Sistemas estruturais aplicados

ENG03040

Prof. Tiago Becker

V1 2026/1

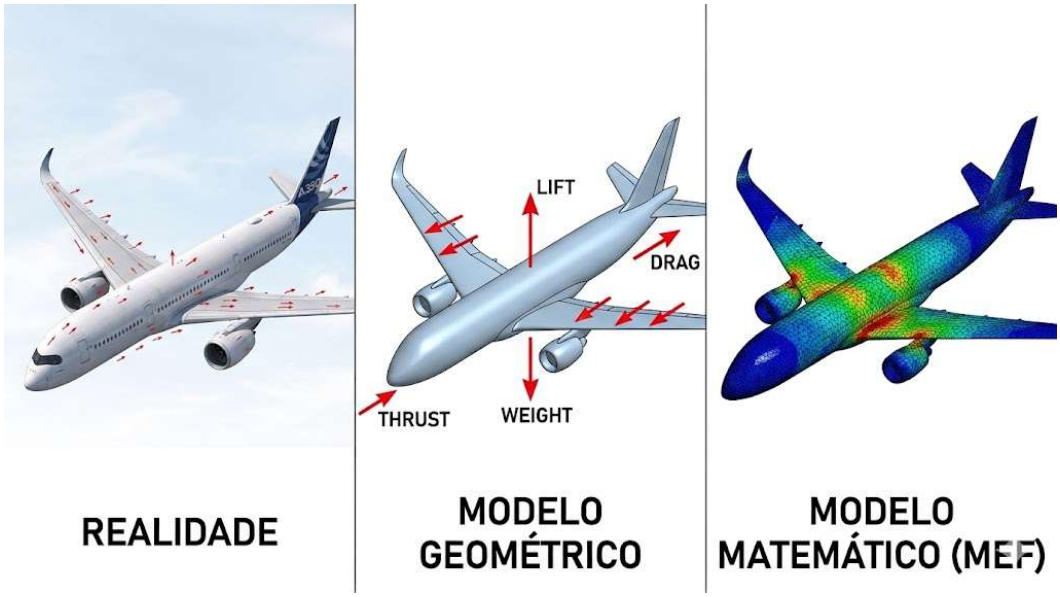
1. Introdução: O Diálogo entre o Design e a Análise Estrutural

Quando o desenvolvimento de um produto envolve a necessidade de verificação de algum tipo de comportamento estrutural, estas análises devem ser realizadas por algum profissional com conhecimento específico no tema. Assim, um designer envolvido nestes projetos estará, provavelmente, trabalhando em uma equipe multidisciplinar. Um fator importante para o sucesso do projeto desenvolvido por uma equipe multidisciplinar é a comunicação adequada entre pessoas com formações diferentes. E a comunicação fica facilitada quando os profissionais têm, ao menos, um conhecimento básico das ferramentas disponíveis nas outras áreas de conhecimento.

Esta disciplina propõe apresentar aos alunos do Design de produto os conceitos básicos envolvidos na análise estruturas, o processo de simplificação envolvido na modelagem dos problemas estruturais e algumas ferramentas de análise (numéricas e experimentais) disponíveis para fazer a análise de estruturas. Os objetivos são (1) oferecer ao aluno uma noção das possibilidades e limitações de ferramentas de análise estrutural e (2) apresentar uma linguagem que facilite a comunicação com profissionais especializados na área de estruturas.

2. Modelagem de sistemas

Assim como outras áreas do conhecimento, a engenharia é baseada no desenvolvimento e utilização de modelos com capacidade de prever algum tipo de comportamento. Um modelo é (sempre) **uma representação simplificada da realidade**. Exemplos de modelos são uma planta baixa (útil, por exemplo, para uma auxiliar com uma noção inicial de distribuição de espaços), uma maquete ou um *digital Twin* (ferramentas mais complexas, mas mais poderosas do que uma planta baixa). Seja um desenho conceitual, uma maquete física ou virtual, um modelo experimental ou um modelo matemático complexo rodando em um software de simulação num computador, o princípio é o mesmo: a realidade física é complexa demais para ser calculada em sua totalidade. No processo de desenvolvimento de um modelo, é necessário identificar quais são os fenômenos físicos e as variáveis mais relevantes para o problema, separando o comportamento que dita o funcionamento da estrutura daquilo que pode ser simplificado ou desconsiderado.

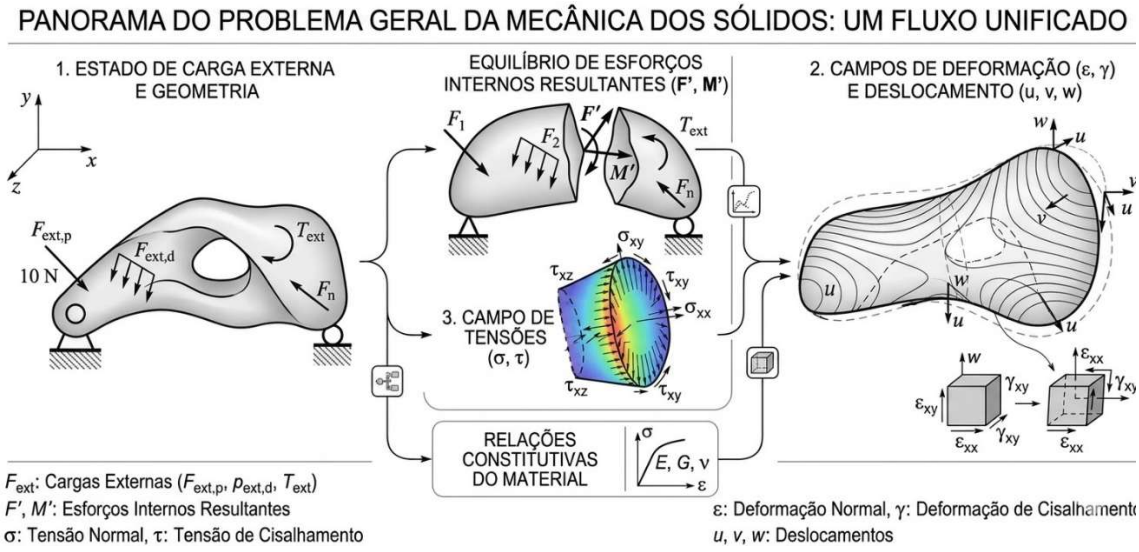


Este é o ponto crítico de qualquer análise em engenharia: **todos os modelos têm limitações**. No caso de modelos estruturais, como são baseados em simplificações da geometria da peça, do comportamento dos materiais ou das forças aplicadas no produto, a utilização de qualquer modelo resulta inevitavelmente em erros quando comparado ao comportamento real. Um projeto seguro não significa eliminar esses erros completamente — o que é impossível —, mas sim garantir que a ferramenta seja utilizada rigorosamente dentro da sua faixa de aplicação. Dentro dessa faixa, os erros se mantêm em níveis aceitáveis; fora dela, os resultados podem levar a falhas catastróficas no produto.

3. Grandezas da Mecânica dos Sólidos: Deslocamento, Deformação e Tensão

O problema de mecânica dos sólidos consiste em determinar o comportamento de um sólido, definido por sua geometria e pelas propriedades do seu material, sob a ação de determinadas forças externas e/ou forças de campo, e mantido em uma determinada posição pelas condições de contorno (engastes, apoios, pinos etc.).

A formulação de um problema de mecânica dos sólidos requer a definição do estado do corpo em análise. Para tal, utilizam-se três grandezas físicas interligadas: os deslocamentos, as deformações e as tensões.



A resolução do problema estrutural consiste em relacionar estas três grandezas. As forças externas aplicadas geram tensões internas; as características do material ditam como essas tensões se traduzem em deformações; e o somatório (efeito acumulado) dessas deformações resulta nos deslocamentos observáveis na peça.

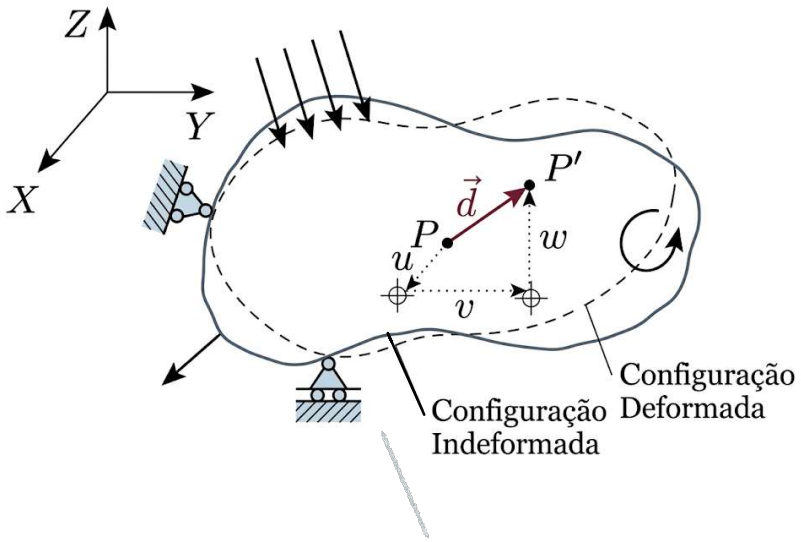
Variáveis do problema de mecânica dos sólidos

A formulação matemática do comportamento de um sólido sob carregamento requer a quantificação de três grandezas independentes: deslocamentos, deformações e tensões.

1. Deslocamentos

Os **deslocamentos** descrevem a alteração da posição dos pontos que compõem o volume do material quando este é sujeito a forças externas e/ou de campo. Num modelo tridimensional, o deslocamento de qualquer ponto é quantificado através de três componentes direcionais. A figura abaixo mostra um ponto P qualquer da estrutura indeformada (antes dos carregamentos). Quando os carregamentos (que podem ser forças e momentos) são aplicados, a estrutura deforma, e o ponto P é deslocado no espaço até o local indicado por P'. Em um sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z), o vetor

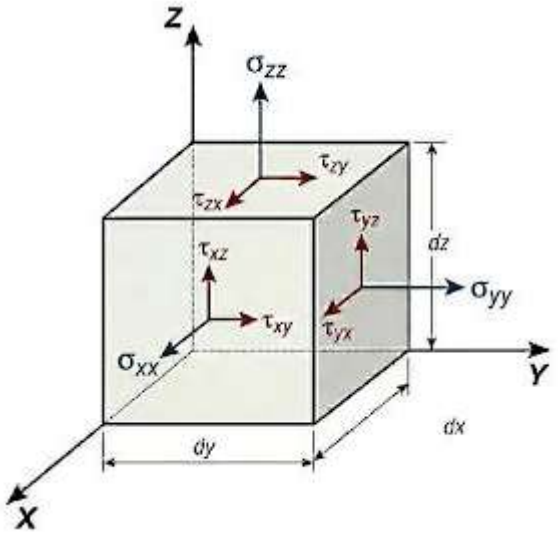
deslocamento de um ponto possui três componentes (*u*, v, *w*). Os deslocamentos têm unidade de distância (m, mm, μm, ...).



2. Tensões

As **tensões** são consequência da intensidade das forças internas distribuídas no material. Quando uma força externa é aplicada a uma estrutura, o material reage distribuindo essa carga internamente para manter o equilíbrio mecânico. A quantificação da tensão permite avaliar se o material possui capacidade para suportar o carregamento sem sofrer danos permanentes ou fratura.

O estado de tensão em um ponto é definido por seis componentes independentes: três tensões normais ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$), que atuam perpendicularmente às faces do elemento, e três tensões de cisalhamento ($\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$), que atuam tangencialmente às faces.



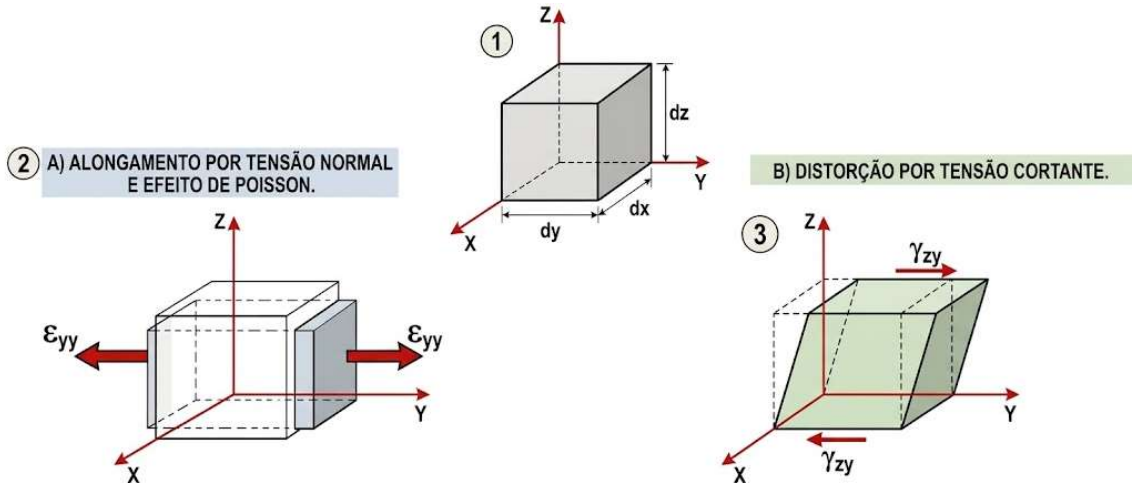
A figura acima ilustra todas as componentes de tensão normal e cisalhante, que podem ser a presentadas na forma matricial pelo tensor de Cauchy:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

O primeiro índice nos componentes de tensão representa a direção normal a face em questão, e o segundo índice representa a direção em que a tensão é aplicada. Assim, todos os termos com o primeiro índice x correspondem a face voltada para a direção x, como pode ser visto na figura.

3. Deformações

As deformações quantificam as alterações relativas de forma e volume do material, excluindo translações ou rotações de corpo rígido. Elas são adimensionais (ou expressas em unidades relativas, como mm/mm). O estado tridimensional de deformações de um ponto é descrito por seis componentes: três deformações normais ($\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$), que medem o alongamento ou contração, e três deformações de cisalhamento ou distorção ($\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$), que medem a variação dos ângulos retos iniciais do elemento.



A figura acima ilustra as componentes de deformação na direção y. Os mesmos efeitos ocorrem na direção x e na direção z. Todos os componentes de deformação infinitesimal podem ser apresentados na forma matricial:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ sim. & & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

A leitura do índice é feita da mesma maneira que para os componentes de tensão.

A definição de um problema de mecânica dos sólidos ainda passa pela determinação de como a estrutura é solicitada. Em geral, podemos determinar os esforços (carregamentos prescritos) ou os deslocamentos (deslocamentos prescritos).

Assim, considerando os três componentes de deslocamento, as 9 componentes de tensão e as 6 componentes de deformação, definimos um problema com 18 incógnitas. Para

resolver este problema, vamos precisar de um conjunto de 18 equações, que serão apresentadas as seguir.

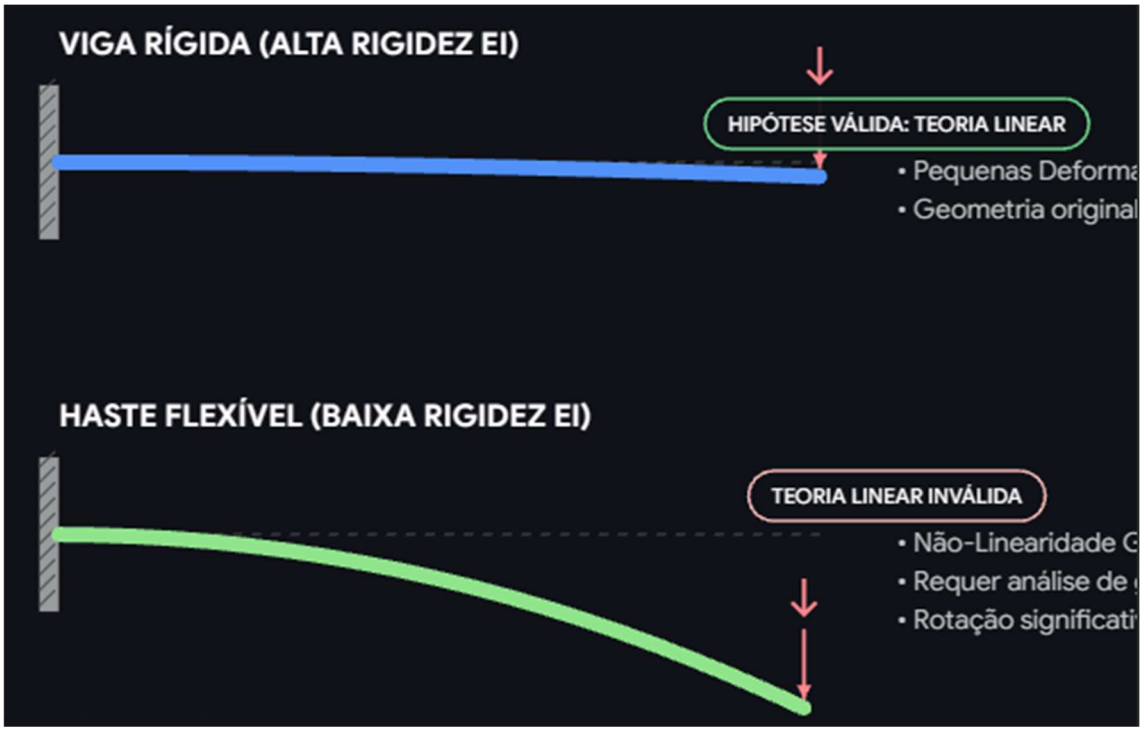
Hipótese de pequenos deslocamentos e pequenas deformações

A formulação linear das equações de equilíbrio e das relações cinemáticas, apresentada na seção anterior, é válida sob a premissa de que o corpo sofre pequenos deslocamentos e pequenas deformações.

Esta hipótese assume que as alterações de forma e dimensão da peça sob carregamento são ínfimas quando comparadas às suas dimensões iniciais globais. A adoção desta premissa tem duas consequências diretas para a modelagem matemática:

1. **Equilíbrio na configuração indeformada:** Como as mudanças geométricas são mínimas, as equações de equilíbrio de forças e momentos podem ser estabelecidas utilizando a geometria original (indeformada) do sólido.
2. **Linearidade geométrica:** A relação matemática entre os deslocamentos e as deformações torna-se linear, permitindo que termos diferenciais de ordem superior sejam desconsiderados no equacionamento.

Quando um componente é projetado para sofrer grandes alterações de forma em serviço (como uma mola longa ou uma haste flexível de polímero), a configuração deformada difere significativamente da original. Nesses casos, a hipótese perde a validade e a análise exige modelos matemáticos com não-linearidade geométrica.



Equacionamento do modelo

A determinação das variáveis descritas (deslocamentos, tensões e deformações) exige a resolução de um sistema composto por três conjuntos de equações.

1. Equações de equilíbrio

Estas equações garantem o equilíbrio de forças e momentos na estrutura. O equilíbrio estático é garantido se:

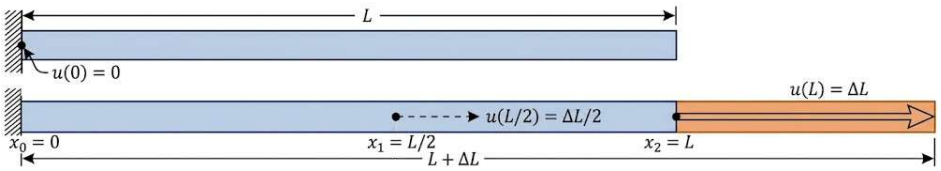
$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \qquad \sum M_y = 0 \qquad \sum M_z = 0$$

Estas são seis das 18 equações necessárias para determinar o comportamento estrutural de um sólido sob a ação de forças.

2. Relações cinemáticas

Estas equações estabelecem a compatibilidade geométrica do modelo, relacionando as componentes de deformação com os deslocamentos. Um caso particular, que ajuda a entender esta relação é o da tração em uma barra uniforme (desconsiderando o efeito de Poison), que é ilustrado na figura a seguir.



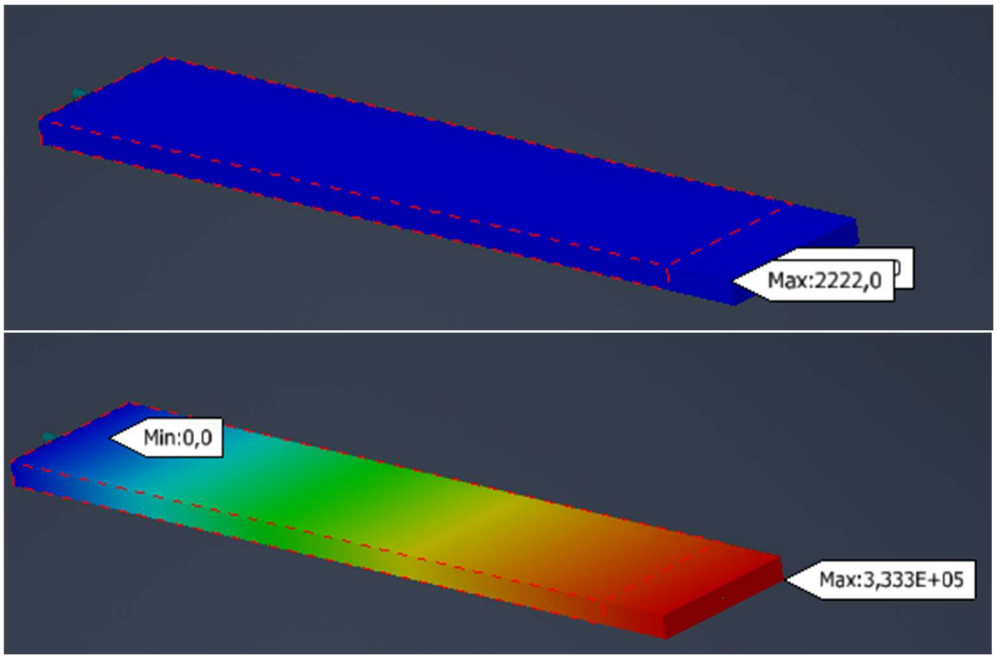
COMPARATIVO DE DESLOCAMENTO E DEFORMAÇÃO LOCAL

Ponto de Referência	Posição Original (x)	Deslocamento Local (u)	Deformação Local (ε)
Ponto Intermediário x_1 $(L/2)$	$L/2$	$\Delta L/2$	$\Delta L/L$
Ponto de Extremidade x_2 (L)	L	ΔL	$\Delta L/L$

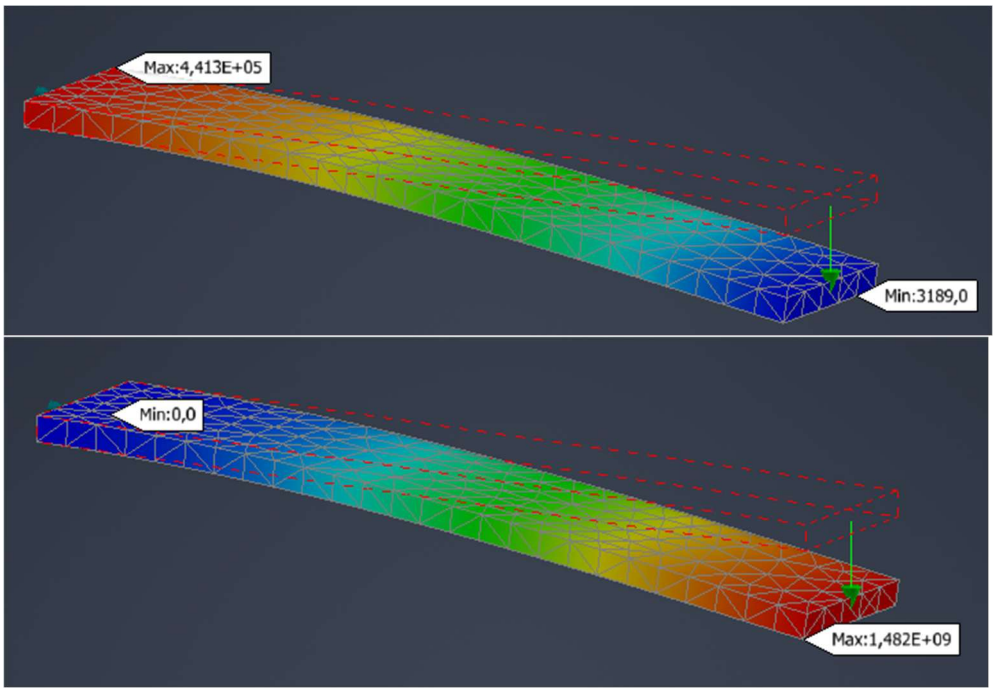
$u_2 = 2 \times u_1$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ (Constante

Neste caso, todos os pontos da barra sofrem a mesma deformação, mas cada ponto tem um deslocamento diferente em relação à extremidade fixa da barra no lado esquerdo. A ilustração a seguir mostra o mesmo efeito em uma simulação realizada no Autodesk Inventor. A cor azul na primeira imagem mostra que, em uma barra homogênea sob tração, todos os pontos apresentam a mesma deformação. Já o deslocamento de cada ponto, em relação ao engaste (no lado esquerdo), aumenta com a distância em relação ao engaste.



Já na figura a seguir, foi realizada uma simulação de uma viga engastada-livre, sob a ação de um carregamento transversal na extremidade em balanço (livre). Neste caso, as deformações não são iguais ao longo de toda a estrutura. As maiores deformações são observadas na extremidade fixa, pois é a região onde encontramos os maiores valores do momento fletor. Já o deslocamento da extremidade fixa é nulo (conforme esperado), e aumentam até o valor máximo na extremidade livre.



Assim, as relações entre deslocamentos e deformações dependem da estrutura e dos carregamentos. Para o caso de pequenas deformações, estas relações são dadas por

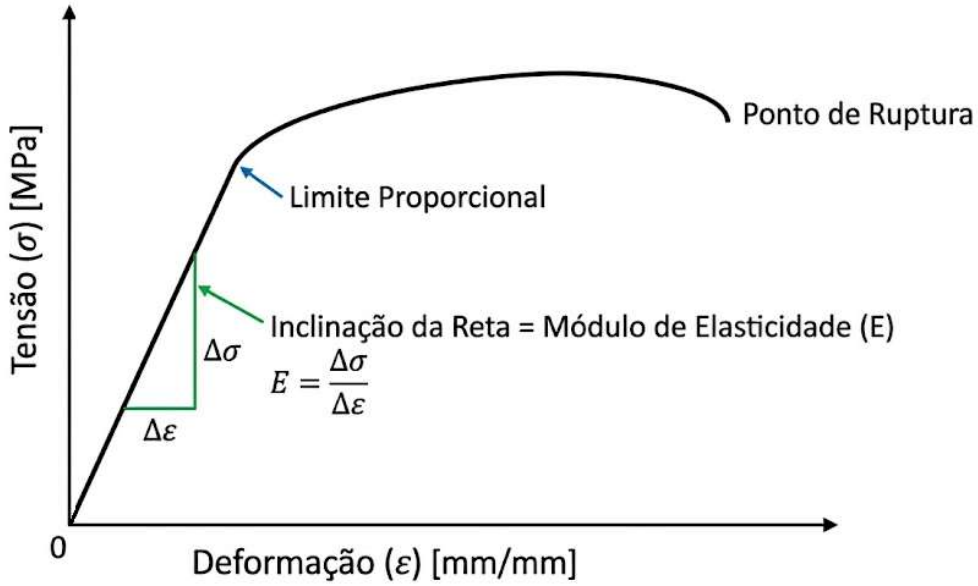
$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \qquad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

Com estas relações, definimos mais 6 das 18 equações necessárias para resolver o problema geral da mecânica dos sólidos.

3. Relações constitutivas

O comportamento de qualquer estrutura é determinado, entre outros fatores, pelo material de que ela é feita. As relações constitutivas introduzem as propriedades do material no modelo, relacionando o estado de tensões com o estado de deformações. A relação constitutiva mais simples assume um comportamento elástico, linear e isotrópico (lei de Hooke generalizada). Em um ensaio de tração em um material com este comportamento, conseguimos definir o módulo de elasticidade, como sendo a inclinação da reta que aparece na região de deformação elástica do gráfico tensão x deformação, conforme ilustrado na figura abaixo.



Para um material com este comportamento, as equações dependem de apenas duas constantes elásticas independentes, como o Módulo de Elasticidade (ou Módulo de Young), *E*, e o Coeficiente de Poisson ν. A lei de Hooke generalizada pode ser apresentada na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}$$

A equação matricial acima resume o sistema de 6 equações que relacionam as tensões com as deformações em uma estrutura em um material que pode ser modelado pela lei de Hooke.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})\right]$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})\right]$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{zz} - \nu\left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}\right)\right]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

Onde *G* é o Módulo de Elasticidade Transversal, calculado por

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Com estas 6 equações, temos as 18 equações necessárias para encontrar as 18 incógnitas que definem o problema geral da mecânica dos sólidos.

Existem, porém, diversas situações importantes em que podemos dizer, de início, que alguns dos efeitos (como componentes de tensão e/ou deformação) são muito pequenos em relação a outros, e podem ser desprezados na análise. Com o conhecimento adequado e uma análise criteriosa, é possível construir os chamados modelos estruturais simplificados, que serão discutidos a seguir.

---

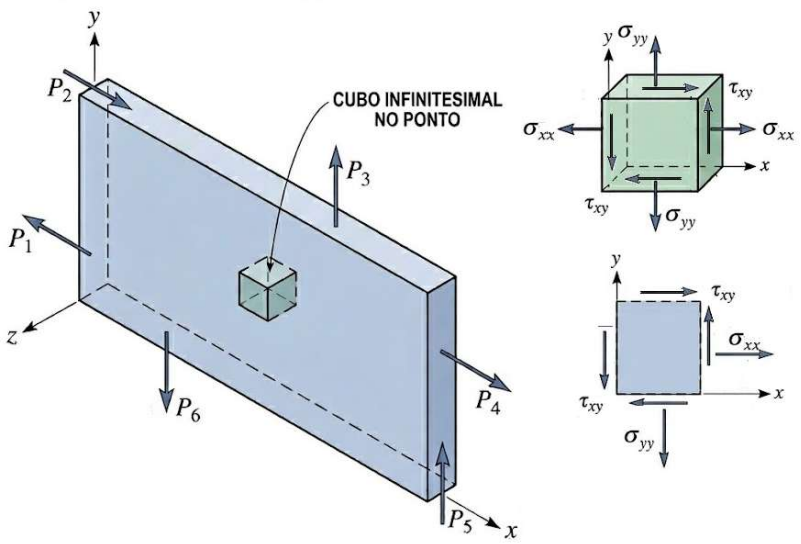
4. Modelos Estruturais Simplificados

A resolução do problema tridimensional completo (3D) envolve a determinação simultânea de componentes de deslocamento, deformação e tensão em três eixos, o que resulta em um esforço computacional e analítico considerável.

Na prática de projeto, muitos componentes apresentam características geométricas — onde uma ou duas dimensões são predominantes em relação às demais — e condições de carregamento que permitem simplificar o modelo 3D para representações bidimensionais (2D) ou unidimensionais (1D). Estas simplificações reduzem a quantidade de variáveis do problema sem comprometer a precisão da análise, desde que aplicadas dentro de seus respectivos limites.

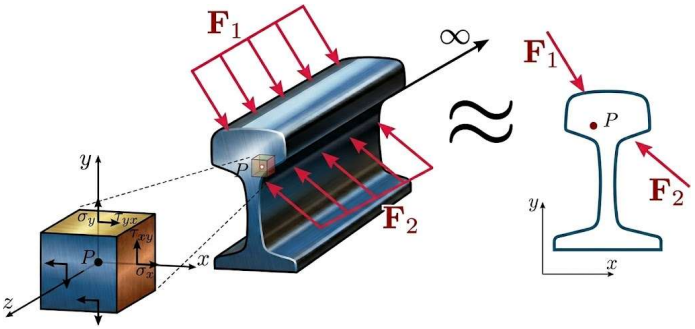
1. Estado Plano de Tensões (EPT)

Aplicável a corpos onde uma dimensão (a espessura) é muito menor do que as outras duas dimensões. O carregamento atua apenas no plano da peça e de forma uniformemente distribuída ao longo da espessura. Como as faces superior e inferior estão livres de forças, assume-se que as tensões na direção da espessura são nulas ($\sigma_{zz} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$).



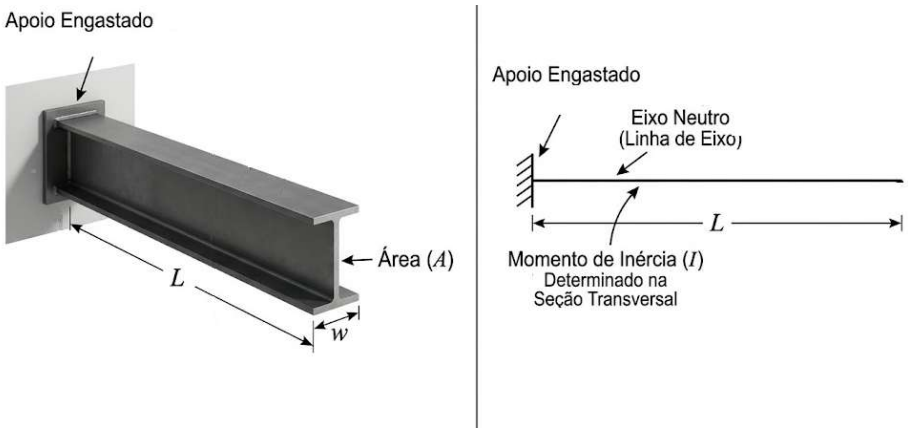
2. Estado Plano de Deformações (EPD)

Aplicável a corpos que possuem uma dimensão (comprimento) muito maior do que as dimensões de sua seção transversal. O carregamento atua perpendicularmente ao eixo longitudinal e é constante ao longo de todo o comprimento da peça. Devido à restrição geométrica gerada pela continuidade do material longo, o deslocamento na direção longitudinal é impedido, o que resulta em componentes de deformação nulas nessa direção ($\varepsilon_{zz} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).



3. Modelos de Vigas (1D)

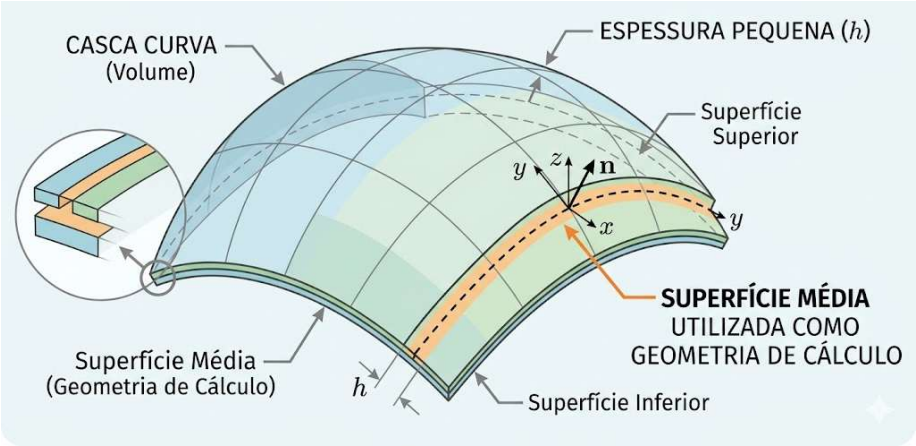
A teoria de vigas reduz a análise a um modelo unidimensional, representado por uma linha que coincide com o eixo longitudinal da peça. É aplicável quando o comprimento do componente é significativamente maior do que as dimensões da sua seção transversal. O modelo avalia os deslocamentos desta linha elástica e os esforços internos resultantes (força normal, força cortante e momento fletor) em cada seção transversal.



4. Modelos de Placas e Cascas (2D)

Representações bidimensionais utilizadas para componentes de parede fina, onde a espessura é diminuta em relação à área superficial. Diferente do Estado Plano de Tensões, as placas e cascas recebem carregamentos perpendiculares ao seu plano, gerando flexão. As **placas** possuem geometria inicial plana, enquanto as **cascas** apresentam curvatura inicial, o que lhes permite resistir às cargas também através de esforços de membrana (tração/compressão no próprio plano).

Exemplo no design: Carenagens de eletrodomésticos, garrafas plásticas, tampos de mesa e capôs de automóveis.



Estes são apenas alguns exemplos de modelos estruturais simplificados. O ponto mais importante, no contexto desta disciplina, é entender que cada simplificação significa que algum efeito é desprezado, o que pode ser considerado válido apenas em determinadas condições. Se tentamos utilizar um modelo simplificado fora das condições que permitiram a simplificação, corremos o risco de cometer erros importantes no resultado da análise.

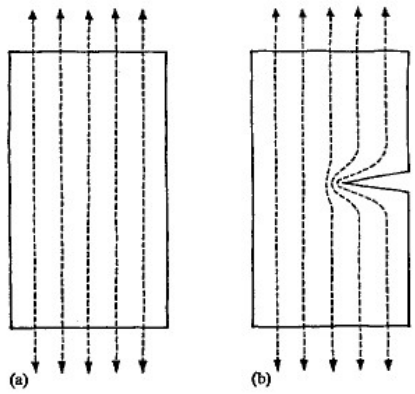
5. Projeto para segurança: Rigidez e Resistência

Este capítulo foi baseado no livro "Structures or Why things don't fall down", de J. E. Gordon.

O projeto de estruturas e a avaliação de segurança exigem a distinção entre os conceitos de rigidez e resistência. A rigidez de um componente está relacionada à sua capacidade de limitar deslocamentos sob carga. A resistência refere-se ao nível de tensão que o material suporta antes de atingir a falha mecânica ou o colapso estrutural. Um projeto pode apresentar rigidez adequada para sua função geométrica, mas falhar caso a resistência do material seja excedida.

Concentração de tensões

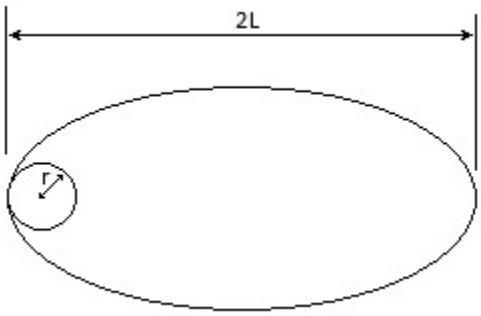
A geometria do componente afeta a distribuição das tensões internas. Mudanças na forma da peça, como a presença de furos, trincas ou cantos vivos, causam um aumento na tensão em regiões localizadas.



A formulação matemática para o cálculo deste aumento de tensão em função da presença de furos elípticos foi desenvolvida por C. E. Inglis (1913). A análise demonstrou que a tensão máxima nas proximidades de um defeito é função das proporções geométricas deste defeito. Para um furo elíptico de comprimento *2L* e raio de curvatura da ponta *r*, a relação é expressa por:

$$S_{max} = S\left(1 + 2\sqrt{\frac{L}{r}}\right)$$

onde S representa a tensão nominal na região afastada do furo. Por esta relação, furos elípticos causam maior concentração de tensões do que furos circulares (onde L=r, e a tensão máxima é de 3S).



A análise da concentração de tensões auxilia na avaliação de falhas estruturais, como as observadas em cascos de navios próximos a escotilhas e portas. Em peças de geometria complexa, o uso de reforços estruturais que criam variações bruscas de rigidez também atua como um fator gerador de concentração de tensões.

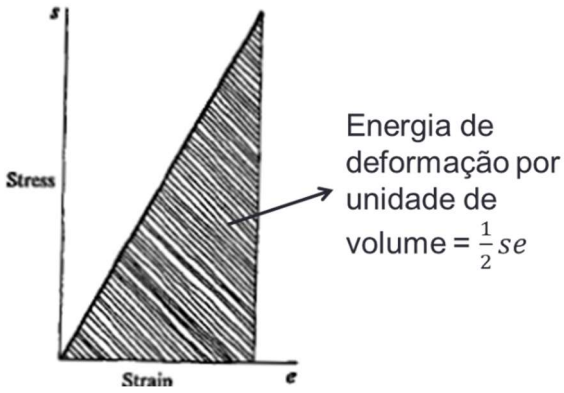
No caso de trincas reais, o raio na ponta do defeito (r) apresenta dimensões microscópicas. A relação r/L ficaria muito grande, e, pela equação de Inglis, o cálculo da tensão local resultaria em valores extremamente elevados. Como os materiais reais contêm defeitos em sua estrutura, a aplicação isolada deste cálculo indicaria a impossibilidade de qualquer estrutura suportar carga. Uma abordagem que visa compatibilizar a teoria de Inglis com a existência de trincas é baseada no conceito de energia de deformação.

Energia de deformação e o mecanismo de fratura

A mecânica da fratura analisa o processo de falha sob a perspectiva da conservação da energia e da transformação da energia elástica armazenada em trabalho de fratura. A energia pode ser entendida como a capacidade de realizar trabalho, e é medida em Joules. Um (1) joule é a energia necessária para mover um objeto por um (1) metro cum uma força de um (1) newton ($1J = 1\ Nm$).

A energia de deformação é a medida da capacidade do material de armazenar o trabalho mecânico decorrente do carregamento. Uma peça com comportamento elástico atua como um reservatório desta energia.

A energia de deformação por unidade de volume em um material pode ser medida pela área do gráfico tensão x deformação. No caso de um material com comportamento linear elástico, a energia de deformação pode ser calculada pela área de um triângulo, conforme ilustrado na figura abaixo.

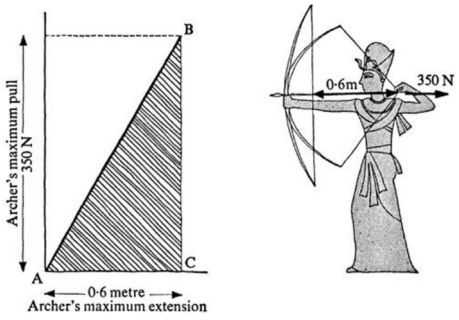


Estudo de Caso: O Arco como Sistema de Armazenamento de Energia

O arco é um exemplo de dispositivo mecânico cujo objetivo primário é o armazenamento e a transferência eficiente de energia elástica. Do ponto de vista da engenharia, o arco atua como um reservatório de energia elástica. O trabalho realizado pelo arqueiro ao puxar a corda é convertido em energia potencial elástica, que é armazenada nos braços (limbos) do arco e, posteriormente, transferida de forma rápida para a flecha, transformando-se em energia cinética.

Trabalho e Área sob a Curva

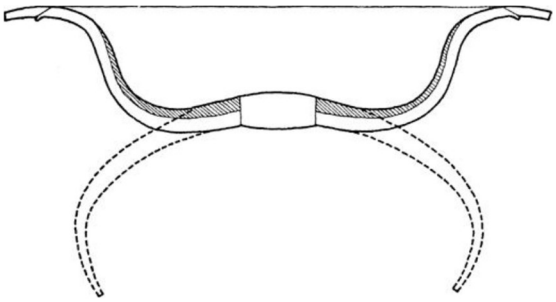
A quantidade de energia que um arco pode armazenar é determinada pela integral da força aplicada ao longo da distância da puxada (área sob a curva de força versus deslocamento). Considerando parâmetros ergonômicos de curso e força no movimento do arqueiro (0,6m de deslocamento e 350N de força), podemos estimar a energia elástica armazenada em um arco que, sem aplicação de força, está com a corda apenas esticada (sem tração inicial), como sendo $\frac{1}{2} \times 0{,}6 \times 350 = 105J$.



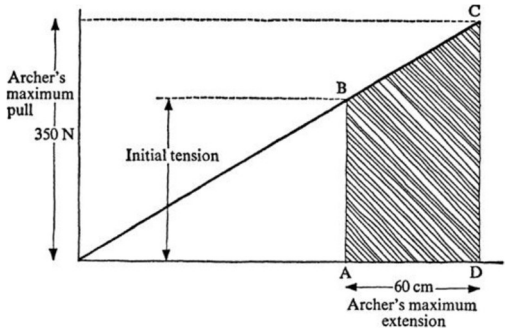
Eficiência da Geometria: O Arco Longo vs. O Arco Composto

A geometria e a constituição do material definem a eficiência do sistema. O arco longo inglês (feito de teixo) armazena energia de forma linear. Já o arco composto recurvado (tradicionalmente feito de chifre, madeira e tendão) utiliza a pré-tensão: ao ser

encordoado, os braços já estão sob uma tensão inicial considerável devido à sua curvatura reversa.



Essa pré-tensão permite que o arqueiro aplique uma força elevada logo no início da puxada, resultando em uma área muito maior sob a curva de força-deslocamento. A energia total armazenada com esta técnica pode chegar aos 170*J*.



Além disso, como resultado do emprego adequado de materiais e da geometria que permite utilizar o arco pré-deformado, um arco composto pode ser menor e mais leve e armazenar a mesma quantidade de energia do que um arco de madeira simples significativamente maior.

Energia elástica e Resiliência

A capacidade de um material armazenar energia sem sofrer deformação permanente ou fratura é chamada de resiliência. A tabela comparativa abaixo demonstra, na última coluna, que materiais como o tendão, o chifre e a borracha possuem uma capacidade de armazenamento de energia por unidade de massa muito superior à do aço ou da madeira comum.

Approximate strain energy storage capacities of various solids

Material	Working strain	Working stress		Strain energy stored	Density	Energy stored
	%	p.s.i.	MN/m²	Joules × 10⁶ per cubic metre	kilograms per cubic metre	Joules per kilogram
Ancient iron	0·03	10,000	70	0·01	7,800	1·3
Modern spring steel	0·3	100,000	700	1·0	7,800	130
Bronze	0·3	60,000	400	0·6	8,700	70
Yew wood	0·9	18,000	120	0·5	600	900
Tendon	8·0	10,000	70	2·8	1,100	2,500
Horn	4·0	13,000	90	1·8	1,200	1,500
Rubber	300	1,000	7	10·0	1,200	8,000

A comparação entra a capacidade de armazenar energia elástica de um aço mola (um tipo de aço que é fabricado justamente para armazenar energia elástica) e um tendão pode

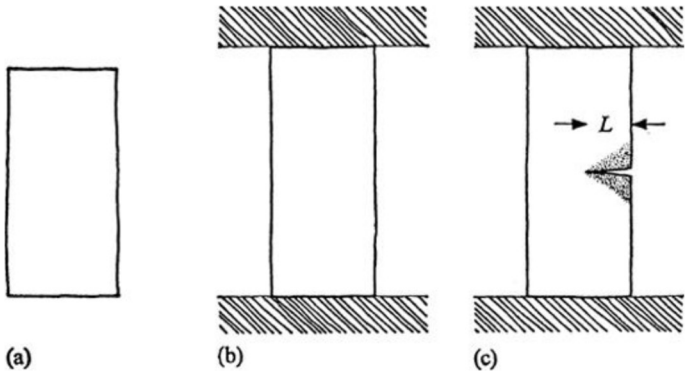
parecer surpreendente, mas alguns fatores ajudam a explicar a diferença. Inicialmente, o valor mostrado na última coluna da tabela é para 1kg do material. Olhando a diferença na densidade (penúltima coluna), vemos que a densidade do aço é aproximadamente 7 vezes maior, o que significa que estamos falando de um volume de aço muito menor. Porém, o principal fator é a diferença de aproximadamente 27 vezes na deformação máxima suportada pelos dois materiais (segunda coluna da tabela). Devemos lembrar que a energia de deformação é medida pela área da curva tensão por deformação, e, quanto mais um material deforma, mais energia é capaz de armazenar.

Mas qual a importância da energia de deformação para o assunto discutido neste capítulo? Voltamos agora a falar sobre o mecanismo de fratura de um material. A ruptura (ou fratura) de uma peça implica na propagação de uma trinca através da estrutura, até a separação da estrutura em duas partes. A propagação de uma trinca exige o fornecimento de energia para o rompimento das ligações atômicas e para a consequente formação de novas superfícies. Para a ocorrência da falha, o sistema deve liberar energia de deformação elástica em quantidade equivalente ou superior à energia absorvida pelo mecanismo de fratura do material. Materiais com elevada tenacidade absorvem esta energia, inibindo a propagação de defeitos.

A Abordagem Energética de Griffith e a Tolerância a Danos

A aplicação direta das equações de concentração de tensão (Inglis) em trincas agudas reais apresenta uma limitação matemática: como o raio na ponta de uma trinca tende a zero, o cálculo indica que a tensão local tenderia ao infinito. Isto sugeriria que qualquer material contendo um defeito microscópico falharia sob a menor carga aplicada, o que contradiz a observação prática.

Para solucionar este impasse, A. A. Griffith (1920) propôs uma mudança de paradigma, analisando o processo de ruptura sob a perspectiva da conservação de energia. A estrutura sob carga funciona como um reservatório de energia de deformação elástica. O mecanismo de concentração de tensões atua, na prática, como um meio para converter esta energia elástica armazenada no trabalho necessário para romper o material.



A figura acima ilustra uma peça retangular e com espessura unitária (para simplificar a análise). Inicialmente (a), a peça está indeformada. Esta peça é tracionada e travada por engastes nas extremidades. Com a tração, uma certa quantidade de energia elástica está armazenada na peça. O travamento (engaste perfeito) faz com que esta energia elástica esteja confinada na peça (criando um sistema isolado). Quando uma trinca de comprimento L é introduzida na peça (c), uma parte do volume do material é relaxada (parte sombreada da peça.

1. O Termo Linear (L): Energia necessária para gerar uma nova superfície

A criação de uma trinca exige o rompimento das ligações atômicas do material. Este processo consome energia para gerar duas novas superfícies (as faces da trinca). Como a energia necessária para romper cada ligação é constante para um determinado material, a energia total consumida é diretamente proporcional à área da nova superfície criada. Como assumimos que a peça tem espessura unitária, a área é dada por Lx1 = L, e a energia necessária para gerar esta área cresce de forma linear em relação ao comprimento da trinca. Este termo representa o "custo" energético para a fratura progredir.

2. O Termo Quadrático (L^2): Liberação de Energia Elástica

Enquanto o material é carregado, ele armazena energia de deformação elástica em todo o seu volume. Quando uma trinca avança, as tensões nas proximidades das novas superfícies são aliviadas (o material "relaxa"). O volume de material que sofre esse alívio de tensão não é apenas uma área, mas um volume ao redor da trinca. Novamente, como assumimos que a espessura da peça é unitária, o volume dessa região relaxada é proporcional ao quadrado do comprimento da trinca (L^2). Este termo representa a energia devolvida ao sistema.

O Balanço Energético

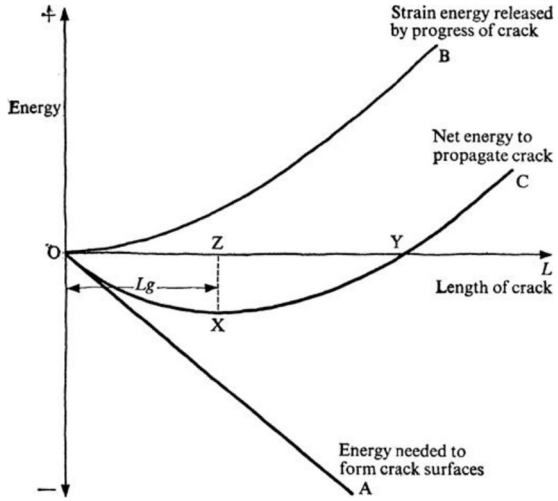
A soma desses dois componentes resulta na Energia Total do sistema. Devido às naturezas matemáticas distintas (linear vs. quadrática), o comportamento da estrutura muda conforme a trinca cresce:

- **Para valores pequenos de L:** O custo linear (energia de superfície) cresce mais rápido do que a liberação quadrática. O sistema exige um fornecimento externo contínuo de energia para a trinca avançar. Se a força externa cessar, a trinca para.
- **No Comprimento Crítico (L_c):** A taxa de liberação de energia elástica iguala-se à taxa de consumo de energia de superfície. Este é o ponto de equilíbrio instável.
- **Para valores de L > L_c:** A liberação de energia quadrática passa a crescer muito mais rápido do que o custo linear. A partir deste ponto, a trinca tem energia excedente para se propagar de forma espontânea e acelerada, levando à ruptura catastrófica sem necessidade de aumento da carga externa.

O Balanço de Energia na Fratura

A propagação de uma trinca exige o rompimento de ligações químicas, o que demanda o consumo de energia para a formação das novas superfícies do material (trabalho de fratura). Simultaneamente, o crescimento da trinca relaxa a vizinhança do material, liberando parte da energia de deformação elástica que estava acumulada.

O critério de Griffith estabelece que uma trinca apenas se propagará se a energia elástica liberada pela estrutura for igual ou superior à energia necessária para criar a nova superfície de fratura. Este balanço energético define um **tamanho crítico de trinca** para um dado nível de tensão.



Crescimento Subcrítico e Inspeção

A premissa da mecânica da fratura moderna é que todos os componentes e estruturas tecnológicas (de fuselagens de aeronaves a componentes plásticos injetados) contêm defeitos iniciais, como arranhões, porosidades ou micro trincas de fabricação. O projeto seguro não busca a eliminação absoluta destes defeitos, mas sim garantir que eles não atinjam o tamanho crítico durante a vida útil do produto.

Muitas vezes, as trincas crescem de forma lenta e estável sob carregamentos repetidos ou variações térmicas, um processo conhecido como crescimento subcrítico. Esta progressão gradual possui uma relevância prática considerável: ela proporciona o tempo necessário para que o defeito seja identificado visualmente ou através de métodos de ensaio não destrutivos. O monitoramento de uma trinca em crescimento permite a intervenção, manutenção ou descarte seguro do componente antes que ocorra a ruptura catastrófica.