynolds, O., 1894, On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion, **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, Series A, 186, pp. 123-164.

Rodríguez-Arias, M. A. e Rodó, X., 2004, A primer on the study of transitory dynamics in ecological series using the scale dependent correlation analysis, **Oecologia**, v. 138, pp. 485-504, Springer-Verlag.

Roshko, A., 1952, **On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets**, PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California, http://etd.calthech.edu/etd/ available/etd-10302003-144124/unrestricted/Roshko_a_1952.pdf, 02/11/2005

Schlichting, H., 1968**, Boundary-Layer Teory**, New York, Mc Graw Hill.

Schuck Jr., A., 1998, **Análise e processamento de sinais de voz disfônica através da transformada wavelet discreta**, Tese de Doutorado, PPGEM-UFRGS.
Silva, C., 1999, **Análise experimental do campo de pressão e perda de carga em bancos de tubos**, Dissertação de Mestrado, PROMEC-UFRGS

Silveira Neto, A., 2002, Fundamentos da Turbulência nos Fluidos, **Anais da III Escola de Primavera em Transição e Turbulência**, Florianópolis-SC

Smith, L. C., Turcotte, D. L. e Isacks, B. L., 1998, Stream flow characterization and feature detection using a discrete wavelet transform, **Hydrological Processes**, v. 12, pp. 233-249, W. Sussex, John Wiley & Sons Ltd.

Strouhal, V., 1878, Über eine besondere Art der Tonerregung, **Ann. Phys. und Chemie**, New Series vol. 5, pp. 216-251, http://www.weltderphysik.de/forschung/geschichte/annalen/1878_241.html

Taylor, G. I., 1938, The spectrum of turbulence, **Proceedings of the Ro. Soc. of London**, series A, 164, pp. 476-490.

Torrence, C. e Webster, P. J., 1999, Interdecadal Changes in the ENSO-Monsoon System, **Journal of Climate**, v. 12, pp. 2679-2690, American Meteorological Society.

Torrence, C. e Compo, G. P., 1998, A Practical Guide to Wavelet Analysis, **Bulletin of the American Meteorological Society**, v. 79, n. 1

Townsend, A. A., 1951, On the fine-scale structure of turbulence, **Proc. R. Soc. London**, Ser. A 208, pp. 534-542.

Treviño, G. e Andreas, E. L., 1996, On Wavelet Analysis of Nonstationary Turbulence, **Boundary-Layer Meteorology**, v. 81, pp. 271-288, Netherlands, Kluver Academic Publishers.

Tzanetakis, G., Essl, G. e Cook, P., 2001, Audio Analysis using the Discrete Wavelet Transform, www.cs.princeton.edu/~gessl/papers/amta2001.pdf

Unser, M., Blu, T., 2003, Mathematical Properties of the JPEG2000 Wavelet Filters, http:/bigwww.epfl.ch/preprints/unser0303p.html.

Valens, C., 1999, A Really Friendly Guide to Wavelets, www.perso.wanadoo.fr/polyvalens/Clemens/wavelets/wavelets.html-58k.

Vicari, K. F. F., 1996, **Análise Experimental do Escoamento Turbulento em Dutos**

Circulares com Promotores de Turbulência Internos Tipo Helicóides, Dissertação de Mestrado, PROMEC/UFRGS.

Wei, G. W., Zhan, M. e Lai, C. -H., 2002, Tailoring Wavelets for Chaos Control, **Physical Review Letters**, v. 89, no. 28, pp. 284103-1 a 284103-4, College PK, The American Physical Society.

Welch, P. D., 1967, The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms, **IEEE Trans. Audio and Electroacoustics**, v. AU-15, pp. 70-75, New York, IEEE

West, G. S. e Apelt, C. J., 1982, The effects of tunnel blockage and aspect ratio on the mean flow past a circular cylinder with Reynolds numbers between 10^4 and 10^5, **Journal of. Fluid Mechanics**, v.114, pp. 361-377, UK.

Yamada, M. e Ohkitani, K., 1991, An Identification of Energy Cascade in Turbulence by Orthonormal Wavelet Analysis, **Progress of Theoretical Physics**, v. 86, no. 4, pp. 799-815, Kyoto Univ., Kyoto.

Ziada, S., Oengören, A. e Bühlmann, E. T., 1989, On acoustical resonance in tube arrays. Part I: Experiments, **Journal of Fluids and Structures**, v. 3, pp. 293-314.

Žukauskas, A., 1972, Heat Transfer from Tubes in Crossflow, em **Advances in Heat Transfer**, v. 8, Academic Press Inc., New York, 1972.

Anexo A - Algumas funções ondaleta e escala

Funções de Haar

A função original de Haar, (Figura A-1), é assim definida:

$$\psi^{\text{Haar}}(t)=\begin{cases}1 & 0\le t<1/2\\ -1 & 1/2\le t<1\\ 0 & \text{caso contrário}\end{cases} \tag{A-1}$$

É a única ondaleta com suporte compacto e ortogonal que é simétrica. No entanto, ao contrário das outras, não é contínua. Apenas o primeiro momento é nulo. A função escala associada à ondaleta de Haar é assim definida:

$$\phi^{\text{Haar}}(t)=\begin{cases}1 & 0\le t<1\\ 0 & \text{caso contrário}\end{cases} \tag{A-2}$$

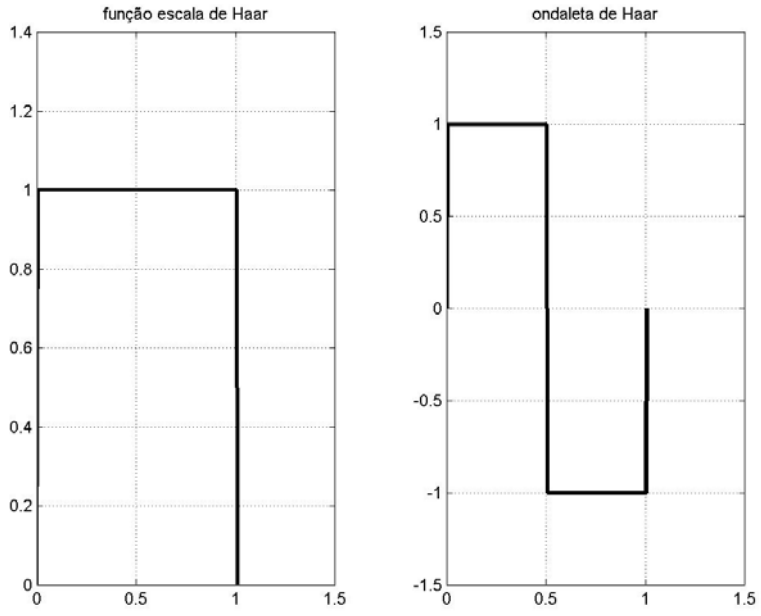


Fig. A-1: Função escala e ondaleta de Haar.

Chapéu mexicano

A ondaleta de Marr (Figura A-2) deve-se a David Marr, que trabalhava com inteligência artificial e visão (Meyer, 1993). Não forma uma base ortogonal e não possui função escala associada. É mais conhecida como chapéu mexicano e é, na realidade, a derivada segunda da função de distribuição de Gauss:

$$\psi^{mex}(t) = cte\left[\ \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right)\right]\left(1-t^2\right) \tag{A-3}$$

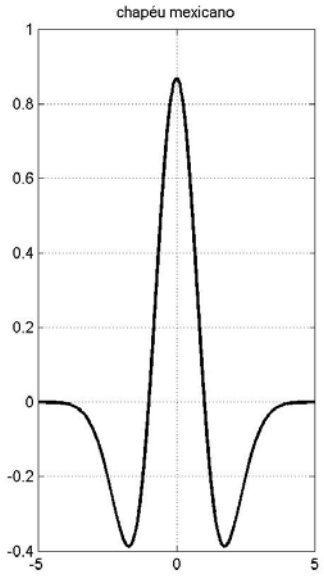


Fig. A-2: Ondaleta de Marr ou chapéu mexicano.

Ondaleta de Morlet

A ondaleta de Morlet (Figura A-3), também conhecida como Grossmann-Morlet, deve-se a Jean Morlet e é similar à representação de Gabor, com uma janela gaussiana envolvendo uma senóide:

$$\psi^{morl}(t) = \exp\left(-t^2/2\right)\cos(5t) \tag{A-4}$$

A ondaleta de Morlet não forma uma base ortogonal e não possui função escala associada.

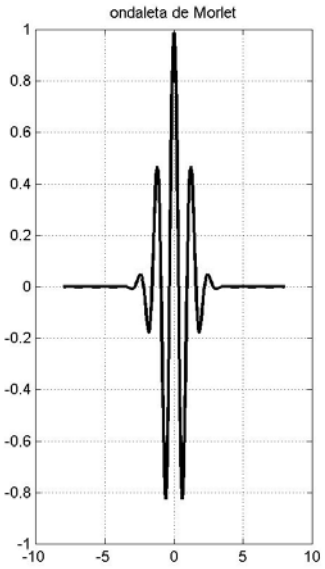


Fig. A-3: Ondaleta de Grossman-Morlet.

Ondaleta de Meyer

A ondaleta de Meyer deve-se a Yves Meyer e foi a primeira função regular passível de formar uma base ortogonal. É infinitamente derivável e possui suporte infinito. A Figura A-4 apresenta uma versão "discreta", junto com a respectiva função escala.

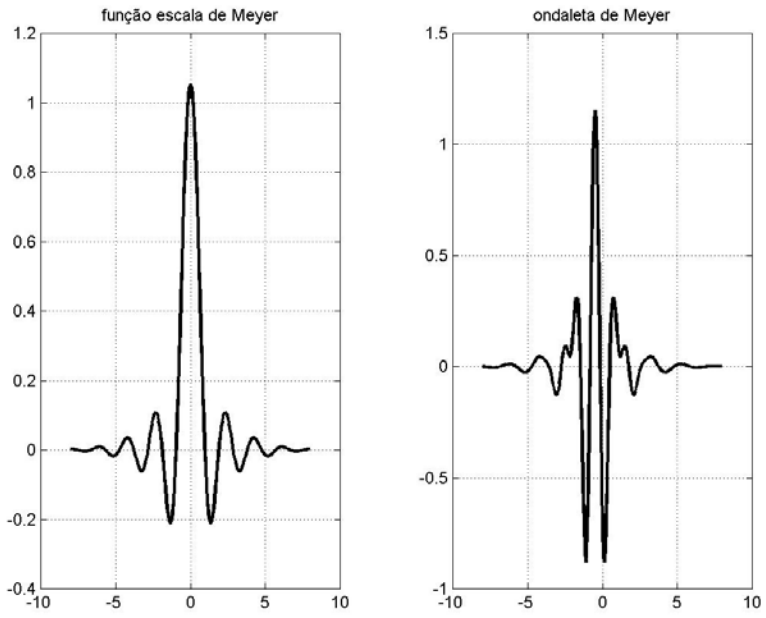


Fig. A-4: Função escala e ondaleta de Meyer.

Funções de Daubechies

As ondaletas criadas por Ingrid Daubechies, chamadas às vezes de Daublets, foram o primeiro tipo de ondaletas ortogonais contínuas com suporte compacto. São numeradas de acordo com o número de momentos nulos (Db1, Db2, etc.). Nas Figuras A-5 e A-6 estão representadas as ondaletas Db5 e Db20, com as respectivas funções escala.

As Symlets foram também construídas por Ingrid Daubechies, com a intenção de serem o mais simétricas possíveis. Têm suporte compacto e são também ortogonais. Na Figura A-7 está representada a Symlet 5 com sua respectiva função escala.

As Coiflets foram construídas por Ingrid Daubechies também para serem quase simétricas, tendo, além disso, momentos nulos tanto para a função ondaleta como para a função escala. Foram assim denominadas em homenagem ao matemático Ronald Coifman (Bruce e Gao, 1996). Na Figura A-8 está representada a Coiflet 3 com seis momentos nulos para a ondaleta e cinco para a função escala.

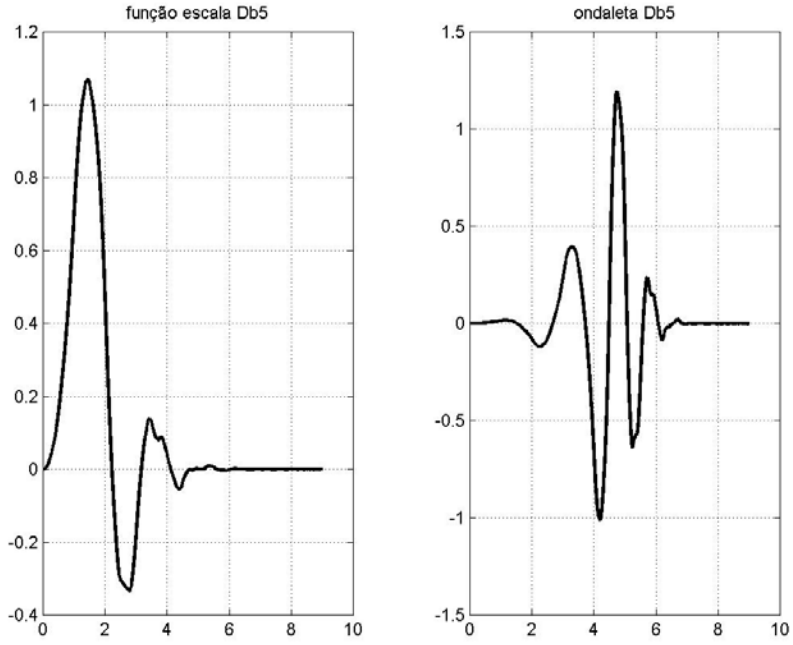


Fig. A-5: Funções escala e ondaletas de Daubechies, Daublet 5.

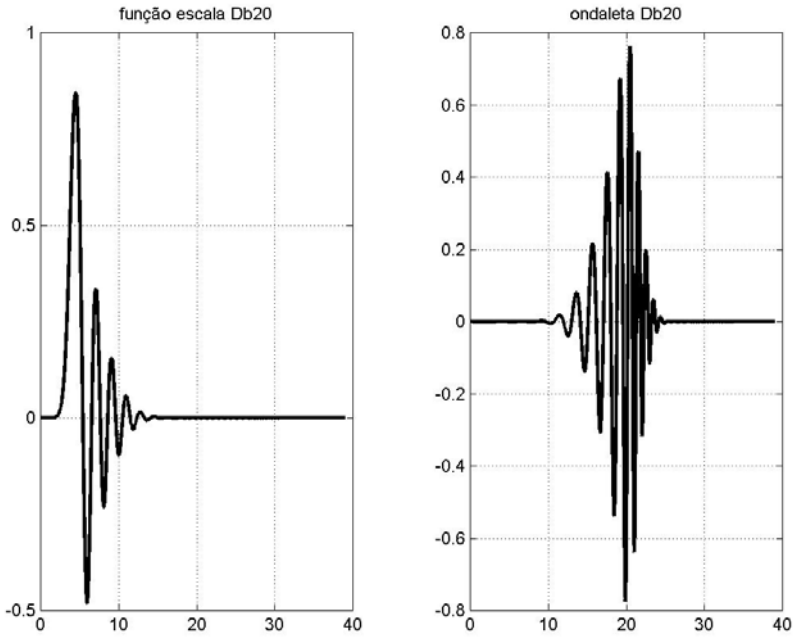


Fig. A-6: Funções escala e ondaletas de Daubechies, Daublet 20.

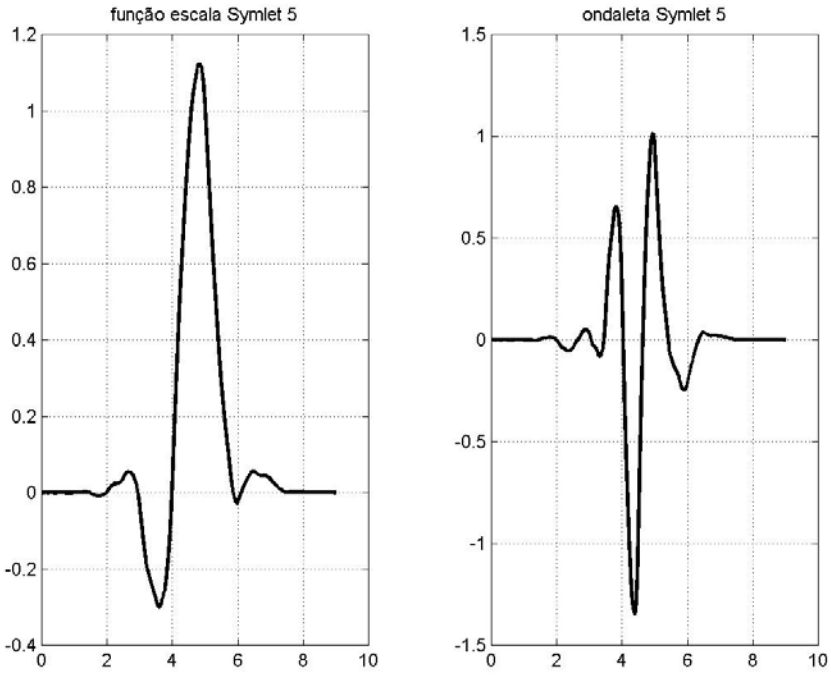


Fig. A-7: Função escala e ondaleta de Daubechies, Symlet 5.

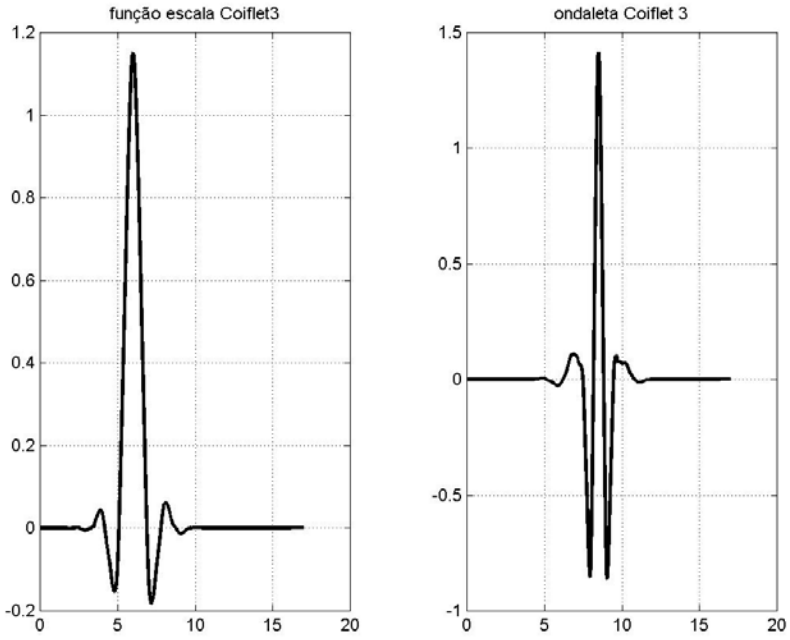


Fig. A-8: Função escala e ondaleta de Daubechies, Coiflet 3.

Anexo B - Filtros

Os coeficientes $\ell(n)$ dos filtros do algoritmo piramidal são obtidos a partir de uma função escala ϕ:

$$\ell(n) = \int \frac{1}{2} \phi\left(\frac{t}{2}\right) \phi(t-n)\, dt, \qquad n \in Z \tag{B-1}$$

A série $\{\ell(n)\}$ é a resposta de impulso do filtro passa baixa e sua transformada de Fourier, $\hat{\ell}(f)$ é a função de transferência ou resposta em freqüência.

A partir de $\{\ell(n)\}$, de comprimento 2N, são obtidos os filtros de reconstrução ou síntese:

$$R_{baixa}(n) = \frac{\{\ell(n)\}}{|\ell(n)|} \tag{B-2}$$

$$R_{alta}(n) = (-1)^n\, R_{baixa}(2N-(1-n)) \tag{B-3}$$

em que R_{baixa} é o filtro passa baixa e R_{alta} é denominado filtro passa alta (na verdade um filtro passa banda). A norma é assim definida:

$$|\ell(n)| = \sqrt{\sum_n |\ell(n)|^2} \tag{B-4}$$

A Equação (B-3) é chamada relação de quadratura simétrica e, portanto, os filtros R_{baixa} e R_{alta} são filtros de quadratura simétrica.

O filtro R_{alta} se relaciona com a função ondaleta correspondente à função escala selecionada por meio do filtro de alta cujos coeficientes são obtidos a partir da convolução das funções ondaleta e escala:

$$h(n) = \int \frac{1}{2} \psi\left(\frac{t}{2}\right) \phi(t-n)\, dt, \qquad n \in Z \tag{B-5}$$

$$R_{alta}(n) = \frac{\{h(n)\}}{|h(n)|} \tag{B-6}$$

A série {h(n)} é a resposta em impulso do filtro passa alta, $\hat{h}(f)$ é sua resposta em freqüência e:

$$|h(n)| = \sqrt{\sum_n |h(n)|^2} \tag{B-7}$$

Os filtros de decomposição ou análise são obtidos da seguinte forma:

$$D_{alta}(n) = R_{alta}(2N - (1 - n)) \tag{B-8}$$

$$D_{baixa}(n) = (-1)^n D_{alta}(2N - (1 - n)) \tag{B-9}$$

Os filtros D_{baixa} e D_{alta} também são filtros de quadratura simétrica, como se pode ver na Equação (B-9) acima.

Na Figura B-1 estão representados a resposta em impulso $\{\ell(n)\}$e os filtros de decomposição e reconstrução. Pode-se observar que os dois filtros de alta são a imagem especular um do outro, em relação ao eixo das ordenadas, assim como também os dois filtros de baixa.

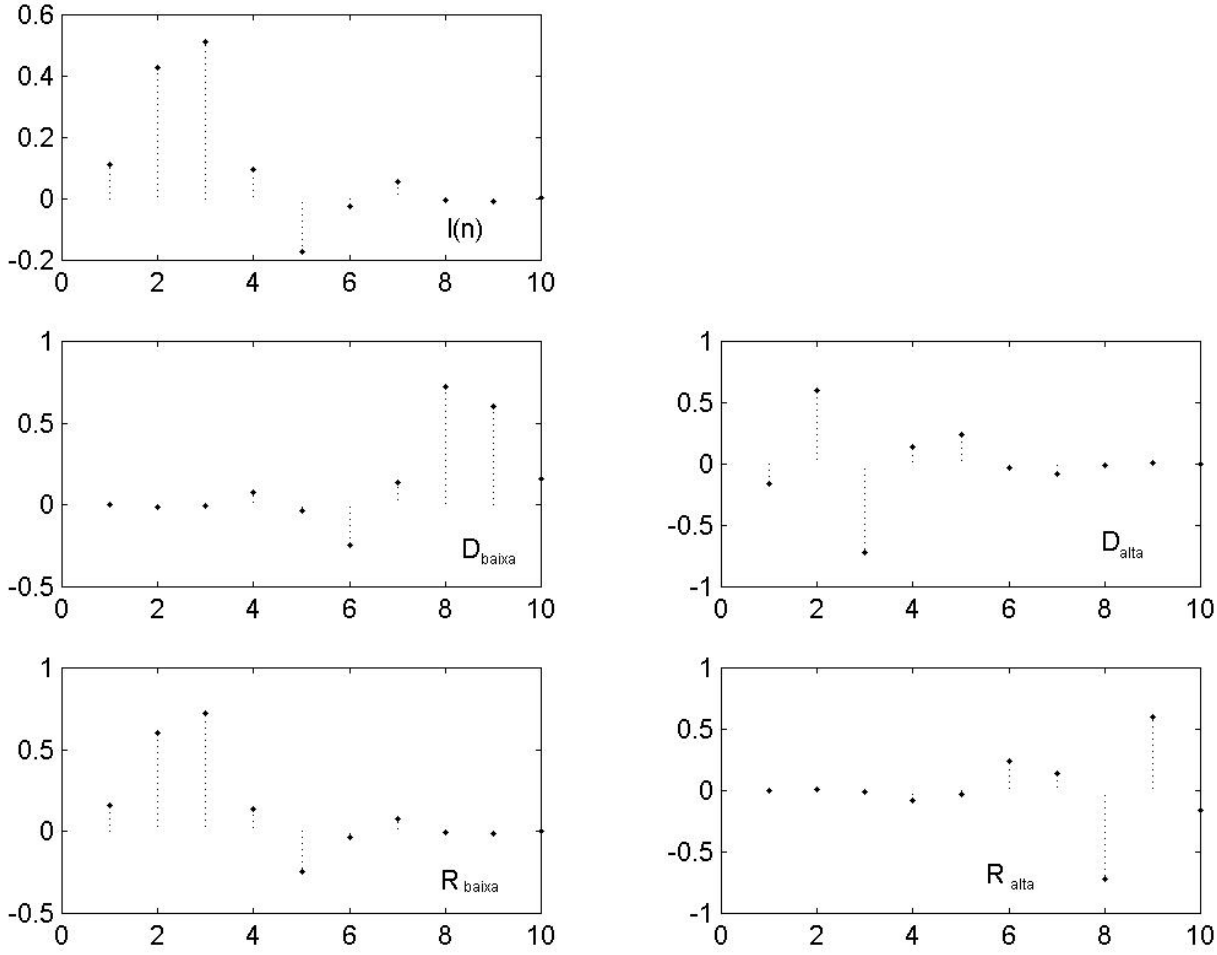


Fig. B-1: Resposta de impulso $\{\ell(n)\}$ do filtro baseado na função escala Db5 e respectivos filtros de decomposição (D_{alta} e D_{baixa}) e reconstrução (R_{alta} e R_{baixa}).

Anexo C - Análise de incertezas

A incerteza em uma medição é definida como o possível valor do erro, sendo este a diferença entre o valor medido e o real.

A estimativa do efeito das incertezas das medições individuais no resultado final calculado é fundamental em estudos experimentais e deve ser realizada como parte da preparação do experimento, pois pode auxiliar na escolha do método a ser utilizado e na busca de fontes de erros. Os erros causados por perturbação dos sensores ou por dificuldades conceituais são freqüentemente maiores do que os provenientes do sistema de medição e devem portanto ser bem avaliados na preparação do experimento (Moffat, 1988).

A equação básica para o cálculo da incerteza de um resultado, combinando-se as incertezas das variáveis envolvidas, é dada por:

$$\delta R = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2 \right\}^{1/2} \qquad \text{(C-1)}$$

em que $R=R(x_1, x_2,...x_n)$ é o resultado em análise e δx_i é a incerteza da variável x_i. A derivada parcial de R em relação a x_i é o coeficiente de sensibilidade do resultado R com respeito à medição de x_i.

As incertezas no cálculo dos números de Reynolds, $Re=V \cdot D/\nu$, e Strouhal, $S=f \cdot D/V$, aplicando-se ( ), são dadas por:

$$\delta Re = Re \left[\left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 + \left(\frac{\delta D}{D} \right)^2 + \left(\frac{\delta \nu}{\nu} \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(C-2)}$$

e

$$\delta S = S \left[\left(\frac{\delta f}{f} \right)^2 + \left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 + \left(\frac{\delta D}{D} \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(C-3)}$$

A incerteza na leitura de D é de ± 0,0001m, enquanto que ν depende das leituras de temperatura, com erro de ± 0,5° C e de pressão, com erro de ± 0,5 mmHg.

A incerteza na leitura de velocidade depende da equação utilizada para conversão dos valores de tensão obtidos pelo anemômetro de fio quente. Para sonda de fio reto, utilizando-se a Equação (C.1), obtém-se:

$$\delta U_x = \frac{U_x}{nx}\left[\left(\ln U_x\,\delta nx\right)^2 + \left(\frac{1}{B_x}\delta B_x\right)^2 + \left(\frac{2E_{0x}}{E_x^2 - E_{0x}^2}\delta E_{0x}\right)^2 + \left(\frac{2E_x}{E_x^2 - E_{0x}^2}\delta E_x\right)^2\right]^{1/2} \qquad \text{(C-4)}$$

Para o cálculo da componente transversal da velocidade, utilizando-se a sonda dupla reta - inclinada, Equação (D-5), a incerteza na leitura é dada por:

$$\delta W = W\left[\left(\frac{\delta U_x}{U_X}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\mathrm{tg}\,\beta)}{\mathrm{tg}\,\beta}\right)^2\right]^{1/2} \qquad \text{(C-5)}$$

em que o erro na leitura do valor de tg β é expresso por:

$$\delta\,\mathrm{tg}\beta = \frac{\mathrm{tg}\beta - 1}{m\alpha}\left[\left(\ln \mathrm{tg}\beta\,\delta m\alpha\right)^2 + \left(\frac{1}{B_\alpha}\delta B_\alpha\right)^2 + \left(\frac{2E_{0\alpha}}{E_\alpha^2 - E_{o\alpha}^2}\delta E_{0\alpha}\right)^2 + \quad \ldots\right.$$

$$\left. \ldots + \left(\frac{2E_\alpha}{E_\alpha^2 - E_{0\alpha}^2}\delta E_\alpha\right)^2 + \left(\frac{n\alpha}{U_x}\delta U_x\right)^2 + \left(\ln U_x\,\delta n\alpha\right)^2\right]^{1/2} \qquad \text{(C-6)}$$

O erro na leitura dos valores de tensão com o anemômetro de fio quente, E_x, E_{0x}, E_α e $E_{0\alpha}$, foi calculado a partir dos dados do fabricante:

$$\delta E = \left(\frac{OS}{1000} + 0{,}0005\right)\mathrm{mV} \qquad \text{(C-7)}$$

em que OS é o fator de compensação (offset) ajustado para cada medição.

O erro na leitura de nx, mα, nα, B_x e B_α , por serem valores obtidos por meio de regressão numérica de dados de calibração, foi calculado da forma descrita por Moffat, (1988):

1-Calcula-se o resultado R_0 a partir dos dados obtidos (de calibração).

2- Para cada variável x_i (pontos de calibração) envolvida, calcula-se o valor de R_{i+} e R_{i-} ,

respectivamente aumentando-se e subtraindo-se a incerteza de medição na variável correspondente.

3- Calcula-se o valor da incerteza atribuída a cada variável :

$$\delta x_i = \left(\left| R_{i+} - R_0 \right| + \left| R_{i-} - R_0 \right| \right) / 2 \qquad \text{(C-8)}$$

4- Calcula-se então o valor da incerteza de R

$$\delta R = \left[\sum_{i=1}^{N} \left(\delta x_i \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(C-9)}$$

As curvas de calibração para o anemômetro são habitualmente obtidas a partir de seis pontos de medição distribuídos no intervalo entre zero e um valor conveniente acima da velocidade máxima do experimento. Para a análise do escoamento transiente optou-se por utilizar uma segunda curva de calibração para as menores velocidades (0 a 4 m/s), pois a curva anterior tem apenas um ponto situado abaixo de 4 m/s.

As incertezas na leitura dos valores de tensão durante a calibração foram calculadas a partir da Equação (C-7). A incerteza na leitura dos valores de pressão com o micromanômetro de coluna inclinada foi estimada em ± 0,02 mmH_2O. Com o transdutor de pressão a incerteza é de 1% da leitura e o manômetro de coluna d'água para pressões maiores apresenta uma incerteza de ± 2 mmH_2O.

A incerteza para os valores de nx e B_x foi então calculada conforme a sistemática acima, obtendo-se, para a curva relativa às menores velocidades, $\delta nx=0,026$ e $\delta B_x=0,022$. Para a curva com pontos até a velocidade máxima do experimento as incertezas obtidas foram $\delta nx=0,005$ e $\delta B_x=0,008$.

Para a sonda de fio duplo reto-inclinado foi utilizada apenas uma curva de calibração e os valores obtidos para as incertezas foram: $\delta n\alpha=0,003$, $\delta m\alpha=0,010$ e $\delta B_\alpha=0,031$.

A incerteza nos valores lidos para as freqüências de desprendimento de vórtices utilizando-se análise de Fourier depende da largura de banda utilizada e do erro sistemático calculado para cada aquisição, sendo ± 4Hz um valor típico. Para as freqüências obtidas pela transformada de pacotes de ondaletas, o erro é de $\pm Fs/2^{n+2}$, ou seja, a metade da largura do intervalo de freqüência.

O cálculo da incerteza das medições de velocidade com a sonda de fio reto, conforme

descrito acima, teve uma variação de 3,5 a 10%, dependendo da curva de calibração utilizada e da região da curva em que se situava a leitura.

A incerteza no cálculo dos números de Strouhal variou de 13% para as menores velocidades a 2% nas velocidades próximas do regime permanente.

Anexo D - Cálculo das velocidades

Os princípios da anemometria de fio quente, bem como o processo de calibração e a bancada utilizada, são os descritos por Vicari, 1996, adaptados para este trabalho.

Para a conversão dos dados de tensão em velocidade foram usados os valores obtidos pelo cálculo dos coeficientes da curva de ajuste dos dados de calibração, conforme descrito em Hinze (1975).

Para a sonda de fio reto, a relação entre a componente da velocidade U_x, perpendicular ao fio, e a tensão na ponte, E_x é:

$$E_x^2 = E_{0x}^2 + B_x U_x^{nx} \qquad \text{(D-1)}$$

em que E_{0x} é a tensão à velocidade zero e B_x, e nx e são os coeficientes obtidos da calibração da sonda de fio reto. A equação acima relaciona diretamente a componente da velocidade perpendicular à sonda com a tensão na ponte, sem levar em consideração a velocidade real U_{real} e seu ângulo de incidência β, pois a componente da velocidade paralela ao sensor não tem efeito sobre o resfriamento do mesmo (Goldstein, 1983).

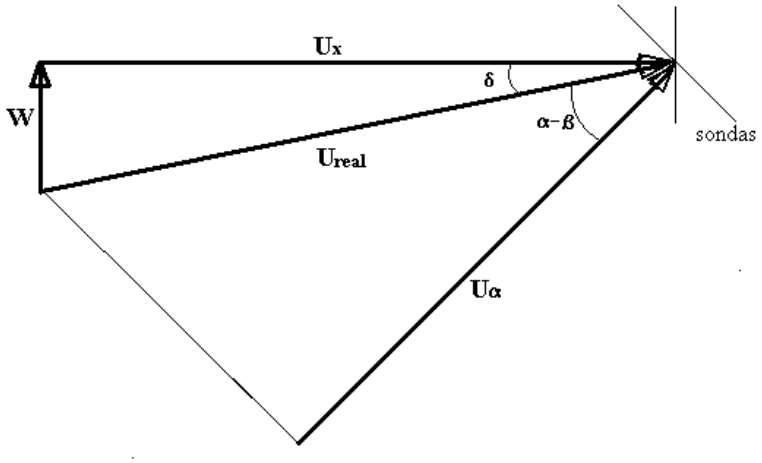


Fig. D-1: Esquema de decomposição do vetor velocidade.

Por outro lado, a velocidade real pode ser considerada a soma vetorial de uma componente paralela ao fio inclinado e outra perpendicular ao mesmo, U_α, conforme Figura D-1.

A componente perpendicular ao fio, que será responsável pelo resfriamento e conseqüente variação da tensão na ponte E_α é dada por:

$$U_\alpha = U_{real} \cos\left(\alpha - \beta\right) \tag{D-2}$$

Compondo-se (D-1) e (D-2) obtém-se a relação entre U_α e a tensão na ponte para o fio inclinado:

$$E_\alpha^2 = E_{0\alpha}^2 + B_\alpha U_{real}^{n\alpha} \cos^{m\alpha}\left(\alpha - \beta\right) \tag{D-3}$$

em que $E_{0\alpha}$ é a tensão à velocidade zero no fio inclinado e B_α, $n\alpha$ e $m\alpha$ são coeficientes obtidos da calibração da sonda de fio inclinado.

Os coeficientes $n\alpha$ e $m\alpha$ na Equação (D-3), que seriam iguais numa situação ideal, normalmente são ligeiramente diferentes, pois na calibração o efeito do escorregamento do escoamento inclinado sobre o fio da sonda, que faz com que o ângulo efetivo seja diferente do geométrico, é necessariamente levado em conta.

As duas componentes da velocidade para o fio reto, Figura D-1, são dadas por:

$$U_x = U_{real} \cos \delta \tag{D-4}$$

$$w = U_{real} \operatorname{sen} \beta = U_x \operatorname{tg} \beta \tag{D-5}$$

Para obter-se U_x a Equação (D-1) é suficiente, mas para a componente w precisa-se das informações das duas sondas. Substituindo (D-4) em (D-3):

$$E_\alpha^2 - E_{0\alpha}^2 = B_\alpha \left(\frac{U_x}{\cos \beta} \right)^{n\alpha} \cos^{m\alpha}\left(\alpha - \beta\right) \tag{D-6}$$

$E_{0\alpha}$, a tensão à velocidade zero; $n\alpha$, B_α e $m\alpha$ são obtidos da calibração da sonda de fio inclinado. O ângulo α, cujo valor real se aproxima de 45^o, e o coeficiente $m\alpha$ são obtidos variando-se a inclinação da sonda em relação ao escoamento principal, com incrementos de 5^o, entre $+30^o$ e -30^o. No entanto, o erro estimado do posicionamento da sonda é de $\pm$ $0{,}5^o$,

aproximadamente o mesmo valor da variação em torno de 45º esperada para o ângulo α. Por isto julgou-se apropriado, na Equação (D-6), considerar $\alpha = 45^o$:

$$\frac{E_\alpha^2 - E_{0\alpha}^2}{B_\alpha U_x^{n\alpha}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{m\alpha} \left(\frac{\cos\beta + \text{sen}\beta}{\cos^{n\alpha/m\alpha}\beta}\right)^{m\alpha} \tag{D-7}$$

Pela mesma incerteza de calibração exposta acima e considerando que cos β é um valor próximo da unidade, pois $w << U_x$, o expoente nα/mα foi considerado igual a um, simplificação esta respaldada pela prática de calibração. Pode-se então obter o ângulo β:

$$tg\beta\delta = \sqrt{2}\left(\frac{E_\alpha^2 - E_{0\alpha}^2}{B_\alpha U_x^{n\alpha}}\right)^{\frac{1}{m\alpha}} - 1 \tag{D-8}$$

A componente transversal do escoamento pode então ser calculada:

$$w = U_x\, tg\beta = U_x\left[\sqrt{2}\left(\frac{E_\alpha^2 - E_{0\alpha}^2}{B_\alpha U_x^{n\alpha}}\right)^{\frac{1}{m\alpha}} - 1\right] \tag{D-9}$$

Na aplicação da equação acima, U_x pode ser alternativamente obtido diretamente do programa gerenciador do anemômetro, que faz a conversão dos dados a partir da calibração, ou calculado por meio da Equação (D-1). $E_{0\alpha}$ é lido pelo anemômetro imediatamente antes do ensaio, enquanto E_α é obtido simultaneamente com U_x.

Outro aspecto a ser levado em consideração ao utilizar-se fios duplos é a limitação quanto às freqüências máximas que podem ser obtidas, ou, em outras palavras, quanto aos tamanhos de vórtices que tocam obrigatoriamente os dois fios da sonda (Möller, 1989).

Algumas medições foram realizadas com a sonda em X, neste caso o cálculo das componentes da velocidade foi realizado de acordo com o descrito em Olinto e Möller (2004).

Anexo E – Espectros de ondaletas

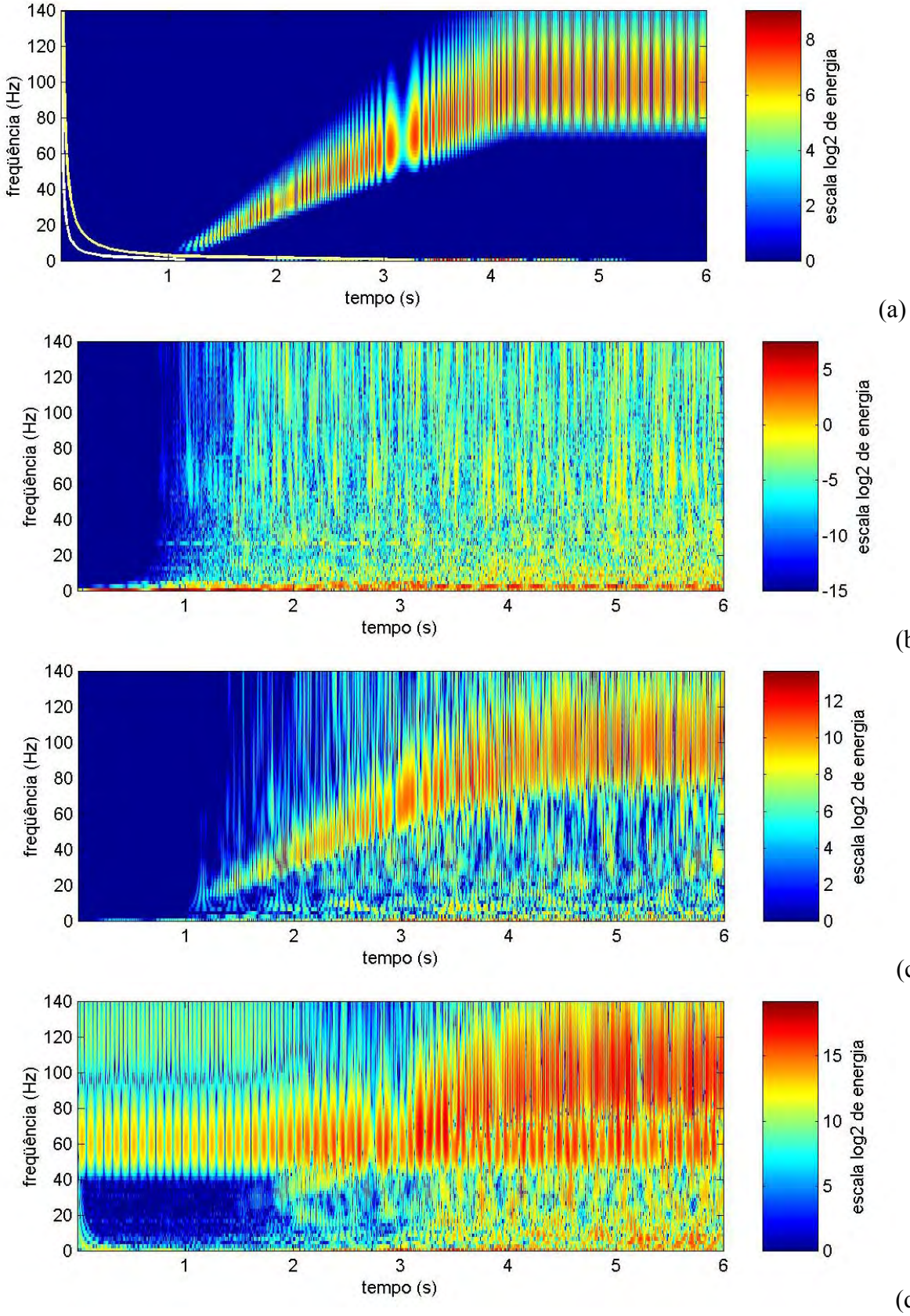
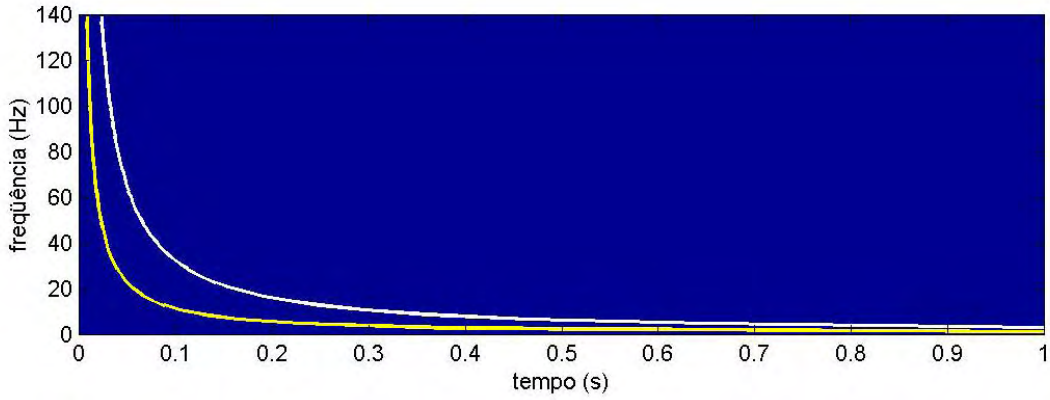
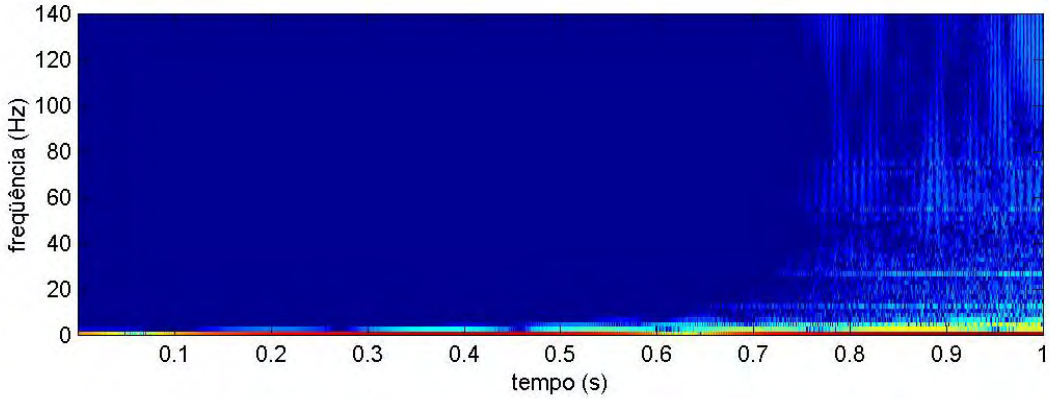


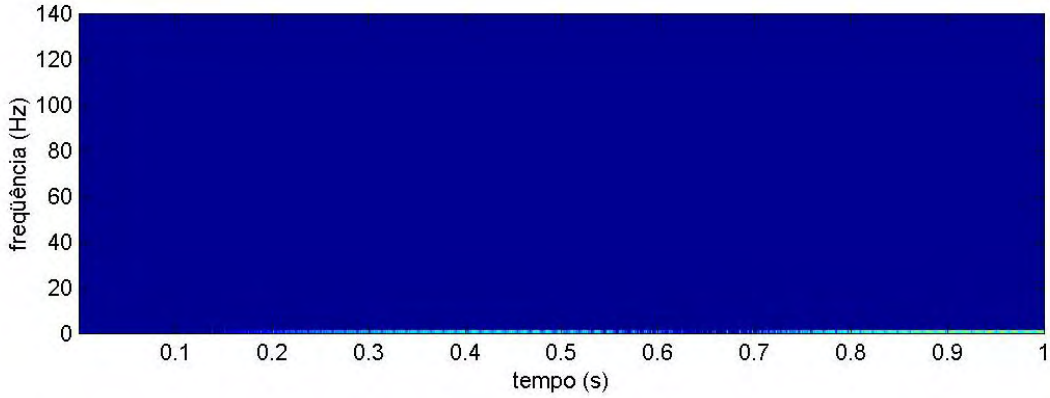
Fig. E-1: Espectro de ondaletas dos sinais, respectivamente: a)sinal analítico, b) velocidade de referência, c) velocidade transversal e d)flutuação de pressão. Esta figura é a mesma Figura 4.11.



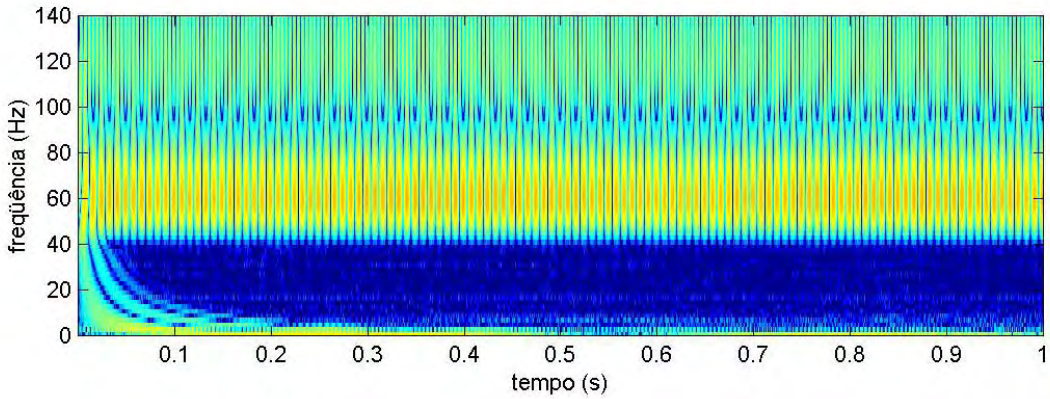
(a)



(b)

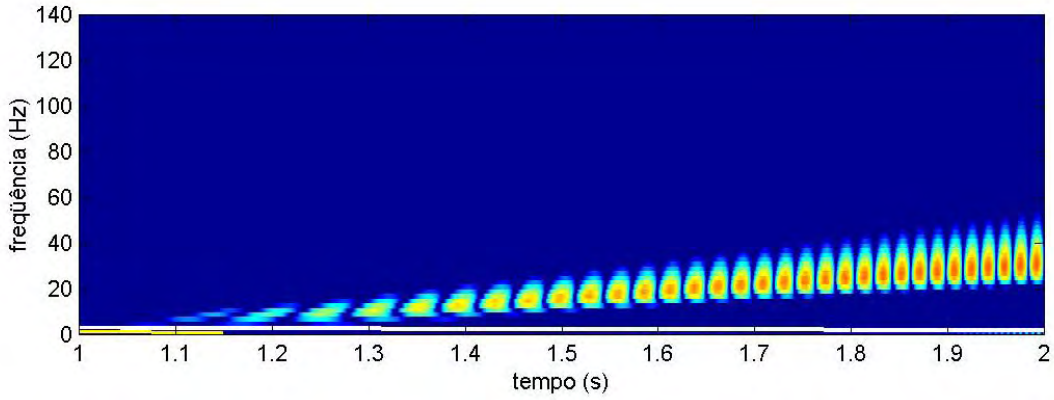


(c)

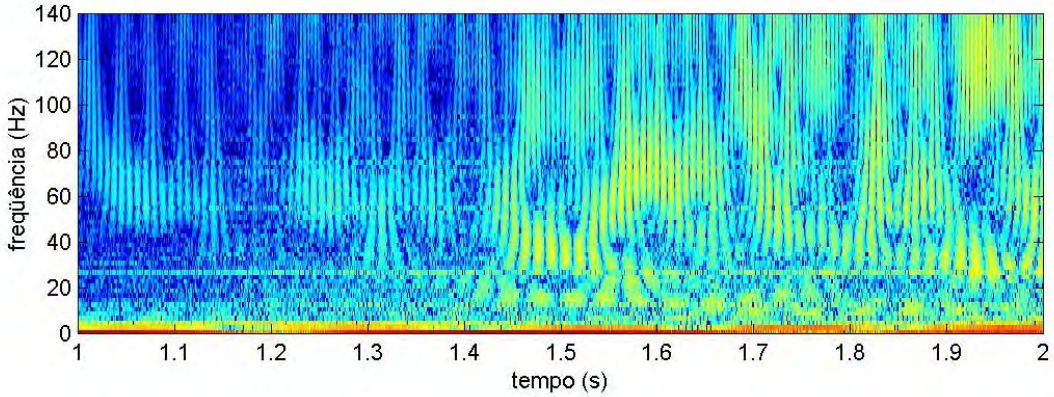


(d)

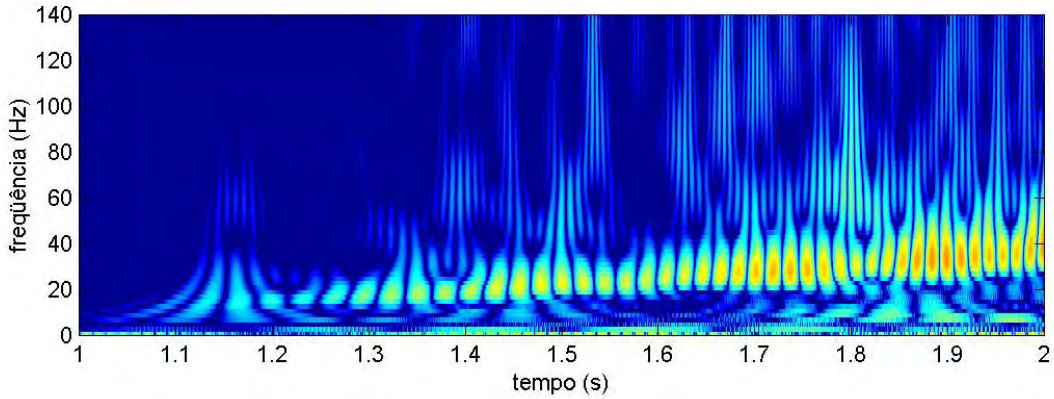
Fig. E -2: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 0 a 1 segundo.



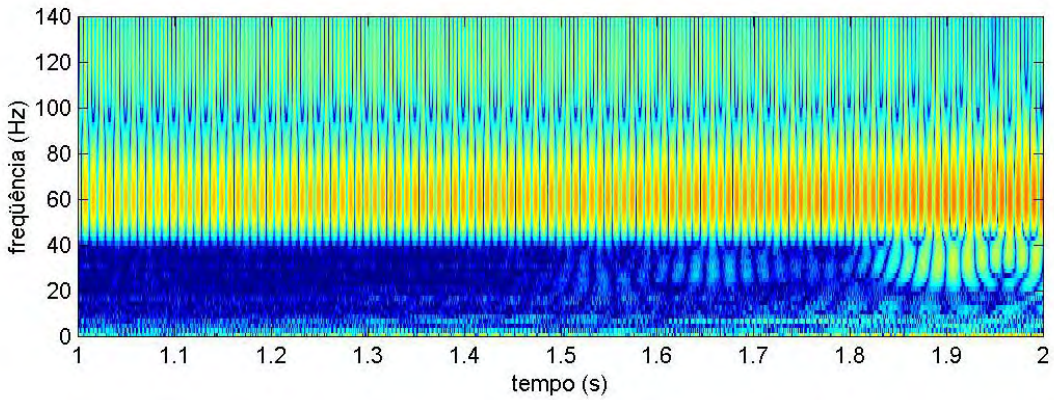
(a)



(b)

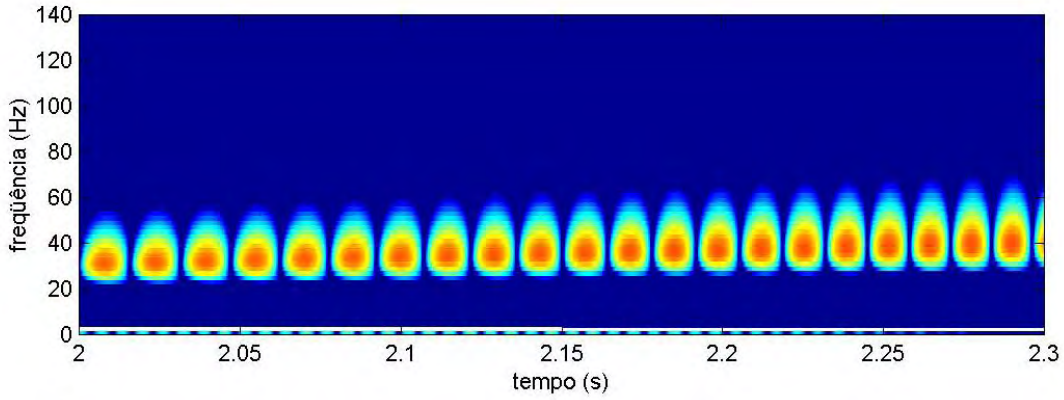


(c)

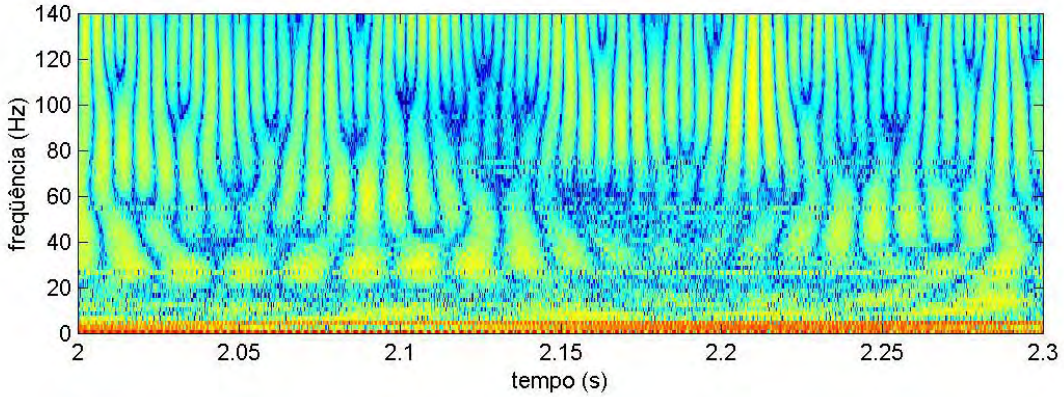


(d)

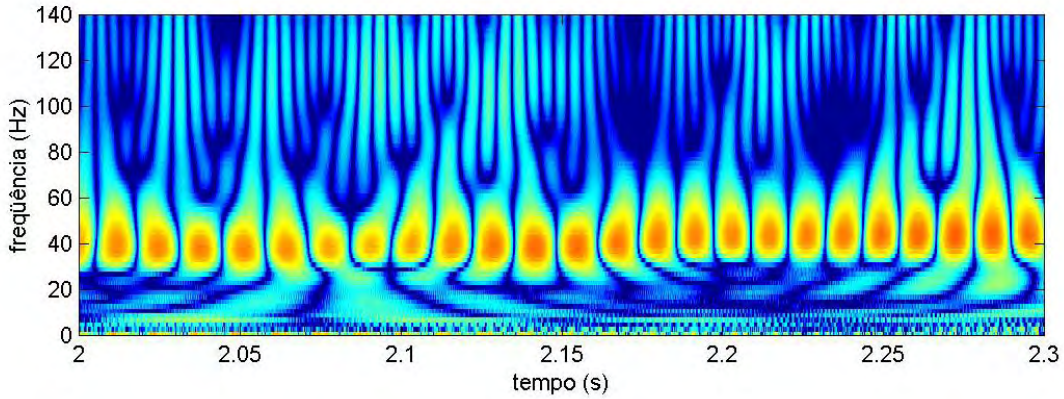
Fig. E -3: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 1 a 2 segundos. Esta figura é a mesma Figura 4.12.



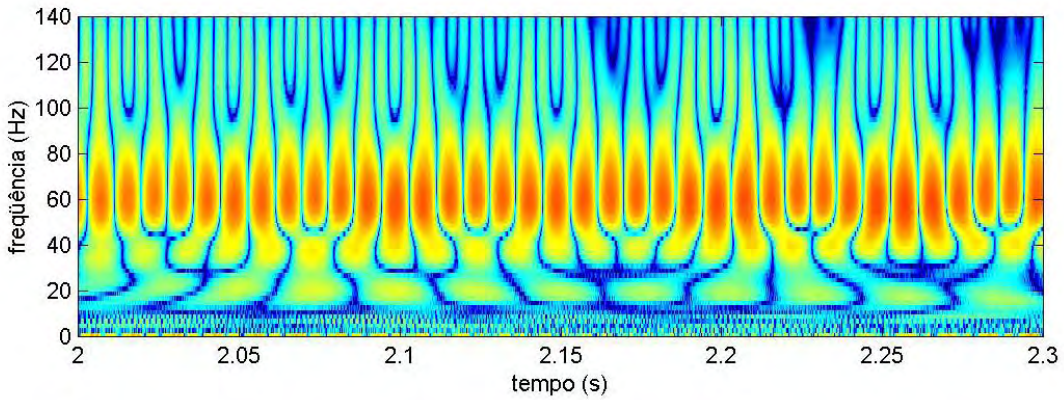
(a)



(b)

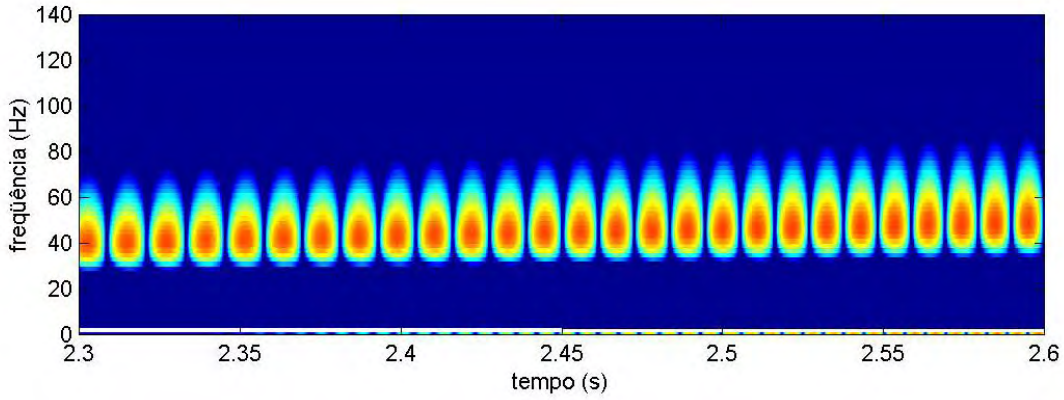


(c)

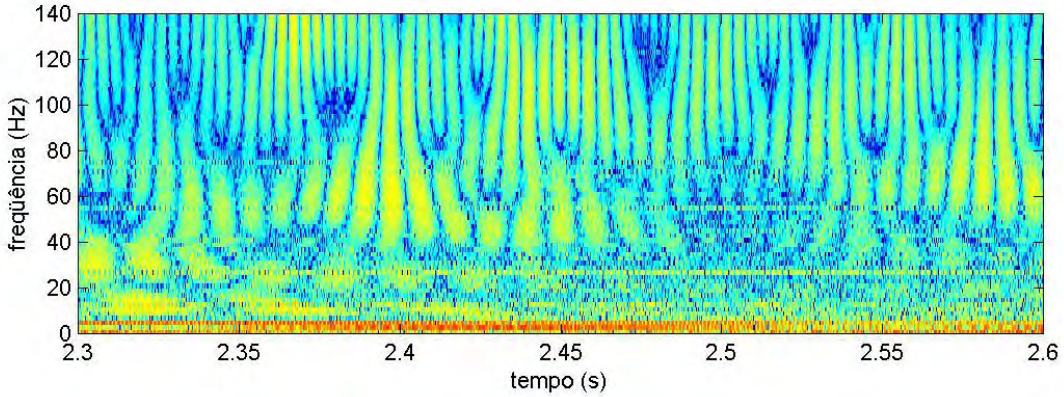


(d)

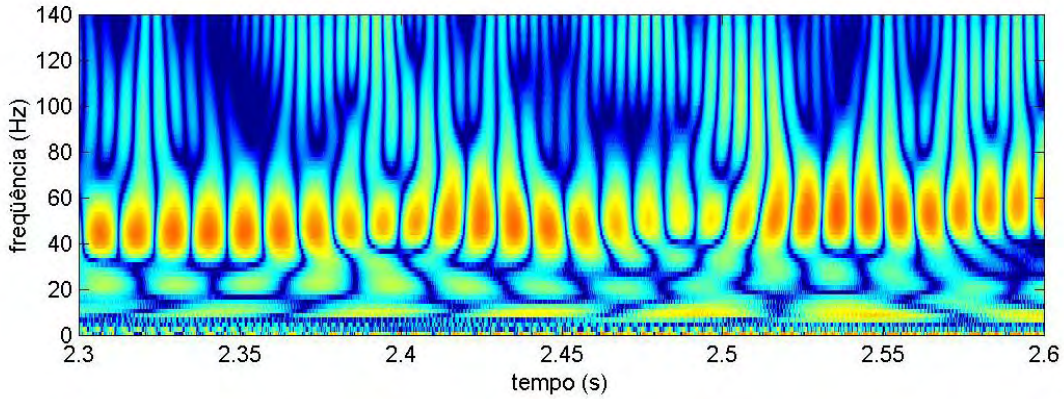
Fig. E -4: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2 a 2,3 segundos.



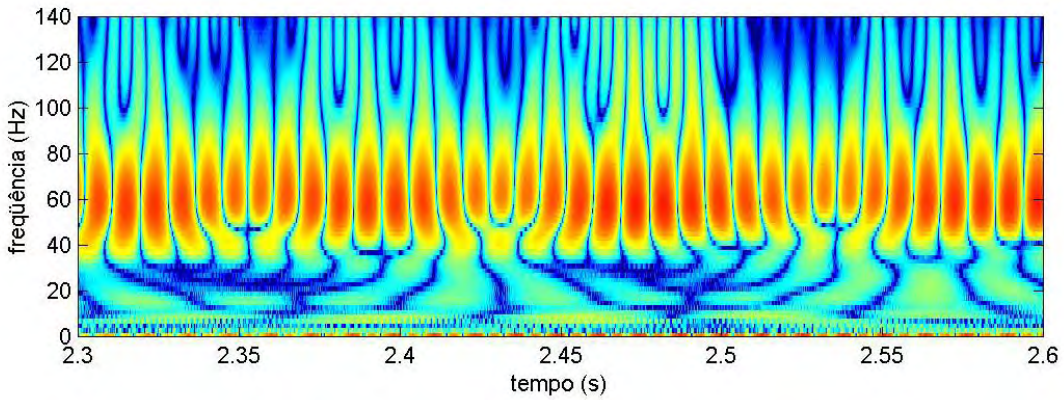
(a)



(b)

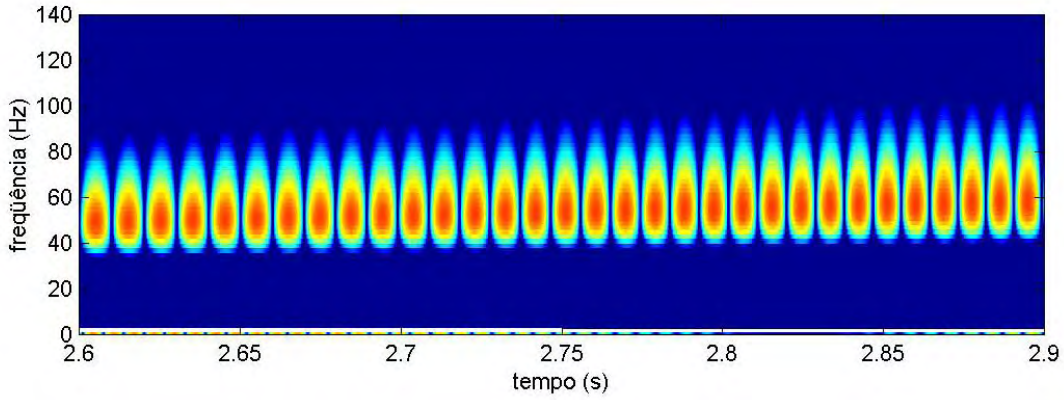


(c)

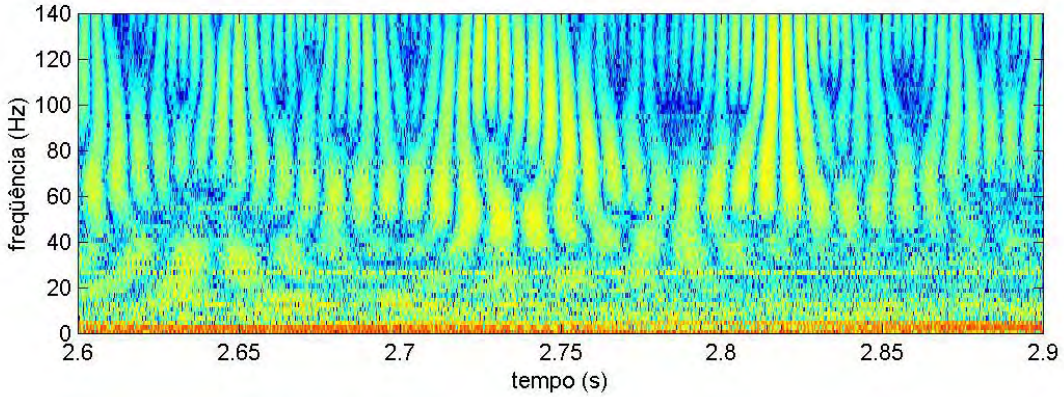


(d)

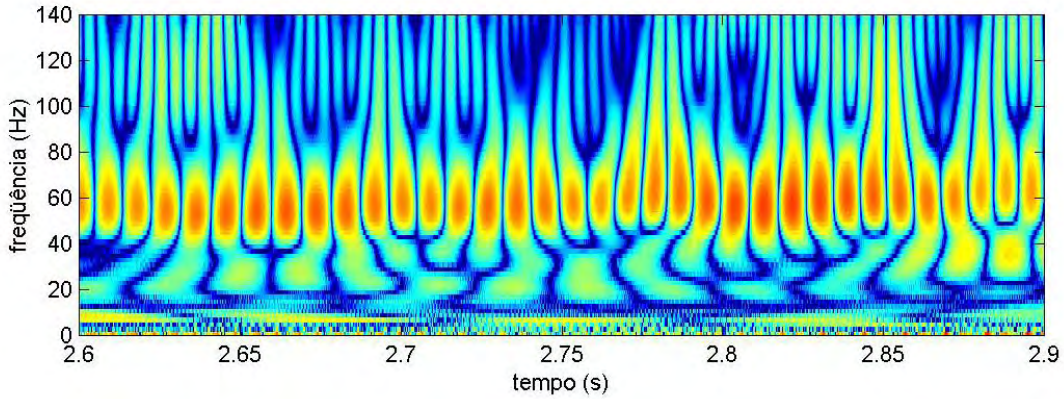
Fig. E -5: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2,3 a 2,6 segundos.



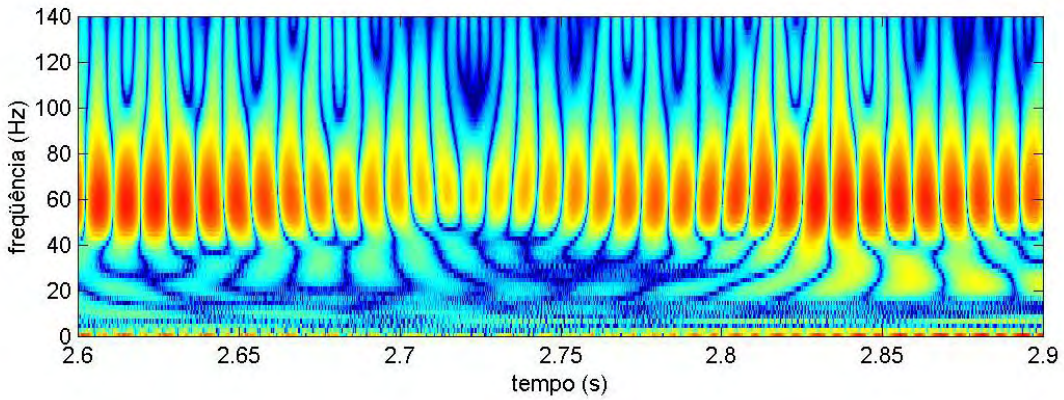
(a)



(b)

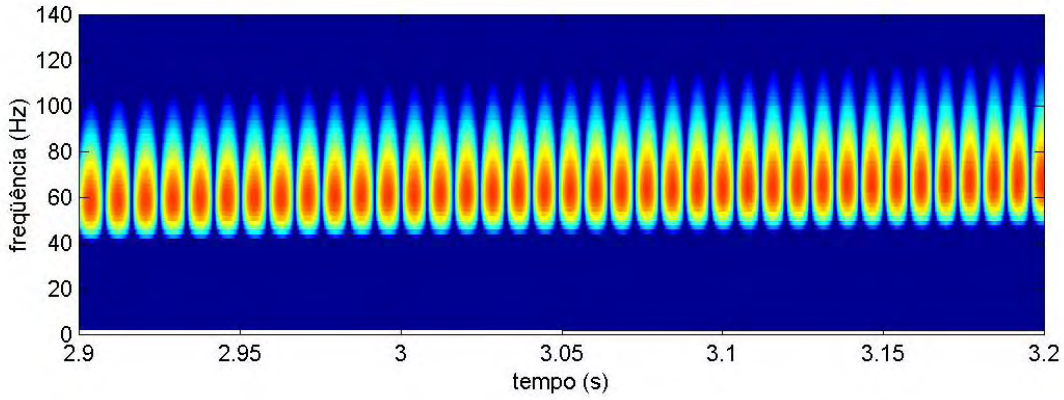


(c)

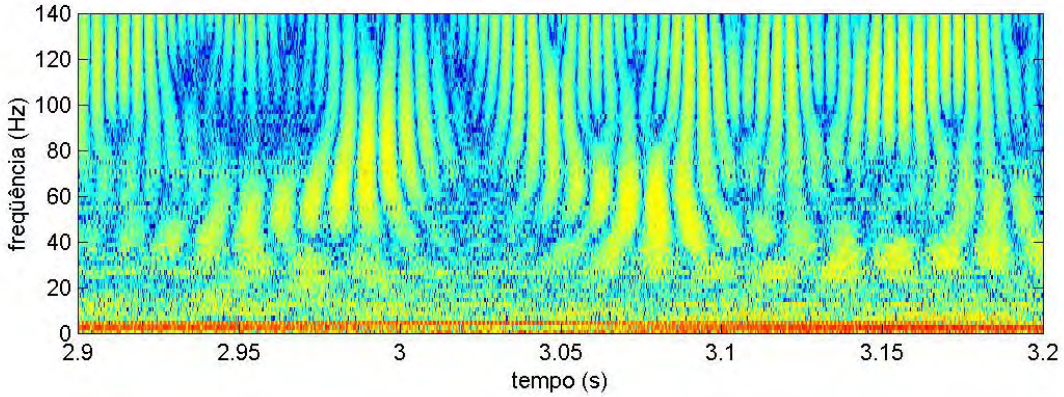


(d)

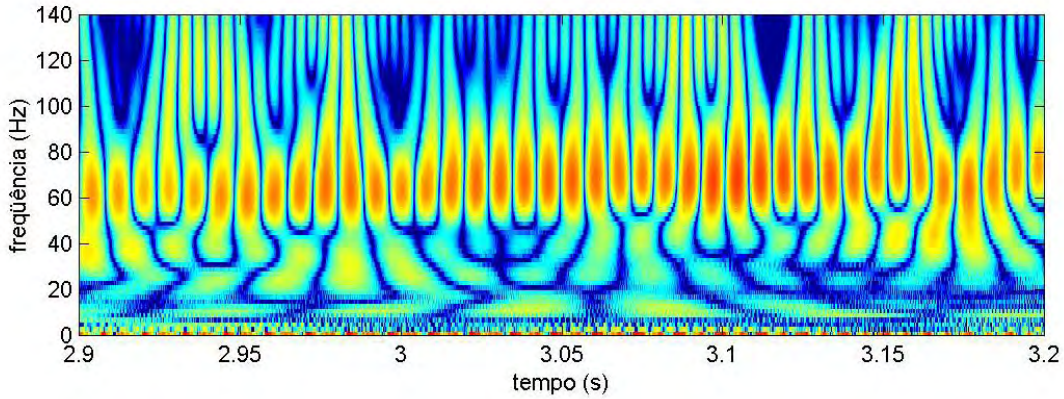
Fig. E -6: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2,6 a 2,9 segundos.



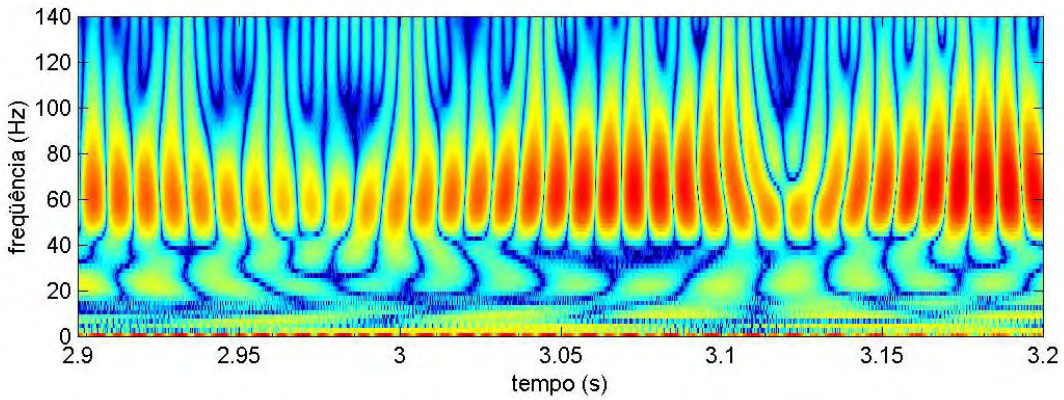
(a)



(b)

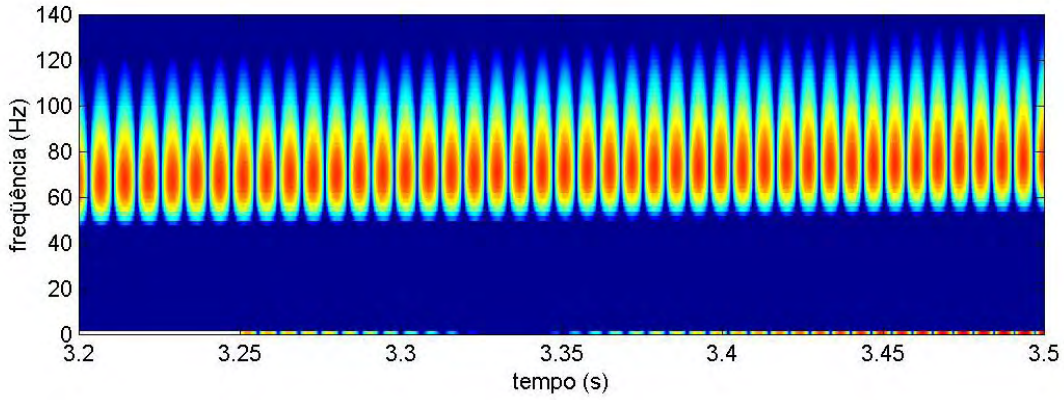


(c)

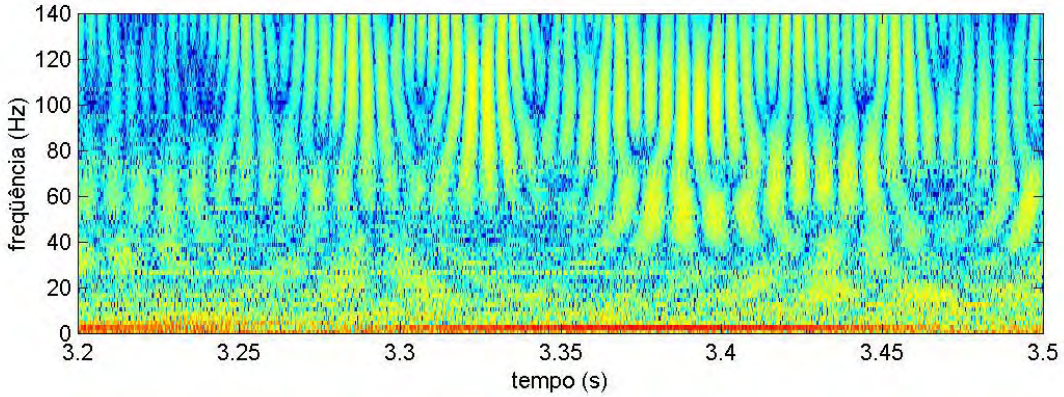


(d)

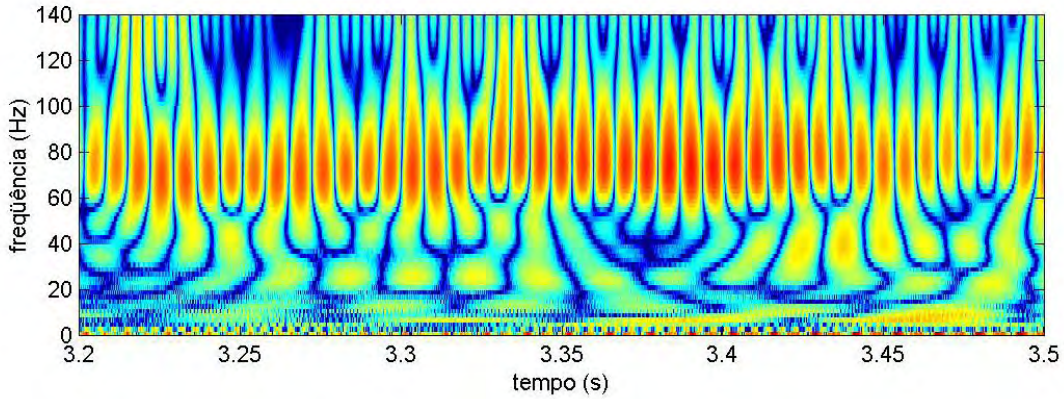
Fig. E -7: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 2,9 a 3,2 segundos. Esta figura é a mesma Figura 4.13.



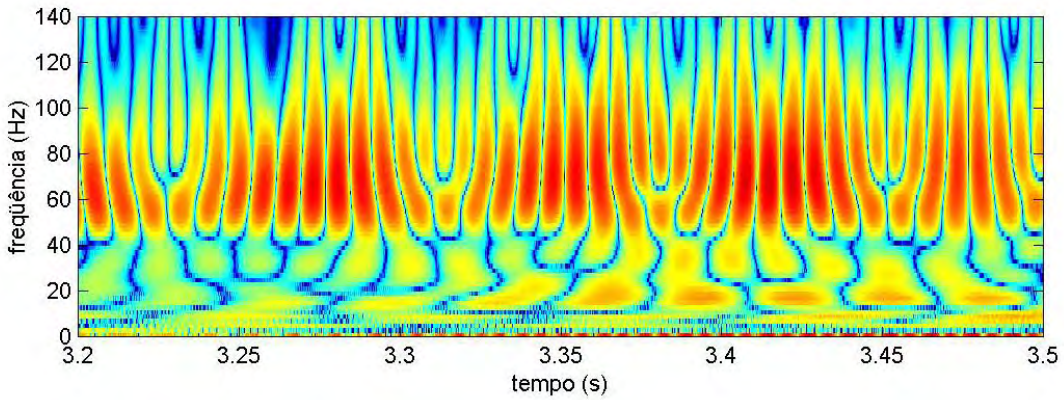
(a)



(b)

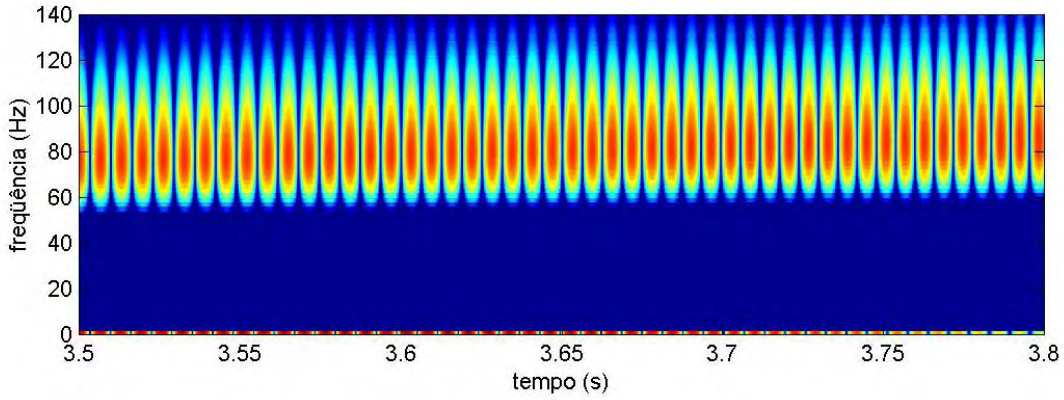


(c)

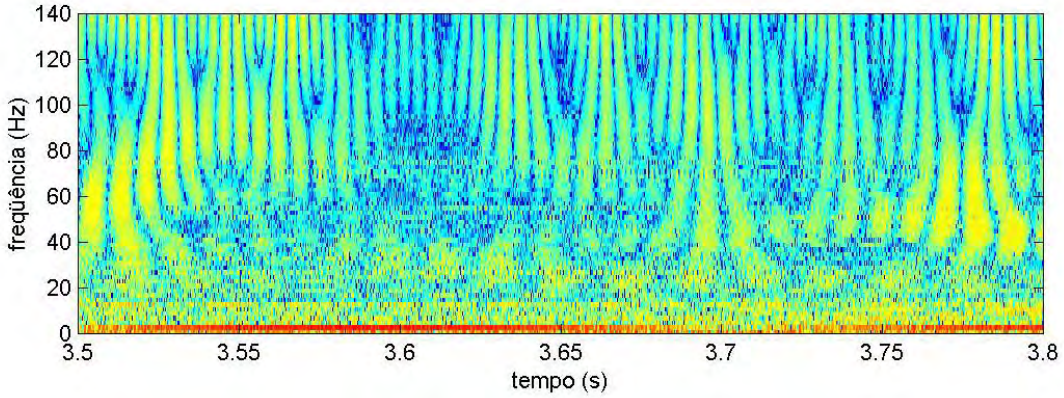


(d)

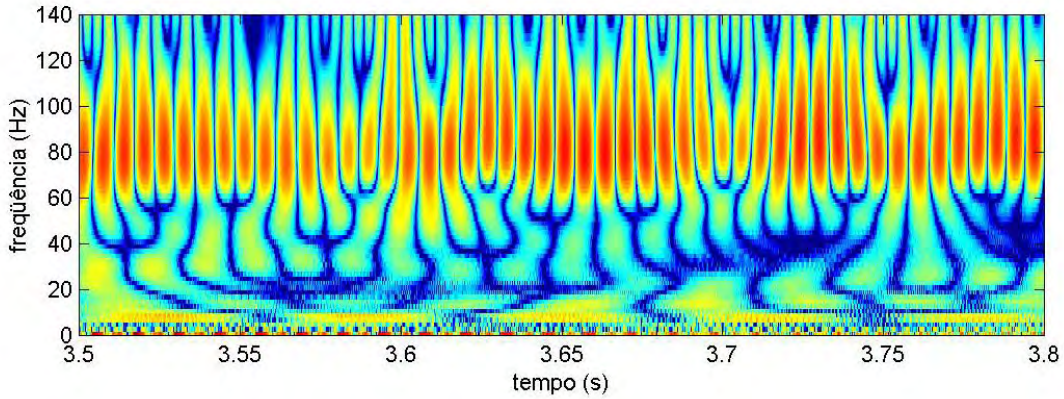
Fig. E -8: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 3,2 a 3,5 segundos. Esta figura é a mesma Figura 4.14.



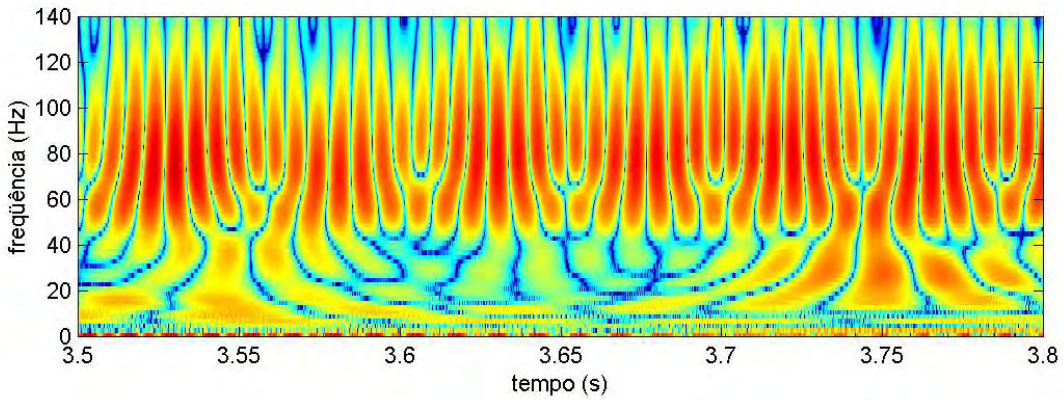
(a)



(b)

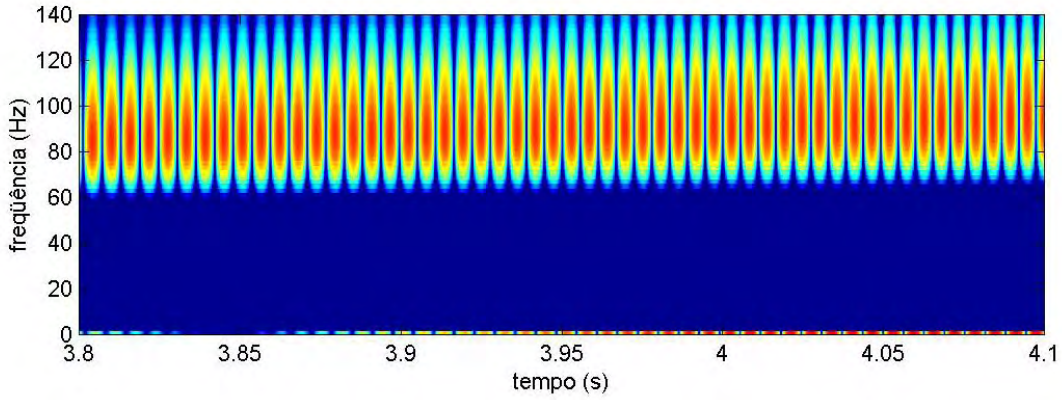


(c)

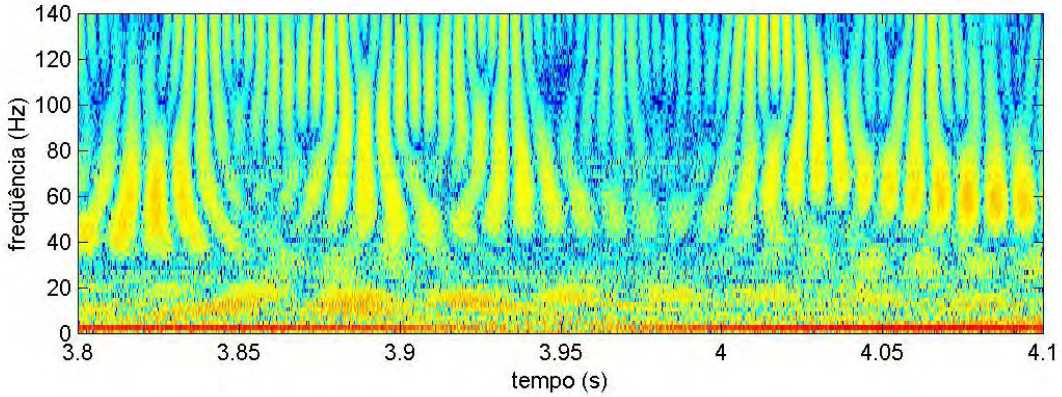


(d)

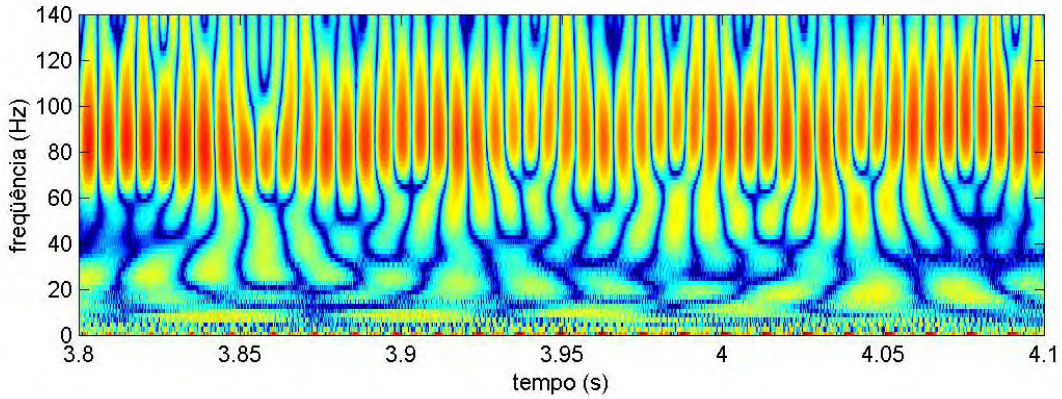
Fig. E -9: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 3,5 a 3,8 segundos.



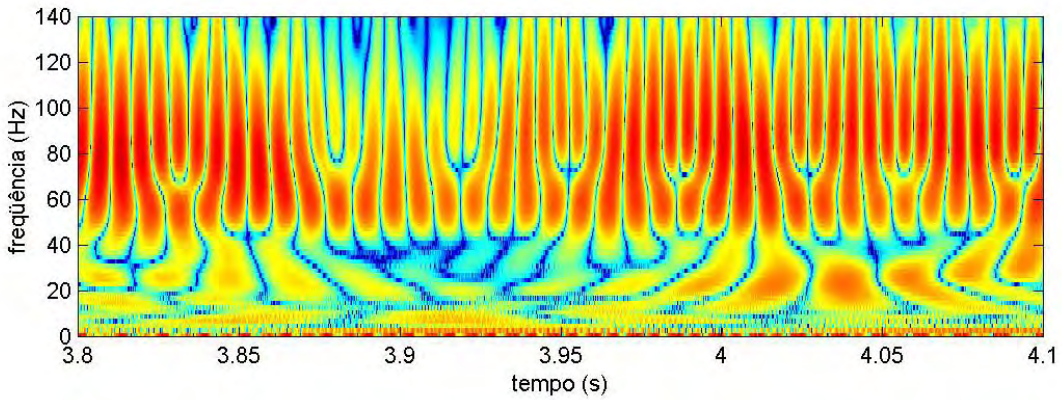
(a)



(b)

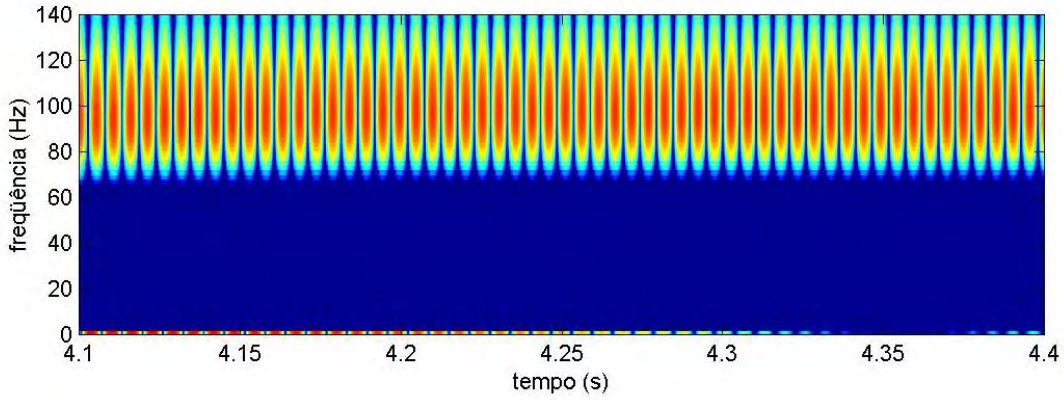


(c)

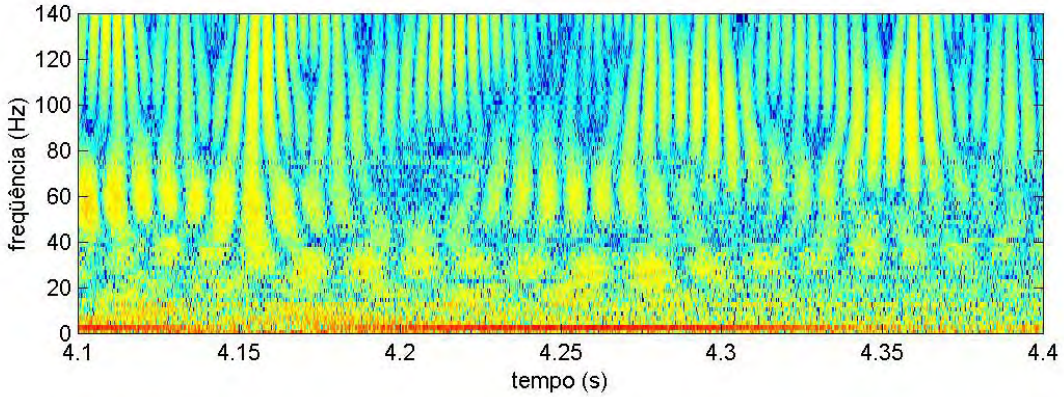


(d)

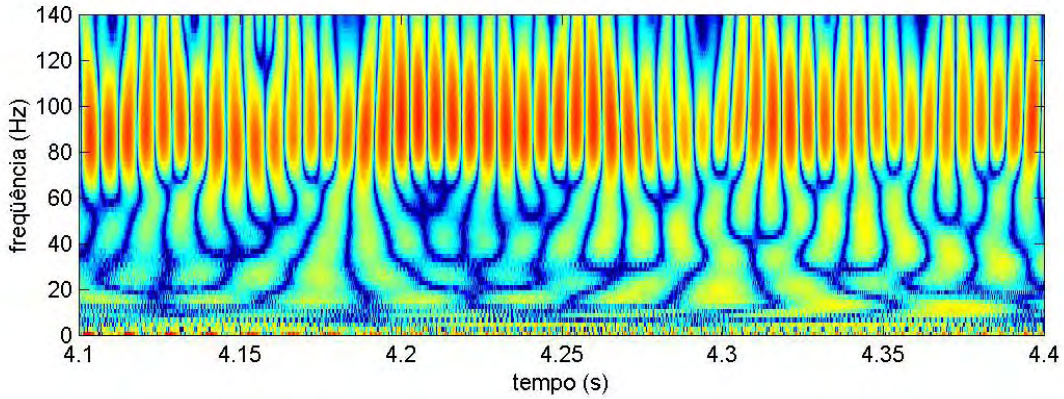
Fig. E -10: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 3,8 a 4,1 segundos.



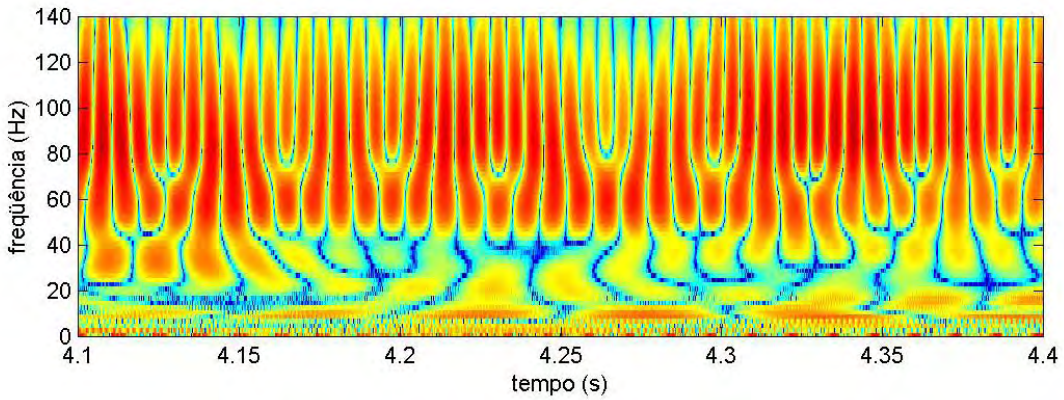
(a)



(b)

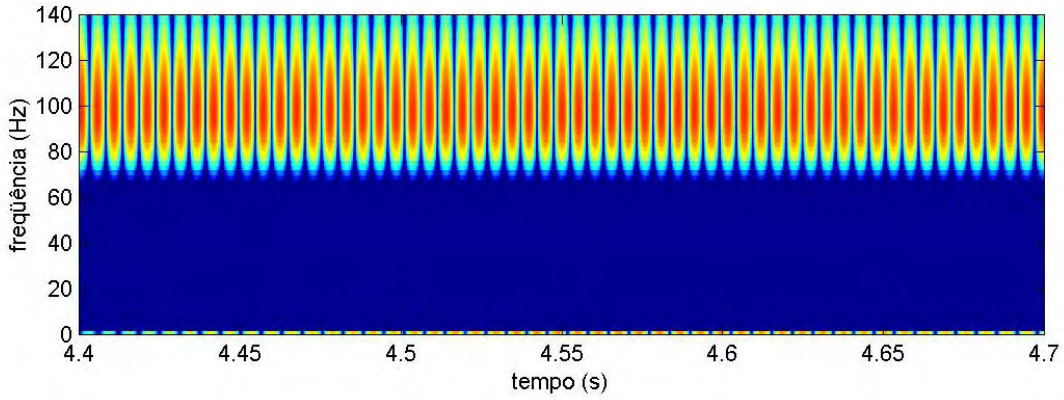


(c)

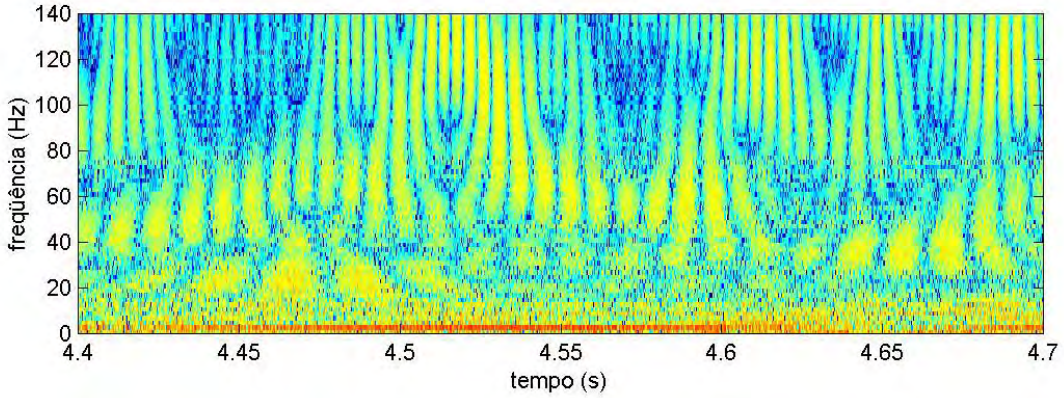


(d)

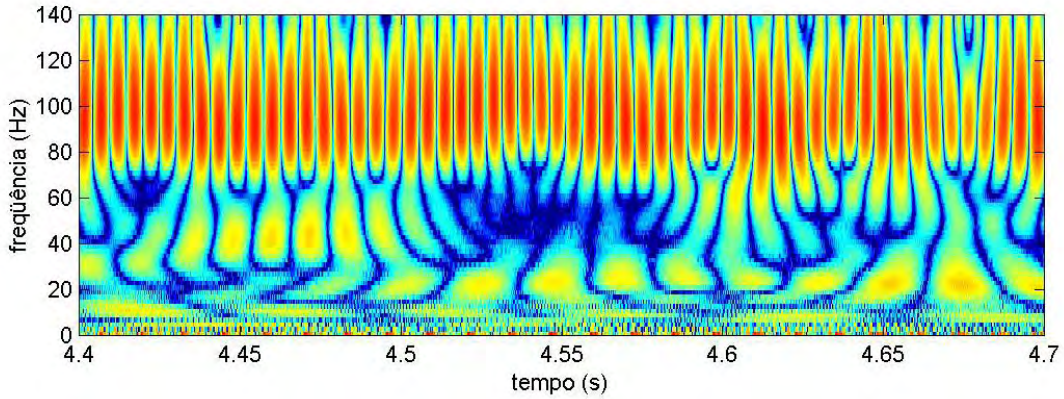
Fig. E -11: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 4,1 a 4,4 segundos.



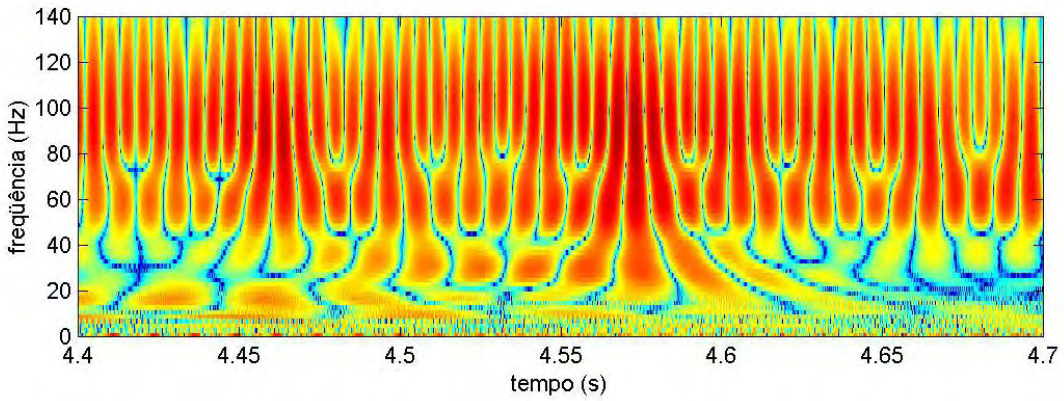
(a)



(b)

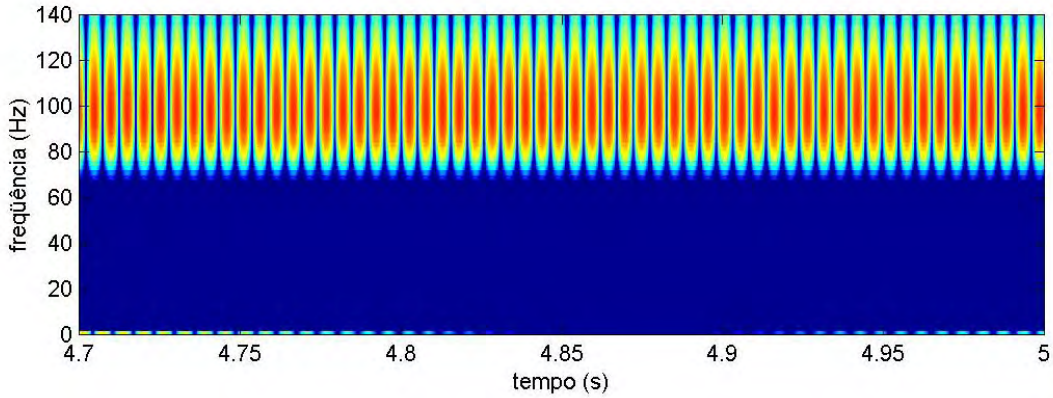


(c)

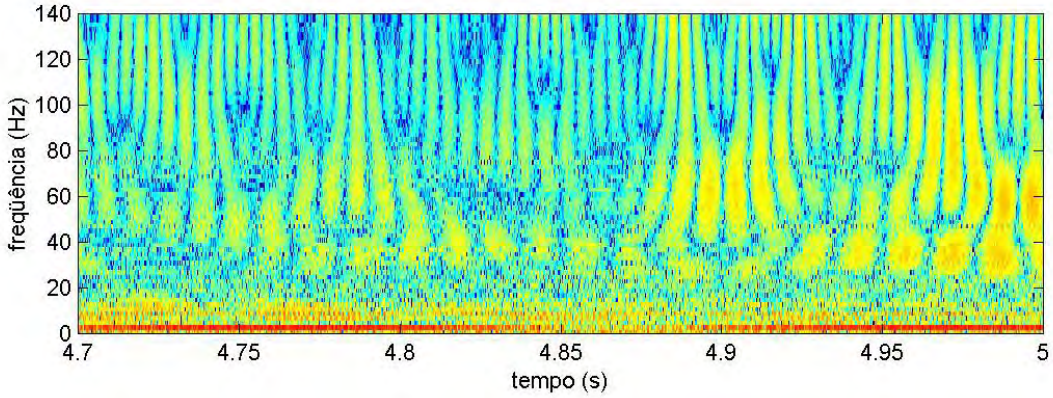


(d)

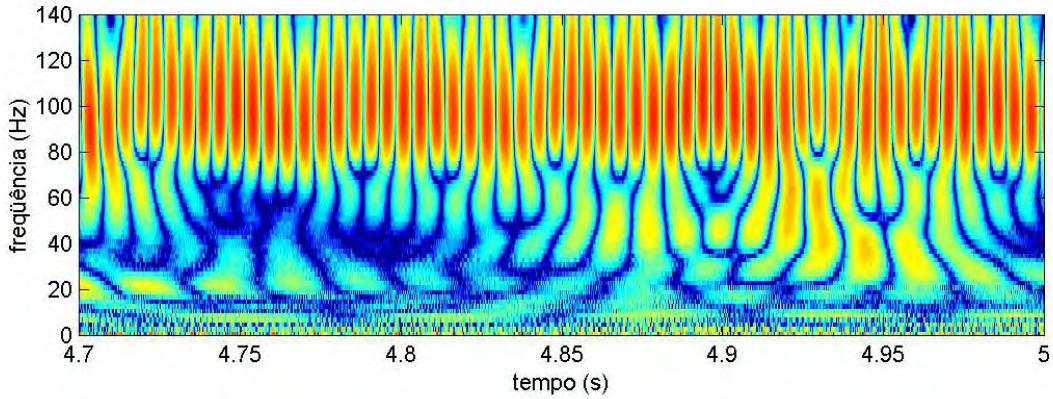
Fig. E -12: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 4,4 a 4,7 segundos.



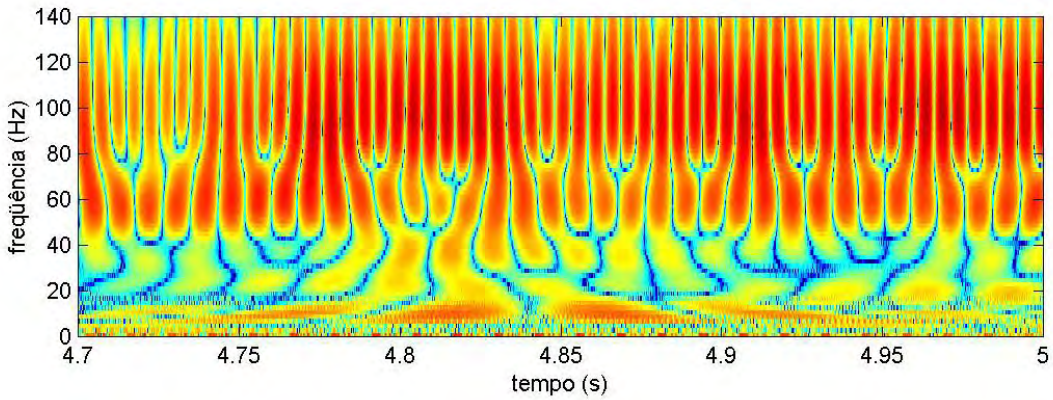
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. E -13: Os mesmos espectros da fig. E -1, para o intervalo 4,7 a 5 segundos.