



SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
XXVIII SIC

paz no plural



<b>Evento</b>	Salão UFRGS 2016: SIC - XXVIII SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
<b>Ano</b>	2016
<b>Local</b>	Campus do Vale - UFRGS
<b>Título</b>	O Problema de Kekeya em Corpos Finitos
<b>Autor</b>	VINICIUS MEDEIROS GOMES DA SILVEIRA
<b>Orientador</b>	LUCAS DA SILVA OLIVEIRA

## O Problema de Kakeya em Corpos Finitos

Aluno: Vinicius Medeiros Gomes da Silveira (219002)  
Orientador: Lucas da Silva Oliveira (DMPA - UFRGS)

19 de maio de 2016

A conjectura de Kakeya tem suas origens no seguinte problema proposto por Sochi Kakeya, em 1917:

**Problema 1.** *Qual o conjunto do plano com menor área no qual pode ser rotado completa e continuamente, em seu interior, um segmento de reta unitário?*

Um conjunto em  $\mathbb{R}^n$  que cumpre essa condição ou condições similares é dito um *conjunto de Kakeya*. Retirando a restrição de continuidade para a rotação, Abram Besicovitch, em 1919, dá um exemplo de conjunto no plano com medida de Lebesgue arbitrariamente pequena.

Após o exemplo de Besicovitch, a seguinte questão é posta:

**Problema 2.** *Todo conjunto de Kakeya em  $\mathbb{R}^n$  possui medida de Hausdorff igual a  $n$ ?*

O caso  $n = 2$  foi provado por Roy Davies em 1971. Avanços e conexões com a análise harmônica foram feitos por, entre outros, Jean Bourgain, Charles Fefferman, Antonio Córdoba, Terence Tao e Thomas Wolff.

Em 1996, Thomas Wolff propõe um problema análogo em corpos finitos:

**Problema 3.** *Todo conjunto de Kakeya em um corpo finito  $\mathbb{F}^n$ , onde  $\mathbb{F}$  tem  $q$  elementos, possui cardinalidade da ordem de  $q^n$ ?*

A solução é finalmente dada por Zeev Dvir, em 2008, com a utilização de um método polinomial.

O intuito do trabalho é realizar uma revisão histórica do problema - detalhando sua evolução, enfatizando a conexão com a análise harmônica e mostrando a construção de um conjunto de Kakeya em  $\mathbb{R}^2$  - e apresentar a solução de Dvir.