

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**GUSTAVO JACQUES FRIEDRICH**

**CÁLCULO TRIDIMENSIONAL DE CAMPO ELÉTRICO EM SUBESTAÇÕES DE  
ALTA E EXTRA ALTA TENSÃO**

Porto Alegre

2019

GUSTAVO JACQUES FRIEDRICH

**CÁLCULO TRIDIMENSIONAL DE CAMPO ELÉTRICO EM SUBESTAÇÕES DE  
ALTA E EXTRA ALTA TENSÃO**

Projeto de Diplomação apresentado como  
requisito parcial para a obtenção do grau de  
Engenheiro Eletricista na Universidade  
Federal do Rio Grande do Sul

Orientador: Luiz Tiaraju dos Reis Loureiro

Porto Alegre

2019

GUSTAVO JACQUES FRIEDRICH

**CÁLCULO TRIDIMENSIONAL DE CAMPO ELÉTRICO EM SUBESTAÇÕES DE  
ALTA E EXTRA ALTA TENSÃO**

Este Projeto de Diplomação foi analisado e julgado adequado para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista e aprovado pela Banca Examinadora designada pelo Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

Prof. Dr. Luiz Tiarajú dos Reis Loureiro, UFRGS

Aprovado em: \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

**BANCA EXAMINADORA**

Luiz Tiarajú dos Reis Loureiro, Prof. Dr. – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Igor Pasa Wiltuschnig, Prof. MSc – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Roberto Petry Homrich, Prof. Dr. – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente gostaria de agradecer à minha família por me proporcionar educação e bem-estar desde a infância, sem os quais definitivamente não chegaria onde estou hoje e este trabalho não seria possível.

À minha namorada, Ana Helena, por todos momentos de carinho e compreensão que me dão forças para sempre buscar o meu melhor.

Ao Prof. Dr. Luiz Tiarajú por aceitar orientar o meu Projeto de Diplomação e complementá-lo com observações valiosas. Agradeço, também, a todos os professores da UFRGS que contribuíram para o meu desenvolvimento técnico e pessoal ao longo dos últimos anos.

A todos os colegas da Gama Engenharia, em especial aos Eng.º Vitor Gaidzinski e Eng.º Juliano Wenzel, por todos os momentos de aprendizado e pela oportunidade de crescimento profissional.

À Eletrosul por disponibilizar as informações necessárias para a elaboração deste trabalho e incentivar trabalhos e pesquisas que visem o desenvolvimento do setor elétrico nacional.

A todos os amigos que acompanharam a minha trajetória e que, de alguma forma, contribuíram para que eu seja quem sou.

## LISTA DE SIGLAS

|         |  |
|---------|--|
| ABNT    | Associação Brasileira de Normas Técnicas                         |
| ANEEL   | Agência Nacional de Energia Elétrica                             |
| CA      | Corrente Alternada   |
| CAA     | Cabo de Alumínio com Alma de Aço                                 |
| CC      | Corrente Contínua  |
| EPE     | Empresa de Pesquisas Energéticas                                 |
| EPRI    | Instituto de Pesquisa em Energia Elétrica                        |
| ICNIRP  | Comissão Internacional de Proteção Contra Radiação Não Ionizante |
| IEEE    | Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos              |
| INMETRO | Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia         |
| LT      | Linha de Transmissão   |
| MSC     | Método da Simulação de Cargas                                    |
| NBR     | Norma Brasileira Regulamentadora                                 |
| OIT     | Organização Internacional do Trabalho                            |
| OMS     | Organização Mundial da Saúde                                     |
| REN     | Resolução Normativa  |
| TC      | Transformador de Corrente  |
| TPC     | Transformador de Potencial Capacitivo                            |
| TR      | Transformador de Força   |

## **RESUMO**

Este trabalho acadêmico tem por finalidade o desenvolvimento de uma rotina de cálculo para obtenção do campo elétrico em subestações de alta e extra alta tensão que possa ser implementada de forma simples e com baixos custos. A rotina foi implementada no software de computação numérica Matlab® e baseada na metodologia tridimensional desenvolvida pela EPRI. Através da rotina desenvolvida foi elaborado um estudo de caso na Subestação Nova Petrópolis 2 (SE NPE 2) 230/69 kV da transmissora Eletrosul e os resultados foram comparados com dados de medição da empresa. Os erros de simulação foram avaliados ponto a ponto, variando de unidades percentuais para regiões de baixa distorção a dezenas ou mesmo centenas percentuais para regiões de alta distorção próximas a equipamentos de pátio e estruturas. Ainda assim, os resultados obtidos apresentaram coerência com os dados de medição, estimulando futuros desenvolvimentos no modelo.

Palavras-chave: Campo. Elétrico. Simulação. Tridimensional. Subestação.

## **ABSTRACT**

This academic work aims the development of a numerical algorithm for calculating the electric field in high and extra high voltage substations. The implementation of the algorithm is expected to be simple and inexpensive. The algorithm was implemented through the numerical computing software Matlab® and was based on the tridimensional methodology developed by EPRI. A case study for the Eletrosul Substation Nova Petrópolis 2 (SE NPE 2) was carried out using the algorithm and the results were compared with the company's field measurements database. The simulation errors were checked point by point, varying from percent units in regions with low field distortion to tens and even hundreds percent in regions with high field distortion, such as near switchyard equipment and structures. Nevertheless, the acquired results were coherent with the measurement data, encouraging future developments for the model.

Key-words: Electric. Field. Simulation. Tridimensional. Substation.

## SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>8</b>  |
| <b>2</b> | <b>EFEITOS BIOLÓGICOS E REGULAMENTAÇÃO DOS CAMPOS ELÉTRICOS NA FREQUÊNCIA INDUSTRIAL .....</b>            | <b>10</b> |
| 2.1      | Subestações de energia .....  | 10        |
| 2.2      | Efeitos biológicos da exposição humana à campos elétricos e magnéticos de baixa frequência .....          | 12        |
| 2.3      | Regulamentação brasileira acerca da exposição a campos de baixa frequência.....                           | 15        |
| <b>3</b> | <b>MEDIÇÃO DE CAMPOS ELÉTRICOS NA FREQUÊNCIA INDUSTRIAL.....</b>  | <b>18</b> |
| 3.1      | Medidores de espaço livre .....   | 19        |
| 3.1.1    | Elaboração do relatório de medição .....  | 21        |
| <b>4</b> | <b>CÁLCULO DE CAMPOS ELÉTRICOS NA FREQUÊNCIA INDUSTRIAL ....</b>  | <b>23</b> |
| 4.1      | Campos elétricos na frequência industrial .....   | 23        |
| 4.2      | Força eletroestática .....  | 26        |
| 4.3      | Campo elétrico.....   | 26        |
| 4.4      | Teorema da superposição .....   | 27        |
| 4.5      | Potencial eletroestático .....  | 29        |
| 4.6      | Solução de problemas eletroestáticos .....  | 31        |
| 4.6.1    | Equações de Poisson e Laplace .....   | 31        |
| 4.6.2    | Método das imagens .....  | 32        |
| 4.6.3    | Método da simulação de cargas (MSC).....  | 33        |
| 4.7      | Método da simulação de carga tridimensional para cálculo de campo elétrico em subestações de energia..... | 35        |
| 4.8      | Rotina de cálculo .....   | 45        |
| <b>5</b> | <b>ESTUDO DE CASO .....</b>   | <b>48</b> |
| 5.1      | Perfil E.....   | 49        |
| 5.1.1    | Modelagem 1 .....   | 49        |
| 5.1.2    | Modelagem 2 .....   | 51        |
| 5.2      | Perfil H.....   | 52        |
| 5.2.1    | Modelagem 1 .....   | 52        |
| 5.3      | Perfil I.....   | 53        |
| 5.3.1    | Modelagem 1 .....   | 53        |
| 5.3.2    | Modelagem 2 .....   | 54        |
| 5.4      | Discussão dos resultados .....  | 55        |
| <b>6</b> | <b>CONCLUSÃO.....</b>   | <b>58</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS .....</b>  | <b>60</b> |
|          | <b>ANEXO A – PONTOS DE MEDIÇÃO .....</b>  | <b>63</b> |
|          | <b>ANEXO B – PLANTA DA SE NPE 2.....</b>  | <b>64</b> |
|          | <b>ANEXO C – CORTES DA SE NPE 2.....</b>  | <b>65</b> |
|          | <b>APÊNICE A – CÓDIGO EM MATLAB.....</b>  | <b>66</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O consumo de energia elétrica está diretamente relacionado a premissas demográficas e macroeconômicas. No que concerne ao Brasil, dentro de um cenário de crescimento populacional e expectativa de crescimento econômico, muito provavelmente haverá um crescimento da energia demandada pelos consumidores nacionais para o período dos próximos 10 anos. A EPE, através da Nota Técnica DEA 001/17, considerando efeitos como crescimento populacional e econômico e a elasticidade-renda do consumo de eletricidade, prevê um aumento no consumo da rede de 459.515 GWh em 2016 para 653.935 GWh em 2026. Diante do cenário de crescimento do consumo de energia elétrica, surge a necessidade de investimentos em infraestrutura como a construção de usinas de geração, linhas de transmissão e subestações para que o crescimento da demanda possa ser suportado pelo sistema.

Diversas medidas vêm sendo tomadas ao longo do tempo visando o aumento da eficiência energética dos ativos do sistema elétrico, sendo uma das principais o aumento progressivo dos níveis de tensão da transmissão da energia elétrica. Apesar do aumento do nível de tensão das instalações de transmissão aumentar a sua eficiência cria-se, também, uma série de problemas operacionais.

Uma preocupação no que diz respeito à operação de linhas de transmissão e de subestações de alta e extra alta tensão é a exposição humana a campos elétricos e magnéticos de alta intensidade e baixa frequência proveniente dos condutores energizados e dos equipamentos de pátio das subestações. Há uma série de efeitos agudos com mecanismos e riscos conhecidos associados à esta exposição. Para proteção de trabalhadores e da população em geral destes riscos existem valores limites recomendados por institutos especializados e pela OMS. No entanto, ainda há incertezas quanto aos riscos prolongados. O consenso atual da OMS e da comunidade científica é de que não existem evidências suficientes que suportem a afirmação de que existe causalidade entre o desenvolvimento de doenças crônicas como leucemia e a exposição à campos elétricos e magnéticos na frequência industrial.

Diversos países possuem legislação específica impondo valores limites para a intensidade dos campos elétricos e magnéticos provenientes das instalações elétricas em alta tensão, devendo os agentes do setor respeitá-las. No Brasil, a Lei nº 11.934, de 5 de maio de 2009, dispõe sobre os limites à exposição humana a campos elétricos, magnéticos eletromagnéticos associados ao funcionamento de estações transmissoras de radiocomunicação, de terminais de usuários e de sistema de energia elétrica nas faixas de frequência até 300 GHz. A Resolução Normativa nº 398, de 23 de março de 2010 regulamenta a Lei nº 11.394 no que se refere aos limites à exposição humana originária de instalações de geração, transmissão e

distribuição de energia elétrica. Assim, cabe aos agentes do setor elétrico a elaboração de memoriais de cálculo ou relatórios de medição a nível de projeto executivo de seus empreendimentos que comprovem a adequação de suas instalações às normas vigentes.

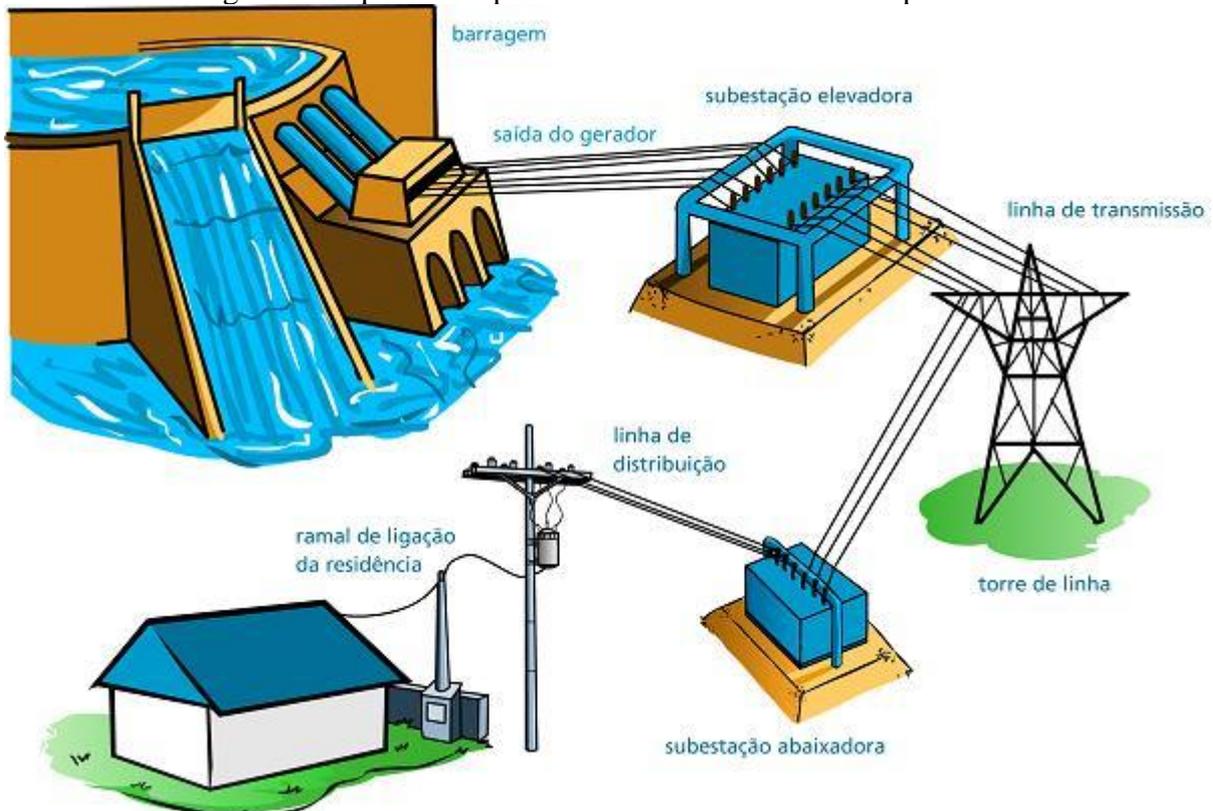
Este trabalho tem como intuito a revisão bibliográfica acerca dos campos elétricos em subestações, o desenvolvimento de uma rotina de cálculo em Matlab® para o seu cálculo e a elaboração de um estudo de caso utilizando a rotina desenvolvida. O desenvolvimento deste trabalho está dividido em 4 Capítulos. Os Capítulos 2 e 3 tem por finalidade a revisão bibliográfica acerca da exposição e medição de campos elétricos na frequência industrial. O Capítulo 4 visa realizar revisão bibliográfica sobre conceitos de eletroestática, apresentar a metodologia para cálculo escolhida para o desenvolvimento da rotina e a descrição da mesma. No Capítulo 5 realiza-se um estudo de caso aplicando a rotina desenvolvida na subestação Nova Petrópolis 2 (NPE2), pertencente à transmissora Eletrosul. Os resultados obtidos no Capítulo 5 serão comparados com dados de medição provenientes do banco de dados da empresa.

## 2 EFEITOS BIOLÓGICOS E REGULAMENTAÇÃO DOS CAMPOS ELÉTRICOS NA FREQUÊNCIA INDUSTRIAL

### 2.1 Subestações de energia

Tradicionalmente o sistema elétrico de potência se divide em três subsistemas: sistema de geração, sistema de transmissão e o sistema distribuição de energia. A geração é responsável pela transformação de fontes primárias de energia em energia elétrica, a transformação é realizada através de usinas de geração de energia, como as hidrelétricas e termelétricas, entre outras. Usualmente as usinas de geração de energia se encontram fisicamente afastadas das cargas consumidoras, como residências e indústrias. Assim, é necessário o transporte da energia elétrica às cargas consumidoras, esta tarefa é desempenhada pelo sistema de transmissão. Após o transporte da energia à pontos estratégicos situados próximos às cargas, o sistema de distribuição é responsável pela entrega da energia aos consumidores finais. A Figura 1 apresenta de forma simplificada a interligação física entre os três subsistemas do sistema de potência.

Figura 1. Esquema simplificado do sistema elétrico de potência.

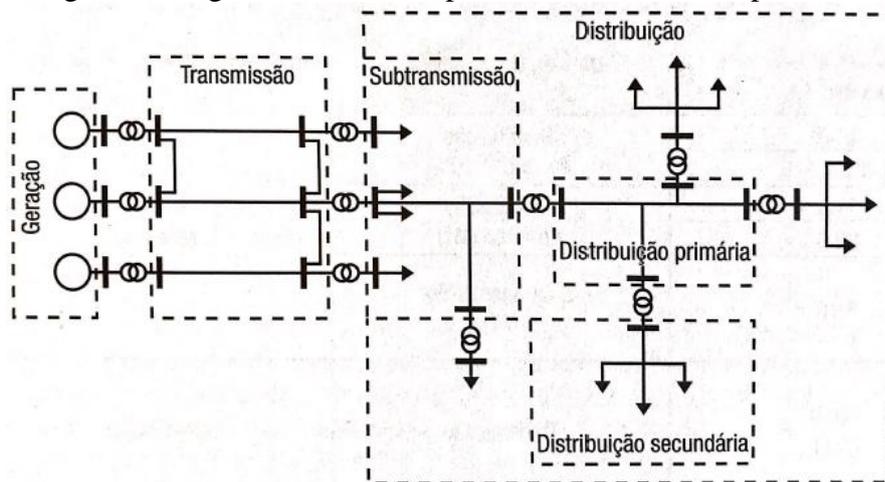


Fonte: (<https://www.mundodaeletrica.com.br/nr10-campo-de-aplicacao/>)

No sistema de geração, a tensão nominal usual é de 13,8 kV, encontrando-se, no entanto, tensões desde 2,2 kV até 34,5 kV. Na distribuição primária, comumente denominada de

distribuição em média tensão, é usual a utilização de níveis de tensão de 13,8 kV ou 23 kV, ao passo que para distribuição secundária, comumente denominada de distribuição em baixa tensão, os níveis de tensão usuais são de 380 V ou 220 V. A tensão de transmissão é estabelecida em função da distância a ser percorrida e do montante de energia a ser transportado (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA 2010, p. 1), tendo no Brasil, valores mínimos usuais de 230 kV. Tendo em vista a incompatibilização dos níveis de tensão dos diferentes subsistemas do sistema de potência, é necessária a existência de instalações dotadas da capacidade de transformação destes níveis, estas instalações são denominadas de subestações. A Figura 2 apresenta o diagrama unifilar simplificado do sistema de potência tradicional, contendo os seus três subsistemas e as respectivas subestações de interligação dos mesmos.

Figura 2. Diagrama unifilar simplificado do sistema de potência.



Fonte: (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

Pode-se, então, de forma simplificada, classificar as subestações com base em sua posição no sistema de potência:

- Subestação transmissora: Atua na interligação das usinas geradoras ao sistema de transmissão, nas interligações internas do sistema de transmissão e na interligação do sistema de transmissão ao sistema de distribuição;
- Subestação distribuidora: Atua internamente ao sistema de distribuição na interligação do sistema de subtransmissão à distribuição primária;
- Subestação particular: Pertencentes aos grandes consumidores de energia, atuam na interligação ao sistema de subtransmissão ou de transmissão às instalações do proprietário.

Com o crescimento do sistema elétrico, as subestações começaram a possuir mais funções do que apenas transformar tensão. Nos sistemas elétricos modernos, as subestações atuam de forma a garantir a proteção e a estabilidade da rede através detecção e isolamento de linhas em falta e da regulação em tensão (KRIEG; FINN, 2019, p. 2). Com a crescente associação em malha do sistema de transmissão as subestações atuam, também, na interligação das diferentes linhas e barras componentes do sistema. Ressalta-se ainda, o papel das subestações na conversão CC-CA da corrente elétrica para situações em que se necessita de transmissão em corrente contínua, como na transmissão de altas potências através de longas distâncias ou para a integração de sistemas operando em frequências distintas. Em linhas gerais, as subestações podem ser entendidas como nós nos sistemas de potência. A Figura 3 ilustra o pátio de manobras de uma subestação de grande porte em 500/345/138 kV.

Figura 3. Disposição geral e arranjo físico do pátio de manobras da SE Samambaia-DF.



Fonte: (FRONTIN, 2013).

## 2.2 Efeitos biológicos da exposição humana à campos elétricos e magnéticos de baixa frequência

Os estudos e preocupações acerca dos efeitos biológicos da exposição humana à campos elétricos e magnéticos de baixa frequência iniciaram por volta da década de 1960 quando começaram a se construir as primeiras instalações elétricas em extra alta tensão, dos quais, notadamente, um estudo conduzido na antiga União Soviética durante a década de 1970 reportou o desenvolvimento de doenças crônicas em trabalhadores de linha viva. (EPRI, 2005, p. 7-57).

Os efeitos da exposição humana à campos elétricos e magnéticos na frequência industrial podem ser divididos em dois grupos: efeitos agudos e efeitos crônicos. Os efeitos agudos são aqueles que cessam após o término da exposição ao passo que os crônicos são os que permanecem. Os efeitos agudos são reversíveis e podem ser estudados de forma simples e direta, devido à associação temporal definida entre causa e efeito. Estão inclusos nessa categoria efeitos diretos da exposição, como estimulação dos fios de cabelo e pelos, e efeitos indiretos como o sofrimento de choques devido a descargas elétricas. A segunda categoria se refere ao risco de desenvolvimento de doenças e problemas diversos como leucemia, câncer cerebral e desenvolvimento de problemas reprodutivos. Estudos epidemiológicos de possível associação entre a exposição aos campos elétricos e magnéticos na frequência industrial ao desenvolvimento de doenças crônicas são de difícil desenvolvimento, execução e interpretação. Devido a essas dificuldades, diferentemente dos efeitos agudos, ainda não é possível precisar os reais riscos da exposição prolongada aos campos elétricos e magnéticos na frequência industrial. Na verdade, não se pode precisar se efetivamente existem riscos (OIT, 1993, p. 39). Não existem atualmente dados epidemiológicos suficientes nem mecanismos biológicos conhecidos que levem resultados conclusivos acerca da causalidade da exposição à campos de baixa frequência no desenvolvimento de doenças crônicas. Ainda que existam uma série de estudos que indiquem o contrário, os resultados obtidos estão usualmente associados à viés amostral, variáveis de confusão<sup>1</sup> ou, mesmo, coincidência (ICNIRP, 2009, p. 823).

Um dos principais efeitos agudos advindos da exposição aos campos elétricos na frequência industrial é o choque devido a descargas eletrostáticas ao toque entre um indivíduo eletrizado com um objeto aterrado ou entre um indivíduo aterrado e um objeto eletrizado não aterrado. Em tais situações, cria-se um caminho para a corrente de descarga fluir à terra através do corpo da pessoa. Os limites de percepção ou dor devido a choques causados descargas induzidas por linhas aéreas de energia são pessoais, porém, cerca de 50% dos voluntários sentiram dor para choques induzidos por campos elétricos com intensidade de 10 kV/m em testes realizados (ICNIRP, 2009, p. 820).

Visando a segurança ocupacional de trabalhadores do sistema de potência e a proteção da população em geral que possa se expor às suas instalações, diversos comitês e agências regulatórias estabeleceram níveis máximos de exposição a intensidades de campos elétricos e magnéticos na frequência industrial. Os níveis de exposição de pessoas a campos elétricos oriundos das instalações elétricas são via de regra caracterizados pelo campo não perturbado.

---

<sup>1</sup> Variável associada à doença em estudo e ao grupo de exposição que causa relação espúria entre ambos ao se avaliar a sua causalidade (PEARCE; GREENLAND, 2014, p. 661).

Visto que campos elétricos são fortemente perturbados nas proximidades de objetos, define-se então, o campo não perturbado como o campo quando o objeto é removido (EPRI, 1982, p. 330). Quando um corpo humano é exposto ao campo elétrico não perturbado as linhas de campo se tornam perpendiculares a ele, possuindo maior concentração nas regiões curvadas, como a cabeça.

A Comissão Internacional de Proteção Contra Radiação Não-Ionizante (ICNIRP) através do *Guidelines for limiting exposure to time-varying electric and magnetic fields* definiu níveis de referência para a exposição humana à campos elétricos e magnéticos não perturbados na faixa de frequência de 1 Hz a 1 MHz, tendo em vista a proteção contra os efeitos agudos da exposição a tais campos. Os limites foram estabelecidos para dois grupos de referência:

- População ocupacional;
- Público em geral.

Considera-se a população ocupacional como os adultos em condições de saúde conhecidas que são expostos aos campos em decorrência de sua atividade profissional, possuindo dessa forma, treinamento e trajes adequados. O público em geral é tido como indivíduos de quaisquer idades e de condições de saúde desconhecidas que são expostos aos campos por motivos distintos de sua atividade profissional. As Tabela I e Tabela II apresentam os níveis de referência recomendados pelo ICNIRP, onde  $f$  é a frequência do campo em Hertz (Hz).

Tabela I. Níveis de referência de intensidades de campos elétricos e magnéticos para população ocupacional (Valores RMS).

| <b>Faixa de Frequência</b> | <b>Campo Elétrico<br/>(kV/m)</b> | <b>Campo Magnético<br/>(A/m)</b> | <b>Densidade de<br/>Fluxo Magnético<br/>(T)</b> |
|----------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---|
| 1 Hz – 8 Hz                | 20                               | $1,63 \times 10^5 / f^2$         | $0,2 / f^2$                                     |
| 8 Hz – 25 Hz               | 20                               | $2 \times 10^4 / f$              | $2,5 \times 10^{-2} / f$                        |
| 25 Hz – 300 Hz             | $5 \times 10^2 / f$              | $8 \times 10^2$                  | $1 \times 10^{-3}$                              |
| 300 Hz – 3 kHz             | $5 \times 10^2 / f$              | $2,4 \times 10^5 / f$            | $0,3 / f$                                       |
| 3 kHz – 10 MHz             | $1,7 \times 10^{-1}$             | 80                               | $1 \times 10^{-4}$                              |

Fonte: (ICNIRP, 2009)

Tabela II. Níveis de referência de intensidades de campos elétricos e magnéticos para o público em geral (Valores RMS).

| <b>Faixa de Frequência</b> | <b>Campo Elétrico<br/>(kV/m)</b> | <b>Campo Magnético<br/>(A/m)</b> | <b>Densidade de<br/>Fluxo Magnético<br/>(T)</b> |
|----------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---|
| 1 Hz – 8 Hz                | 5                                | $3,2 \times 10^4 / f^2$          | $4 \times 10^{-2} / f^2$                        |
| 8 Hz – 25 Hz               | 5                                | $4 \times 10^3 / f$              | $5 \times 10^{-3} / f$                          |
| 25 Hz – 50 Hz              | 5                                | $1,6 \times 10^2$                | $2 \times 10^{-4}$                              |
| 50 Hz – 400 Hz             | $2,5 \times 10^2 / f$            | $1,6 \times 10^2$                | $2 \times 10^{-4}$                              |
| 400 Hz – 3 kHz             | $2,5 \times 10^2 / f$            | $6,4 \times 10^4 / f$            | $8 \times 10^{-2} / f$                          |
| 3 kHz – 10 MHz             | $8,3 \times 10^{-2}$             | 21                               | $2,7 \times 10^{-5}$                            |

Fonte: (ICNIRP, 2009)

### 2.3 Regulamentação brasileira acerca da exposição a campos de baixa frequência

O Governo brasileiro, através da Lei N° 11.934 de 5 de maio de 2009 e da Resolução Normativa n° 398 de 23 de março de 2010, regulamentou os limites à exposição humana a campos elétricos e magnéticos originários de instalações de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica em território nacional. Os limites foram estipulados conforme recomendado pela OMS e estabelecido no *Guidelines for Limiting Exposure do Time-Varying Electric and Magnetic Fields* da ICNIRP. Os limites calculados para as frequências de 60 Hz e 50 Hz estão expostos nas Tabela III e Tabela IV, respectivamente.

Tabela III – Limites de intensidades de campos elétricos e magnéticos na frequência de 60 Hz em território nacional (Valores RMS).

| <b>Público de Exposição</b> | <b>Campo Elétrico (kV/m)</b> | <b>Campo Magnético (μT)</b> |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| Público em Geral            | 4,17                         | 83,33                       |
| População Ocupacional       | 8,33                         | 416,67                      |

Fonte: (BRASIL, 2010).

Tabela IV – Limites de intensidades de campos elétricos e magnéticos na frequência de 50 Hz em território nacional (Valores RMS).

| <b>Público de Exposição</b> | <b>Campo Elétrico (kV/m)</b> | <b>Campo Magnético (μT)</b> |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| Público em Geral            | 5,00                         | 200,00                      |
| População Ocupacional       | 20,00                        | 1000,00                     |

Fonte: (BRASIL, 2010)

A REN nº398 estabelece que todas instalações elétricas de geração, transmissão e distribuição de energia em território nacional, em quaisquer níveis de tensão, devem atender às restrições básicas de exposição e atribui competência à ANEEL para regular e fiscalizar o atendimento das restrições. Conforme estabelecido na resolução, os agentes responsáveis por instalações com nível de tensão igual ou superior a 138 kV devem obrigatoriamente encaminhar memorial de cálculo ou relatório de medição comprobatório em até 90 dias após a entrada em operação em carga.

A intensidade do campo elétrico varia largamente em função da altura. Assim, os níveis das Tabela III e Tabela IV devem ser garantidos para uma altura de 1,5 m a partir do nível do solo. Como somente a população ocupacional deve ter acesso ao interior das subestações, aceita-se intensidades de até 8,33 kV/m para as áreas internas de subestações operando em 60 Hz. Porém, deve-se garantir que a intensidade máxima no perímetro da subestação seja de no máximo 4,17 kV/m, devido a possibilidade de aproximação da população em geral.

As medições, quando realizadas, devem ser de acordo com os procedimentos descritos na NBR 15415/2006 (Cancelada e substituída pela NBR 25415/2015).

Caso o agente opte pela realização de memorial de cálculo, o mesmo deve ser baseado em metodologia consagrada e considerar as seguintes premissas:

- Tensão nominal;
- Temperatura máxima admissível de projeto;
- Carregamento máximo do condutor para os regimes de operação e emergência;
- Distância mínima do condutor ao solo;
- Configuração típica dos circuitos e sequência de fases associadas;
- Calculados a altura de 1,5m do nível do solo para a população em geral.

O anexo da REN Nº 398 traz ainda uma relação dos dados adicionais que devem ser encaminhados à ANEEL referente ao memorial de cálculo, sendo os seguintes:

- Nome e município da subestação;
- Intensidade do campo elétrico (expresso em kV/m);
- Pontos calculados (informando a distância para o centro geométrico da subestação);
- Metodologia adotada para o cálculo.

Caso o agente opte por não realizar o relatório de conformidade ou o seu resultado demonstre o não atendimento às restrições básicas, deverá ser apresentando o plano de

adequação, contendo no mínimo, o cronograma físico-financeiro e os estudos técnicos que demonstrem a eficácia das medidas propostas para a adequação da instalação.

A resolução não estabelece necessidade de apresentação do relatório de conformidade para instalações com nível de tensão inferior a 138 kV, entretanto, qualquer titular de unidade consumidora pode requisitar à distribuidora, mediante solicitação formal, a medição dos campos elétricos e magnéticos gerados por instalações de tensão igual ou superior a 2,3 kV. Salienta-se, no entanto, que o requerente deverá arcar com os custos da medição caso o os resultados sejam inferiores aos níveis de referência.

### 3 MEDIÇÃO DE CAMPOS ELÉTRICOS NA FREQUÊNCIA INDUSTRIAL

A determinação do campo elétrico em subestações através da medição em campo apresenta vantagens e desvantagens quando comparada a simulação computacional. Como vantagens pode-se listar a obtenção de valores com incerteza bem definida e a existência de procedimentos normatizados para sua realização. Em contrapartida, a medição só pode ser realizada após a subestação entrar em operação o que torna as alterações onerosas em casos de não conformidades.

Existem uma série de medidores comercialmente disponíveis para a medição do campo elétrico em instalações de energia elétrica e normas específicas que auxiliam o processo de medição e a elaboração de seu relatório, sendo no Brasil a NBR 25415.

Os medidores de intensidade de campo elétrico consistem em duas partes, a sonda ou elemento sensor<sup>2</sup> de campo, e o circuito eletrônico detector<sup>3</sup>, que processa o sinal da sonda e indica o valor eficaz da intensidade do campo elétrico. Os medidores de campo elétrico medem a projeção do vetor do campo elétrico oscilante (linearmente polarizado) ou girante (elipticamente ou circularmente polarizado) nos eixos elétricos da sonda (ABNT, 2016).

Atualmente, existem três tecnologias de medidores de campos elétricos de baixa frequência (10 Hz – 3 kHz) disponíveis comercialmente e recomendados por normas nacionais (NBR 25415) e internacionais (IEEE Std. 1308):

- Medidores de espaço livre
- Medidores de referência de terra;
- Medidores eletro-ópticos.

Os medidores de referência de terra medem a intensidade do campo elétrico através da medição da corrente ou da carga em superfícies de sondas planas e a terra. Esses medidores são indicados para medição a nível do solo ou em superfícies planas que estão no potencial do solo, incluindo a superfície da terra (IEEE, 1994). Por não permitirem o mapeamento do campo elétrico em alturas diferentes do nível do solo, esses medidores possuem aplicabilidade limitada e não são indicados para medição de campo elétrico em subestações (EPRI, 2005, p. 7-26). Os medidores de espaço livre, por outro lado, são medidores portáteis que permitem fácil mapeamento de áreas em pontos quaisquer acima do nível do solo sem necessidade de

---

<sup>2</sup> Elemento de um sistema de medição que é diretamente afetado por um fenômeno, corpo ou substância que contém a grandeza a ser medida (INMETRO, 2012, p. 35).

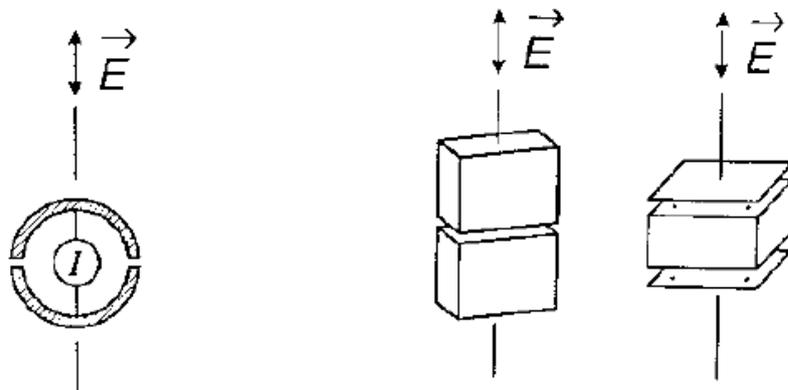
<sup>3</sup> Dispositivo ou substância que indica a presença de um fenômeno, corpo ou substância quando um valor limiar de uma grandeza associada for excedido (INMETRO, 2012, p. 36).

referência de terra para medição, sendo assim mais indicados para medição da intensidade de campo elétrico em subestações. Os medidores eletro-ópticos medem o campo elétrico a partir da interferência na transmissão de luz em fibras ópticas causadas pelo campo que se deseja medir. Assim como os medidores de espaço livre, os medidores eletro-ópticos podem ser utilizados para medição de campo elétrico em subestações, porém, até então, sua aplicação está limitada a ensaios em laboratórios (EPRI, 2005, p. 7-26).

### 3.1 Medidores de espaço livre

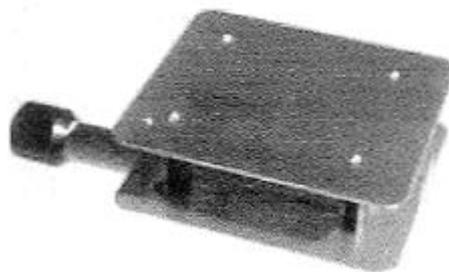
Os medidores de espaço livre medem o campo elétrico indiretamente através da corrente elétrica induzida em seu elemento sensor, que se constitui em dois eletrodos condutores embutidos em uma sonda eletricamente isolada. Os eletrodos podem possuir formas geométricas variadas, sendo que estas influem diretamente na medição (IEEE, 1994, p. 21). As Figura 4 e Figura 5 apresentam algumas geometrias comercialmente utilizadas.

Figura 4. Geometrias típicas para os eletrodos das sondas.



Fonte: (IEEE, 1994).

Figura 5. Geometria de placas paralelas comercial para o eletrodo da sonda.



Fonte: (EPRI, 2005, p. 7-26).

Para um campo elétrico senoidal com variação temporal, a corrente elétrica induzida é dada pela Equação (1).

$$I(t) = k\omega\varepsilon E_o \cos(\omega t) \quad (1)$$

Onde,

- $\omega$ : Frequência angular do campo elétrico;
- $E_o$ : Módulo do campo elétrico;
- $k$ : Constante geométrica;
- $\varepsilon$ : Permissividade dielétrica do meio.

A constante  $k$  por via de regra é determinada através da calibração do equipamento. Na existência de harmônicas, as mesmas irão se somar ao termo do lado direito da Equação (1).

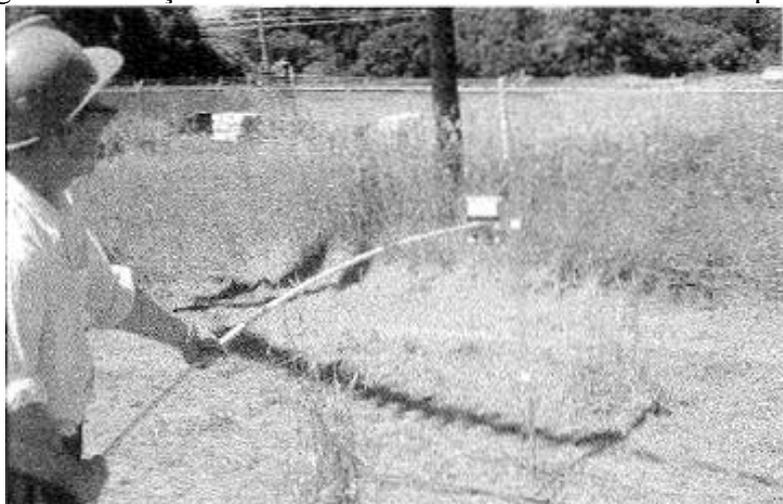
A presença do operador distorce o campo medido pelo instrumento. Como o que se deseja obter é o campo não perturbado, o operador deve realizar as medições por via de leitor remoto (GUEDES, 2011, p. 40). Recomenda-se que o leitor se distancie a no mínimo 2,5 m do instrumento. Nessas condições, a interferência causada é da ordem de 1,5% a 3% da medição (IEEE, 2008, p. 13). As Figura 6 e Figura 7 apresentam esquemas de montagem para medição dos campos elétricos provenientes de linhas aéreas energizadas.

Figura 6. Medição com o instrumento montado sobre tripé conectado ao leitor remoto.



Fonte: (GUEDES, 2011).

Figura 7. Medição com o instrumento conectado à vara de suporte.



Fonte: (IEEE, 2005).

### 3.1.1 Elaboração do relatório de medição

A norma NBR 25415 apresenta protocolos de medição de campo elétrico e magnéticos na frequência industrial, sendo estes baseados em objetivos específicos (caracterização do nível máximo, variação espacial, variação temporal, entre outros). Os protocolos objetivam a medição de campos em instalações de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica e variam em função das metas. A norma apresenta metas exemplos e métodos para sua medição e fornece, ainda, subsídios para o leitor criar seus próprios protocolos. Sugere-se que as medições sejam efetuadas em diversos perfis internos à subestação pré-definidos e em diversos pontos na área externa à subestação.

A NBR 25415 recomenda indicar claramente os objetivos ao elaborar o relatório de medição. Além dos objetivos uma série de informações a respeito do medidor, das condições locais e da metodologia de medição devem ser fornecidas, sendo estas, porém não limitadas as seguintes:

- Identificação do modelo, fabricante e características básicas do medidor (tamanho/geometria da sonda, banda passante, data da última calibração, incerteza de medição);
- Valores eficazes de tensão e corrente na instalação;
- Localização em planta dos pontos de medição e fontes de campo;
- Data, horário e duração das medições;
- Temperatura ambiente e umidade relativa do ar durante a medição;

- Clara identificação de qual quantidade de campo está sendo reportada (campo elétrico máximo ou eficaz, resultante ou alguma componente espacial, entre outros).

## 4 CÁLCULO DE CAMPOS ELÉTRICOS NA FREQUÊNCIA INDUSTRIAL

Esta seção tem por finalidade realizar uma breve revisão dos conceitos da eletroestática a caracterização dos campos elétricos gerados pelos condutores energizados e apresentar a metodologia de cálculo empregada para a elaboração do algoritmo desenvolvido neste trabalho.

### 4.1 Campos elétricos na frequência industrial

Os campos elétricos na frequência industrial gerados pelos condutores e equipamentos dos sistemas de energia são denominados como quasi-estáticos. Campos quasi-estáticos são aqueles que satisfazem a condição da Equação (2) (IEEE, 1994).

$$f \ll \frac{c}{\pi l \sqrt{2}} \quad (2)$$

Onde:

- $f$ : Frequência do campo elétrico quasi-estático;
- $c$ : Velocidade de propagação da luz;
- $l$ : Comprimento característico de cálculo (distância entre a fonte emissora e os pontos de medição/cálculo).

Nessas condições, os campos elétricos e magnéticos não apresentam acoplamento, e podem ser avaliados separadamente. O campo elétrico quasi-estático gerado por um sistema trifásico de energia pode ser descrito matematicamente através da Equação (3) (EPRI, 2005, p. 7-4).

$$\vec{E}(x, y, z, t) = e_x(t)\vec{x} + e_y(t)\vec{y} + e_z(t)\vec{z} \quad (3)$$

Onde:

- $e_x, e_y$  e  $e_z$ : Componentes do campo elétrico nas direções  $x, y$  e  $z$ , respectivamente;
- $\vec{x}, \vec{y}$  e  $\vec{z}$ : Vetores unitários nas direções  $x, y$  e  $z$ , respectivamente.

A componente espacial do campo elétrico na direção  $x$  é dada através da Equação (4) (EPRI, 1982, p. 329).

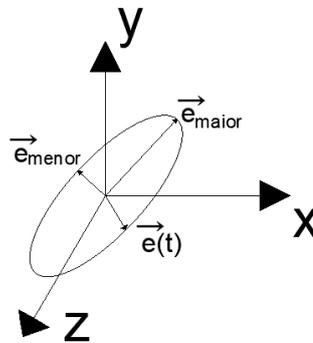
$$e_x(t) = \sqrt{2}E_x \cos(\omega t + \theta_x) \quad (4)$$

Onde:

- $E_x$ : Valor eficaz do campo elétrico na direção  $x$ ;
- $\theta_x$ : Ângulo de fase da componente espacial  $x$ ;
- $\omega$ : Frequência angular do sistema elétrico.

Equações análogas se aplicam para as componentes nas direções  $y$  e  $z$ . O campo elétrico gerado por linhas trifásicas possui polarização elipsoidal, ou seja, varia em magnitude e direção em função do tempo. O campo elétrico elipsoidal pode ser caracterizado através dos seus semieixos maior e menor. A Figura 8 apresenta a polarização elipsoidal de um campo elétrico trifásico.

Figura 8. Polarização de um campo elétrico trifásico.



FONTE: (AUTOR, BASEADO EM EPRI).

Em regiões próximas a superfícies condutoras, como o solo, o semieixo menor torna-se muito pequeno comparado ao semieixo maior. Nestas condições, diz-se que o campo está linearmente polarizado e possui apenas variação de sua magnitude em função do tempo, possuindo direção fixa.

Via de regra, o que deseja obter é a intensidade, ou valor eficaz, do campo elétrico total. Este, pode ser obtido através da Equação (5).

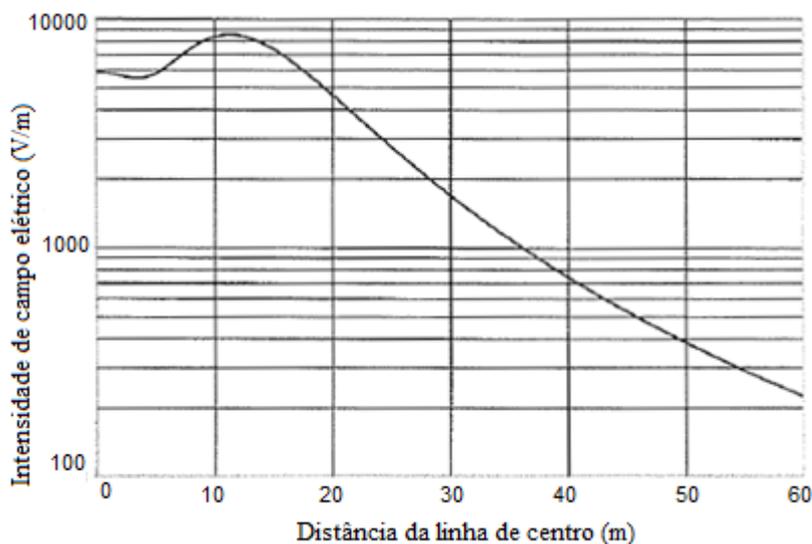
$$E_{eficaz} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \quad (5)$$

Devido a periodicidade temporal do campo elétrico, pode-se definir uma referência de tempo e calcular o campo elétrico em função, apenas, das coordenadas espaciais. Valendo-se deste artifício, o que se necessita resolver é, em essência, um problema eletrostático.

O perfil lateral do campo elétrico gerado por linhas aéreas trifásicas é simétrico em relação a fase central, possuindo pico abaixo das fases externas. Visto que o campo elétrico é atenuado proporcionalmente ao quadrado da distância, a sua intensidade tende a decrescer

rapidamente ao se distanciar de suas fases. A Figura 9 apresenta o perfil unilateral típico de uma linha aérea trifásica a partir de sua fase central.

Figura 9. Perfil unilateral do campo elétrico de uma linha aérea trifásica próximo ao nível do solo.



FONTE: (EPRI, 2005, p. 7-14).

A distribuição do campo elétrico em subestações é dependente principalmente do nível de tensão, da altura dos barramentos, do espaçamento entre fases e da disposição física de equipamentos e estruturas. Estudos elaborados pelo IEEE após a medição do campo elétrico em diversas subestações nos Estados Unidos e outras localidades do mundo obtiveram as seguintes conclusões acerca de sua distribuição (VINH;YI;SHIH, 1982, p. 4123):

- Os valores medidos nas subestações são ligeiramente superiores aos campos medidos na faixa de servidão<sup>4</sup> de linhas de transmissão de mesmo nível de tensão, devido a maior concentração de condutores e aos equipamentos de pátio;
- A intensidade máxima do campo elétrico se situa usualmente próxima as fases externas dos módulos externos ou próximos aos disjuntores, onde as distâncias elétricas tendem a ser reduzidas;
- Os níveis de intensidade de campo elétrico tendem a ser atenuados próximos aos transformadores de potência devido ao efeito de blindagem do tanque.

<sup>4</sup> Área concedida pelo Poder Público em favor da concessionária para os serviços de construção, manutenção e inspeção das linhas de transmissão (BRASIL, 1954).

## 4.2 Força eletrostática

A eletrostática é um ramo da física que envolve o estudo de cargas estáticas e os seus efeitos. O início do estudo da eletrostática se deu a partir da *Lei de Coulomb*, estabelecida experimentalmente por Charles Augustin de Coulomb em 1785. A Lei relaciona quantitativamente a força elétrica existente entre duas cargas elétricas pontuais.

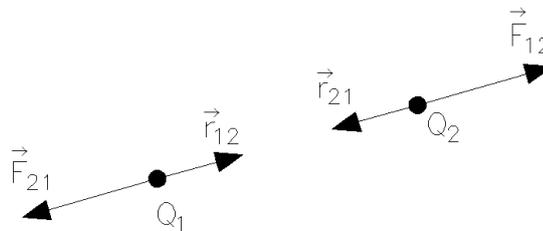
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon R_{12}^2} \vec{r}_{12} \quad (6)$$

Onde,

- $Q_1, Q_2$ : Valor das cargas elétricas;
- $\epsilon$ : Permissividade dielétrica do meio;
- $R_{12}$ : Distância entre as cargas;
- $\vec{r}_{12}$ : Vetor unitário apontando da carga  $Q_1$  à carga  $Q_2$ .

A Equação (6) estabelece que a força elétrica entre duas cargas pontuais é ao longo da linha que une as cargas, diretamente proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadro da distância (SADIKU, 2012, p. 94). A Figura 10 exemplifica visualmente a Lei de Coulomb.

Figura 10. Força elétrica entre duas cargas pontuais.



Fonte: (AUTOR).

Entende-se por cargas pontuais aquelas que possuem volume infinitesimal. Ainda que todas as cargas possuam volume finito, a idealização de cargas pontuais quando as demais grandezas ao seu entorno são ordens de vezes maiores leva a erros não apreciáveis na maioria das aplicações em ciência e engenharia (KRAUS, 1973, p. 13).

## 4.3 Campo elétrico

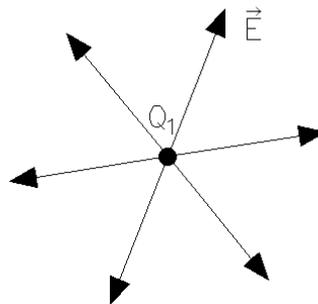
Considerando uma carga pontual  $Q_1$  fixa em um determinado ponto do espaço e uma carga genérica  $q$  em algum ponto arbitrário nas proximidades da primeira, existirá uma força

sendo atuada a partir de  $Q_1$  em  $q$ . A força é direcionada radialmente a partir de  $Q_1$  e aumenta à medida em que se aproxima  $q$  de sua origem. Define-se então, o campo elétrico da carga  $Q_1$  como a força por unidade de carga gerada a partir da mesma. A Equação (7) apresenta o campo elétrico gerado por uma carga pontual.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon R^2} \vec{r} \quad (7)$$

De acordo com a Equação (7), o campo elétrico de uma carga pontual é radial, diretamente proporcional a carga e inversamente proporcional ao quadrado da distância à carga. A Figura 11 apresenta as linhas de campo elétrico gerado por uma carga pontual.

Figura 11. Linhas de campo elétrico de uma carga pontual.



Fonte: (AUTOR).

Uma característica importante do campo elétrico gerado pela carga  $Q_1$  é que o mesmo é independente da carga  $q$ , ou carga teste.

#### 4.4 Teorema da superposição

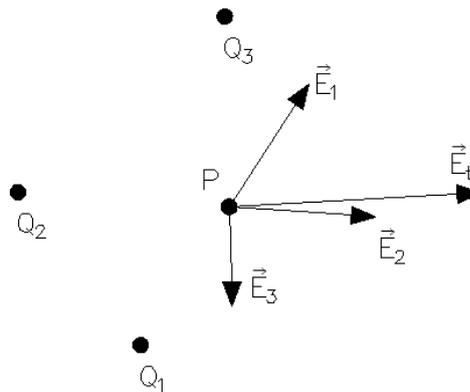
A Equação (7) indica que o campo elétrico é uma função linear da carga elétrica. Como decorrência dessa relação, pode-se inferir que o campo elétrico total em uma região do espaço que contenha  $n$  cargas pontuais será a soma vetorial do campo proveniente de cada uma delas, conforme mostra a Equação (8).

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (8)$$

A Equação (8) representa matematicamente a essência do teorema da superposição. Tomando como exemplo o arranjo eletrostático da Figura 12 e utilizando as Equações (7) e (8), o campo elétrico total pode ser calculado com o uso da Equação (9).

$$\vec{E}_t = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon R_{1P}^2} \vec{r}_{1P} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon R_{2P}^2} \vec{r}_{2P} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon R_{3P}^2} \vec{r}_{3P} \quad (9)$$

Figura 12. Arranjo eletrostático exemplo.



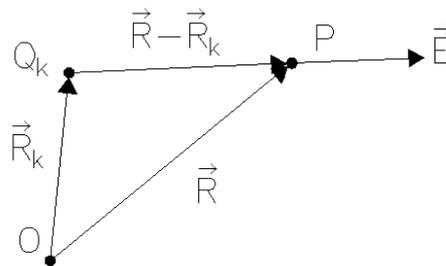
Fonte: (AUTOR).

Genericamente, o campo elétrico total produzido por um arranjo eletrostático de cargas pontuais pode ser descrito com o uso da Equação (10).

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{(R - R_k)^2} (\vec{r} - \vec{r}_k) \quad (10)$$

A Figura 13 apresenta a componente  $\vec{E}_k$  produzida por uma carga arbitrária  $Q_k$ .

Figura 13. Componente do campo elétrico total gerado por uma carga arbitrária k.



Fonte: (AUTOR).

A Equação (10) pode ser estendida para o cálculo de distribuições de cargas. O campo elétrico resultante de uma distribuição linear é calculado com a Equação (11).

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_L \frac{\rho_l d_l}{R^2} \vec{r} \quad (11)$$

O cálculo de distribuições superficiais e volumétricas é efetuado similarmente à Equação (11), com a alteração da densidade, o elemento diferencial e o caminho de integração (SADIKU, 2001, p. 115).

#### 4.5 Potencial eletroestático

Supondo que uma carga seja movimentada por um agente externo entre dois pontos  $A$  e  $B$ , de  $B$  para  $A$ , imersos em um campo elétrico  $\vec{E}$ , o trabalho realizado para tal movimentação é:

$$W_{AB} = \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (12)$$

Onde,

- $W_{AB}$ : Trabalho realizado para movimentar a carga de  $B$  para  $A$ ;
- $\vec{F}$ : Força realizada pelo agente externo para movimentação da carga;
- $d\vec{l}$ : Caminho de integração de linha.

Cargas elétricas imersas em campos elétricos estão sujeitas a forças elétricas, assim, a força necessária a ser realizada pelo agente externo deve ser igual e oposta à força elétrica (HAYT, 2013, p. 76).

$$W_{AB} = - \int_B^A q \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (13)$$

A diferença de potencial elétrico é definida como o trabalho por unidade de carga necessário para movimentação da mesma em uma região que contenha um campo elétrico.

$$V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (14)$$

- $V_{AB}$ : Diferença de potencial entre  $A$  e  $B$  (movimentação da carga de  $B$  para  $A$ );

Supondo que o campo elétrico da Equação (14) seja o de uma carga pontual, a diferença de potencial elétrico entre os dois pontos arbitrários  $A$  e  $B$  pode ser obtida através da substituição de (7), onde  $Q$  é a carga pontual geradora do campo elétrico.

$$V_{AB} = - \int_B^A \frac{Q}{4\pi\epsilon R^2} \vec{r} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \quad (15)$$

Frequentemente, é mais conveniente falar em potencial ou potencial absoluto em detrimento de diferença de potencial. Para isso, deve-se convencionar um ponto comum e, assim, todas as diferenças de potenciais mencionadas se referem àquele ponto. Nesse trabalho, a terra será convencionada como o ponto comum. Assim, sempre que se mencionar acerca de potencial elétrico em determinado ponto do espaço, estará se referindo à diferença de potencial entre este ponto e a terra.

Tomando como exemplo o arranjo eletrostático da Figura 12 e utilizando a Equação (15), o potencial elétrico é calculado com a Equação (16).

$$V = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon R_{1P}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon R_{2P}} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon R_{3P}} \quad (16)$$

O campo potencial elétrico possui a interpretação física como sendo o trabalho por unidade de carga necessário para movimentação de cargas em uma região imersa em um campo elétrico. No entanto, o potencial pode ser obtido matematicamente a partir das Equações de Maxwell. Um dos postulados fundamentais da eletrostática é que o campo eletrostático possui natureza irrotacional (CHENG, 1989, p. 75).

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (17)$$

Uma das identidades nulas do cálculo vetorial afirma que o rotacional do gradiente de um campo escalar deve ser igual a zero (CHENG, 1989, p. 61).

$$\nabla \times (\nabla V) = 0 \quad (18)$$

Através do postulado da Equação (17) e da identidade da Equação (18), conclui-se que o campo eletrostático pode representado matematicamente como o gradiente de um campo escalar. Este campo escalar é o campo potencial elétrico.

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (19)$$

O sinal negativo da Equação (19) indica que a direção de  $\vec{E}$  é oposta à direção em que  $V$  cresce (SADIKU, 2001, p. 140).

#### 4.6 Solução de problemas eletroestáticos

As relações obtidas nas seções anteriores permitem o cálculo de campos e potenciais quando distribuições de cargas são simples e conhecidas. Contudo, na maioria dos problemas práticos de engenharia as distribuições apresentam disposições complexas ou mesmo são desconhecidas, assim, são necessários outros métodos para a sua determinação.

##### 4.6.1 Equações de Poisson e Laplace

A Equação (17) define um dos dois postulados fundamentais da eletroestática, o segundo é dado pela Equação (20) para meios isotrópicos.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (20)$$

Através da substituição da Equação (17) na Equação (20) obtém-se a Equação (21), conhecida por Equação de Poisson para meios dielétricos simples.

$$\nabla \cdot (-\nabla V) = -\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (21)$$

A Equação de Poisson é uma equação diferencial parcial que existe para todos os pontos do espaço onde existam derivadas de segunda ordem (CHENG, 1989, p. 153). Para pontos do espaço que não existam cargas a Equação (21) se simplifica a Equação (22), denominada de Equação de Laplace.

$$\nabla^2 V = 0 \quad (22)$$

Em regiões do espaço onde a distribuição de carga é conhecida, mas de difícil cálculo através da Equação (11) ou suas derivações, as Equações de Poisson ou Laplace podem ser utilizadas para o cálculo do campo potencial elétrico e o campo elétrico pode ser determinado através da Equação (19).

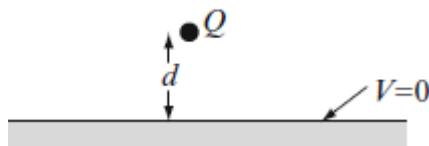
As soluções obtidas para um arranjo eletrostático a partir das Equações de Poisson ou Laplace são as únicas soluções possíveis para o problema. Esta afirmação é garantida pelo Teorema da Unicidade (IDA, 2013, p. 287).

#### 4.6.2 Método das imagens

O método das imagens consiste na inserção de cargas imagens ao problema eletrostático de forma a criar uma geometria simples e, em seguida, restringir a solução para região de interesse. O método das imagens se baseia no fato que é possível obter dois campos elétricos iguais com diferentes configurações de cargas, contanto que esse não seja o campo total (IDA, 2013, p. 292).

Uma das aplicações mais simples do método das imagens é o cálculo do campo elétrico proveniente de uma linha de cargas acima de um plano condutor, conforme ilustra a Figura 14.

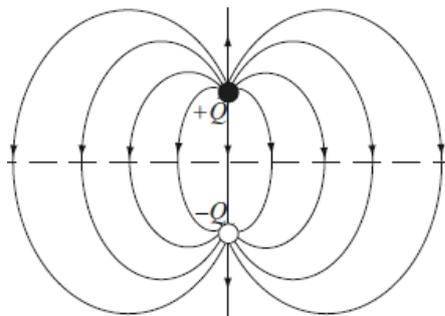
Figura 14. Ilustração da carga pontual acima de um plano condutor infinito.



Fonte: (IDA, 2013).

O método das imagens, nessa situação, consiste na remoção do plano condutor e inserção de uma carga imagem, com valor oposto a original, espelhada em relação ao plano condutor, conforme ilustra a Figura 15.

Figura 15. Carga original, imagem e linhas de campo elétrico.



Fonte: (IDA, 2013).

Para fins de referenciamento espacial, as cargas serão consideradas nos pontos  $P(0,0,d)$  e  $P(0,0,-d)$ . Considerando o infinito como potencial nulo e utilizando o princípio da

superposição, o potencial elétrico em um ponto arbitrário  $P(x,y,z)$  do espaço pode ser calculado utilizando a seguinte equação.

$$V(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon R_+} - \frac{Q}{4\pi\epsilon R_-} \\ = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z - d)^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{[x^2 + y^2 + (z + d)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (23)$$

A Equação (23) é válida apenas para  $z > 0$ , sendo,  $V(x, y, z) = 0$  para  $z \leq 0$ . A correta delimitação espacial para validade das equações obtidas através do método das imagens é importante para fins de satisfação do teorema da unicidade.

#### 4.6.3 Método da simulação de cargas (MSC)

O *Método da Simulação de Cargas* (MSC) pode ser utilizado no caso específico de situações eletrostáticas onde o potencial elétrico, em determinada região, é conhecido e deseja-se obter o campo elétrico em todo o seu entorno. Como o campo potencial elétrico não é conhecido em todas as regiões do espaço, não se pode aplicar diretamente a Equação (19) para determinação do campo elétrico.

O MSC se baseia na substituição do sistema real por um arranjo eletrostático com cargas com valores desconhecidos e com posicionamento previamente estabelecido. As cargas são determinadas quantitativamente a partir da satisfação de determinadas condições de contorno em um número seletivo de pontos. Os pontos de contorno são escolhidos nos locais do espaço onde o potencial elétrico é conhecido. Uma vez que os valores e as posições das cargas são determinados, o que se obtém é um arranjo de cargas eletrostáticas conhecido e o campo elétrico pode ser determinado em qualquer ponto da região de interesse (MALIK, 1989, p. 4).

De acordo com o princípio da superposição, o potencial eletrostático em um ponto arbitrário no entorno de um arranjo eletrostático pode ser obtido através da soma do potencial devido à contribuição cada carga. O potencial nos pontos de contorno pode ser descrito quantitativamente através da Equação (24).

$$V_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} Q_j \quad (24)$$

Onde:

- $V_i$ : São os potenciais elétricos nos pontos de contorno;
- $P_{ij}$ : São os coeficientes potenciais associam as cargas ao potencial no ponto de contorno;
- $Q_i$ : São as cargas simuladas.

Os coeficientes potenciais são obtidos analiticamente através da solução das equações de *Laplace* ou *Poisson* para o arranjo simulado (MALIK, 1989, p. 4). Por exemplo, para o arranjo eletrostático composto por cargas discretas, como o da Figura 12, os coeficientes potenciais são calculados através da Equação (25).

$$P_{iP} = \frac{1}{4\pi\epsilon R_{iP}} \quad (25)$$

Onde:

- $R_{iP}$ : Distância entre a carga  $i$  e o ponto de contorno  $P$ .

São necessário tantos pontos de contorno com potencial conhecido quanto o número de cargas que se deseja simular. Uma vez determinados todos os coeficientes potenciais, as cargas podem ser determinadas. Para um conjunto discreto de  $n$  cargas com  $m$  pontos de contorno, as cargas podem ser obtidas matricialmente através da Equação (26).

$$\begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} \quad (26)$$

Substituindo a Equação (24) na (19) e calculando o gradiente em coordenadas cartesianas, o campo elétrico no ponto  $P$  proveniente da carga arbitrária  $i$  é calculado através da Equação (27). O campo elétrico total é obtido através da soma das componentes provenientes das  $n$  cargas do arranjo (MALIK, 1989, p. 5).

$$\vec{E}_i(x, y, z) = - \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_{ij}}{\partial x} Q_i \vec{x} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_{ij}}{\partial y} Q_i \vec{y} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_{ij}}{\partial z} Q_i \vec{z} \quad (27)$$

#### 4.7 Método da simulação de carga tridimensional para cálculo de campo elétrico em subestações de energia

O método utilizado para o desenvolvimento do algoritmo implementado neste trabalho é baseado no método da simulação de cargas. Porém, ao invés de cargas pontuais, os condutores serão simulados através de distribuições lineares de carga, denominados de eletrodos. Desta forma, os eletrodos são caracterizados através de uma carga média, em Coulombs, e uma carga incremental, em Coulombs por metro. Serão necessários dois pontos de contorno para determinação de cada eletrodo. As seguintes considerações são realizadas previamente ao desenvolvimento do método.

- Os condutores são considerados possuindo geometria cilíndrica perfeita e suas catenárias desconsideradas;
- Os efeitos provenientes dos equipamentos, estruturas e cabos para-raios da subestação serão desconsiderados;
- As tensões nos condutores serão consideradas perfeitamente senoidais;
- A terra é considerada um condutor perfeito e o método das imagens será aplicado;
- Apesar do campo elétrico gerado por cabos energizados em CA possuírem propriedades propagativas, os mesmos são considerados através uma aproximação *quase estática*. Tal justificativa se baseia no fato de que o comprimento de onda na frequência industrial é na ordem de mil vezes superior às distâncias envolvidas no problema.

O problema consiste primeiramente na determinação dos valores de carga média e carga incremental para cada eletrodo da subestação. Os condutores podem ser seccionados e simulados por vários eletrodos. O MSC garante que o potencial nos pontos de contorno será o mesmo dos condutores, porém, podendo haver variação nos demais pontos de sua superfície. Assim, por via de regra, quanto mais eletrodos utilizados para a simulação de cada condutor, mais precisos tendem a ser os resultados. Após a modelagem dos condutores através do arranjo eletroestático simulado, o campo elétrico pode ser determinado.

Visto que os eletrodos são simulados através de distribuições lineares de carga, a Equação (24) necessita adaptação, sendo reescrita através da Equação (28).

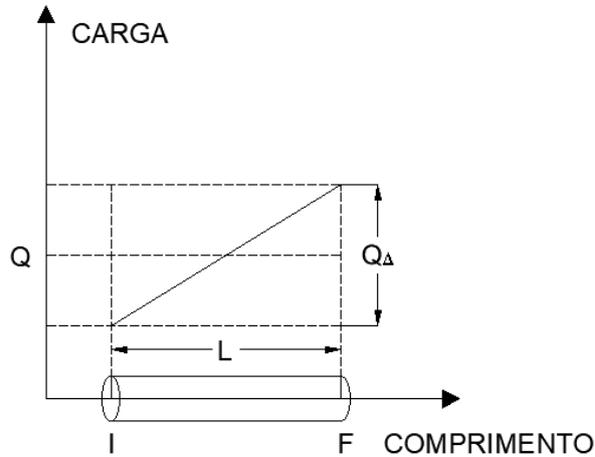
$$V_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} Q_j + \sum_{j=1}^n B_{ij} Q_{\Delta j} \quad (28)$$

Onde:

- $V_i$ : Tensão em um eletrodo arbitrário  $i$ ;
- $A_{ij}$ : Coeficiente potencial para carga média;
- $Q_j$ : Carga média no eletrodo arbitrário  $j$ ;
- $B_{ij}$ : Coeficiente potencial para o incremento de carga;
- $Q_{\Delta j}$ : Incremento de carga por unidade de comprimento no eletrodo arbitrário  $j$ ;
- $n$ : Número de eletrodos na subestação.

A Figura 16 apresenta graficamente um eletrodo genérico, com seus pontos de início de fim, seu comprimento e as cargas média e incremental.

Figura 16. Eletrodo genérico e suas grandezas elétricas e dimensionais associadas.



Fonte: (AUTOR, BASEADO EM EPRI).

A Equação (28) indica que a carga média e incremental em cada eletrodo da subestação está relacionada com a sua tensão através coeficientes potenciais que dependem do arranjo geométrico. Alternativamente, a Equação (28) pode ser escrita matricialmente.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n,1} & \cdots & A_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{1,1} & \cdots & B_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n,1} & \cdots & B_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{\Delta 1} \\ \vdots \\ Q_{\Delta n} \end{bmatrix} \quad (29)$$

A tensão em cada instante nos eletrodos deve ser previamente conhecida para a aplicação do método. Para isso, é necessário que se saiba o faseamento dos condutores da subestação.

Para a determinação das matrizes  $Q$  e  $Q_{\Delta}$  são necessários dois pontos de contorno na superfície dos eletrodos, resultando em duas equações matriciais. Os resultados são mais precisos se os pontos de contorno escolhidos para o cálculo dos coeficientes potenciais se situam em  $1/3$  e  $2/3$  do comprimento dos eletrodos. Para um arranjo com  $n$  eletrodos, o sistema matricial é composto pelas Equações (30) e (31) (EPRI, 2005, p. 7-111).

$$4\pi\epsilon[V]_{n \times 1} = [A_{1/3}]_{n \times n} [Q]_{n \times 1} + [B_{1/3}]_{n \times n} [Q_{\Delta}]_{n \times 1} \quad (30)$$

$$4\pi\epsilon[V]_{n \times 1} = [A_{2/3}]_{n \times n} [Q]_{n \times 1} + [B_{2/3}]_{n \times n} [Q_{\Delta}]_{n \times 1} \quad (31)$$

Onde:

- $[V]_{n \times 1}$ : Matriz contendo a tensão cada um dos  $n$  eletrodos da subestações;
- $[Q]_{n \times 1}, [Q_{\Delta}]_{n \times 1}$ : Matrizes contendo as cargas média e incremental em cada um dos  $n$  eletrodos da subestação;
- $[A_{1/3}], [A_{2/3}]$ : Coeficiente potencial  $A$  calculado para os pontos de  $1/3$  e  $2/3$  do comprimento dos eletrodos;
- $[B_{1/3}], [B_{2/3}]$ : Coeficiente potencial  $B$  calculado para os pontos de  $1/3$  e  $2/3$  do comprimento dos eletrodos.

A matriz  $[A_{1/3}]$  é do tipo:

$$[A_{1/3}] = \begin{bmatrix} A_{(1,1)_{1/3}} & \cdots & A_{(n,1)_{1/3}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{(1,n)_{1/3}} & \cdots & A_{(n,n)_{1/3}} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Onde um termo arbitrário  $A_{ij_{1/3}}$  é calculado entre o eletrodo  $j$  e o ponto de  $1/3$  do comprimento do eletrodo  $i$ , sendo análogo para as matrizes  $[A_{ij_{2/3}}], [B_{ij_{1/3}}], [B_{ij_{2/3}}]$ . Os termos das matrizes de coeficientes potenciais são calculados através do uso das Equações (33) a (36) (EPRI, 2005, p.7-110).

$$A_{ij_{1/3}} = \ln \left( \frac{\delta_{1,ij_{1/3}} + \delta_{2,ij_{1/3}} + L_j}{\delta_{1,ij_{1/3}} + \delta_{2,ij_{1/3}} - L_j} \right) \cdot \ln \left( \frac{\delta'_{1,ij_{1/3}} + \delta'_{2,ij_{1/3}} - L_j}{\delta'_{1,ij_{1/3}} + \delta'_{2,ij_{1/3}} + L_j} \right) \quad (33)$$

$$A_{ij_{2/3}} = \ln \left( \frac{\delta_{1,ij_{2/3}} + \delta_{2,ij_{2/3}} + L_j}{\delta_{1,ij_{2/3}} + \delta_{2,ij_{2/3}} - L_j} \right) \cdot \ln \left( \frac{\delta'_{1,ij_{2/3}} + \delta'_{2,ij_{2/3}} - L_j}{\delta'_{1,ij_{2/3}} + \delta'_{2,ij_{2/3}} + L_j} \right) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} B_{ij_{1/3}} &= \frac{\delta_{1,ij_{1/3}} - \delta_{2,ij_{1/3}}}{L_j} - \frac{\delta'_{1,ij_{1/3}} - \delta'_{2,ij_{1/3}}}{L_j} \\ &\quad + \frac{(\delta'_{1,ij_{1/3}})^2 - (\delta'_{2,ij_{1/3}})^2}{L_j^2} \cdot \ln \left( \frac{\delta'_{1,ij_{1/3}} + \delta'_{2,ij_{1/3}} + L_j}{\delta'_{1,ij_{1/3}} + \delta'_{2,ij_{1/3}} - L_j} \right) \\ &\quad - \frac{(\delta_{1,ij_{1/3}})^2 - (\delta_{2,ij_{1/3}})^2}{L_j^2} \cdot \ln \left( \frac{\delta_{1,ij_{1/3}} + \delta_{2,ij_{1/3}} + L_j}{\delta_{1,ij_{1/3}} + \delta_{2,ij_{1/3}} - L_j} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} B_{ij_{2/3}} &= \frac{\delta_{1,ij_{2/3}} - \delta_{2,ij_{2/3}}}{L_j} - \frac{\delta'_{1,ij_{2/3}} - \delta'_{2,ij_{2/3}}}{L_j} \\ &\quad + \frac{(\delta'_{1,ij_{2/3}})^2 - (\delta'_{2,ij_{2/3}})^2}{L_j^2} \cdot \ln \left( \frac{\delta'_{1,ij_{2/3}} + \delta'_{2,ij_{2/3}} + L_j}{\delta'_{1,ij_{2/3}} + \delta'_{2,ij_{2/3}} - L_j} \right) \\ &\quad - \frac{(\delta_{1,ij_{2/3}})^2 - (\delta_{2,ij_{2/3}})^2}{L_j^2} \cdot \ln \left( \frac{\delta_{1,ij_{2/3}} + \delta_{2,ij_{2/3}} + L_j}{\delta_{1,ij_{2/3}} + \delta_{2,ij_{2/3}} - L_j} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

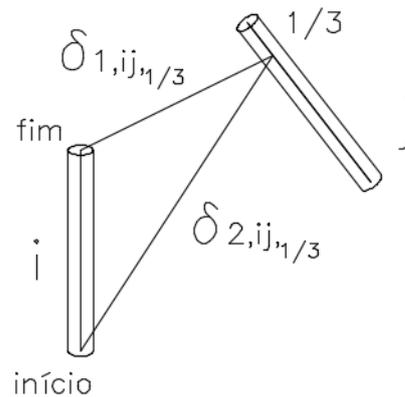
Onde:

- $\delta_{1,ij_{1/3}}, \delta_{1,ij_{2/3}}$ : Distância entre o ponto de término do eletrodo  $j$  aos pontos de 1/3 e 2/3 do comprimento do eletrodo  $i$ , respectivamente;
- $\delta_{2,ij_{1/3}}, \delta_{2,ij_{2/3}}$ : Distância entre o ponto de início do eletrodo  $j$  aos pontos de 1/3 e 2/3 do comprimento do eletrodo  $i$ , respectivamente;
- $\delta'_{1,ij_{1/3}}, \delta'_{1,ij_{2/3}}$ : Distância entre o ponto de término da imagem do eletrodo  $j$  aos pontos de 1/3 e 2/3 do comprimento do eletrodo  $i$ , respectivamente;
- $\delta'_{2,ij_{1/3}}, \delta'_{2,ij_{2/3}}$ : Distância entre o ponto de início da imagem do eletrodo  $j$  aos pontos de 1/3 e 2/3 do comprimento do eletrodo  $i$ , respectivamente.

- $L_j$ : Comprimento do eletrodo  $j$ .

A Figura 17 apresenta graficamente as distâncias entre os pontos de início e fim de um eletrodo arbitrário  $i$  ao ponto de 1/3 do comprimento de um eletrodo arbitrário  $j$ .

Figura 17. Distâncias de início e fim do eletrodo arbitrário  $i$  ao ponto de 1/3 do comprimento do eletrodo  $j$ .



Fonte: (AUTOR).

Para cálculo das matrizes de coeficientes potenciais, as distâncias quando calculadas entre eletrodos diferentes, ou seja  $i \neq j$ , são consideradas entre as linhas de centro dos mesmos e podem ser calculadas com o uso das Equações (37) a (40).

$$\delta_{1,ij_{1/3}} = \sqrt{(X_{i_{1/3}} - X_{j_{fim}})^2 + (Y_{i_{1/3}} - Y_{j_{fim}})^2 + (Z_{i_{1/3}} - Z_{j_{fim}})^2} \quad (37)$$

$$\delta_{2,ij_{1/3}} = \sqrt{(X_{i_{1/3}} - X_{j_{início}})^2 + (Y_{i_{1/3}} - Y_{j_{início}})^2 + (Z_{i_{1/3}} - Z_{j_{início}})^2} \quad (38)$$

$$\delta_{1,ij_{2/3}} = \sqrt{(X_{i_{2/3}} - X_{j_{fim}})^2 + (Y_{i_{2/3}} - Y_{j_{fim}})^2 + (Z_{i_{2/3}} - Z_{j_{fim}})^2} \quad (39)$$

$$\delta_{2,ij_{2/3}} = \sqrt{(X_{i_{2/3}} - X_{j_{início}})^2 + (Y_{i_{2/3}} - Y_{j_{início}})^2 + (Z_{i_{2/3}} - Z_{j_{início}})^2} \quad (40)$$

Onde:

- $X_{i_{1/3}}, Y_{i_{1/3}}, Z_{i_{1/3}}$  : Coordenadas cartesianas do ponto de 1/3 do comprimento da linha de centro do eletrodo  $i$ ;
- $X_{i_{2/3}}, Y_{i_{2/3}}, Z_{i_{2/3}}$  : Coordenadas cartesianas do ponto de 2/3 do comprimento da linha de centro do eletrodo  $i$ ;
- $X_{j_{início}}, Y_{j_{início}}, Z_{j_{início}}$  : Coordenadas cartesianas do ponto de início do comprimento da linha de centro do eletrodo  $j$ ;
- $X_{j_{fim}}, Y_{j_{fim}}, Z_{j_{fim}}$  : Coordenadas cartesianas do ponto de fim do comprimento da linha de centro do eletrodo  $j$ ;

As distâncias  $\delta'_{1,ij_{1/3}}, \delta'_{1,ij_{2/3}}, \delta'_{2,ij_{1/3}}$  e  $\delta'_{2,ij_{2/3}}$  podem ser obtidas analogamente às Equações (37) a (40) alterando unicamente o sinal da coordenada relativa à altura do condutor sobre a terra.

Os parâmetros  $\delta_1$  e  $\delta_2$  quando calculados entre os pontos de fim ou início e os pontos de 1/3 ou 2/3 de um mesmo eletrodo (termos das diagonais das matrizes de coeficientes) são calculados de acordo com as Equações (41) e (42) (EPRI, 2005, p. 7-111).

$$\delta_{1,ii_{1/3}} = \delta_{2,ii_{2/3}} = \sqrt{\left(\frac{2L_i}{3}\right)^2 + r_i^2} \quad (41)$$

$$\delta_{2,ii_{1/3}} = \delta_{1,ii_{2/3}} = \sqrt{\left(\frac{L_i}{3}\right)^2 + r_i^2} \quad (42)$$

Onde:

- $L_i$ : Comprimento do condutor  $i$ ;
- $r_i$ : Raio do condutor  $i$ .

Em casos nos quais se tenha mais de um condutor por fase deve-se utilizar o diâmetro de um condutor equivalente. O condutor equivalente deve possuir a mesma capacitância para o solo do que o feixe. O condutor equivalente para um feixe com condutores posicionados nos vértices de um polígono retangular é calculado através da Equação (43) (EPRI, 2005, p. 7-12).

$$d_{eq} = d_b \sqrt[n]{\frac{nd}{d_b}} \quad (43)$$

Onde:

- $d_{eq}$ : Diâmetro do condutor equivalente;
- $d_b$ : Espaçamento entre os condutores;
- $n$ : Número de subcondutores do feixe;
- $d$ : Diâmetro de cada subcondutor do feixe.

Como o que se deseja encontrar nas Equações (30) e (31) são as matrizes de carga média e incremental em cada condutor, é necessário isolá-las. Após a determinação das matrizes de coeficientes potenciais, as matrizes de carga podem ser obtidas através das Equações matriciais (44) e (45) (EPRI, 2005, p. 7-111).

$$\frac{1}{4\pi\epsilon} [Q_{\Delta}]_{n \times 1} = \left\{ [B_{2/3}]_{n \times n} - [A_{2/3}]_{n \times n} [A_{1/3}]_{n \times n}^{-1} [B_{1/3}]_{n \times n} \right\}^{-1} \left\{ [1]_{n \times n} - [A_{2/3}]_{n \times n} [A_{1/3}]_{n \times n}^{-1} \right\} [V]_{n \times 1} \quad (44)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon} [Q]_{n \times 1} = [A_{1/3}]_{n \times n}^{-1} [V]_{n \times 1} - [A_{1/3}]_{n \times n}^{-1} [B_{1/3}]_{n \times n} [Q_{\Delta}]_{n \times 1} \frac{1}{4\pi\epsilon} \quad (45)$$

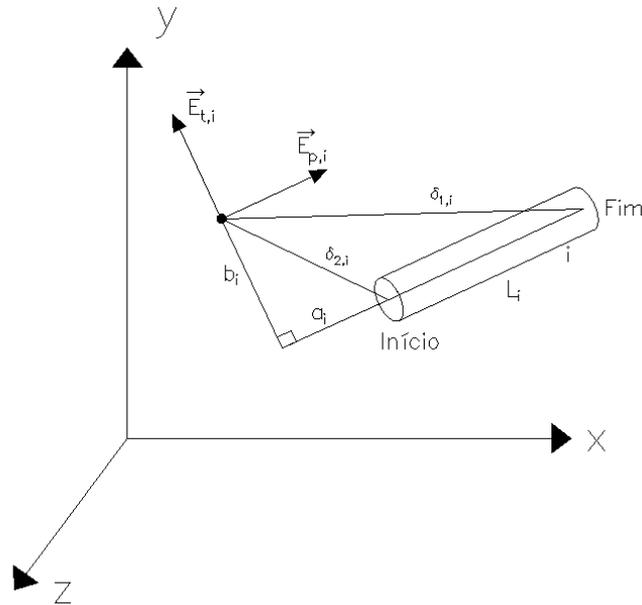
As imagens dos eletrodos possuem cargas com intensidades opostas aos eletrodos, assim, as suas matrizes de carga média  $[Q']$  e incremental  $[Q'_{\Delta}]$  podem ser determinadas através de:

$$[Q']_{n \times 1} = -[Q]_{n \times 1} \quad (46)$$

$$[Q'_{\Delta}] = -[Q_{\Delta}]_{n \times 1} \quad (47)$$

Após a determinação das matrizes de cargas médias e incremental nos  $n$  eletrodos da subestação é possível o cálculo do campo elétrico. A metodologia para o cálculo do campo elétrico se resume em determinar as componentes ortogonais e paralelas do campo gerado por cada eletrodo e cada imagem. Posteriormente deve-se desmembrá-las nas direções  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  e  $\vec{z}$ . Após o cálculo do campo nas direções  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  e  $\vec{z}$  causado por cada eletrodo, as componentes são somadas através do princípio da superposição. A Figura 18 mostra as componentes ortogonal e paralela gerada por um eletrodo no ponto P(x,y,z).

Figura 18. Componentes ortogonal e paralela do campo elétrico gerado por um eletrodo em um ponto P(x,y,z).



Fonte: (AUTOR, BASEADO EM EPRI).

As componentes transversais e paralelas geradas por um eletrodo arbitrário  $i$  e sua imagem são calculadas através das Equações (48) a (51) (EPRI, 2005, p. 7-111), respectivamente.

$$4\pi\epsilon E_{t,i} = 2L_i b_i \left( Q_i - Q_{\Delta i} \frac{\delta_{1,M}^2 - \delta_{2,M}^2}{2L_i^2} \right) \left[ \frac{\delta_{1,M} + \delta_{2,M}}{\delta_{1,M}\delta_{2,M}(\delta_{1,M} + \delta_{2,M} - L_i)(\delta_{1,M} + \delta_{2,M} + L_i)} \right] - \frac{Q_{\Delta i}}{L_i} \left( \frac{b_i}{\delta_{1,M}} - \frac{b_i}{\delta_{2,M}} \right) \quad (48)$$

$$4\pi\epsilon E_{p,i} = \left( Q_i - Q_{\Delta i} \frac{\delta_{1,M}^2 - \delta_{2,M}^2}{2L_i^2} \right) \left( \frac{1}{\delta_{1,M}} - \frac{1}{\delta_{2,M}} \right) - \frac{Q_{\Delta i}}{L_i} \ln \left( \frac{\delta_{1,M} + \delta_{2,M} + L_i}{\delta_{1,M} + \delta_{2,M} - L_i} \right) - \frac{Q_{\Delta i}(\delta_{1,M} + \delta_{2,M}) \left[ (\delta_{1,M} - \delta_{2,M})^2 - L_i^2 \right]}{2\delta_{1,M}\delta_{2,M}L_i^2} \quad (49)$$

$$4\pi\epsilon E'_{t,i} = 2L_i b'_i \left( Q'_i - Q'_{\Delta i} \frac{\delta'_{1,M}{}^2 - \delta'_{2,M}{}^2}{2L_i^2} \right) \left[ \frac{\delta'_{1,M} + \delta_{2,M}}{\delta'_{1,M}\delta_{2,M}(\delta'_{1,M} + \delta'_{2,M} - L_i)(\delta'_{1,M} + \delta'_{2,M} + L_i)} \right] - \frac{Q'_{\Delta i}}{L_i} \left( \frac{b'_i}{\delta'_{1,M}} - \frac{b'_i}{\delta'_{2,M}} \right) \quad (50)$$

$$4\pi\epsilon E'_{p,i} = \left( Q'_i - Q'_{\Delta i} \frac{\delta'_{1,M}{}^2 - \delta'_{2,M}{}^2}{2L_i^2} \right) \left( \frac{1}{\delta'_{1,M}} - \frac{1}{\delta'_{2,M}} \right) - \frac{Q'_{\Delta i}}{L_i} \ln \left( \frac{\delta'_{1,M} + \delta'_{2,M} + L_i}{\delta'_{1,M} + \delta'_{2,M} - L_i} \right) - \frac{Q'_{\Delta i} (\delta'_{1,M} + \delta'_{2,M}) [(\delta'_{1,M} - \delta'_{2,M})^2 - L_i^2]}{2\delta'_{1,M}\delta'_{2,M}L_i^2} \quad (51)$$

Onde:

- $E_{t,i}, E'_{t,i}$ : Campo elétrico transversal gerado pelo eletrodo  $i$  e sua imagem, respectivamente;
- $E_{p,i}, E'_{p,i}$ : Campo elétrico paralelo gerado pelo eletrodo  $i$  e sua imagem, respectivamente;
- $\delta_{1,M}, \delta'_{1,M}$ : Distância do ponto de término do eletrodo  $i$  e de sua imagem ao ponto de avaliação do campo elétrico, respectivamente;
- $\delta_{2,M}, \delta'_{2,M}$ : Distância do ponto de início do eletrodo  $i$  e de sua imagem ao ponto de avaliação do campo elétrico, respectivamente;
- $b_i, b'_i$ : Distância transversal entre a linha de eixo do eletrodo  $i$  e de sua imagem ao ponto de avaliação do campo elétrico, respectivamente;

As distâncias envolvidas para o cálculo das equações anteriores podem ser obtidas com o uso das Equações (52) a (55).

$$\delta_{1,M} = \sqrt{(X_M - X_{i_{fim}})^2 + (Y_M - Y_{i_{fim}})^2 + (Z_M - Z_{i_{fim}})^2} \quad (52)$$

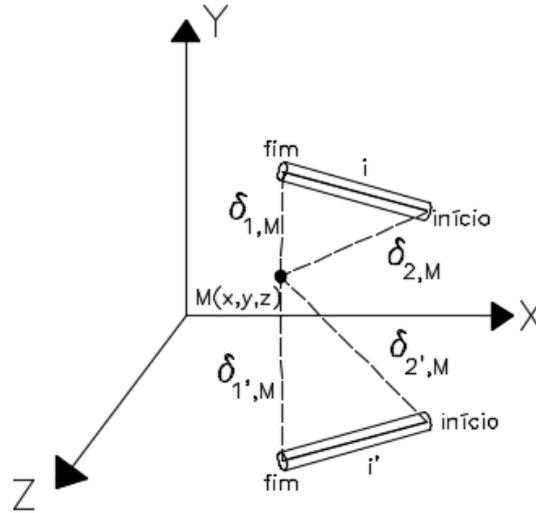
$$\delta_{2,M} = \sqrt{(X_M - X_{i_{início}})^2 + (Y_M - Y_{i_{início}})^2 + (Z_M - Z_{i_{início}})^2} \quad (53)$$

$$\delta'_{1,M} = \sqrt{(X_M - X_{i_{início}})^2 + (Y_M + Y_{i_{fim}})^2 + (Z_M - Z_{i_{início}})^2} \quad (54)$$

$$\delta'_{2,M} = \sqrt{(X_M - X_{i_{início}})^2 + (Y_M + Y_{i_{início}})^2 + (Z_M - Z_{i_{início}})^2} \quad (55)$$

A Figura 19 apresenta as distâncias geométricas das Equações (52) a (55).

Figura 19. Distâncias de início e fim de um eletrodo arbitrário  $i$  e sua imagem ao ponto de cálculo  $M(x,y,z)$ .



Fonte: (AUTOR).

A componente na direção  $\vec{x}$  dos campo elétricos das Equações (48) a (51) é calculada com o uso das Equações (56) a (59) (EPRI, 2005, p. 7-111).

$$E_{tx,i} = E_{t,i} \frac{X_{i\text{início}} + \frac{a_i}{L_i} (X_{i\text{fim}} - X_{i\text{início}}) - X_M}{b_i} \quad (56)$$

$$E_{px,i} = E_{p,i} \frac{X_{i\text{fim}} - X_{i\text{início}}}{L_i} \quad (57)$$

$$E'_{tx,i} = E'_{t,i} \frac{X_{i\text{início}} + \frac{a'_i}{L_i} (X_{i\text{fim}} - X_{i\text{início}}) - X_M}{b'_i} \quad (58)$$

$$E'_{px,i} = E'_{p,i} \frac{X_{i\text{fim}} - X_{i\text{início}}}{L_i} \quad (59)$$

As distâncias  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $a'_i$  e  $b'_i$  são calculadas com o uso das Equações (60) a (63).

$$a_i = \delta_{2,M} \cos \left[ \pi + \cos^{-1} \left( \frac{\delta_{1,M}^2 - \delta_{2,M}^2 - L_i^2}{2\delta_{2,M}L_i} \right) \right] \quad (60)$$

$$b_i = \delta_{2,M} \text{sen} \left[ \pi + \cos^{-1} \left( \frac{\delta_{1,M}^2 - \delta_{2,M}^2 - L_i^2}{2\delta_{2,M}L_i} \right) \right] \quad (61)$$

$$a'_i = \delta'_{2,M} \cos \left[ \pi + \cos^{-1} \left( \frac{\delta'_{1,M}{}^2 - \delta'_{2,M}{}^2 - L_i^2}{2\delta'_{2,M}L_i} \right) \right] \quad (62)$$

$$b'_i = \delta'_{2,M} \text{sen} \left[ \pi + \cos^{-1} \left( \frac{\delta'_{1,M}{}^2 - \delta'_{2,M}{}^2 - L_i^2}{2\delta'_{2,M}L_i} \right) \right] \quad (63)$$

A componente espacial na direção  $\vec{x}$  causada pelo eletrodo carregado  $i$  é então calculada através da Equação (64).

$$E_{xi} = E_{tx,i} + E_{px,i} + E'_{tx,i} + E'_{px,i} \quad (64)$$

O cálculo para as componentes nas direções  $\vec{y}$  e  $\vec{z}$  é análogo. O processo deve ser repetido para todos os  $n$  eletrodos e suas imagens. O valor final para a componente do campo elétrico na direção  $\vec{x}$  é dado por (EPRI, 2005, p. 7-111):

$$E_{x,total} = \sum_{i=1}^n E_{xi} \quad (65)$$

Finalmente, calcula-se a intensidade do campo elétrico por:

$$E_{total} = \sqrt{E_{x,total}^2 + E_{y,total}^2 + E_{z,total}^2} \quad (66)$$

#### 4.8 Rotina de cálculo

Foi escolhido o *software* de computação numérica Matlab® para o desenvolvimento de um algoritmo que implemente o cálculo de campo elétrico em subestações. A escolha se deu devido a facilidade de trabalho com matrizes oferecida pelo programa. Para que os cálculos possam ser efetuados é necessário que o usuário insira os dados básicos da subestação, conforme mostra a Figura 20. Os dados que devem ser fornecidos pelo usuário são:

- O nível eficaz de tensão da subestação, em kV;

- As coordenadas cartesianas (X,Y,Z) dos pontos de início e fim de cada eletrodo considerado, em metros;
- A coordenada cartesiana (X,Y,Z) do ponto no qual se deseja obter o campo elétrico, em metros;
- Diâmetro do condutor, em metros.

Figura 20. Interface de inserção dos dados de entrada da rotina de cálculo.

```
V = 0;%Nível de tensão da subestação(kV) .
X_Inic = [0 0 0];%Posição X de início dos eletrodos(m) .
X_Fim = [0 0 0];%Posição X de fim dos eletrodos(m) .
Y_Inic = [0 0 0];%Posição Y de início dos eletrodos(m) .
Y_Fim = [0 0 0];%Posição Y de fim dos eletrodos(m) .
Z_Inic = [0 0 0];%Posição Z de início dos eletrodos(m) .
Z_Fim = [0 0 0];%Posição Z de fim dos eletrodos(m) .
X_Med = 0;%Posição X do ponto de medição(m) .
Y_Med = 0;%Posição Y do ponto de medição(m) .
Z_Med = 0;%Posição Z do ponto de medição(m) .
d = 0;%Diâmetro do cabo condutor(m) .
```

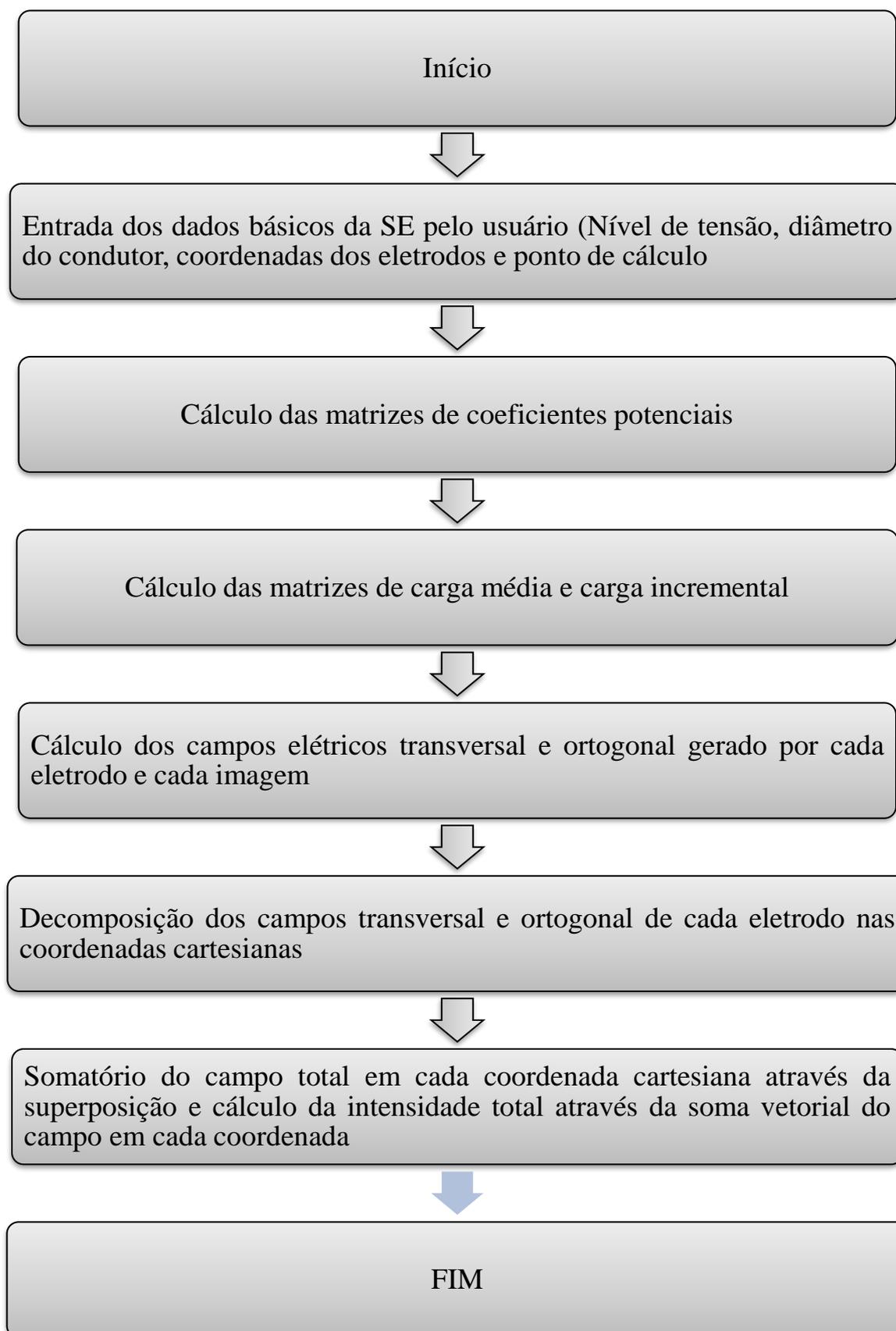
Fonte: (AUTOR).

Os eixos de simetria da subestação em relação às coordenadas X e Z podem ser escolhidos arbitrariamente pelo usuário não havendo prejuízos para os cálculos devendo, no entanto, o eixo Y ser escolhido ortogonalmente ao solo. As coordenadas podem ser referenciadas a um qualquer ponto arbitrário escolhido pelo usuário. Uma vez escolhido a referência espacial, é necessário que todas as coordenadas estejam referenciadas a ele.

Os eletrodos das três fases devem ser incluídos sequencialmente nas matrizes das coordenadas de início e fim. A ordem das fases escolhida para entrada dos dados não interfere no resultado final devendo, no entanto, ser mantido o mesmo padrão para todos os eletrodos.

O campo elétrico eficaz resultante obtido pela rotina é expresso em kV/m. A Figura 21 apresenta o fluxograma de execução da rotina de cálculo desenvolvida.

Figura 21. Fluxograma de execução da rotina de cálculo.



Fonte: (AUTOR).

## 5 ESTUDO DE CASO

Através da rotina de cálculo desenvolvida, são possíveis inúmeras modelagens para o cálculo do campo elétrico em subestações. Nota-se que resultados diferentes são obtidos em decorrência da complexidade do modelo escolhido para simulação do campo. Variações no número de condutores incluídos no modelo e no número de subdivisões nos mesmos podem afetar no resultado final do campo. Quanto mais fiel o modelo escolhido, mais preciso são os resultados, em contrapartida, maior é o esforço computacional.

Para validação do algoritmo optou-se pela comparação com dados de medição realizados em uma subestação real. Serão feitas diferentes modelagens da subestação para o cálculo do campo elétrico e os resultados serão comparados com os dados de medição.

A subestação escolhida para o estudo foi a SE Nova Petrópolis 2 (NPE2) pertencente à transmissora Eletrosul. A listagem abaixo contempla algumas das principais características do arranjo físico da subestação.

- Nível de tensão: 230/69 kV;
- Módulos 230 kV: 2x Módulos de LT - 1x Módulo de TR – 1x Módulo de Transferência;
- Módulos 69 kV: 2x Módulos de LT – 1x Módulo de TR – 1 Módulo de Transferência.

O estudo de caso se concentrará no cálculo do campo elétrico no setor de 230 kV da subestação. Os Anexos B e C apresentam a planta e os cortes dos módulos do Setor de 230 kV da SE NPE 2.

É comum que os condutores dos módulos e dos setores de uma subestação sejam diferentes, visto que a corrente nos mesmos não é a mesma. Conforme desenvolvido na Seção 4, os condutores são modelados através de cilindros e o seu diâmetro externo possui influência nos valores do campo elétrico gerado por eles. A Tabela V apresenta os condutores e da SE NPE2 e os seus respectivos diâmetros externos nominais.

Tabela V. Condutores da SE NPE2 e seus diâmetros externos nominais.

| <b>Módulo</b>               | <b>Condutor</b>                   | <b>Diâmetro externo nominal (mm)</b> |
|-----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| LT's e Transferência 230 kV | 1x CAA 1113 MCM – Bluejay         | 31,98                                |
| LT's 69 kV e TR 230/69kV    | 1 x CAA 795 MCM - Tern            | 27,03                                |
| Barras P1 e P2 230 kV       | Tubo de alumínio Ø5'' IPS SCH. 40 | 141,30                               |
| Barras P1 e P2 69 kV        | Tubo de alumínio Ø3'' IPS SCH. 40 | 88,90                                |

A medição do campo elétrico na SE NPE2 foi realizada em diferentes perfis transversais internos à subestação para avaliação do campo elétrico para população ocupacional e em pontos externos ao perímetro construído para avaliação do campo elétrico para o público em geral. Foram medidos nove pontos para cada perfil. Os pontos 1 e 9 de cada perfil foram medidos abaixo dos cabo para-raios externos aos módulos. O ponto 5 foi medido abaixo do cabo para-raios entre os módulos. Os pontos 2,3,7 e 8 foram medidos abaixo das fases externas, sendo os pontos 2 e 8 em direção ao exterior e os pontos 3 e 7 em direção ao centro. Os pontos 4 e 6 foram medidos abaixo das fases centrais. O Anexo A apresenta os perfis e pontos de medição no perímetro externo à subestação.

As seções a seguir contêm os resultados das modelagens para os perfis escolhidos para a validação do algoritmo.

### 5.1 Perfil E

O Perfil E foi medido entre as fases A e B da barra P2. Para modelagem serão considerados apenas os condutores de interligação dos disjuntores dos módulos de entrada de LT à barra P1, suspensos a altura de 5,50 m. A Modelagem I será realizada considerando os condutores sem subdivisões totalizando 3 eletrodos. A Modelagem II será realizada os condutores com uma subdivisão, totalizando 6 eletrodos.

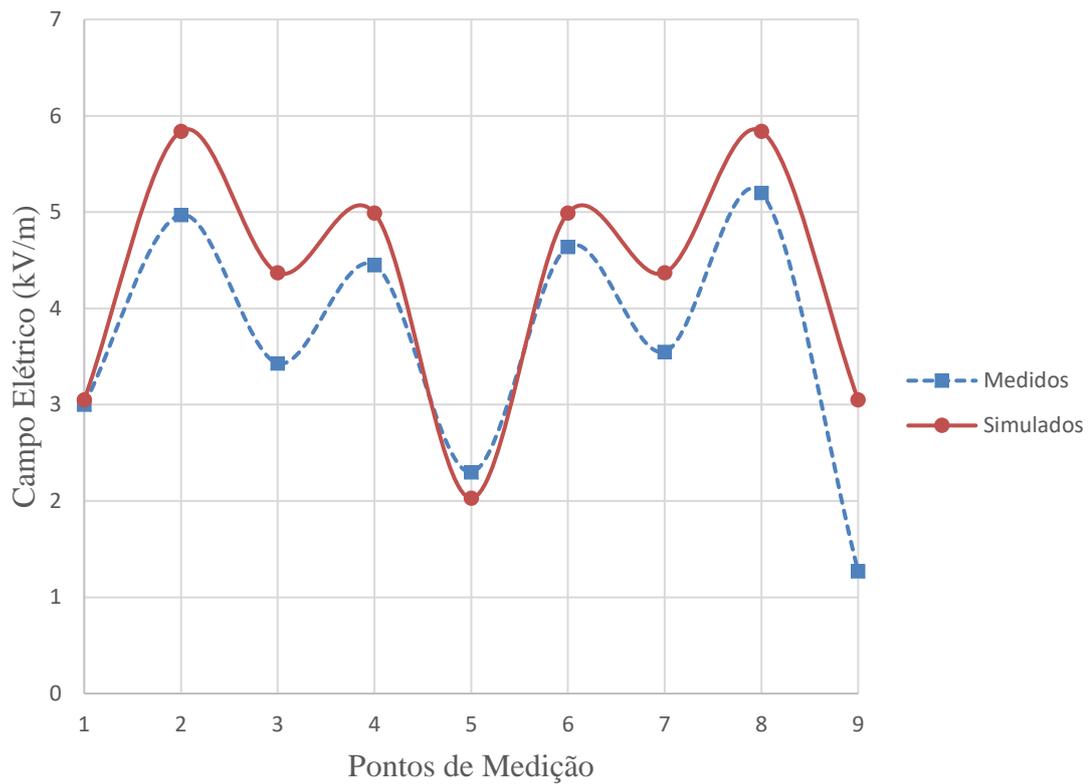
#### 5.1.1 Modelagem 1

A Tabela VI apresenta os valores de medição do Perfil E e os valores simulados através da rotina para a Modelagem 1, bem como o erro para cada ponto simulado. O gráfico da Figura 22 apresenta os resultados da Tabela VI.

Tabela VI. Resultados da simulação para a Modelagem I do Perfil E.

| Ponto de medição | Campo Medido (kV/m) | Campo Simulado (kV/m) | Erro Relativo (%) |
|------------------|---------------------|-----------------------|-------------------|
| 1                | 3,00                | 3,05                  | 1,67              |
| 2                | 4,97                | 5,84                  | 17,51             |
| 3                | 3,43                | 4,37                  | 27,41             |
| 4                | 4,45                | 4,99                  | 12,13             |
| 5                | 2,30                | 2,03                  | -11,74            |
| 6                | 4,64                | 4,99                  | 7,54              |
| 7                | 3,55                | 4,37                  | 23,10             |
| 8                | 5,20                | 5,84                  | 12,31             |
| 9                | 1,27                | 3,05                  | 140,16            |

Figura 22. Resultados da Modelagem I do Perfil E.



FONTE: (AUTOR)

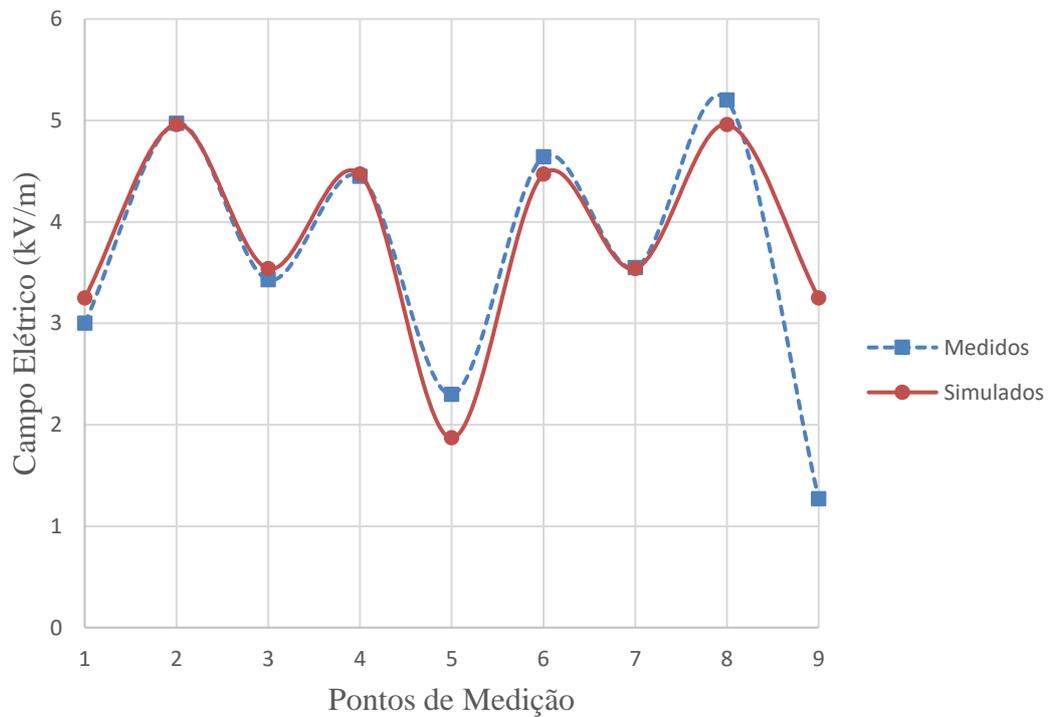
## 5.1.2 Modelagem 2

A Tabela VII apresenta os valores de medição do Perfil E e os valores simulados através da rotina para a Modelagem 2, bem com o erro para cada ponto simulado. O gráfico da Figura 23 apresenta os resultados da Tabela VII.

Tabela VII. Resultados para Modelagem II do Perfil E

| Ponto de medição | Campo Medido (kV/m) | Campo Simulado (kV/m) | Erro Relativo (%) |
|------------------|---------------------|-----------------------|-------------------|
| 1                | 3,00                | 3,25                  | 8,33              |
| 2                | 4,97                | 4,96                  | -0,21             |
| 3                | 3,43                | 3,54                  | 3,21              |
| 4                | 4,45                | 4,47                  | 0,45              |
| 5                | 2,30                | 1,87                  | -18,70            |
| 6                | 4,64                | 4,47                  | -3,67             |
| 7                | 3,55                | 3,54                  | -0,28             |
| 8                | 5,20                | 4,96                  | -4,61             |
| 9                | 1,27                | 3,25                  | 155,91            |

Figura 23. Resultados da Modelagem II do Perfil E.



FONTE: (AUTOR).

## 5.2 Perfil H

O Perfil H foi medido entre a chave seccionadora e o disjuntor do módulo de TR. Ao lado do módulo de TR, encontra-se o módulo de transferência, ao analisar os dados provenientes da medição, verifica-se que mesmo deve estar energizado, devido aos altos valores de campo para os pontos medidos. Assim, foram considerados os condutores dos módulos de TR e transferência. Para os módulos de TR e transferência, foram considerados apenas os condutores suspensos a altura de 5,50 m. Foi realizada apenas uma modelagem, considerando os condutores com uma subdivisão, totalizando 18 eletrodos.

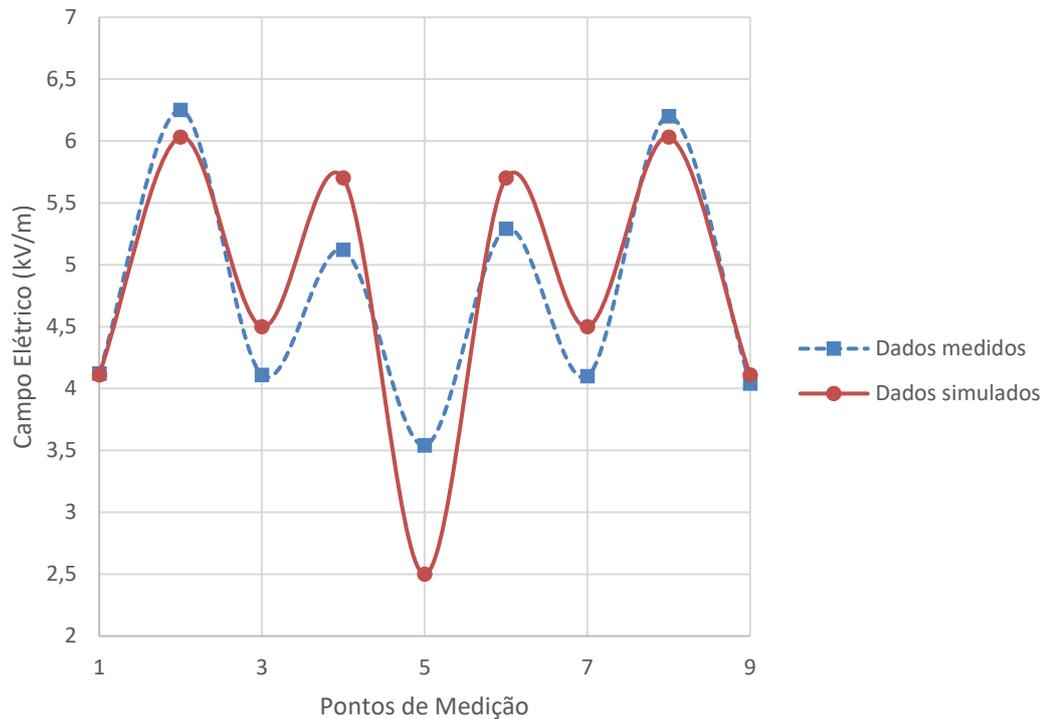
### 5.2.1 Modelagem 1

A Tabela VIII apresenta os valores de medição do Perfil H e os valores simulados através da rotina para a Modelagem 1, bem como o erro de cada ponto simulado. O gráfico da Figura 24 apresenta os resultados da Tabela VIII.

Tabela VIII. Resultados da Modelagem I do Perfil H.

| <b>Ponto de medição</b> | <b>Campo Medido (kV/m)</b> | <b>Campo Simulado (kV/m)</b> | <b>Erro Relativo (%)</b> |
|-------------------------|----------------------------|------------------------------|--------------------------|
| 1                       | 4,12                       | 4,11                         | -0,24                    |
| 2                       | 6,25                       | 6,03                         | -3,52                    |
| 3                       | 4,11                       | 4,50                         | 9,49                     |
| 4                       | 5,12                       | 5,70                         | 11,33                    |
| 5                       | 3,54                       | 2,50                         | -29,38                   |
| 6                       | 5,29                       | 5,70                         | 7,75                     |
| 7                       | 4,10                       | 4,50                         | 9,76                     |
| 8                       | 6,20                       | 6,03                         | -2,74                    |
| 9                       | 4,04                       | 4,11                         | 1,73                     |

Figura 24. Resultados da Modelagem I do Perfil H.



FONTE: (AUTOR).

### 5.3 Perfil I

O Perfil I foi medido entre os TCs e o TPC da fase ØA do Módulo de TR. Assim como para o Perfil H, foram considerados os condutores suspensos a altura de 5,50 m para ambos os Módulos de TR e transferência e os condutores ancorados a altura de 15 m para o módulo de transferência.

Foram realizadas duas modelagens para o Perfil I. Para a Modelagem 1, foram considerados os condutores sem subdivisões, totalizando 9 eletrodos. Para a Modelagem 2 foram considerados os condutores com uma subdivisão, totalizando 18 eletrodos.

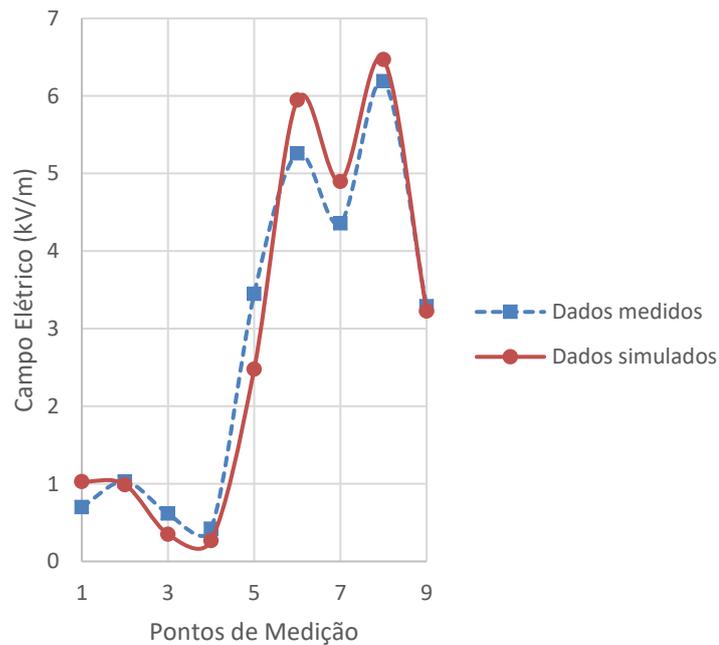
#### 5.3.1 Modelagem 1

A Tabela IX apresenta os valores de medição do Perfil I e os valores simulados através da rotina para a Modelagem 1, bem como o erro de cada ponto simulado. O gráfico da Figura 25 apresenta os resultados da Tabela IX.

Tabela IX. Resultados da Modelagem I do Perfil I

| Ponto de medição | Campo Medido (kV/m) | Campo Simulado (kV/m) | Erro Relativo (%) |
|------------------|---------------------|-----------------------|-------------------|
| 1                | 0,70                | 1,03                  | 47,14             |
| 2                | 1,03                | 0,99                  | -3,88             |
| 3                | 0,62                | 0,35                  | -43,55            |
| 4                | 0,42                | 0,27                  | -35,71            |
| 5                | 3,45                | 2,48                  | -28,11            |
| 6                | 5,26                | 5,95                  | 13,12             |
| 7                | 4,36                | 4,90                  | 12,39             |
| 8                | 6,19                | 6,47                  | 4,52              |
| 9                | 0,42                | 0,16                  | -1,82             |

Figura 25. Resultados da Modelagem I do Perfil I.



FONTE: (AUTOR).

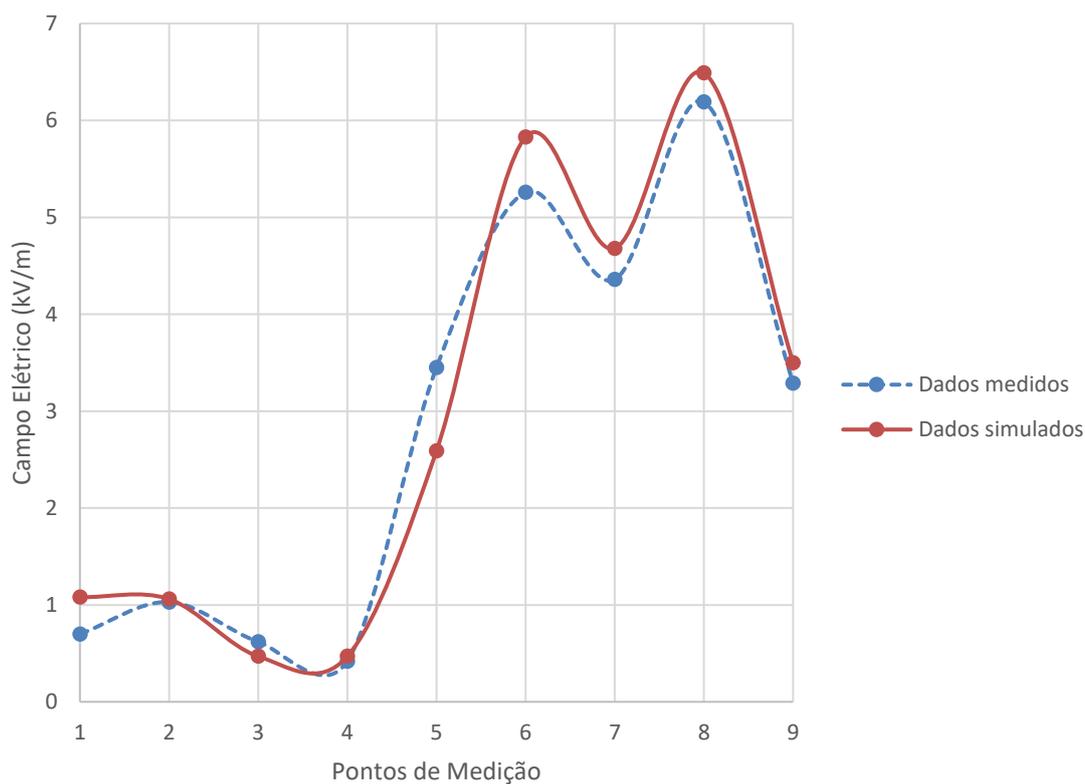
### 5.3.2 Modelagem 2

A Tabela X apresenta os valores de medição do Perfil I e os valores simulados através da rotina para a Modelagem 2, bem como o erro de cada ponto simulado. O gráfico da Figura 26 apresenta os resultados da Tabela X.

Tabela X. Resultados da Modelagem II do Perfil I.

| Ponto de medição | Campo Medido (kV/m) | Campo Simulado (kV/m) | Erro Relativo (%) |
|------------------|---------------------|-----------------------|-------------------|
| 1                | 0,70                | 1,08                  | 54,29             |
| 2                | 1,03                | 1,06                  | 2,91              |
| 3                | 0,62                | 0,47                  | -24,19            |
| 4                | 0,42                | 0,47                  | 11,91             |
| 5                | 3,45                | 2,59                  | -24,93            |
| 6                | 5,26                | 5,83                  | 10,84             |
| 7                | 4,36                | 4,68                  | 7,34              |
| 8                | 6,19                | 6,49                  | 4,85              |
| 9                | 3,29                | 3,50                  | 6,38              |

Figura 26. Resultados da Modelagem II do Perfil I.



FONTE: (AUTOR).

#### 5.4 Discussão dos resultados

O Perfil E foi medido abaixo de dois Módulos de LT energizados adjacentes. Os pontos 1 a 4 foram medidos abaixo do Módulo de LT Caxias enquanto que os pontos 6 a 9 foram medidos abaixo do Módulo de LT Taquara e o ponto 5 exatamente ao centro dos dois módulos.

A simetria do Perfil E se difere da curva típica do perfil lateral do campo elétrico de uma linha de transmissão, como o da Figura 9, devido a existência de duas linhas aérea energizadas adjacentes. Os maiores picos na intensidade do campo elétrico se encontram nas fases das extremidades, sendo menor nas fases externas em direção ao centro. Verifica-se também a superposição das curvas típicas geradas por cada módulo. Exatamente ao centro dos dois módulos, no ponto 5, existe um ponto de mínimo.

No ponto 9, a intensidade do campo elétrico medido foi de 1,27 kV/m, valor, aproximadamente, 58% inferior aos 3,00 kV/m medidos para o ponto 1. Devido à simetria, esperava-se que os valores apresentassem grande similaridade. Ao analisar o arranjo físico da subestação, verifica-se que o ponto 9 se encontra próximo aos TPCs da barra P1. Assim, deduz-se que a alteração da intensidade de campo medida para o ponto 9 quando comparado ao ponto 1, provavelmente deve estar atribuída à distorção causada pelo equipamento. A rotina desenvolvida, todavia, não é capaz de calcular esse efeito.

O Perfil H foi medido entre o disjuntor e a chave seccionadora dos Módulos de TR e Transferência. Verifica-se grande similaridade entre a sua medição com a medição do Perfil E, tanto no que diz respeito ao traçado da curva obtida quanto aos seus valores. Esta similaridade leva a concluir que o Módulo de Transferência deveria estar energizado durante a medição, caso não estivesse, o perfil medido possuiria formato parecido com a medição do Perfil I.

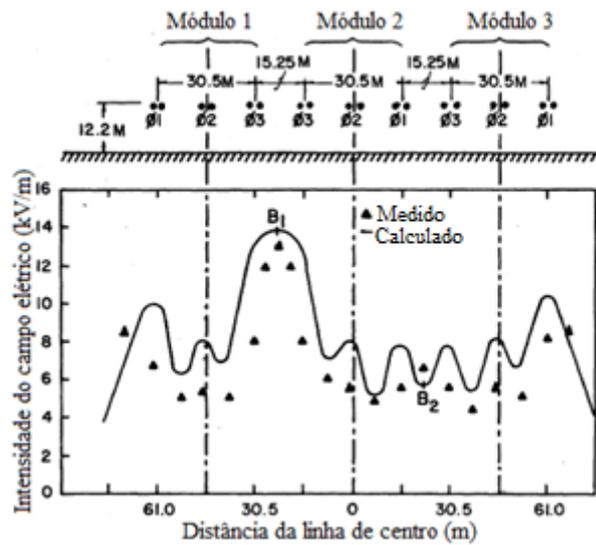
O Perfil I foi medido transversalmente ao Módulo de TR. Os pontos 1 ao 4 foram medidos em locais onde não existem condutores energizados, o que explica as baixas intensidades medidas e simuladas. No entanto, verifica-se existe um pico na intensidade do campo elétrico para o ponto 2, quando comparado aos pontos 1,3 e 4. Este pico está relacionado à influência dos condutores do Módulo de Transferência, mesmo que haja afastamento e a intensidade seja baixa quando comparada aos pontos medidos abaixo do Módulo de TR. A intensidade do campo elétrico para os pontos abaixo do Módulo de TR apresenta similaridade ao verificado para os Perfis E e H, com pico na fase externa e mínimo abaixo dos cabos para-raios.

Os resultados obtidos para as modelagens incluindo uma subdivisão nos condutores foram melhores do que as que foram realizadas sem subdivisões, confirmando o que já havia sido exposto na Seção 4.6.3.

Conforme pode ser observado nos pontos 4 e 6 dos Perfis E e H, devido à proximidade entre as fases  $\emptyset A$  e  $\emptyset C$  dos módulos adjacentes, o campo elétrico abaixo das mesmas tende a ser atenuado. Caso o faseamento fosse invertido, havendo condutores da mesma fase lado a lado, criando o que se chama de super-feixe (EPRI, 2005, p. 7-18), este fenômeno não seria

observado. A Figura 27 ilustra o fenômeno do super-feixe para uma subestação com nível de tensão de 765 kV nos Estados Unidos (VINH;YI;SHIH, 1982, p. 4125). Observa-se que entre os Módulos 1 e 2, onde há a inversão de fases, existe um substancial aumento do pico de intensidade do perfil do campo elétrico.

Figura 27. Inversão de fases entre módulos criando o fenômeno do super-feixe.



Fonte: (VINH;YI;SHIH, 1982, p. 4125).

## 6 CONCLUSÃO

Para atendimento da Lei nº 11.934, de 5 de maio de 2009, todos os agentes do setor elétrico que possuam instalações com nível de tensão igual ou superior à 138 kV devem, obrigatoriamente, encaminhar à ANEEL relatórios que comprovem a sua adequação às restrições básicas de exposição a campos elétricos e magnéticos. Os relatórios podem ser elaborados com base em medições ou em cálculo baseado em metodologia consagrada. É usual que os agentes optem pela elaboração dos relatórios com base em medições em campo após a entrada de operação em carga. A opção pela medição apresenta vantagens e desvantagens quando comparadas aos memoriais de cálculo, sendo estas já expostas ao longo do trabalho.

Através deste trabalho, foi implementada uma rotina de cálculo que permite a obtenção da intensidade de campos elétricos em subestações de alta e extra alta tensão de forma simples e rápida. No entanto, apesar da simplicidade, os resultados apresentaram caracterização dos perfis de intensidade do campo elétrico condizente com dados de medição adquiridos através de instrumento comercial. Por desconsiderar as distorções do campo elétrico provenientes de equipamentos e demais estruturas, os resultados apresentam erros significativos quando calculado próximo a estes.

A rotina desenvolvida neste trabalho se mostra uma boa alternativa para agentes do setor elétrico ou empresas de engenharia em situações onde se deseja uma estimativa do campo elétrico em condições de pré-projeto indicando a necessidade de possíveis alterações no arranjo eletromecânico da subestação, com o aumento da altura dos barramentos ou do espaçamento entre fases. Alternativamente, esta rotina pode ser utilizada para elaboração de relatórios de medição onde aceita-se caracterização dos valores com maior grau de imprecisão, dado que os valores típicos tendem a ser substancialmente inferiores às restrições básicas. Este é o caso para subestações nos níveis de 138 kV e 230 kV, onde os níveis máximos de intensidade do campo elétrico usualmente são inferiores a 8,33 kV/m (VINH;YI;SHIH;1982,p. 4127).

Apesar da rotina desenvolvida apresentar erros consideráveis quando avaliada próximo a estruturas que causam distorção no campo não perturbado, verifica-se que houve uma boa coerência entre as características do campo simulado e do medido, o que encoraja futuros desenvolvimentos. Uma melhoria possível a ser implementada seria o cheque do potencial na superfície dos condutores. Através do cheque de potencial pode-se avaliar o quanto o potencial nos pontos na superfície dos condutores diferentes dos pontos de contorno se diferem do potencial das fases. Esta análise permite estimar os erros de simulação e readequar o modelo em casos de não atendimento a critérios de precisão. Adicionalmente, visando a facilitação em casos de necessidade de readequação do modelo, pode-se implementar a funcionalidade de

divisão automática dos condutores em um número pré-determinado de eletrodos. Visando a facilidade de entrada de dados dos eletrodos por parte do usuário, seria conveniente a inclusão da possibilidade de leitura de arquivos com extensão .dxf ou .csv. Associada à melhoria de entrada dos dados dos eletrodos de toda a subestação, pode-se incluir a funcionalidade da elaboração de curvas de nível na região do pátio e no perímetro externo, indicando os valores do campo elétrico nestas imediações.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **ABNT NBR 25415:** Métodos de medição e níveis de referência para exposição a campos elétricos e magnéticos na frequência de 50 Hz e 60 Hz. Rio de Janeiro: ABNT, 2016.

BRASIL. Decreto nº 35.851, de 16 de julho de 1954. Regulamenta o art. 151. alínea c, do Código de Águas (Decreto nº 24.643, de 10 de julho de 1934). Brasília. Casa Civil, [1954]. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Atos/decretos/1954/D35851.html](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Atos/decretos/1954/D35851.html). Acesso: 06/07/2019.

BRASIL. Lei nº 11.934, de 5 de maio de 2009. Dispõe sobre limites à exposição humana a campos elétricos, magnéticos e eletromagnéticos; altera a Lei no 4.771, de 15 de setembro de 1965; e dá outras providências. Brasília: Casa Civil, [2009]. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2007-2010/2009/Lei/L11934.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2009/Lei/L11934.htm). Acesso: 31/03/2019.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia. Agência Nacional de Energia Elétrica. **Resolução normativa nº 398, de 23 de março de 2010.** Brasília, DF. Disponível em: <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2010398.pdf>. Acesso em: 31/03/2019.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia. Empresa de Pesquisa Energética. **Estudos da demanda.** Nota técnica DEA 001/17. Projeção da demanda de energia elétrica para os próximos 10 anos (2017-2026). Rio de Janeiro, RJ. Disponível em: [http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-245/topico-261/DEA%20001\\_2017%20-%20Proje%C3%A7%C3%B5es%20da%20Demanda%20de%20Energia%20El%C3%A9trica%202017-2026\\_VF\[1\].pdf](http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-245/topico-261/DEA%20001_2017%20-%20Proje%C3%A7%C3%B5es%20da%20Demanda%20de%20Energia%20El%C3%A9trica%202017-2026_VF[1].pdf). Acesso em: 20/04/2019.

CHENG, D.K. **Field and wave electromagnetics.** 2. ed. Reading: Addison-Wesley, 1989.

ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE (EPRI). **EPRI AC transmission line reference book – 200 kV and above.** 3. ed. Palo Alto: EPRI, 2005.

ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE (EPRI). **Transmission Line Reference Book – 345 kV and above.** 2. ed. Palo Alto: EPRI, 1982.

FRONTIN, S.O. **Equipamentos de alta tensão – prospecção e hierarquização de novas tecnologias**. Brasília: Teixeira, 2013.

GUEDES, T.S. **Modelagem e medições de campos elétricos e magnéticos em linhas de transmissão**. 2011. 109 f. Dissertação (Mestrado em Ciências). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

HAYT, W.H; BUCK, J.A. **Eletromagnetismo**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

IDA, N. **Engineering electromagnetics**. 3. ed. Cham: Springer, 2015.

IEEE. **IEEE Std 644**: Standard procedures for measurement of power frequency electric and magnetic fields from AC power lines. Nova Iorque: IEEE, 2008.

IEEE. **IEEE Std 1308**: Recommended practice for instrumentation: Specifications for magnetic flux density and electric field strength meters – 10 Hz to 3 kHz. Nova Iorque: IEEE, 1994.

INTERNATIONAL COMMISSION ON NON-IONIZING RADIATION PROTECTION (ICNIRP). ICNIRP Guidelines for limiting exposure to time-varying electric and magnetic fields (1 Hz – 100 kHz). **Health Physics**, v. 99, p. 818-836. 2010

INTERNATIONAL LABOUR ORGANIZATION (OIT). Protection of workers from power frequency electric and magnetic fields: A practical guide. *In: Occupational safety and health series, No. 69*. Genebra: OIT, 1993.

INMETRO. **Vocabulário internacional de metrologia**: Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012). Duque de Caxias, RJ: INMETRO, 2012.

KAGAN, N.K; OLIVEIRA, C.C.B; ROBBA, E.J. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

KRAUS, J.D; CARVER, K.R. **Eletromagnetismo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.

KRIEG,T; FINN; J. (ed.). Substations. *In: INTERNATIONAL COUNCIL ON LARGE ELECTRIC SYSTEMS (CIGRE). CIGRE green books*. Cham: Springer, 2019.

LIU, Y; ZAFFANELLA, L.E. Calculation of electric field and audible noise from transmission lines with non-parallel conductors. **IEEE Transactions on power delivery**. v. 11, n° 3, p. 1492-1497. 1996.

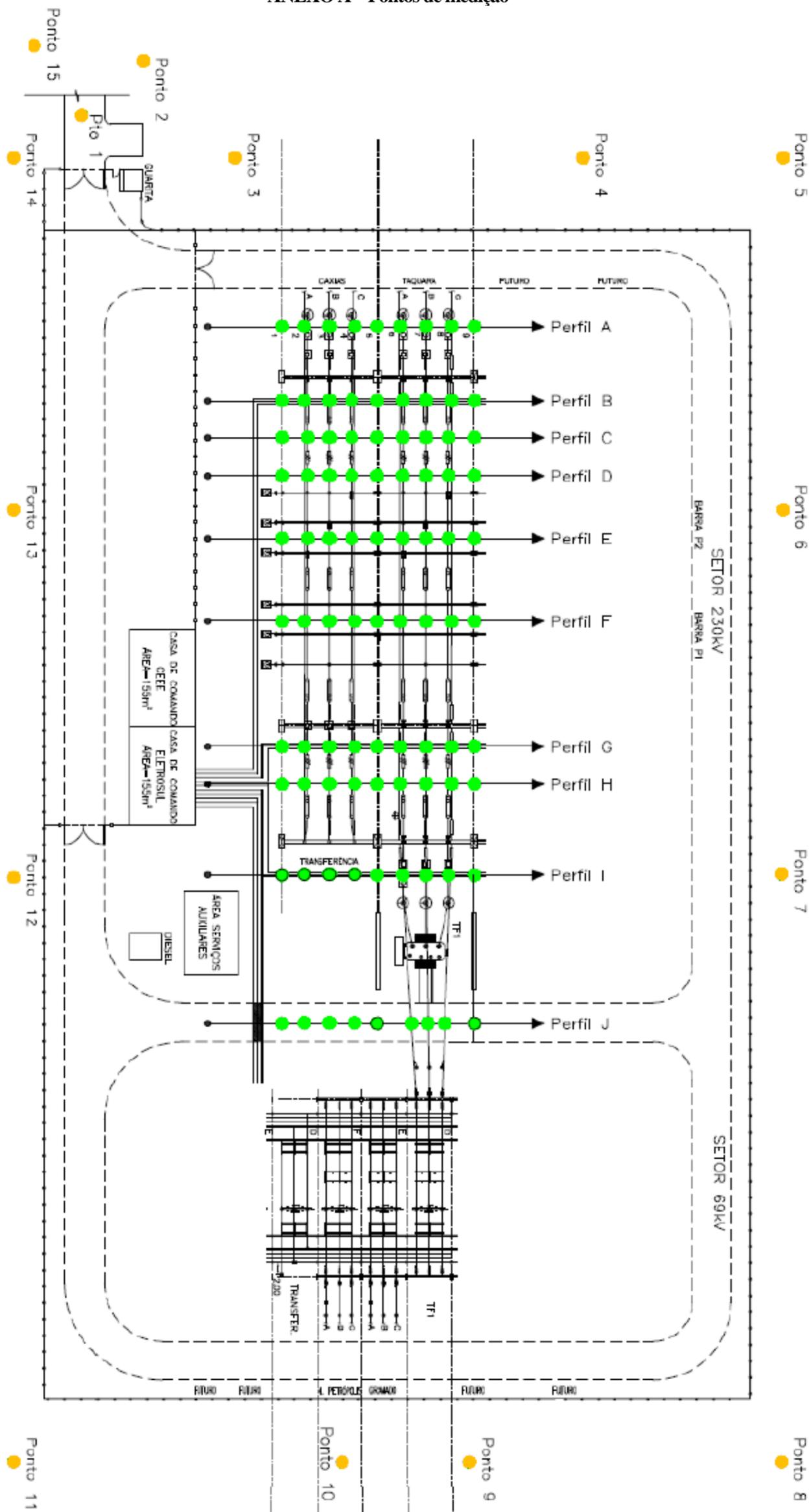
MALIK, N.H. A review of the charge simulation method and its applications. **IEEE Transactions on Electrical Insulation**. v. 24, n° 1, p. 3-20. 1989.

PEARCE, N; GREENLAND, S. Confounding and Interaction. *In*: AHRENS, W; PIGEOT, I. (ed.). **Handbook of Epidemiology**. 2 ed. Nova Iorque: Springer, 2014.

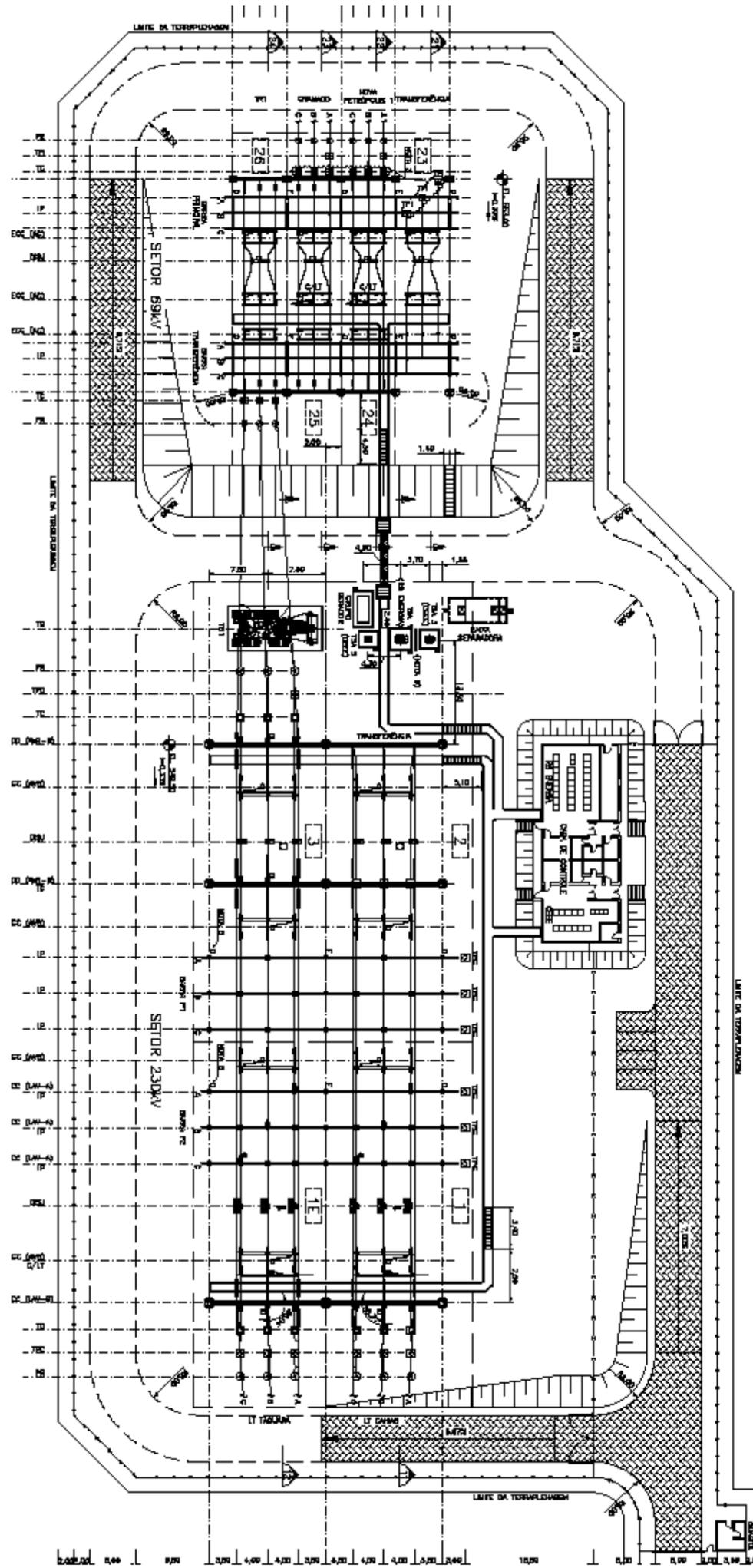
SADIKU, M.N.O. **Elementos de eletromagnetismo**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

VINH,T;YI,C.W;SHIH,C.J. Measurements and analysis of electric fields in HV and EHV stations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. v. PAS-101, n° 10, p. 4122-4130. 1982.

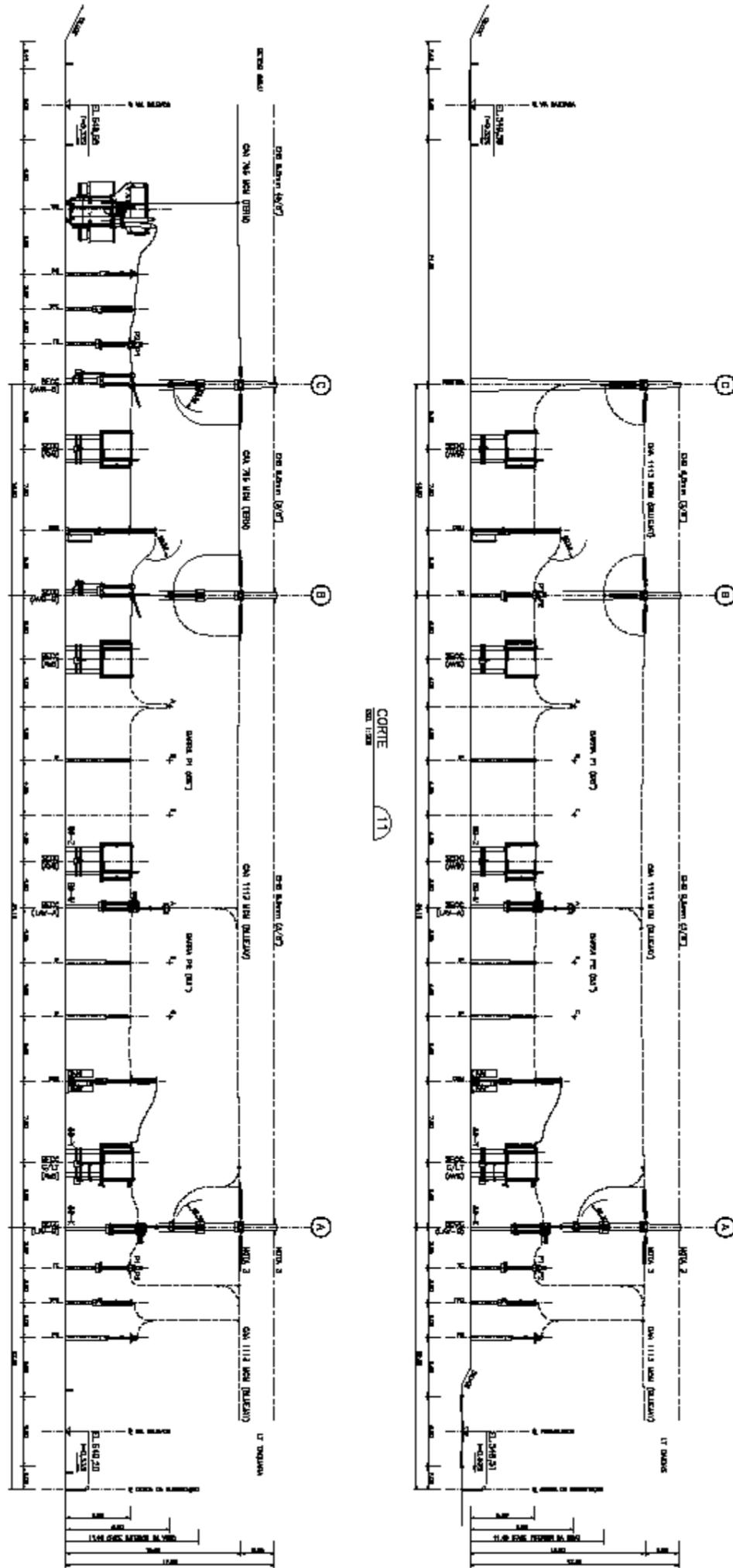
ANEXO A – Pontos de medição



ANEXO B – Planta da SE NPE 2



ANEXO C – Cortes da SE NPE 2



## APÊNICE A – Código em Matlab

```

%ROTINA PARA CÁLCULO TRIDIMENSIONAL DE CAMPO ELÉTRICO EM SUBESTAÇÕES DE
%ALTA TENSÃO
%Autor: Gustavo Jacques Friedrich - Data: 10/2018
%%
%VALORES DE ENTRADA E CONSTANTES:
V = 237.2;%Nível de tensão da subestação.
X_Inic = [0 0 0];%Posição X de início dos eletrodos.
X_Fim = [0 0 0];%Posição X de fim dos eletrodos.
Y_Inic = [0 0 0];%Posição Y de início dos eletrodos.
Y_Fim = [0 0 0];%Posição Y de fim dos eletrodos.
Z_Inic = [0 0 0];%Posição Z de início dos eletrodos.
Z_Fim = [0 0 0];%Posição Z de fim dos eletrodos.
X_Med = 0;%Posição X do ponto de medição.
Y_Med = 0;%Posição Y do ponto de medição.
Z_Med = 0;%Posição Z do ponto de medição.
d = 0;%Diâmetro do cabo condutor.
e = 8.854*10^-12;%Constante de permissividade elétrica do ar.
%%
%CÁLCULO DE GRANDEZAS GEOMÉTRICAS
s = 0;%Número de eletrodos.
L = ones(1,s);%Comprimento dos eletrodos.
Xf = ones(1,s);%Ponto X de 1/3 do comprimento dos eletrodos.
Xs = ones(1,s);%Ponto X de 2/3 do comprimento dos eletrodos.
Yf = ones(1,s);%Ponto Y de 1/3 do comprimento dos eletrodos.
Ys = ones(1,s);%Ponto Y de 2/3 do comprimento dos eletrodos.
Zf = ones(1,s);%Ponto Z de 1/3 do comprimento dos eletrodos.
Zs = ones(1,s);%Ponto Z de 2/3 do comprimento dos eletrodos.
%As iterações a seguir calculam os pontos (X,Y,Z) de 1/3 e 2/3 do
%comprimento dos eletrodos.
for i = 1:s
    L(1,i) = sqrt((X_Fim(i)-X_Inic(i))^2+(Y_Fim(i)-Y_Inic(i))^2+(Z_Fim(i)-
Z_Inic(i))^2);
    Xf(1,i) = (1/3)*(X_Fim(i)-X_Inic(i))+X_Inic(i);
    Xs(1,i) = (2/3)*(X_Fim(i)-X_Inic(i))+X_Inic(i);
    Yf(1,i) = (1/3)*(Y_Fim(i)-Y_Inic(i))+Y_Inic(i);
    Ys(1,i) = (2/3)*(Y_Fim(i)-Y_Inic(i))+Y_Inic(i);
    Zf(1,i) = (1/3)*(Z_Fim(i)-Z_Inic(i))+Z_Inic(i);
    Zs(1,i) = (2/3)*(Z_Fim(i)-Z_Inic(i))+Z_Inic(i);
end
Dbf = ones(s);%Distância do início do segmento (j) ao ponto de 1/3 do
comprimento do segmento (i).
Def = ones(s);%Distância do fim do segmento (j) ao ponto de 1/3 do
comprimento do segmento (i).
Dbs = ones(s);%Distância do início do segmento (j) ao ponto de 2/3 do
comprimento do segmento (i).
Des = ones(s);%Distância do fim do segmento (j) ao ponto de 2/3 do
comprimento do segmento (i).
Dbf_im = ones(s);%Distância do início da imagem do segmento (j) ao ponto de
1/3 do comprimento do segmento (i).
Def_im = ones(s);%Distância do fim da imagem do segmento (j) ao ponto de
1/3 do comprimento do segmento (i).
Dbs_im = ones(s);%Distância do início da imagem do segmento (j) ao ponto de
2/3 do comprimento do segmento (i).
Des_im = ones(s);%Distância do fim da imagem do segmento (j) ao ponto de
2/3 do comprimento do segmento (i).
%As iterações a seguir calculam a distância entre os pontos de 1/3 e de 2/3
%dos eletrodos (i) aos inícios e fins dos eletrodos (j).
for i = 1:s
    for j = 1:s

```

```

        if i~=j
            Dbf(i,j) = sqrt((Xf(1,i)-X_Inic(j))^2+(Yf(1,i)-
Y_Inic(j))^2+(Zf(1,i)-Z_Inic(j))^2);
            Def(i,j) = sqrt((Xf(1,i)-X_Fim(j))^2+(Yf(1,i)-
Y_Fim(j))^2+(Zf(1,i)-Z_Fim(j))^2);
            Dbs(i,j) = sqrt((Xs(1,i)-X_Inic(j))^2+(Ys(1,i)-
Y_Inic(j))^2+(Zs(1,i)-Z_Inic(j))^2);
            Des(i,j) = sqrt((Xs(1,i)-X_Fim(j))^2+(Ys(1,i)-
Y_Fim(j))^2+(Zs(1,i)-Z_Fim(j))^2);
            Dbf_im(i,j) = sqrt((Xf(1,i)-
X_Inic(j))^2+(Yf(1,i)+Y_Inic(j))^2+(Zf(1,i)-Z_Inic(j))^2);
            Def_im(i,j) = sqrt((Xf(1,i)-
X_Fim(j))^2+(Yf(1,i)+Y_Fim(j))^2+(Zf(1,i)-Z_Fim(j))^2);
            Dbs_im(i,j) = sqrt((Xs(1,i)-
X_Inic(j))^2+(Ys(1,i)+Y_Inic(j))^2+(Zs(1,i)-Z_Inic(j))^2);
            Des_im(i,j) = sqrt((Xs(1,i)-
X_Fim(j))^2+(Ys(1,i)+Y_Fim(j))^2+(Zs(1,i)-Z_Fim(j))^2);
        elseif i==j
            Dbf(i,j) = sqrt((L(1,i)/3)^2+(d/2)^2);
            Def(i,j) = sqrt((2*L(1,i)/3)^2+(d/2)^2);
            Dbs(i,j) = sqrt((2*L(1,i)/3)^2+(d/2)^2);
            Des(i,j) = sqrt((L(1,i)/3)^2+(d/2)^2);
            Dbf_im(i,j) = sqrt((Xf(1,i)-
X_Inic(j))^2+(Yf(1,i)+Y_Inic(j))^2+(Zf(1,i)-Z_Inic(j))^2);
            Def_im(i,j) = sqrt((Xf(1,i)-
X_Fim(j))^2+(Yf(1,i)+Y_Fim(j))^2+(Zf(1,i)-Z_Fim(j))^2);
            Dbs_im(i,j) = sqrt((Xs(1,i)-
X_Inic(j))^2+(Ys(1,i)+Y_Inic(j))^2+(Zs(1,i)-Z_Inic(j))^2);
            Des_im(i,j) = sqrt((Xs(1,i)-
X_Fim(j))^2+(Ys(1,i)+Y_Fim(j))^2+(Zs(1,i)-Z_Fim(j))^2);
        end
    end
end
end
%%
%CÁLCULO DOS COEFICIENTES POTENCIAIS AFij, ASij, BFij, BSij
AF = ones(s);
AS = ones(s);
BF = ones(s);
BS = ones(s);

for i = 1:s
    for j = 1:s
        AF(i,j) = log((Dbf(i,j)+Def(i,j)+L(j))/(Dbf(i,j)+Def(i,j)-
L(j)))*log((Dbf_im(i,j)+Def_im(i,j)-L(j))/(Dbf_im(i,j)+Def_im(i,j)+L(j)));
        AS(i,j) = log((Dbs(i,j)+Des(i,j)+L(j))/(Dbs(i,j)+Def(i,j)-
L(j)))*log((Dbs_im(i,j)+Des_im(i,j)-L(j))/(Dbs_im(i,j)+Des_im(i,j)+L(j)));
        BF(i,j) = ((Dbf(i,j)-Def(i,j))/L(j))-((Dbf_im(i,j)-
Def_im(i,j))/L(j))+((Dbf_im(i,j))^2-
Def_im(i,j)^2)/(2*L(j)^2))*log((Dbf_im(i,j)+Def_im(i,j)+L(j))/(Dbf_im(i,j)+
Def_im(i,j)-L(j)))-((Dbf(i,j))^2-
Def(i,j)^2)/(2*L(j)^2))*log((Dbf(i,j)+Def(i,j)+L(j))/(Dbf(i,j)+Def(i,j)-
L(j)));
        BS(i,j) = ((Dbs(i,j)-Des(i,j))/L(j))-((Dbs_im(i,j)-
Des_im(i,j))/L(j))+((Dbs_im(i,j))^2-
Des_im(i,j)^2)/(2*L(j)^2))*log((Dbs_im(i,j)+Des_im(i,j)+L(j))/(Dbs_im(i,j)+
Des_im(i,j)-L(j)))-((Dbs(i,j))^2-
Des(i,j)^2)/(2*L(j)^2))*log((Dbs(i,j)+Des(i,j)+L(j))/(Dbs(i,j)+Des(i,j)-
L(j)));
    end
end
end
%%

```

```

%CÁLCULO DAS CARGAS SIMULADAS
Vm = ones(s,1);%Calculo da matriz com as tensões em cada eletrodo.
Vm(1,1) = -(V*0.5)/sqrt(3)+1i*0.5*V;
Vm(2,1) = V/sqrt(3);
Vm(3,1) = -(V*0.5)/sqrt(3)-1i*0.5*V;
DQ = (((BS-(AF\AS)*BF)\(ones(s)-AF\AS))*Vm);
Q = (4*pi*e).*(AF\Vm-AF\BF*DQ);
Q_im = -Q;
DQ = (4*pi*e).*DQ;
DQ_im = -DQ;
%%
%CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS DE INÍCIO DE FIM DOS SEGMENTOS AO PONTO DE MEDIÇÃO
D_Inic = ones(1,s);%Distância do início do segmento (i) ao ponto de medição
D_Inic_im = ones(1,s);%Distância do início da imagem do segmento (i) ao
ponto de medição
D_Fim = ones(1,s);%Distância do fim do segmento (i) ao ponto de medição
D_Fim_im = ones(1,s);%Distância da imagem do segmento (i) ao ponto de
medição
for i = 1:s
    D_Inic(1,i) = sqrt((X_Inic(1,i)-X_Med)^2+(Y_Inic(1,i)-
Y_Med)^2+(Z_Inic(1,i)-Z_Med)^2);
    D_Inic_im(1,i) = sqrt((X_Inic(1,i)-
X_Med)^2+(Y_Inic(1,i)+Y_Med)^2+(Z_Inic(1,i)-Z_Med)^2);
    D_Fim(1,i) = sqrt((X_Fim(1,i)-X_Med)^2+(Y_Fim(1,i)-
Y_Med)^2+(Z_Fim(1,i)-Z_Med)^2);
    D_Fim_im(1,i) = sqrt((X_Fim(1,i)-
X_Med)^2+(Y_Fim(1,i)+Y_Med)^2+(Z_Fim(1,i)-Z_Med)^2);
end
%CÁLCULO DA DISTÂNCIA b DO PONTO DE MEDIÇÃO PERPENDICULAR AO SEGMENTO (i)
alfa = ones(1,i);
alfa_im = ones(1,i);
beta = ones(1,i);
beta_im = ones(1,i);
b = ones(1,i);
b_im = ones(1,i);
a = ones(1,i);
a_im = ones(1,i);

for i = 1:s
    alfa(1,i) = -acos((D_Inic(1,i)^2-D_Fim(1,i)^2-
L(i)^2)/(2*D_Fim(1,i)*L(i)));
    alfa_im(1,i) = -acos((D_Inic_im(1,i)^2-D_Fim_im(1,i)^2-
L(i)^2)/(2*D_Fim_im(1,i)*L(i)));
end

for i = 1:s
    beta(1,i) = pi-alfa(1,i);
    beta_im(1,i) = pi-alfa_im(1,i);
end

for i = 1:s
    b(1,i) = D_Fim(1,i)*sin(beta(1,i));
    b_im(1,i) = D_Fim_im(1,i)*sin(beta_im(1,i));
    a(1,i) = D_Fim(1,i)*cos(beta(1,i));
    a_im(1,i) = D_Fim_im(1,i)*cos(beta_im(1,i));
end
%%
%CÁLCULO DO CAMPO ELÉTRICO GERADO PELAS CARGAS SIMULADAS EM CADA ELETRODO
Et = ones(s,1);%Campo elétrico transversal ao eletrodo (i)
Et_im = ones(s,1);%Campo elétrico transversal à imagem do eletrodo (i)
El = ones(s,1);%Campo elétrico longitudinal ao eletrodo

```

```

El_im = ones(s,1);%Campo elétrico longitudinal à imagem eletrodo (i)

for i = 1:s
    Et(i,1) = (1/(4*pi*e))*((Q(i,1)-DQ(i,1))*((D_Inic(1,i)^2-
D_Fim(1,i)^2)/(2*L(i)^2)))*2*L(i)*b(1,i)*((D_Inic(1,i)+D_Fim(1,i))/(D_Inic(
1,i)*D_Fim(1,i)*(D_Inic(1,i)+D_Fim(1,i)-
L(i))*(D_Inic(1,i)+D_Fim(1,i)+L(i))))-((DQ(i,1)/L(i))*((b(1,i)/D_Inic(i))-
(b(1,i)/D_Fim(1,i)))));
    Et_im(i,1) = (1/(4*pi*e))*((Q_im(i,1)-DQ_im(i,1))*((D_Inic_im(1,i)^2-
D_Fim_im(1,i)^2)/(2*L(i)^2)))*2*L(i)*b_im(1,i)*((D_Inic_im(1,i)+D_Fim_im(1,
i))/(D_Inic_im(1,i)*D_Fim_im(1,i)*(D_Inic_im(1,i)+D_Fim_im(1,i)-
L(i))*(D_Inic_im(1,i)+D_Fim_im(1,i)+L(i))))-
((DQ_im(i,1)/L(i))*((b_im(1,i)/D_Inic_im(i))-
(b_im(1,i)/D_Fim_im(1,i)))));
    El(i,1) = (1/(4*pi*e))*((Q(i,1)-DQ(i,1))*((D_Inic(1,i)^2-
D_Fim(1,i)^2)/(2*L(i)^2)))*((1/D_Inic(1,i))-
(1/D_Fim(1,i))-
((DQ(i,1)/L(i))*log((D_Inic(1,i)+D_Fim(1,i)+L(i))/(D_Inic(1,i)+D_Fim(1,i)-
L(i))))-
(DQ(i,1))*((D_Inic(1,i)+D_Fim(1,i))*(D_Inic(1,i)-D_Fim(1,i))^2-
L(i)^2))/(2*D_Inic(1,i)*D_Fim(1,i)*L(i)^2));
    El_im(i,1) = (1/(4*pi*e))*((Q_im(i,1)-DQ_im(i,1))*((D_Inic_im(1,i)^2-
D_Fim_im(1,i)^2)/(2*L(i)^2)))*((1/D_Inic_im(1,i))-
(1/D_Fim_im(1,i))-
((DQ_im(i,1)/L(i))*log((D_Inic_im(1,i)+D_Fim_im(1,i)+L(i))/(D_Inic_im(1,i)+
D_Fim_im(1,i)-L(i))))-
(DQ_im(i,1))*((D_Inic_im(1,i)+D_Fim_im(1,i))*(D_Inic_im(1,i)-
D_Fim_im(1,i))^2-L(i)^2))/(2*D_Inic_im(1,i)*D_Fim_im(1,i)*L(i)^2));
end

%%
%CÁLCULO DAS COMPONENTES ESPACIAIS DO CAMPO ELÉTRICO
Ex = ones(s,1);
Ex_im = ones(s,1);
Ex_total = 0;
Ey = ones(s,1);
Ey_im = ones(s,1);
Ey_total = 0;
Ez = ones(s,1);
Ez_im = ones(s,1);
Ez_total = 0;
Etotal = 0;

for i = 1:s
    Ex(i,1) = Et(i,1)*((X_Inic(1,i)+(a(1,i)/L(i))*(X_Fim(1,i)-X_Inic(1,i))-
X_Med)/b(1,i))+El(i,1)*((X_Fim(1,i)-X_Inic(1,i))/L(i));
    Ey(i,1) = Et(i,1)*((Y_Inic(1,i)+(a(1,i)/L(i))*(Y_Fim(1,i)-Y_Inic(1,i))-
Y_Med)/b(1,i))+El(i,1)*((Y_Fim(1,i)-Y_Inic(1,i))/L(i));
    Ez(i,1) = Et(i,1)*((Z_Inic(1,i)+(a(1,i)/L(i))*(Z_Fim(1,i)-Z_Inic(1,i))-
Z_Med)/b(1,i))+El(i,1)*((Z_Fim(1,i)-Z_Inic(1,i))/L(i));
    Ex_im(i,1) = Et_im(i,1)*((X_Inic(1,i)+(a(1,i)/L(i))*(X_Fim(1,i)-
X_Inic(1,i))-X_Med)/b(1,i))+El_im(i,1)*((X_Fim(1,i)-X_Inic(1,i))/L(i));
    Ey_im(i,1) = Et_im(i,1)*((-Y_Inic(1,i)+(a(1,i)/L(i))*(-
Y_Fim(1,i)+Y_Inic(1,i))-Y_Med)/b(1,i))+El_im(i,1)*((-
Y_Fim(1,i)+Y_Inic(1,i))/L(i));
    Ez_im(i,1) = Et_im(i,1)*((Z_Inic(1,i)+(a(1,i)/L(i))*(Z_Fim(1,i)-
Z_Inic(1,i))-Z_Med)/b(1,i))+El_im(i,1)*((Z_Fim(1,i)-Z_Inic(1,i))/L(i));
end

for i = 1:s
    Ex_total = Ex_total+Ex(i,1)+Ex_im(i,1);
    Ey_total = Ey_total+Ey(i,1)+Ey_im(i,1);
    Ez_total = Ez_total+Ez(i,1)+Ez_im(i,1);
end

```

```
Ettotal = sqrt(Ex_total^2+Ey_total^2+Ez_total^2);  
Ettotal = abs(Ettotal)
```