

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

Vera Lúcia Milani Martins

**COMBINAÇÃO DE PREVISÕES: UMA PROPOSTA**  
**UTILIZANDO ANÁLISE DE COMPONENTES**  
**PRINCIPAIS**

Porto Alegre, novembro de 2014.

Vera Lúcia Milani Martins

**COMBINAÇÃO DE PREVISÕES: UMA PROPOSTA UTILIZANDO ANÁLISE DE  
COMPONENTES PRINCIPAIS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia, na área de concentração em Sistemas de Qualidade.

Orientador: Liane Werner, Dr.

Porto Alegre, Novembro de 2014.

Vera Lúcia Milani Martins

**COMBINAÇÃO DE PREVISÕES: UMA PROPOSTA UTILIZANDO ANÁLISE DE  
COMPONENTES PRINCIPAIS**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

---

Prof. Orientadora, Liane Werner, Dra.  
Orientador PPGEP/UFRGS

---

Prof. José Luís Duarte Ribeiro, Dr.  
Coordenador PPGEP/UFRGS

**Banca Examinadora:**

Professor Michel José Anzanello, PhD. (PPGEP/UFRGS)

Professora Aline Silva de Bona, Dra. (IFRS-Osório/IFRS)

Professor Gabriel Vidor, Dr. (PPGA/UCS)

Dedicatória

*“Dedico esta Tese a todos aqueles que  
perceberam e entenderam minhas ausências  
durante sua elaboração.”*

## AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho não seria possível sem o apoio e a colaboração que recebi ao longo de sua construção. Portanto, tornam-se justificáveis os agradecimentos realizados adiante.

Agradeço a Deus, pela possibilidade de poder realizar agradecimentos, um sinal de que Ele colocou no meu caminho pessoas que cruzaram meu caminho e marcaram esta jornada de alguma forma especial... Agregando a esta formação muito mais do que uma titulação.

Agradeço a minha família pelo apoio incondicional, em todos os momentos da vida, constituindo a base que alicerçou de forma sólida minha estrutura pessoal, permitindo que nos momentos de dúvida me mantivesse com foco no propósito de elaboração desta tese. Mãe, Pai, Kelly, Pedrinho e Robson: muito, muito, muito obrigada!!!

Sou grata a minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Liane Werner, por tudo que se passou durante a minha formação..., é impossível dissociá-la de todos os momentos mais importantes da minha caminhada acadêmica: graduação, mestrado, início de docência e agora doutorado. É longa essa nossa história e não vai encerrar aqui!!!! Obrigada Liane!!!

Agradeço também aos professores e técnicos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção por sua participação em minha formação acadêmica, em especial a Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ângela de Moura Ferreira Danilevicz, que não foi minha professora em sala de aula, mas o fez durante essa caminhada, sempre na base do respeito e da amizade. Verônica, Chris, Marcelo, Fernando, Rogério e Celso o apoio de vocês foi fundamental para a realização deste trabalho. Sabrina Grebin e Renata Máximo obrigada pela ajuda na construção.

Aos professores Michel, Aline e Gabriel que aceitaram participar da banca, agradeço pela disponibilidade e principalmente pelas correções e contribuições relevantes que enriqueceram este trabalho e minha formação. Cada um merece um agradecimento especial!!!! Muito obrigada mesmo!!!

Ao longo dos últimos anos, tive a oportunidade de compartilhar momentos que, mais do que crescimento acadêmico e profissional, me proporcionaram crescimento pessoal. Agradeço em especial aos professores que tenho o prazer de chamar de amigos, pois crescemos juntos: Prof.<sup>a</sup> Ângela Marx e Prof. Diego Fettermann, parceiros de pesquisa, discussões filosóficas, diversão e apoio (muito apoio). Amigos queridos, muito obrigada, de coração!!!

Por último, e mais importante, pois é a base do meu equilíbrio, agradeço ao meu namorado, amigo, psicólogo, baita parceiro de viagem e tradutor oficial: Filipe Ribeiro, que esteve presente em todos os momentos de alegria e desespero, achados fantásticos e descobertas incríveis de ouro de tolo (isso é Pesquisa!!!!), que permearam a construção deste trabalho.

## RESUMO

A obtenção de previsões com maior acuracidade é uma necessidade constantemente requerida, em tempos onde há imensa disponibilidade de dados e recursos computacionais cada dia mais eficientes. Tais critérios possibilitaram o desenvolvimento de muitas técnicas de previsão individual ou de métodos de combinação que são considerados eficientes no intuito de reduzir erros. O desenvolvimento de novas técnicas, por sua vez, promove questionamentos quanto à identificação de quantas ou quais técnicas de previsão individual combinar. A literatura não é unânime ao tentar responder a estes questionamentos e indica a importância da correlação entre os erros de previsão na precisão da combinação. Posto isso, esta tese apresenta uma alternativa aos métodos atuais de combinar previsões, contemplando a correlação entre os erros de previsão, além de propor uma forma de identificar técnicas de previsão que sejam distintas quanto à modelagem de características da série de dados. Para identificar grupos de técnicas de previsão individual que sejam similares, utilizou-se a Análise de Agrupamentos em erros gerados por 15 técnicas de previsão que modelaram uma mesma série de dados real com tendência e sazonalidade. O resultado indicou a formação de 3 agrupamentos. Como alternativa aos métodos atuais de combinar previsão e selecionar a quantidade adequada de técnicas, utilizou-se a Análise de Componentes Principais. O método proposto mostrou-se viável quando comparado com outros métodos de combinação e quando submetido à modelagem de séries com maior variabilidade.

Palavras-chave: Combinação de Previsões, Análise de Componentes Principais, Análise de Agrupamentos

## **ABSTRACT**

The obtaining of more accurate forecasts is a necessity often required in times where there is a huge availability of data and computing resources becoming more efficient every day. These criteria allowed the development of many individual forecasting techniques or combination methods that are considered efficient in order to reduce errors. The development of new techniques, in turn, promotes questioning as the identification of how many or which techniques to combine individual forecasts. The literature is not unanimous when trying to answer these questions and indicates the importance of the correlation between forecast errors on the accuracy of the combination. That said, this presents an alternative to current methods of combining forecasts, considering the correlation between forecast errors, and propose a way to identify predictive techniques that are different about the modeling features of the data series. To identify groups of individual forecasting techniques that are similar, it was used the cluster analysis on errors generated by 15 forecasting techniques that shaped the same series of real data with trend and seasonality. The result indicated the formation of 3 clusters. As an alternative to current methods of combining forecasting and selecting the appropriate amount of techniques, it was used the Principal Component Analysis. The proposed method has proved feasible when compared to other methods of combining and when subjected to modeling of series with greater variability.

**Key words:** Forecast Combination, Principal Component Analysis, Cluster Analysis.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABIA: Associação Brasileira das Indústrias da Alimentação

ACP: Análise de Componentes Principais

AIC: *Akaike Information Criterion*

AR: Autorregressivo

ARFIMA: Autorregressivo com integração fracionada de média móvel

ARIMA: Autorregressivo integrado de média móvel

ARMA: Autorregressivo de média móvel

FIGARCH: *Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*

GARCH: Autorregressivo condicional heterocedastico

HW: *Holt Winters*

MA: *Moving Average*

MAE: *Mean Absolute Error*

MAPE: *Mean Absolute Percentage Error*

MMS: Média Móvel Simples

MSE: *Mean Square Error*

RMSE: *Root Mean Square Error*

SARIMA: Autorregressivo integrado de média móvel sazonal

SES: Suavização Exponencial Simples

TL: Tendência Linear

TQ: Tendência Quadrática



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Etapas do desenvolvimento.....	7
Figura 2. Número de publicações por ano e percentual de publicações.....	17
Figura 3. Linha do tempo .....	19
Figura 4. Descrição de artigos classificados como método.....	20
Figura 5. Série de índice de produção física de alimentos .....	36
Figura 6. Dendrograma dos resíduos das previsões .....	38
Figura 7. Técnicas selecionadas para combinação em cada grupo.....	39
Figura 8. Redução percentual na medida MAPE X $\rho$ - Caso 1 .....	42
Figura 9. Redução percentual na medida MAPE X $\rho$ - Caso 2.....	42
Figura 10. Sistemática de Seleção de Técnicas .....	55
Figura 11. Série de dados – Índice de Produção Alimentícia.....	57
Figura 12. MAPE das Combinações mais acuradas .....	60
Figura 13. Ajuste das previsões mais acuradas em cada rodada .....	61
Figura 14. MAPE passos à frente .....	63
Figura 15. Previsão via ACP .....	63
Figura 16. Ajuste das Séries Simuladas .....	74
Figura 17. MAPE até 40 passos à frente dos modelos de combinação de previsões .....	84
Figura 18. Relação entre os artigos .....	89

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Quantidades e Percentuais de Publicações em Áreas do Conhecimento.....	18
Tabela 2. Técnicas de modelagem, software e acuracidade .....	37
Tabela 3. Grupos das técnicas de previsão .....	38
Tabela 4. Técnicas Combinadas – Caso1 e Caso2 .....	40
Tabela 5. Técnicas de modelagem e acurácia.....	58
Tabela 6. Rodadas eliminatórias da sistemática de previsão.....	59
Tabela 7. Acurácia da Previsão até 40 passos à frente .....	62
Tabela 8. Características das séries simuladas .....	72
Tabela 9. Medidas MAPE das simulações e percentual de redução .....	73
Tabela 10. Medidas de acuracidade dos modelos de combinação .....	83

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Tema e objetivos .....	3
1.2 Justificativa do tema.....	4
1.3 Delineamento do estudo.....	5
1.4 Delimitações do estudo .....	7
1.5 Estrutura da Tese.....	8
2. ARTIGO 1 - COMBINAÇÃO DE PREVISÕES SOB A ÓTICA DA CORRELAÇÃO LINEAR: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA .....	9
2.1 Introdução .....	11
2.2 Combinação de previsões.....	13
2.3 Procedimentos para a revisão sistemática.....	15
2.4 Resultados .....	16
2.5 Conclusões .....	21
Rerefências .....	22
Referências da Revisão Sistemática .....	24
3. ARTIGO 2 - ANÁLISE DE AGRUPAMENTO DOS ERROS DE PREVISÕES INDIVIDUAIS .....	27
3.1 Introdução .....	29
3.2 Previsões individuais e combinações.....	30
3.3 Procedimentos para modelagens e agrupamentos.....	35
3.4 Modelagem individual e agrupamentos .....	36
3.5 Conclusões .....	43
Referências .....	43
4. ARTIGO 3 - SELEÇÃO E COMBINAÇÃO DE TÉCNICAS DE PREVISÃO VIA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS .....	47
4.1 Introdução .....	49
4.2 Combinação de Previsões e ACP.....	50
4.3 Método .....	53
4.4 Resultados .....	57
4.5 Comentários finais .....	64
Referências .....	65
5. ARTIGO 4 – COMBINAÇÃO DE PREVISÕES VIA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS: UMA APLICAÇÃO EM SÉRIE COM PERTURBAÇÃO NA VARIABILIDADE.....	67
5.1 Introdução .....	69

5.2 A combinação via ACP.....	70
5.3 Método.....	71
5.4 Simulações e Análises.....	72
5.5 Conclusão.....	75
Referências .....	75
6. ARTIGO 5 - SISTEMÁTICA DE SELEÇÃO DE TÉCNICAS VIA ACP: ESTUDO COMPARATIVO DE DIFERENTES MÉTODOS .....	77
6.1 Introdução .....	79
6.2 Combinação de Previsões .....	80
6.3 Método .....	82
6.4 Estimação e Comparações .....	83
6.5 Conclusão.....	84
Referências .....	85
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	87
7.1 Conclusões .....	87
7.2 Pesquisas Futuras .....	90
REFERÊNCIAS .....	92

# 1. INTRODUÇÃO

A realização de previsões e seus métodos são temas frequentes em muitas pesquisas nas últimas décadas. A abordagem dos pesquisadores transcorre desde a aplicação em diversas áreas até a proposição de novas técnicas. Estas pesquisas são motivadas principalmente pelos avanços computacionais, pela disponibilidade de banco de dados cada vez maiores e pela necessidade de aprimoramentos na gestão empresarial.

Ao longo dos anos inúmeras técnicas de previsão foram desenvolvidas, no intuito de reduzir a incerteza presente no processo preditivo. Estas técnicas variam quanto a sua exatidão, seu objetivo, seu horizonte de tempo e seus custos (MAKRIDAKIS et al., 1998; ABRAHAM; LEDOLTER, 2005; WANKE et al., 2006). De tal modo que, para obter a melhor previsão, é necessário analisar uma gama variada de técnicas e verificar quais modelos fornecem as melhores medidas de acurácia.

Cada técnica de previsão apresenta diferentes formas de modelar a informação comportamental de uma série de dados. Deste modo, é natural imaginar que uma previsão composta por várias destas técnicas possa representar de forma mais abrangente as características das séries de dados. Assim, em 1969, Bates e Granger apresentaram o que é considerado o modelo inicial de combinação de previsões (WALLIS, 2011).

Pouco mais de quatro décadas se passaram desde a apresentação do primeiro modelo de combinação, período no qual foram realizadas muitas propostas de combinações, aplicações e estudos comparativos em relação ao desempenho dos métodos. Em muitos destes estudos, as diversas combinações de previsões apresentaram, em média, acurácias superiores as das suas previsões individuais (CLEMEN, 1989; MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al.; 2011; MARTINS; WERNER, 2012) e justificam a apresentação deste método como uma alternativa bem sucedida às técnicas de previsões individuais (HIBON; EVGENIOU, 2005).

No estudo apresentado por Bates e Granger em 1969, a proposta era atribuir um peso para cada previsão realizada. Como são realizadas diferentes previsões de uma mesma série de dados, grandes diferenças nos desvios das previsões individuais não são esperadas. Nestes casos, é plausível que a média simples possa apresentar um desempenho melhor que o obtido

com a média ponderada (MENEZES et al., 2000), além de a média aritmética, por sua simplicidade, ser um dos métodos mais populares para combinação de diferentes previsões (FLORES; WHITE, 1989; TAYLOR; BUNN, 1999; PONCELA, et al., 2011). Contudo, alguns resultados obtidos por meio de estudos comparativos de diferentes métodos de combinação indicam que, quando há estabilidade no processo de previsão, os resultados são satisfatórios, porém quando não há estabilidade deveria ser considerada uma alteração nos pesos das previsões (GRANGER; RAMANATHAN, 1984; DEUTSCH et al., 1994; CHAN et al., 2004; TIMMERMANN, 2006).

Uma possível alternativa para a atribuição dos pesos na combinação de previsões é a utilização da correlação linear, considerada importante para a qualidade da combinação (ELLIOTT; TIMMERMANN, 2004; MARTINS; WERNER, 2012;). Entretanto, autores costumam desconsiderar esta possibilidade, assumindo previamente que os erros das previsões individuais são eventos independentes, atribuindo nulidade à correlação linear, conseqüentemente descartando o efeito desta no cálculo dos pesos das combinações (WERNER, 2005; ANDRAWIS et al., 2011).

O procedimento adotado para obter os pesos atribuídos a cada previsão individual no momento de combinar as previsões não é a única preocupação quando se opta por este método preditivo. A quantidade de técnicas envolvidas na combinação e quais técnicas individuais devem ser incorporadas é uma discussão fomentada em outra parcela de estudos (MAKRIDAKIS; HIBON, 2000) e constantemente revisitadas por pesquisadores da comunidade acadêmica, tal como os pesquisadores do *International Institute of Forecasters – IIF* (ver <http://forecasters.org/resources/>).

De acordo com Armstrong (2001), como cada técnica de previsão individual possui uma forma de ajustar suas previsões aos dados da série de tempo, estas podem incorporar diferentes peculiaridades da série e no momento de realizar a previsão apresentar comportamentos distintos. Conseqüentemente, combinar estas previsões pode congrega características distintas às previsões combinadas, resultando em ganho na qualidade da previsão (ARMSTRONG, 2001; WERNER, 2005). Entretanto, a literatura não indica, com clareza matemática, como distinguir a informação captada por cada técnica de previsão.

Considerando o exposto, a superioridade preditiva das combinações de previsão é condicionada a vários fatores. Entre eles estão a correlação entre os erros, a variabilidade e

estabilidade dos erros além da escolha de técnicas distintas em relação à captação de informações da série. No intuito de considerar todos estes fatores em uma previsão única, alguns estudos apresentam métodos alternativos de combinação, apoiados nas teorias de análises fatoriais multivariadas e análises regressivas (THACKER, 1999; STOCK; WATSON, 2004; PONCELA; SERNA, 2006; PONCELA, et al, 2011). Uma característica comum a estes estudos é a utilização de séries temporais reais. Desta forma, esta tese visa aprofundar a compreensão sobre as características preditivas de diferentes técnicas de previsão individual, investigando a similaridade entre os erros e apresentar uma alternativa às combinações de previsões atuais, considerando os aspectos destacados acima. Para isto, apresenta-se uma proposta de seleção de técnicas de previsão individual e obtenção de pesos para combinar estas técnicas, com base na estrutura da análise de componentes principais.

## 1.1 TEMA E OBJETIVOS

Esta tese tem como tema principal a combinação de previsões. O objetivo geral do trabalho é a identificação de uma alternativa aos métodos atuais de combinar previsões, que contemple a correlação entre os erros de previsão, além de propor uma forma de identificar técnicas de previsão que sejam distintas quanto à modelagem de características da série de dados.

Para alcançar o objetivo geral, torna-se necessário atender aos seguintes objetivos específicos:

- Verificar na bibliografia os métodos de combinação de previsão que utilizam o coeficiente de correlação linear em sua estruturação;
- Identificar diferentes grupos de técnicas de previsão que apresentem comportamento similar em relação aos erros preditivos;
- Proposição de uma alternativa aos métodos de combinação de previsões, selecionando o número de previsões individuais suficientes para compor a combinação de previsões, incorporando a correlação entre os erros na obtenção de pesos via análise de componentes principais;

- Aplicação da proposta em séries simuladas, a partir de uma única série, com alterações na característica de variabilidade de uma série real utilizada como base para a simulação.

## 1.2 JUSTIFICATIVA DO TEMA

Quantidades consideráveis de publicações nacionais e principalmente internacionais sobre previsões nas últimas décadas sugerem o crescente interesse por este tema em diversas áreas do conhecimento como Engenharias, Economia e Ciências Naturais. A aplicação de diferentes técnicas nos diversos setores, alavancadas por meio da disseminação e utilização de microcomputadores, associados à disponibilidade de dados, é um indicativo do interesse no aprimoramento das previsões. A identificação de novos métodos representa, portanto, uma oportunidade de aperfeiçoar sistemas preditivos e contribuir com a redução dos erros de previsão.

A combinação de previsões representa um dos métodos comumente empregados no intuito de reduzir os erros gerados com a obtenção de previsão (HIBON; EVGENIOU, 2005; COSTANTINI; PAPPALARDO, 2010). A literatura recomenda combinar técnicas de previsão individual que capturem características distintas da série de dados em sua modelagem, o que resulta em melhora na precisão da previsão combinada. Por outro lado, não há uma indicação numérica da diferença das características captadas pelas técnicas de previsão individual e tal definição ocorre de forma empírica. Tal fato pode gerar dúvidas aos previsores no momento de realizar a combinação, o que também pode acarretar em uma previsão menos efetiva.

A quantidade indicada de técnicas de previsão a ser combinada não é unanimidade na literatura e também é motivo de dúvida entre previsores. Ao mesmo tempo, estudos indicam que a correlação linear entre os erros de previsão não deve ser desprezada, por seu impacto na qualidade da previsão. São muitas as informações a ser consideradas pelo previsor em um cenário de práticas ainda não muito estruturadas para a utilização de técnicas de modelagem matemática. De modo que, apresentar uma alternativa que contemple uma sistemática de combinação que não limite a quantidade de previsões iniciais no modelo e ao mesmo tempo não desconsidere a correlação entre os erros, pode representar um diferencial na decisão de realizar modelagens matemáticas, viabilizando a obtenção de previsões mais eficientes.



### 1.3 DELINEAMENTO DO ESTUDO

Com a definição dos objetivos da tese e a exposição da justificativa desta pesquisa, estabelece-se o delineamento do estudo por meio do qual os objetivos serão alcançados. São considerados na sequência o método de pesquisa e o método de trabalho a ser utilizados.

Segundo a natureza de pesquisa, este trabalho se caracteriza como pesquisa aplicada, pois busca gerar conhecimentos aplicados a área de previsão, mais explicitamente a combinação de previsões (GIL, 2007). Em relação ao tipo de abordagem, considera-se que esta pesquisa emprega abordagem mista, com uma etapa qualitativa na parte inicial da pesquisa, realizada em atendimento ao primeiro objetivo específico, e etapa quantitativa nos desenvolvimentos dos objetivos específicos seguintes, abordados nos capítulos 3, 4, 5 e 6. Pode classificar esta pesquisa como quantitativa uma vez que recorre à linguagem matemática para relacionar técnicas preditivas distintas e para propor uma sistemática de combinação de previsões (FONSECA, 2002). Sobre os objetivos, esta pesquisa inicia com um estudo exploratório, visto que busca maior aproximação teórica com a presença da correlação nos métodos de combinação de previsões, através de levantamento bibliográfico (GIL, 2007).

Visando atender aos objetivos principais desta pesquisa, a presente tese está estruturada em etapas, apresentadas no formato de 5 artigos científicos, conforme regimento vigente no Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul até o ano de 2013. As etapas de pesquisa desta tese abordadas em cada artigo são: (i) **revisão da literatura sobre métodos de combinação de previsões e correlação entre os erros**, (ii) **investigação da similaridade entre erros de previsão individual**, (iii) **apresentação de uma sistemática de seleção de técnicas e proposta de combinação alternativa aos métodos de combinação existentes, contemplando a correlação entre os erros**, (iv) **verificação da sistemática apresentada em séries com perturbação na variabilidade**, (v) **comparação da sistemática proposta com outros métodos de combinação**. Na sequência estas etapas passam a ser descritas detalhadamente e a Figura 1 apresenta a estrutura resumida.

O artigo 1 contempla a parte inicial da pesquisa e refere-se a uma revisão de literatura ao que tange os métodos de combinação e a correlação entre os erros. Para aprofundar o conhecimento sobre o panorama de pesquisa atual neste campo, realizou-se uma

revisão sistemática em base de dados por meio da busca de palavras-chave. Os resultados apresentam uma análise descritiva dos trabalhos consultados, servindo como referência à continuação desta pesquisa.

O segundo artigo apresenta uma Análise de Agrupamento como forma de identificar a formação de possíveis grupos caracterizados por seus distanciamentos da série original em relação à previsão realizada. Para tanto se utilizou a modelagem da série de índice de produção alimentícia brasileira, realizada com 15 técnicas de previsão individual distintas. Como resultado principal foi possível identificar 3 grupos com características de similaridade entre os erros de previsão.

O artigo seguinte apresenta uma alternativa para a combinação de previsões. A sistemática apresentada nesta etapa do trabalho utiliza a estrutura da Análise de Componentes Principais (ACP) como forma de incorporar várias técnicas preditivas sem desprezar a informação da correlação entre os erros. Neste estudo também foram utilizadas 15 modelagens de previsão individual. O resultado encontrado indicou, para a realização da combinação de previsões, a utilização de técnicas preditivas matematicamente menos complexas, que contemplam as características de tendência e sazonalidade presentes na série de dados modelada, promovendo melhora na acuracidade da previsão. As técnicas selecionadas e a forma de obtenção dos pesos são referências para o desenvolvimento das etapas seguintes.

A verificação da sistemática proposta na etapa anterior para séries com maior variabilidade é apresentada no artigo 4. Especificamente, realizou-se uma perturbação na variabilidade da série real utilizada anteriormente em 5 diferentes níveis, com 5%, 10%, 15%, 25% e 50% de alteração nos valores finais de desvio-padrão da série simulada. Os resultados indicaram que o método proposto possui bom desempenho preditivo, mesmo com a alteração na variabilidade.

No artigo final, realiza-se uma comparação do método proposto no terceiro artigo desta tese com outros métodos de combinação de previsões, verificados por 4 medidas de acurácia. Os resultados confirmam a viabilidade do método.

	ETAPAS	OBJETIVO	MÉTODOS
1	Revisão da Literatura	Identificar as publicações sobre combinação que aplicam a correlação linear em seus métodos	Revisão sistemática
2	Agrupamento de erros de previsão	Identificar modelagens que apresentam características comuns nos erros de previsão	Modelagem e Análise de Agrupamentos
3	Proposição da sistemática	Apresentar uma alternativa matemática para a combinação de previsões e seleção técnicas de previsão individual, utilizando a correlação entre os erros de previsão	Análise de Componentes Principais
4	Aplicação da sistemática	Aplicar o método proposto em 3 níveis de perturbação na variabilidade da série de dados	Aplicação
5	Comparação da sistemática	Realizar estudo comparativo com outros métodos de combinação	Estudo comparativo

Figura 1. Etapas do desenvolvimento

## 1.4 DELIMITAÇÕES DO ESTUDO

O desenvolvimento deste estudo limita-se a utilização de 15 das muitas técnicas de previsões individuais desenvolvidas ao longo dos anos. A realização das modelagens foi estruturada com uma única série de dados reais, considerando apenas as características conjuntas de tendência e sazonalidade. Além disso, a qualidade das combinações foi verificada nos artigos 2, 3 e 4 somente pela medida de acuracidade MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*). As comparações apresentadas na parte final, artigo 5, foram realizadas considerando as medidas RMSE (*Root Mean Square Error*), MSE (*Mean Square Error*), MAE (*Mean Absolute Error*), além da medida MAPE.

Este estudo também apresenta limitações específicas em cada etapa. Na etapa inicial, o horizonte de tempo é restrito ao período de 1989 até 2013. Limita-se também às palavras utilizadas como chave de busca nos títulos, resumos e palavras-chave, além de concentrar-se em algumas bases de periódicos.

Nas etapas 2 e 3 é utilizado o mesmo conjunto de modelagens individuais, e portanto, são utilizados os mesmos vetores de erros. As previsões foram realizadas em diferentes softwares, já que a maioria dos sistemas computacionais não contempla a totalidade

das técnicas. Na etapa 3 a sistemática não é aplicada a todas as possíveis combinações entre as 15 técnicas de previsão individual, uma vez que uma técnica é eliminada em cada etapa, no sistema “omita um por vez”.

Na etapa 4 são realizadas perturbações apenas na variabilidade da série de dados, em 5 níveis, na mesma série de dados reais utilizada anteriormente. Na etapa final é realizada a comparação entre métodos de combinação, limitada ao modelo proposto e outros 4 modelos de combinação de previsões. Esta etapa está sujeita ainda aos resultados das etapas anteriores, consequentemente sofrendo a interferência das limitações descritas.

## **1.5 ESTRUTURA DA TESE**

Esta tese de doutorado está organizada em sete capítulos. O Capítulo 1 refere-se à Introdução do trabalho, definindo tema e objetivos e delimitando o estudo realizado. Os Capítulos 2 a 6 apresentaram os artigos que compõem esta tese, conforme etapas descritas anteriormente na Figura 1. O Capítulo 7 apresentará as considerações finais com uma breve discussão sobre a finalização do estudo realizado na tese, retomando seus objetivos e apresentando os resultados obtidos.

## **2. ARTIGO 1 - COMBINAÇÃO DE PREVISÕES SOB A ÓTICA DA CORRELAÇÃO LINEAR: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA**

O Artigo apresentado neste capítulo encontra-se atualmente submetido ao periódico *Expert Systems with Applications*.

# **Combinação de Previsões sob a ótica da Correlação Linear: Uma Revisão Sistemática**

## **Resumo**

Muitos métodos de combinação de previsão foram propostos desde 1969, quando a técnica elaborada por Bates e Granger foi apresentada. Alguns estudos abordam a correlação entre os erros gerados com as previsões individuais, nulas ou não, principalmente como uma forma de atribuir pesos às previsões combinadas. Considerando tal fato, o presente estudo procura identificar e acompanhar a evolução no tempo dos estudos que utilizam a correlação linear entre os erros nas combinações de previsão. Para isso, o estudo apresenta uma breve revisão sistemática da literatura, utilizando as bases de dados de periódicos disponíveis de forma on-line, entre 1989 e 2013. A análise dos artigos encontrados contempla a contagem de publicações, páginas e autores, a proporção de publicações por ano e por aplicação área com foco naqueles que mencionam correlação linear e uma breve descrição sobre os métodos utilizados em alguns artigos. Na busca foram encontrados 72 artigos que, após a leitura resultou em 32 artigos que compõem este estudo. Nestes artigos, verificou-se que, dos 91 autores, apenas 4 tinham mais de uma publicação sobre o assunto. Observou-se também a concentração de estudos na área de Ciências Naturais. Em relação à abordagem, 15 trabalhos foram responsáveis por aplicar os métodos de combinação, um apresentou revisão de abordagens sobre o tema e 16 foram descrições, adaptações, comparações ou proposição de métodos de combinação de previsões. Observando essas abordagens ao longo do tempo, percebe-se uma carência de publicações na década de 1990 e a retomada de estudos a partir de meados da década de 2000.

**Palavras-chave:** Combinação de previsões, Erros correlacionados, Revisão sistemática.

## **Abstract**

Several forecast combination methods were proposed since 1969 when the technique elaborated by Bates and Granger was presented. Some studies approach the correlation between the errors generated with individual forecasts, being null or not, mainly as a way to assign weights to the forecasts combined. Considering the above, this study seeks to identify

and to follow the development over time of the studies using the linear correlation between the errors in the forecast combinations. For this, the study presents a brief systematic review of the literature, using online form databases of journals available between 1989 and 2013. The analysis of the articles found contemplates the counting publications, pages and authors, the ratio of publications per year and per application area with a focus on those that mention linear correlation and a brief description about the methods used in some articles. In the search were found 72 articles that after reading resulted in 32 articles that composes this study. In these articles, it was found that of the 91 authors, only 4 had more than one publication on the subject. It was observed also concentration of studies in the area of Natural Sciences. Regarding the approach 15 papers accounted for applying the methods of combination, one conducting a review of approaches to the topic and 16 were descriptions, adaptations, comparisons or proposing methods of combining forecasts. Observing these approaches throughout time, there is a lack of publications in the 1990s and the resumption of studies from the mid-2000s.

**Keywords:** Forecasts Combination, Correlation Errors, Systematic Review.

## 2.1 INTRODUÇÃO

Métodos de previsão são temas frequentes em muitas pesquisas nas últimas décadas. A abordagem dos pesquisadores transcorre desde a aplicação em diversas áreas até a proposição de novas técnicas. De acordo com Egrioglu, Aladag & Yolcu (2013), está claro que as atividades de previsão desempenham um papel importante em nossa vida diária, o que motiva essas propostas. Além disso, as pesquisas nesta área são impulsionadas principalmente pelos avanços computacionais e a necessidade de melhorias, por exemplo, na gestão das empresas, uma vez que estas empregam a previsão de demanda através de técnicas estruturadas para auxiliar no processo de tomada de decisão (SLACK, 2007).

Ao longo dos anos, foram desenvolvidas várias técnicas de previsão. Cada uma destas técnicas tem diferentes maneiras de capturar o comportamento informacional de uma série de dados. Desta forma, é natural pensar que uma previsão composta de várias destas técnicas possa representar mais amplamente as características da série de dados. Assim, em

1969, Bates e Granger apresentaram o que é considerado o modelo inicial de previsões de combinação (WALLIS, 2011).

Desde a apresentação do modelo de combinação referido, quase cinco décadas se passaram. Cerca de 20 anos após a publicação deste modelo, Clemen (1989) realizou uma revisão da literatura, que engloba 209 publicações sobre o assunto. Simultaneamente, em 1989, Granger publicou uma reflexão sobre a combinação, enfatizando a evolução e perspectivas. Em 2011, Wallis publicou um estudo sobre uma visão geral sobre o panorama de previsões, 4 décadas após o estudo inicial. Cerca de três décadas se passaram desde a primeira revisão da literatura sobre combinações, período no qual muitas propostas de combinações foram apresentadas; neste período foram sugeridas ainda diversas aplicações e estudos comparativos sobre o desempenho dos métodos. Em alguns desses estudos (CLEMEN, 1989; MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS; ATYIA; EL-SHISHINY, 2011; MARTINS; WERNER, 2012; MARTINS; WERNER, 2014), diferentes combinações de previsões apresentaram, em média, precisão superior às suas previsões individuais.

Alguns destes estudos abordam a correlação entre os erros gerados nas previsões individuais. Em casos, os erros obtidos através de previsões individuais são combinados considerando que esses erros são eventos independentes, atribuindo valor nulo para a correlação linear, desconsiderando, portanto, o efeito desta no cálculo dos pesos combinações (WERNER, 2005; ELLIOTT; TIMMERMANN, 2005; ANDRAWIS; ATYIA; EL-SHISHINY, 2011). Em outros estudos, não há referência ao tipo de relação existente entre os erros das previsões individuais (STOCK; WATSON, 2004; PRUDÊNCIO; LUDERMIR, 2006; PATTON; SHEPPARD, 2009). Diante do exposto, este estudo visa identificar e compreender a evolução no tempo dos estudos sobre combinação que utilizam a correlação linear entre os erros das previsões individuais ou verificam seus efeitos para a combinação de previsão. Este estudo apresenta uma breve revisão sistemática da literatura sobre este tema, com buscas realizadas em bases de dados científicos específicos. Para esta revisão, são considerados estudos publicados após a revisão de literatura apresentada por Clemen (1989) e a reflexão publicada por Granger (1989).



## 2.2 COMBINAÇÃO DE PREVISÕES

Encontrar um modelo que represente a realidade e prever com eficiência são os principais objetivos dos previsores. Para esta finalidade, foram desenvolvidas diferentes formas de se obter previsões. Uma dessas formas reúne diferentes previsões individuais e é conhecida como combinação de previsões (WEBBY; O'CONNOR, 1996).

De acordo com Costantini e Pappalardo (2010), a combinação de previsões é um método comumente utilizado para melhorar a precisão das previsões. A proposta de combinar diferentes previsões foi inicialmente apresentada por Bates e Granger (1969) e é considerado por Clemen (1989) um método interessante para obter previsões. Além disso, a literatura indica que a combinação de previsões lineares geralmente é mais precisa do que as previsões individuais (CLEMEN, 1989; MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; COSTANTINI; PAPPALARDO, 2010; MARTINS; WERNER, 2012).

Muitos estudos foram motivados pela proposta inicial do método de combinação. Em 1974, Newbold e Granger publicaram um estudo comparativo das técnicas de previsões individuais e combinações obtidas pelo método apresentado em 1969. Este estudo também mostrou a extensão do método, os resultados indicaram que houve melhora em termos de precisão quando previsões univariadas são combinadas. Em 1989, Clemen apresentou uma vasta revisão da literatura sobre o assunto e Granger também revisitou o tema publicando uma reflexão sobre combinações de previsões 20 anos após sua proposição. Mais recentemente, em 2011, Wallis publicou um estudo sobre o cenário da combinação previsões após 4 décadas da publicação do artigo seminal. Chan, Kingsman e Wong (1999) apresentaram um estudo comparativo de métodos de combinação aplicados a dados reais. A combinação de previsões contínuas foi o tema do trabalho de Yang (2004), com foco em atender os pressupostos teóricos dos modelos. Wang e Chang (2010) usaram redes neurais para combinar previsões, aplicando à fabricação de painéis. Chen (2011) propõe uma abordagem combinada usando tanto o modelo linear como o modelo não-linear, para previsão de demanda turística. Mesmo com tantas alternativas, um dos métodos mais populares de combinar previsões individuais ainda é a média aritmética (FLORES; WHITE, 1989; TAYLOR; BUNN, 1999). Alguns resultados de estudos comparativos de combinação de diferentes métodos indicam que, quando o processo de previsão é estável, os resultados são satisfatórios, mas quando não

existe estabilidade, deve-se considerar uma modificação nas previsões, atribuindo diferentes pesos para as técnicas individuais (DEUTSCH; GRANGER; TERÄSVIRTA, 1994; CHAN; KINGSMAN; WONG, 2004; TIMMERMANN, 2006).

O método da variância mínima, nome dado a combinação proposta por Bates e Granger (1969) consiste em realizar a combinação linear de duas previsões individuais com diferentes pesos. Neste método, a previsão objetiva deve ser não-viesada e a combinação é obtida através da atribuição de pesos distintos para cada uma das previsões individuais a serem combinadas. Esta estrutura é apresentada na Equação 1.

$$F_C = wF_1 + (1 - w)F_2 \quad \text{Equação (1)}$$

onde:  $w$  é o peso atribuído às previsões e  $F_1$  e  $F_2$  são as previsões individuais a ser combinadas.

Para obter os pesos descritos na Equação 1 considera-se a correlação linear existente entre os erros das duas previsões individuais. Além disso, se observa as variações de erro das previsões individuais para a obtenção destes pesos. Para atribuir menos peso para as previsões de alta variabilidade, a combinação dessas previsões deve ser calculada utilizando os pesos de acordo com a Equação 2.

$$W = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad \text{Equação (2)}$$

onde:  $\rho$  é o valor da correlação linear de Pearson entre os erros das previsões  $F_1$  e  $F_2$ ,  $\sigma_1^2$  é a variância dos erros de previsão  $F_1$  e  $\sigma_2^2$  variância dos erros de previsão  $F_2$ .

Considerando que as previsões individuais são independentes, a correlação linear entre os erros de previsão é nula, possibilitando reescrever a Equação 2, resultando na estrutura apresentada na Equação 3.

$$W = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad \text{Equação (3)}$$

onde:  $\sigma_1^2$  é a variância dos erros de previsão  $F_1$  e  $\sigma_2^2$  variância dos erros de previsão  $F_2$ .

Apesar da evolução nos métodos de combinação desde o método da variância mínima, a literatura não apresenta estudos com foco no tipo de correlação entre os erros de previsão ou mesmo se há uma correlação. O método de variância mínima é baseado na

variabilidade e na relação linear entre as previsões de erros, portanto, negligenciar esta informação em métodos propostos a partir de sua concepção pode alterar a qualidade da previsão combinada.

Neste estudo, procura-se destacar a oportunidade de pesquisa relacionada ao uso da correlação linear entre os erros de previsão nas estruturas das combinações. Uma vez que, para os casos em que não é verificada a estabilidade no processo, vários autores sugerem considerar uma mudança nos pesos de cada previsão individual na combinação (DEUTSCH; GRANGER; TERÄSVIRTA, 1994; CHAN; KINGSMAN; WONG, 2004; TIMMERMANN, 2006). Uma alternativa possível para atribuir pesos diferentes nas combinações é utilizar a informação fornecida pela correlação linear, como no método apresentado em 1969.

## 2.3 PROCEDIMENTOS PARA A REVISÃO SISTEMÁTICA

Para a efetivação deste estudo, realiza-se uma revisão da literatura de modo sistemático. Nesta etapa, a finalidade é elencar os métodos de combinação de previsão e identificar, entre os métodos existentes, aqueles que utilizam o coeficiente de correlação linear em sua estruturação. Para a realização desta revisão, são utilizadas as bases de dados de diversos periódicos disponíveis de forma online.

As bases de periódicos consultadas são: *Scopus*, *J-STOR*, *Web of Knowledge*, *Scielo*, *Open Science Directory*, *Biblioteca do Conhecimento*, *Directory of Open Access Journals (DOAJ)*, *National Center for Biotechnology Information PubMed*, *Science Direct*, *Wiley Online Library*. As buscas apresentam pesquisas nos títulos, resumos e palavras-chave por meio de combinações das seguintes expressões: i) *Combining forecasts* e *Linear Correlation*; ii) *Combining forecasts* e *Error Correlated*; iii) *Forecast combination* e *Linear Correlation*; iv) *Forecast combination* e *Error Correlated*; v) *Combined Forecasts* e *Linear Correlation*; vi) *Combined Forecasts* e *Error Correlated*.

Para definir um limite temporal para os critérios de busca, são consideradas as publicações desde o ano de 1989 até 2013. O ano de 1989 marca o limite no qual foram percorridas as pesquisas sobre combinação de previsões abordadas por Clemen (1989) em seu estudo de revisão e anotações a respeito deste tema. Tal estudo é considerado referência pelos

autores da área por representar uma revisão completa até aquela data, abrangendo a pesquisa de 209 artigos e livros.

A análise dos artigos encontrados contempla uma contagem do número de publicações, páginas e autores, a relação de publicações por ano e por área de aplicação. Dentre os artigos relacionados são selecionados os que mencionam a correlação linear entre os erros de previsão, no intuito de identificar as lacunas de pesquisa e direcionar linhas de pesquisas futuras.

## 2.4 RESULTADOS

Em um primeiro momento a busca realizada nas bases de periódicos retornou 141 artigos, dos quais 69 foram identificados mais de uma vez, após descarte destes, restando um total de 72 artigos. Mesmo utilizando os filtros descritos no método, alguns destes artigos não abordam o tema de combinação de previsões e a correlação entre os erros. Após a leitura de cada artigo, identificou-se que destes, um total de 32 trabalhos que abordam o tema de acordo com o foco deste estudo.

Os 32 artigos científicos relacionados ao tema foram encontrados em 26 periódicos os quais são listados em ordem alfabética: *Applied Mathematical Modeling, Computers & Industrial Engineering, Computers & Operations Research, Energy, Energy and Buildings, European Journal of Operational Research, Expert Systems with Applications, Fisheries Research, International Journal for Numerical Methods and Fluids, International Journal of Climatology, International Journal of Energy Research, International Transactions in Operational Research, Journal of Forecasting, Journal of Geophysical Research: Atmospheres, Journal of Hydrology, Journal of International Money and Finance, Journal of Natural Gas Science and Engineering, Journal of Statistical Planning and Inference, Procedia - Social and Behavioral Sciences, Quarterly Journal Of The Royal Meteorological Society, TELLUS, The American Journal of Emergency Medicine, Tourism Economics, Water Research.*

Em relação ao número de publicações encontradas e as suas distribuições anuais, é possível verificar que desde os anos 2005 houve um crescimento no número de publicações abordando os temas específicos de combinação de previsões, erros correlacionados e

correlação linear. No período compreendido entre 1990 e 2004, a média de publicações anual é de apenas 0,53 publicações, sendo que nos anos de 1990, 1991, 1993, 1994, 1998, 2000, 2001 e 2002 não foram localizadas publicações referente a tal tema, com os critérios de busca utilizados. A Figura 2 apresenta o número de publicações por ano, bem como o percentual correspondente a estas publicações no período de 1989 até 2013. Percebe-se um crescimento de publicações na última década.

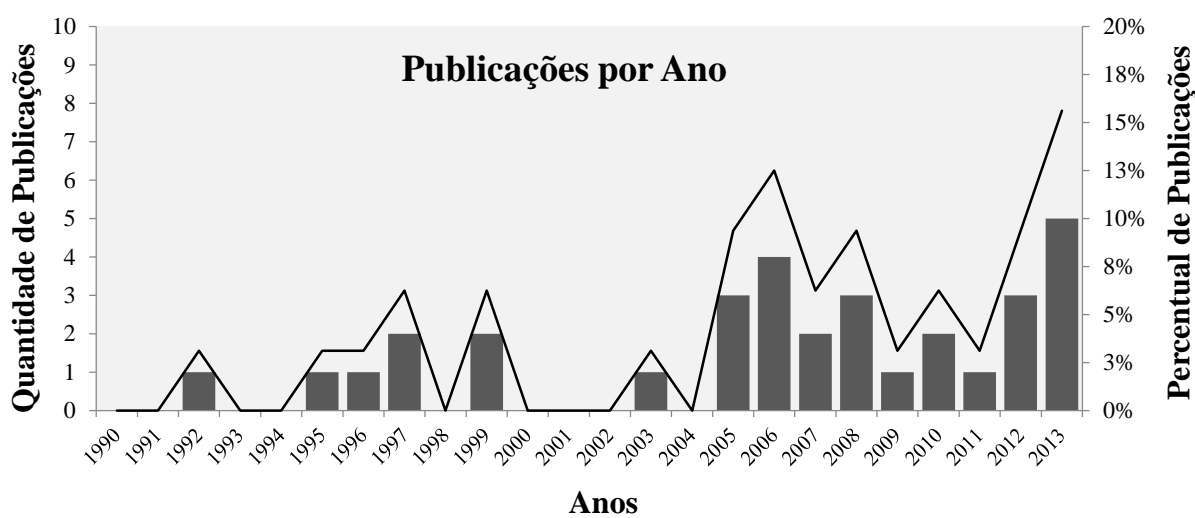


Figura 2. Número de publicações por ano e percentual de publicações

Nas publicações observadas, foram relacionados 91 diferentes autores, dos quais 4 registram mais do que uma publicação referente ao tema, são eles: *D. Ridley*, *G. Grell*, *J. Wilczak* e *S. McKeen*. Ridley apresentou três trabalhos nos anos de 1995, 1997, 1999, um destes trabalhos apresentava uma nova forma de combinar previsões, com foco principal de seus trabalhos para o desenvolvimento do método proposto. Os autores *G. Grell*, *J. Wilczak* e *S. McKeen* apresentaram dois trabalhos conjuntos em 2007 e 2008, com foco principal em adaptação e aplicação de métodos para ciências naturais.

As áreas do conhecimento relacionadas aos periódicos das publicações presentes nesta revisão foram: Ciências da Saúde, Ciências Exatas, Ciências Naturais, Ciências Sociais, Engenharias e Pesquisa Operacional. A Tabela 1 apresenta o número de autores em cada área do conhecimento, o número de publicações e o número de páginas publicadas, com percentual que estes valores representam.

Tabela 1. Quantidades e Percentuais de Publicações em Áreas do Conhecimento

Área do Conhecimento	Número de Artigos	Número de Autores	Número de Páginas Publicadas	Média de Número de Páginas Publicadas
Ciências da Saúde	1 3%	2 2%	4 1%	4,00
Ciências Exatas	3 9%	6 6%	75 17%	25,00
Ciências Naturais	13 41%	56 59%	176 39%	13,54
Ciências Sociais	1 3%	2 2%	5 1%	5,00
Engenharias	5 16%	14 15%	61 14%	12,20
Pesquisa Operacional	9 28%	15 16%	126 28%	14,00
<b>Total</b>	<b>32</b> <b>100%</b>	<b>95</b> <b>100%</b>	<b>447</b> <b>100%</b>	<b>13,97</b>

\* Os percentuais apresentados referem-se às colunas.

De acordo com a Tabela 1 é possível visualizar que o maior número de publicações concentra-se na área de Ciências Naturais. As publicações desta área são principalmente relacionadas a fenômenos da natureza e em sua maioria representam aplicações de métodos de combinação. Destaca-se também o número de autores nesta área, que engloba 59% de todos referenciados neste estudo e a quantidade de páginas publicadas que representa 39% do total quando comparada aos demais grupos. Na área de ciências exatas, observou-se que as publicações apresentavam em média 25 páginas, quase o dobro da média geral de 13,97 páginas, possivelmente devido às especificidades da área, como descrição de fórmulas e demonstrações matemáticas, porém inconclusivo devido à quantidade restrita de artigos.

Em relação à abordagem utilizada nos 32 artigos selecionados neste estudo, 15 apresentaram aplicação dos métodos de combinação, um realizou uma revisão das abordagens do tema e 16 contemplaram descrições, adaptações, comparações ou proposição de métodos de combinação de previsões. Estes foram classificados, respectivamente como: Aplicação, Revisão e Método. A relação do tempo com a abordagem apresentada no estudo e a área do conhecimento é apresentada na Figura 3.

É possível visualizar na Figura 3 que a área de Pesquisa Operacional apresenta publicações desde 1992, enquanto que as áreas de Engenharias e Ciências da Saúde

apresentaram publicações a partir de 1997. Para a área de Ciências Naturais, nas bases pesquisadas, encontrou-se a primeira publicação em 1999. A área de Ciências Exatas apresentou suas publicações sobre este tema a partir de 2003. Recentemente, em 2012, observou-se uma publicação na área de ciências sociais, indicando uma expansão de áreas na investigação de métodos de combinação de previsões observando a correlação entre os erros.

Visualiza-se ainda, na Figura 3, escassez de publicações relacionando combinação de previsões e correlação entre os erros nos períodos final da década de 1980, década de 1990 e inicial da década de 2000. Durante estes períodos houve poucas publicações, ficando clara a retomada de interesse dos autores em publicações deste tema a partir da metade da década de 2000.

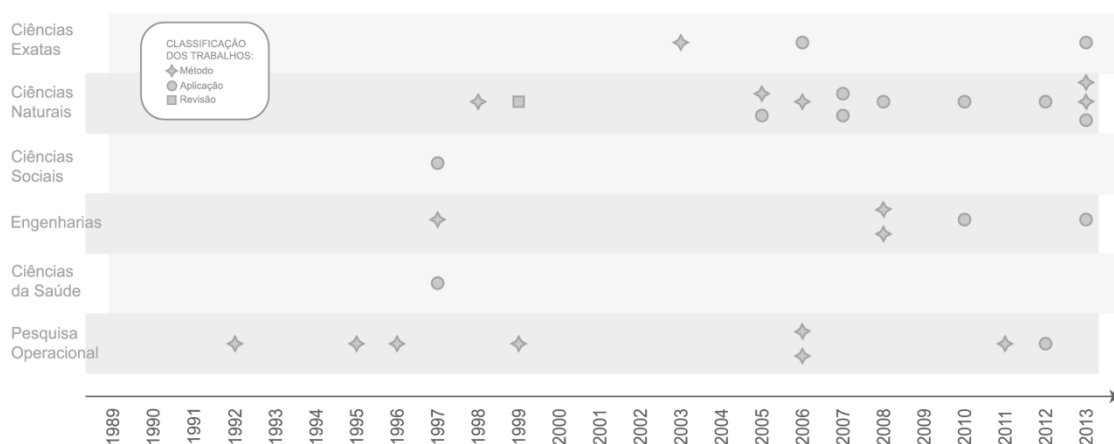


Figura 3. Linha do tempo

Os artigos considerados neste estudo com a abordagem classificada como método estão presentes nas áreas de Ciências Exatas, Ciências Naturais, Engenharia e Pesquisa Operacional. Observando estes 16 artigos, verificou-se que os autores utilizam com maior frequência as seguintes teorias: Rede Neural Artificial (RNA), Mínimos Quadrados, Regressão Linear e Correlação Linear. De acordo com estudo apresentado por Paliwal & Kumar (2009), algumas das técnicas estatísticas tradicionais comumente usadas e aplicadas para a previsão são regressão múltipla e regressão logística, mais recentemente, a RNA tem sido utilizada como uma alternativa a estas técnicas. A Figura 4 apresenta uma breve descrição sobre a teoria utilizada em cada artigo e como elas se desenvolvem, além de apresentar os métodos e técnicas utilizados.

Área	Autores	Descrição	Métodos e Técnicas
Ciências Exatas	Guerrero e Peña (2003)	Este artigo apresenta um conjunto de dados de duas fontes, a fim de melhorar a eficiência de preditores no contexto da análise de séries temporais múltiplas. Para isso, utilizou-se MQG e Regra de Combinação, que leva em conta a possibilidade de correlação entre as previsões e polarização. Várias aplicações são apresentadas de acordo com a natureza das limitações lineares impostas pelos dados. Um exemplo empírico foi usado para ilustrar a utilidade deste processo na prática inferencial.	Mínimos quadrados generalizados, Regras de Combinação.
	Chetan e Sudheer (2006)	Este modelo utiliza a camada oculta de um modelo RNA para ser projetado com uma combinação de neurônios lineares e não lineares. Ele foi desenvolvido para prever o fluxo do rio da bacia Kolar, na Índia.	RNA
Ciências Naturais	Yun, Stefanova, Mitra, Vijaya Kumar, Dewar e Krishnamurti (2005)	Inicialmente, na abordagem superensemble, as diferentes previsões do modelo são combinadas estatisticamente por meio de regressão linear múltipla. O algoritmo obtido, utiliza funções ortogonais empíricas para a construção de um Multimodelo Ensemble ou Superensemble. Este modelo é apresentado como uma alternativa para a previsão sazonal.	Regressão linear múltipla, Multimodelo Ensemble ou Superensemble.
	Wu, Zheng, Wang, Zhang, Liang e Li (2013)	Apresenta-se uma reestruturação da matriz de covariância dos erros previsão utilizando tamanho limitado do conjunto e erro do modelo. Um processo adaptativo combinado com a segunda ordem do método dos mínimos quadrados é aplicado para estimar a previsão inflacionada e as matrizes de covariância de erro de observação ajustados. Esta proposta foi testada no modelo de Lorenz-96, que está associado com os sistemas de observação espacialmente correlacionados.	Mínimos Quadrados, Matriz de Covariâncias.
	Voronin e Parlanen (2013)	A proposta combina transformação wavelets, modelos ARIMA e RNA. As variáveis no domínio do tempo e domínio wavelet são considerados no conjunto de informações para preço e demanda. O melhor conjunto de entrada é selecionado por análise de correlação em etapas, obtendo um modelo que prevê demanda de energia elétrica e preço. O método é aplicado em dados do mercado de energia finlandesa.	Trasnformação Wavelet, ARIMA, RNA, Análise de Correlação
	Thacker (1999)	Este artigo descreve uma abordagem para substituir as muitas variáveis do modelo de alta resolução por um número pequeno de combinações lineares que representam a maior parte da variabilidade em um determinado momento no futuro usando combinações lineares de componentes principais. A abordagem foi aplicada em um modelo de previsão para a circulação no Golfo de St. Lawrence.	ACP
	Stewart, Dance e Nichols (2006)	Este artigo descreve três abordagens para o tratamento de correlações de erro de observações, quantificação da perda de conteúdo de informação quando ignorada as correlações de erro, usando estruturas de matriz diagonal simplificado e utilizando estruturas propostas por Fisher. Para um conjunto de dados idealizado, o conteúdo de informação sob cada pressuposto simplificado é comparado com a correlação sob especificação correta.	Assimilação de dados, Matriz de Covariâncias, Estrutura de Fischer
Engenharia	Mancarella, Babovic, Keijzer e Simone (2008)	Este artigo apresenta uma alternativa para as técnicas de assimilação de dados do tipo filtro de Kalman. Uma técnica mais simples e rápida de assimilação de dados que explora as correlações inter-modelo para distribuir os erros previstos. Para testar o desempenho do sistema, um modelo determinístico de uma baía artificial foi construído e gerido por simulações.	Filtro de Kalman, Assimilação de dados, Modelos determinísticos.
	Ridley (1997)	Uma teoria para estimar pesos para combinar previsões antitéticas apresenta-se neste estudo. Séries antitéticas são geradas por uma transformação aplicada à série original. Os valores são combinados por uma projeção linear da série original na série antitética, de modo que os valores ajustados originais e antitéticos têm erros correlacionados negativamente. Os pesos foram testados por simulação de séries.	Projeção Linear, Análise de Correlação, Combinação Antitética.
	Cang (2011)	Este artigo propõe um método de combinação não-linear combinação redes neurais perceptron multicamadas (MLPNN), que pode mapear a relação não linear entre entradas e saídas. Este método foi testado com dados do turismo para chegadas trimestrais do Reino Unido.	RNA
Pesquisa Operacional	Ridley (1995)	Este artigo apresenta um resumo da teoria para previsão antitética. Uma previsão inicial é combinada com outra previsão, produzida a partir de uma série antitética à série original. As previsões são combinadas por projeção linear da série antitética na série original, de modo que as previsões tenham erros correlacionados negativamente. A teoria foi testada por meio de testes empíricos e comparações. O método foi aplicado a série de taxa de compra de TV a cores, com peso 0,5 para cada previsão.	Projeção Linear, Análise de Correlação, Combinação Antitética.
	Mostaghimi (1996)	A metodologia proposta utiliza combinação de máximo verossimilhança das previsões o que resulta em combinação linear ponderada das previsões individuais, onde os pesos são uma função da ordem de classificação das previsões, dos coeficientes de correlação entre as previsões e das medidas de entropia entre previsões individuais e valores reais. O método foi aplicado para prever preços de suíno em EUA.	Máximo Verossimilhança, Análise de Correlação.
	Freitas e Rodrigues (2006)	Este artigo usa a combinação de modelos preditivos neurais ou previsões baseadas em neurais. A abordagem proposta considera redes de função de base radial de Gauss. Apresenta também, uma extensão ao quadro habitual para combinar linearmente previsões, para casos com erros de previsão correlacionados. A metodologia de pré-filtragem é proposta como solução para problemas levantados por séries temporais fortemente não-estacionárias. O método foi aplicado em nove séries simuladas.	RNA, Modelo de redes de Gauss FBR.
	Gunter e Aksu (1989)	Este artigo introduz o conceito de combinações de N-passos de previsões que envolve a combinação de previsões combinadas obtidos a partir de diferentes processos de combinações utilizadas na etapa anterior. O método foi testado em série trimestral do PIB.	Combinação OLS, ARCH, Combinação por Regressão.
	Ridley (1999)	Neste estudo Ridley apresentou, a combinação de previsões global antitética, uma teoria para estimar os pesos ideais para combinar previsões antitéticas que são obtidos a partir de log-normal (ou normal) dados históricos. A teoria foi testada em série de dados simulados.	Dados Lognormal ou Normal, Combinação Antitética.
	Cain, Law e Peel (1992)	O objetivo é sugerir que duas transformações não-lineares simples, o valor máximo ou mínimo de uma série de previsões, devem ser considerados como previsões (adicionais) na combinação. Esta sugestão foi avaliada em um conjunto de previsões de três séries trimestrais de preços do suíno e previsões da mudança semanal na oferta de dinheiro, obtido a partir do Mercado Monetário de San Francisco.	ARIMA, Combinação por Regressão.

Figura 4. Descrição de artigos classificados como método



## 2.5 CONCLUSÕES

A revisão apresentada incluiu a busca por palavras-chave em diferentes bases de dados de periódicos, sendo obtidos 141 itens. Os resultados duplicados foram eliminados, restando 72 estudos. Depois de verificar o conteúdo apresentado nos artigos, descartaram-se os que não abordavam o tema de interesse da presente pesquisa, resultando nos 32 artigos que compõem este estudo.

Nesses estudos, houve diversidade de autores. Entre os 91 autores identificados, apenas quatro tinham mais de uma publicação sobre o tema. Dos 4 autores que publicaram mais de um artigo, apenas um apresentou um novo método, sendo o único autor de seus artigos. Enquanto os outros três autores apresentaram duas obras conjuntas com enfoque em ciências naturais. Estes resultados impossibilitam a identificação de um grupo de pesquisa especializado em combinação de previsões com enfoque em erros correlacionados.

Sobre a abordagem dos artigos observados, apenas um apresentava uma revisão da literatura sobre a aplicação de métodos, os restantes abordavam métodos (16) e aplicações (15). Observando essas abordagens relacionadas com a linha do tempo, pode-se perceber uma carência de publicações na década de 1990 e a retomada de estudos a partir de meados dos anos 2000. Também se observou concentração de estudos na área de conhecimento de Ciências Naturais, especialmente em estudos de aplicação dos métodos de combinação.

O número de artigos encontrados na revisão abordando o tema é relativamente baixo, focados principalmente em aplicações e seus desdobramentos ou na proposta de métodos. Alguns destes métodos propostos apresentam a correlação entre os erros na descrição de sua modelagem, porém sem preocupação sobre quais técnicas individuais combinar. Existem poucas publicações em periódicos relacionados com as áreas de Ciências da Saúde, Sociais e Exatas, bem como outras áreas do conhecimento que não foram detectados por esta pesquisa. Em estudos posteriores, podem-se identificar as motivações relacionadas ao crescimento da aplicação de métodos de combinação, em especial na área de Ciências Naturais.

### **Agradecimentos**

Este trabalho foi apoiado pelo CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil.

## **REREFÊNCIAS**

- ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. v.26, 2011, p.870-886.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v.20, 1969, p.451-468.
- CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. The value of combining forecasts in inventory management: a case study in banking. **European Journal of Operational Research**. v.117, 1999, p.199-210.
- CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. Determining when to update the weights in combined forecasts for product demand: an application of the CUSUM technique. **European Journal of Operational Research**. v.153, 2004, p.757-768.
- CHEN, K. Combining linear and nonlinear model in forecasting tourism demand. **Expert Systems with Applications**. v.38, 2011, p.10368–10376.
- CLEMEN, R. T. Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v.5, 1989, p.559-583.
- COSTANTINI, C.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v.26, 2010, p.725-743.
- DEUTSCH, M.; GRANGER, C. W. J.; TERÄSVIRTA, J. W. The combination of forecasts using changing weights. **International Journal of Forecasting**. v.10, 1994, p.47-57.
- EGRIOGLU, E.; ALADAG, C. H.; YOLCU, U. Fuzzy time series forecasting with a novel hybrid approach combining fuzzy c-means and neural networks. **Expert Systems with Applications**. FUZZYSS11: 2nd International Fuzzy Systems Symposium 17-18 November 2011, Ankara, Turkey. v.40, 2013, p.854–857.
- ELLIOTT, G.; TIMMERMANN, A. Optimal forecast combination under regime switching. **International econometric review**. v.46, 2005, p.1081-1102.
- FLORES, B. E.; WHITE, E. M. Combining forecasts: why, when and how. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. v.8, 1989, p.2-5.
- GRANGER, C. W. J. Invited Review Combining Forecasts-Twenty Years Later. **Journal of Forecasting**. v.8, 1989, p.167-173.
- GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. Improved methods of forecasting. **Journal of Forecasting**. v.3, 1984, p.197-204.
- LOBO, G. J. Alternative methods of combining security analysts and statistical forecasts of annual corporate earnings. **International journal of forecasting**. v.7, 1991, p.57-63.

- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WINKLER, R. L. Averages of Forecasts: Some empirical results. **Management Science**. v. 29, 1983, p. 987-996.
- MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Forecast combination in industrial series: A comparison between individual forecasts and its combinations with and without correlated errors. **Expert Systems with Applications**. v. 39(13), 2012, p. 11479-11486.
- MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Comparação de previsões individuais e suas combinações: um estudo com séries industriais. **Production Journal**. v.24, n.3, 2014, p.618-627.
- NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General). v. 137, 1974, p. 131-165.
- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- PRUDÊNCIO, R. B. C.; LUDERMIR, T. B. Learning weights for linear combination of forecasting methods. **IEEE Computer Society, Proceedings...** 9th Brazilian Symposium on neural networks. 2006, p.113-118.
- SLACK, N.; CHAMBER, S.; HARLAND, C. HARRISON, A.; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. 2nd ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.
- TAYLOR, J. W.; BUNN, D. W. Investigating improvements in the accuracy of prediction intervals for combinations of forecasts: a simulation study. **International Journal of Forecasting**. v. 15, 1999, p. 325-339.
- TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. **Handbook of Economic Forecasting**. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- WANG, F.; CHANG, K. Adaptive neuro-fuzzy inference system for combined forecasts in a panel manufacturer. **Expert Systems with Applications**. v.37, 2010, p. 8119–8126.
- WALLIS, K. F. Combining forecasts – forty years later. **Applied Financial Economics**, v. 21, 2011, p. 33-41.
- WEBBY, R.; O’CONNOR, M. Judgmental and statistical time series forecasting: a review of the literature. **International Journal of Forecast**. v.12, 1996, p.91-118.
- WERNER, L. Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião. **Tese de Doutorado**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

YANG, Y. Combining forecasts procedures: Some theoretical results. **Econometric Theory**. v.20, 2004, p.176–190.

## REFERÊNCIAS DA REVISÃO SISTEMÁTICA

BACHER, P.; MADSEN, H.; NIELSEN, H. A.; PERERS, B. Short-term heat load forecasting for single family houses. **Energy and Buildings**. v.65, 2013, p.101-112.

CAIN, M., LAW, D.; PELL, D. A. The maximum and minimum of primary forecasts. **Journal of Forecasting**. v.11, 1992, p.711–718.

CANG, S. A non-linear tourism demand forecast combination model. **Tourism Economics**. v. 17, 2011, p.5-20.

CARVALHO, V. M.; HARVEY, A. C. Growth, cycles and convergence in US regional time series. **International Journal of Forecasting**. v.21, 2005, p.667-686.

CHETAN, M.; SUDHEER, K. P. A hybrid linear-neural model for river flow forecasting. **Water Resources Research**. v.42, 2006, p.1-14.

DOBLAS-REYES, F. J.; HAGEDORN, R.; PALMER T. N. The rationale behind the success of multi-model ensembles in seasonal forecasting – II. Calibration and combination. **TELLUS A**. v.57, 2005, p.234–252.

FREITAS, P. S. A.; RODRIGUES, A. Model combination in neural-based forecasting. **European Journal of Operational Research**. v.173, 2006, p.801-814.

GUERRERO, V. M.; PEÑA D. Combining multiple time series predictors: a useful inferential procedure. **Journal of Statistical Planning and Inference**. v.116, 2003, p.249-276.

GUNTER, S. I.; AKSU, C. N-step combinations of forecasts. **Journal of Forecasting**. v.8, 1989, p.253-267.

GUTIÉRREZ-ESTRADA, J. C.; SILVA, C.; YÁÑEZ, E.; RODRÍGUEZ, N.; PULIDO-CALVO, I. Monthly catch forecasting of anchovy *Engraulis ringens* in the north area of Chile: Non-linear univariate approach. **Fisheries Research**. v.86, 2007, p.188-200.

ISSLER, J. V.; RODRIGUES, C.; BURJACK, R. Using Common Features to Understand the Behavior of Metal-Commodity Prices and Forecast them at Different Horizons. **Journal of International Money and Finance**, In Press, 2013.

JEONG, D. I.; KIM, Y. Combining single-value streamflow forecasts – A review and guidelines for selecting techniques. **Journal of Hydrology**. v.377, 2009, p.284-299.

KEMALBAY, G.; KORKMAZOGLU, O. B. Effects of Multicollinearity on Electricity Consumption Forecasting using Partial Least Squares Regression. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**. v.62, 2012, p.1150-1154.

- KISI, O. Wavelet regression model for short-term streamflow forecasting. (2010). **Journal of Hydrology**. v.389, 2010, p.344-353.
- LEFEBVRE, M. A one- and two-dimensional generalized Pareto model for a river flow. **Applied Mathematical Modelling**. v.30, 2006, p.155-163.
- MANCARELLA, D., BABOVIC, V., KEIJZER, M. & SIMEONE, V. (2008). Data assimilation of forecasted errors in hydrodynamic models using inter-model correlations. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 56, 587–605.
- MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Forecast combination in industrial series: A comparison between individual forecasts and its combinations with and without correlated errors. **Expert Systems with Applications**. v.39, 2012, p.11479-11486.
- MCKEEN, S.; CHUNG, S, H.; WILCZAK, J.; GRELL, G.; DJALALOVA, I.; PECKHAM, S.; GONG, W.; BOUCHET, V.; MOFFET, R.; TANG, Y.; CARMICHAEL, G. R.; MATHUR, R.; YU, S. Evaluation of several PM2.5 forecast models using data collected during the ICARTT/NEAQS 2004 field study. **Journal of Geophysical Research: Atmospheres (1984–2012)**. v.112, 2007, p.1-20.
- MONACHE, L. D.; WILCZAK, J.; MCKEEN, S.; GRELL, G.; PAGOWSKI, M.; PECKHAM, S.; STULL, R.; MCHENRY, J.; MCQUEEN, J. A Kalman-filter bias correction method applied to deterministic, ensemble averaged and probabilistic forecasts of surface ozone. **TELLUS B**. v.60, 2008, p. 238–249.
- MOSTAGHIMI, M. Combining ranked mean value forecasts. **European Journal of Operational Research**. v.94, 1996, p.505-516.
- NGUYEN, H. T.; NABNEY, I. T. Short-term electricity demand and gas price forecasts using wavelet transforms and adaptive models. **Energy**. v.35, 2010, p.3674-3685.
- PILON, S.; TANDBERG, D. Neural network and linear regression models in residency selection. **The American Journal of Emergency Medicine**. v.15, 1997, p.361-364.
- RIDLEY, D. Combining global antithetic forecasts. **International Transactions in Operational Research**. v.2, 1995, p.387-398.
- RIDLEY, D. Optimal weights for combining antithetic forecasts. **Computers & Industrial Engineering**. v.32, 1997, p.371-381.
- RIDLEY, D. Optimal antithetic weights for lognormal time series forecasting. **Computers & Operations Research**. v.26, 1999, p.189-209.
- SALEHNIA, N.; FALAHI, M. A.; SEIFI, A.; ADELI, M. H. M. Forecasting natural gas spot prices with nonlinear modeling using Gamma test analysis. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**. v.14, 2013, p.238-249.
- STEWART, M.; DANCE, S. L.; NICHOLS, N. K. Correlated observation errors in data assimilation. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**. v.56, 2008, p.1521-1527.

THACKER, W. C. Principal predictors. **International Journal of Climatology**. v.19, 1999, p.821-834.

TIAN, D.; MARTINEZ, C. J. Comparison of two analog-based downscaling methods for regional reference evapotranspiration forecasts. **Journal of Hydrology**. v.475, 2012, p.350-364.

VORONIN, S.; PARTANEN, J. Forecasting electricity price and demand using a hybrid approach based on wavelet transform, ARIMA and neural networks. **International Journal of Energy Research**, In Press, 2013.

WU, G.; ZHENG, X.; WANG, L.; ZHANG, S.; LIANG, X.; LI, Y. A new structure for error covariance matrices and their adaptive estimation in EnKF assimilation. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**. v.139, 2013, p.795-804.

YUN, W. T.; STEFANOVA, L.; MITRA, A. K.; VIJAYA KUMAR, T. S. V.; DEWAR, W.; KRISHNAMURTI, T. N. A multi-model superensemble algorithm for seasonal climate prediction using DEMETER forecasts. **TELLUS A**. v.57, 2005, p.280-289.

### **3. ARTIGO 2 - ANÁLISE DE AGRUPAMENTO DOS ERROS DE PREVISÕES INDIVIDUAIS**

Um trabalho inicial deste artigo foi apresentado no XVI CLAIO/XLIV SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2012. A continuidade dos estudos deste artigo foi apresentada no ISF 2014 - *The 34th International Symposium on Forecasting - Economic Forecasting Past, Present and Future*, 2014, promovido pelo IIF- *International Institute of Forecasters*. A versão final será submetida a um periódico da área de previsões.

# **Análise de Agrupamento dos Erros de Previsões Individuais**

## **Resumo**

A combinação de previsões é um método conhecido para melhorar a precisão das previsões. No entanto, não há unanimidade dos pesquisadores a respeito quantas ou quais técnicas de previsão devem ser combinadas. Para colaborar com estas discussões, este trabalho apresentou uma análise sobre o comportamento das similaridades entre os erros nas previsões individuais. Este trabalho apresenta 15 previsões individuais distintas de uma série de índices alimentos. Após a obtenção das previsões individuais, uma análise de cluster foi aplicada com o objetivo de verificar os agrupamentos dessas previsões, com base nos erros gerados. O resultado dessa análise permitiu a identificação de três grupos, o que indica possíveis técnicas distintas quando se combinam previsões. Ao realizar combinações das previsões agrupadas, outro resultado indicou que quanto maior a correlação linear menor o ganho percentual na precisão da previsão.

**Palavras-chave:** Previsão, Resíduos, Análise de Agrupamentos.

## **Abstract**

The combination of forecasts is a method known for improves accuracy in forecasting. However, there is no unanimity of the researchers concerning how many and which forecasting techniques should be grouped. To collaborate with the discussions this paper showed an analysis about the behavior of the similarities of the errors in the individual forecasts. This paper presents 15 different individuals forecasts for a food index series. After the obtainment of the individual forecasts, a cluster analysis was applied aiming at verifying the clusters of those forecasts, based on the errors generated. The result of such analysis was the identification of three groups, which indicates possible distinct techniques when combining forecasts. To realize forecast combinations, other results indicated that as bigger the linear correlation as lowest the percentage gains in accuracy of forecast.

**Keywords:** Forecast, Residual, Cluster Analysis.



### 3.1 INTRODUÇÃO

A utilização de previsões mais precisas representa uma necessidade dos gestores que visam minimizar os riscos envolvidos nos processos de tomada de decisão. No entanto, a previsão é um processo que também envolve incerteza. A fim de reduzir os seus efeitos, são utilizadas diferentes técnicas de modelagem que diferem em termos de exatidão, objetivo, horizonte temporal e custos (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1988; ABRAHAM; LEDOLTER, 2005).

A avaliação de diferentes técnicas é necessária para identificar a previsão mais precisa. Para obter a previsão é possível usar técnicas qualitativas ou quantitativas. O estudo realizado por Fye et al. (2013) com mais de 300 previsões indicou que métodos quantitativos resultam em previsões mais precisas. Muitas vezes, o mesmo conjunto de dados é adequadamente modelado por diferentes técnicas matemáticas.

Armstrong (2001) afirma que, em caso de dúvida ao escolher a qual técnica de previsão individual utilizar, estas devem ser combinadas. A realização de uma única previsão com base nas características de séries temporais, coletados a partir de modelagens diferentes, representa um ganho em precisão. Essa abordagem é conhecida como combinação de previsões e foi apresentada pela primeira vez por Bates e Granger em 1969.

Combinar previsões é uma boa opção em comparação com as técnicas de previsão individuais combinadas, e é reconhecido como um dos métodos utilizados no intuito de reduzir os erros resultantes da previsão realizada (HIBON; EVGENIOU, 2005; COSTANTINI; PAPPALARDO, 2010). Estudos que abordam este assunto mostraram em seus resultados que as combinações de previsões apresentam precisão superior em relação às suas previsões individuais (CLEMEN, 1989; MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al., 2011; MARTINS; WERNER, 2012; ZHU et al., 2014).

A quantidade adequada de previsões individuais a compor os processos de combinação instiga debate entre alguns autores (TIMMERMANN, 2006; MAKRIDAKIS; HIBON, 2000). A identificação de quais técnicas de previsão individual devem ser combinadas, de modo a obter maior precisão, é outro tipo de estudo. Além disto, de acordo com Mackay; Metcalfe (2002), desde 1989, a principal proposta de estudos em combinação

de previsão tem sido sobre quais técnicas de previsão utilizar para combinar e como combinar estas. Para Armstrong (2001), cada técnica de previsão individual pode coletar diferentes particularidades de uma série, e com isso, no momento de realizar a previsão, comportamentos diferentes são apresentados. Conseqüentemente, a combinação dessas previsões pode incorporar características distintas das previsões, resultando em ganho na qualidade das previsões (ARMSTRONG, 2001; WERNER, 2005).

A fim de colaborar com os estudos supracitados, este trabalho tem como objetivo identificar e relacionar grupos de técnicas de previsão individuais de acordo com suas características de previsão. Uma forma de identificar grupos semelhantes é a aplicação da análise de cluster, considerado um processo importante nas áreas de engenharia, além de outras áreas de investigação (GÜNGÖR; ÜNLER, 2008). Neste estudo, é realizada uma análise de cluster, agrupando os resíduos gerados nas modelagens das previsões individuais. Espera-se com esta análise, com base em resultados matemáticos, identificar grupos distintos, compostos por técnicas com características de previsão semelhantes, que resultem em combinações de previsões mais acuradas, sem a necessidade de conhecimento empírico prévio do previsor sobre quais características são modeladas por cada técnica de previsão individual.

Os tópicos apresentados no restante deste artigo são descritos na sequência. A Seção 2 descreve as técnicas de previsão abordadas. Seção 3 apresenta o método utilizado para atingir os objetivos propostos. Os resultados da análise de cluster são discutidos na seção 4 e na seção final as conclusões deste estudo são apresentadas.

## **3.2 PREVISÕES INDIVIDUAIS E COMBINAÇÕES**

Uma breve descrição sobre cada técnica de previsão e método de combinação aplicados neste trabalho é apresentada na presente seção. A primeira técnica apresentada é o modelo ARIMA. Proposto por Box e Jenkins (1976), é uma das técnicas de previsão individuais mais utilizadas (XU, et al. 2010), e de acordo com Khashei e Bijari (2010), predomina em diversas áreas de previsão. Baseia-se no ajustamento autorregressivo integrado de médias móveis, ARIMA (p, d, q), para o conjunto de dados. As previsões realizadas para a

série de dados analisados com o modelo ARIMA (p, d, q) podem ser obtidas como descrito na Equação 4.

$$Z_{t+h} = \varphi Z_{t+h-1} + \dots + \varphi_{p+d} Z_{t+h-p-d} - \theta_1 \varepsilon_{t+h-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+h-q} + \varepsilon_{t+h} \quad \text{Equação (4)}$$

onde:  $\varphi_1(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d}$ , no qual  $B^n Z_t = Z_{t-n}$

A metodologia Box-Jenkins (1976) é uma das mais poderosas técnicas de previsão e pode ser utilizada para análises de diversos conjuntos de dados (CHRISTODOULOS, MICHALAKELIS, VAROUTAS, 2010). Esta técnica analisa a autocorrelação entre os valores da série de diferentes instantes sucessivos  $t$ . Ao observar os padrões de autocorrelação em geral, é possível identificar diferentes modelos ajustáveis para a mesma série de tempo (KHASHEI; BIJARI, 2010). Entre estes estão: autorregressivos de ordem  $p$  (AR), médias móveis de ordem  $q$  (MA), autorregressivo de médias móveis de ordem  $p, q$  (ARMA), e os modelos autorregressivos integrados de médias móveis sazonal, de ordem  $P, D, Q, p, d, q$ , (SARIMA). A modelagem ARMA é um modelo linear muito popular, mas é mais adequado quando a série de dados é estacionária (ZHU; WANG, 2014). A modelagem SARIMA é obtida considerando uma parte não sazonal (p, d, q) e uma sazonal (P, D, Q) no modelo. Chen e Wang (2007) descrevem a modelagem SARIMA como o modelo linear mais utilizado para a previsão de séries temporais sazonais.

A próxima técnica apresentada é modelo ARFIMA para processos de Memória Longa (ML). O fenômeno de ML foi descrito inicialmente em estudos empíricos de Climatologia e Hidrologia por Hurst (1951), em series de dados sobre os níveis do Rio Nilo. Posteriormente Hosking (1981), estruturou os operadores para diferenciação fracionária do modelo. Desde a década de 1980 os economistas perceberam que os processos de ML descrevem de modo bastante satisfatório o comportamento de dados econômicos e financeiros.

Um processo temporal de ML é caracterizado pela sua função de autocorrelação que, ao contrário dos processos de MC (Memória Curta) descritos nos modelos de Box-Jenkins, decresce hiperbolicamente para zero. Além disto, as autocorrelações da série original indicam que ela é não-estacionária enquanto que as da série diferenciada podem aparentar super-diferenciação (MORETTIN e TOLOI, 2006). Uma série de dados  $\{z_t\}$  é dita um processo ARFIMA (p,d,q) com  $d \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ , se satisfizer a Equação 5.

$$\phi(B)(1-B)^d Z_t = \theta(B)a_t \quad \text{Equação (5)}$$

onde:  $\{a_t\}$  é ruído branco,  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$  são polinômios em  $B$  de graus  $p$  e  $q$ , respectivamente. Se  $d \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  o processo é dito estacionário e invertível.

O modelo autorregressivo com heterocedasticidade condicional generalizada (GARCH), sugerido por Bollerslev (1986), é um modelo não-linear adequado para séries que apresentam a variância condicional (volatilidade) evoluindo no tempo. É uma generalização dos modelos ARCH propostos por Engle (1982). Utiliza um número menor de parâmetros para descrever a volatilidade (MORETTIN; TOLOI, 2006).

Segundo TSAY (2005), o modelo ARCH busca a estimação da variância dos retornos no qual a variância condicional é expressa como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. O modelo GARCH foi então introduzido de modo que a variância condicional dependa também do passado das próprias variâncias condicionais. As previsões de um modelo GARCH (p,q) podem ser obtidas utilizando métodos semelhantes aos de um modelo ARMA.

Proposto por Baillie, Bollerslev e Mikkelsen (1996), o modelo FIGARCH é dito ser um GARCH fracionadamente integrado, enquanto os modelos ARCH e GARCH capturam características de volatilidade em curto prazo, o modelo FIGARCH é adequado para modelar dados de volatilidade com longa dependência (ZIVOT; WANG, 2005). Um modelo FIGARCH (m, d, q) é gerado por meio da Equação 6.

$$b(L)\sigma_t^2 = \alpha + [b(L) - \phi(L)(1-L)^d]\varepsilon_t^2 \quad \text{Equação (6)}$$

onde:  $\sigma_t^2 = \alpha + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^2$ ,  $\phi(L)\varepsilon_t^2 = \alpha + b(L)u_t$  com  $u_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ ,  $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_m L^m$  e  $b(L) = 1 - b_1 L - b_2 L^2 - \dots - b_q L^q$  com  $m = \max(p, q)$  e  $\phi_i = \alpha_i + b_i$ .

Métodos de suavização exponencial estão entre os métodos de previsão mais utilizados no mundo dos negócios e da indústria desde 1950, quando foram apresentados (CHRISTODOULOS; MICHALAKELIS; VAROUTAS, 2011). Esta técnica considera os valores extremos da série temporal como uma representação de sua aleatoriedade e identifica um padrão básico, suavizando seus extremos. Estes métodos podem ser corretamente aplicados a série de dados que apresentam comportamento constante, com tendência ou sazonalidade (MORETTIN; TOLOI, 2006).

Séries de dados que apresentam um comportamento com poucas variações podem ser modeladas por Médias Móveis Simples (MMS), calculando a média aritmética simples das  $r$  observações mais recentes. Todas as previsões para os valores futuros, realizados através desta modelagem, são dadas pela última média móvel calculada, apresentando valores constantes. Outro método utilizado para a modelagem de série com poucas variações em seu comportamento é suavização exponencial simples (SES), que pode ser descrita como uma média ponderada que atribui pesos maiores para as observações mais recentes. Sua robustez e precisão resultaram em ampla utilização em aplicações onde a série temporal precisa de procedimentos automatizados (CHRISTODOULOS; MICHALAKELIS; VAROUTAS, 2011). A previsão dos valores futuros é dada pelo último valor suavizado exponencialmente.

As séries de dados que apresentam tendência linear positiva ou negativa podem ser modeladas pela Suavização Exponencial de Holt, suavizando o nível conforme Equação 7 e a tendência da série conforme Equação 8, com constantes distintas. As previsões de valores futuros, realizadas por meio desta modelagem são obtidas adicionando ao valor básico da série ( $\bar{Z}_t$ ) o valor da tendência ( $\hat{T}_t$ ) multiplicado ao número de passos à frente que se deseja prever ( $h$ ), apresentado na Equação 9.

$$\bar{Z}_t = \alpha Z_t + (1 - \alpha)(\bar{Z}_{t-1} + \hat{T}_{t-1}) \quad \text{Equação (7)}$$

$$\hat{T}_t = \beta(\bar{Z}_t + \bar{Z}_{t-1}) + (1 - \beta)\hat{T}_{t-1} \quad \text{Equação (8)}$$

$$\hat{Z}_t(h) = \bar{Z}_t + h\hat{T}_t \quad \text{Equação (9)}$$

onde:  $\bar{Z}_t$  é o valor do nível da série no instante  $t$ ,  $\hat{T}_t$  é o valor da tendência da série no instante  $t$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes de suavização,  $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $0 \leq \beta \leq 1$ ,  $t \geq 2$ ,  $h > 0$ .

A presença de um comportamento sazonal nas séries de dados a torna mais complexa e faz necessária a aplicação de outras formas de suavização. Tais séries podem ser modeladas através dos dois modelos de Suavização Exponencial Sazonal de Holt-Winters (HW): série sazonal aditiva e série sazonal multiplicativa, aplicados de acordo com o comportamento da série em relação a sua variabilidade, nos modelos sazonais aditivos a variabilidade da série é constante ao longo do tempo, enquanto que nos modelos sazonais multiplicativos a variabilidade da série ao longo do tempo pode ser crescente, decrescente ou oscilar entre

estes. Nos modelos de HW são utilizados três diferentes constantes de suavização, uma para cada componente da série: nível, tendência e sazonalidade.

O modelo de tendência linear (TL) é um modelo determinístico, utilizado em séries com característica de tendência, na qual  $\beta_0 + \beta_1 t$  são uma função linear dos parâmetros, cujas estimativas para  $\beta_0$  e  $\beta_1$  se atualizam a cada instante  $t$  (MORETTIN; TOLOI, 2006). O modelo de tendência quadrática (TQ) é uma alternativa aos modelos de tendência linear, no qual  $\beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$  representa uma função quadrática dos parâmetros.

O método ingênuo de previsão (Naive) é o modelo mais simples de previsão. Nesta técnica, a previsão futura é obtida com base na última observação relacionada no período temporal anterior. Observando-se os acontecimentos do período anterior ( $Z_t$ ) e assumindo-se a sua repetição no período futuro ( $Z_{t+1}$ ).

Com a disponibilidade de muitas propostas para realizar previsões individuais pode-se pensar em formas de utilizá-las de modo conjunto. A forma mais utilizada para combinar previsões é por meio da obtenção da média aritmética das previsões individuais (FLORES; WHITE, 1989; TAYLOR; BUNN, 1999; PONCELA, et al., 2011), mas esta forma de combinar não considera a variabilidade dos erros gerados nas previsões individuais, o que pode provocar distorções nos resultados.

O modelo de combinação conhecido como variância mínima, introduzido por Bates e Granger (1969) gera uma nova previsão pela combinação de duas previsões com pesos distintos. Este modelo utiliza, para a obtenção dos pesos de cada previsão individual na combinação, a variabilidade dos erros e a correlação linear entre estes. O modelo é descrito pela Equação 10.

$$F_C = wF_1 + (1 - w)F_2 \quad \text{Equação (10)}$$

onde:  $F_1$  e  $F_2$  são as previsões individuais e  $w = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$ , no qual  $\rho$  é o valor da correlação linear entre os erros das previsões individuais combinadas e  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são as medidas de desvio-padrão dos erros das previsões  $F_1$  e  $F_2$ .

### 3.3 PROCEDIMENTOS PARA MODELAGENS E AGRUPAMENTOS

Disponibilizada pela Associação Brasileira das Indústrias da Alimentação ABIA – Brasil e obtida no site do *ipeadata* ([www.ipeadata.gov.br](http://www.ipeadata.gov.br)), a série de dados utilizada neste estudo representa um índice de produção física de alimentos. A série possui 268 observações e os dados são disponibilizados com periodicidade mensal. As observações compreendem o período entre maio de 1988 e agosto de 2010. A base utilizada para calcular o índice é a média de produção física de alimentos de 1989.

Por meio do gráfico gerado da série temporal é possível identificar uma tendência de crescimento, no sentido de que o índice de produção aumenta ao longo do tempo. Outra característica que pode ser observada é a presença de sazonalidade. O índice registra valores mais baixos nos períodos climáticos de verão no Brasil, entre dezembro e março, e valores mais elevados em meses cujas temperaturas no país são mais baixas. Como tendência e sazonalidade são características comuns a inúmeras séries de dados, optou-se pela utilização da série descrita.

Inicialmente, os dados são modelados por meio de 15 técnicas de previsão diferentes. A seleção das técnicas foi realizada com base em pesquisa bibliográfica de estudos com base em combinação de previsões como *M3-Competition* (MAKRIDAKIS; HIBON, 2000), *NN5* e *NN3 forecasting competition* (LEMKE; GABRIS, 2010; ANDRAWIS et al.; 2011), nas quais se observou as técnicas individuais mais utilizadas. As técnicas de previsão aplicadas são: AR, MA, ARIMA, SARIMA, ARMA, ARFIMA, GARCH, FIGARCH, Média Móvel Simples (MMS), Suavização Exponencial Simples (SES), Holt, Holt-Winters (HW), Tendência Linear (TL), Tendência Quadrática (TQ) e Naive. A escolha dos parâmetros do modelo mais adequado é definida pelo *Akaike Information Criterion* (AIC) e pela medida de acuracidade *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), considerada por Goodwin e Lawton (1999) uma das medidas mais utilizadas quando objetiva-se a comparação de técnicas.

Na etapa seguinte, realiza-se o armazenamento das previsões geradas para a obtenção dos erros de previsão. Após a obtenção dos erros, os mesmos são dispostos em vetores e submetidos a uma análise de agrupamentos. A análise busca identificar a formação de possíveis grupos caracterizados por seus distanciamentos da série original em relação à previsão realizada.

A etapa final é apresentada de duas formas: Caso 1 - seleção das modelagens com melhor desempenho em cada grupo formado; e Caso 2 - a seleção das modelagens observadas na primeira fase de associação dos grupos. Estas técnicas são combinadas utilizando o método da variância mínima. Verifica-se nesta etapa se houve melhora na acuracidade ao combinar as técnicas de diferentes grupos, o que pode ser observado pela redução dos valores calculados para a medida MAPE, denominado doravante de ganho de acurácia.

As modelagens aplicadas são utilizadas apenas para a identificação do modelo, não contemplando, portanto a previsão no período de tempo  $t_{n+1}$ . As modelagens matemáticas e os procedimentos para a análise de agrupamentos são realizados com o auxílio dos softwares R-Project®, SPSS®, Minitab®, Matrixer® e, para arquivamento dos resultados, o Excel®.

### 3.4 MODELAGEM INDIVIDUAL E AGRUPAMENTOS

As modelagens individuais realizadas neste estudo foram aplicadas à série de dados de índice de produção física de alimentos, disponibilizada pela ABIA-Brasil. A Figura 5 apresenta a distribuição temporal dos dados, descrevendo o comportamento (mensal) da série ao longo dos anos. A visualização dos dados permite a identificação da presença de tendência e sazonalidade nesta série.

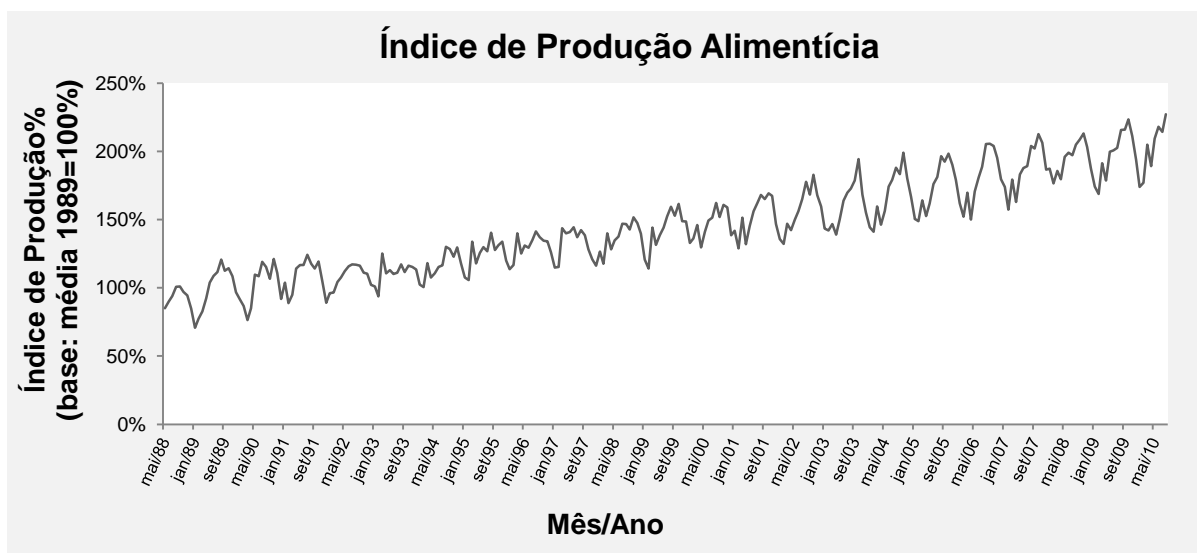


Figura 5. Série de índice de produção física de alimentos



A seleção dos parâmetros adequados para cada modelo preditivo foi realizada com base na qualidade do modelo gerado e no desempenho obtido pela modelagem. Com base na medida de acurácia MAPE é possível identificar na Tabela 2 quais técnicas de previsões apresentaram melhor ajuste a série de dados. Dentre as que apresentaram melhor ajuste estão técnicas mais consagradas na literatura como a modelagem SARIMA, MA e H-W. A normalidade dos resíduos das 15 modelagens obtidas foi verificada pelo teste Kolmogorov-Smirnov. Como resultado ao teste, não foi possível descartar a hipótese de normalidade dos resíduos de cada modelagem, ao nível de significância de 0,05.

Tabela 2. Técnicas de modelagem, software e acuracidade

Técnica de Previsão	MAPE	Software	Técnica de Previsão	MAPE	Software	Técnica de Previsão	MAPE	Software
AR	4,28	SPSS	GARCH	6,40	R-Project	SES	6,43	Minitab
MA	3,69	SPSS	TL	7,64	Minitab	MMS	6,68	Minitab
ARMA	3,94	SPSS	TQ	7,59	Minitab	Naive	6,48	R-Project
ARIMA	5,39	SPSS	Holt	6,42	SPSS	ARFIMA	4,58	Matrixer
SARIMA	3,23	SPSS	H-W	3,82	SPSS	FIGARCH	5,95	Matrixer

Para verificar semelhanças entre os erros de previsão das técnicas avaliadas, foi realizada a análise de agrupamentos (*cluster analysis*), que tem por objetivo identificar similaridades de observações ou variáveis, promovendo a conjunção destas de acordo com suas características, resultando em grupos com homogeneidade interna e heterogeneidade externa (HAIR, et al., 2005). Realizou-se a análise de agrupamentos com as distâncias computadas pelo método *Ward*, que busca juntar os dois agrupamentos cuja fusão dá origem à menor soma de quadrados dentro do agrupamento. Como medida da dissimilaridade dos grupos utilizou-se a distância euclidiana quadrada, que representa a soma das diferenças de quadrados entre os pares de valores. O objetivo desta análise é identificar de forma matemática, grupos de técnicas que possam ser consideradas como técnicas com características distintas no momento de combinar as previsões.

Os grupos formados podem ser observados na Figura 6, que apresenta o dendrograma gerado com base na estrutura de aglomeração da análise, podendo-se visualizar as técnicas individuais que se agruparam em cada *cluster*. Aplicando-se corte imaginário no ponto 5 da escala de distâncias (0 a 25), observa-se a formação de 3 grupos.

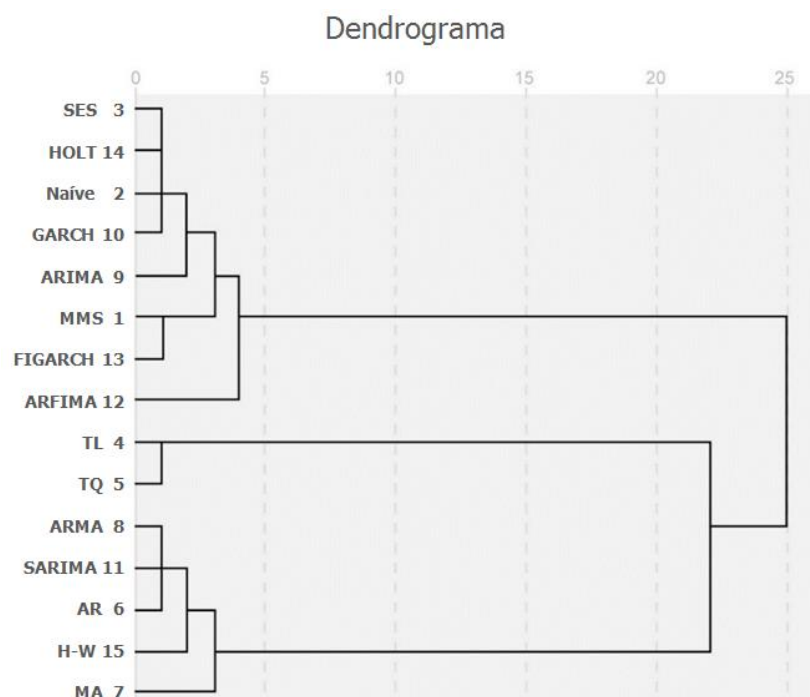


Figura 6. Dendrograma dos resíduos das previsões

Os grupos formados são apresentados na Tabela 3, em conjunto às medidas de acuracidade obtida para cada técnica de previsão. Percebe-se que os grupos estão claramente definidos por suas medidas MAPE, observadas nos resíduos. No grupo 2 concentraram-se as técnicas que realizam as modelagens com base na característica regressiva de tendência das séries. O grupo 3 reuniu as técnicas que apresentaram melhor ajuste, ao utilizar a medida MAPE. O grupo 1 reuniu as técnicas que normalmente são aplicadas para uma característica específica, formando um grupo com valores de MAPE intermediário.

Tabela 3. Grupos das técnicas de previsão

Grupo	Técnica de Previsão	MAPE	Grupo	Técnica de Previsão	MAPE
<b>1</b>	SES	6,43	<b>2</b>	TQ	7,64
	HOLT	6,42		TL	7,59
	NAIVE	6,48	<b>3</b>	ARMA	3,94
	GARCH	6,40		SARIMA	3,23
	ARIMA	5,39		AR	4,28
	MMS	6,68		H-W	3,82
	FIGARCH	5,95		MA	3,69
	ARFIMA	4,58			

Após a identificação dos grupos, realizou-se a combinação de previsões por meio do método de combinação por variância mínima, considerando a correlação entre os erros de duas previsões individuais de cada grupo. Verificou-se que o grupo 2 foi formado apenas por

2 técnicas sendo assim, a mesma quantidade de técnicas serão utilizadas nos demais grupos. Neste estudo são consideradas duas formas de aplicar a combinação aos grupos formados. No Caso 1 são utilizadas as duas técnicas mais acuradas em cada grupo e no Caso 2 se combinam as duas técnicas presentes na primeira fase de associação na análise agrupamentos. Estas técnicas são combinadas em pares pelo método de combinação por variância mínima. O intuito desta análise é verificar o ganho de acurácia quando se combinam técnicas com diferentes características. A seleção das duas técnicas em cada grupo, de acordo com o Caso, é apresentada na Figura 7.



Figura 7. Técnicas selecionadas para combinação em cada grupo

Uma previsão é considerada de qualidade preditiva superior à outra quando, ao utilizar a medida MAPE, sua medida apresenta menor valor em termos numéricos. Quando a previsão combinada obtida fornece um valor menor para a medida de acuracidade, obtém-se um ganho na qualidade da previsão, que neste estudo são apresentados em percentual. A apresentação, neste estudo, em valores negativos de percentual indica ganho na acurácia das previsões combinadas em relação às suas previsões individuais. Os resultados dos Casos 1 e 2 são apresentados na Tabela 4, separados em duas partes. As técnicas de previsões individuais combinadas são apresentadas com medida de acurácia MAPE descrita ao lado, a coluna MAPE mostra a medida obtida na combinação das previsões individuais, os valores de ganho para a pior e para a melhor técnica individual combinada são apresentados nas colunas seguintes, assim como a medida da correlação linear. Assim, para exemplificar, considerando-se o Caso 1, ao combinar as técnicas ARIMA do grupo 1 (MAPE 5,39) e TL do grupo 2 (MAPE 7,64), gera-se uma nova previsão combinada (MAPE 5,38). A modelagem da previsão combinada apresentou redução da medida MAPE de 29,58% quando comparada com a técnica individual TL (a pior técnica individual na combinação) e redução de 0,19% quando comparada com a técnica individual ARIMA (melhor técnica individual na combinação). A correlação linear observada entre os erros destas técnicas de previsão individual é 0,61.

Tabela 4. Técnicas Combinadas – Caso1 e Caso2

Caso 1 - Técnicas mais acuradas em cada grupo	Técnicas Combinadas entre grupos		Ganho % comparado a pior técnica	Ganho % comparado a melhor técnica	$\rho$
	Técnicas base para obter a Combinação por Variância Mínima (MAPE Individual)	MAPE da Combinação			
	1-ARIMA (5,39)	2-TL (7,64)	5,38	-29,58	-0,19
1-ARIMA (5,39)	2-TQ (7,59)	5,35	-29,51	-0,74	0,61
1-ARIMA (5,39)	3-SARIMA (3,23)	3,22	-40,26	-0,31	0,51
1-ARIMA (5,39)	3- MA (3,69)	3,50	-35,06	-5,15	0,49
1-ARFIMA (4,58)	2-TL (7,64)	4,61	-39,66	+0,66	0,53
1-ARFIMA (4,58)	2-TQ (7,59)	4,61	-39,26	+0,66	0,54
1-ARFIMA (4,58)	3-SARIMA (3,23)	3,18	-30,57	-1,55	0,50
1-ARFIMA (4,58)	3- MA (3,69)	3,38	-26,20	-8,40	0,43
2-TL (7,64)	3-SARIMA (3,23)	3,23	-57,72	0,00	0,43
2-TL (7,64)	3- MA (3,69)	3,46	-54,71	-6,23	0,23
2-TQ (7,59)	3-SARIMA (3,23)	3,23	-57,44	0,00	0,41
2-TQ (7,59)	3- MA (3,69)	3,47	-54,28	-5,96	0,27
Técnicas Combinadas dentro dos grupos		Ganho % comparado a pior técnica	Ganho % comparado a melhor técnica	$\rho$	
Técnicas base para obter a Combinação por Variância Mínima (MAPE Individual)	MAPE da Combinação				
1-ARIMA (5,39)	1-ARFIMA (4,56)	4,59	-14,84	+0,22	0,87
2-TL (7,64)	2-TQ (7,59)	7,59	-0,65	0,00	0,98
3- MA (3,67)	3-SARIMA (3,23)	3,07	-16,35	-4,95	0,64

Caso 2 - Técnicas do 1º estágio de agrupamento	Técnicas Combinadas entre grupos		Ganho % comparado a pior técnica	Ganho % comparado a melhor técnica	$\rho$
	Técnicas base para obter a Combinação por Variância Mínima (MAPE Individual)	MAPE da Combinação			
	1-SES (6,44)	2-TL (7,64)	5,96	-28,19	-8,05
1-SES (6,44)	2-TQ (7,59)	5,94	-27,78	-8,42	0,49
1-SES (6,44)	3-SARIMA (3,23)	3,23	-99,38	0,00	0,47
1-SES (6,44)	3- ARMA (3,94)	3,72	-73,12	-5,91	0,55
1-HOLT (6,42)	2-TL (7,64)	5,91	-29,27	-8,63	0,48
1-HOLT (6,42)	2-TQ (7,59)	5,90	-28,64	-8,81	0,48
1-HOLT (6,42)	3-SARIMA (3,23)	3,24	-98,15	+0,31	0,47
1-HOLT (6,42)	3- ARMA (3,94)	4,07	-57,74	+3,19	0,43
2-TL (7,64)	3-SARIMA (3,23)	3,24	-135,80	+0,31	0,44
2-TL (7,64)	3- ARMA (3,94)	4,03	-89,58	+2,23	0,38
2-TQ (7,59)	3-SARIMA (3,23)	3,23	-134,98	0,00	0,41
2-TQ (7,59)	3- ARMA (3,94)	4,03	-88,34	+2,23	0,39
Técnicas Combinadas dentro dos grupos		Ganho % comparado a pior técnica	Ganho % comparado a melhor técnica	$\rho$	
Técnicas base para obter a Combinação por Variância Mínima (MAPE Individual)	MAPE da Combinação				
1-SES (6,44)	1-HOLT (6,42)	6,45	0,16	0,47	0,99
2-TL (7,64)	2-TQ (7,59)	7,59	-0,66	0,00	0,98
3-SARIMA (3,23)	3- ARMA (3,94)	3,42	-15,20	5,56	0,93

\* Valores positivos no % redução, indica que o modelo resultou em piora na acurácia da técnica individual.

Ao comparar os valores da medida MAPE das combinações com as suas previsões individuais, considerando a combinação entre grupos distintos, é possível identificar ganho na acuracidade em 83,3% das combinações em relação às técnicas individuais para o Caso 1 e da mesma maneira quando se observa as técnicas do Caso 2, o ganho de acurácia ocorre em 70,8% das combinações. Em 8,3% das técnicas individuais, a medida MAPE permanece a mesma em relação à melhor técnica de previsão individual, portanto, sem registrar ganhos ou perdas nos dois Casos. Houve melhora em relação a todas as técnicas individuais ao se observar somente a pior técnica envolvida na combinação com técnicas de grupos distintos.

Em 8,33% das técnicas de previsões entre grupos do Caso 1 e 20,83% do Caso 2, é possível verificar que a combinação não foi efetiva se comparada com uma das técnicas de previsão individual, com um aumento na medida MAPE. O aumento registrado foi menor que 4% e na maioria destes casos, a combinação foi realizada com técnicas do grupo dois, que registraram as piores medidas de acuracidade e não são indicadas para captar as características de sazonalidade, presentes na série modelada. As previsões individuais que apresentaram melhor acuracidade nos casos analisados foram SARIMA, ARMA e MA, todas do grupo três.

Ao combinar as técnicas dentro cada grupo do Caso 1, apesar da melhor medida MAPE ter sido observada na combinação entre SARIMA e MA, é possível ver que os três percentuais de redução na pior medida de acuracidade combinada são menos expressivos quando comparado com as combinações realizadas entre os grupos. No Caso 2, a medida MAPE apresentou redução para apenas duas técnicas de previsão individual. Quanto ao percentual referente à melhor técnica de previsão individual, apenas o SARIMA no Caso 1, teve redução na medida de acuracidade.

Nessas combinações (Casos 1 e 2), também foi possível ver a ocorrência de maiores valores de correlação entre os erros das previsões individuais. Além disso, uma única combinação não melhorou a precisão de nenhuma das suas técnicas individuais, nesta combinação verificou-se o maior valor de correlação entre os erros, no Caso 2. Estas medidas podem ser observadas na Figura 8 para o Caso 1 e na Figura 9 para o Caso 2. A Figura 8 e a Figura 9 apresentam a relação da correlação entre os erros e o percentual de redução da medida MAPE para a pior e a melhor técnica envolvida na combinação. Estas figuras indicam que, quanto maior a redução da medida MAPE, menor o valor da correlação entre os erros das previsões individuais para a pior técnica envolvida na combinação.

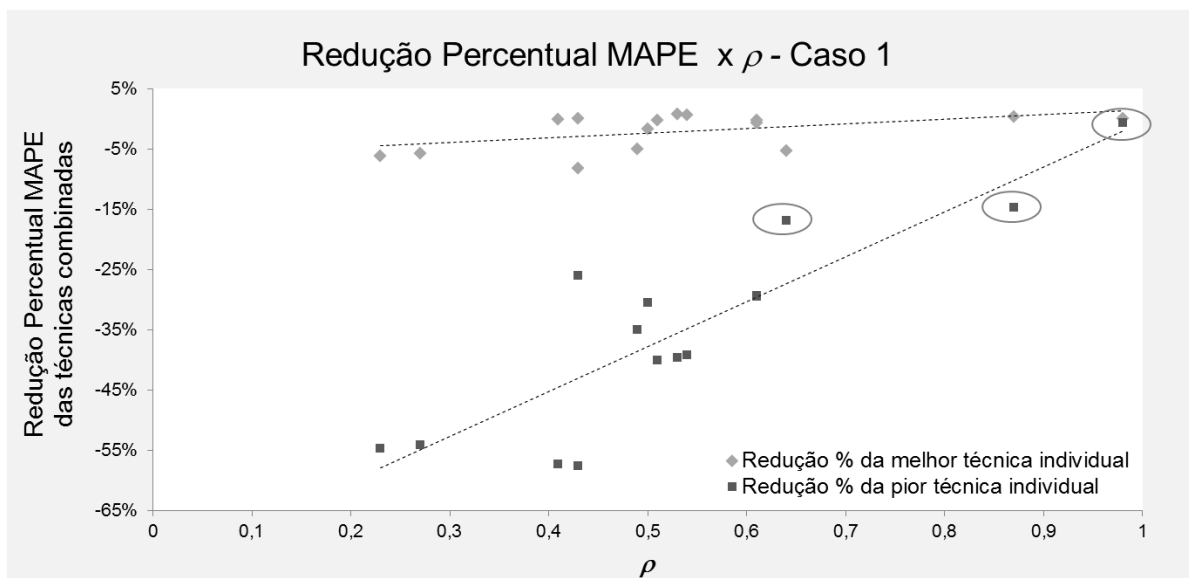


Figura 8. Redução percentual na medida MAPE X  $\rho$  - Caso 1

A alta correlação dos resíduos nas técnicas combinadas dentro de cada cluster pode ser justificada pela similaridade de comportamento destas ao modelar a série de dados, por captarem características semelhantes da série de dados. Para as melhores técnicas envolvidas nas combinações, a relação entre correlação e redução percentual da medida de acuracidade é menos expressiva, uma vez que o ganho percentual na medida MAPE da combinação é menor que para a pior técnica.

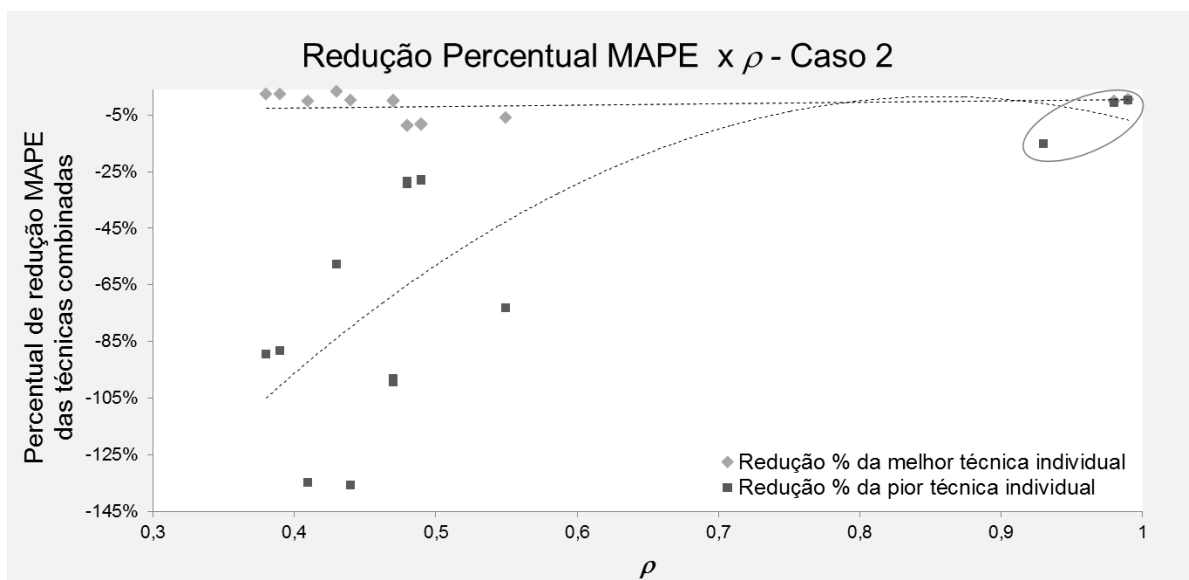


Figura 9. Redução percentual na medida MAPE X  $\rho$  - Caso 2

### 3.5 CONCLUSÕES

A utilização do método de análise de agrupamentos aplicado com enfoque em erros gerados por previsões individuais representa uma oportunidade de verificar similaridades entre as características preditivas das técnicas de previsão. O agrupamento de técnicas de previsão por meio de seus erros gerados, abordado neste estudo, possibilitou a identificação de grupos com características distintas de modelos preditivos.

Uma combinação de previsões foi realizada por meio do método da variância mínima, utilizando como critério as previsões alocadas em diferentes grupos. A comparação das medidas MAPE das previsões individuais com suas combinações entre os grupos mostra que houve redução desta medida de forma mais acentuada quando foram utilizadas as técnicas individuais dos grupos distintos, tanto no caso 1 como no caso 2. Ao comparar a combinação realizada com técnicas de grupos distintos, com a combinação de técnicas do mesmo grupo, foi possível observar que as técnicas com maiores valores de correlação entre os resíduos registraram menor ganho percentual na medida MAPE. Estes resultados indicam que a Análise de Agrupamentos pode ser eficiente quando o objetivo é identificar o quanto as técnicas individuais são distintas em relação às características coletadas na modelagem.

Os resultados encontrados neste estudo de agrupamentos estão restritos a um número limitado de previsões e foram obtidos com aplicação em apenas uma série de dados com características de tendência e sazonalidade. Sugere-se que este estudo seja replicado com série simulada e com a inclusão de outras técnicas de previsão. A verificação por meio de outros métodos de combinação também é sugerida. Além disso, a relação da medida de correlação com a acurácia das previsões, encontrada neste estudo, acena com a possibilidade de realizar outros estudos abordando este aspecto no momento de combinar as previsões individuais.

### REFERÊNCIAS

ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical Methods for Forecasting**. John Wiley & Sons, New York, 2005.

ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. v.26, 2011, p.870-886.

ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Forecast combinations of computational intelligence and linear models for the NN5 time series forecasting competition. **International journal of forecasting**. v.27, 2011, p.672-688.

ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.

BAILLIE, R.T.; BOLLERSLEV, T.; MIKKELSEN, H.-O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**. v.74(1), 1996, p.3-30.

BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v.20, 1969, p.451-468.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**. v.31(3), 1986, p.307-327.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G.M. **Time series analysis: Forecasting and Control**. San Francisco: Holden-Day, 1976.

BRASIL, INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA, IPEADATA. **Produção física de alimentos - índice (média 1989 = 100)**. <http://www.ipeadata.gov.br>. Acesso em 20 de março de 2012.

CHEN, K.Y.; WANG, C.H. A hybrid SARIMA and support vector machines in forecasting the production values of the machinery industry in Taiwan. **Expert Systems with Applications**. v.32(1), 2007, p.254-264.

CHRISTODOULOS, C.; MICHALAKELIS, C.; VAROUTAS, D. Forecasting with limited data: Combining ARIMA and diffusion models. **Technological Forecasting and Social Change**. v.77(4), 2010, p.558-565.

CHRISTODOULOS, C.; MICHALAKELIS, C.; VAROUTAS, D. On the combination of exponential smoothing and diffusion forecasts: An application to broadband diffusion in the OECD area. **Technological Forecasting and Social Change**. v.78(1), 2011, p. 558-565.

CLEMEN, R. T. Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v.5, 1989, p.559-583.

COSTANTINI, C.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v.26(4), 2010, p.725-743.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U. K. Inflation. **Econometrical**. v.50, 1982, p.987-1008.



- FLORES, B. E. & WHITE, E. M. Combining forecasts: why, when and how. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Vol. 8, n.3, 1989, p. 2-5.
- FYE, S. R.; CHARBONNEAU, S. M.; HAY, J. W.; MULLINS, C. A. An examination of factors affecting accuracy in technology forecasts. **Technological Forecasting and Social Change**. v.80(6), 2013, p.1222-1231.
- GOODWIN, P.; LAWTON, R. On the asymmetry of the symmetric MAPE. **International journal of forecasting**. v. 15, 1999, p. 405-408.
- GÜNGÖR, Z. ; ÜNLER, A. K-harmonic means data clustering with simulated annealing heuristic. **Applied Mathematical and Computation**. v.184, 2007, p.199-209.
- GÜNGÖR, Z.; ÜNLER, A. K-Harmonic means data clustering with tabu-search method, **Applied Mathematical Modelling**, v.32, 2008, p.1115-1125.
- HAIR JR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAN, R. L.; BLACK, W. C. **Análise multivariada de dados**. 5ed. Porto Alegre: Bookman, 2005, 593 p.
- HIBON, M.; EVGENIOU, T. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International journal of forecasting**. v. 21, 2005, p. 15-24.
- HOSKING, J. R. M. Fractional differencing. **Biometrika**, v.68(1), 1981, p.165-176.
- HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs, **Transactions of the American Society of Civil Engineers**. v.116, 1951, p.770-799.
- KHASHEI, M.; BIJARI, M. An artificial neural network (p, d, q) model for time series forecasting. **Expert Systems with Applications**. v.37(1), 2010, p.479-489.
- LEMKE, C.; GABRYS, B. Meta-learning for time series forecasting and forecast combination. **Neurocomputing**. v. 73 (10-12), 2010, p. 2006-2016.
- MACKAY, M.M.; METCALFE, M. Multiple method forecasts for discontinuous innovations. **Technological Forecasting and Social Change**. v.69(3), 2002, p.221-232.
- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. **Forecasting: methods and applications**. 3 ed., USA: Wiley, 1998.
- MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Forecast combination in industrial series: A comparison between individual forecasts and its combinations with and without correlated errors. **Expert Systems with Applications**. v. 39(13), 2012, p. 11479-11486.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2ed. rev. Ampl., São Paulo: EdgardBlücher, 2006.

- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- PONCELA, P.; RODRÍGUES, J.; SÁNCHEZ-MANGAS, R.; SERNA, E. Forecast combination through dimension reduction techniques. **International Journal of Forecasting**. v. 27, 2011, p. 224-237.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.
- TAYLOR, J. W.; BUNN, D. W. Investigating improvements in the accuracy of prediction intervals for combinations of forecasts: a simulation study. **International Journal of Forecasting**. v. 15, 1999, p. 325-339.
- TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. *Handbook of Economic Forecasting*. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- TSAY, R. S. **Analysis of Financial Time Series**. 2ed., Hoboken, New Jersey:John Wiley & Sons, 2005.
- WERNER, L. Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião. **Tese de Doutorado**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.
- XU, X.; QI, Y.; HUA, Z. Forecasting demand of commodities after natural disasters. **Expert Systems with Applications**. v.37(6), 2010, p.4313-4317.
- ZHU, L.; WANG, Y.; FAN, Q. MODWT-ARMA model for time series prediction. **Applied Mathematical Modelling**. v.38, 2014, p.1859-1865.
- ZIVOT, E.; WANG, J. **Modelling Financial Time Series with S-PLUS®**. 2 ed., New York: Springer, 2006.

#### **4. ARTIGO 3 - SELEÇÃO E COMBINAÇÃO DE TÉCNICAS DE PREVISÃO VIA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS**

A versão final será submetida ao *International Journal of Forecasting*.

# Seleção e Combinação de Técnicas de Previsão via Análise de Componentes Principais

## Resumo

Combinar previsões individuais é uma das práticas utilizada no intuito de obter melhores resultados preditivos. A identificação de quais ou quantas técnicas de previsão individual devem ser combinadas - de forma que resulte em uma previsão mais acurada - é objeto de constantes estudos comparativos e também de proposição de métodos de combinação. Estes estudos indicam que ignorar a correlação linear existente entre os erros das previsões individuais pode resultar em previsões de menor acuracidade. Neste trabalho é proposta uma sistemática para seleção de técnicas de previsão individuais com a combinação realizada via ACP. A sistemática é baseada no formato “omita um por vez” e para a combinação são consideradas todas as componentes. Os resultados obtidos com a utilização da sistemática proposta apresentaram a seleção de técnicas individuais simples para compor a combinação (MMS, MA, Naive, Holt e H-W). De acordo com a medida MAPE, os resultados indicaram melhora na acurácia da previsão obtida, inclusive para passos à frente.

**Palavras-chave:** Combinação de Previsões, Seleção de Técnicas, Análise de Componentes Principais.

## Abstract

Combine individual forecasts is one of the practice used in the intention to obtain the best predictive results. The identification of how many or which individual forecasts techniques should be combined, so that results in forecasts more accurate, is the objective of constants comparative studies and preposition of the combination methods. These studies indicate that ignoring the linear correlation between the errors of individual forecasts can result in lower estimates of accuracy. This study proposes a systematic of selection individual forecast techniques with the combination performed by PCA. The systematic is based on the structure “omit one at a time” and all PCA components are considered in the forecasts combination. The results obtained from the use of systematic proposal presented the selection of simple individual techniques to compose the combination (SMA, MA, Naive, Holt and HW).

According MAPE measure, the results indicated improvement in accuracy of forecasts, inclusive for steps ahead.

**Keywords:** Forecasts Combination, Technique selection, Principal Component Analysis.

## 4.1 INTRODUÇÃO

Quantidades consideráveis de publicações abordando previsões, sobretudo nos últimos anos, sugerem a importância deste tema em diversas áreas do conhecimento. A apresentação de novas técnicas e metodologias, em conjunto com a disponibilidade crescente de séries de dados em todos os setores da economia, tem incentivado a realização de modelagens matemáticas para obtenção de previsões. No entanto, nem sempre é clara a identificação de qual técnica de previsão é mais adequada para os dados disponíveis, ou ainda quantas técnicas utilizar na previsão.

Armstrong (2001) sugere que, caso o previsor tenha dúvidas sobre qual técnica utilizar para ajustar os seus dados, este opte por combinar estas técnicas em uma única modelagem. Esta abordagem preditiva é conhecida como combinação de previsões e foi apresentada inicialmente por Bates e Granger (1969). Desde então é reconhecida como uma opção mais acurada às técnicas de previsão individual e uma das opções mais empregadas no intuito de reduzir erros preditivos (HIBON; EVGENIOU, 2005; COSTANTINI; PAPALARDO, 2010), além de autores relatarem a superioridade das combinações lineares em estudos comparativos (CLEMEN, 1989; MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al.; 2011, MARTINS; WERNER, 2012).

A quantidade ideal de previsões individuais a ser empregada nos processos de combinação promove estudos, mas não há consenso entre os autores (MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; TIMMERMANN, 2004). Uma previsão originada com este tipo de dúvida pode gerar consequências indesejáveis, como excesso ou falta de estoque, programação inadequada de produção, aplicação em investimentos arriscados, entre outros. O efeito da correlação linear entre os erros das previsões individuais é outro aspecto a se observar nas

combinações de previsões, considerado importante para a qualidade da combinação (ELLIOTT; TIMMERMANN, 2004; MARTINS; WERNER, 2012).

Uma alternativa para trabalhar as características supracitadas em uma combinação de previsões é a utilização de técnicas multivariadas de redução dimensional, já abordada em diversos estudos que realizam a combinação utilizando este enfoque (THACKER, 1999; STOCK; WATSON, 2004; PONCELA; SERNA, 2006; PONCELA et al., 2011). Expostas tais considerações, este trabalho objetiva apresentar uma sistemática de seleção de técnicas de previsão e combinação destas, que não limite o previsor a um número restrito de técnicas e não despreze a correlação entre os erros. Para tanto, será aplicada a Análise de Componentes Principais (ACP) nos resíduos gerados pelas previsões individuais como modo de ponderar as técnicas combinadas, utilizando os resultados de autovalores e autovetores para a obtenção dos pesos atribuídos a cada técnica. Espera-se, com esta análise, identificar uma alternativa para combinar previsões.

Os tópicos dispostos no restante deste artigo são descritos na sequência. A seção seguinte descreve brevemente a relação da Combinação de Previsões com a ACP. Na sequência abordam-se os procedimentos adotados na sistemática proposta, seguido pelos resultados encontrados. Na seção final são explicitadas as conclusões obtidas neste estudo.

## 4.2 COMBINAÇÃO DE PREVISÕES E ACP

Não raro, são realizadas diferentes modelagens para uma única série de dados no intuito de identificar qual fornece o melhor ajuste a esta série. A ideia de realizar uma combinação destas modelagens em busca de uma previsão ainda mais eficiente não é recente. Em 1969 Bates e Granger publicaram em seu artigo "*The combination of forecasts*" uma forma estruturada de combinar distintas modelagens individuais, utilizando como ponderador desta combinação o inverso das variâncias e a correlação entre os erros de previsão. Tal procedimento ficou conhecido como método da variância mínima.

Este método instigou muitos pesquisadores a proporem novas estruturas de combinação desde então (NEWBOLD; GRANGER, 1974; THACKER, 1999; RIDLEY, 1999; WERNER, 2005; WANG; CHANG, 2010; CANG, 2011). Em 1989, Clemen

apresentou uma revisão bibliográfica envolvendo o tema. Ao mesmo tempo, Granger (1989) revisitou o tema apresentando uma reflexão sobre o panorama das combinações 20 anos depois da publicação de seu artigo em 1969. Recentemente, Wallis (2011) retorna ao tema apresentando uma análise sobre o cenário da combinação 4 décadas depois do artigo seminal.

Em 2012, o estudo comparativo apresentado por Martins e Werner indicou que uma combinação de previsões realizada considerando a existência de correlação entre os erros pode produzir resultados mais precisos em comparação a outras que não utilizam esta medida. Há muitas formas de incorporar a correlação na composição dos pesos da previsão combinada, como no método da variância mínima ou nos métodos de regressão, por exemplo. Outra forma de trabalhar a correlação na obtenção dos pesos pode ser considerando os relacionamentos entre as previsões individuais com base em uma análise fatorial de componentes principais (THACKER, 1999; STOCK; WATSON, 2002; PONCELA; SERNA, 2006; PONCELA et al., 2011).

As técnicas fatoriais são baseadas na análise das estruturas de inter-relação entre variáveis (HAIR et al., 2005), definindo um conjunto de variáveis latentes comuns, os denominados fatores. A análise de componentes principais (ACP) é uma análise fatorial multivariada não supervisionada, na qual nenhuma das variáveis é assumida como dependente, e nenhum agrupamento de observações ou variáveis é anteriormente assumido (RENCHER, 2003).

A ACP busca maximizar a variância de uma combinação linear das variáveis (RENCHER, 2003), no intuito de encontrar uma dimensão na qual as observações apresentam as maiores diferenças. Deste modo, a primeira componente principal é a combinação linear com máxima variância. A segunda componente principal é a combinação linear com máxima variância de uma direção ortogonal em relação à primeira componente principal, e assim sucessivamente (RENCHER, 2003), até que se extingam as variáveis inseridas no modelo.

A estrutura algébrica da ACP é formada de tal modo que as componentes por serem ortogonais, são matematicamente independentes, indicando que estas possuem correlação nula entre elas. As componentes são expressas por cargas fatoriais ( $w_i$ ) para cada variável presente na estrutura, conhecidas como autovetores. Estas cargas fatoriais descrevem a correlação entre a variável e a componente. Cada componente obtida acumula uma parte da variabilidade total

e dos erros, gerando uma estimativa da variância compartilhada por cada componente, chamadas de comunalidades ( $\lambda_j$ ) ou autovalores (HAIR et. al, 2005).

Ao utilizar a ACP deseja-se que haja um mínimo de variáveis correlacionadas, justificando a sua utilização. No caso da combinação de previsões, tem-se diferentes modelagens de uma mesma série de dados, portanto, é razoável admitir que as previsões oriundas destas modelagens ou seus resíduos sejam correlacionados. Tal fato, faz da combinação de previsões um possível caso de aplicação da ACP.

Há muitas características comuns entre ACP e Combinação de Previsões. Estudos registraram a importância da correlação no momento de combinar previsões individuais (ELLIOTT; TIMMERMANN, 2004; MARTINS; WERNER, 2012), medida presente nas dimensões da ACP. Além disso, a ACP considera a variância de cada variável na distribuição das cargas fatoriais de cada componente e, ainda estima a variância explicada por cada componente. Esta medida também é considerada importante para muitas combinações de previsões, que procuram atribuir menor peso para as previsões individuais que apresentam maior variabilidade nos seus resíduos, como a combinação pelo método da variância mínima (BATES; GRANGER, 1969), que inspirou outros métodos de combinação. O método proposto por Bates e Granger é apresentado na Equação 11.

$$F_C = \theta F_1 + (1 - \theta) F_2 \quad \text{Equação (11)}$$

onde  $F_1$  e  $F_2$  são previsões individuais e  $\theta = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$ , na qual  $\rho$  é o valor da correlação linear entre os erros das previsões combinadas e  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  os desvios dos erros de previsão de  $F_1$  e  $F_2$ .

Pode-se intuitivamente estabelecer uma relação dos autovalores e autovetores com os pesos de cada previsão individual na combinação de previsões. É nesta relação que a combinação proposta neste trabalho se apoia.



### 4.3 MÉTODO

Neste estudo é utilizada uma série de dados reais para desenvolvimento da proposta de combinação. Selecionou-se a série brasileira de índice de produção física de alimentos. A série é pública, disponibilizada pela Associação Brasileira das Indústrias da Alimentação ABIA – Brasil e obtida no site do Ipeadata ([www.ipeadata.gov.br](http://www.ipeadata.gov.br)). Os dados desta série apresentam periodicidade mensal, dispostos ao longo de pouco mais de 25 anos com 308 observações, dos quais 268 observações são utilizadas para a modelagem individual e combinações, enquanto que as 40 observações restantes são utilizadas para as previsões passos à frente. O índice apresentado na série é calculado considerando valores relativos à média da produção física de alimentos do ano de 1989. A série possui características de tendência e sazonalidade, comuns a muitas séries temporais de produção.

Para atingir o objetivo proposto neste estudo, a série supracitada foi modelada matematicamente considerando 15 diferentes técnicas de previsão individual. As técnicas utilizadas são: AR, MA, ARIMA, SARIMA, ARMA, ARFIMA, GARCH, FIGARCH, Média Móvel Simples (MMS), Suavização Exponencial Simples (SES), Holt, Holt-Winters (H-W), Tendência Linear (TL), Tendência Quadrática (TQ) e Naive. Estas técnicas estão entre as mais comuns na bibliografia sobre previsões e suas combinações. Os parâmetros do modelo mais adequado para cada previsão individual foram definidos pelo *Akaike Information Criterion* (AIC) e pela medida *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), considerada já em por Goodwin e Lawton (1999), uma das medidas mais utilizadas para comparação de técnicas, além de ser recomendada para estudos comparativos (HYNDMAN; KOEHLER, 2006), fato que se mantém na atualidade.

Cada modelagem obtida gera um vetor de erros de previsão ao se considerar o valor previsto subtraído do valor observado. Estes vetores representam as variáveis que irão compor a análise de componentes principais. Com esta análise espera-se obter uma previsão mais acurada, com um número mínimo de previsões individuais que contemple as principais características da série.

Como os erros resultam em valores semelhantes, considerou-se a matriz de covariâncias para estruturar o relacionamento das variáveis (erros das previsões geradas pelas técnicas individuais) na ACP. O número de componentes retidos é fixado no mesmo número

de variáveis envolvidas na ACP, uma vez que o interesse desta análise não é reduzir dimensões que, de acordo com Poncela e Serna (2006) é a causa mais frequente para utilização de uma técnica fatorial, mas sim utilizar a composição de relacionamento e classificação das variáveis da ACP. A redução de dimensões implica em observar - em um número de componentes principais inferior ao número de variáveis - uma quantidade suficiente de variabilidade explicada (HAIR et al., 2005). As primeiras componentes formadas costumam explicar montantes maiores de variância, sendo consideradas adequadas e suficientes para representar os dados. Todavia, a retenção de componentes em número menor ao de variáveis envolvidas implicaria na explicação de um percentual menor de variabilidade, prejudicando a acuracidade da combinação de previsões.

Para se obter o número mais adequado de técnicas individuais, que resulte no menor valor de erro, ou seja, em maior acurácia da previsão realizada, a ACP será realizada de forma sistemática, em diferentes níveis. No nível inicial, a ACP é aplicada para os 15 vetores de erros ( $k$ ) obtendo-se então, os autovetores ( $w$ ) e os autovalores ( $\lambda$ ). Com base nestes, são atribuídos diferentes pesos ( $\theta$ ) para cada uma das previsões individuais na combinação e a medida de acuracidade MAPE é calculada e armazenada.

Na sequência, a ACP é aplicada para todos os 15 vetores gerados pelos erros oriundos das previsões individuais realizadas, considerando-se a combinatória destes vetores 14 a 14 ( $C_{k,(k-1)}$ ). Assim, a ACP é aplicada para os 15 vetores de forma que estes sejam as variáveis de entrada da análise, porém utilizando em cada rodada 14 destas variáveis, até que se esgotem as possibilidades. Com a ACP obtêm-se os valores de  $w$  e  $\lambda$ , que servem como base para calcular o peso  $\theta$  atribuído a cada previsão individual. Realiza-se então, a combinação das previsões, calcula-se e registra-se a medida MAPE. Deste modo, para este nível (1) são realizadas 15 ACP. A análise que resulta na menor medida MAPE do nível indica qual técnica de previsão estará permanentemente descartada.

A sistemática se repete até que resultem 2 variáveis ao final do nível ( $k-2$ ). Este processo, no qual se deixa uma variável de fora da análise por vez, pode ser descrito como “omita um por vez”. Procedimento semelhante foi utilizado por Anzanello e Fogliatto (2011) na seleção de melhores variáveis para compor um tipo de agrupamento. A Figura 10 mostra a

estrutura desta sistemática e detalha o nível (k-3), como forma de representar as análises realizadas em cada nível.

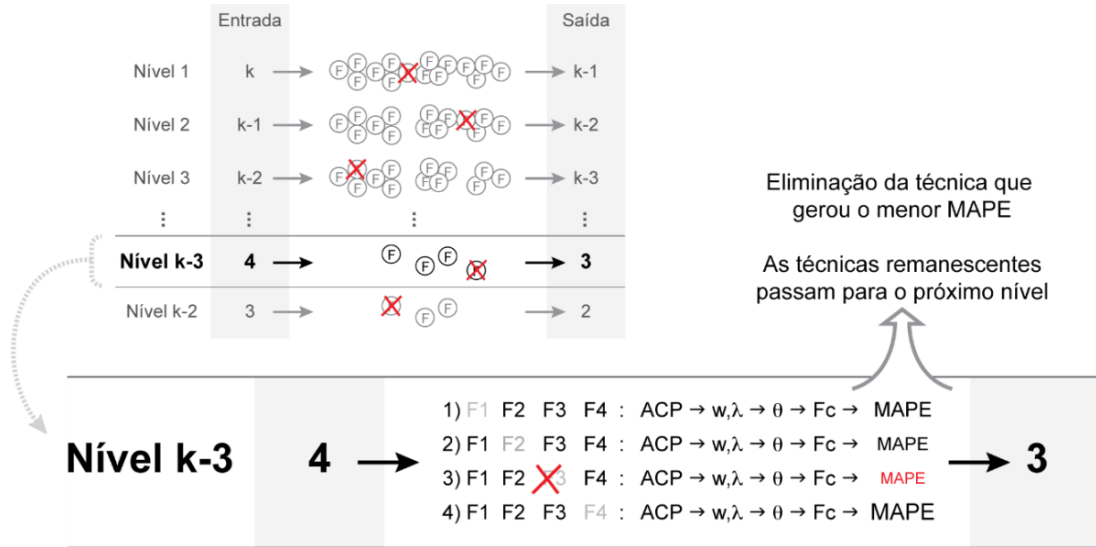


Figura 10. Sistemática de Seleção de Técnicas

Após a identificação do nível que registrou o menor MAPE, selecionam-se quais técnicas de previsão individual que devem permanecer na combinação de previsões. A medida MAPE foi calculada, em todas as etapas, para as 256 observações finais da série, uma vez que a modelagem realizada pela técnica SARIMA, promoveu ajuste de estacionariedade da série com a integração para o período sazonal de 12 meses, impossibilitando a obtenção de previsão para os 12 períodos iniciais.

As modelagens das séries individuais são obtidas em diferentes softwares: Minitab<sup>®</sup>, Matrixer, R-project e SPSS<sup>®</sup>. Para as ACP é utilizado o software SPSS<sup>®</sup>. O banco de dados e a obtenção das combinações são realizados no Excel<sup>®</sup> versão 2010.

A combinação de previsões aplicada neste estudo, apresentada na Equação 12, consiste na soma das previsões individuais selecionadas, ponderadas por um peso distinto para cada previsão individual. Pode-se aplicar para quantidades acima de 2 previsões individuais.

$$F_c = \sum_{j=1}^k \theta_j F_j, \quad \forall F \geq 2, \quad \sum_{j=1}^k \theta = 1 \text{ e } 0 < \theta < 1 \quad \text{Equação (12)}$$

onde  $\theta$  é o peso ponderado atribuído a cada previsão individual  $F_j$  na combinação de previsões  $F_c$ .

A obtenção dos pesos  $\theta$  de cada previsão individual é calculada em duas etapas. A primeira etapa, denominada peso inicial, é realizada com as componentes e as cargas dos fatores gerados na ACP é calculada atribuindo, para cada modelagem, a totalidade do inverso da carga fatorial ( $w$ ) em valores absolutos, potencializada pela comunalidade ( $\lambda$ ) atribuída a cada componente, conforme Equação 13.

$$\vartheta_j = \frac{1}{\sum_{i,j=1}^k (|w_{i,j}|^{\lambda_i})}, \forall \lambda \geq 1 \quad \text{Equação (13)}$$

onde  $w$  é a carga de cada fator e  $\lambda$  é a comunalidade reescalada utilizando como base 1 o menor valor observado.

A utilização das cargas fatoriais como pesos inversos é necessária, pois na combinação de previsões deseja-se menor contribuição das previsões com maior variabilidade dos resíduos, sentido inverso ao utilizado na ACP. Precisa-se ainda corrigir  $w$  considerando a comunalidade estimada em cada componente, que é representada em percentual de variância explicada, em valores decimais [0;100]. O simples arredondamento para números inteiros poderia causar  $\lambda=0$ , o que resultaria em um índice de peso tendencioso da previsão individual. A opção utilizada foi o reescalamento, considerando o menor valor de comunalidade como base 1 e atribuindo proporcionalidade aos demais valores ( $\lambda$ ).

Assim, inicia-se a segunda etapa que consiste em utilizar os valores dos pesos iniciais ( $\vartheta$ ) para a obtenção dos pesos, conforme Equação 14. Observa-se que o peso  $j$  é dado pela contribuição relativa do valor inicial  $\vartheta_j$  sobre o somatório em todos os  $k$  pesos iniciais.

$$\theta_j = \frac{\vartheta_j}{\sum_{j=1}^k \vartheta_j} \quad \text{Equação (14)}$$

Para verificar o comportamento preditivo da combinação realizada, após a seleção das técnicas individuais e a aplicação da combinação de previsões, na fase de treino da modelagem, realiza-se, neste estudo, a previsão para até 40 passos à frente na fase de teste. Nesta análise, novas medidas MAPE são calculadas com a inclusão de cada previsão desde o período  $t+1$  até o período  $t+40$ , resultando em uma série com 296 valores previstos nas fases de treino e teste.

## 4.4 RESULTADOS

O estudo foi desenvolvido utilizando como base uma série pública de dados reais, a série brasileira de produção física de alimentos. Por meio de visualização gráfica, apresentada na Figura 11, é possível perceber a presença de tendência crescente do índice de produtividade ao longo do tempo. Outra característica observada é a sazonalidade, registrando queda do índice nas estações de temperaturas mais baixas, que ocorrem no período compreendido entre os meses de maio e setembro de cada ano, no Brasil. As características observadas nesta série também são as principais características de séries temporais que descrevem demandas.

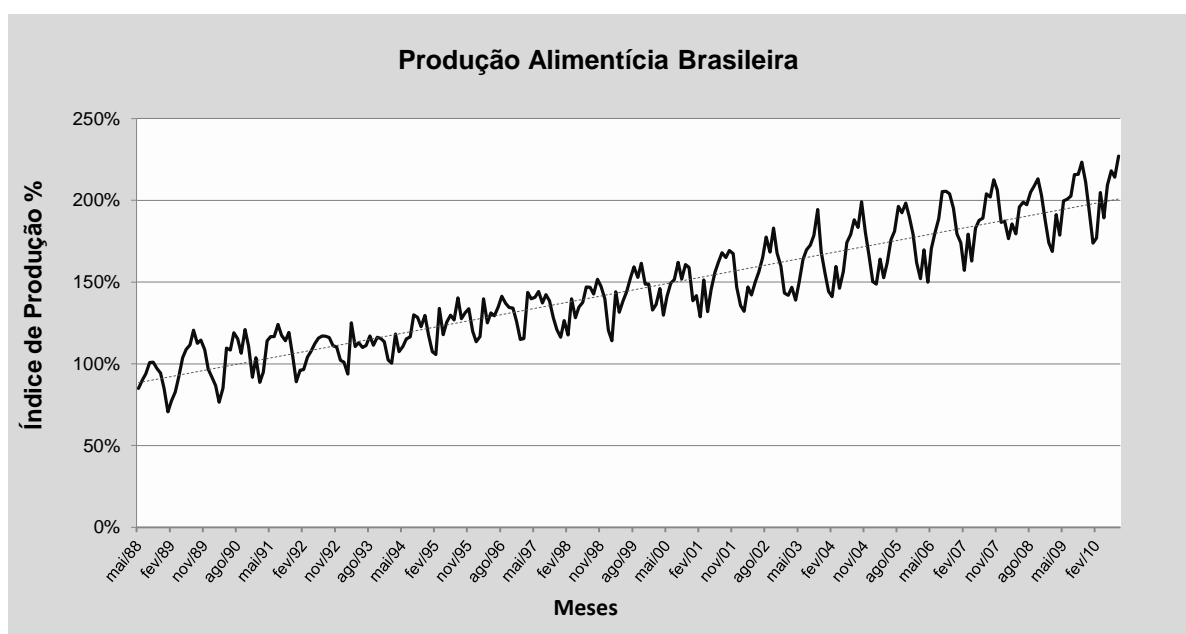


Figura 11. Série de dados – Índice de Produção Alimentícia

A série de dados foi modelada considerando 15 técnicas preditivas distintas. Como o interesse é a obtenção dos erros gerados por cada técnica, as previsões não foram selecionadas de acordo com seu desempenho preditivo – passos à frente. Assim, foram considerados como melhores parâmetros de cada técnica as modelagens de ajuste mais adequados aos dados da série. Para tanto, foram utilizadas como critério de seleção as medidas AIC e MAPE.

A Tabela 5 apresenta-se o registro das medidas MAPE para cada técnica individual, já que estas medidas são utilizadas de forma comparativa entre as técnicas de previsão e posteriormente na combinação destas. A comparação das técnicas individuais indica que a

modelagem SARIMA resultou em melhor ajuste, com menor valor MAPE. Tal fato é esperado, uma vez que esta técnica é reconhecida por realizar as melhores previsões para séries temporais com presença das características de tendência e sazonalidade. A normalidade dos resíduos é uma verificação de adequabilidade dos modelos de séries temporais e, neste estudo, foi realizada por meio do teste K-S (*Kolmogorov-Smirnov*), ao nível de significância de 0,05, com o resultado desta análise não foi possível rejeitar a hipótese de normalidade dos resíduos das previsões individuais.

Tabela 5. Técnicas de modelagem e acurácia

<b>Técnica de Previsão</b>	<b>MAPE</b>	<b>Técnica de Previsão</b>	<b>MAPE</b>	<b>Técnica de Previsão</b>	<b>MAPE</b>
AR	4,28	GARCH	6,40	SES	6,43
MA	3,69	TL	7,64	MMS	6,68
ARMA	3,94	TQ	7,59	Naive	6,48
ARIMA	5,39	HOLT	6,42	ARFIMA	4,58
SARIMA	3,23	H-W	3,82	FIGARCH	5,95

Na etapa seguinte, os erros de previsão observados em cada modelagem foram considerados como variáveis e estas inseridas na ACP. Como resultado da ACP obtiveram-se os autovalores e autovetores, que serviram de base para o cálculo dos pesos atribuídos a cada previsão individual na combinação. Depois de geradas as previsões combinadas em cada nível, calculou-se a medida MAPE. Seguindo a sistemática proposta, as 15 técnicas de previsão foram utilizadas como variáveis de entrada e realizaram-se novas ACP, adotando a metodologia “omita um por vez”. Os resultados de cada rodada podem ser observados na Tabela 6.

Tabela 6. Rodadas eliminatórias da sistemática de previsão

Nível	Técnicas presentes na rodada					MAPE inicial	MAPE em cada rodada e as Técnicas de Previsão Omitidas														
							MMS	Naive	SES	TL	TQ	AR	MA	ARMA	ARIMA	GARCH	SARIMA	ARFIMA	FIGARCH	HOLT	H-W
<b>1</b>	MMS NAIVE SES	TL TQ AR	MA ARMA ARIMA	GARCH SARIMA ARFIMA	FIGARCH HOLT H-W	6,44	3,833	3,639	5,779	7,753	14,412	14,313	5,071	6,896	5,634	4,721	5,751	7,811	<b>3,499</b>	3,803	5,819
<b>2</b>	MMS NAIVE SES	TL TQ AR	MA ARMA ARIMA	GARCH SARIMA ARFIMA	HOLT H-W	3,499	4,242	4,260	4,255	4,951	3,787	3,448	4,997	4,645	3,225	4,067	4,710	<b>3,157</b>		4,260	3,889
<b>3</b>	MMS NAIVE SES	TL TQ AR	MA ARMA ARIMA	GARCH SARIMA	HOLT H-W	3,157	3,751	3,488	3,535	4,166	3,506	3,487	3,442	<b>3,156</b>	3,806	3,241	3,518			3,520	3,274
<b>4</b>	MMS NAIVE SES	TL TQ AR	MA ARMA	GARCH SARIMA	HOLT H-W	3,156	3,596	3,202	<b>3,198</b>	3,543	4,098	3,804	3,778		3,752	3,396	4,885			3,208	3,456
<b>5</b>	MMS NAIVE	TL TQ AR	MA ARIMA	GARCH SARIMA	HOLT H-W	3,198	7,903	8,783		3,526	<b>3,306</b>	3,495	3,857		4,154	3,374	3,618			30,611	3,605
<b>6</b>	MMS NAIVE	TL AR	MA ARIMA	GARCH SARIMA	HOLT H-W	3,306	13,593	9,890		12,215		3,308	4,106		4,666	3,364	<b>3,292</b>			18,863	3,347
<b>7</b>	MMS NAIVE	TL AR	MA ARIMA	GARCH	HOLT H-W	3,292	8,329	7,261		3,716		3,469	4,240		3,685	<b>3,238</b>				9,352	3,521
<b>8</b>	MMS NAIVE	TL AR	MA ARIMA		HOLT H-W	3,238	3,996	4,575		3,920		<b>3,440</b>	4,119		3,664					4,615	3,496
<b>9</b>	MMS NAIVE	TL	MA ARIMA		HOLT H-W	3,440	13,769	5,346		18,417			4,496		<b>3,271</b>					5,461	5,134
<b>10</b>	MMS NAIVE	TL	MA		HOLT H-W	3,271	3,784	4,444		<b>3,067</b>			4,445							4,795	3,355
<b>11</b>	MMS NAIVE		MA		HOLT H-W	<b>3,067</b>	<b>3,104</b>	3,221					3,811							3,495	3,420
<b>12</b>	NAIVE		MA		HOLT H-W	3,104		3,700					3,806							3,716	<b>3,420</b>
<b>13</b>	NAIVE		MA		HOLT	3,420		<b>4,367</b>					6,410							4,422	

Na Tabela 6 também é possível observar o MAPE da combinação quando a técnica de previsão individual é eliminada no respectivo nível de análise. Ao se observar todo o conjunto, percebe que as técnicas que finalizam a rodada 10 e iniciam o nível 11, MMS, MA, Naive, HOLT e H-W, são as que apresentaram, quando combinadas via ACP, o melhor ajuste à série de dados ( $MAPE \cong 3,067$ ). A Figura 12 apresenta um resumo com os resultados finais da análise.

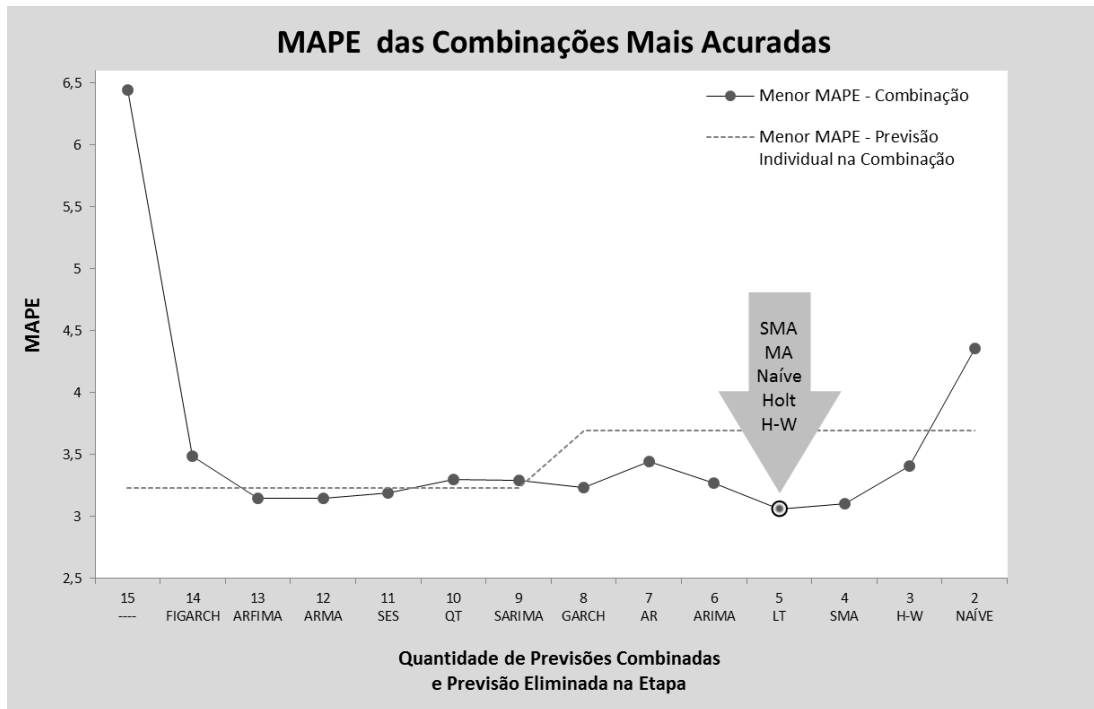


Figura 12. MAPE das Combinações mais acuradas

Após o descarte de técnicas mais complexas de previsão individual, restaram no modelo técnicas mais simples, que não necessitam de cálculos complexos e nem *softwares* específicos para sua análise. Estas técnicas descrevem as características individuais observadas na série de dados, de modo que MMS e MA descrevem a característica de tendência da série, HOLT e H-W as características de sazonalidade, e Naive representa, o que na melhor previsão individual (SARIMA) seria a diferença de nível de integração. O ajuste das previsões mais acuradas de cada nível pode ser visualizado na Figura 13.



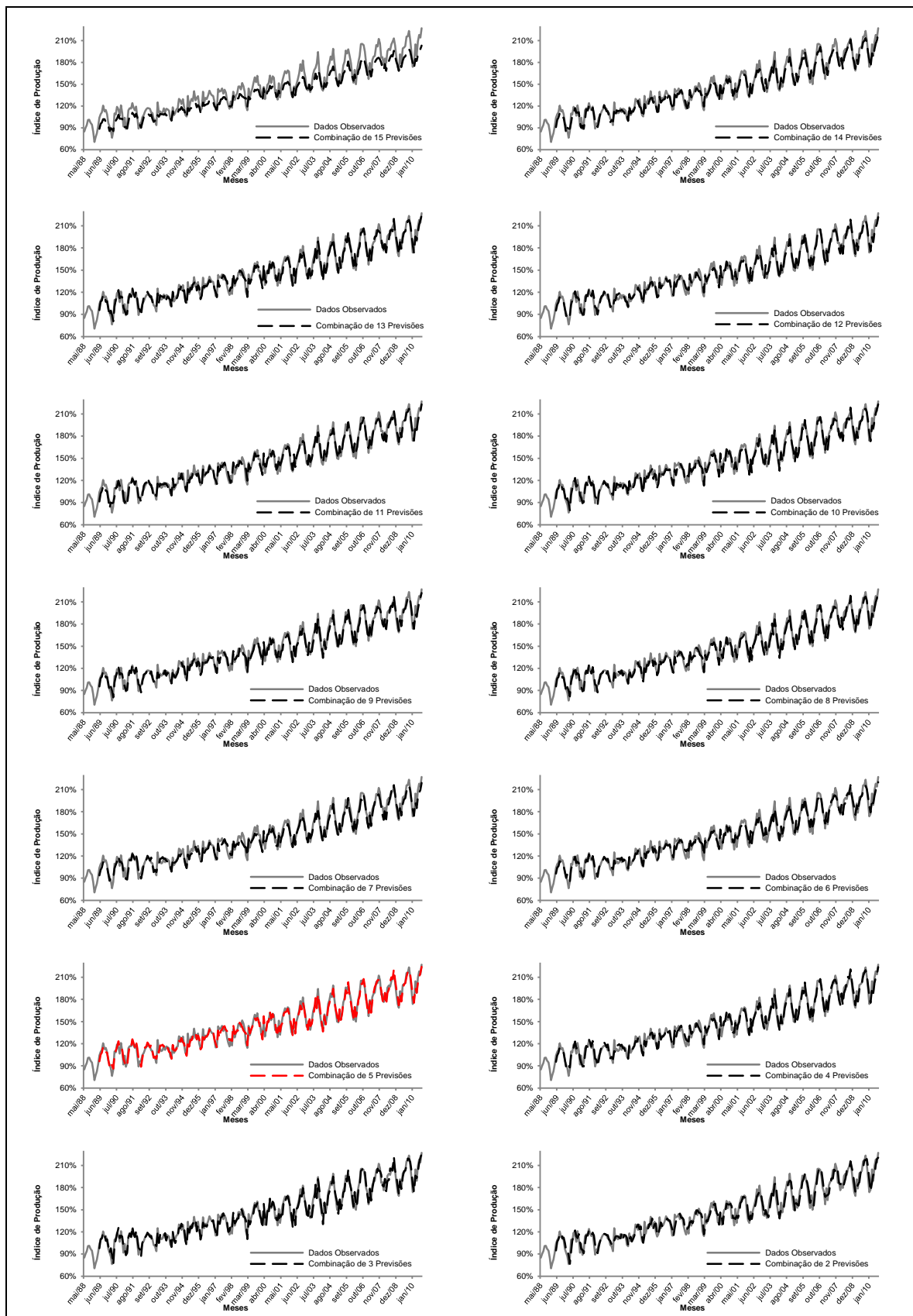


Figura 13. Ajuste das previsões mais acuradas em cada rodada

Com a definição do modelo mais acurado, que combinou as técnicas MMS, MA Naive, Holt e H-W, realizou-se a previsão com até 40 passos à frente para as modelagens individuais e sua combinação. O MAPE calculado para a fase de modelagem (treino) e de verificação (teste) 40 passos à frente é de 3,195, registrando uma alteração de apenas 4,2% em relação à medida obtida para a fase de modelagem (3,067). Os resultados, apresentados na Tabela 7, indicam que a melhor previsão é para 3 passos à frente, com MAPE calculado para os 3 passos de aproximadamente 2,790.

Tabela 7. Acurácia da Previsão até 40 passos à frente

Passos	MAPE	Passos	MAPE	Passos	MAPE	Passos	MAPE
Modelo	3,067	11	3,390	21	3,746	31	4,034
2	3,470	12	3,402	22	3,596	32	4,091
<b>3</b>	<b>2,790</b>	13	3,203	23	3,461	33	3,986
4	3,053	14	3,310	24	3,513	34	3,935
5	3,735	15	3,302	25	3,447	35	3,857
6	4,059	16	3,435	26	3,577	36	3,894
7	3,876	17	3,623	27	3,652	37	3,852
8	3,751	18	3,819	28	3,725	38	3,971
9	3,593	19	3,702	29	4,019	39	4,047
10	3,514	20	3,873	30	4,165	40	4,016

A Figura 14 apresenta o comportamento gráfico das medidas MAPE para até 40 passos à frente, assim como as medidas MAPE do modelo na fase de treino – seleção da combinação via ACP (3,067) – e medida MAPE do modelo na fase de treino e teste, 40 passos à frente (3,195). É possível visualizar que o incremento da medida MAPE é pouco acentuado em relação à tendência de crescimento, esperada com previsões de muitos passos. Tal característica pode indicar a adequabilidade do modelo proposto aos dados e boa capacidade preditiva.

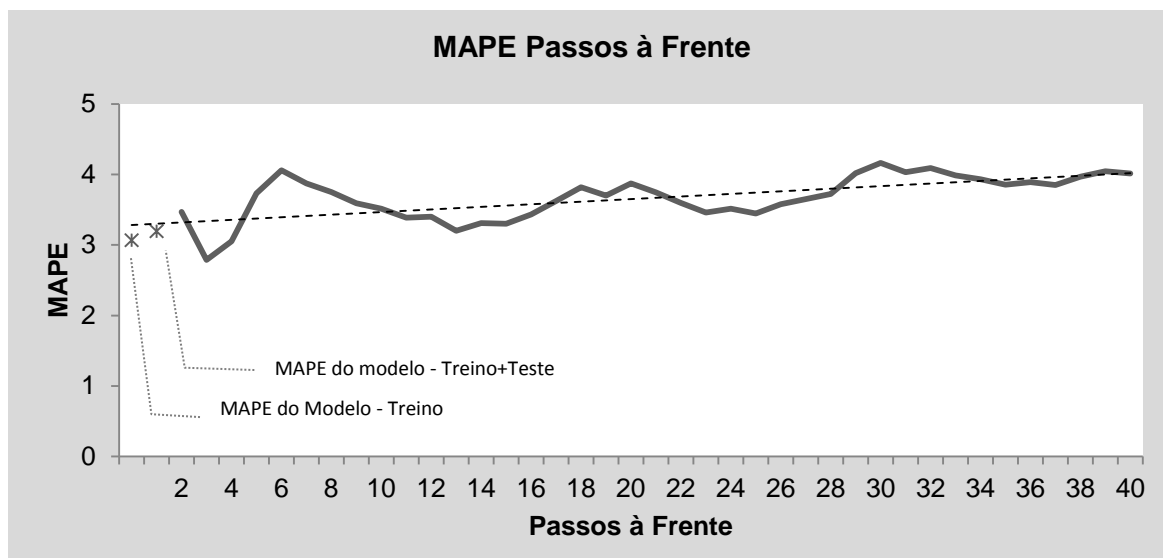


Figura 14. MAPE passos à frente

O ajuste da previsão realizada com a combinação via ACP pode ser visualizado na Figura 15. O período previsto inicia em setembro de 2010 e finaliza em dezembro de 2013. Dos 40 passos observados pontualmente, 10 resultaram em erros inferiores a 2%, sendo que o maior erro observado, 12% ocorreu em janeiro de 2013 com previsão calculada para 29 passos à frente, período no qual se observa queda brusca nos índices de produção alimentícia.

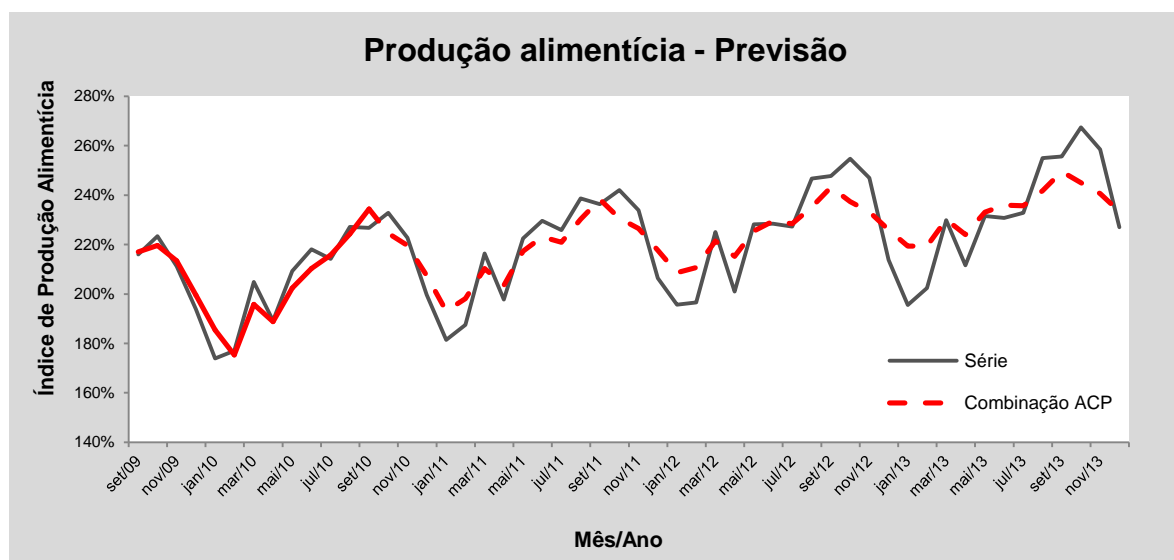


Figura 15. Previsão via ACP

## 4.5 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste estudo procurou-se identificar uma alternativa para realizar combinação de previsões. Os resultados da ACP, identificando estruturas de dados semelhantes, trabalhando correlações e apresentando em seus resultados pesos e medidas de variabilidade conjunta, assemelham-se com as características desejáveis para uma combinação de previsões. Considerando tais aspectos, este estudo apresenta uma sistemática de seleção de técnicas de previsão individual e combinação destas, utilizando a ACP para obtenção dos pesos.

A sistemática proposta representa uma alternativa para realizar combinação de previsões. A estrutura matemática da ACP viabiliza a possibilidade de obter uma previsão mais acurada, principalmente quando não se deseja optar por um número limitado de técnicas individuais de previsão, nem tampouco desprezar a medida de correlação entre os erros de previsão, já descrita em outros estudos como importante no momento de combinar previsões.

As análises realizadas neste estudo indicaram, além da redução na medida de acuracidade da combinação quando comparada às suas previsões individuais (valor MAPE de 3,067), que técnicas de previsão individual mais simples, quando combinadas, podem fornecer resultados mais precisos quando comparados com técnicas matematicamente mais complexas. A combinação das técnicas MMS, MA, Naive, Holt e H-W, ponderadas com os pesos obtidos com base nos autovalores e autovetores da ACP, se mostrou eficaz também para a previsão passos à frente, apresentando valor MAPE de 3,195 para 40 passos, com seu melhor desempenho observado para 3 passos futuros.

Os resultados obtidos ao final deste estudo são baseados em um número limitado de previsões e com aplicação em uma única série de dados com características de tendência e sazonalidade. Sugere-se a verificação do cenário descrito neste estudo, em simulações de séries de dados maior variabilidade, sem a presença acentuada das características de tendência e sazonalidade. Indica-se ainda, a comparação com outros métodos de combinação.

## REFERÊNCIAS

- ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. v. 27 (3), 2011.
- ANZANELO, M. J.; FOGLIATTO, F. S. Selecting the best clustering variables for grouping mass-customized products involving workers' learning. **International Journal of Production Economics**. v.130, 2011, p.268–276.
- ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v. 20, n. 4. 1969, p. 451-468.
- BRASIL, INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA, IPEADATA. **Produção física de alimentos - índice (média 1989 = 100)**. <http://www.ipeadata.gov.br>. Acesso em 20 de março de 2012.
- CANG, S. A non-linear tourism demand forecast combination model. **Tourism Economics**. v.17, 2011, p.5-20.
- CLEMEN, R. T.; Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v. 5, 1989, p. 559-583.
- COSTANTINI, M.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v. 26, 2010, p. 725-743.
- ELLIOTT, G.; TIMMERMANN, A. Optimal forecast combination under general loss function and forecast error distributions. **Journal of Econometrics**. v. 122, 2004, p. 47-49.
- GOODWIN, P.; LAWTON, R. On the asymmetry of the symmetric MAPE. **International journal of forecasting**. v. 15, 1999, p. 405-408.
- GRANGER, C. W. J. (1989). Invited Review Combining Forecasts-Twenty Years Later. **Journal of Forecasting**. v.8, 1989, p. 167-173.
- HAIR JR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAN, R. L.; BLACK, W. C. **Análise multivariada de dados**. 5ed. Porto Alegre: Bookman, 2005, 593 p.
- HIBON, M.; EVGENIOU, T. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International journal of forecasting**. v. 21, 2005, p. 15-24.
- HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. Another look at measures of forecast accuracy. **International Journal of Forecasting**. v.22(4), 2006, p. 679–688.
- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.

- MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Forecast combination in industrial series: A comparison between individual forecasts and its combinations with and without correlated errors. **Expert Systems with Applications**. v. 39(13), 2012, p. 11479-11486.
- NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General). v. 137, 1974, p. 131-165.
- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- PONCELA, P.; RODRÍGUES, J.; SÁNCHEZ-MANGAS, R.; SERNA, E. Forecast combination through dimension reduction techniques. **International Journal of Forecasting**. v. 27, 2011, p. 224-237.
- PONCELA, P.; SERNA, E. A two factor model to forecast US inflation. **Applied Economics**. v. 38 (18), 2006, p. 2191–2197.
- RENCHER, A. C. **Methods of multivariate analysis**, 2 ed. New York: Wiley-Interscience, 2003, 708p.
- RIDLEY, D. Optimal antithetic weights for lognormal time series forecasting. **Computers & Operations Research**. v. 26, 1999, p.189-209.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.
- THACKER, W. C. Principal Predictors. **International Journal of Climatology**. v. 19, 1999, p. 821-834.
- TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. *Handbook of Economic Forecasting*. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- WALLIS, K. F. (2011). Combining forecasts – forty years later. **Applied Financial Economics**, 21, 33-41.
- WANG, F.; CHANG, K. Adaptive neuro-fuzzy inference system for combined forecasts in a panel manufacturer. **Expert Systems with Applications**. v.37, 2010, p. 8119–8126.
- WALLIS, K. F. Combining forecasts – forty years later. **Applied Financial Economics**, v. 21, 2011, p. 33-41.
- WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

**5. ARTIGO 4 – COMBINAÇÃO DE PREVISÕES VIA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS: UMA APLICAÇÃO EM SÉRIE COM PERTURBAÇÃO NA VARIABILIDADE**

A versão final será submetida ao *International Journal of Forecasting*.

# **Combinação de Previsões via Análise de Componentes Principais: Uma Aplicação em Série com Perturbação na Variabilidade**

## **Resumo**

A simulação de séries de tempo é uma prática constantemente observada em estudos sobre desempenho de combinação de previsões. São justificados em situações para as quais seja necessária a obtenção de uma característica específica da série temporal, não observada na série real. Assim, este estudo apresenta a avaliação de desempenho da combinação de previsões via ACP em diferentes níveis de variabilidade, simulados com base em uma série de dados real brasileira. São simuladas séries com 5 perturbações, alterando a variabilidade da série real em 5%, 10%, 15%, 25% e 50%. Os resultados indicam que, em média, melhora a acurácia das previsões quando estas são combinadas pelo método analisado, de acordo com a medida MAPE.

**Palavras-chave:** Combinação de Previsões, Simulação, Análise de Componentes Principais.

## **Abstract**

The time series simulation is a practice observed frequently in studies about the performance of forecast combination. These studies are justified in situations that is necessary the obtainment of a specific characteristic of the time series, not observed in the real time series. Therefore, this study presents a performance assessment of the forecasts combination by PCA in different variability levels, simulated based in a real Brazilian time series. The simulation is applied in 5 perturbations levels, changing the variability of the original series in 5%, 10%, 15%, 25% and 50%. The results indicates that on average, the forecasts accuracy was improve when they were combine using the analyzed method, according MAPE measure.

**Keywords:** Forecasts Combination, Simulation, Principal Component Analysis.



## 5.1 INTRODUÇÃO

Muitos estudos de previsão utilizam o recurso da simulação como forma de verificar a efetividade das propostas ou sua aplicabilidade em séries com diferentes características (HYNDMAN et al., 2011; TIAN; ANDERSON, 2014; ZHAO; ZHAO, 2014). As simulações podem ser utilizadas em casos onde não se consegue obter uma determinada característica da série temporal de dados reais, como a não-normalidade ou estacionariedade, por exemplo (KUGIUMTZIS; BORA-SENTA, 2014).

Em estudo anterior, apresentado no capítulo 4, foi proposta uma sistemática de seleção de técnicas de previsão individual e a combinação destas utilizando os parâmetros da Análise de Componentes Principais (ACP). No referido estudo, a série de dados utilizada apresentava dados reais e possuía características bem definidas de tendência e sazonalidade. Todavia, de acordo com Li et al. (2011), muitas séries de dados reais podem apresentar restrições em relação a sua utilização, por não serem Gaussianas nem corresponderem ao contexto linear padrão (KUGIUMTZIS; BORA-SENTA, 2014), podendo apresentar aplicabilidade limitada.

Objetiva-se com este estudo, verificar o comportamento da combinação de previsões utilizando a ACP, em séries com maior variabilidade em relação aos dados que originalmente foram utilizados na proposta do método. Para isto, o resultado da seleção de técnicas será replicado em séries simuladas em 5 diferentes níveis de perturbação no desvio-padrão final da série original e após modelagens das técnicas de previsão individual, os resíduos destas serão submetidos a proposição de combinação via ACP.

Neste estudo, uma introdução é apresentada na presente seção. A seção seguinte descreve a Combinação de Previsões utilizando a ACP. Na continuação abordam-se os procedimentos para efetivação da simulação e análise de dados, seguido pelos resultados encontrados. Ao final, a última seção apresenta as conclusões obtidas através deste estudo.

## 5.2 A COMBINAÇÃO VIA ACP

A combinação de previsões foi apresentada inicialmente por Bates e Granger (1969) há pouco menos de 50 anos e tem sido de acordo com Rodrigues e Stevenson (2013) uma alternativa simples e eficaz para melhorar o desempenho das previsões suportadas por um único modelo. Muitas propostas sobre como atribuir diferentes pesos às técnicas de previsão individual nas combinações foram apresentadas desde então (NEWBOLD; GRANGER, 1974; THACKER, 1999; RIDLEY, 1999; WERNER, 2005; WANG; CHANG, 2010; CANG, 2011). Nesta tese também se apresentou, no capítulo anterior, uma proposta para obtenção de pesos, utilizando a técnica multivariada de Análise de Componentes Principais (ACP). A combinação via ACP, apresentada na Equação 15, consiste na soma das previsões individuais obtidas, ponderadas por um peso distinto para cada previsão individual.

$$F_C = \sum_{j=1}^k \theta_j F_j, \quad \forall F \geq 2, \quad \sum_{j=1}^k \theta = 1 \text{ e } 0 < \theta < 1 \quad \text{Equação (15)}$$

Onde  $\theta$  é o peso ponderado atribuído a cada previsão individual  $F_j$  na combinação de previsões  $F_C$ .

Os pesos de cada previsão individual são obtidos com os resultados numéricos dos autovetores e autovalores da ACP, conforme Equação 16. Os autovalores são retidos na mesma quantidade de variáveis inseridas no modelo, neste caso os vetores de erros das previsões individuais.

$$\vartheta_j = \frac{1}{\sum_{i,j=1}^k \left( (ABS(w_{i,j}))^{\lambda_i} \right)}, \quad \forall \lambda \geq 1 \quad \text{Equação (16)}$$

Onde  $w$  é a carga de cada fator e  $\lambda$  é a comunalidade reescalada com base no menor  $\lambda_i$  observado.

As cargas fatoriais são utilizadas como pesos inversos, pois na combinação de previsões deseja-se menor contribuição das previsões com maior variabilidade, e na ACP as primeiras componentes, com maior peso, retém a carga das variáveis com maior variabilidade. A carga dos autovalores é utilizada após reescalonamento, considerando o menor valor de comunalidade como base 1 e atribuindo proporcionalidade aos demais valores

( $\lambda$ ). Após a obtenção dos pesos iniciais ( $\vartheta$ ) estes são ponderados, de acordo com a sua contribuição na soma de todos os pesos, conforme Equação 17.

$$\theta_j = \frac{\vartheta_j}{\sum_{j=1}^k \vartheta_j} \quad \text{Equação (17)}$$

### 5.3 MÉTODO

Para obter as séries de dados deste estudo, utiliza-se a série de dados brasileira “índice de produção física de alimentos”, com valores em percentual e disponível em [www.ipeadata.gov.br](http://www.ipeadata.gov.br). Esta série é pública e o fornecimento dos dados está sob a responsabilidade da Associação Brasileira das Indústrias da Alimentação ABIA – Brasil. Considera-se 268 observações desta série, com período compreendido até agosto de 2010. A série possui características de tendência e sazonalidade bem definidas, comuns a muitas séries temporais.

Para gerar séries com maior variabilidade, opta-se, neste estudo, pela simulação de valores para cada período de tempo (268 passos) aplicando a distribuição normal. Os parâmetros utilizados são probabilidade, média e desvio-padrão. Como parâmetro de probabilidade seleciona-se valores aleatórios entre 0 e 1. O valor observado em cada período de tempo é utilizado como média da distribuição simulada, evitando alteração na componente de tendência da série de dados. Para o desvio-padrão são utilizados 5 níveis de perturbação, que resultem em aumento de aproximadamente 5%, 10%, 15%, 25% e 50% do desvio-padrão original da série de índices (35,10%). A simulação ainda opera com a condição de obter somente valores positivos para a série e controle do desvio-padrão final da série, limitado em diferentes intervalos com 95% de confiança para o desvio-padrão, de modo que ao considerar uma alteração no desvio padrão original na ordem de 10%, espera-se que a série simulada apresente desvio-padrão variando entre 36,06% e 41,59%.

As séries simuladas são modeladas com as mesmas técnicas selecionadas para a melhor combinação de previsões via ACP da série original, em estudo apresentado no capítulo anterior. São elas: MMS, MA, Naive, HOLT e H-W. Assim como no estudo original, são utilizados para as modelagens e ACP as previsões obtidas com base nos mesmos 256

valores da série de índices. Os softwares utilizados para estas modelagens são SPSS<sup>®</sup>, MINITAB<sup>®</sup> e R-Project<sup>®</sup>.

Após a modelagem procede-se com a ACP dos erros das previsões individuais, com cálculo dos pesos utilizando os autovalores e autovetores, com a posterior combinação das técnicas individuais. Observam-se após as combinações, as medidas de acurácia MAPE e realizam-se as comparações com as técnicas de previsão individual e entre os níveis de variabilidade da série.

## 5.4 SIMULAÇÕES E ANÁLISES

Para realizar a comparação entre diferentes níveis de variabilidade, a série de dados brasileira “índice de produção física de alimentos” foi submetida a 5 níveis de perturbação na medida final de desvio-padrão da série simulada. O desvio-padrão de cada série gerada foi controlado de modo que a série obtida estivesse de forma aproximada 5%, 10%, 15%, 25% e 50% acima do desvio-padrão da série original, mantendo a medida de desvio-padrão dentro de limites de 95% de confiança. As medidas e os limites das séries simuladas são descritos na Tabela 8.

Tabela 8. Características das séries simuladas

Série Observada	Desvio-padrão esperado	Limites controlados		Desvio-Padrão
		Inferior	Superior	
<i>Original</i>	-----	-----	-----	35,10
<i>Simulada 5%</i>	36,86	34,42	39,70	36,62
<i>Simulada 10%</i>	38,61	36,06	41,59	38,24
<i>Simulada 15%</i>	40,37	37,70	43,48	40,78
<i>Simulada 25%</i>	43,88	40,98	47,26	43,75
<i>Simulada 50%</i>	52,66	49,18	56,72	51,98

No intuito de replicar a análise apresentada no capítulo anterior da presente tese, após a obtenção das séries simuladas, as mesmas foram modeladas pelas técnicas de previsão: MMS, Naive, MA, Holt e HW. Para cada técnica foram considerados adequados os parâmetros que forneceram as melhores medidas de acurácia MAPE no ajuste do modelo. Os

resíduos de previsão gerados nestas modelagens foram armazenados em vetores e foram considerados como variáveis de entrada na ACP. Para obtenção dos pesos de cada previsão individual na combinação destas, são retidas todas as componentes da ACP. Os resultados encontrados para a medida MAPE de cada nível de perturbação, o percentual de redução da medida de acurácia para cada técnica de previsão e o MAPE médio das técnicas individuais combinadas são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9. Medidas MAPE das simulações e percentual de redução

Séries Simuladas		MAPE					MAPE Médio	MAPE Combinação
		MMS	Naive	MA	Holt	HW		
<i>Série 5%</i>	MAPE	9,073	9,631	6,755	9,023	6,173	8,131	5,803
	% Redução	-36,04%	-39,75%	-14,09%	-35,69%	-5,99%	-28,63%	
<i>Série 10%</i>	MAPE	12,705	14,368	10,955	11,968	10,012	12,001	8,115
	% Redução	-36,13%	-43,52%	-25,92%	-32,19%	-18,95%	-32,38%	
<i>Série 15%</i>	MAPE	16,494	18,199	14,081	14,635	13,288	15,339	14,265
	% Redução	-13,51%	-21,62%	+1,31%	-2,53%	+7,35%	-7,00%	
<i>Série 25%</i>	MAPE	20,541	23,737	17,822	18,849	17,507	19,691	19,399
	% Redução	-5,56%	-18,28%	+8,85%	+2,92%	+10,81%	-1,48%	
<i>Série 50%</i>	MAPE	50,104	46,945	40,023	48,910	43,118	45,820	42,131
	% Redução	-15,91%	-10,25%	+5,27%	-13,86%	-2,29%	-8,05%	

\* Valores positivos no % redução, indica que o modelo apresentou uma piora na acurácia.

Na Tabela 9 é possível observar que, em média, a combinação de previsões utilizando a ACP mostrou-se uma alternativa eficiente em relação às previsões individuais, quando utilizadas as mesmas técnicas de previsão individual empregadas no modelo original, para séries de dados simuladas com maior variabilidade. Para as 2 simulações iniciais, com variabilidade alterada em 5% e 10%, a previsão obtida por meio da combinação apresentou ajuste do modelo com medida MAPE menor quando comparada com todas técnicas de previsão individual envolvidas na combinação, resultando em percentual médio de redução de 28,63% e 32,38% respectivamente.

As simulações com níveis mais elevados de variabilidade, 15%, 25% e 50%, resultaram em redução média do valor MAPE, porém com menor intensidade que as de menor variabilidade, o que já era esperado, uma vez que variabilidades maiores nas séries temporais prejudicam a previsão destas. Para as séries simuladas com 15%, 25% e 50% de alteração no desvio-padrão, não foi possível observar ganho na acurácia das melhores técnicas de previsão

individual, conforme apresentado na Tabela 9. O ajuste gerado pelas combinações de previsões e as séries simuladas podem ser visualizados na Figura 16.

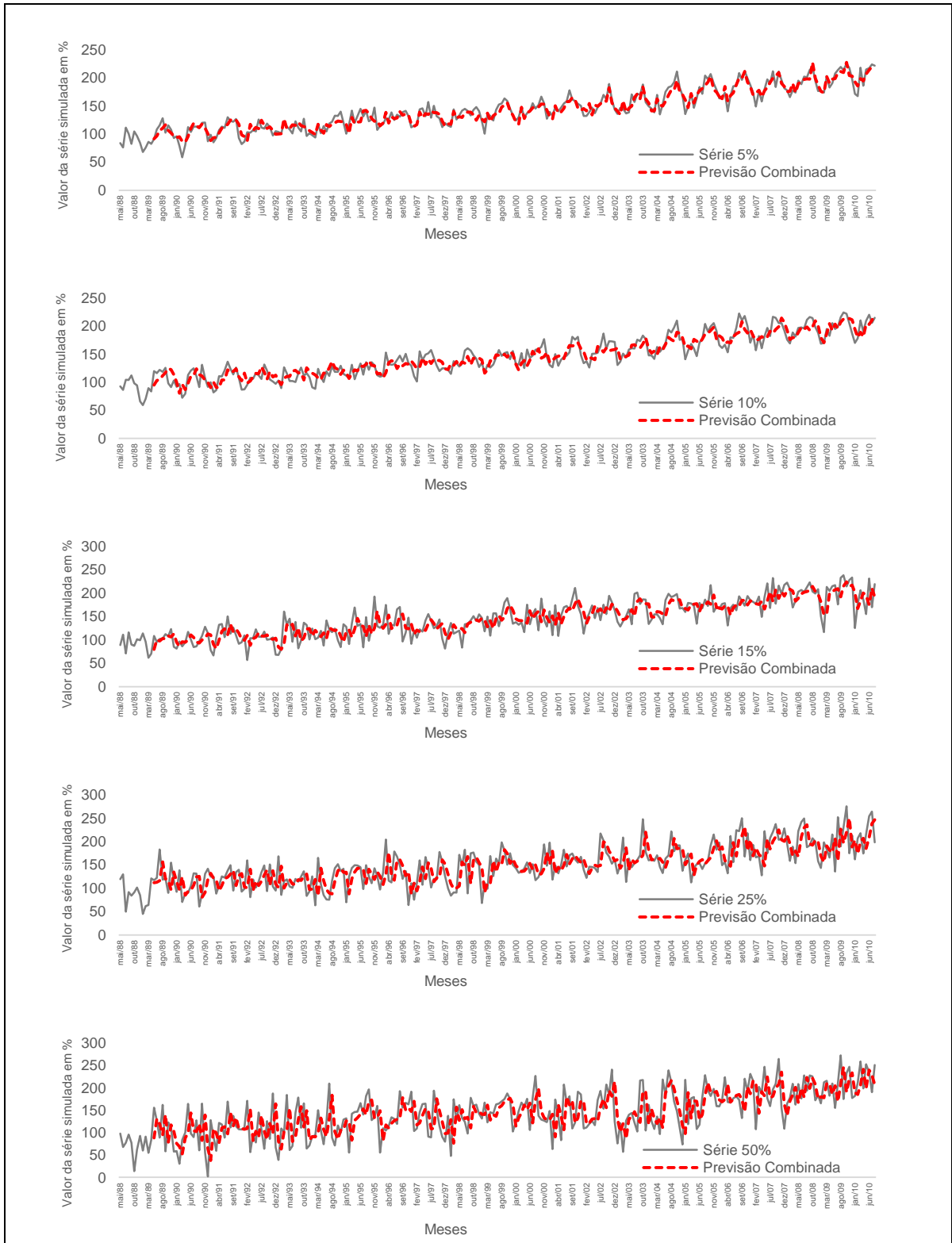


Figura 16. Ajuste das Séries Simuladas

## 5.5 CONCLUSÃO

A observação de previsões em séries com algum nível de perturbação na medida de variabilidade auxilia na identificação da viabilidade destas. No capítulo anterior desta tese, observou-se uma combinação de previsões utilizando a ACP, modelando uma série bem definida em relação às características de tendência e sazonalidade. Neste estudo avaliou-se a efetividade desta em séries com 5 níveis de perturbação na variabilidade.

Os resultados indicaram que a alternativa de combinação proposta no capítulo anterior mostrou-se viável para séries com características de tendência e sazonalidade e de maior variabilidade, em relação à série avaliada originalmente. Observou-se redução média na medida de acurácia em todos os níveis de perturbação simulados. Para níveis de perturbação de até 10% no desvio-padrão a combinação apresentou ajuste à série de dados superior as de todas suas previsões individuais, com redução média na medida MAPE de 28,63% e 32,38% respectivamente. Para perturbações de 15%, 25% e 50% no desvio-padrão a redução média foi de 7,00%, 1,48% e 8,05% respectivamente, porém não foi efetiva quando comparada às técnicas de melhor ajuste utilizadas na combinação.

Sugere-se, em trabalhos futuros, a aplicação deste modelo de combinação em séries de dados com outras características, bem como a comparação com outros métodos de combinação de previsões. A verificação da medida de qualidade do ajuste do modelo aos dados por meio de outras medidas de acuracidade representa outra oportunidade de pesquisa.

## REFERÊNCIAS

BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v. 20, n. 4. 1969, p. 451-468.

BRASIL, INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA, IPEADATA. **Produção física de alimentos - índice (média 1989 = 100)**. <http://www.ipeadata.gov.br>. Acesso em 20 de março de 2014.

CANG, S. (2011). A non-linear tourism demand forecast combination model. **Tourism Economics**, 17, 5-20.

HYNDMAN, ROB J.; AHMED, ROMAN A.; ATHANASOPOULOS, GEORGE; SHANG, HAN LIN. Optimal combination forecasts for hierarchical time series. **Computational Statistics and Data Analysis**. v.55, 2011, p. 2579–2589.

KUGIUMTZIS, DIMITRIS; BORA-SENTA, EFTHIMIA. Simulation of multivariate non-gaussian autoregressive time series with given autocovariance and marginal. **Simulation Modelling Practice and Theory**. v.44, 2014, p. 42–53.

LI, SHENG-TUN; KUO, SHU-CHING; CHENG, YI-CHUNG; CHENG, CHIH-CHUAN. A vector forecasting model for fuzzy time series. **Applied Soft Computing**. v. 11, 2011, p. 3125–3134.

NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series A (General). v. 137, 1974, p. 131-165.

RIDLEY, D. Optimal antithetic weights for lognormal time series forecasting. **Computers & Operations Research**. v. 26, 1999, p.189-209.

RODRIGUES, BRUNO DORE; STEVENSON, MAXWELL J. Takeover prediction using forecast combinations. **International Journal of Forecasting**. v.29, 2013, p. 628–641.

THACKER, W. C. Principal Predictors. **International Journal of Climatology**. v. 19, 1999, p. 821-834.

TIAN, JING; ANDERSON, HEATHER M. Forecast combinations under structural break uncertainty. **International Journal of Forecasting**. v.30, 2014, p. 161–175.

WANG, F.; CHANG, K. Adaptive neuro-fuzzy inference system for combined forecasts in a panel manufacturer. **Expert Systems with Applications**. v.37, 2010, p. 8119–8126.

WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

ZHAO, TONGTIEGANG; ZHAO, JIANSHI. Forecast-skill-based simulation of streamflow forecasts. **Advances in Water Resources**. v. 71, 2014, p. 55–64.



**6. ARTIGO 5 - SISTEMÁTICA DE SELEÇÃO DE TÉCNICAS VIA ACP:  
ESTUDO COMPARATIVO DE DIFERENTES MÉTODOS**

*A versão final será submetida a um periódico da área de previsões.*

# **Sistemática de Seleção de Técnicas via ACP: Estudo Comparativo de Diferentes Métodos**

## **Resumo**

Comparar desempenho preditivo de diferentes métodos de combinação de previsões é o tema abordado em diversos estudos, motivados principalmente pela proposição de novas teorias. A proposta de combinar previsões via ACP mostrou-se uma alternativa viável para séries de dados reais e com variabilidade perturbada por simulação, porém seu desempenho preditivo não foi comparado com o de outros métodos de combinar previsões. Assim, neste trabalho é apresentado um estudo comparativo da combinação via ACP com outros métodos de combinar previsões, utilizando como base de comparação 4 medidas de acurácia. Os resultados mostraram que a aplicação do método de combinação via ACP resulta em melhor ajuste do modelo, de acordo com as medidas MAPE, RMSE, MSE e MAE quando comparado com outras formas de combinar previsões e para previsões futuras observadas de 4 a 40 passos à frente, de acordo com a medida MAPE.

**Palavras-chave:** Combinação de Previsões, Combinação via ACP, Acurácia.

## **Abstract**

The comparison of the predictive performance of different combination methods is the approach of several studies, motivated mainly by the proposal of new theories. The proposal to combine individual forecasts by PCA, proved viable to a real time series and with variability perturbed by simulations, however the predictive performance was not compare with the performance of other combination methods. Therefore, is presented a comparative study between combination by PCA and other combination methods used for this 4 accuracy measure. The results indicated that the application of the combination method by PCA results in the best model adjustment when compared with other ways to combine forecasts, according the measures MAPE, RMSE, MSE and MAE and also for future forecasts observed of 4 up to 40 steps ahead according MAPE measure.

**Keywords:** Forecasts Combination, Combining by PCA, Accuracy.

## 6.1 INTRODUÇÃO

Quando se objetiva reduzir os erros inerentes aos processos preditivos, combinar técnicas de previsão individual tem se mostrado uma boa opção desde 1969, quando este método foi apresentado por Bates e Granger. Muitos métodos para combinar previsões foram desenvolvidos desde então, promovendo estudos comparativos sobre a qualidade da modelagem ou do desempenho preditivo destes (MAKRIDAKIS; HIBON, 2000; STOCK; WATSON, 2004; PONCELA; SERNA, 2006; PATTON; SHEPPARD, 2009; ANDRAWIS et al.; 2011, MARTINS; WERNER, 2012; MARTINS; WERNER, 2014). Tais estudos são desenvolvidos com o objetivo de identificar o modelo mais adequado à determinada característica temporal ou técnica de previsão individual.

Em estudos apresentados nos capítulos anteriores, é apresentada uma alternativa utilizando a Análise de Componentes Principais (ACP) para selecionar técnicas de previsão individual e obter pesos para combinar estas. Como resultado, foram selecionadas as técnicas de previsão individual Média Móvel Simples (MMS), Naive, MA, Holt e Holt-Winters (H-W). O resultado desta seleção e modelo proposto foi submetido anteriormente a análises com séries simuladas de diferentes níveis de perturbação na variabilidade, onde mostrou desempenho satisfatório. Porém, esta forma de combinar previsões ainda não foi submetida a estudo comparativo.

Entre os métodos existentes para combinar previsões a média aritmética é considerada por autores como a mais utilizada (FLORES; WHITE, 1989; TAYLOR; BUNN, 1999; PONCELA, et al., 2011). Outro método amplamente referenciado é conhecido como método da variância mínima, apresentado por Bates e Granger (1969). Propostas mais recentes utilizam estruturas multivariadas para compor os pesos das previsões individuais (THACKER, 1999; PONCELA, et al, 2011). Neste estudo, objetiva-se comparar o método proposto, combinação via ACP, com a qualidade de ajuste de alguns modelos de combinação de previsões além de comparar em termos de capacidade preditiva. Para tanto, o método proposto é comparado com alguns métodos de combinação abordados na literatura, especialmente em estudos comparativos, são eles: Média Aritmética, Variância Mínima com e sem efeito da correlação e Regressão balizada por um fator comum. Visando medir a qualidade de ajuste do modelo são utilizadas as medidas de acuracidade MAPE (*Mean*

*Absolute Percentage Error*), RMSE (*Root Mean Square Error*), MSE (*Mean Square Error*) e MAE (*Mean Absolute Error*). As modelagens são realizadas com a série de dados reais brasileira de índice de produção alimentícia.

Este estudo comparativo é apresentado em 5 seções. Uma breve introdução é apresentada nesta seção. Seguida por uma descrição sobre os métodos de combinação de previsões abordados. Na continuação apresenta-se o método utilizado para realizar o estudo comparativo, com resultados encontrados expostos na sequência. Ao final deste estudo são apresentadas as conclusões obtidas e as referências adotadas.

## 6.2 COMBINAÇÃO DE PREVISÕES

As técnicas de previsão individual abordam em suas modelagens, atributos específicos das séries temporais, se ajustando a diferentes características das séries de dados e não é raro que diferentes técnicas modelem adequadamente uma mesma série. Armstrong (2001) recomenda a utilização da combinação de previsão, em casos onde há dúvidas sobre qual técnica de previsão individual utilizar.

A combinação de previsões realizada pela média aritmética das previsões obtidas pelas técnicas individuais é reconhecida como um dos métodos mais populares para combinação de diferentes previsões, principalmente pela simplicidade de obtenção da previsão combinada (FLORES; WHITE, 1989; TAYLOR; BUNN, 1999; PONCELA, et al., 2011). Entretanto, resultados de estudos comparativos abordando a combinação de previsões, indicam que, quando não há estabilidade da série, deveria-se considerar uma alteração nos pesos das previsões (GRANGER; RAMANATHAN, 1984; DEUTSCH et al., 1994; CHAN et al., 2004; TIMMERMANN, 2006).

Uma forma de atribuir diferentes pesos para as técnicas de previsão individual nas combinações foi proposto por Bates e Granger (1969). Nesta proposta os pesos são calculados atribuindo maior peso para as previsões geradas pelas técnicas individuais que resultem em menor variabilidade dos resíduos. Nesta proposta, os pesos para duas previsões individuais são obidos conforme Equação 18.

$$\theta_1 = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad \text{Equação (18)}$$

onde  $\rho$  é o valor da correlação linear entre os erros das previsões individuais combinadas e  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  representam os desvios dos erros de previsão das modelagens individuais  $F_1$  e  $F_2$ .

Ao considerar que as previsões individuais são independentes, pode-se considerar o efeito da correlação linear nulo, atribuindo  $\rho=0$ . Resultando na obtenção de pesos conforme descrito pela Equação 19. Este formato é frequentemente observado em estudos que relatam a combinação de previsões (WERNER, 2005; ANDRAWIS et al., 2011; MARTINS, WERNER, 2012).

$$\theta_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad \text{Equação (19)}$$

onde  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  representam os desvios dos erros de previsão das modelagens individuais obtidas em  $F_1$  e  $F_2$ , respectivamente.

Outra linha de estudos apresenta métodos de combinação apoiados nas teorias de análises fatoriais multivariadas e análises regressivas (PONCELA, et al, 2011; PONCELA; SERNA, 2006; STOCK; WATSON, 2004; THACKER, 1999). Neste estudo opta-se pela retenção de um fator comum da ACP, utilizado como balizador de pesos na análise de Regressão Linear. Este fator é obtido com base nos resíduos gerados nas previsões individuais. A inserção desta variável na Regressão Linear pode melhorar a qualidade dos pesos estimados, reduzindo um dos problemas observados na combinação por Regressão Linear, a multicolinearidade das previsões individuais na análise que resulta em contribuições não significativas por parte de algumas modelagens individuais. Estudos utilizando modelos de combinação com um fator foram apresentados anteriormente por Figlewski (1983), Figlewski e Urich (1983), Chan et al. (1999), entre outros.

Na combinação via ACP, para cada previsão individual são atribuídos valores obtidos considerando os autovetores e autovalores da ACP, conforme Equação 20. As componentes são retidas na mesma quantidade de técnicas de previsões individuais à combinar. Os pesos são calculados pela ponderação dos valores obtidos para cada técnica de previsão individual conforme Equação 21.

$$\vartheta_j = \frac{1}{\sum_{i,j=1}^k \left( (ABS(w_{i,j}))^{\lambda_i} \right)}, \forall \lambda \geq 1 \quad \text{Equação (20)}$$

Onde  $w$  é a carga de cada fator e  $\lambda$  é a comunalidade reescalada com base no menor valor observado.

$$\theta_j = \frac{\vartheta_j}{\sum_{j=1}^k \vartheta_j} \quad \text{Equação (21)}$$

### 6.3 MÉTODO

Os métodos de combinação de previsões utilizados para este estudo comparativo são: Combinação via ACP, apresentada nesta tese, Média Aritmética, Regressão com fator comum, Variância Mínima com e sem correlação. A acuracidade dos modelos de combinação é comparada por meio da medida MAPE, RMSE, MSE e MAE desconsiderando as 12 observações iniciais da série, devido ao ajuste de nível da sazonalidade. A qualidade preditiva é obtida considerando os 40 tempos finais da série de dados.

Para as combinações que utilizam a ACP para obtenção de seus pesos, Combinação via ACP e Regressão com fator comum, a extração dos fatores comuns é realizada com a utilização dos resíduos das previsões individuais como variáveis de entrada e, são retidos todos os componentes para a Combinação via ACP e apenas a primeira componente para a Regressão com fator comum. Na combinação pelo método da variância mínima sem a correlação, são utilizados os valores inversos da variância dos resíduos das previsões individuais, objetivando penalizar a contribuição de previsões individuais com maior variabilidade. Na combinação pelo método da variância mínima com correlação, são utilizados os valores de correlação parcial entre os resíduos das previsões individuais, que indicam, de acordo com Dunk e Robert (1994), o quanto há de relação entre uma variável dependente e duas variáveis ou mais independentes, neste caso as previsões individuais.

As combinações são obtidas após modelagem de previsão individual por meio das técnicas MMS, Naive, MA, Holt e H-W. Para estas modelagens é utilizada a série de dados históricos “índice de produção física de alimentos”, série brasileira disponível em

*www.ipeadata.gov.br*. Esta série de dados é pública e a atualização dos dados é realizada pela Associação Brasileira das Indústrias da Alimentação ABIA – Brasil. Consideram-se para modelagem das previsões individuais 268 observações desta série, com período inicial em maio de 1988 até o período de agosto de 2010. As previsões passadas à frente foram realizadas com as 40 observações seguintes. Destaca-se que a série possui características de tendência e sazonalidade bem demarcadas. Esta série foi utilizada também nas etapas iniciais desta tese de doutorado.

## 6.4 ESTIMAÇÃO E COMPARAÇÕES

Para realizar a comparação entre as diferentes formas de combinar previsões utilizou-se a série de dados “índice de produção física de alimentos”. Esta série foi inicialmente modelada pelas técnicas individuais MMS, Naive, MA, Holt e H-W. A qualidade do ajuste de cada modelo de combinação de previsões foi calculada pelas medidas MAPE, RMSE, MSE e MAE. Quanto menor o valor destas medidas, melhor terá sido o ajuste do modelo. A Tabela 10 apresenta a comparação, em termos de medida de acuracidade destas modelagens. Na primeira coluna é apresentado o método de combinação, nas colunas seguintes são apresentadas as medidas de acuracidade. O método de combinação via ACP obteve os melhores ajustes ao modelo de acordo com todas as medidas de acuracidade calculadas. A combinação pela média aritmética apresentou os piores resultados em relação à qualidade do modelo, corroborando com estudos que indicam os riscos ao utilizar esta forma de combinação quando não há estabilidade nos dados da série histórica.

Tabela 10. Medidas de acuracidade dos modelos de combinação

Método de Combinação	MAPE	RMSE	MSE	MAE
Combinação via ACP	<b>3,067</b>	<b>5,233</b>	<b>27,382</b>	<b>4,267</b>
Média Aritmética	4,592	8,038	64,613	6,517
Regressão com Fator Comum	3,102	5,253	27,589	4,337
VAR-NO-CORR	3,604	6,267	39,280	5,076
Variância Mínima	4,242	5,367	28,801	6,004

A capacidade preditiva dos modelos de combinação passos à frente foi observada e dimensionada pela medida de acuracidade MAPE. O desempenho observado ao longo de 40 períodos de tempo pode ser visualizado na Figura 17. Apesar de ter apresentado o pior ajuste ao modelo, a combinação por média aritmética, para 2 e 3 passos à frente apresentou o melhor desempenho preditivo, o que não se confirmou a partir de 5 passos, passando a apresentar o pior desempenho entre todas as combinações. Para até 3 passos à frente a combinação de previsões via ACP não apresentou o melhor desempenho entre as combinações observadas, o que não se manteve nos passos seguintes. A partir de 4 passos à frente, a combinação de previsões via ACP apresentou desempenho preditivo superior aos demais modelos de combinação avaliados, confirmando-se como uma opção viável para realizar previsões.

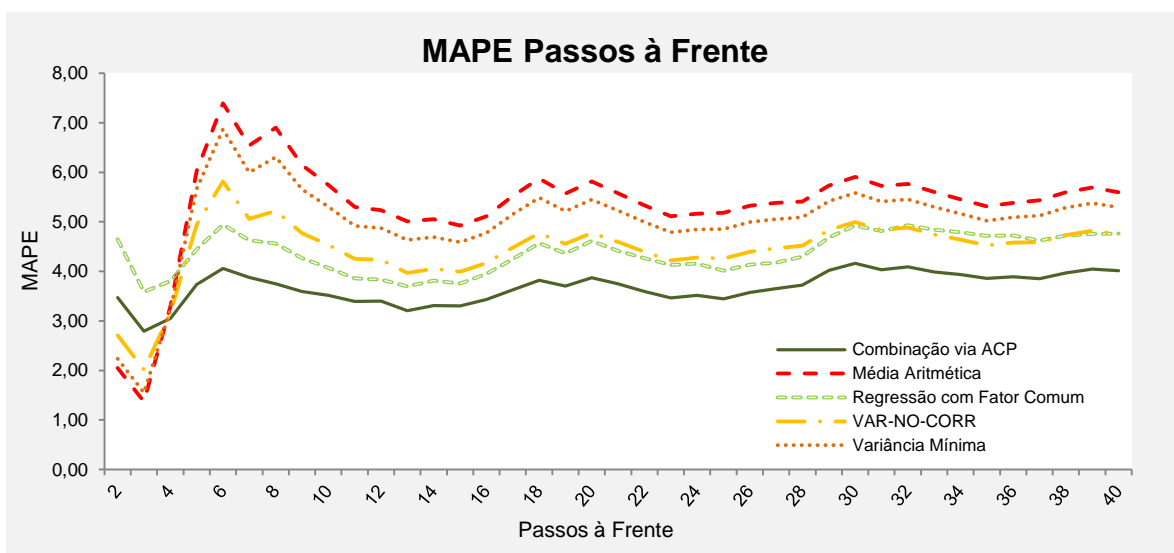


Figura 17. MAPE até 40 passos à frente dos modelos de combinação de previsões

## 6.5 CONCLUSÃO

Com o desenvolvimento de muitos métodos de combinar previsões desde a proposta do modelo inicial, estudos comparativos são necessários para a verificar o desempenho preditivo destes frente a outros modelos. Neste estudo realizou-se a comparação da Combinação via ACP com métodos tradicionais como a média aritmética e a variância mínima, além de modelos mais sofisticados como a Regressão Linear com pesos balizados pela componente principal inicial.



O ajuste do modelo de Combinação via ACP mostrou acurácia superior aos demais modelos, de acordo com as medidas MAPE (3,067), RMSE (5,233), MSE (27,382) e MAE (4,267). Em relação às previsões passos à frente, apesar de apresentar redução da medida MAPE para 3 passos à frente (2,789), a Combinação via ACP não apresentou o melhor desempenho preditivo. Porém, ao observar o desempenho preditivo de 4 até 40 passos à frente, a Combinação via ACP apresentou desempenho superior aos dos outros modelos de combinação observados. Confirmando-se como uma alternativa de combinação de previsões viável para séries com tendência e sazonalidade.

Sugere-se a comparação com outros métodos de combinação e medidas de acuracidade. A comparação destes modelos em séries com outras características representa outra oportunidade de pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. v. 27 (3), 2011.

ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.

BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v. 20, n. 4. 1969, p. 451-468.

BRASIL, INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA, IPEADATA. **Produção física de alimentos - índice (média 1989 = 100)**. <http://www.ipeadata.gov.br>. Acesso em 20 de março de 2012.

CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. Determining when to update the weights in combined forecasts for product demand: an application of the CUSUM technique. **European Journal of Operational Research**. v. 153, 2004, p. 757-768.

CHAN, Y. L., STOCK, J.; WATSON, M. A dynamic factor model framework for forecast combination. **Spanish Economic Review**, v.1, 1999, p. 91-121.

DEUTSCH, M.; GRANGER, C. W. J.; TERÄSVIRTA, J. W. The combination of forecasts using changing weights. **International Journal of Forecasting**. v. 10, 1994, p. 47-57.

DUNK, Jeffrey R.; COOPER, Robert J. Territory-size regulation in black-shouldered kite. **The Auk**. v. 111, (3), 1994, p. 588-595.

FIGLEWSKI, S. Optimal price forecasting using survey data. **The Review of Economics and Statistics**. v.65, 1983, p. 13–21.

FIGLEWSKI, S.; URICH, T. Optimal aggregation of money supply forecasts: accuracy, profitability and market efficiency. **The Journal of Finance**. v.28, 1983, p. 695–710.

FLORES, B. E. & WHITE, E. M. Combining forecasts: why, when and how. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Vol. 8, n.3, 1989, p. 2-5.

GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. Improved methods of forecasting. **Journal of Forecasting**. v. 3, 1984, p. 197-204.

MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.

MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Comparação de previsões individuais e suas combinações: um estudo com séries industriais. **Production Journal**. v.24, n.3, 2014, p.618-627.

MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Forecast combination in industrial series: A comparison between individual forecasts and its combinations with and without correlated errors. **Expert Systems with Applications**. v. 39(13), 2012, p. 11479-11486.

PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.

PONCELA, P.; RODRÍGUES, J.; SÁNCHEZ-MANGAS, R.; SERNA, E. Forecast combination through dimension reduction techniques. **International Journal of Forecasting**. v. 27, 2011, p. 224-237.

PONCELA, P.; SERNA, E. A two factor model to forecast US inflation. **Applied Economics**. v. 38 (18), 2006, p. 2191–2197.

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.

TAYLOR, J. W.; BUNN, D. W. Investigating improvements in the accuracy of prediction intervals for combinations of forecasts: a simulation study. **International Journal of Forecasting**. v. 15, 1999, p. 325-339.

THACKER, W. C. Principal Predictors. **International Journal of Climatology**. v. 19, 1999, p. 821-834.

TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. *Handbook of Economic Forecasting*. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.

WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

## 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 7.1 CONCLUSÕES

Obter previsões mais precisas é uma necessidade de gestores, no intuito de reduzir os riscos envolvidos nos processos de tomada de decisão, que têm impulsionado inúmeros estudos no campo preditivo. Muitos destes estudos focam em combinação de previsões individuais, prática preditiva inicialmente proposta em 1969 por Bates e Granger. Estes estudos surgem com propostas de novos métodos, comparação destes métodos e aplicação destes em diferentes áreas de conhecimento, transitando por ciências exatas, sociais, econômicas, ambientais, entre outras.

Há uma gama variada de técnicas de previsão individual e, não raro, várias destas promovem ajuste adequado à série de dados, resultando em dúvidas ao previsor sobre qual técnica utilizar. O método de combinação de previsões é uma forma de agregar as diversas técnicas de previsão individual. Entretanto, a literatura sugere que, além da importância em se considerar a correlação entre os erros gerados por estas previsões, se considere também técnicas que capturem características distintas da série de dados. Porém, a literatura não apresenta uma forma matemática de distinguir essas técnicas quanto às particularidades modeladas, e tampouco há consenso entre os autores quanto a quantidade de técnicas individuais a combinar.

Assim, o principal objetivo desta tese focava-se na identificação de uma alternativa aos métodos atuais de combinar previsões que contemplasse a correlação entre os erros de previsão, propondo uma forma de identificar técnicas de previsão que sejam distintas quanto à modelagem de características da série de dados. Para atingir o objetivo principal, foi necessária a observação de objetivos secundários. Os 5 artigos apresentados nesta tese, nos capítulos 2, 3, 4, 5 e 6, possibilitaram a obtenção dos resultados, de acordo com os objetivos propostos, conforme apresentado abaixo.

- Verificação na bibliografia dos métodos de combinação de previsão que utilizam o coeficiente de correlação linear em sua estruturação:

Os resultados foram obtidos e apresentados no segundo capítulo desta tese pelo Artigo 1. Para tanto, foi realizada uma revisão sistemática que resultou em apenas 32 artigos em um período observado que contemplava 24 anos. Com a análise descritiva destes artigos, pode-se perceber uma retomada nos assuntos referente ao tema nos últimos anos. Porém a diversidade de autores e áreas do conhecimento, não permitiu identificar um grupo de pesquisadores ou centro de pesquisa com enfoque na combinação de previsões focada na correlação entre os erros.

- Identificação diferentes grupos de técnicas de previsão que apresentem comportamento similar em relação aos erros preditivos;

A análise de agrupamentos, apresentada no segundo artigo desta tese, possibilitou em seus resultados a organização das técnicas de previsão individuais em 3 grupos distintos. Verificou-se a adequabilidade dos grupos após comparação entre a combinação das técnicas de diferentes grupos e entre técnicas que estavam classificadas no mesmo grupo. Os resultados indicaram ainda a importância da correlação entre os erros das previsões individuais no percentual de ganho ao combinar estas técnicas.

- Proposição de uma alternativa aos métodos de combinação de previsões, selecionando o número de previsões individuais suficientes para compor a combinação de previsões, incorporando a correlação entre os erros na obtenção de pesos via análise de componentes principais;

Uma sistemática para seleção de técnicas de previsão individual foi proposta no artigo 3. Esta sistemática considerou a estrutura “omita um por vez”, aplicada a Análise de Componentes Principais. Nesta sistemática as técnicas de previsão individual foram combinadas considerando todas as componentes retidas no modelo para a obtenção dos pesos. O modelo considerado mais adequado resultou em 5 técnicas de previsão consideradas simples. Estas técnicas corroboram com os grupos apresentados no artigo 2. O método apresentado foi submetido a estudo comparativo no artigo 5 desta tese. O estudo comparativo confirmou a sistemática proposta no artigo 3 como uma alternativa de combinação de previsões viável para séries com tendência e sazonalidade, inclusive para passos à frente.

- Aplicação da proposta em séries simuladas, com alterações na característica de variabilidade de uma série real utilizada como base para a simulação.

Ao submeter o método proposto no artigo 3 à realização de previsões em séries com maior variabilidade, obtiveram-se os resultados apresentados no artigo 4, capítulo 5 da presente tese. Os resultados mostraram que, mesmo sob condições de maior variabilidade o método foi eficiente no intuito de modelar previsões mais precisas, com acurácia superior à acurácia média das previsões individuais.

A Figura 18 apresenta uma relação estruturada entre os resultados encontrados nos 5 artigos e a sequência de seus desdobramentos, nas caixas tracejadas está representado a trajetória da pesquisa entre os resultados obtidos e a proposta da pesquisa sequencial.



Figura 18. Relação entre os artigos

De um modo geral, apesar de aplicada a uma única série de dados, a Análise de Agrupamentos dos erros de previsão representa uma possibilidade para identificar técnicas de previsões individuais distintas que, quando combinadas, resultem em uma previsão mais precisa, obtendo-se maiores ganhos percentuais na acuracidade do modelo. Os resultados encontrados indicaram que quando combinadas técnicas pertencentes a um mesmo grupo o

ganho percentual, quando existe, é muito reduzido. Nestes grupos observou-se alta correlação entre os erros, corroborando com a literatura que indica influência desta medida na qualidade da previsão combinada.

A sistemática proposta, apesar de sujeita as limitações descritas anteriormente, constitui uma alternativa tangível quando se deseja combinar técnicas de previsões individuais, sem selecionar previamente a quantidade adequada de técnicas e sem desprezar o efeito da correlação entre os erros. Destaca-se o bom desempenho do método proposto, observado em estudo comparativo, estudo simulado e passos à frente. Como resultado principal obteve-se a previsão mais acurada com a seleção de técnicas individuais simples, porém com uma estrutura de obtenção de pesos mais complexa. A seleção das técnicas mais simples pode facilitar a implantação do método em diferentes ambientes, contemplando uma gama ampliada de previsores, em contrapartida seria necessário, visando a facilidade de aplicação, o desenvolvimento de um algoritmo automatizado que possibilite a obtenção dos pesos de modo mais intuitivo.

## **7.2 PESQUISAS FUTURAS**

A realização deste estudo não permitiu a exaustão das possibilidades em relacionadas às técnicas de previsão individual, métodos de combinação, medidas de acuracidade e principalmente características da série de dados. Deste modo, uma das oportunidades de pesquisas futuras é apresentada pela aplicação do modelo de combinação via ACP proposto e da exploração de diferentes técnicas de previsão via Análise de Agrupamentos às séries temporais com outras características, além da tendência e da sazonalidade, como séries estacionárias ou com volatilidade.

Replicar este estudo, com outros critérios para seleção de técnicas e outras medidas de acuracidade para avaliação da qualidade preditiva também constitui uma possibilidade de continuidade da pesquisa futuramente. Assim como a comparação com métodos novos ou consagrados de realizar previsões combinadas.

A importância da correlação entre os erros foi confirmada neste estudo, corroborando com os resultados apresentados por outros autores, sinalizando para a possibilidade de

identificação de novas abordagens que contemplem essa medida entre os erros das previsões individuais no momento de combinar previsões.

A sistemática proposta considerou como seleção o critério “omita um por vez”, impossibilitando muitas combinações de técnicas de previsão individual possíveis. Observar todas as possibilidades além das 118 contempladas neste estudo é outra possibilidade de avaliar o desempenho do método proposto.

## REFERÊNCIAS

- ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical Methods for Forecasting**. John Wiley & Sons, New York, 2005.
- ANDRAWIS, R. R.; ATYIA, A. F.; EL-SHISHINY, H. Combination of long term and short term forecasts, with application to tourism demand forecasting. **International journal of forecasting**. v. 27 (3), 2011.
- ARMSTRONG, J. S. **Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners**. Kluwer Academic Publishers. 2001.
- BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The combination of forecasts. **Operational Research Quarterly**. v. 20, n. 4. 1969, p. 451-468.
- CHAN, C. K.; KINGSMAN, B. G.; WONG, H. Determining when to update the weights in combined forecasts for product demand: an application of the CUSUM technique. **European Journal of Operational Research**. v. 153, 2004, p. 757-768.
- CLEMEN, R. T.; Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v. 5, 1989, p. 559-583.
- COSTANTINI, M.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International journal of forecasting**. v. 26, 2010, p. 725-743.
- DEUTSCH, M.; GRANGER, C. W. J.; TERÄSVIRTA, J. W. The combination of forecasts using changing weights. *International Journal of Forecasting*. v. 10, 1994, p. 47-57.
- ELLIOTT, G.; TIMMERMANN, A. Optimal forecast combination under general loss function and forecast error distributions. **Journal of Econometrics**. v. 122, 2004, p. 47-49.
- FLORES, B. E. & WHITE, E. M. Combining forecasts: why, when and how. **The Journal of Business Forecasting Methods & Systems**. Vol. 8, n.3, 1989, p. 2-5.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. ed.4. Ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. Improved methods of forecasting. **Journal of Forecasting**. v. 3, 1984, p. 197-204.
- HIBON, M.; EVGENIOU, T. To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. **International journal of forecasting**. v. 21, 2005, p. 15-24.
- MAKRIDAKIS, S. G.; HIBON, M. The M3-Competition: results, conclusions and implications. **International Journal of Forecasting**. v. 16, 2000, p. 451-476.
- MAKRIDAKIS, S. G.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. **Forecasting: methods and applications**, 3 ed. USA: Wiley, 1998, 642p.



- MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Forecast combination in industrial series: A comparison between individual forecasts and its combinations with and without correlated errors. **Expert Systems with Applications**. v. 39(13), 2012, p. 11479-11486.
- MENEZES, L. M.; BUNN, D. W.; TAYLOR, J. W. Review of guidelines for the use combined forecast. **European Journal of Operational Research**. v. 120, 2000, p. 190-204.
- PATTON, A. J.; SHEPPARD, K. Optimal combinations of realised volatility estimators. **International Journal of Forecasting**. v. 25, 2009, p. 218-238.
- PONCELA, P.; RODRÍGUES, J.; SÁNCHEZ-MANGAS, R.; SERNA, E. Forecast combination through dimension reduction techniques. **International Journal of Forecasting**. v. 27, 2011, p. 224-237.
- PONCELA, P.; SERNA, E. A two factor model to forecast US inflation. **Applied Economics**. v. 38 (18), 2006, p. 2191–2197.
- STOCK, J. H.; WATSON, M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. **Journal of Forecasting**, v.23. 2004, p. 405-430.
- TAYLOR, J. W.; BUNN, D. W. Investigating improvements in the accuracy of prediction intervals for combinations of forecasts: a simulation study. **International Journal of Forecasting**. v. 15, 1999, p. 325-339.
- THACKER, W. C. Principal Predictors. **International Journal of Climatology**. v. 19, 1999, p. 821-834.
- TIMMERMANN, A. **Forecast Combinations**. In: ELLIOT, G.; GRANGER, C.W.J.; TIMMERMANN, A. *Handbook of Economic Forecasting*. v. 1. San Diego: North-Holland. 2006.
- WALLIS, K. F. Combining forecasts – forty years later. **Applied Financial Economics**, v. 21, 2011, p. 33-41.
- WANK, P.; JULIANELLI, L. **Previsão de vendas: Processos organizacionais e métodos quantitativos e qualitativos**. São Paulo: Atlas, 2006, 260 p.
- WERNER, L. **Um Modelo Composto para Realizar Previsão de Demanda Através da Integração da Combinação e de Previsões e Ajuste Baseado na Opinião**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.