

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO DE FORMA E PARAMÉTRICA DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS  
ATRAVÉS DOS MÉTODOS META-HEURÍSTICOS HARMONY SEARCH  
E FIREFLY ALGORITHM

por

André de Ávila Borges

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, março de 2013

OTIMIZAÇÃO DE FORMA E PARAMÉTRICA DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS  
ATRAVÉS DOS MÉTODOS META-HEURÍSTICOS HARMONY SEARCH  
E FIREFLY ALGORITHM

por

André de Ávila Borges  
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Leticia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. João Kaminski Junior, DECC/UFSM

Prof. Dr. Ruy Carlos Ramos de Menezes, PPGEC/UFRGS

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas, PROMEC/UFRGS

Prof. Rogério José Marczak  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 28 de março de 2013

*Dedico este trabalho a minha família,  
por ser a base das minhas conquistas,  
o meu maior motivo para seguir lutando.*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por estar sempre presente na minha vida, iluminando os meus caminhos e me dando força e coragem para encarar todos os desafios e obstáculos.

A minha família, que sem dúvida alguma, é a razão deste sonho ter se tornado realidade.

A professora Letícia Fleck Fadel Miguel pela orientação, incentivo, paciência, confiança e amizade durante o desenvolvimento de todas as etapas deste trabalho.

Aos colegas e amigos, pela convivência, amizade, e por todos os momentos construídos nesta caminhada.

Ao PROMEC/UFRGS pela oportunidade de cursar um programa de pós-graduação de tamanha excelência.

À CAPES pelo incentivo da bolsa.

## RESUMO

Otimização estrutural é uma área relativamente nova que vem sendo cada vez mais explorada. Existem muitos métodos clássicos, e outros mais recentes vem surgindo para disputar em eficiência, confiabilidade e rapidez na obtenção de um resultado ótimo. Os algoritmos são classificados em algoritmos determinísticos, que utilizam a informação do gradiente, ou seja, usam os valores das funções e suas derivadas, e os meta-heurísticos, algoritmos de otimização aleatórios que são métodos probabilísticos não baseados em gradiente, ou seja, usam somente a avaliação da função objetivo. São apresentados dois algoritmos meta-heurísticos relativamente recentes: o *Harmony Search*, baseado na improvisação musical em busca da harmonia perfeita, e o *Firefly Algorithm*, que é inspirado no comportamento da luz dos vaga-lumes. Vários exemplos clássicos de treliças 2-D e 3-D considerando otimização paramétrica e de forma, com restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural, são apresentados para demonstrar a eficiência dos métodos. Os resultados são comparados aos de outros autores usando diferentes métodos encontrados na literatura. Os resultados indicam que os algoritmos de otimização estudados neste trabalho são melhores ou tão eficientes quanto os demais. Por fim, os métodos são aplicados à estrutura de um projeto de engenharia adaptado.

Palavras-chave: Otimização estrutural; algoritmos meta-heurísticos; *Harmony Search*; *Firefly Algorithm*; estruturas treliçadas.

## ABSTRACT

Structural optimization is a relatively new area that has been increasingly exploited. There are many classical methods, and newer are emerging to compete on efficiency, reliability and speed in obtaining an optimal result. The algorithms are classified into deterministic algorithms, which use the gradient information, *i.e.*, use the values of the functions and their derivatives, and meta-heuristic algorithms, random optimization methods which are probabilistic methods not based on gradient, *i.e.*, they use only objective function evaluation. Two relatively recent meta-heuristics algorithms are presented, Harmony Search, based on musical improvisation in search of the perfect harmony, and Firefly Algorithm, which is inspired by the behavior of the light of fireflies. Several benchmarks of 2-D and 3-D trusses considering size and shape optimization, with stress, displacement, buckling and natural frequency constraints, are presented to demonstrate the effectiveness of the methods. The results are compared to the others authors using different methods found in the literature. The results indicate that optimization algorithms studied in this work are better than or as efficient as others. Finally, the methods are applied to the structure of an adapted engineering design.

Keywords: Structural optimization; meta-heuristic algorithms; Harmony Search; Firefly Algorithm; truss structures.

## ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Motivação .....	1
1.2	Objetivos.....	2
1.3	Organização do trabalho .....	2
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	4
2.1	Tipos de otimização.....	4
2.2	Definições básicas .....	4
2.2.1	Variáveis de projeto.....	5
2.2.2	Função objetivo .....	5
2.2.3	Restrições .....	6
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	8
3.1	Histórico .....	8
3.2	Trabalhos na área de otimização .....	10
4	ALGORITMOS UTILIZADOS .....	22
4.1	<i>Harmony Search (HS)</i> .....	22
4.2	<i>Firefly Algorithm (FA)</i> .....	26
5	APLICAÇÃO EM TRELIÇAS PADRÕES DA LITERATURA.....	31
5.1	Treliça plana de 10 barras.....	33
5.2	Treliça plana de 18 barras.....	41
5.3	Treliça plana de 37 barras.....	46
5.4	Treliça espacial de 25 barras .....	51
5.5	Treliça espacial de 52 barras .....	58
5.6	Treliça espacial de 72 barras .....	64
6	APLICAÇÃO EM PROJETO DE ENGENHARIA ADAPTADO.....	78
7	CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	91
7.1	Conclusões finais.....	91
7.2	Sugestões para trabalhos futuros .....	92
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	93

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Problemas básicos de otimização de treliças: (a) otimização paramétrica; (b) otimização de forma; (c) otimização topológica. Fonte: Souza, 2009 .....	4
Figura 4.1 – Estrutura da Memória Harmônica ( <i>HM</i> ). Fonte: adaptada de Geem et al., 2001	24
Figura 4.2 – Pseudocódigo do algoritmo <i>Harmony Search</i> . Fonte: adaptada de Yang, 2008..	25
Figura 4.3 – Pseudocódigo do <i>Firefly Algorithm</i> . Fonte: adaptada de Yang, 2010b .....	27
Figura 5.1 – Treliça plana de 10 barras .....	33
Figura 5.2 – Curvas de convergência para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> .....	35
Figura 5.3 – Treliça plana de 10 barras .....	38
Figura 5.4 – Curvas de convergência para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> .....	39
Figura 5.5 – Configuração inicial da treliça plana de 18 barras engastada .....	42
Figura 5.6 – Curvas de convergência para a treliça plana de 18 barras, sujeita às restrições de tensão e flambagem, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> .....	43
Figura 5.7 – Configuração final da treliça plana de 18 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Harmony Search</i> .....	46
Figura 5.8 – Configuração final da treliça plana de 18 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Firefly Algorithm</i> .....	46
Figura 5.9 – Configuração inicial para a treliça plana de 37 barras simplesmente apoiada .....	47
Figura 5.10 – Curvas de convergência para a treliça plana de 37 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> .....	48
Figura 5.11 – Configuração final da treliça plana de 37 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Harmony Search</i> .....	51
Figura 5.12 – Configuração final da treliça plana de 37 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Firefly Algorithm</i> .....	51
Figura 5.13 – Treliça espacial de 25 barras .....	52
Figura 5.14 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 25 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> ...	54
Figura 5.15 – Configuração inicial para a treliça espacial de 52 barras (vista lateral) .....	58
Figura 5.16 – Configuração inicial para a treliça espacial de 52 barras (vista superior) .....	59



Figura 5.17 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 52 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> .....	60
Figura 5.18 – Configuração final da treliça espacial de 52 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Harmony Search</i> .....	63
Figura 5.19 – Configuração final da treliça espacial de 52 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Firefly Algorithm</i> .....	63
Figura 5.20 – Treliça espacial de 72 barras .....	64
Figura 5.21 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> ...	67
Figura 5.22 – Treliça espacial de 72 barras .....	74
Figura 5.23 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> .....	75
Figura 6.1 – Configuração do projeto original .....	78
Figura 6.2 – Treliça espacial de 124 barras .....	79
Figura 6.3 – Ilustração dos limites para as variáveis de forma, vista frontal (y-z).....	80
Figura 6.4 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 124 barras, sujeita às restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural, para os algoritmos: (a) <i>Harmony Search</i> ; (b) <i>Firefly Algorithm</i> .....	83
Figura 6.5 – Configuração final da treliça espacial de 124 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Harmony Search</i> : (a) vista frontal (y-z); (b) vista lateral (x-z).....	89
Figura 6.6 – Configuração final da treliça espacial de 124 barras otimizada no presente trabalho usando o <i>Firefly Algorithm</i> : (a) vista frontal (y-z); (b) vista lateral (x-z).....	90

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Comparação entre otimização e performance musical .....	23
Tabela 5.1 – Propriedades do material para as treliças de 10, 18, 25 e 72 barras .....	32
Tabela 5.2 – Propriedades do material para as treliças de 37, 52 e 124 barras .....	32
Tabela 5.3 – Componentes do carregamento nodal para a treliça plana de 10 barras.....	34
Tabela 5.4 – Restrições para a treliça plana de 10 barras.....	34
Tabela 5.5 – Projeto ótimo para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento .....	36
Tabela 5.6 – Tensões obtidas ao final da otimização .....	36
Tabela 5.7 – Deslocamentos obtidos ao final da otimização.....	37
Tabela 5.8 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	37
Tabela 5.9 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	37
Tabela 5.10 – Projeto ótimo para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de frequência .....	40
Tabela 5.11 – Frequências naturais para o projeto ótimo da treliça de 10 barras .....	40
Tabela 5.12 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	41
Tabela 5.13 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	41
Tabela 5.14 – Componentes do carregamento nodal para a treliça plana de 18 barras.....	42
Tabela 5.15 – Agrupamento das barras e restrição de tensão.....	42
Tabela 5.16 – Projeto ótimo para a treliça plana de 18 barras .....	44
Tabela 5.17 – Tensões obtidas ao final da otimização .....	45
Tabela 5.18 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 18 barras, com restrições de tensão e flambagem, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	45
Tabela 5.19 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 18 barras, com restrições de tensão e flambagem, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	46
Tabela 5.20 – Grupos das coordenadas nodais e das barras para a treliça plana de 37 barras .	47
Tabela 5.21 – Projeto ótimo para a treliça plana de 37 barras .....	49

Tabela 5.22 – Frequências obtidas ao final da otimização .....	50
Tabela 5.23 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 37 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	50
Tabela 5.24 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 37 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	50
Tabela 5.25 – Componentes das cargas nodais para a treliça espacial de 25 barras .....	53
Tabela 5.26 – Detalhe do agrupamento das barras para a treliça espacial de 25 barras.....	53
Tabela 5.27 – Restrições para a treliça espacial de 25 barras.....	53
Tabela 5.28 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 25 barras .....	55
Tabela 5.29 – Tensões obtidas ao final da otimização .....	55
Tabela 5.30 – Deslocamentos obtidos ao final da otimização.....	57
Tabela 5.31 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 25 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	57
Tabela 5.32 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 25 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	57
Tabela 5.33 – Grupos das coordenadas nodais e das barras da treliça espacial de 52 barras...	60
Tabela 5.34 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 52 barras .....	61
Tabela 5.35 – Frequências obtidas ao final da otimização .....	62
Tabela 5.36 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 52 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	62
Tabela 5.37 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 52 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	62
Tabela 5.38 – Componentes das cargas nodais para a treliça espacial de 72 barras .....	65
Tabela 5.39 – Detalhe do agrupamento das barras para a treliça espacial de 72 barras.....	66
Tabela 5.40 – Restrições para a treliça espacial de 72 barras.....	66
Tabela 5.41 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento .....	68
Tabela 5.42 – Tensões obtidas ao final da otimização .....	69
Tabela 5.43 – Deslocamentos obtidos ao final da otimização.....	72
Tabela 5.44 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	73

Tabela 5.45 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	73
Tabela 5.46 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de frequência .....	76
Tabela 5.47 – Frequências obtidas ao final da otimização .....	76
Tabela 5.48 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de frequências, para cinco rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	77
Tabela 5.49 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	77
Tabela 6.1 – Componentes das cargas nodais para a treliça espacial de 124 barras .....	81
Tabela 6.2 – Grupos das coordenadas nodais e das barras, e conectividade dos elementos da treliça espacial de 124 barras.....	81
Tabela 6.3 – Restrições para a treliça espacial de 124 barras.....	82
Tabela 6.4 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 124 barras .....	84
Tabela 6.5 – Tensões obtidas ao final da otimização .....	85
Tabela 6.6 – Frequências obtidas ao final da otimização .....	88
Tabela 6.7 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 124 barras, com restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural, para três rodadas independentes do <i>Harmony Search</i> .....	88
Tabela 6.8 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 124 barras, com restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural, para três rodadas independentes do <i>Firefly Algorithm</i> .....	88

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABC-AP	Artificial Bee Colony with an Adaptive Penalty Function
ACS	Ant Colony Search
AISC	American Institute of Steel Construction
ARPSO	Attractive and Repulsive Particle Swarm Optimization
ASTM	American Society for Testing and Materials
BA	Bat Algorithm
BPSO	Binary Particle Swarm Optimization
CMLPSA	Correct Multi-Level and Multi-Point Simulated Annealing
CS	Cuckoo Search
CSS-BBBC	Charged System Search and Big Bang-Big Crunch
EHS	Efficient Harmony Search
FA	Firefly Algorithm
FSD	Full Stress Design
GA	Genetic Algorithms
HBB-BC	Hybrid Big Bang-Big Crunch
HM	Harmony Memory
HMCR	Harmony Search Considering Rate
HMS	Harmony Memory Size
HPSO	Heuristic Particle Swarm Optimization
HS	Harmony Search
MBA	Mine Blast Algorithm
PAR	Pitch Adjust Rate
PSO	Particle Swarm Optimization
PSOPC	Particle Swarm Optimizer with Passive Congregation
SA	Simulated Annealing
SAHS	Self Adaptive Harmony Search
SAND	Simultaneous Analysis and Design
SLP	Sequential Linear Programming
SQP	Sequential Quadratic Programming
TMD	Tuned Mass Dampers

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_i$	Área da seção transversal da barra $i$	[m <sup>2</sup> ]
$bw$	Faixa de largura de banda de nota	
$bw_{min}$	Valor mínimo para a faixa de largura de banda de nota	
$bw_{max}$	Valor máximo para a faixa de largura de banda de nota	
$E$	Módulo de elasticidade longitudinal do material	[N/m <sup>2</sup> ]
$f(x)$	Função objetivo	
$f_n$	Frequência natural	[Hz]
$g_j$	Restrição de desigualdade	
$h_k$	Restrição de igualdade	
$I(x)$	Intensidade de luz de um vagalume em uma determinada localização $x$	
$I_0$	Intensidade de luz na origem	
$I_s$	Intensidade de luz na fonte	
$K$	Constante geométrica da seção transversal da barra	
$L$	Comprimento total da estrutura real, entre apoios	[m]
$L_i$	Comprimento da barra $i$	[m]
$n$	Número de vagalumes	
$n_g$	Número de restrições de desigualdade	
$n_e$	Número de restrições de igualdade	
$r$	Distância do vagalume à fonte de luz	
$r_{ij}$	Distância entre o vagalume $i$ e o vagalume $j$	
$x$	Vetor das variáveis de projeto	
$x_{min_i}$	Valor mínimo admissível para a variável de projeto $i$	
$x_{max_i}$	Valor máximo admissível para a variável de projeto $i$	
$\alpha$	Parâmetro de randomização	
$\beta$	Atratividade	
$\beta_0$	Atratividade em $r = 0$	
$\beta_{min}$	Valor mínimo para a atratividade	
$\epsilon_i$	Vetor de números aleatórios	
$\gamma$	Coefficiente de absorção de luz	

$\omega_{nn}$	Frequência natural	[rad/s]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma_i$	Tensão admissível da flambagem de Euler para a barra $i$	[N/m <sup>2</sup> ]
$\Gamma$	Distância característica	

# 1 INTRODUÇÃO

Não é exagero dizer que a otimização está em toda parte, de projetos de engenharia a planejamento de negócios, e do roteamento da internet ao planejamento das férias. Em quase todas essas atividades, tenta-se alcançar certos objetivos ou se otimizar algo tal como lucro, qualidade ou tempo. Como recursos, tempo e dinheiro são sempre limitados nas aplicações do mundo real, devem ser encontradas soluções que façam uso de maneira ótima desses recursos valiosos sobre várias restrições. Otimização matemática ou programação é o estudo de tais problemas de planejamento e projeto usando ferramentas matemáticas. Atualmente, simulações por computador se tornam uma ferramenta indispensável para resolver problemas de otimização com vários algoritmos de busca eficientes.

O campo da otimização estrutural ainda é uma área relativamente nova, sujeita a rápidas mudanças em seus métodos e objetivos. Até recentemente, havia um grande desequilíbrio entre a enorme quantidade de literatura sobre o assunto, e a escassez de aplicações em problemas práticos de projetos. Esse desequilíbrio está sendo gradativamente corrigido, pois há muitas aplicações de métodos de otimização estrutural na área automotiva, aeroespacial, na engenharia civil, no projeto de máquinas e em outros campos da engenharia. Como resultado do ritmo de crescimento dessas aplicações, pesquisas sobre métodos de otimização estrutural estão cada vez mais sendo motivadas por problemas reais.

A necessidade atual por maior eficiência e competitividade tem forçado os responsáveis pelo dimensionamento de estruturas a terem grande interesse nos aspectos econômicos de seus projetos.

Neste contexto, a área de otimização vem ganhando cada vez mais destaque e será, portanto, o tema de estudo deste trabalho.

## 1.1 Motivação

A principal motivação deste trabalho é estudar um novo campo na área de engenharia mecânica, pouco explorado dentro do círculo acadêmico e muito menos utilizado nos projetos reais de engenharia nas empresas, que é a otimização estrutural. O engenheiro projeta a estrutura, aplica os critérios de resistência, e então, libera o projeto para a fabricação. O processo de otimização vai além, a estrutura é projetada, são verificadas as condições de



projeto, e então se questiona se é possível melhorá-la, e é nesse ponto que a otimização tem seu papel.

Outro ponto motivacional é propor um estudo na visão de contribuir para a consolidação de métodos recentes na área de otimização, comprovando sua eficiência, confiabilidade, desempenho e versatilidade na solução de problemas de diferentes graus de complexidade.

## **1.2 Objetivos**

Os objetivos que devem ser alcançados ao longo do trabalho são:

- Inicialmente, desenvolver, em linguagem MATLAB, um programa em elementos finitos para análise estrutural e modal de treliças 2-D e 3-D;
- Implementar programas, utilizando o MATLAB, para a otimização estrutural tanto paramétrica quanto de forma de treliças planas e espaciais empregando dois algoritmos distintos recentes (*Harmony Search* e *Firefly Algorithm*), para minimização de sua massa, submetidas a vários tipos de restrições, tais como: restrições de tensão, deslocamento, flambagem, frequência natural e área das seções transversais;
- Aplicar os métodos em problemas da literatura considerados casos-padrões (*benchmarks*), analisar a convergência, realizar análises estatísticas e comparar os resultados obtidos aos encontrados na literatura, para demonstrar a eficiência dos algoritmos propostos;
- Aplicar os métodos na otimização de uma estrutura nova, proposta pelo autor, aplicando todas as restrições simultaneamente, considerando tanto otimização paramétrica quanto de forma e novamente, com isso, estudar o comportamento dos algoritmos em questão;
- Finalmente, comparar o desempenho dos dois métodos estudados e apontar as vantagens de cada um nos problemas analisados.

## **1.3 Organização do trabalho**

O presente trabalho está dividido em sete capítulos, dos quais esta introdução é o primeiro.

A seguir, no capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica, tratando dos tipos de otimização, das definições básicas, variáveis de projeto, função objetivo e restrições.

Na sequência, o capítulo 3 apresenta uma revisão bibliográfica sobre métodos de otimização e algoritmos meta-heurísticos, relatando o estado da arte.

Após a revisão bibliográfica geral, no capítulo 4 é dada ênfase aos algoritmos meta-heurísticos utilizados neste trabalho, o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)*, descrevendo-os em detalhes.

Com o objetivo de testar e validar os algoritmos utilizados, no capítulo 5 os métodos descritos no capítulo anterior são aplicados a treliças planas e espaciais de 10, 18, 37, 25, 52 e 72 barras, utilizadas como exemplos clássicos nos trabalhos de otimização da literatura. Apresenta-se, também, um estudo da convergência dos algoritmos, bem como análises estatísticas para cada caso. Os resultados da aplicação dos algoritmos propostos e a comparação com outros métodos da literatura são apresentados.

Após confirmação de que os algoritmos em estudo funcionaram bem em problemas clássicos da literatura, o capítulo 6 apresenta a aplicação desses métodos meta-heurísticos na otimização de forma e paramétrica da estrutura de um projeto de engenharia adaptado, com todas as restrições simultaneamente.

Finalmente, no capítulo 7 são apresentadas as conclusões finais deste trabalho, bem como algumas sugestões para possível continuidade da pesquisa.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Tipos de otimização

A otimização estrutural pode ser dividida em três campos: otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica. Na Figura 2.1 são apresentadas as três abordagens aplicadas ao projeto de treliças. Na otimização paramétrica, Figura 2.1(a), são otimizados os parâmetros relativos às barras, como a área da sua seção transversal, mantendo-se a forma da estrutura pré-definida. Na otimização de forma, Figura 2.1(b), modificam-se as posições dos nós da treliça, alterando-se a forma final da estrutura. A otimização topológica, Figura 2.1(c), consiste na retirada de barras da estrutura, formando uma nova topologia.

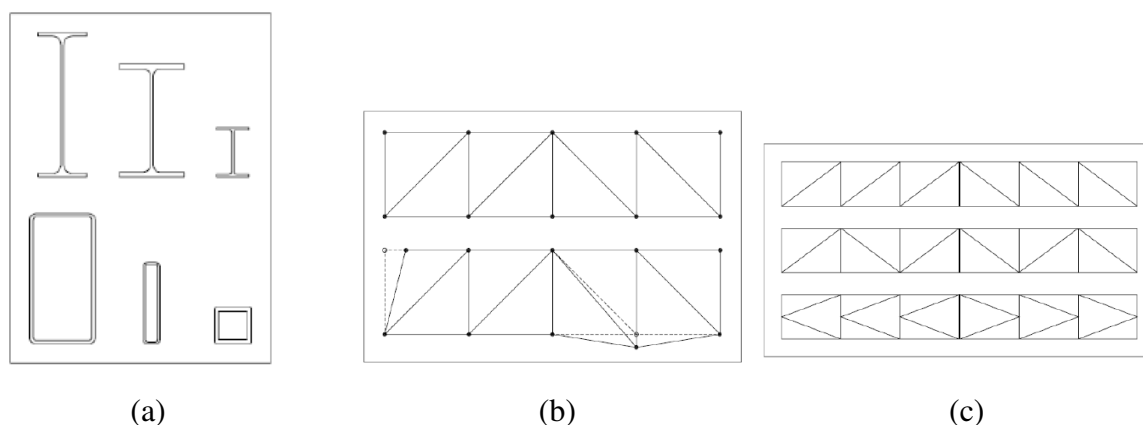


Figura 2.1 – Problemas básicos de otimização de treliças: (a) otimização paramétrica; (b) otimização de forma; (c) otimização topológica. Fonte: Souza, 2009

A redução do peso da estrutura e a melhora do objetivo desejado são crescentes na sequência descrita dos métodos, ou seja, na otimização topológica é possível se obter melhores resultados uma vez que é permitida a retirada de material.

### 2.2 Definições básicas

Na formulação de um problema de otimização estão presentes os seguintes conceitos: variáveis de projeto, função objetivo e restrições.

### **2.2.1 Variáveis de projeto**

As variáveis de projeto são os parâmetros do problema que podem ser alterados para otimizar o sistema. Por exemplo, no caso da estrutura de uma treliça, as variáveis podem representara área da seção transversal da barra, o valor de uma propriedade do material das barras (módulo de elasticidade), posição dos nós, etc.

As variáveis de projeto são classificadas em variáveis contínuas e discretas. As variáveis contínuas podem assumir qualquer valor real, já as variáveis discretas são limitadas a alguns valores pré-estabelecidos, em função do tipo da variável, por exemplo, se a variável do problema que se está otimizando corresponde ao diâmetro de um tubo ou à área da seção transversal do perfil, então essa variável deve ser discreta, uma vez que os perfis comerciais apresentam valores tabelados. Obviamente, se for possível fabricar o perfil a partir de qualquer dimensão, o problema poderia assim ser analisado utilizando-se variáveis contínuas. Pensando em um projeto real e na sua fabricação, geralmente, isso não é feito, justamente porque em se tratando de um problema de otimização estrutural, em que o objetivo é a redução de custo, a ideia de fabricar um perfil acaba saindo mais caro do que comprar um perfil já pronto. Nesse caso, estaria-se reduzindo o custo através da análise de otimização, e por outro lado, encarecendo no momento da fabricação.

### **2.2.2 Função objetivo**

A função objetivo é responsável por quantificar o que se quer otimizar. Ela será função das variáveis de projeto escolhidas, e deve ser usada como uma medida da eficiência do projeto. No caso de se estar otimizando uma estrutura quanto a sua massa, ou seja, o objetivo é encontrar a estrutura mais leve possível, então a função objetivo deve representar o cálculo da massa da estrutura e na sua formulação devem aparecer as variáveis de projeto, isto é, a função objetivo é função das variáveis. O problema de otimização consistirá em encontrar o mínimo para essa função. Vale ressaltar que nem sempre em problemas de otimização se deseja encontrar um valor mínimo para a função objetivo, também é possível que um máximo seja requerido.

### 2.2.3 Restrições

Restrições são os limites impostos ao problema para se obter a solução otimizada. Em otimização estrutural essas restrições podem ser de diversos tipos: tensão, deslocamento, frequência, flambagem, etc. No caso de uma treliça em que o objetivo seja obter a estrutura com a menor massa possível, isso deve ser feito respeitando essas restrições, ou seja, que nenhuma barra atinja o limite de escoamento, nenhum nó sofra um deslocamento acima do permitido por norma ou por um valor definido pelo usuário, que nenhuma barra rompa pelo efeito de flambagem, ou então que a estrutura apresente as suas frequências naturais distantes de algum valor que fosse causar o efeito ressonância, por exemplo. Em um problema desse tipo, a estrutura pode estar sujeita a uma ou a todas as restrições simultaneamente.

As restrições são classificadas em três categorias: laterais, igualdade e desigualdade. Considerando um conjunto de variáveis de projeto  $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , uma restrição lateral é do tipo:

$$x_{min_i} \leq x_i \leq x_{max_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

uma restrição de desigualdade é uma equação do tipo:

$$g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_g \quad (2.2)$$

e uma restrição de igualdade é do tipo:

$$h_k(x) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_e \quad (2.3)$$

Com relação ao estado, a restrição é classificada em ativa e inativa. Uma restrição está ativa quando:

$$g_j(x) = 0 \quad (2.4)$$

e uma restrição está inativa quando:

$$g_j(x) > 0 \quad (2.5)$$

O ideal seria que todas as restrições estivessem ativas no final da otimização, do contrário, as que estão inativas, a princípio, seriam desnecessárias ao problema, pois não influenciam, ou seja, em um problema que tivesse como restrições o deslocamento e a tensão, por exemplo, pode ser que no final as restrições de deslocamento estejam ativas, sendo que as de tensão estejam distantes do limite imposto ao problema. Nesse caso, o problema estaria sendo otimizado apenas quanto às restrições de deslocamento e as de tensão, então, poderiam ser desprezadas, o que representaria um ganho em custo computacional. Porém, é difícil saber de antemão quais restrições influenciam ou não o resultado da otimização, e assim, todas devem ser consideradas.

Apresentadas as definições de variáveis de projeto, função objetivo e restrições, a formulação de um problema de otimização é dada por:

$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(x) \\ & x \\ \text{tal que} \quad & h_k(x) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n_e \\ & g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_g \end{aligned}$	(2.6)
---	-------

onde  $f(x)$  é a função objetivo,  $x$  é a variável de projeto,  $h_k(x) = 0$  e  $g_j(x) \geq 0$  se referem às restrições.

## 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1 Histórico

A maioria dos problemas de otimização em engenharia são não-lineares com muitas restrições, o que exige algoritmos de otimização eficientes. Em geral, tais algoritmos são classificados em duas categorias principais: os algoritmos determinísticos (métodos de programação matemática) e os algoritmos aleatórios ou estocásticos (métodos probabilísticos). A maioria dos algoritmos clássicos ou convencionais para otimização estrutural são determinísticos e a maioria deles usa a informação do gradiente, ou seja, usa os valores das funções e suas derivadas. Eles normalmente funcionam bem para problemas simples, entretanto, se houver alguma descontinuidade na função objetivo, eles podem não convergir. Então, para esse tipo de problema, um algoritmo não baseado em gradiente é preferido, pois não usa nenhuma derivada, apenas os valores das funções.

A diferença essencial entre os métodos é que os probabilísticos procuram encontrar o mínimo global do problema de otimização, evitando os mínimos locais; já os determinísticos fornecem um mínimo local (a menos que o problema possua um único mínimo, em que nesse caso será o mínimo global).

Os algoritmos determinísticos caracterizam-se por gerar uma sequência determinística de possíveis soluções requerendo, na maioria das vezes, o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Eles são classificados em métodos de programação linear, programação não-linear e métodos baseados em teoria de aproximações, como *Sequential Linear Programming (SLP)* e *Sequential Quadratic Programming (SQP)*. Por sua vez, os métodos de programação não-linear são classificados em métodos para solução de problemas de otimização sem restrição e com restrição.

Por outro lado, os métodos de otimização baseados em algoritmos probabilísticos usam somente a avaliação da função objetivo e introduzem no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos. São considerados métodos de ordem zero por não utilizarem a derivada da função objetivo. Os mais conhecidos são os Algoritmos Genéticos (*GA*), *Particle Swarm Optimization (PSO)*, *Artificial Bee Colony (ABS)*, *Ant Colony Search (ACS)*, *Simulated Annealing (SA)*, *Harmony Search (HS)*, *Firefly Algorithm (FA)*, *Bat Algorithm (BA)*, *Cuckoo Search (CS)*, dentre outros.

Esses algoritmos livres de gradiente são chamados de algoritmos estocásticos ou aleatórios, que segundo Yang, 2009, apresentam duas classificações, embora a diferença seja pequena, que são: *heurístico*, que significa “encontrar” ou “descobrir por tentativa e erro” – as soluções para um problema difícil de otimização podem ser encontradas em uma quantidade de tempo razoável, mas sem garantia que o ótimo seja alcançado. Eles são usados quando não se quer necessariamente as melhores soluções, mas sim soluções boas que são facilmente alcançáveis; e *meta-heurísticos* – representam um desenvolvimento sobre os algoritmos heurísticos, eles geralmente têm um desempenho superior. Vale ressaltar que não há um acordo na literatura sobre as definições de heurísticos e meta-heurísticos, ambos os termos são usados indistintamente. Porém, a tendência é nomear todos os algoritmos aleatórios com randomização e busca local como meta-heurísticos. Randomização fornece uma boa maneira de se afastar de uma busca local para uma em escala global, o que faz com que quase todos os algoritmos meta-heurísticos sejam adequados para otimização global.

Algoritmos meta-heurísticos representam uma maneira por tentativa e erro de produzir soluções aceitáveis para problemas complexos em um tempo razoável. Não há garantia de que as melhores soluções serão encontradas, e nem ao menos se o algoritmo funcionará e por que funcionará. A ideia é ter um algoritmo eficiente, porém prático que funcione na maioria das vezes, seja capaz de produzir soluções de boa qualidade e, entre essas, que alguma esteja próxima do ótimo.

Segundo Yang, 2009, as duas maiores componentes dos algoritmos meta-heurísticos são: intensificação e diversificação. Diversificação significa gerar várias soluções de modo a explorar o espaço de busca em escala global, enquanto intensificação significa focar a pesquisa em uma região local através da exploração da informação que uma boa solução é encontrada nessa região, isto é, em combinação com a seleção das melhores soluções. A seleção das melhores soluções garante a convergência ao ótimo, enquanto a diversificação através da randomização evita que as soluções estejam presas em ótimos locais e, ao mesmo tempo, aumenta a diversidade de soluções. A boa combinação desses dois fatores geralmente garantirá que o ótimo global seja alcançado.

As principais vantagens dos algoritmos probabilísticos em relação aos algoritmos determinísticos são:



- A função objetivo e as restrições não precisam, necessariamente, ter uma representação matemática;
- Não requerem que a função objetivo seja contínua ou diferenciável;
- Trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos quanto com discretos, ou ainda com uma combinação deles;
- Não necessitam de formulações complexas ou reformulações para o problema;
- Não há restrição alguma quanto ao ponto de partida dentro do espaço de busca da solução;
- Realizam buscas simultâneas no espaço de possíveis soluções através de uma população de indivíduos, sendo, portanto, candidatos à utilização de paralelização em computadores;
- Otimizam um grande número de variáveis, desde que a avaliação da função objetivo não tenha um custo computacional demasiadamente alto.

A maior desvantagem dos métodos probabilísticos em relação aos métodos determinísticos é o custo computacional. Logo, métodos probabilísticos, em geral, demandam um alto tempo de processamento quando utilizados em máquinas de processamento sequencial, como no caso de computadores pessoais comuns. Ainda, os algoritmos probabilísticos, frequentemente, produzem soluções diferentes ainda que o ponto de partida seja o mesmo, ou seja, como o próprio nome sugere, utilizam-se de um processo de busca randômica guiados por decisões probabilísticas para obter o mínimo global. Entretanto, os resultados finais, embora ligeiramente diferentes, geralmente convergirão para as mesmas soluções ótimas, dentro de uma determinada precisão.

### **3.2 Trabalhos na área de otimização**

Saka, 1990, propõe um algoritmo eficiente para otimização de projetos de estruturas treliçadas sujeitas a múltiplos casos de carregamento. As restrições de deslocamento, tensão, flambagem e tamanho mínimo são considerados na formulação dos problemas. Uma abordagem de critério ótimo é empregada para tratar as restrições de deslocamento. As limitações de tensão e flambagem são reduzidas a limites inferiores sob as variáveis de projeto e tratadas de modo semelhante àquelas restrições de tamanho mínimo. Os exemplos

numéricos resolvidos mostram claramente a aplicabilidade prática e eficiência do método, até mesmo no caso de grandes estruturas. O método permite considerar grupos de membros, ou seja, utiliza-se apenas uma variável para membros que por razões práticas apresentem mesma seção transversal. Entretanto, se necessário for, as áreas de cada membro da estrutura podem ser tratadas como variáveis independentes. Exemplos dos projetos considerados verificam o fato de que maior redução pode ser obtida em relação à massa da estrutura através da otimização de forma. O método pode ser estendido para estruturas de juntas rígidas.

Ohsaki, 1998, apresenta um algoritmo para otimização paramétrica e topológica simultaneamente de treliça plana simples com área da seção transversal constante. São discutidas as dificuldades decorrentes da singularidade e descontinuidade ao eliminar membros e nós usando uma treliça plana do tipo em balanço. Percebe-se que o problema de otimização se torna mais complicado limitando os projetos a treliças simples com áreas da seção transversal constantes. No método proposto, a treliça é primeiro modelada como uma estrutura de juntas rígidas com raio de giração suficientemente pequeno. Usando o método, a instabilidade desfavorável devido à remoção dos nós e membros é evitada com sucesso. A transição entre as treliças com diferentes topologias é simulada continuamente através de uma função *sigma*. Usando a técnica proposta, a topologia e geometria ótimas são encontradas simultaneamente iniciando a partir de uma estrutura com um número pequeno de nós e membros. Um processo de eliminação adicional precisa ser executado se a solução não parecer convergir em direção à topologia ótima global, embora tal processo não tenha sido necessário nos exemplos analisados.

Coello e Christiansen, 2000, propõem o uso dos Algoritmos Genéticos (GA) como uma ferramenta para resolver problemas de otimização multiobjetivo em estruturas. Utilizando o conceito de ótimo mín-max, uma nova técnica de otimização multiobjetivo baseada em Algoritmos Genéticos é proposta e dois problemas de projeto de treliças são resolvidos, uma delas é a treliça 3D de 25 barras e a outra é a treliça 3D de 200 barras. Essa abordagem é muito robusta porque ela transforma o problema de otimização multiobjetivo em diversos problemas de otimização com um único objetivo que são mais fáceis e rápidos de serem resolvidos. O método deve encontrar a área da seção transversal de cada membro da treliça, de modo a minimizar sua massa, o deslocamento de cada nó livre e a tensão que cada membro tem que suportar. Os resultados produzidos por essa nova abordagem são comparados àqueles gerados por outras técnicas de programação matemática e abordagens

baseadas em AG, provando que essa técnica gera melhores resultados e que o algoritmo genético pode ser usado como uma ferramenta de otimização numérica confiável.

Deb e Gulati, 2001, desenvolvem um procedimento de otimização baseado em Algoritmos Genéticos para estruturas treliçadas 2D e 3D. As treliças são otimizadas quanto a sua topologia, forma e tamanho. Conclui-se que, em um número de diferentes problemas de estruturas de treliças, o algoritmo proposto é capaz de encontrar treliças que são melhores que as relatadas na literatura.

Gil e Andreu, 2001, aplicam uma metodologia que combina a conhecida formulação *FSD (Full Stress Design)* com o Método do Gradiente Conjugado na otimização de forma e seção transversal de estruturas de treliças planas sobre restrições geométricas e tensão. O método inclui uma abordagem para misturar esses dois problemas e então resolver a dificuldade que surge quando se combina a otimização de variáveis de naturezas diferentes. Os resultados são comparados a construções de pontes de aço construídas no final do século XIX, quando a economia de material era de grande importância. Conclui-se que a diferente natureza das variáveis e sua diferente ordem de magnitude, em relação às propriedades da seção transversal e coordenadas nodais, causam instabilidade numérica para um algoritmo de otimização simples. Para resolver esse problema é necessário combinar adequadamente diferentes algoritmos de otimização, dependendo dos diferentes tipos de variáveis de projeto do problema, e o que se fez foi utilizar o gradiente conjugado na otimização das coordenadas nodais e a otimização da seção transversal é alcançada dentro da avaliação da função objetivo com o *FSD*. Essa estratégia prova ser altamente estável, mesmo quando se partindo de estruturas iniciais que estão distantes do ótimo.

Geem et al., 2001, propõem um novo algoritmo meta-heurístico, que imita a improvisação de músicos, chamado de *Harmony Search (HS)*. O desempenho do algoritmo é ilustrado com o Problema do Caixeiro Viajante, onde o objetivo é encontrar o menor caminho para ele visitar cada cidade precisamente uma vez. Outro problema, relativamente simples, é o problema de minimização com restrição. O último é o projeto de uma rede de tubulações para abastecimento de água em Hanoi, Vietnã. Os resultados obtidos mostram o potencial do desenvolvimento do novo algoritmo comparado com diversas técnicas de otimização tradicionais e métodos heurísticos existentes. As características vantajosas do *HS* são que o algoritmo gera um novo vetor depois de considerar todos os vetores existentes, baseado na memória harmônica considerando taxa (*HMCR*) e a taxa de ajuste de nota (*PAR*), onde o

Algoritmos Genéticos considera apenas os vetores pais; o *HS* não exige a definição dos valores iniciais das variáveis (por exemplo, os diâmetros iniciais das tubulações). Essas características ajudam o *HS* no aumento da flexibilidade e a encontrar melhores soluções.

Lee e Geem, 2004, descrevem um novo método de otimização estrutural baseado no algoritmo meta-heurístico de busca por harmonia (*Harmony Search*), que é conceitualizado usando o processo musical de procura por um estado perfeito de harmonia, algoritmo que não exige valores iniciais e utiliza uma busca randômica em vez de uma busca por gradiente, tornando a informação das derivadas desnecessária. Vários exemplos de treliças 2D e 3D, com otimização paramétrica são apresentados para demonstrar a eficiência e robustez do método. Os resultados indicam que a nova técnica é um método de otimização e busca poderoso para a solução de problemas de engenharia estrutural comparado a métodos matemáticos convencionais ou abordagens baseadas em algoritmos genéticos.

Lee e Geem, 2005, descrevem uma nova abordagem baseada no novo algoritmo meta-heurístico *Harmony Search* para problemas de otimização em engenharia com variáveis de projeto contínuas. Vários problemas de otimização em engenharia, incluindo seis problemas de minimização de função sem restrição e seis com restrição, e cinco problemas de otimização estrutural (projeto de vasos de pressão, projeto de viga soldada, otimização paramétrica de treliça, otimização de forma de treliça, e calibração de parâmetros hidrológicos) são apresentados para demonstrar a eficiência e robustez do novo algoritmo comparado a outros métodos de otimização, especialmente métodos de otimização baseados em algoritmos meta-heurísticos. Esses exemplos revelam que o *HS* é um algoritmo de busca global que pode ser facilmente aplicado em vários problemas de otimização em engenharia. Os resultados obtidos usando o *HS* mostram melhores soluções que outros métodos, tais como algoritmos de otimização matemática convencional ou abordagens baseadas em Algoritmos Genéticos. Portanto, o algoritmo meta-heurístico é potencialmente uma técnica de busca e otimização poderosa para resolver complexos problemas de otimização em engenharia.

Togan e Daloglu, 2006, apresentam uma abordagem adaptativa dos Algoritmos Genéticos (*GA*). É mostrado como essa abordagem afeta o desempenho do *GA*, sugerindo algumas melhorias na função penalidade, na mutação e recombinação. Uma estratégia também é considerada para grupos de membros para reduzir o tamanho do problema. Alguns projetos práticos de exemplos de treliças espaciais obtidos da literatura – estrutura de um domo de 112 barras, treliça espacial de 200 barras, e a estrutura de uma torre de transmissão

de 244 barras – são otimizados pelo algoritmo proposto. As restrições de projeto tais como deslocamento, tensão de tração e estabilidade, dadas pelas especificações das normas, são incorporadas e os resultados são comparados com os obtidos por outros estudos. Conclui-se que o agrupamento dos membros junto com a abordagem adaptativa aumenta a probabilidade de atingir a solução global e aumenta o desempenho do AG. O algoritmo apresentado resulta não apenas em um volume ótimo, mas também resulta em poucas seções escolhidas a partir de um conjunto pré-determinado que seja disponível na prática. Por isso, a solução é possível e a construção da estrutura é fácil.

Kripakaran et al., 2007, descrevem novas estratégias em otimização que oferecem melhorias significativas em desempenho sob métodos existentes para o projeto de pontes treliçadas. Estabelece-se uma função objetivo real, considerando os custos sobre o peso da treliça e o número de produtos no projeto (que corresponde ao tipo de seção transversal: barra ou tubo; e o material: aço carbono, aço de alta resistência ou aço temperado). Propõe-se uma abordagem paramétrica que envolve dois algoritmos aplicados em sequência – primeiro, gera-se uma solução inicial boa e, em seguida, uma busca local que tente gerar a solução ótima iniciando com a solução final do algoritmo anterior. Uma técnica de agrupamento, que identifica membros que são susceptíveis a ter o mesmo tipo de produto, é usada com a função custo que considera o valor dos produtos. A proposta apresenta soluções de menor custo comparado àquelas geradas usando Algoritmos Genéticos, bem como um menor número de avaliações para chegar à solução ótima. O método também é aplicado aos problemas padrões de minimização de massa de estruturas treliçadas para ilustrar seu desempenho não apenas em relação à qualidade dos resultados, mas também quanto à eficiência. Para realçar o uso da abordagem paramétrica em um campo de otimização mais amplo, um problema de otimização de forma é apresentado, e os resultados apresentados fornecem soluções melhores que as existentes na literatura.

Rasmussen e Stolpe, 2008, consideram uma formulação com base na abordagem Projeto e Análise Simultânea (*SAND*), através do algoritmo *Branch and Bound*. O objetivo é resolver problemas de otimização topológica discreta em treliças com restrições de tensão e deslocamento. O método é aplicado em diversas treliças em duas e três dimensões.

Fesanghary et al., 2008, propõem um método simples, porém, eficiente que combina dois algoritmos de busca poderosos que são a Programação Quadrática Sequencial (*SQP*) e o algoritmo *Harmony Search*. O algoritmo híbrido proposto emprega o *HS* para fornecer uma

região de busca global próxima, e simultaneamente com uma pequena probabilidade usa *SQP* para busca local. Quando o critério de parada especificado do *HS* é alcançado, a busca local (*SQP*) é aplicada aos vetores guardados na Memória Harmônica como um ajuste fino para determinar a solução ótima no passo final. Um estudo empírico para determinar o impacto de diferentes parâmetros do *HS* sob a qualidade da solução e comportamento da convergência é realizado. A capacidade do algoritmo é demonstrada usando diversos problemas testes e seu desempenho foi comparado com outros métodos convencionais. Os resultados revelam que a abordagem híbrida é capaz de obter bons resultados não apenas em termos de qualidade das soluções obtidas, mas também em relação ao número exigido de avaliações da função objetivo.

Lamberti, 2008, apresenta um algoritmo de otimização baseado no *Simulated Annealing* (Recozimento Simulado), chamado de *CMLPSA* (*Correct Multi-Level & Multi-Point Simulated Annealing*). Ele implementa um mecanismo de busca avançado onde cada ponto de partida é selecionado a partir de uma população de pontos gerados aleatoriamente, isto é, *CMLPSA* é, em princípio, semelhante aos algoritmos meta-heurísticos no que diz respeito à população de pontos do que um simples ponto como é geralmente feito no *SA* clássico. O método é testado em seis problemas de otimização estrutural onde o objetivo é minimizar a massa das treliças – de até 200 barras – sujeitas a restrições sobre os deslocamentos nodais, tensões nos membros e cargas críticas de flambagem. Os casos incluem tanto variáveis de otimização paramétrica quanto de forma. O problema computacionalmente mais caro tem 200 variáveis de projeto e 3500 restrições. O *CMLPSA* é comparado com outros algoritmos *SA* da literatura e métodos de otimização global avançados como o *Heuristic Particle Swarm Optimization* (*HPSO*) e o *Harmony Search* (*HS*). Os resultados numéricos demonstram eficiência e robustez do método, encontrando projetos melhores que os algoritmos baseados em *SA* e converge muito mais rápido ao ótimo do que o *HPSO* e o *HS*, e ainda, mostra-se insensível aos valores iniciais.

Yang, 2009, faz uma revisão e análise do algoritmo *Harmony Search*, no contexto dos algoritmos meta-heurísticos, apontando os passos fundamentais do método e como ele funciona. Tenta identificar as características dos métodos meta-heurísticos e analisar por que o *HS* é um bom algoritmo meta-heurístico. Faz também uma breve revisão de outros meta-heurísticos populares tais como *Simulated Annealing*, *Evolutionary Algorithms*, *Particle Swarm Optimization*, *Ant Colony Optimization*, *Firefly Algorithm*, de modo a encontrar suas

semelhanças e diferenças em relação ao *HS*. Finalmente, discutem-se as maneiras de melhorar e desenvolver novas variações do *HS*.

Li et al., 2009, apresentam um algoritmo de otimização *Heuristic Particle Swarm Optimizer (HPSO)* para estruturas treliçadas com variáveis discretas baseado no *PSO* padrão e no método *HS*. O *HPSO* é testado em diversas estruturas com variáveis discretas e é comparado com o *PSO* e o *Particle Swarm Optimizer with Passive Congregation (PSOPC)*. Os resultados mostram que a proposta é capaz de acelerar a taxa de convergência efetivamente e tem a taxa de convergência mais rápida entre esses três algoritmos, e possui capacidade de encontrar os resultados ótimos para variáveis discretas que são melhores ou em mesmo nível dos métodos de otimização por *HPSO* para variáveis contínuas. Conclui-se que o método pode ser utilizado para resolver problemas de otimização para estruturas metálicas com variáveis discretas.

Kaveh e Talatahari, 2009a, propõem um algoritmo de otimização híbrido chamado *Hybrid Big Bang-Big Crunch (HBB-BC)*, empregado para o projeto ótimo de estruturas treliçadas. O *HBB-BC* é comparado ao método *BB-BC* e outros métodos de otimização incluindo Algoritmos Genéticos, *Ant Colony Optimization*, *Particle Swarm Optimization* e *Harmony Search*. Resultados numéricos demonstram a eficiência e robustez do método *HBB-BC* comparado aos outros algoritmos heurísticos. Em relação ao *BB-BC*, ele apresenta melhores soluções, desvios padrões, menor tempo computacional e alta velocidade de convergência. Quando o número de variáveis de projeto aumenta, ele mostra melhor desempenho. Em comparação com outros algoritmos heurísticos, parece que o método proposto tem melhor desempenho que o *GA*, *ACO*, *PSO* e até mesmo o *HS* (em alguns casos). Entretanto, mostra-se pior que algoritmos melhorados que têm uma capacidade de busca local extra. Espera-se que uma abordagem que combine o método *HBB-BC* e um método de busca local apresente um melhor desempenho.

Kaveh e Talatahari, 2009b, utilizam uma combinação entre três métodos para alcançar um algoritmo eficiente para ser empregado na otimização de estruturas treliçadas com variáveis discretas, o *Particle Swarm Optimization*, *Ant Colony Optimization* e *Harmony Search*. Essa abordagem de otimização discreta utiliza o *ACO* como uma ferramenta auxiliar para melhorar o algoritmo *PSO* que trabalha como uma busca global. O *ACO* realiza uma exploração extra em torno dos ótimos locais obtidos através das partículas. O *HS* é utilizado para tratar das restrições das variáveis. As comparações dos resultados numéricos obtidos para

as estruturas treliçadas consideradas mostram que esse método não apenas obtém melhores soluções como também utiliza menor tempo computacional e alta velocidade de convergência comparado a outros métodos, concluindo ser um método mais rápido que outros algoritmos heurísticos.

Yang, 2010a, utiliza o *Firefly Algorithm* para resolver problemas de projetos não-lineares. Para a otimização de projeto de vaso de pressão padrão, a solução ótima encontrada pelo *FA* é de longe melhor que a melhor solução obtida anteriormente na literatura. Além disso, propõe-se algumas novas funções testes com singularidade ou componentes aleatórias, mas com ótimo global conhecido, e então eles podem ser usados para validar novos algoritmos de otimização. Inicialmente, validam-se os algoritmos usando funções testes padrões. Depois, propõem-se algumas novas funções testes com singularidade ou componentes aleatórias, e usa-se o método para resolver essas funções aleatórias sem restrição. Também, aplicou-se o método para encontrar a melhor solução global para a otimização do projeto de vasos de pressão. Os resultados de otimização indicam que o *FA* é potencialmente mais poderoso que outros algoritmos existentes tal como o *Particle Swarm Optimization*.

Farshi e Alinia-ziazi, 2010, descrevem uma nova abordagem para otimização de massa no projeto de estruturas treliçadas. O método da força é incorporado em um algoritmo de otimização baseado no método de pontos centrais. As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais dos membros. O método de otimização utiliza as maiores hiperesferas inscritas dentro do espaço viável. O método das hiperesferas é aprimorado para lidar também com a compatibilidade das restrições de igualdade. A viabilidade e eficiência do método proposto são demonstradas para estruturas treliçadas sujeitas a múltiplas condições de carregamentos e restrições sobre as tensões nos membros, deslocamentos nodais e área mínima. Os resultados numéricos são comparados a outros relatados na literatura.

Luh e Lin, 2011, utilizam o algoritmo *Particle Swarm Optimization* para resolver o problema de otimização de estruturas treliçadas, alcançando objetivo de peso mínimo sobre restrições de tensão, deslocamento e estabilidade cinemática. As topologias das estruturas são otimizadas primeiro, a partir de uma dada estrutura empregando o método modificado *Binary Particle Swarm Optimization (BPSO)*, e, em seguida, o tamanho e a forma dos membros são otimizados utilizando o *Attractive and Repulsive Particle Swarm Optimization (ARPSO)*. A eficiência da metodologia proposta é avaliada através de problemas de estruturas planas, onde



se observa que o método pode encontrar estruturas de treliças melhores do que as relatadas na literatura.

Bekdaş e Nigdeli, 2011, utilizam o método de otimização *Harmony Search* para determinar os parâmetros ótimos dos Amortecedores de Massa Sintonizados (*TMD*) a fim de reduzir as respostas dos edifícios sob carregamentos de terremoto. Os parâmetros ótimos devem ser matematicamente valores mínimos, mas também devem ser físicos, práticos e econômicos. O *HS* é utilizado para otimizar os parâmetros dos *TMD* incluindo massa, rigidez e amortecimento. A fim de encontrar os melhores resultados, todas as propriedades dos *TMD* são pesquisadas. Para uma otimização rápida e geral, um carregamento harmônico é utilizado para as iterações numéricas. Também, os parâmetros finais dos *TMD* são verificados sobre excitações de terremoto. Essa nova abordagem é comparada com diversos outros métodos documentados, que mostram que a nova abordagem é mais eficiente que os outros métodos e mais realizáveis devidos aos parâmetros menores.

Gomes, 2011, realiza a otimização de massa de estruturas de treliças sobre parâmetros e forma levando em conta restrições de frequência. Sabe-se que otimizações estruturais paramétricas e de forma são problemas de otimização dinâmica altamente não-linear uma vez que a redução de massa conflita com as restrições de frequência especialmente quando elas são os limites inferiores. Além disso, os modos de vibração podem mudar facilmente devido às modificações de forma. O estudo pretende investigar o uso do algoritmo *Particle Swarm Optimization* como um mecanismo de otimização nesse tipo de problema. A escolha é baseada no bom comportamento relatado de tal algoritmo como otimizador global em outras áreas de conhecimento. Outra característica do algoritmo que é levada em consideração para essa escolha é o fato de não ser baseado em gradiente, mas sim apenas em simples avaliações da função objetivo. São apresentados quatro exemplos em relação à otimização paramétrica e de forma de treliças com restrições de frequência. Os exemplos são amplamente utilizados na literatura como problemas padrões, que são as treliças planas de 10 e 37 barras, e as treliças espaciais de 52 e 72 barras. Os resultados mostram que o algoritmo possui desempenho semelhante a outros métodos e melhor em alguns casos.

Sonmez, 2011, propõe o algoritmo *Artificial Bee Colony (ABC)*, baseado na imitação do comportamento de caça por comida de enxames de abelhas, para a solução de problemas de otimização de estruturas planas (10, 18 barras) e espaciais (25, 72 e 200 barras). Uma função de penalidade adaptativa é integrada no algoritmo para transformar problemas de

otimização com restrição em problemas de otimização sem restrição. O algoritmo *ABC-AP* é elaborado em linguagem de programação *C#*. Cinco problemas testes são estudados usando o programa de otimização para mostrar que o algoritmo *ABC-AP* pode ser aplicado com sucesso a problemas de otimização de estruturas treliçadas sujeitas a múltiplas condições de carregamento. A comparação dos resultados do algoritmo *ABC-AP* com outros algoritmos demonstram que o método proposto fornece resultados tão bons quanto, ou melhores, que os demais e pode ser usado efetivamente na solução de tais problemas. O algoritmo mostra um desempenho notavelmente robusto com uma taxa de sucesso 100%. A diferença entre os resultados mínimos e máximos para todos os exemplos é menor que 1% (uma média de aproximadamente 0,16%). O algoritmo *ABC-AP* mostra o desempenho positivo em três aspectos: independência do ponto inicial e natureza global do método; característica do coeficiente da função de penalidade adaptativa que muda no decorrer da otimização, baseado no *feedback* do processo anterior; e o aspecto do algoritmo não exigir a avaliação dos gradientes das funções objetivo e restrição. Por outro lado, o algoritmo não mostra nenhuma melhoria na velocidade de convergência em termos do número de análises estruturais realizadas para obter os projetos ótimos. O número de problemas de otimização de treliças com variáveis paramétricas contínuas e geometria fixa são resolvidos efetivamente.

Yadav et al., 2012, acredita que embora muitas variações para o algoritmo *Harmony Search* tenham sido propostas, a sua eficiência com problemas diversos ainda é insatisfatória. Para ele, o desempenho de tais algoritmos depende, principalmente, da seleção dos diferentes parâmetros do algoritmo. Ele propõe uma nova variação do algoritmo *HS*, o algoritmo *Intelligent Tuned Harmony Search – ITHS* (Busca por harmonia sintonizada de modo inteligente) a fim de manter um equilíbrio apropriado entre diversificação e intensificação em todo o processo de busca, selecionando automaticamente a estratégia de ajuste de nota adequada baseada na sua Memória Harmônica. Entretanto, o desempenho do algoritmo proposto é influenciado por outros parâmetros, tais como o Tamanho da Memória Harmônica (*HMS*) e a Memória Harmônica Considerando Taxa (*HMCR*). Por fim, o desempenho do algoritmo proposto *ITHS* é investigado e comparado com oito variações do *HS* sobre dezessete funções padrões. Os resultados numéricos obtidos refletem a superioridade do algoritmo em termos de precisão, velocidade de convergência, e robustez quando comparado com outras variações do algoritmo *HS*.

Sadollah et al., 2012, apresenta um método de otimização chamado *Mine Blast Algorithm (MBA)*. Os conceitos fundamentais e ideias do método são obtidos da explosão de minas reais. A eficiência do método proposto é testada através da otimização de diversas estruturas treliçadas com variáveis discretas e seu desempenho é comparado com vários algoritmos meta-heurísticos bem conhecidos. Os resultados computacionais obtidos a partir dos problemas padrões de otimização de estruturas treliçadas mostram a atratividade do método em manipular problemas com muitas variáveis e restrições de projeto. Além disso, a alta taxa de convergência para alcançar a melhor solução e também o baixo custo computacional (em termos de avaliações da função objetivo) verificam o potencial do *MBA* para resolver problemas complexos de otimização.

Kaveh e Zolghadr, 2012, propõem uma hibridização dos algoritmos *Charged System Search* e *Big Bang-Big Crunch (CSS-BBBC)* para a otimização estrutural de treliças com restrições de frequência. Esses tipos de problemas apresentam a característica de a solução ficar presa em um ótimo local quando se usa um algoritmo meta-heurístico. Essa proposta apresenta a capacidade de reconhecimento dessas armadilhas. São considerados cinco exemplos para demonstrar a eficiência do algoritmo. Os resultados numéricos de três desses cinco exemplos indicam que as soluções encontradas pelo algoritmo proposto são melhores que aquelas obtidas pelo *PSO* de forma significativa.

Kaveh e Ahangaran, 2012, apresentam um modelo adaptado social econômico do algoritmo *Harmony Search* para a otimização do custo de sistema de piso composto com variáveis discretas. A função custo total inclui os custos de concreto, viga de aço e parafusos de cisalhamento. O projeto é baseado no código *AISC*. Seis variáveis são consideradas para a função objetivo. Para demonstrar as capacidades dos modelos propostos nos projetos de sistema de piso composto, dois exemplos obtidos na literatura são estudados. É mostrado que o uso do modelo apresentado resulta em uma economia significativa do custo. Por isso, pode ser de valor prático para projetistas estruturais. Também, o modelo proposto é comparado ao algoritmo *HS* original, suas variações desenvolvidas recentemente, e outros algoritmos meta-heurísticos para mostrar a superioridade do método apresentado na convergência e na obtenção de melhores soluções. Para investigar os efeitos dos vãos entre vigas e os carregamentos sobre a otimização de custo do sistema de piso composto, um estudo paramétrico é também conduzido. Conclui-se que o modelo simples apresentado pode ser utilizado na otimização de custo em engenharia prática.

Miguel e Fadel Miguel, 2012a, estudam dois dos mais recentes algoritmos meta-heurísticos desenvolvidos na última década, *Harmony Search* e *Firefly Algorithm*, para resolver otimização paramétrica e de forma com múltiplas restrições de frequência natural. Os dois algoritmos meta-heurísticos, *HS* e *FA*, são aplicados na otimização de um número de problemas de projeto de estruturas treliçadas e as treliças otimizadas são comparadas com aquelas relatadas na literatura. A comparação dos resultados desses problemas padrões ilustram claramente a eficiência e aplicabilidade de ambos os algoritmos. Deve-se assinalar que os algoritmos alcançaram resultados melhores que a literatura em três dos quatro exemplos considerados, e no outro exemplo, a estrutura é aproximadamente igual ao melhor resultado encontrado, enfatizando a excelente capacidade de ambos os métodos em resolver esses problemas não lineares. Muitas simulações foram realizadas e os resultados mostraram que ambos os métodos são pouco sensíveis aos parâmetros escolhidos, principalmente o *HS*, o que significa que não é necessário ajustar esses parâmetros para obter soluções de qualidade, o que representa outra vantagem desses algoritmos em relação a outros métodos de otimização. Tanto o *HS* quanto o *FA* encontram a solução ótima em um tempo computacional relativamente pequeno. Para esses exemplos analisados, considerando o mesmo número de iterações, o *HS* encontra a solução ótima em um tempo ligeiramente mais curto do que o *FA*, entretanto, em todos os casos, *FA* encontrou soluções melhores que as obtidas pelo *HS*.

Miguel e Fadel Miguel, 2012b, aplicam dois dos últimos algoritmos meta-heurísticos criados a problemas de engenharia de otimização de estruturas treliçadas. Os dois algoritmos, *Harmony Search* e *Firefly Algorithm* foram aplicados no projeto de otimização paramétrica de um número de estruturas treliçadas com restrições de tensão e deslocamento, e as estruturas otimizadas são comparadas com os resultados relatados na literatura. A comparação dos resultados desses problemas padrões ilustram claramente a eficiência e aplicabilidade de ambos os algoritmos meta-heurísticos. Nos problemas estudados, nenhuma das restrições foi violada. Dez rodadas independentes de cada um dos problemas são realizadas para cada algoritmo e esses resultados estatísticos são mostrados. Ambos os métodos apresentam um pequeno desvio padrão a partir do valor médio das rodadas independentes, mostrando que os algoritmos são eficientes e confiáveis.

## 4 ALGORITMOS UTILIZADOS

Como apresentado no capítulo anterior, existe uma infinidade de métodos heurísticos e variações desses, e novos métodos continuam sendo desenvolvidos. Então, escolheram-se dois dos mais recentes e mais difundidos desses algoritmos meta-heurísticos a fim de avaliar os seus comportamentos na otimização de estruturas. Com isso, neste capítulo é apresentada uma descrição detalhada dos dois métodos utilizados neste trabalho: *Harmony Search* e *Firefly Algorithm*.

### 4.1 *Harmony Search (HS)*

O *Harmony Search (HS)* é um algoritmo de otimização meta-heurístico relativamente novo, desenvolvido por Z. W. Geem, J. H. Kim e G. V. Loganathan [Geem et al., 2001], que dentre vários outros algoritmos, também é baseado em fenômenos naturais ou artificiais. É um algoritmo baseado em música, inspirado na observação de que o objetivo da música é a busca de um estado de harmonia perfeito. Essa harmonia na música é análoga a encontrar o ótimo em um processo de otimização. O processo de busca em otimização pode ser comparado ao processo de improvisação de um músico.

Harmonia na música é uma combinação de sons considerados agradáveis a partir de um ponto de vista estético. Harmonia na natureza é uma relação especial entre várias ondas sonoras que apresentam frequências diferentes.

Performances musicais buscam o melhor estado (harmonia fantástica) determinado por estimativa estética, como os algoritmos de otimização procuram um melhor estado (ótimo global - um mínimo custo ou máximo lucro ou eficiência) determinados pela avaliação da função objetivo. Estimativa estética é determinada pelo conjunto de sons produzidos por instrumentos simultaneamente, assim como a avaliação da função objetivo é determinada pelo conjunto de valores produzidos pelas variáveis. Os sons para uma melhor estimativa estética podem ser melhorados através da prática após prática, assim como os valores para a melhor avaliação da função objetivo podem ser melhorados a cada iteração. Uma analogia proposta por Geem et al., 2001, é mostrada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Comparação entre otimização e performance musical

<b>Fator de comparação</b>	<b>Otimização</b>	<b>Performance musical</b>
Melhor estado	Ótimo global	Harmonia fantástica
Estimado por	Função objetivo	Padrão estético
Estimado com	Valores das variáveis	Notas dos instrumentos
Unidade de processamento	Iterações	Práticas

Fonte: adaptada de Geem et al., 2001

Os passos do procedimento do algoritmo proposto por Geem et al., 2001, são os descritos a seguir:

- Passo 1: Inicializa uma Memória Harmônica (*HM*);
- Passo 2: Improvisa uma nova harmonia a partir da *HM*;
- Passo 3: Se a nova harmonia é melhor que a mínima harmonia na *HM*, inclui a nova harmonia na *HM*, e exclui a mínima harmonia da *HM*;
- Passo 4: Se o critério de parada não chegou ao fim, repete-se o passo 2.

A estrutura da Memória Harmônica é mostrada na Figura 4.1. Considerando três instrumentos musicais compostos por um violino, um saxofone e um teclado. Inicialmente, a memória é preenchida com harmonias aleatórias: (C, E, G), (C, F, A) e (B, D, G), que são ordenadas por estimativa estética. Na improvisação, os três instrumentos produzem uma nova harmonia; por exemplo, (C, D, A): o violino soa um {C} a partir de {C, C, B}; o saxofone soa um {D} a partir de {E, F, D}; e o teclado soa um {A} a partir de {G, A, G}. Cada nota na *HM* tem uma probabilidade de seleção de 33,3%. Se a nova harmonia feita (C, D, A) é melhor que qualquer das harmonias existentes na *HM*, a nova harmonia é incluída na *HM* e a pior harmonia (nesse exemplo, (B, D, G)) é excluída da *HM*. Esse processo se repete até os resultados satisfatórios (próximo do ótimo) serem obtidos.

	Violino	Saxofone	Teclado	Avaliação
Posição 1	C	E	G	Excelente
Posição 2	C	F	A	Bom
Posição 3	B	D	G	Razoável

Figura 4.1 – Estrutura da Memória Harmônica (HM). Fonte: adaptada de Geem et al., 2001

Essa harmonia perfeitamente agradável é determinada pelo padrão estético de áudio, em que a qualidade estética de um instrumento musical é essencialmente determinada por suas notas (ou frequência), timbre (ou qualidade de som), e amplitude (ou sonoridade).

Geem et al., 2001, observaram que quando os músicos estão improvisando eles costumam (a) tocar uma parte de uma música conhecida (uma série de notas em harmonia); ou (b) tocar algo semelhante a parte conhecida (apenas ajustando levemente as notas); ou (c) compor notas novas e aleatórias. Então, no algoritmo *Harmony Search*, essas três opções correspondem as componentes (a) uso da memória harmônica; (b) ajuste de nota; e (c) randomização.

O uso da memória harmônica é importante, pois garantirá que as melhores harmonias sejam transferidas para a nova memória harmônica. Para se utilizar dessa memória mais eficientemente, define-se um novo parâmetro, chamado de Memória Harmônica Considerando Taxa (HMCR),  $0 \leq HMCR \leq 1$ . Se essa taxa é muito baixa, apenas poucas harmonias melhores são selecionadas e o algoritmo deve convergir muito lentamente. Por outro lado, se a taxa for extremamente alta (próxima a 1), quase todas as harmonias são usadas na memória harmônica, de modo que outras harmonias não são bem exploradas, levando a soluções potencialmente erradas. Portanto, tipicamente, esse parâmetro assume valores entre 0,7 e 0,95 [Yang, 2008].

A segunda componente é o ajuste de nota determinado pela faixa de largura de banda da nota (*bw*) e pela taxa de ajuste de nota (*PAR*). No *HS*, o ajuste de nota corresponde a gerar uma solução ligeiramente diferente. O parâmetro *PAR* é usado para controlar o grau de ajuste. Assim, um baixo *PAR* com uma largura de banda estreita pode retardar a convergência do

método devido à limitação na exploração de apenas um pequeno subespaço do espaço de busca inteiro. Por outro lado, um alto *PAR* com uma largura de banda larga pode causar a não convergência do método, uma dispersão em torno de algum ótimo potencial como em uma busca aleatória. Então, esse parâmetro assume, geralmente, valores entre 0,1 e 0,5 [Yang, 2008].

A terceira componente é a randomização, que é para aumentar a diversidade de soluções. Apesar de o ajuste de nota ter uma regra semelhante, ela é limitada a certos ajustes de nota locais e, dessa maneira, corresponde a uma busca local. O uso de randomização pode levar o sistema mais longe para explorar várias soluções diversas de modo a encontrar o ótimo global [Yang, 2008].

As três componentes no *HS* podem ser resumidas como o pseudocódigo mostrado na Figura 4.2 [Yang, 2008].

```

Início


---


Função objetivo  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p)^T$ 
Gerar harmônicos iniciais (matrizes de números reais)
Definir taxa de ajuste de nota (PAR) e limites de nota
Definir memória harmônica considerando taxa (HMCR)
enquanto ( $t < \text{Máximo número de iterações}$ )
    Gerar novos harmônicos aceitando melhores harmonias
    Ajustar nota para obter novos harmônicos (soluções)
    se ( $\text{rand} > \text{HMCR}$ ), escolher aleatoriamente um harmônico existente
    ou se ( $\text{rand} > \text{PAR}$ ), ajustar a nota aleatoriamente dentro dos limites
    ou gerar novos harmônicos através de randomização
    fim se
    Aceitar os novos harmônicos (soluções) se melhores
fim enquanto
    Encontrar as melhores estimativas


---


Fim

```

Figura 4.2 – Pseudocódigo do algoritmo *Harmony Search*. Fonte: adaptada de Yang, 2008

De acordo com Yang, 2008, o *Harmony Search* poderia ser mais eficiente que os Algoritmos Genéticos porque não usa codificação e decodificação binária, porém tem múltiplos vetores solução. Portanto, *HS* é mais rápido durante cada iteração e sua implementação é também mais fácil. Além disso, há comprovação que sugere que *HS* é menos sensível aos parâmetros escolhidos, o que significa que não é preciso afinar esses parâmetros para se obter qualidade nas soluções.



## 4.2 *Firefly Algorithm (FA)*

O *Firefly Algorithm* é um algoritmo de otimização meta-heurístico recente, desenvolvido por Xin-She Yang na Universidade de Cambridge, em 2007 [Yang, 2010b], e é inspirado no comportamento da luz dos vaga-lumes, que será descrito brevemente antes de entrar na formulação do algoritmo.

Conforme a idealização de Yang, 2010b, a luz dos vaga-lumes é uma visão impressionante no céu de verão em regiões tropicais e temperadas. Há cerca de duas mil espécies de vaga-lumes e a maioria delas produz luzes curtas e rítmicas. O padrão de luzes muitas vezes é único para uma espécie em particular. A luz intermitente é produzida por um processo de bioluminescência e as funções reais de tais sistemas de sinalização ainda estão sendo debatidas. No entanto, duas funções fundamentais dessas luzes são: atrair parceiros de acasalamento (comunicação), e atrair presas potenciais. Além disso, também podem servir como um mecanismo de alerta para proteção, lembrando os potenciais predadores do gosto amargo dos vaga-lumes.

A luz rítmica, a taxa de emissão e a quantidade de tempo formam o sistema de sinalização que atraem ambos os sexos. As fêmeas respondem a um único padrão de luz do macho nas mesmas espécies, enquanto em algumas espécies como *Photuris*, vaga-lumes fêmeas podem escutar os sinais de cortejo bioluminescentes e até mesmo imitar o padrão de luz de acasalamento de outras espécies, de modo a atrair e comer os vaga-lumes machos, que podem confundir as luzes como uma parceira potencial adequada. Alguns vaga-lumes tropicais podem ainda sincronizar suas luzes.

Sabe-se que a intensidade da luz a uma distância  $r$  a partir da fonte de luz obedece à lei do inverso do quadrado, isto é, a intensidade da luz  $I$  diminui à medida que a distância  $r$  aumenta, em termos de  $I \propto 1/r^2$ . Além disso, o ar absorve a luz, que se torna cada vez mais fraca assim que a distância aumenta. Esses dois fatores combinados tornam a maioria dos vaga-lumes visíveis a uma distância limite, geralmente várias centenas de metros à noite, o que é suficientemente bom para a comunicação entre eles. A luz intermitente pode ser formulada de tal forma que ela está associada à função objetivo a ser otimizada, o que faz com que seja possível formular novos algoritmos de otimização.

Baseado em algumas das características da luz dos vaga-lumes, descritas acima, desenvolve-se o algoritmo inspirado nos vaga-lumes. De acordo com Yang, 2010b, existem três regras na otimização pelo *Firefly Algorithm*:

- Todos os vaga-lumes são *unissex*, de modo que um vaga-lume será atraído por outros vaga-lumes independente do seu sexo;
- A atratividade é proporcional ao seu brilho, portanto para quaisquer dois vaga-lumes luminosos, o menos brilhante se moverá em direção ao mais brilhante. A atratividade é proporcional ao brilho e ambos diminuem conforme sua distância aumenta. Caso não haja um mais brilhante que um vaga-lume específico, ele se moverá aleatoriamente;
- O brilho de um vaga-lume é influenciado ou determinado pela forma da função objetivo.

Em outras palavras, Yang, 2010b, afirma que um vaga-lume será atraído por vaga-lumes mais brilhantes ou mais atrativos e essa atratividade é proporcional ao brilho da luz, em que ambos diminuirão com a distância. Baseado nessas três regras, os passos básicos do *FA* podem ser resumidos como o pseudocódigo mostrado na Figura 4.3 [Yang, 2010b].

---

**Início**

*Função objetivo*  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T$   
*Gerar população inicial de vaga-lumes*  $\mathbf{x}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )  
*Intensidade de luz*  $I_i$  em  $\mathbf{x}_i$  é determinada por  $f(\mathbf{x}_i)$   
*Definir coeficiente de absorção de luz*  $\gamma$   
**enquanto** ( $t < \text{Máxima Geração}$ )  
**para**  $i = 1:n$  *para todos*  $n$  *vaga-lumes*  
    **para**  $j = 1:n$  *para todos*  $n$  *vaga-lumes*  
        **se** ( $I_i < I_j$ ), *mover vaga-lume*  $i$  *em direção ao vaga-lume*  $j$ ; **fim se**  
            *Variar atratividade com distância*  $r$  *por*  $\exp[-\gamma r]$   
            *Calcular novas soluções e atualizar intensidade de luz*  
        **fim para**  $j$   
    **fim para**  $i$   
    *Ordena os vaga-lumes e encontra a melhor solução global*  
**fim enquanto**  
*Resultados pós-processamento e visualização*

---

**Fim**

Figura 4.3 – Pseudocódigo do *Firefly Algorithm*. Fonte: adaptada de Yang, 2010b

No *Firefly Algorithm*, há duas questões importantes: a variação da intensidade de luz e a formulação da atratividade. Por simplicidade, assume-se que a atratividade de um vagalume é determinada pelo seu brilho que por sua vez está associado à função objetivo, onde o brilho  $I$  de um vagalume em uma determinada localização  $\mathbf{x}$  pode ser definido como  $I(\mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x})$ . Entretanto, a atratividade  $\beta$  é relativa, ela pode ser vista pelos olhos de quem vê ou julgada pelos outros vagalumes. Assim, irá variar com a distância  $r_{ij}$  entre o vagalume  $i$  e o vagalume  $j$ . Além disso, a intensidade de luz diminui com a distância a partir da sua fonte, e a luz é também absorvida no meio, então se deve permitir a variação da atratividade com o grau de absorção.

Na forma simples, a intensidade de luz  $I(r)$  varia de acordo com a lei do inverso do quadrado,

$$I(r) = \frac{I_s}{r^2} \quad (4.1)$$

onde  $I_s$  é a intensidade de luz na fonte. Para um determinado meio com um coeficiente de absorção de luz fixo  $\gamma$ , a intensidade de luz  $I$  varia com a distância  $r$ , isto é,

$$I = I_0 e^{-\gamma r} \quad (4.2)$$

onde  $I_0$  é a intensidade de luz na origem. A fim de evitar a singularidade em  $r = 0$  na Equação 4.1, o efeito combinado de ambas a lei do inverso do quadrado e absorção podem ser aproximadas pela seguinte forma Gaussiana:

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2} \quad (4.3)$$

Como a atratividade do vagalume é proporcional à intensidade de luz vista pelos vagalumes adjacentes, define-se a atratividade  $\beta$  de um vagalume por

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (4.4)$$

onde  $\beta_0$  é a atratividade em  $r = 0$ . Como é frequentemente mais rápido calcular  $1/(1 + r^2)$  do que uma função exponencial, a função acima (Equação 4.4), se necessário, pode ser convenientemente aproximada por

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + \gamma r^2} \quad (4.5)$$

Ambas as Equações 4.4 e 4.5 definem a distância característica

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \quad (4.6)$$

onde a atratividade muda significativamente de  $\beta$  para  $\beta_0 e^{-1}$  na Equação 4.4 ou  $\beta_0/2$  na Equação 4.5.

Na implementação real, a função atratividade  $\beta(r)$  pode ser quaisquer funções monotonicamente decrescentes, tais como,

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^m}, \quad (m \geq 1) \quad (4.7)$$

Para um  $\gamma$  fixo, o comprimento característico se torna

$$\Gamma = \gamma^{-1/m} \rightarrow 1, \quad m \rightarrow \infty \quad (4.8)$$

Reciprocamente, para uma dada escala de comprimento  $\Gamma$  em um problema de otimização, o parâmetro  $\gamma$  pode ser usado como um valor inicial típico, isto é,

$$\gamma = \frac{1}{\Gamma^m} \quad (4.9)$$

A distância entre dois quaisquer vagalumes  $i$  e  $j$  em  $\mathbf{x}_i$  e  $\mathbf{x}_j$ , respectivamente, é a distância cartesiana,

$$r_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (4.10)$$

onde  $x_{i,k}$  é a  $k$ -ésima componente da coordenada espacial  $\mathbf{x}_i$  do  $i$ -ésimo vagalume. Para o caso 2-D fica

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (4.11)$$

O movimento de um vagalume  $i$  que é atraído por outro vagalume  $j$  mais atraente (mais brilhante) é determinado por

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) + \alpha \epsilon_i \quad (4.12)$$

onde o segundo termo é relativo à atração. O terceiro termo é a randomização com  $\alpha$  sendo o parâmetro de randomização, e  $\epsilon_i$  é um vetor de números aleatórios provenientes de uma distribuição Gaussiana ou distribuição uniforme. Por exemplo,  $\epsilon_i$  pode ser substituído por  $(rand - 1/2)$  onde  $rand$  é um gerador de números aleatórios uniformemente distribuídos em  $[0,1]$ . Para a maioria das implementações, pode-se considerar  $\beta_0 = 1$  e  $\alpha \in [0,1]$ .

É importante ressaltar que a Equação 4.12 é um caminho aleatório tendencioso em direção aos vagalumes mais brilhantes. Se  $\beta_0 = 0$ , ela se torna um simples caminho aleatório.

O parâmetro  $\gamma$  caracteriza agora a variação da atratividade, e seu valor é de crucial importância na determinação da velocidade de convergência e em como o *Firefly Algorithm* se comporta. Na teoria,  $\gamma \in [0, \infty]$ , mas na prática, ele é determinado pelo comprimento característico  $\Gamma$  do sistema a ser otimizado. Assim, para a maioria das aplicações, tipicamente ele varia de 0,1 a 10 [Yang, 2010b].

## 5 APLICAÇÃO EM TRELIÇAS PADRÕES DA LITERATURA

A todo o momento surgem novos algoritmos de otimização. Como forma de provar a eficiência desses métodos, encontram-se na literatura vários casos padrões, os chamados *benchmarks*, que servem como referência para comparar os resultados obtidos por esses novos métodos com outros já consolidados.

Neste trabalho, serão utilizados seis casos de estruturas treliçadas, sendo que em alguns dos casos, mais de um tipo de restrições serão empregadas de maneira independente. Conforme dito, todos os exemplos referem-se à otimização de estruturas treliçadas, entretanto, cada caso possui as suas particularidades no que diz respeito à configuração estrutural (treliça plana, treliça espacial, número de nós e elementos, tipos de carregamentos), ao tipo de otimização que está sendo feita, se paramétrica e/ou forma, o que determina o tipo de variáveis de projeto (áreas das seções transversais, posição dos nós), e as suas restrições de projeto (tensão, deslocamento, flambagem, frequência).

Deve-se salientar que essa combinação de variáveis de projeto de diferentes ordens de magnitude juntamente com uma série de restrições de projeto, tanto estáticas quanto dinâmicas, tornam o problema de otimização extremamente complexo, fazendo com que muitos métodos não cheguem nem próximos aos valores ótimos. Por isso, a escolha do algoritmo de otimização a ser utilizado nesse tipo de problema é de fundamental importância.

Os algoritmos *Harmony Search (HS)* e *Firefly Algorithm (FA)*, e a análise estrutural dessas treliças, são programados no *software* MATLAB, ferramenta matemática de alto desempenho voltada para o cálculo numérico.

Os seis casos a serem otimizados são as treliças planas de 10, 18 e 37 barras, e as treliças espaciais de 25, 52 e 72 barras. Quanto ao tipo de otimização: as treliças de 10, 25 e 72 barras são otimizadas apenas quanto aos seus parâmetros (áreas das seções transversais das barras); já as treliças de 18, 37 e 52 barras são otimizadas em relação aos seus parâmetros e também a sua forma (posição dos nós). Quanto ao tipo de restrições: as treliças de 10 e 72 barras são analisadas em dois casos distintos, sendo um deles considerando as restrições de tensão e deslocamento juntas, e o outro considerando apenas as restrições de frequências naturais; a treliça de 18 barras considera como restrições a tensão e a flambagem juntas; a treliça de 25 barras utiliza as restrições de tensão e deslocamento juntas e, por fim, as treliças de 37 e 52 barras consideram múltiplas frequências naturais como as restrições de projeto.

As propriedades dos materiais utilizados nas estruturas treliçadas que serão analisadas neste trabalho estão especificadas nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1 – Propriedades do material para as treliças de 10, 18, 25 e 72 barras

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
Material	Alumínio	–
$E$ – Módulo de elasticidade longitudinal	$68,95 \times 10^9$	$N/m^2$
$\rho$ – Massa específica	2767,99	$kg/m^3$

Tabela 5.2 – Propriedades do material para as treliças de 37, 52 e 124 barras

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
Material	Aço	–
$E$ – Módulo de elasticidade longitudinal	$210 \times 10^9$	$N/m^2$
$\rho$ – Massa específica	7800	$kg/m^3$

A seguir, esses problemas e as suas soluções serão apresentados detalhadamente, utilizando os algoritmos apresentados neste trabalho, o *Harmony Search* e o *Firefly Algorithm*.

Os parâmetros de entrada dos algoritmos foram definidos por Yang, 2008, que relata que ambos os métodos apresentam a vantagem sobre outros algoritmos meta-heurísticos de não serem sensíveis às variações desses parâmetros. Os parâmetros foram os mesmos utilizados em todos os problemas. Para o *HS* esses valores são:  $HMS = 6$ ;  $HMCR = 0,9$ ;  $PAR_{min} = 0,4$ ;  $PAR_{max} = 0,9$ ;  $bw_{min} = 0,0001$ ;  $bw_{max} = 1,0$ . Para o *FA*, o número de *fireflies*  $n = 10$ ,  $\alpha = 0,5$ ;  $\beta_{min} = 0,2$ ;  $\gamma = 1$ .

Conforme será visto nas curvas de convergência, o número de iterações utilizadas pelo algoritmo *Harmony Search* é sempre maior que as utilizadas pelo *Firefly Algorithm*. Isso não representa um maior custo computacional para o *HS*, pois ele é mais rápido que o *FA* para um mesmo número de iterações, isto é, para um determinado número de iterações, o custo computacional é menor para o *HS* e isso seria uma vantagem, porém, nesse valor de iterações, o resultado obtido pelo *FA* é muito melhor, o que faz com que o número de iterações efetuadas pelo *HS* deva ser mais elevado para a obtenção de um resultado ótimo próximo ao alcançado pelo *FA*.

## 5.1 Treliça plana de 10 barras

O primeiro caso analisado é a treliça plana de 10 barras em balanço mostrada na Figura 5.1. É realizada a otimização paramétrica, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais, consideradas como variáveis de projeto contínuas, dos dez elementos da estrutura, ou seja, são dez as variáveis a serem otimizadas para minimizar a massa da estrutura. As propriedades do material da treliça são apresentadas na Tabela 5.1.

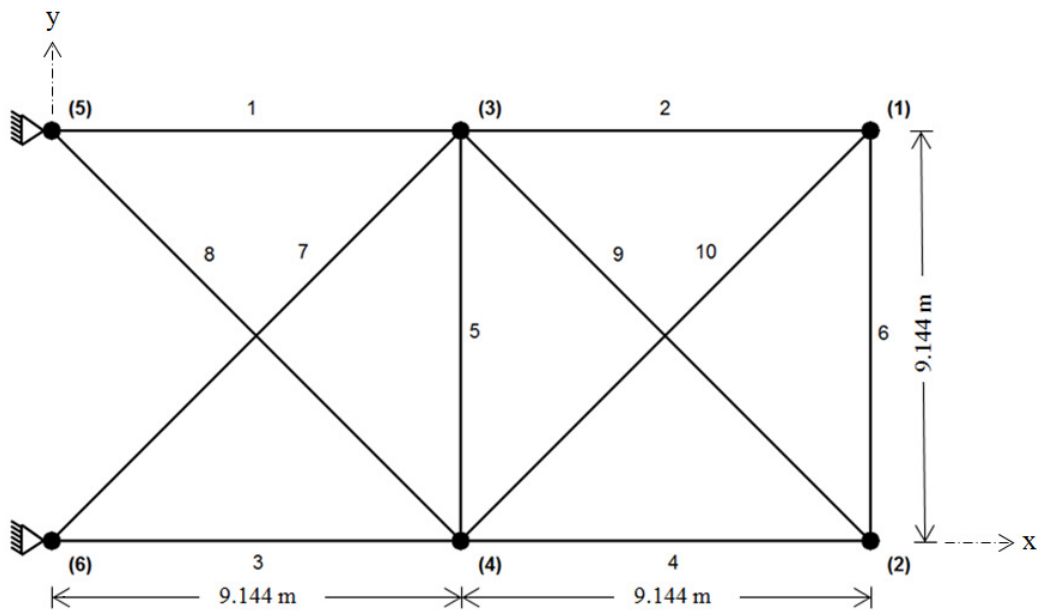


Figura 5.1 – Treliça plana de 10 barras

Este problema é dividido em dois casos distintos quanto aos tipos de restrições impostas no processo de otimização, calculando-se separadamente cada um dos casos. Em um deles, são empregadas as restrições de tensão e deslocamento; no outro, são empregadas as múltiplas restrições de frequência natural. A seguir, ambos os casos são descritos.

### a) Restrição de tensão e deslocamento

Na primeira análise para a treliça plana de 10 barras, são empregadas as restrições de tensão e deslocamento juntas. Os dois nós da estrutura situados à esquerda (5 e 6) têm suas translações restringidas nas direções x e y. Os dois nós livres das barras inferiores (2 e 4) recebem cargas verticais (direção y). Todas as barras, exceto a barra número 9, apresentam o



mesmo valor admissível para a tensão, tanto para tração quanto para compressão. Os quatro nós livres da estrutura (1, 2, 3, 4) apresentam o mesmo valor limite para o deslocamento na direção y. A área mínima permitida para a seção transversal das barras é de 64,5 mm<sup>2</sup>.

O carregamento empregado e os valores admissíveis para as tensões e os deslocamentos, bem como para as variáveis de projeto, são mostrados nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3 – Componentes do carregamento nodal para a treliça plana de 10 barras

<b>Carregamento</b>		
<b>Nó</b>	<b>x</b>	<b>y</b>
2 e 4	0	-444,82 kN

Tabela 5.4 – Restrições para a treliça plana de 10 barras

<b>Restrições</b>	
<b>Tensão</b>	
<b>Barra</b>	<b>Valor</b>
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10	±172,37 MPa
9	±517,11 MPa
<b>Deslocamento</b>	
<b>Nó</b>	<b>Valor</b>
1, 2, 3, 4	±50,8 mm (direção y)
<b>Faixa para as variáveis de projeto</b>	
$64,5 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq 20000 \text{ mm}^2$	

As curvas de convergência para esse problema, isto é, a evolução da função objetivo em função do número de iterações do algoritmo, para ambos os métodos utilizados, são apresentadas na Figura 5.2. Para o algoritmo *Harmony Search* foram utilizadas vinte mil iterações; para o *Firefly Algorithm* utilizaram-se cinco mil iterações.

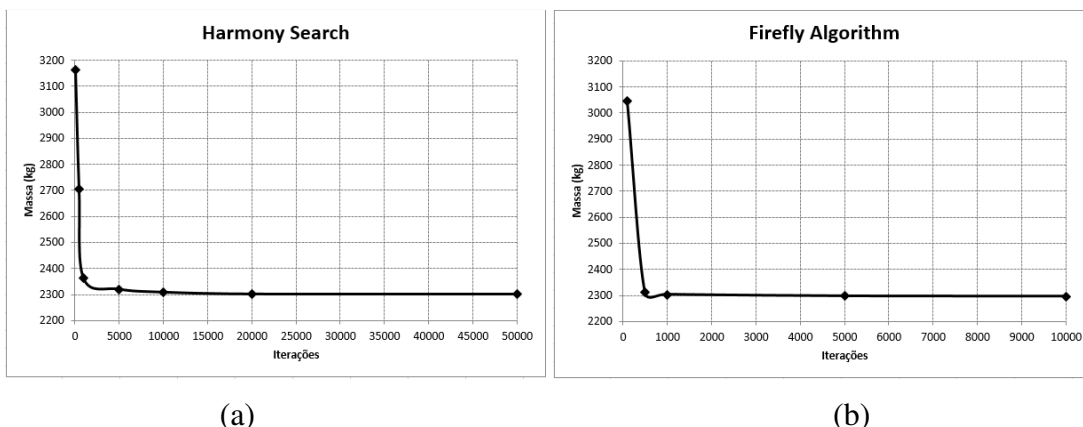


Figura 5.2 – Curvas de convergência para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse é um problema padrão que tem sido estudado por muitos autores usando métodos de otimização diferentes. Lee e Geem, 2004, usaram o algoritmo *Harmony Search (HS)*; Farshi e Alinia-ziazi, 2010, usaram o *Method of Centers and Force Formulation*; Sonmez, 2011, usou o algoritmo *Artificial Bee Colony (ABS-AP)* com uma função de penalidade adaptada; e Degertekin, 2012, utilizou o algoritmo *Self Adaptive Harmony Search (SAHS)*. Neste trabalho, foram utilizados o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica dessa treliça com restrições de tensão e deslocamento.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.5. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma pequena diferença em relação ao *Harmony Search* (aproximadamente 0,07%). Os resultados tanto do *HS* quanto do *FA* são muito próximos dos valores encontrados na literatura, com uma diferença máxima menor que 0,4% considerando como referência o menor valor encontrado na literatura, Lee e Geem, 2004.

Tabela 5.5 – Projeto ótimo para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento

ALGORITMO UTILIZADO		<i>HS</i>	<i>Method of Centers</i>	<i>ABC-AP</i>	<i>SAHS</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR		Lee e Geem (2004)	Farshi e Alinia-ziazi (2010)	Sonmez (2011)	Degerterkin (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	A1	194,5278	196,9202	197,0957	196,1021	196,1800	186,6800
		A2	0,6581	0,6452	0,0957	0,6452	1,1281	0,6450
		A3	146,5249	149,7122	149,5574	149,0283	144,5600	164,3500
		A4	98,5220	98,2201	98,1865	99,9479	103,1700	94,5270
		A5	0,6581	0,6452	0,6452	0,6452	0,6528	0,6450
		A6	3,5099	3,5583	3,5550	3,4131	3,5597	4,1025
		A7	48,6545	48,1764	48,1513	48,3126	48,8840	46,8840
		A8	139,1051	135,7127	135,8662	136,7114	138,0400	137,1600
		A9	138,3954	138,9077	138,7245	137,6986	138,0200	139,3000
		A10	0,6452	0,6452	0,6452	0,6452	0,6731	0,6450
<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>2294,226</b>	<b>2295,81</b>	<b>2295,58</b>	<b>2295,82</b>	<b>2302,60</b>	<b>2301,08</b>	

É importante ressaltar que nenhuma das restrições tanto de tensão quanto de deslocamento foi violada, conforme pode ser visto nas Tabelas 5.6 e 5.7. Analisando as tensões obtidas após o processo de otimização, verifica-se que a barra 5 quase tornou a restrição ativa em ambos os algoritmos, onde o limite é de 172,37 MPa. Da mesma forma para as restrições de deslocamento, em que os nós 1 e 2 chegaram a valores muito próximos do limite de 50,8 mm.

Tabela 5.6 – Tensões obtidas ao final da otimização

Elementos	Tensões (MPa)	
	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>
Barra 1	45,955	48,281
Barra 2	-6,139	-8,722
Barra 3	-60,718	-53,420
Barra 4	-43,182	-47,117
Barra 5	171,670	172,310
Barra 6	-1,946	-1,371
Barra 7	125,240	130,650
Barra 8	-46,791	-47,068

Barra 9	45,649	45,217
Barra 10	14,552	12,334

Tabela 5.7 – Deslocamentos obtidos ao final da otimização

Nó	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>
	Deslocamento em y (mm)	Deslocamento em y (mm)
1	-50,744	-50,798
2	-50,486	-50,616
3	-18,505	-18,887
4	-41,271	-41,739

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.8 e 5.9 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, mostrando que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica dessa estrutura com restrições de tensão e deslocamento. O algoritmo *FA* apresentou um coeficiente de variação menor que o *HS*. Um aspecto importante a ser mencionado é que em todos os problemas analisados neste trabalho os resultados apresentados, para que sejam feitas as comparações com demais autores da literatura, foram os melhores obtidos por cada algoritmo.

Tabela 5.8 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas
2306,4	5,8180	0,25	20000

Tabela 5.9 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas	Número de vagalumes
2303,5	1,6517	0,072	5000	10

Outros pesquisadores também estudaram essa estrutura e chegaram aos seguintes resultados: Kripakaran et al., 2007, usando uma abordagem de otimização que utiliza dois algoritmos, conseguiu uma massa de 2257,37 kg; Degertekin, 2012, usando o *Efficient Harmony Search (EHS)* obteve uma massa de 2296,26 kg; Miguel e Fadel Miguel, 2012b, utilizando o *Firefly Algorithm (FA)*, otimizou a massa em 2373,94 kg.

## b) Restrição de frequência

Para essa mesma treliça plana de 10 barras, a outra análise realizada é utilizando como restrições as múltiplas frequências naturais da estrutura. Novamente, as variáveis de projeto são as áreas da seção transversal, consideradas como variáveis de projeto contínuas, dos dez elementos da estrutura.

No caso de problemas como esse, com restrição apenas em relação às frequências naturais do sistema, não existem casos de carregamento, e mesmo que existissem, não é preciso que sejam calculados os deslocamentos, os esforços e as tensões. Apenas as frequências naturais são consideradas, as quais são obtidas através de uma análise modal, e dependem somente das matrizes de rigidez e massa do sistema. Neste contexto deve-se ressaltar que neste problema, assim como nos próximos, foi considerada a matriz de massa consistente da estrutura.

Como pode ser observado na Figura 5.3, é definido em cada um dos nós 1 ao 4 (nós livres da estrutura) uma massa concentrada de 453,6 kg. As múltiplas restrições de frequência natural são:  $f_1 \geq 7$  Hz,  $f_2 \geq 15$  Hz e  $f_3 \geq 20$  Hz. A área mínima admissível da seção transversal é  $64,5 \text{ mm}^2$ .

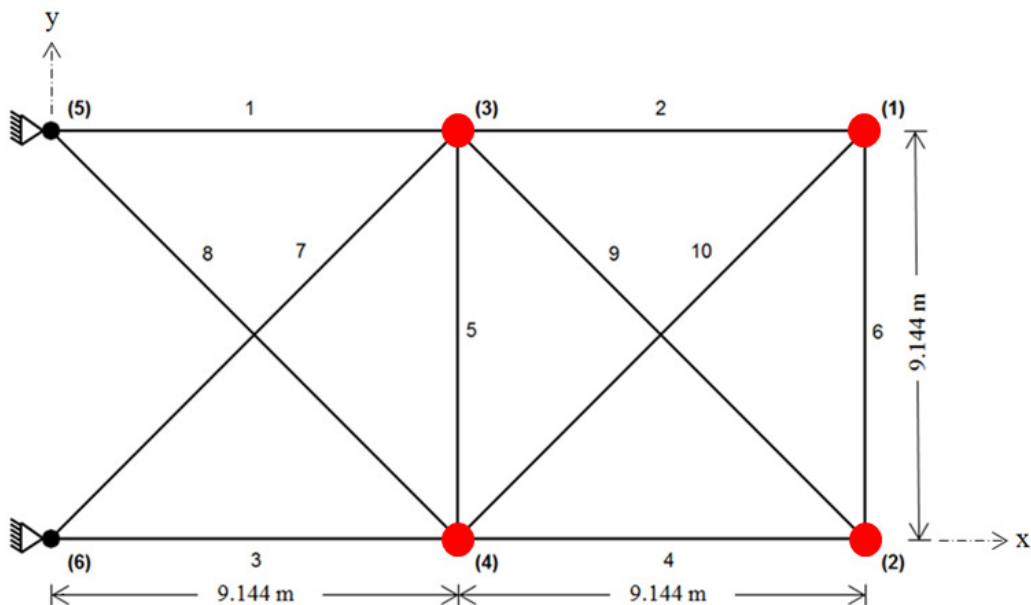


Figura 5.3 – Treliça plana de 10 barras

A Figura 5.4 mostra as curvas de convergência para esse problema sujeito às múltiplas restrições de frequência natural. Foram utilizadas cinquenta mil iterações para o *Harmony Search* e cinco mil para o *Firefly Algorithm*.

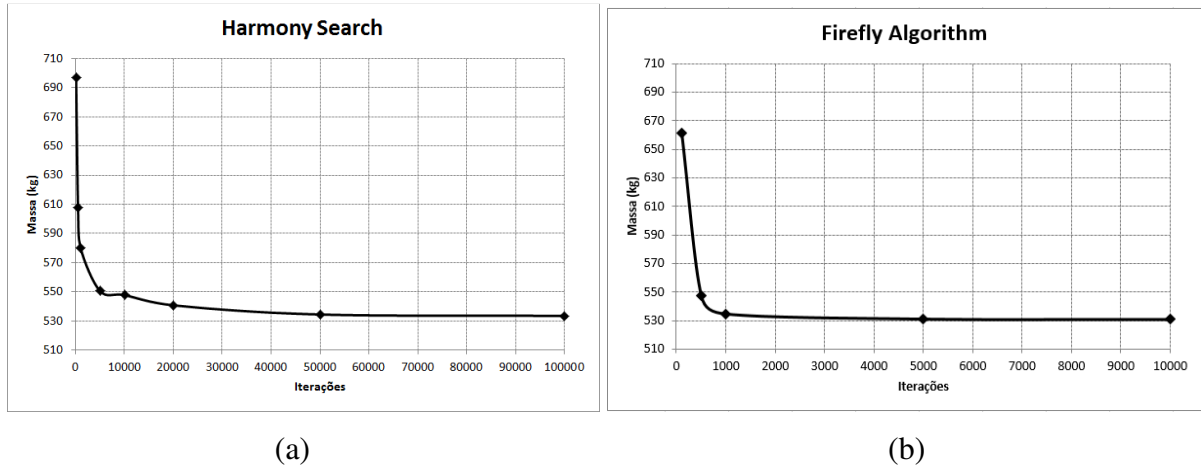


Figura 5.4 – Curvas de convergência para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse problema também foi estudado por Wang et al., 2004, usando o *Evolutionary Node Shift Method*; Lingyun et al., 2005, usando o *Niche Hybrid Genetic Algorithm (NHGA)*; Gomes, 2011, usando o *Particle Swarm Optimization (PSO)*; e Kaveh e Zolghadr, 2012, usando uma hibridização dos algoritmos *Charged System Search and Big Bang-Big Crunch (CSS-BBBC)*. Neste trabalho, foram utilizados o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica dessa treliça com múltiplas restrições de frequência natural.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.10. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma pequena diferença em relação ao *Harmony Search* (aproximadamente 0,7%). O resultado obtido pelo *FA* perde apenas para o melhor valor que é o de Kaveh e Zolghadr, 2012. Os resultados obtidos pelo *HS* são melhores que os de Gomes, 2011. Os piores resultados foram os obtidos por Wang et al., 2004, e por Lingyun et al., 2005.

Tabela 5.10 – Projeto ótimo para a treliça plana de 10 barras, sujeita às restrições de frequência

ALGORITMO UTILIZADO		<i>Evolutionary Node Shift</i>	<i>NHGA</i>	<i>PSO</i>	<i>CSS-BBBC</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR		Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Kaveh e Zolghadr (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	A1	32,456	42,234	37,712	35,274	34,302	35,828
		A2	16,577	18,555	9,959	15,463	17,347	15,653
		A3	32,456	38,851	40,265	32,110	37,147	36,197
		A4	16,577	11,222	16,788	14,065	13,200	14,538
		A5	2,115	4,783	11,576	0,645	0,962	0,653
		A6	4,467	4,451	3,955	4,880	4,740	4,603
		A7	22,810	21,049	25,308	24,046	27,142	25,234
		A8	22,810	20,949	21,613	24,340	20,312	22,710
		A9	17,490	10,257	11,576	13,343	12,947	11,311
		A10	17,490	14,342	11,186	13,543	12,945	13,211
<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>553,8</b>	<b>542,75</b>	<b>537,98</b>	<b>529,09</b>	<b>535,13</b>	<b>531,40</b>	

É importante ressaltar que nenhuma das múltiplas restrições de frequência natural foi violada, como pode ser visto na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Frequências naturais para o projeto ótimo da treliça de 10 barras

ALGORITMO UTILIZADO		<i>Evolutionary Node Shift</i>	<i>NHGA</i>	<i>PSO</i>	<i>CSS-BBBC</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>
AUTOR		Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Kaveh e Zolghadr (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho
Frequências naturais (Hz)	1	7,011	7,008	7,000	7,000	7,0050	7,0003
	2	17,302	18,148	17,786	16,119	16,4074	16,2221
	3	20,001	20,000	20,000	20,075	20,0001	20,0017
	4	20,100	20,508	20,063	20,457	20,1611	20,0308
	5	30,869	27,797	27,776	29,149	28,7677	27,9126
	6	32,666	31,281	30,939	29,761	29,3922	29,2530
	7	48,282	48,304	47,297	47,950	48,7197	48,7894
	8	52,306	53,306	52,286	51,215	51,5162	51,2390

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.12 e 5.13 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, mostrando que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica dessa estrutura com múltiplas restrições de frequência natural. O algoritmo *FA* apresentou um coeficiente de variação menor que o *HS*.

Tabela 5.12 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

<b>Massa média (kg)</b>	<b>Desvio padrão (kg)</b>	<b>Coefficiente de variação (%)</b>	<b>Número de buscas</b>
541,5708	6,5785	1,21	50000

Tabela 5.13 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 10 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

<b>Massa média (kg)</b>	<b>Desvio padrão (kg)</b>	<b>Coefficiente de variação (%)</b>	<b>Número de buscas</b>	<b>Número de vagalumes</b>
532,1650	1,4076	0,26	5000	10

## 5.2 Treliça plana de 18 barras

O segundo caso é a treliça plana de 18 barras em balanço mostrada na Figura 5.5. São realizadas ambas as otimizações, paramétrica e forma, no mesmo problema. As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras, consideradas como variáveis de projeto contínuas, e também as coordenadas dos nós. A estrutura está sujeita às restrições de tensão e flambagem ao mesmo tempo. As propriedades do material da treliça são apresentadas na Tabela 5.1.



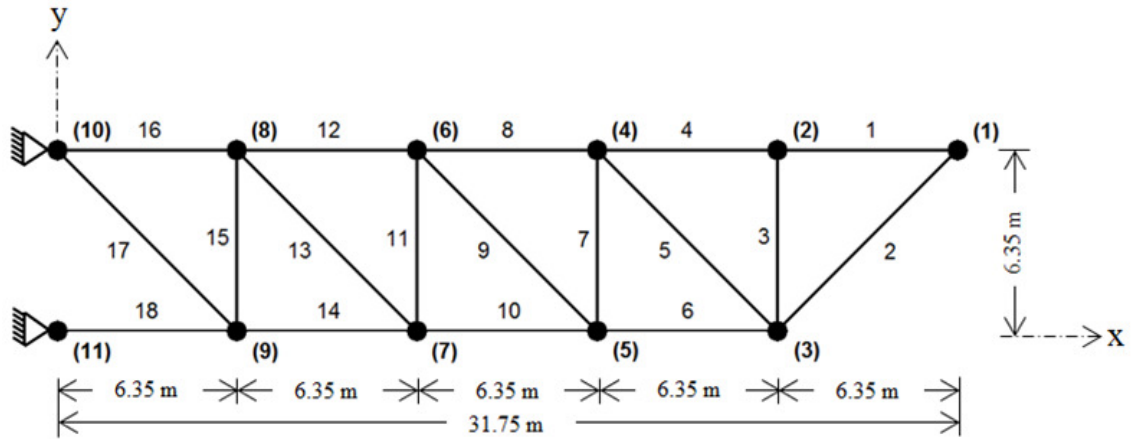


Figura 5.5 – Configuração inicial da treliça plana de 18 barras engastada

Os dois nós da estrutura situados à esquerda (10 e 11) têm suas translações restringidas nas direções x e y. Foi considerado um único caso de carregamento, que consiste em cargas nodais verticais (direção y) atuantes nos nós do banzo superior da treliça (1, 2, 4, 6, 8 e 10).

São doze as variáveis de projeto independentes a serem otimizadas. Dessas, quatro são relacionadas às áreas das seções transversais das barras, e as oito restantes são relativas às coordenadas dos nós que podem se mover. As áreas para as seções transversais das barras foram divididas em quatro grupos, e todos os grupos apresentam o mesmo valor para a restrição de tensão, tanto de tração quanto de compressão. Os nós do banzo inferior (3, 5, 7 e 9) são permitidos se moverem em qualquer direção no plano x-y. O carregamento empregado, o agrupamento das barras, os valores admissíveis para as tensões em cada grupo, e os limites para as variáveis de projeto são mostrados nas Tabelas 5.14 e 5.15.

Tabela 5.14 – Componentes do carregamento nodal para a treliça plana de 18 barras

Carregamento		
Nó	x	y
1, 2, 4, 6 e 8	0	-88964,432 N

Tabela 5.15 – Agrupamento das barras e restrição de tensão

Variáveis de projeto	Barras	Restrição de tensão
Grupo 1	A1 = A4 = A8 = A12 = A16	±137,8951 MPa
Grupo 2	A2 = A6 = A10 = A14 = A18	
Grupo 3	A3 = A7 = A11 = A15	
Grupo 4	A5 = A9 = A13 = A17	
<b>Faixa para as variáveis de projeto</b>		
$2258,06 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq 11612,88 \text{ mm}^2$		

O propósito da otimização nesse problema é projetar uma configuração para a treliça que produza uma massa mínima, obedecendo a ambas as restrições de tensão e flambagem. A Tabela 5.15 acima mostra as tensões de tração e compressão às quais os grupos de barras são restringidos. O limite para a tensão usada para as restrições de flambagem são calculadas através da equação de Euler, proposta por Lee e Geem, 2005:

$$\sigma_i = \frac{-KEA_i}{L_i^2}, \quad i = 1, 2, \dots, 18 \quad (5.1)$$

onde  $\sigma_i$  é a tensão de flambagem de Euler,  $K$  é uma constante determinada a partir da geometria da seção transversal da barra, considerada neste caso  $K=4$ ,  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $A_i$  é a área da seção transversal da barra e  $L_i$  é o comprimento da barra.

A Figura 5.6 mostra as curvas de convergência para esse problema sujeito às restrições de tensão e flambagem. Foram utilizadas quinhentas mil iterações para o *Harmony Search* e cinquenta mil para o *Firefly Algorithm*.

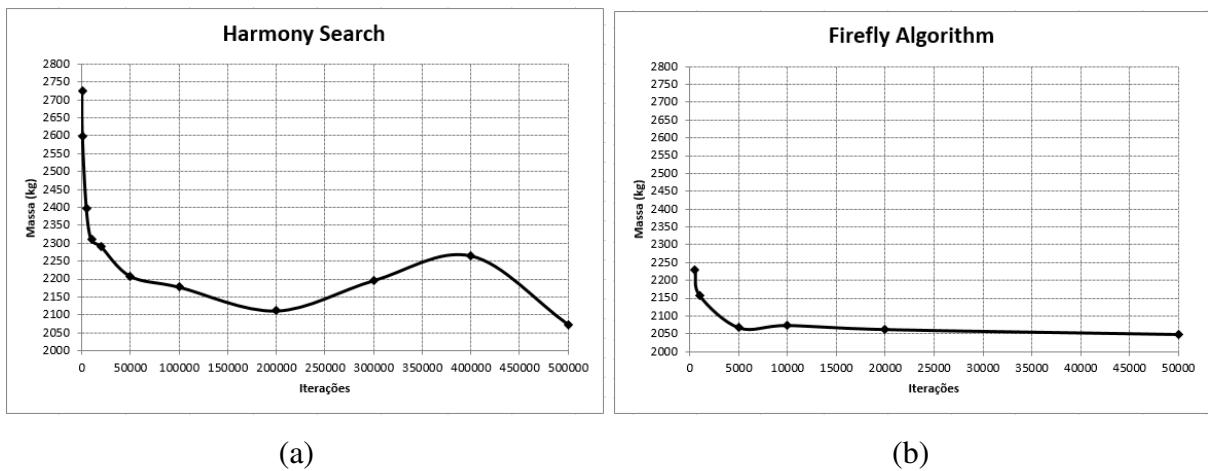


Figura 5.6 – Curvas de convergência para a treliça plana de 18 barras, sujeita às restrições de tensão e flambagem, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse problema também foi estudado por Lee e Geem, 2005, usando o *Harmony Search* (*HS*); Kripakaran et al., 2007, usando uma abordagem de otimização que utiliza dois algoritmos; Lamberti, 2008, usando o *Corrected Multi-Level and Multi-Point Simulated Annealing* (*CMLPSA*). Neste trabalho, foram utilizados o *Harmony Search* (*HS*) e o *Firefly*

*Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica e de forma dessa treliça com restrições de tensão e flambagem.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.16. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma diferença pequena em relação ao *Harmony Search* (menos de 1%). O melhor resultado foi obtido por Lamberti, 2008, seguido por Lee e Geem, 2005. Os resultados obtidos pelo *FA* e *HS* são melhores que os de Kripakaran et al., 2007.

Tabela 5.16 – Projeto ótimo para a treliça plana de 18 barras

ALGORITMO UTILIZADO		<i>HS</i>	<i>Hybrid Search</i>	<i>CMLPSA</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR		Lee e Geem (2005)	Kripakaran et al.(2007)	Lamberti (2008)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	G1	81,6178	80,6450	80,54612	73,931	81,153
		G2	111,1034	104,8385	115,0263	113,570	113,28
		G3	39,8088	51,6128	34,00914	36,241	37,109
		G4	22,9046	25,8064	23,9395	35,624	24,287
	Coordenadas dos nós (m)	X3	22,9387	23,5	23,15878	22,9964	23,0442
		Y3	4,4272	5,0	4,719498	4,5410	4,5400
		X5	16,0096	16,8	16,35384	16,3323	16,2134
		Y5	3,4620	3,8	3,747882	3,6190	3,6000
		X7	10,2133	10,9	10,51821	10,4741	10,3808
		Y7	2,2987	2,5	2,500765	2,2050	2,3900
		X9	4,9606	5,3	5,140508	5,1298	5,0520
		Y9	0,7772	0,5	0,779005	0,2690	0,7500
	<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>2048,242</b>	<b>2087,195</b>	<b>2043,865</b>	<b>2073,80</b>	<b>2055,41</b>

Nenhuma das restrições tanto de tensão quanto de flambagem foram violadas. As tensões obtidas são mostradas na Tabela 5.17. Analisando esses valores, obtidos após o processo de otimização, verifica-se que a barra 16, pertencente ao grupo 1, e a barra 17, do grupo 4, quase tornaram a restrição ativa em ambos os algoritmos, onde o limite para a restrição de tensão é de 137,8951 MPa.

Tabela 5.17 – Tensões obtidas ao final da otimização

<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
Variáveis de projeto	Elementos	Tensões	Variáveis de projeto	Elementos	Tensões
Grupo 1	Barra 1	58,229	Grupo 1	Barra 1	52,728
	Barra 4	74,218		Barra 4	66,997
	Barra 8	119,860		Barra 8	109,863
	Barra 12	136,460		Barra 12	131,154
	Barra 16	137,730		Barra 16	137,012
Grupo 2	Barra 2	-38,706	Grupo 2	Barra 2	-38,582
	Barra 6	-63,970		Barra 6	-64,001
	Barra 10	-85,102		Barra 10	-87,841
	Barra 14	-93,821		Barra 14	-100,332
	Barra 18	-117,660		Barra 18	-119,094
Grupo 3	Barra 3	-40,822	Grupo 3	Barra 3	-39,350
	Barra 7	-65,136		Barra 7	-65,061
	Barra 11	-40,430		Barra 11	-48,008
	Barra 15	-23,050		Barra 15	-30,569
Grupo 4	Barra 5	52,789	Grupo 4	Barra 5	78,896
	Barra 9	18,741		Barra 9	43,266
	Barra 13	-2,796		Barra 13	12,658
	Barra 17	137,660		Barra 17	136,810

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.18 e 5.19 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, mostrando que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica e de forma dessa estrutura com restrições de tensão e flambagem. O algoritmo *FA* apresentou um coeficiente de variação menor que o *HS*.

Tabela 5.18 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 18 barras, com restrições de tensão e flambagem, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas
2153,8	84,5292	3,92	500000

Tabela 5.19 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 18 barras, com restrições de tensão e flambagem, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas	Número de vagalumes
2062,2	8,7067	0,42	50000	10

A Figura 5.7 mostra a configuração final da treliça plana de 18 barras otimizada neste trabalho utilizando o *Harmony Search*, enquanto a Figura 5.8 mostra a configuração final obtida neste trabalho usando o *Firefly Algorithm*.

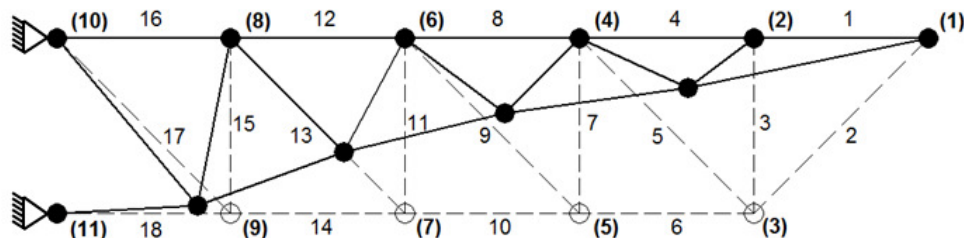


Figura 5.7 – Configuração final da treliça plana de 18 barras otimizada no presente trabalho usando o *Harmony Search*

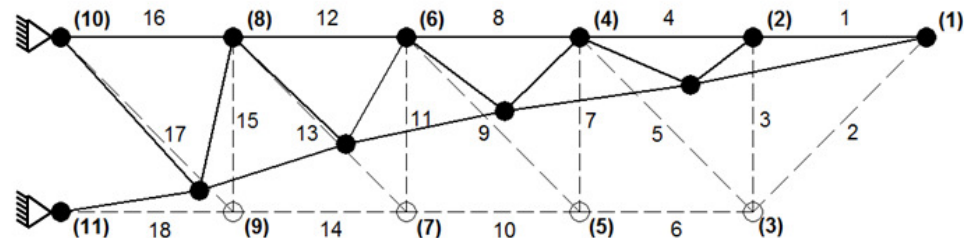


Figura 5.8 – Configuração final da treliça plana de 18 barras otimizada no presente trabalho usando o *Firefly Algorithm*

### 5.3 Treliça plana de 37 barras

O terceiro caso analisado é a treliça plana de 37 barras, simplesmente apoiada, com sua configuração inicial mostrada na Figura 5.9. Aqui, como no exemplo anterior, são realizadas ambas as otimizações, paramétrica e forma, no mesmo problema, para a minimização de sua massa, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras, consideradas como variáveis de projeto contínuas, e também as coordenadas dos

nós, que podem se mover. As restrições de projeto são as múltiplas frequências naturais da estrutura. As propriedades do material da treliça são apresentadas na Tabela 5.2.

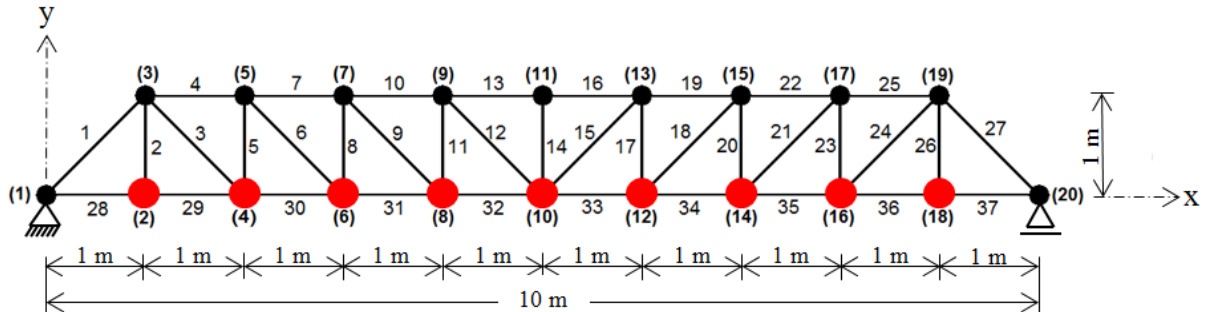


Figura 5.9 – Configuração inicial para a treliça plana de 37 barras simplesmente apoiada

O nó relativo ao apoio situado à esquerda (1) tem sua translação restringida direções x e y, enquanto o outro apoio (nó 20) é restringido apenas na direção y.

Como pode ser visto na Figura 5.9, massas concentradas no valor de 10 kg são aplicadas em todos os nós do banzo inferior da treliça (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18), os quais permanecem fixos durante o processo de otimização. As coordenadas nodais do banzo superior e as áreas das barras são consideradas as variáveis de projeto. Todas as barras do banzo inferior (28–37) têm área da seção transversal fixa de  $4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  e as demais têm área da seção transversal inicial de  $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ . No processo de otimização, os nós sobre o banzo superior podem se mover apenas verticalmente (direção y). Além disso, as coordenadas nodais e as áreas das barras são definidas de maneira a manter a simetria da estrutura. Assim, são cinco variáveis de forma (nós) e quatorze variáveis paramétricas (áreas). O agrupamento dessas variáveis pode ser visto na Tabela 5.20.

As múltiplas restrições de frequência natural são:  $f_1 \geq 20 \text{ Hz}$ ,  $f_2 \geq 40 \text{ Hz}$  e  $f_3 \geq 60 \text{ Hz}$ . A área mínima admissível da seção transversal é  $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .

Tabela 5.20 – Grupos das coordenadas nodais e das barras para a treliça plana de 37 barras

<b>Variáveis de projeto</b>	
<b>Coordenadas dos nós</b>	
Y3	= Y19
Y5	= Y17
Y7	= Y15
Y9	= Y13
Y11	

Áreas das seções transversais	Barras
Grupo 1	A1 = A27
Grupo 2	A2 = A26
Grupo 3	A3 = A24
Grupo 4	A4 = A25
Grupo 5	A5 = A23
Grupo 6	A6 = A21
Grupo 7	A7 = A22
Grupo 8	A8 = A20
Grupo 9	A9 = A18
Grupo 10	A10 = A19
Grupo 11	A11 = A17
Grupo 12	A12 = A15
Grupo 13	A13 = A16
Grupo 14	A14

A Figura 5.10 mostra as curvas de convergência para esse problema sujeito às múltiplas restrições de frequência natural. Foram utilizadas vinte mil iterações para o *Harmony Search* e cinco mil para o *Firefly Algorithm*.

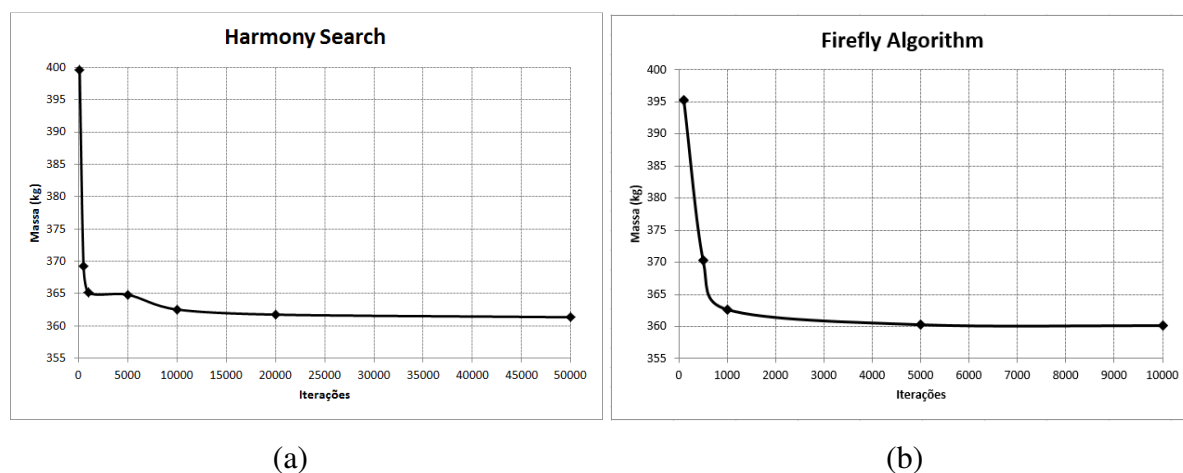


Figura 5.10 – Curvas de convergência para a treliça plana de 37 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse problema também foi estudado por Wang et al., 2004, usando o *Evolutionary Node Shift Method*; Lingyun et al., 2005, usando o *Niche Hybrid Genetic Algorithm (NHGA)*; e Gomes, 2011, usando o *Particle Swarm Optimization (PSO)*. Neste trabalho, foram

utilizados o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica e de forma dessa treliça com múltiplas restrições de frequência natural.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.21. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma pequena diferença em relação ao *Harmony Search* (aproximadamente 0,3%). Os resultados obtidos pelo *FA* e pelo *HS* foram os melhores dentre os estudados, seguidos por Wang et al., 2004; Lingyun et al., 2005; e Gomes, 2011.

Tabela 5.21 – Projeto ótimo para a treliça plana de 37 barras

ALGORITMO UTILIZADO		Inicial	<i>Evolutionary Node Shift</i>	<i>NHGA</i>	<i>PSO</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR			Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Coordenadas dos nós (m)	Y3, Y19	1,0	1,2086	1,1998	0,9637	0,9561	0,9296
		Y5, Y17	1,0	1,5788	1,6553	1,3978	1,3331	1,3272
		Y7, Y15	1,0	1,6719	1,9652	1,5929	1,5716	1,5011
		Y9, Y13	1,0	1,7703	2,0737	1,8812	1,7741	1,6358
		Y11	1,0	1,8502	2,3050	2,0856	1,8569	1,7174
	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	Grupo 1	1,0	3,2508	2,8932	2,6797	2,7878	3,2924
		Grupo 2	1,0	1,2364	1,1201	1,1568	1,1194	1,0207
		Grupo 3	1,0	1,0000	1,0000	2,3476	1,1428	1,0000
		Grupo 4	1,0	2,5386	1,8655	1,7182	2,2458	2,6026
		Grupo 5	1,0	1,3714	1,5962	1,2751	1,1426	1,1770
		Grupo 6	1,0	1,3681	1,2642	1,4819	1,1541	1,2610
		Grupo 7	1,0	2,4290	1,8254	4,6850	1,9163	2,3568
		Grupo 8	1,0	1,6522	2,0009	1,1246	1,4539	1,3542
		Grupo 9	1,0	1,8257	1,9526	2,1214	1,5773	1,4004
		Grupo 10	1,0	2,3022	1,9705	3,8600	2,5871	3,0525
		Grupo 11	1,0	1,3103	1,8294	2,9817	1,6016	1,3212
		Grupo 12	1,0	1,4067	1,2358	1,2021	1,5072	1,2394
		Grupo 13	1,0	2,1896	1,4049	1,2563	2,4911	2,1973
		Grupo 14	1,0	1,0000	1,0000	3,3276	1,1166	1,0000
<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>336,29</b>	<b>366,5</b>	<b>368,84</b>	<b>377,20</b>	<b>361,35</b>	<b>360,20</b>	

É importante ressaltar que nenhuma das múltiplas restrições de frequência natural foi violada, como pode ser visto na Tabela 5.22.



Tabela 5.22 – Frequências obtidas ao final da otimização

ALGORITMO UTILIZADO		<i>Evolutionary Node Shift</i>	<i>NHGA</i>	<i>PSO</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR	Inicial	Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Frequências naturais (Hz)	1	8,8778	20,0850	20,0013	20,0001	20,0003	20,0008
	2	29,2135	42,0743	40,0305	40,0003	40,0683	40,0038
	3	48,5539	62,9383	60,0000	60,0001	60,0253	60,0197
	4	67,7487	74,4539	73,0444	73,0440	77,8438	76,9643
	5	84,2484	90,0576	89,8244	89,8240	100,0876	96,6424

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.23 e 5.24 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, mostrando que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica e de forma dessa estrutura com múltiplas restrições frequência natural. O algoritmo *FA* apresentou um coeficiente de variação menor que o *HS*.

Tabela 5.23 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 37 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coeficiente de variação (%)	Número de buscas
362,6273	0,9291	0,26	20000

Tabela 5.24 – Resultados estatísticos para a treliça plana de 37 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coeficiente de variação (%)	Número de buscas	Número de vagalumes
361,0387	0,6327	0,18	5000	10

A Figura 5.11 mostra a configuração final da treliça plana de 37 barras otimizada neste trabalho utilizando o *Harmony Search*, enquanto a Figura 5.12 mostra a configuração final obtida neste trabalho usando o *Firefly Algorithm*.

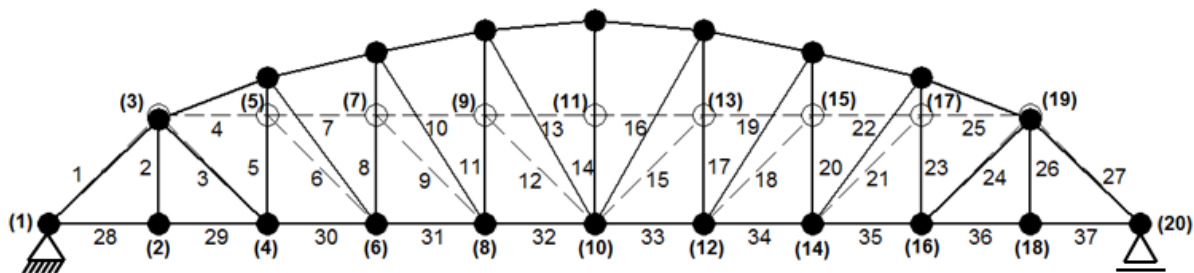


Figura 5.11 – Configuração final da treliça plana de 37 barras otimizada no presente trabalho usando o *Harmony Search*

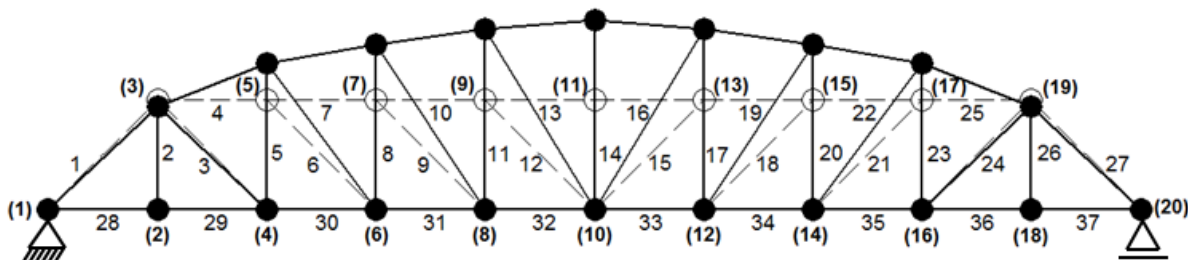


Figura 5.12 – Configuração final da treliça plana de 37 barras otimizada no presente trabalho usando o *Firefly Algorithm*

#### 5.4 Treliça espacial de 25 barras

O quarto caso estudado é a treliça espacial de 25 barras, mostrada na Figura 5.13. Neste exemplo, é realizada a otimização paramétrica, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais, consideradas como variáveis de projeto contínuas, dos vinte e cinco elementos da estrutura. As restrições de projeto são as tensões e os deslocamentos. As propriedades do material da treliça são apresentadas na Tabela 5.1.

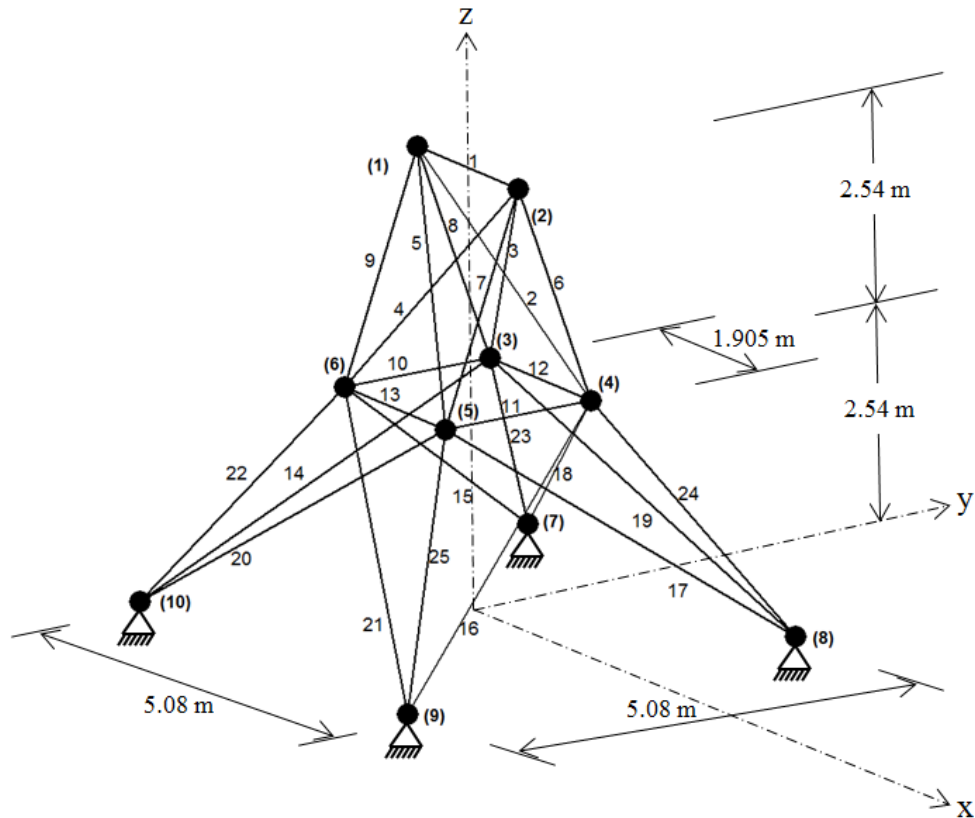


Figura 5.13 – Treliça espacial de 25 barras

Os quatro nós situados na base da estrutura (7, 8, 9, 10) têm suas translações restringidas nas direções x, y e z.

Durante o processo de otimização, a estrutura tem que suportar dois casos de carregamento independentes, ou seja, deve ser otimizada considerando ambos os casos atuando em momentos distintos. No primeiro caso, os nós 1, 2, 3 e 6 recebem cargas; no segundo, apenas os nós 1 e 2.

As barras são organizadas em grupos, que garantem sua simetria, de modo que são oito as variáveis a serem otimizadas para minimizar-se a massa da estrutura. Para a restrição de tensão, todos os grupos apresentam o mesmo limite para a tensão de tração, já para o limite da tensão de compressão, cada grupo apresenta um valor específico. Para a restrição de deslocamento, apenas os nós 1 e 2 são restringidos nas direções  $\pm x$ ,  $\pm y$  e  $\pm z$ . A área mínima permitida para a seção transversal das barras é de  $6,45 \text{ mm}^2$ .

Os casos de carregamento empregados, a organização dos grupos de barras e os valores admissíveis para as restrições de tensões e deslocamentos, bem como para as variáveis de projeto, são mostrados nas Tabelas 5.25 a 5.27.

Tabela 5.25 – Componentes das cargas nodais para a treliça espacial de 25 barras

<b>Carregamento (kN)</b>				
<b>Caso</b>	<b>Nó</b>	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
1	1	4,4482	44,482	-22,241
	2	0	44,482	-22,241
	3	2,2241	0	0
	6	2,2241	0	0
2	1	0	88,964	-22,241
	2	0	-88,964	-22,241

Tabela 5.26 – Detalhe do agrupamento das barras para a treliça espacial de 25 barras

<b>Grupos</b>	<b>Barras</b>
1	1
2	2 – 5
3	6 – 9
4	10 – 11
5	12 – 13
6	14 – 17
7	18 – 21
8	22 – 25

Tabela 5.27 – Restrições para a treliça espacial de 25 barras

<b>Restrições</b>	
<b>Tensões (MPa)</b>	
Tensão de tração para todas as barras	275,79
Tensão de compressão para o Grupo 1	-241,95
Tensão de compressão para o Grupo 2	-79,91
Tensão de compressão para o Grupo 3	-119,31
Tensão de compressão para o Grupo 4	-241,95
Tensão de compressão para o Grupo 5	-241,95
Tensão de compressão para o Grupo 6	-46,60
Tensão de compressão para o Grupo 7	-47,98
Tensão de compressão para o Grupo 8	-76,41
<b>Deslocamentos</b>	
±8,89 mm nas direções x, y e z para os nós 1 e 2	
<b>Faixa para as variáveis de projeto</b>	
$6,45 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq 2000 \text{ mm}^2$	

A Figura 5.14 mostra as curvas de convergência para esse problema sujeito às restrições de tensão e deslocamento. Foram utilizadas cinquenta mil iterações para o *Harmony Search* e cinco mil para o *Firefly Algorithm*.

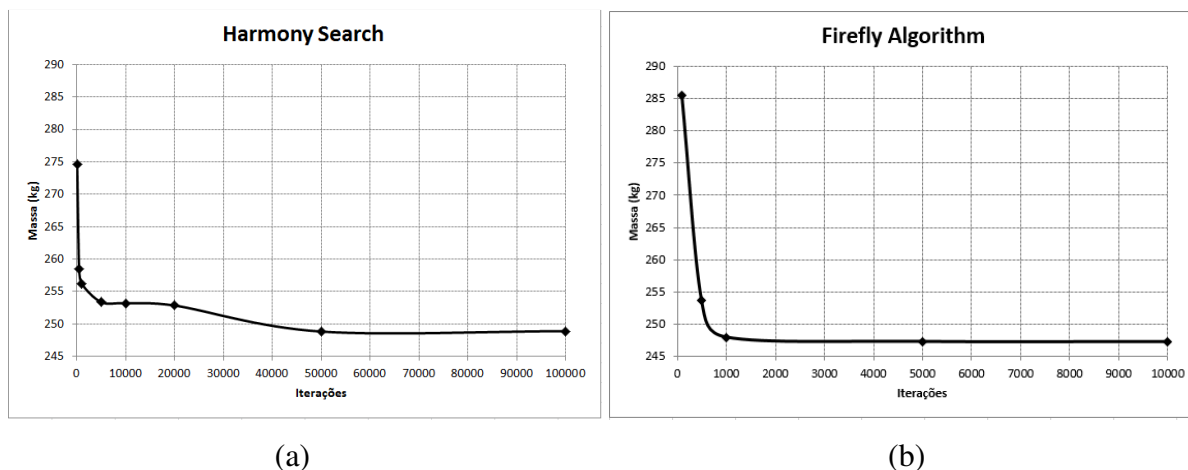


Figura 5.14 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 25 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse problema também foi estudado por Lee e Geem, 2004, usando o algoritmo *Harmony Search (HS)*; Farshi e Alinia-ziazi, 2010, usando o *Method of Centers and Force Formulation*; Sonmez, 2011, usando o algoritmo *Artificial Bee Colony (ABS-AP)* com uma função de penalidade adaptada; e Degertekin, 2012, utilizando o algoritmo *Self Adaptive Harmony Search (SAHS)*. Neste trabalho, foram utilizados o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica dessa treliça com restrições de tensão e deslocamento, submetida a dois carregamentos distintos.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.28. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma pequena diferença em relação ao *Harmony Search* (aproximadamente 0,6%). O *FA* obteve aproximadamente o mesmo resultado que Farshi e Alinia-ziazi, 2010; Sonmez, 2011; e Degertekin, 2012. Esses resultados apresentam uma diferença para o melhor valor, obtido por Lee e Geem, 2004, de aproximadamente 0,2%. O pior resultado foi obtido pelo *HS*, método utilizado neste trabalho.

Tabela 5.28 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 25 barras

ALGORITMO UTILIZADO		<i>HS</i>	<i>Method of Centers</i>	<i>ABS-AP</i>	<i>SAHS</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR		Lee e Geem (2004)	Farshi e Alinia-ziazi (2010)	Sonmez (2011)	Degertekin (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	G1	0,3032	0,0645	0,0710	0,0645	0,2007	0,0645
		G2	13,0459	12,8917	12,7685	13,3814	12,4090	12,4730
		G3	19,0334	19,2450	19,3754	19,1044	19,6250	19,7600
		G4	0,0645	0,0645	0,0645	0,0645	0,0808	0,0645
		G5	0,0903	0,0645	0,0645	0,0645	0,5158	0,0886
		G6	4,4390	4,4112	4,4519	4,4583	4,7427	4,4115
		G7	10,6910	10,8071	10,8329	10,4329	11,0650	10,9190
		G8	17,1817	17,2062	17,1107	17,2526	16,8040	17,0320
<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>246,9266</b>	<b>247,3757</b>	<b>247,2954</b>	<b>247,2623</b>	<b>248,82</b>	<b>247,35</b>	

É importante ressaltar que nenhuma das restrições tanto de tensão quanto de deslocamento foi violada, conforme pode ser visto nas Tabelas 5.29 e 5.30. Analisando as tensões obtidas após o processo de otimização, para o caso de carregamento 1, os valores ficaram bastante distantes tanto do limite de tração quanto dos limites de compressão. Para o caso de carregamento 2, as barras 19 e 20 pertencentes ao grupo 7, quase tornaram as restrições de tensão ativas para ambos os algoritmos, pois o limite para a tensão de compressão desse grupo é de -47,98 MPa. Da mesma forma, ocorreu para as restrições de deslocamento, em que os nós 1 e 2 chegaram a valores muito próximos do limite de  $\pm 8,89$  mm para o deslocamento vertical (direção z), em ambos os algoritmos.

Tabela 5.29 – Tensões obtidas ao final da otimização

<b>Caso de carregamento 1</b>					
<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)	Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)
Grupo 1	Barra 1	19,434	Grupo 1	Barra 1	23,519
Grupo 2	Barra 2	-20,802	Grupo 2	Barra 2	-20,887
	Barra 3	-17,683		Barra 3	-17,784
	Barra 4	17,136		Barra 4	17,573
	Barra 5	14,017		Barra 5	14,470
Grupo 3	Barra 6	-29,178	Grupo 3	Barra 6	-28,879

	Barra 7	17,357		Barra 7	16,968
	Barra 8	-27,564		Barra 8	-27,277
	Barra 9	18,971		Barra 9	18,571
Grupo 4	Barra 10	-9,130	Grupo 4	Barra 10	-10,969
	Barra 11	-10,897		Barra 11	-13,760
Grupo 5	Barra 12	-20,899	Grupo 5	Barra 12	-26,734
	Barra 13	1,226		Barra 13	1,434
Grupo 6	Barra 14	-32,068	Grupo 6	Barra 14	-34,482
	Barra 15	24,563		Barra 15	26,401
	Barra 16	-34,873		Barra 16	-37,489
	Barra 17	21,759		Barra 17	23,394
Grupo 7	Barra 18	-24,523	Grupo 7	Barra 18	-25,434
	Barra 19	-25,130		Barra 19	-26,049
	Barra 20	14,901		Barra 20	14,831
	Barra 21	14,295		Barra 21	14,216
Grupo 8	Barra 22	28,586	Grupo 8	Barra 22	28,332
	Barra 23	-34,722		Barra 23	-33,981
	Barra 24	-39,144		Barra 24	-38,345
	Barra 25	24,164		Barra 25	23,968

### Caso de carregamento 2

<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)	Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)
Grupo 1	Barra 1	30,477	Grupo 1	Barra 1	35,552
Grupo 2	Barra 2	-49,216	Grupo 2	Barra 2	-48,917
	Barra 3	48,358		Barra 3	48,597
	Barra 4	-49,216		Barra 4	-48,917
	Barra 5	48,358		Barra 5	48,597
Grupo 3	Barra 6	33,478	Grupo 3	Barra 6	32,997
	Barra 7	-45,138		Barra 7	-44,853
	Barra 8	-45,138		Barra 8	-44,853
	Barra 9	33,478		Barra 9	32,997
Grupo 4	Barra 10	-9,935	Grupo 4	Barra 10	-12,332
	Barra 11	-9,935		Barra 11	-12,332
Grupo 5	Barra 12	-9,430	Grupo 5	Barra 12	-12,480
	Barra 13	-9,430		Barra 13	-12,480
Grupo 6	Barra 14	-17,493	Grupo 6	Barra 14	-18,591
	Barra 15	7,181		Barra 15	7,502
	Barra 16	7,181		Barra 16	7,502
	Barra 17	-17,493		Barra 17	-18,591
Grupo 7	Barra 18	36,657	Grupo 7	Barra 18	36,590
	Barra 19	-46,739		Barra 19	-47,746
	Barra 20	-46,739		Barra 20	-47,746
	Barra 21	36,657		Barra 21	36,590
Grupo 8	Barra 22	-7,587	Grupo 8	Barra 22	-7,511

Barra 23	-3,043	Barra 23	-2,531
Barra 24	-7,587	Barra 24	-7,511
Barra 25	-3,043	Barra 25	-2,531

Tabela 5.30 – Deslocamentos obtidos ao final da otimização

<b>Caso de carregamento 1</b>						
Nó	<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
	x (mm)	y (mm)	z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
1	0,2416	8,8492	-0,5551	0,1843	8,8897	-0,5717
2	0,7786	8,8492	-0,8056	0,8341	8,8897	-0,8223
<b>Caso de carregamento 2</b>						
Nó	<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
	x (mm)	y (mm)	z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
1	-0,4210	8,8781	-0,7094	-0,4911	8,8897	-0,7289
2	0,4210	-8,8781	-0,7094	0,4911	-8,8897	-0,7289

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.31 e 5.32 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, mostrando que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica dessa estrutura com restrições de tensão e deslocamento. O algoritmo *HS* apresentou um coeficiente de variação menor que o *FA*.

Tabela 5.31 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 25 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas
249,0766	0,3556	0,14	50000

Tabela 5.32 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 25 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas	Número de vagalumes
248,2390	1,4443	0,58	5000	10

Outros pesquisadores também estudaram essa estrutura e chegaram aos seguintes resultados: Saka, 1990, obteve uma massa de 247,3122 kg; Lamberti, 2008, usou o *Corrected Multi-Level and Multi-Point Simulated Annealing (CMLPSA)* e otimizou a massa no valor de



247,281 kg; Kaveh e Talatahari, 2009a, utilizaram o algoritmo de otimização híbrido chamado *Big Bang-Big Crunch (HBB-BC)* e obtiveram uma massa de 247,2812 kg; Degertekin, 2012, usou o *Efficient Harmony Search (EHS)* e obteve o valor de 247,4301 kg; Miguel e Fadel Miguel, 2012b, usaram o *Harmony Search* e obtiveram uma massa de 247,84 kg.

## 5.5 Treliça espacial de 52 barras

O quinto caso analisado é a treliça espacial de 52 barras, simplesmente apoiada, com sua configuração inicial mostrada nas Figuras 5.15 e 5.16. São realizadas ambas as otimizações, paramétrica e forma, no mesmo problema para a minimização de sua massa, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras, consideradas como variáveis de projeto contínuas, e também as coordenadas dos nós, que podem se mover. As restrições de projeto são as múltiplas frequências naturais da estrutura. As propriedades do material da treliça são apresentadas na Tabela 5.2.

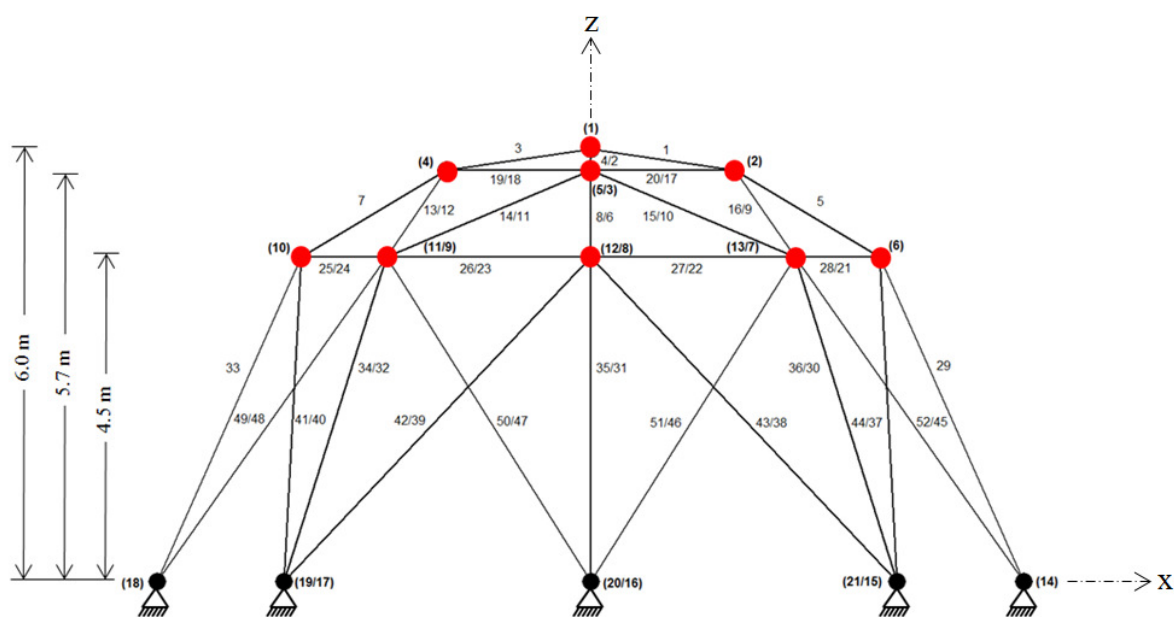


Figura 5.15 – Configuração inicial para a treliça espacial de 52 barras (vista lateral).

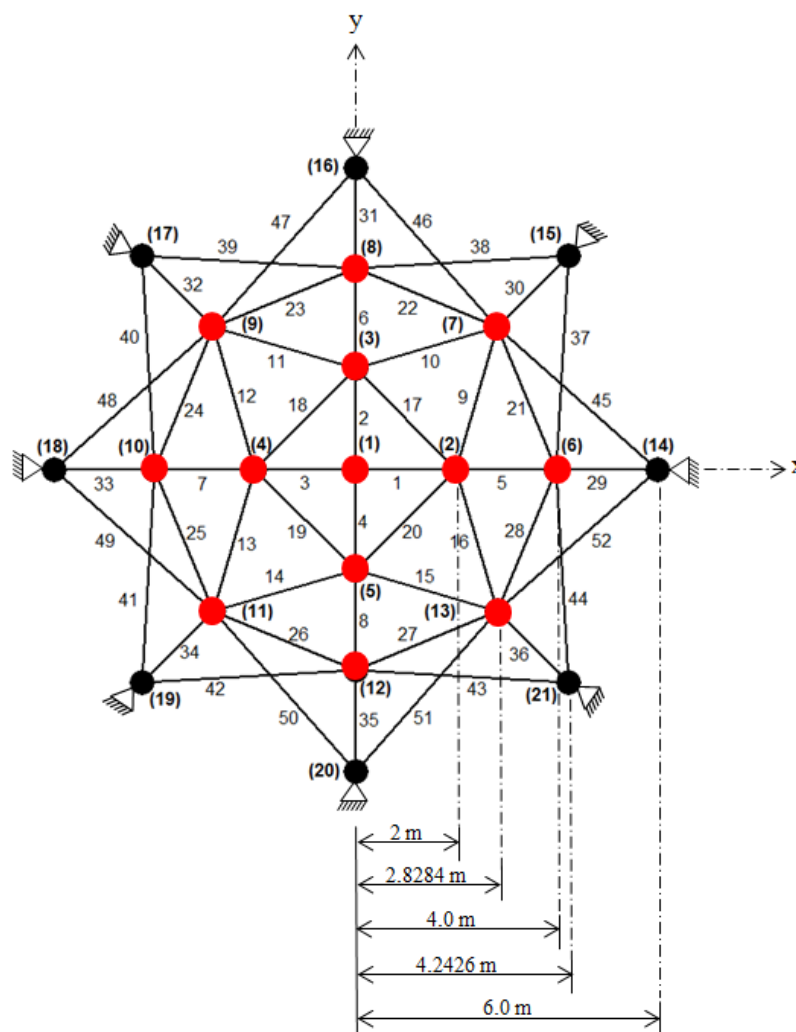


Figura 5.16 – Configuração inicial para a treliça espacial de 52 barras (vista superior).

Os oito nós da base da estrutura (14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21) têm suas translações restringidas nas direções x, y e z. Em cada nó livre (1–13) é colocada uma massa concentrada no valor de 50 kg.

As coordenadas dos nós livres e as áreas das barras são consideradas as variáveis de projeto. A área da seção transversal de cada barra é inicialmente igual de  $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ . As três coordenadas (x, y, z) de cada nó móvel são todas consideradas como variáveis independentes e podem se mover em  $\pm 2 \text{ m}$ . Para manter a simetria da estrutura durante o processo de otimização, as 52 barras são definidas em oito grupos, conforme mostra a Tabela 5.33.

Assim, são treze variáveis de projeto independentes, sendo cinco variáveis de forma (nós) e oito variáveis paramétricas (áreas). As múltiplas restrições de frequência natural são:  $\omega_{n1} \leq 100 \text{ rad/s}$  ( $f_1 \leq 15,9155 \text{ Hz}$ ) e  $\omega_{n2} \geq 180 \text{ rad/s}$  ( $f_2 \geq 28,6479 \text{ Hz}$ ). A área mínima admissível da seção transversal é  $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .

Tabela 5.33 – Grupos das coordenadas nodais e das barras da treliça espacial de 52 barras

Variáveis de projeto	
Coordenadas dos nós	
Z1	
X2 = Y3 = X4 = Y5	
Z2 = Z3 = Z4 = Z5	
X6 = X7 = Y7 = Y8 = X9 = Y9 = X10 = X11 = Y11 = Y12 = X13 = Y13	
Z6 = Z7 = Z8 = Z9 = Z10 = Z11 = Z12 = Z13	
Áreas das seções transversais	Barras
Grupo 1	1 – 4
Grupo 2	5 – 8
Grupo 3	9 – 16
Grupo 4	17 – 20
Grupo 5	21 – 28
Grupo 6	29 – 36
Grupo 7	37 – 44
Grupo 8	45 – 52

A Figura 5.17 mostra as curvas de convergência para esse problema sujeito às múltiplas restrições de frequência natural. Foram utilizadas cinquenta mil iterações para o *Harmony Search* e cinco mil para o *Firefly Algorithm*.

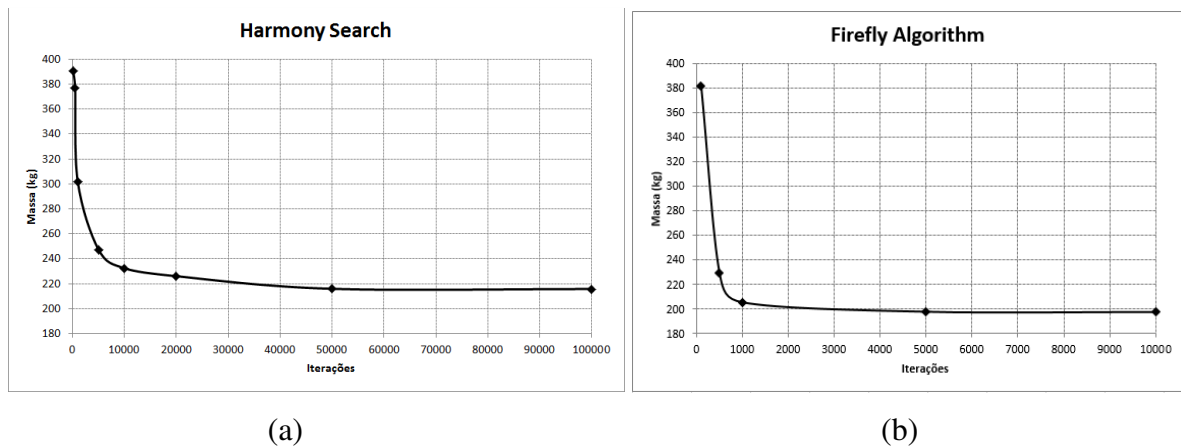


Figura 5.17 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 52 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse problema também foi estudado por Lin et al., 1982, usando o *Optimal Criteria*; Lingyun et al., 2005, usando o *Niche Hybrid Genetic Algorithm (NHGA)*; Gomes, 2011, usando o *Particle Swarm Optimization (PSO)*; e Kaveh e Zolghadr, 2012, usando uma hibridização dos algoritmos *Charged System Search and Big Bang-Big Crunch (CSS-BBBC)*.

Neste trabalho, foram utilizados o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica e de forma dessa treliça com múltiplas restrições de frequência natural.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.34. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma diferença relativamente grande em relação ao *Harmony Search*, a maior encontrada entre os métodos *HS* e *FA* até o momento, de aproximadamente 10%. O resultado obtido pelo *FA* foi o melhor dentre os estudados, seguido por Kaveh e Zolghadr, 2012. O resultado encontrado pelo *HS* foi o terceiro melhor, ficando à frente de Gomes, 2011; Lingyun et al., 2005; e Lin et al., 1982.

Tabela 5.34 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 52 barras

ALGORITMO UTILIZADO		Inicial	<i>Optimal Criteria</i>	<i>NHGA</i>	<i>PSO</i>	<i>CSS-BBBC</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR			Lin et al. (1982)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Kaveh e Zolghadr (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Coordenadas dos nós (m)	Z1	6,0	4,3201	5,8851	5,5344	5,331	4,5545	5,6824
		X2	2,0	1,3153	1,7623	2,0885	2,134	1,5473	2,0440
		Z2	5,7	4,1740	4,4091	3,9283	3,719	3,7259	3,7089
		X6	4,0	2,9169	3,4406	4,0255	3,935	3,3000	3,8216
		Z6	4,5	3,2676	3,1874	2,4575	2,500	2,7341	2,5200
	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	G1	2,0	1,00	1,0004	0,3696	1,0000	1,0902	1,0000
		G2	2,0	1,33	2,1417	4,1912	1,3056	1,4879	1,2976
		G3	2,0	1,58	1,4858	1,5123	1,4230	1,7505	1,2799
		G4	2,0	1,00	1,4018	1,5620	1,3851	1,4683	1,5068
		G5	2,0	1,71	1,9116	1,9154	1,4226	1,4980	1,3890
		G6	2,0	1,54	1,0109	1,1315	1,0000	1,1855	1,0000
		G7	2,0	2,65	1,4683	1,8233	1,5562	1,6177	1,6512
		G8	2,0	2,87	2,1411	1,0904	1,4485	1,7176	1,3641
	<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>338,69</b>	<b>298,0</b>	<b>236,05</b>	<b>228,381</b>	<b>197,309</b>	<b>213,24</b>	<b>194,59</b>

É importante ressaltar que nenhuma das múltiplas restrições de frequência natural foi violada, como pode ser visto na Tabela 5.35.

Tabela 5.35 – Frequências obtidas ao final da otimização

ALGORITMO UTILIZADO		<i>Optimal Criteria</i>	<i>NHGA</i>	<i>PSO</i>	<i>CSS-BBBC</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR	Inicial	Lin et al. (1982)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Kaveh e Zolghadr (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Frequências naturais (Hz)	1	22,7817	15,2196	12,8051	12,751	12,987	15,5316	10,6938
	2	25,2693	29,2837	28,6489	28,649	28,648	28,6480	28,6552
	3	25,2693	29,2837	28,6489	28,649	28,679	28,6480	28,6552
	4	31,7347	31,6847	29,5398	28,803	28,713	28,6504	28,6846
	5	34,0940	33,1547	30,2443	29,230	30,262	30,0720	29,0308

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.36 e 5.37 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, mostrando que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica e de forma dessa estrutura com múltiplas restrições de frequência natural. O algoritmo *FA* apresentou um coeficiente de variação menor que o *HS*.

Tabela 5.36 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 52 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas
223,0203	8,3795	3,76	50000

Tabela 5.37 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 52 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas	Número de vagalumes
196,5759	3,1225	1,59	5000	10

A Figura 5.18 mostra a configuração final da treliça espacial de 52 barras otimizada neste trabalho utilizando o *Harmony Search*, enquanto a Figura 5.19 mostra a configuração final obtida neste trabalho usando o *Firefly Algorithm*. Esse exemplo evidencia outra característica dos métodos heurísticos, e também uma vantagem sobre os determinísticos, que é a obtenção de configurações finais diferentes para cada um dos algoritmos. Isso indica que

para um valor de massa próximo é possível se obter estruturas diferentes quanto a sua configuração. No caso dos algoritmos determinísticos a estrutura final é sempre a mesma.

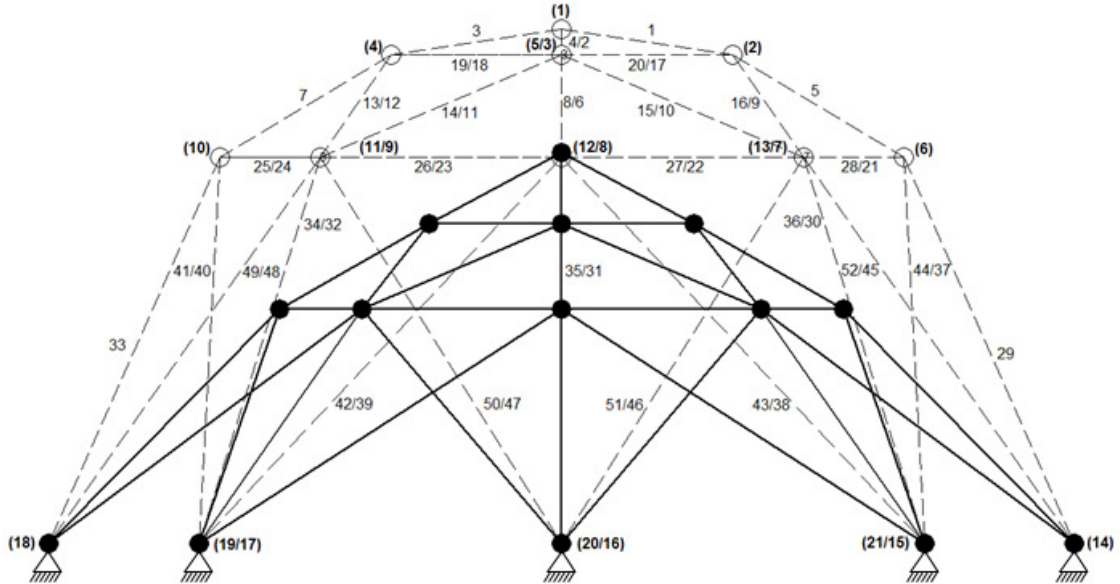


Figura 5.18 – Configuração final da treliça espacial de 52 barras otimizada no presente trabalho usando o *Harmony Search*

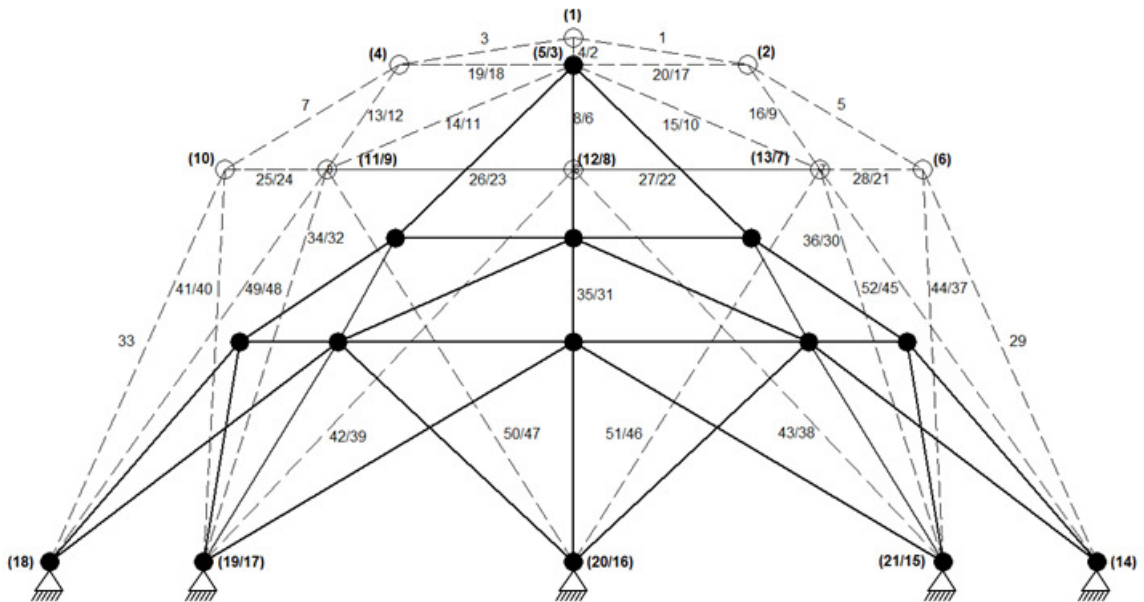


Figura 5.19 – Configuração final da treliça espacial de 52 barras otimizada no presente trabalho usando o *Firefly Algorithm*

## 5.6 Treliça espacial de 72 barras

O último caso analisado é a treliça espacial de 72 barras, simplesmente apoiada, mostrada na Figura 5.20. É realizada a otimização paramétrica, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais, consideradas como variáveis de projeto contínuas, dos setenta e dois elementos da estrutura. As propriedades do material da treliça são apresentadas na Tabela 5.1.

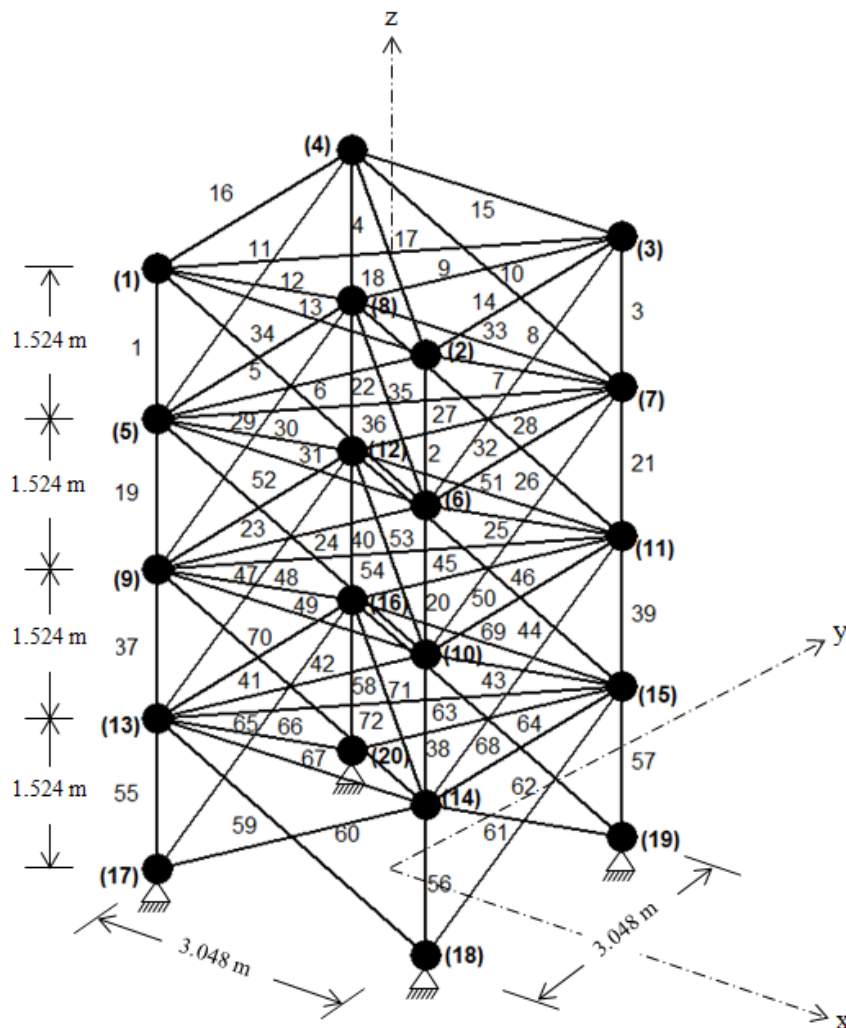


Figura 5.20 – Treliça espacial de 72 barras

Este problema é análogo ao primeiro caso analisado, a treliça plana de 10 barras, em que é dividido em duas etapas quanto aos tipos de restrições impostas no processo de otimização, calculando-se separadamente cada uma das etapas. Em uma delas, são

empregadas as restrições de tensão e deslocamento; na outra, são empregadas as múltiplas restrições de frequência natural da estrutura. A seguir, são descritos ambos os casos.

a) Restrição de tensão e deslocamento

Na primeira análise para a treliça espacial de 72 barras, são empregadas as restrições de tensão e deslocamento juntas. Os quatro nós situados na base da estrutura (17, 18, 19, 20) têm suas translações restringidas nas direções x, y e z.

Assim como no caso da treliça espacial de 25 barras, durante o processo de otimização, esta estrutura de 72 barras tem que suportar dois casos de carregamento independentes, ou seja, deve ser otimizada considerando ambos os casos atuando em momentos distintos. No primeiro caso, apenas o nó 1 recebe cargas; no segundo, os nós 1, 2, 3 e 4 são carregados.

As barras são organizadas em grupos, que garantem a simetria da estrutura, de modo que são dezesseis as variáveis a serem otimizadas para minimizar-se a massa da treliça. Para a restrição de tensão, todos os grupos apresentam o mesmo limite tanto para a tensão de tração, quanto para a tensão de compressão. Para a restrição de deslocamento, apenas os nós 1, 2, 3 e 4 são restringidos nas direções  $\pm x$ ,  $\pm y$  e  $\pm z$ . A área mínima permitida para a seção transversal das barras é de  $64,5 \text{ mm}^2$ .

Os casos de carregamento empregados, a organização dos grupos de barras e os valores admissíveis para as restrições de tensões e deslocamentos, bem como para as variáveis de projeto, são mostrados nas Tabelas 5.38 a 5.40.

Tabela 5.38 – Componentes das cargas nodais para a treliça espacial de 72 barras

<b>Carregamento (kN)</b>				
<b>Caso</b>	<b>Nó</b>	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
1	1	22,24	22,24	-22,24
2	1	0	0	-22,24
	2	0	0	-22,24
	3	0	0	-22,24
	4	0	0	-22,24



Tabela 5.39 – Detalhe do agrupamento das barras para a treliça espacial de 72 barras

<b>Grupos</b>	<b>Barras</b>
1	1 – 4
2	5 – 12
3	13 – 16
4	17 – 18
5	19 – 22
6	23 – 30
7	31 – 34
8	35 – 36
9	37 – 40
10	41 – 48
11	49 – 52
12	53 – 54
13	55 – 58
14	59 – 66
15	67 – 70
16	71 – 72

Tabela 5.40 – Restrições para a treliça espacial de 72 barras

<b>Restrições</b>	
<b>Tensão</b>	
<b>Variáveis</b>	<b>Valor</b>
Todos os 16 grupos	$\pm 172,37$ MPa
<b>Deslocamento</b>	
<b>Nó</b>	<b>Valor</b>
1, 2, 3, 4	$\pm 6,35$ mm (direções x, y e z)
<b>Faixa para as variáveis de projeto</b>	
$64,5 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq 1610 \text{ mm}^2$	

A Figura 5.21 mostra as curvas de convergência para esse problema sujeito às restrições de tensão e deslocamento. Para o algoritmo *Harmony Search* foram utilizadas cinquenta mil iterações; para o *Firefly Algorithm* utilizaram-se dez mil iterações.

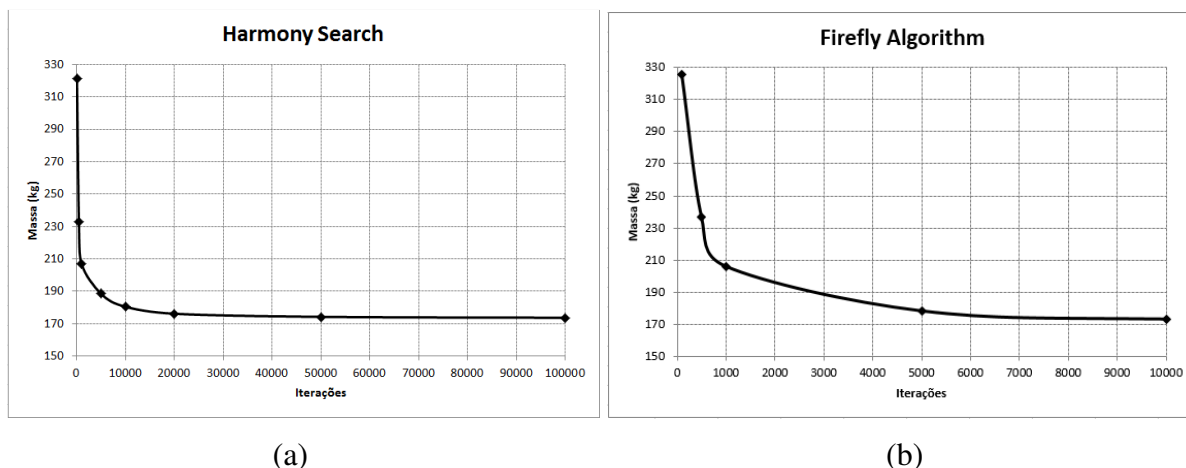


Figura 5.21 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse problema também foi estudado por Lamberti, 2008, usando o *Corrected Multi-Level and Multi-Point Simulated Annealing (CMLPSA)*; Kaveh e Talatahari, 2009a, usando o algoritmo de otimização híbrido chamado *Hybrid Big Bang-Big Crunch (HBB-BC)*; Farshi e Alinia-ziazi, 2010, usando o *Method of Centers and Force Formulation*; e Sonmez, 2011, usando o algoritmo *Artificial Bee Colony (ABS-AP)* com uma função de penalidade adaptada. Neste trabalho, foram utilizados o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica dessa treliça com restrições de tensão e deslocamento.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.41. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma pequena diferença em relação ao *Harmony Search* (aproximadamente 2%). O *FA* obteve aproximadamente o mesmo resultado que Kaveh e Talatahari, 2009a; e Farshi e Alinia-ziazi, 2010. Esses resultados apresentam uma pequena diferença em relação aos melhores resultados obtidos por Lamberti, 2008; e Sonmez, 2011, que foi de aproximadamente 5%. O pior resultado foi obtido pelo *HS*, método utilizado neste trabalho.

Tabela 5.41 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de tensão e deslocamento

ALGORITMO UTILIZADO		<i>CMLPSA</i>	<i>HBB-BC</i>	<i>Method of Centers</i>	<i>ABS-AP</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
Autor		Lamberti (2008)	Kaveh e Talatahari (2009a)	Farshi e Alinia-ziazi (2010)	Sonmez (2011)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	G1	1,0742	1,0104	1,0097	1,0807	0,9847	1,0078
		G2	3,4602	3,4973	3,5208	3,4492	3,5968	3,4076
		G3	2,8776	2,6658	2,6492	2,8666	2,9037	2,5902
		G4	3,7170	3,7133	3,6757	3,7441	3,3172	3,3633
		G5	3,3596	3,3409	3,3789	3,3602	4,1722	3,8598
		G6	3,3421	3,3639	3,3363	3,3408	3,5890	3,2672
		G7	0,0645	0,6452	0,6452	0,0645	1,1311	0,6450
		G8	0,7362	0,6497	0,6452	0,6762	1,3333	0,7198
		G9	8,3250	8,1176	8,1844	8,3670	8,5602	7,3719
		G10	3,3357	3,2488	3,3021	3,3492	2,9589	3,3467
		G11	0,0645	0,6452	0,6452	0,0645	0,6780	0,6450
		G12	0,0645	0,6452	0,6452	0,0652	0,6625	0,6472
		G13	12,1723	12,2851	12,1710	12,1988	11,4590	13,5360
		G14	3,3350	3,3303	3,3047	3,3331	3,2205	3,4015
		G15	0,0645	0,6452	0,6452	0,0645	0,7149	0,6450
		G16	0,0645	0,6452	0,6452	0,0645	0,6577	0,6541
<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>165,028</b>	<b>172,2109</b>	<b>172,2063</b>	<b>165,0347</b>	<b>175,90</b>	<b>172,90</b>	

É importante ressaltar que nenhuma das restrições tanto de tensão quanto de deslocamento foi violada, conforme pode ser visto nas Tabelas 5.42 e 5.43. Analisando as tensões obtidas após o processo de otimização, para o caso de carregamento 1, os valores ficaram bastante distantes tanto do limite de tração quanto do limite de compressão. Para o caso de carregamento 2, as barras 1 a 4 pertencentes ao grupo 1 quase tornaram as restrições de tensão ativas para ambos os métodos, pois o limite para a tensão de compressão é de -172,37 MPa. Para as restrições de deslocamento, no caso do carregamento 1, o nó 1 resultou em deslocamentos aproximadamente iguais ao limite de  $\pm 6,35$  mm nas direções x e y, para ambos os métodos. Para o caso de carregamento 2, os nós 1 ao 4 obtiveram valores muito próximos ao limite para o deslocamento vertical (direção z), em ambos os algoritmos.

Tabela 5.42 – Tensões obtidas ao final da otimização

<b>Caso de carregamento 1</b>					
<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
<b>Variáveis de projeto</b>	<b>Elementos</b>	<b>Tensões (MPa)</b>	<b>Variáveis de projeto</b>	<b>Elementos</b>	<b>Tensões (MPa)</b>
Grupo 1	Barra 1	-109,100	Grupo 1	Barra 1	-113,260
	Barra 2	-1,095		Barra 2	-1,193
	Barra 3	-31,968		Barra 3	-34,944
	Barra 4	-1,095		Barra 4	-1,193
Grupo 2	Barra 5	-35,739	Grupo 2	Barra 5	-35,521
	Barra 6	12,139		Barra 6	13,342
	Barra 7	-11,469		Barra 7	-12,553
	Barra 8	9,785		Barra 8	11,555
	Barra 9	9,785		Barra 9	11,555
	Barra 10	-11,469		Barra 10	-12,553
	Barra 11	12,139		Barra 11	13,342
	Barra 12	-35,739		Barra 12	-35,521
Grupo 3	Barra 13	-19,795	Grupo 3	Barra 13	-22,871
	Barra 14	6,360		Barra 14	7,598
	Barra 15	6,360		Barra 15	7,598
	Barra 16	-19,795		Barra 16	-22,871
Grupo 4	Barra 17	-21,293	Grupo 4	Barra 17	-23,084
	Barra 18	7,857		Barra 18	7,812
Grupo 5	Barra 19	-3,536	Grupo 5	Barra 19	-5,378
	Barra 20	-12,547		Barra 20	-13,230
	Barra 21	-26,631		Barra 21	-29,764
	Barra 22	-12,547		Barra 22	-13,230
Grupo 6	Barra 23	-16,703	Grupo 6	Barra 23	-18,040
	Barra 24	22,599		Barra 24	26,513
	Barra 25	-16,667		Barra 25	-17,383
	Barra 26	13,313		Barra 26	14,170
	Barra 27	13,313		Barra 27	14,170
	Barra 28	-16,667		Barra 28	-17,383
	Barra 29	22,599		Barra 29	26,513
	Barra 30	-16,703		Barra 30	-18,040
Grupo 7	Barra 31	17,843	Grupo 7	Barra 31	23,759
	Barra 32	-0,199		Barra 32	0,188
	Barra 33	-0,199		Barra 33	0,188
	Barra 34	17,843		Barra 34	23,759
Grupo 8	Barra 35	-5,956	Grupo 8	Barra 35	-6,427
	Barra 36	23,599		Barra 36	30,374
Grupo 9	Barra 37	14,270	Grupo 9	Barra 37	16,815
	Barra 38	-7,003		Barra 38	-8,025
	Barra 39	-25,465		Barra 39	-29,437
	Barra 40	-7,003		Barra 40	-8,025

Grupo 10	Barra 41	-24,320	Grupo 10	Barra 41	-22,462
	Barra 42	20,590		Barra 42	18,161
	Barra 43	-18,957		Barra 43	-16,529
	Barra 44	20,168		Barra 44	17,145
	Barra 45	20,168		Barra 45	17,145
	Barra 46	-18,957		Barra 46	-16,529
	Barra 47	20,590		Barra 47	18,161
	Barra 48	-24,320		Barra 48	-22,462
Grupo 11	Barra 49	-6,452	Grupo 11	Barra 49	-8,515
	Barra 50	5,801		Barra 50	6,545
	Barra 51	5,801		Barra 51	6,545
	Barra 52	-6,452		Barra 52	-8,515
Grupo 12	Barra 53	-8,126	Grupo 12	Barra 53	-10,373
	Barra 54	7,475		Barra 54	8,403
Grupo 13	Barra 55	20,134	Grupo 13	Barra 55	17,193
	Barra 56	-5,883		Barra 56	-5,242
	Barra 57	-27,575		Barra 57	-23,213
	Barra 58	-5,883		Barra 58	-5,242
Grupo 14	Barra 59	-18,773	Grupo 14	Barra 59	-17,880
	Barra 60	21,600		Barra 60	21,024
	Barra 61	-20,232		Barra 61	-18,507
	Barra 62	16,604		Barra 62	15,689
	Barra 63	16,604		Barra 63	15,689
	Barra 64	-20,232		Barra 64	-18,507
	Barra 65	21,600		Barra 65	21,024
	Barra 66	-18,773		Barra 66	-17,880
Grupo 15	Barra 67	-0,028	Grupo 15	Barra 67	0,942
	Barra 68	3,830		Barra 68	3,591
	Barra 69	3,830		Barra 69	3,591
	Barra 70	-0,028		Barra 70	0,942
Grupo 16	Barra 71	-0,851	Grupo 16	Barra 71	-1,234
	Barra 72	4,653		Barra 72	5,767

### Caso de carregamento 2

<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)	Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)
Grupo 1	Barra 1	-166,680	Grupo 1	Barra 1	-172,040
	Barra 2	-166,680		Barra 2	-172,040
	Barra 3	-166,680		Barra 3	-172,040
	Barra 4	-166,680		Barra 4	-172,040
Grupo 2	Barra 5	-18,114	Grupo 2	Barra 5	-16,084
	Barra 6	-18,114		Barra 6	-16,084
	Barra 7	-18,114		Barra 7	-16,084
	Barra 8	-18,114		Barra 8	-16,084
	Barra 9	-18,114		Barra 9	-16,084

	Barra 10	-18,114		Barra 10	-16,084
	Barra 11	-18,114		Barra 11	-16,084
	Barra 12	-18,114		Barra 12	-16,084
Grupo 3	Barra 13	11,101	Grupo 3	Barra 13	9,866
	Barra 14	11,101		Barra 14	9,866
	Barra 15	11,101		Barra 15	9,866
	Barra 16	11,101		Barra 16	9,866
Grupo 4	Barra 17	11,101	Grupo 4	Barra 17	9,866
	Barra 18	11,101		Barra 18	9,866
Grupo 5	Barra 19	-53,876	Grupo 5	Barra 19	-59,574
	Barra 20	-53,876		Barra 20	-59,574
	Barra 21	-53,876		Barra 21	-59,574
	Barra 22	-53,876		Barra 22	-59,574
Grupo 6	Barra 23	0,742	Grupo 6	Barra 23	2,582
	Barra 24	0,742		Barra 24	2,582
	Barra 25	0,742		Barra 25	2,582
	Barra 26	0,742		Barra 26	2,582
	Barra 27	0,742		Barra 27	2,582
	Barra 28	0,742		Barra 28	2,582
	Barra 29	0,742		Barra 29	2,582
	Barra 30	0,742		Barra 30	2,582
Grupo 7	Barra 31	26,952	Grupo 7	Barra 31	35,943
	Barra 32	26,952		Barra 32	35,943
	Barra 33	26,952		Barra 33	35,943
	Barra 34	26,952		Barra 34	35,943
Grupo 8	Barra 35	26,952	Grupo 8	Barra 35	35,943
	Barra 36	26,952		Barra 36	35,943
Grupo 9	Barra 37	-25,456	Grupo 9	Barra 37	-29,101
	Barra 38	-25,456		Barra 38	-29,101
	Barra 39	-25,456		Barra 39	-29,101
	Barra 40	-25,456		Barra 40	-29,101
Grupo 10	Barra 41	-1,696	Grupo 10	Barra 41	-2,630
	Barra 42	-1,696		Barra 42	-2,630
	Barra 43	-1,696		Barra 43	-2,630
	Barra 44	-1,696		Barra 44	-2,630
	Barra 45	-1,696		Barra 45	-2,630
	Barra 46	-1,696		Barra 46	-2,630
	Barra 47	-1,696		Barra 47	-2,630
	Barra 48	-1,696		Barra 48	-2,630
Grupo 11	Barra 49	1,840	Grupo 11	Barra 49	0,298
	Barra 50	1,840		Barra 50	0,298
	Barra 51	1,840		Barra 51	0,298
	Barra 52	1,840		Barra 52	0,298
Grupo 12	Barra 53	1,840	Grupo 12	Barra 53	0,298
	Barra 54	1,840		Barra 54	0,298
Grupo 13	Barra 55	-19,116	Grupo 13	Barra 55	-16,384

	Barra 56	-19,116		Barra 56	-16,384
	Barra 57	-19,116		Barra 57	-16,384
	Barra 58	-19,116		Barra 58	-16,384
Grupo 14	Barra 59	-1,164	Grupo 14	Barra 59	-0,206
	Barra 60	-1,164		Barra 60	-0,206
	Barra 61	-1,164		Barra 61	-0,206
	Barra 62	-1,164		Barra 62	-0,206
	Barra 63	-1,164		Barra 63	-0,206
	Barra 64	-1,164		Barra 64	-0,206
	Barra 65	-1,164		Barra 65	-0,206
	Barra 66	-1,164		Barra 66	-0,206
Grupo 15	Barra 67	6,647	Grupo 15	Barra 67	7,676
	Barra 68	6,647		Barra 68	7,676
	Barra 69	6,647		Barra 69	7,676
	Barra 70	6,647		Barra 70	7,676
Grupo 16	Barra 71	6,647	Grupo 16	Barra 71	7,676
	Barra 72	6,647		Barra 72	7,676

Tabela 5.43 – Deslocamentos obtidos ao final da otimização

<b>Caso de carregamento 1</b>						
Nó	<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
	x (mm)	y (mm)	z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
1	6,3492	6,3492	-1,7291	6,3487	6,3487	-1,8705
2	5,4741	5,1268	-5,8636	5,3376	4,9923	-0,6120
3	5,4079	5,4079	-2,4675	5,3282	5,3282	-2,5940
4	5,1268	5,4741	-0,5864	4,9923	5,3376	-0,6120
<b>Caso de carregamento 2</b>						
Nó	<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
	x (mm)	y (mm)	z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
1	-0,2454	-0,2454	-5,8601	-0,2181	-0,2181	-6,1246
2	0,2454	-0,2454	-5,8601	0,2181	-0,2181	-6,1246
3	0,2454	0,2454	-5,8601	0,2181	0,2181	-6,1246
4	-0,2454	0,2454	-5,8601	-0,2181	0,2181	-6,1246

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.44 e 5.45 mostram, usando tanto o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, concluindo que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica dessa estrutura com restrições de tensão e deslocamento. O algoritmo *FA* apresentou um coeficiente de variação menor que o *HS*.

Tabela 5.44 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

<b>Massa média (kg)</b>	<b>Desvio padrão (kg)</b>	<b>Coefficiente de variação (%)</b>	<b>Número de buscas</b>
181,3685	7,5498	4,16	50000

Tabela 5.45 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de tensão e deslocamento, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

<b>Massa média (kg)</b>	<b>Desvio padrão (kg)</b>	<b>Coefficiente de variação (%)</b>	<b>Número de buscas</b>	<b>Número de vagalumes</b>
173,6166	0,8243	0,47	10000	10

Na literatura foram encontrados alguns autores que também resolveram esse problema da treliça espacial de 72 barras, porém de maneira diferente. Eles consideraram os casos de carregamento em dois problemas distintos, isto é, otimizaram a estrutura quanto ao caso de carregamento 1 e apresentaram os resultados ótimos e, em seguida, resolveram o mesmo problema, dessa vez considerando o caso de carregamento 2 e, assim, obtiveram um novo projeto ótimo. Foram eles o Lee e Geem, 2004, usando o algoritmo *Harmony Search (HS)*; e Degertekin, 2012, utilizando os algoritmos *Self Adaptive Harmony Search (SAHS)* e o *Efficient Harmony Search (EHS)*. Os resultados obtidos por esses autores não podem ser comparados com os resultados obtidos neste trabalho nem comparados com outros autores que formularam o problema de maneira análoga à desenvolvida aqui, isto é, todos os trabalhos apresentados na Tabela 5.45 otimizaram o problema considerando ambos os casos de carregamento independentes em um único problema, ou seja, a estrutura deve suportar tanto uma como outra condição de carregamento de maneira independente. Resolvendo de forma separada, em dois problemas distintos, não há garantia de que a estrutura otimizada para apenas um dos casos de carregamento vá suportar o outro. É ainda possível que esses autores obtenham resultados melhores, justamente por estarem considerando apenas um caso de carregamento de cada vez.

#### b) Restrição de frequência

Para essa mesma treliça espacial de 72 barras, a outra análise realizada é utilizando as frequências naturais como restrições. Novamente, é feita a otimização paramétrica para a



minimização de sua massa, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras, consideradas como variáveis de projeto contínuas.

Como pode ser visto na Figura 5.22, nos quatro nós do topo da estrutura (1, 2, 3, 4) são aplicadas massas concentradas no valor de 2268 kg.

As múltiplas restrições de frequência natural são:  $f_1 = 4$  Hz e  $f_3 \geq 6$  Hz. A área mínima admissível da seção transversal é  $6,45 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ .

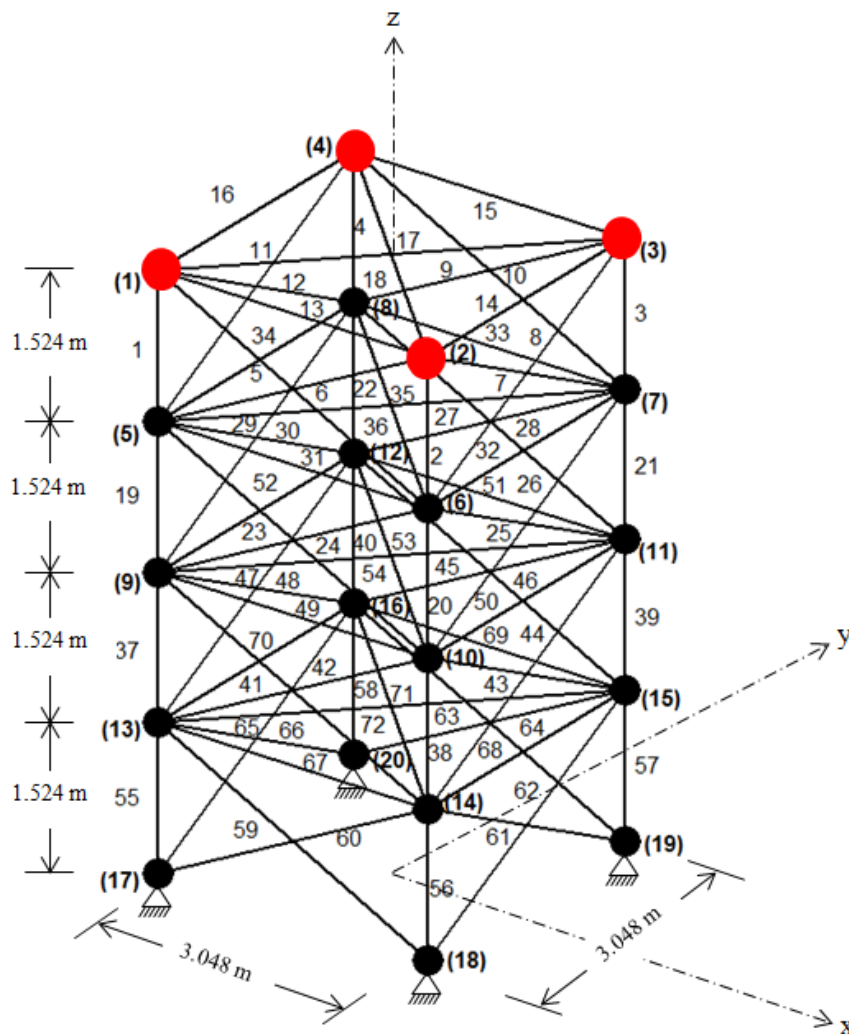


Figura 5.22 – Treliça espacial de 72 barras

A Figura 5.23 mostra as curvas de convergência para esse problema sujeito às múltiplas restrições de frequência natural. Foram utilizadas cem mil iterações para o *Harmony Search* e dez mil para o *Firefly Algorithm*.

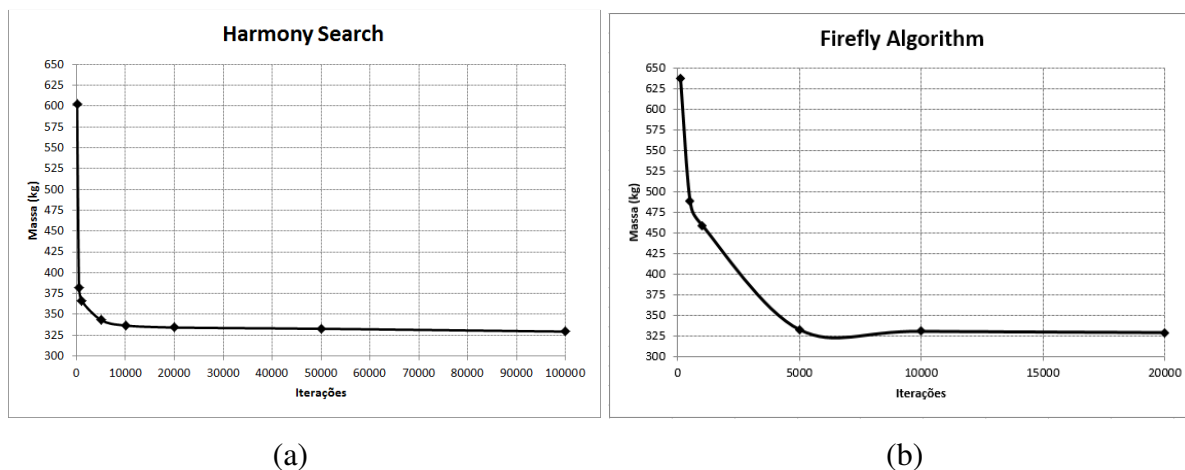


Figura 5.23 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de frequência natural, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

Esse problema também foi estudado por Konzelman, 1986, usando o *Dual Method (DM)*; Sedaghati, 2005, usando o *Force Method (FM)*; Gomes, 2011, usando o *Particle Swarm Optimization (PSO)*; e Kaveh e Zolghadr, 2012, usando uma hibridização dos algoritmos *Charged System Search and Big Bang-Big Crunch (CSS-BBBC)*. Neste trabalho, foram utilizados o *Harmony Search (HS)* e o *Firefly Algorithm (FA)* para resolver a otimização paramétrica dessa treliça com múltiplas restrições de frequência natural.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos estudados neste trabalho, e a comparação com os demais autores citados acima, são mostrados na Tabela 5.46. Observa-se que entre os dois algoritmos utilizados no presente trabalho, o *Firefly Algorithm* obteve um resultado melhor, com uma diferença pequena em relação ao *Harmony Search*, de aproximadamente 0,2%. O *FA* obteve um resultado aproximadamente igual ao obtido por Gomes, 2011, o qual é apenas 0,4% pior que os melhores resultados obtidos por Konzelman, 1986; Sedaghati, 2005; e Kaveh e Zolghadr, 2012. O *HS* apresentou o pior resultado.

Tabela 5.46 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 72 barras, sujeita às restrições de frequência

ALGORITMO UTILIZADO		<i>DM</i>	<i>FM</i>	<i>PSO</i>	<i>CSS-BBBC</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
AUTOR		Konzelman (1986)	Sedaghati (2005)	Gomes (2011)	Kaveh e Zolghadr (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho	
Variáveis de projeto	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	G1	3,499	3,499	2,987	2,854	3,6028	4,7248
		G2	7,932	7,932	7,849	8,301	7,1977	7,9480
		G3	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6461	0,6450
		G4	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6666	0,6516
		G5	8,056	8,056	8,765	8,202	9,2927	8,3698
		G6	8,011	8,011	8,153	7,043	7,8949	7,7926
		G7	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6600	0,6450
		G8	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6543	0,6526
		G9	12,812	12,812	13,450	16,328	12,9660	13,7070
		G10	8,061	8,061	8,073	8,299	8,6346	8,0273
		G11	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6508	0,6474
		G12	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6557	0,6715
		G13	17,279	17,279	16,684	15,048	16,0100	15,4490
		G14	8,088	8,088	8,159	8,268	8,5399	8,3736
		G15	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6700	0,6450
		G16	0,645	0,645	0,645	0,645	0,6662	0,6508
<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>327,605</b>	<b>327,605</b>	<b>328,823</b>	<b>327,605</b>	<b>329,32</b>	<b>328,82</b>	

Vale ressaltar que nenhuma das múltiplas restrições de frequência natural foi violada, como pode ser visto na Tabela 5.47.

Tabela 5.47 – Frequências obtidas ao final da otimização

ALGORITMO UTILIZADO		<i>DM</i>	<i>FM</i>	<i>PSO</i>	<i>CSS-BBBC</i>	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>
AUTOR		Konzelman (1986)	Sedaghati (2005)	Gomes (2011)	Kaveh e Zolghadr (2012)	Presente trabalho	Presente trabalho
Frequências naturais (Hz)	1	4,000	4,000	4,000	4,000	4,0000	4,0000
	2	4,000	4,000	4,000	4,000	4,0000	4,0000
	3	6,000	6,000	6,000	6,004	6,0001	6,0001
	4	6,247	6,247	6,219	6,2491	6,3266	6,3398
	5	9,074	9,074	8,976	8,9726	9,0241	9,1763

Os resultados estatísticos de cinco rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 5.48 e 5.49 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um pequeno desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, mostrando que ambos os métodos são eficientes para resolver a otimização paramétrica dessa estrutura com múltiplas restrições de frequência natural. O algoritmo *HS* apresentou um coeficiente de variação menor que o *FA*.

Tabela 5.48 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de frequências, para cinco rodadas independentes do *Harmony Search*

<b>Massa média (kg)</b>	<b>Desvio padrão (kg)</b>	<b>Coefficiente de variação (%)</b>	<b>Número de buscas</b>
331,8849	2,2155	0,67	100000

Tabela 5.49 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 72 barras, com restrições de frequência, para cinco rodadas independentes do *Firefly Algorithm*

<b>Massa média (kg)</b>	<b>Desvio padrão (kg)</b>	<b>Coefficiente de variação (%)</b>	<b>Número de buscas</b>	<b>Número de vagalumes</b>
334,0138	6,2093	1,86	10000	10

## 6 APLICAÇÃO EM PROJETO DE ENGENHARIA ADAPTADO

Até o momento, os algoritmos estudados neste trabalho foram aplicados a diversos problemas bem conhecidos na literatura, relacionados à área de otimização estrutural, que constituem estruturas treliçadas conhecidas como *benchmarks*, ou casos-padrões. Essa metodologia foi utilizada com o intuito de verificar o desempenho dos algoritmos quanto à capacidade de convergência, ao custo computacional, às análises estatísticas e, é claro, à obtenção de uma solução ótima, comparando-a com alguns métodos propostos por outros autores. Os problemas apresentados foram de diferentes graus de complexidade, incluindo vários tipos de restrições (estáticas e dinâmicas), variáveis de projeto de diferentes ordens de magnitude (coordenadas dos nós e áreas das seções transversais), diferentes hipóteses de carga independentes, etc.

Com base nos resultados obtidos anteriormente, comprovando a eficiência de ambos os algoritmos estudados, é feita uma inovação no sentido de propor uma nova estrutura, isto é, os algoritmos serão agora aplicados na otimização de uma estrutura com configuração diferente das encontradas na literatura.

A estrutura trata-se de uma adaptação de um projeto de engenharia, o qual foi projetado, calculado, verificado pelas normas de projeto e, por fim, construído e encontra-se em pleno funcionamento. A Figura 6.1 mostra o projeto original. Essa estrutura foi dimensionada considerando elementos de viga e múltiplas combinações de carregamento.

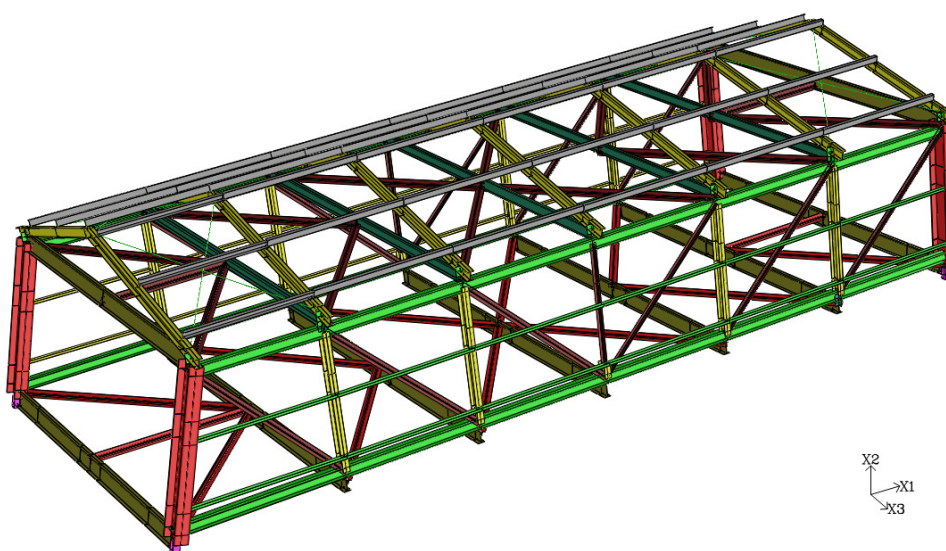


Figura 6.1 – Configuração do projeto original

A questão é: a estrutura foi projetada dentro das normas, o projeto é confiável, quanto a isso não há problema, porém, será possível otimizar essa estrutura, isto é, existe a possibilidade de fazer com que o projeto continue respeitando as restrições impostas, porém diminuindo a sua massa, tornando-a mais leve e conseqüentemente reduzindo o seu custo? A resposta será possível aplicando tais algoritmos na otimização da estrutura. Como não há como comparar os resultados obtidos com métodos propostos por outros autores, a comparação dar-se-á entre os resultados obtidos pelos métodos *Harmony Search (HS)* e *Firefly Algorithm (FA)*, e entre o valor da massa inicial da estrutura. Além da proposta de uma estrutura nova, é importante ressaltar que nessa otimização serão empregadas todos os tipos de restrições impostas nos problemas estudados até aqui, todas juntas no mesmo problema, agindo simultaneamente.

A estrutura adaptada que será analisada é a treliça espacial de 124 barras, simplesmente apoiada, com sua configuração inicial mostrada na Figura 6.2. Foram feitas alterações na configuração do projeto original para que fosse possível analisar a estrutura como treliça, isto é, utilizando elementos de barra. São realizadas as otimizações paramétrica e de forma para a minimização de sua massa, onde as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras, consideradas como variáveis de projeto contínuas, e também as coordenadas dos nós, que podem se mover. As restrições de projeto são as tensões, deslocamentos, flambagem e frequências naturais. As propriedades do material da treliça são apresentadas na Tabela 5.2.

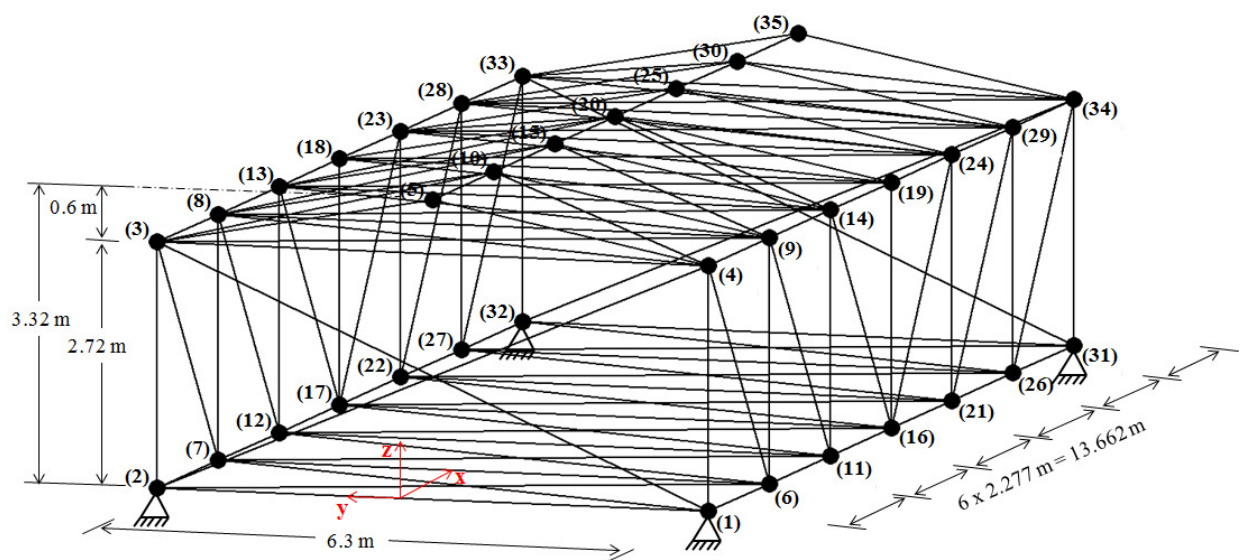


Figura 6.2 – Treliça espacial de 124 barras

Os quatro nós situados nas extremidades da base da estrutura (1, 2, 31, 32) têm suas translações restringidas nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Os valores das cargas correspondem a um único caso de carregamento. Todos os nós da estrutura recebem cargas verticais ( $z$ ) e horizontais transversais ( $y$ ), e nenhuma carga é aplicada na direção horizontal longitudinal ( $x$ ). As barras são organizadas em quinze grupos e as coordenadas nodais são agrupadas em cinco grupos, para garantir a simetria da estrutura. Para as variáveis paramétricas, a área de cada grupo de barras corresponde a uma variável independente; para as variáveis de forma, a coordenada de cada grupo de coordenadas nodais equivale a uma variável independente. Os nós dos banzos superiores esquerdo e direito (3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34) podem se mover tanto na direção vertical ( $z$ ) quanto na direção horizontal transversal ( $y$ ), enquanto os nós do banzo superior central (5, 10, 15, 20, 25, 30, 35) podem se deslocar apenas na direção vertical ( $z$ ). Assim, no total, são vinte variáveis de projeto no problema, quinze variáveis paramétricas, relativas às áreas das seções transversais dos grupos de barras, e cinco variáveis de forma, correspondentes às coordenadas dos grupos de coordenadas nodais. A maneira como foram estabelecidos os limites para as variáveis de forma é ilustrada na Figura 6.3. Os nós dos banzos superiores, esquerdo e direito, quando se trata de deslocamento na direção horizontal transversal ( $y$ ), podem se deslocar no máximo 1 m. Quando o deslocamento é vertical ( $z$ ), esses mesmos nós e também os nós do banzo superior central, são limitados à altura de 1,75 m. Esses valores foram definidos em função de equipamentos e a passagem de pessoas no interior da estrutura.

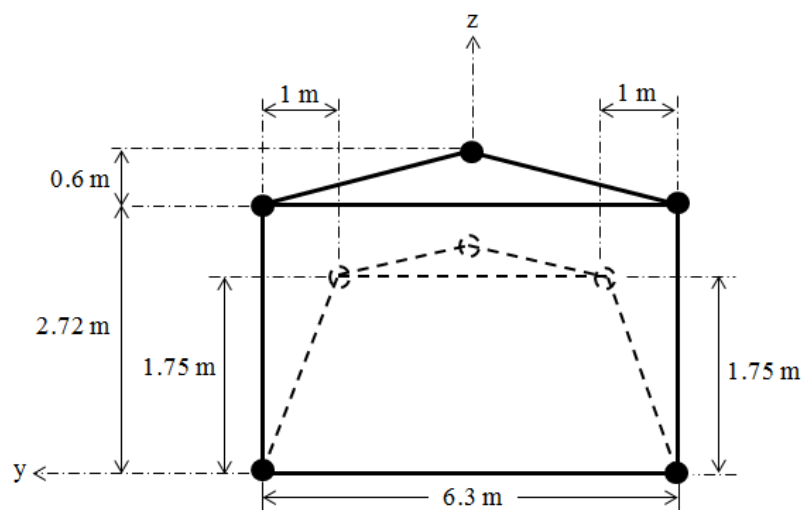


Figura 6.3 – Ilustração dos limites para as variáveis de forma, vista frontal ( $y$ - $z$ )

Para a restrição de tensão, todos os grupos apresentam o mesmo limite para as tensões de tração e de compressão, que é a tensão de escoamento para o aço *ASTMA36*. Para a restrição de deslocamento, todos os nós da estrutura são restringidos nas direções  $\pm x$ ,  $\pm y$  e  $\pm z$ . O limite utilizado é o fator  $L/300$ , onde  $L$  é o comprimento do vão longitudinal entre os apoios da treliça. A área mínima permitida para a seção transversal das barras é obtida de um catálogo de perfis comerciais. A restrição de flambagem é implementada de acordo com a Equação de Euler (Equação 5.1) utilizada por Lee e Geem, 2005. Para a restrição de frequência natural foi utilizada uma faixa de valores na qual um determinado equipamento instalado na estrutura deve operar, ou seja, deve-se evitar que a estrutura apresente valores de frequência natural dentro da faixa de frequência que o equipamento irá funcionar. Portanto, no total, são 246 restrições.

As componentes do carregamento empregado são especificadas na Tabela 6.1; o agrupamento das variáveis paramétricas e de forma e as conectividades das barras são mostrados na Tabela 6.2; e os valores admissíveis para as restrições de tensão, deslocamento e frequência, bem como os limites inferior e superior para as variáveis de projeto, podem ser vistos na Tabela 6.3.

Tabela 6.1 – Componentes das cargas nodais para a treliça espacial de 124 barras

Nó	Carregamento (kN)		
	x	y	z
1, 6, 11, 16, 21, 26, 31	0	10	-30
2, 7, 12, 17, 22, 27, 32	0	0	-30
3, 8, 13, 18, 23, 28, 33	0	0	-20
4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35	0	10	-20

Tabela 6.2 – Grupos das coordenadas nodais e das barras, e conectividade dos elementos da treliça espacial de 124 barras

Variáveis de projeto
Coordenadas dos nós
$Y3 = Y8 = Y13 = Y18 = Y23 = Y28 = Y33 = Y4 = Y9 = Y14 = Y19 = Y24 = Y29 = Y34$
$Z3 = Z33 = Z4 = Z34$
$Z8 = Z28 = Z9 = Z29$
$Z13 = Z23 = Z14 = Z24$
$Z18 = Z19 = Z20$



<b>Áreas das seções transversais</b>	<b>Barras</b>	<b>Conectividades</b>
Grupo 1	1:4	1-4, 2-3, 31-34, 32-33
Grupo 2	5:6	2-1, 32-31
Grupo 3	7:8	3-4, 33-34
Grupo 4	9:20	1-6, 6-11, 11-16, 16-21, 21-26, 26-31, 2-7, 7-12, 12-17, 17-22, 22-27, 27-32
Grupo 5	21:32	3-8, 8-13, 13-18, 18-23, 23-28, 28-33, 4-9, 9-14, 14-19, 19-24, 24-29, 29-34
Grupo 6	33:37	7-6, 12-11, 17-16, 22-21, 27-26
Grupo 7	38:42	8-9, 13-14, 18-19, 23-24, 28-29
Grupo 8	43:52	7-8, 12-13, 17-18, 22-23, 27-28, 6-9, 11-14, 16-19, 21-24, 26-29
Grupo 9	53:64	2-6, 1-7, 7-11, 6-12, 12-16, 11-17, 17-21, 16-22, 22-26, 21-27, 27-31, 26-32
Grupo 10	65:76	3-9, 4-8, 8-14, 9-13, 13-19, 14-18, 18-24, 19-23, 23-29, 24-28, 28-34, 29-33
Grupo 11	77:88	3-7, 8-12, 13-17, 17-23, 22-28, 27-33, 4-6, 9-11, 14-16, 16-24, 21-29, 26-34
Grupo 12	89:92	1-3, 2-4, 31-33, 32-34
Grupo 13	93:106	3-5, 5-4, 8-10, 10-9, 13-15, 15-14, 18-20, 20-19, 23-25, 25-24, 28-30, 30-29, 33-35, 35-34
Grupo 14	107:112	5-10, 10-15, 15-20, 20-25, 25-30, 30-35
Grupo 15	113:124	3-10, 10-4, 8-15, 15-9, 13-20, 20-14, 23-20, 20-24, 28-25, 25-29, 33-30, 30-34

Tabela 6.3 – Restrições para a treliça espacial de 124 barras

<b>Restrições</b>	
<b>Tensão</b>	
<b>Grupo</b>	<b>Valor</b>
Todos os grupos	$\pm 250$ MPa
<b>Deslocamento</b>	
<b>Nó</b>	<b>Valor</b>
Todos os nós	$\pm 45,54$ mm (x, y e z)
<b>Frequência</b>	
$f_1 \leq 15$ Hz; $f_2 \geq 20$ Hz	
<b>Faixa para as variáveis de projeto</b>	
$100 \text{ mm}^2 \leq A_i \leq 10000 \text{ mm}^2$	

A Figura 6.4 mostra as curvas de convergência para este problema sujeito às restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural. Foram utilizadas cem mil iterações para o *Harmony Search* e dez mil para o *Firefly Algorithm*.

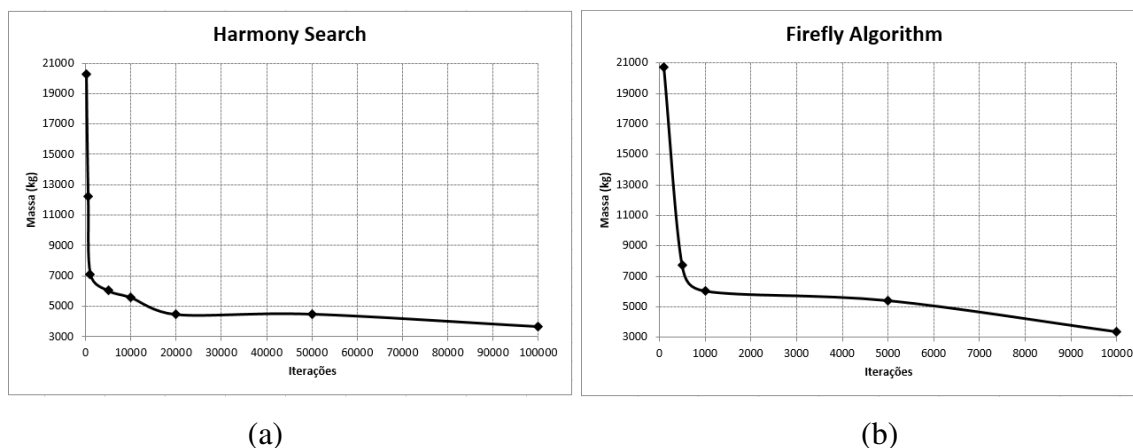


Figura 6.4 – Curvas de convergência para a treliça espacial de 124 barras, sujeita às restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural, para os algoritmos: (a) *Harmony Search*; (b) *Firefly Algorithm*

A estrutura foi otimizada através dos dois algoritmos meta-heurísticos estudados ao longo deste trabalho, o *Harmony Search* e o *Firefly Algorithm*.

Conforme comentado anteriormente, pelo fato de a estrutura ser nova, um projeto proposto pelo presente autor, nenhum outro estudo relacionado a ela foi realizado na literatura. Por esse motivo, o desempenho dos algoritmos será avaliado de acordo com a capacidade de convergência, através das curvas de convergência, isto é, a evolução da função objetivo em relação ao número de iterações do método; as análises estatísticas, isto é, se apresentam um pequeno coeficiente de variação; a eficiência do método ao otimizar a estrutura, ou seja, qual foi o ótimo obtido em relação ao valor inicial; a própria comparação entre os métodos; e, por fim, se estão respeitando todas as restrições impostas ao problema.

O projeto ótimo obtido pelos algoritmos *Harmony Search* e *Firefly Algorithm* são mostrados na Tabela 6.4. A estrutura inicial apresenta um valor de massa de 9347,49 kg. Ambos os algoritmos conseguiram otimizar a estrutura de modo significativo. O pior dos resultados, obtido pelo *HS*, representa aproximadamente 42% da massa da estrutura inicial. O *FA* obteve o melhor resultado, cerca de aproximadamente 36% da massa da estrutura inicial. É importante que seja observado que essa expressiva redução de massa da estrutura não se deu unicamente pela eficiência do algoritmo de otimização ou então pelo superdimensionamento do projeto original. No caso da estrutura adaptada, objeto de estudo deste trabalho, uma configuração diferente daquela do projeto original foi proposta, e a análise foi feita considerando-se apenas um caso de carregamento, já no projeto original a

estrutura foi dimensionada utilizando-se múltiplas combinações de carregamento. Essa foi a principal razão pela qual os resultados foram tão significativos.

Tabela 6.4 – Projeto ótimo para a treliça espacial de 124 barras

ALGORITMO UTILIZADO		Inicial	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>	
Variáveis de projeto	Coordenadas dos nós (m)	Z3	2,720	1,8376	1,7866
		Z8	2,720	1,8618	2,3063
		Z13	2,720	1,9081	2,0849
		Z18	2,720	2,6674	2,7200
		Y3	3,150	2,9859	2,9734
	Áreas das seções transversais (cm <sup>2</sup> )	G1	101,20	9,8550	10,9360
		G2	36,60	5,7118	3,4295
		G3	36,60	1,0775	1,0193
		G4	23,40	10,6810	18,7210
		G5	23,40	19,1050	17,5520
		G6	36,60	13,1120	4,9220
		G7	23,40	3,2661	3,0911
		G8	23,40	10,0130	7,6387
		G9	18,58	13,5970	10,7330
		G10	18,58	5,4041	2,9699
		G11	15,34	11,3480	8,2634
		G12	15,34	10,1720	5,2775
		G13	23,40	9,9998	9,6601
		G14	23,40	27,7490	37,2140
		G15	15,34	8,0196	6,8686
<b>Massa da estrutura (kg)</b>		<b>9347,49</b>	<b>3938,85</b>	<b>3385,70</b>	

É importante ressaltar que nenhuma das restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural foi violada, conforme pode ser visto nas Tabelas 6.5 para as tensões e 6.6 para as frequências naturais. Analisando as tensões obtidas após o processo de otimização, o valor máximo obtido pelo *HS* foi de 209,8751 MPa e 232,7361 MPa para o *FA*, ambos os casos para a barra número 77. Para os deslocamentos, o *HS* obteve um valor máximo de -41,5578 mm na direção vertical (z) para o nó 15, já o *FA* obteve um valor máximo de -41,9890 mm também na direção vertical (z) para o nó 25. Os valores iniciais máximos eram: 119,2145 MPa para a tensão da barra 77, e -9,5844 mm para a direção vertical (z) do nó 19. Os limites para a tensão e deslocamento são de  $\pm 250$  MPa e  $\pm 45,54$  mm, respectivamente. Percebe-se que o algoritmo *Firefly* apresentou um valor de tensão máxima

mais próximo do limite imposto pela restrição de tensão que o *Harmony Search*; já para o deslocamento máximo, ambos os algoritmos obtiveram praticamente o mesmo resultado. Para as frequências naturais, novamente, o *FA* mostrou um melhor comportamento frente ao *HS*, resultando em valores muito próximos às restrições impostas.

Tabela 6.5 – Tensões obtidas ao final da otimização

<i>Harmony Search</i>			<i>Firefly Algorithm</i>		
Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)	Variáveis de projeto	Elementos	Tensões (MPa)
Grupo 1	Barra 1	-177,620	Grupo 1	Barra 1	-157,852
	Barra 2	-206,782		Barra 2	-188,685
	Barra 3	-177,620		Barra 3	-157,852
	Barra 4	-206,782		Barra 4	-188,685
Grupo 2	Barra 5	0,000	Grupo 2	Barra 5	0,000
	Barra 6	0,000		Barra 6	0,000
Grupo 3	Barra 7	99,522	Grupo 3	Barra 7	155,706
	Barra 8	99,522		Barra 8	155,706
Grupo 4	Barra 9	-134,138	Grupo 4	Barra 9	-67,783
	Barra 10	22,652		Barra 10	4,289
	Barra 11	111,485		Barra 11	63,495
	Barra 12	111,485		Barra 12	63,495
	Barra 13	22,652		Barra 13	4,289
	Barra 14	-134,138		Barra 14	-67,783
	Barra 15	-148,894		Barra 15	-75,830
	Barra 16	24,777		Barra 16	7,559
	Barra 17	124,117		Barra 17	68,271
	Barra 18	124,117		Barra 18	68,271
	Barra 19	24,777		Barra 19	7,559
	Barra 20	-148,894		Barra 20	-75,830
Grupo 5	Barra 21	-93,774	Grupo 5	Barra 21	-82,308
	Barra 22	-138,383		Barra 22	-132,862
	Barra 23	-113,448		Barra 23	-115,729
	Barra 24	-113,448		Barra 24	-115,729
	Barra 25	-138,383		Barra 25	-132,862
	Barra26	-93,774		Barra26	-82,308
	Barra 27	-107,319		Barra 27	-96,658
	Barra 28	-163,427		Barra 28	-164,135
	Barra 29	-136,331		Barra 29	-145,038
	Barra 30	-136,331		Barra 30	-145,038
	Barra 31	-163,427		Barra 31	-164,135
	Barra 32	-107,319		Barra 32	-96,658
Grupo 6	Barra 33	6,386	Grupo 6	Barra 33	0,956
	Barra 34	-10,625		Barra 34	-7,877

	Barra 35	-11,192		Barra 35	-10,087
	Barra 36	-10,625		Barra 36	-7,877
	Barra 37	6,386		Barra 37	0,956
Grupo 7	Barra 38	53,368	Grupo 7	Barra 38	50,646
	Barra 39	100,926		Barra 39	125,429
	Barra 40	-5,350		Barra 40	4,834
	Barra 41	100,926		Barra 41	125,429
	Barra 42	53,368		Barra 42	50,646
Grupo 8	Barra 43	-119,644	Grupo 8	Barra 43	-116,194
	Barra 44	-55,208		Barra 44	-108,155
	Barra 45	109,887		Barra 45	108,196
	Barra 46	-55,208		Barra 46	-108,155
	Barra 47	-119,644		Barra 47	-116,194
	Barra 48	-116,543		Barra 48	-108,988
	Barra 49	-51,724		Barra 49	-113,741
	Barra 50	138,451		Barra 50	144,639
	Barra 51	-51,724		Barra 51	-113,741
	Barra 52	-116,543		Barra 52	-108,988
Grupo 9	Barra 53	-23,160	Grupo 9	Barra 53	-20,043
	Barra 54	-3,892		Barra 54	4,296
	Barra 55	-4,860		Barra 55	-9,653
	Barra 56	6,591		Barra 56	4,901
	Barra 57	2,144		Barra 57	-2,673
	Barra 58	5,781		Barra 58	2,008
	Barra 59	5,781		Barra 59	2,008
	Barra 60	2,144		Barra 60	-2,673
	Barra 61	6,591		Barra 61	4,901
	Barra 62	-4,860		Barra 62	-9,653
	Barra 63	-3,892		Barra 63	4,296
	Barra 64	-23,160		Barra 64	-20,043
Grupo 10	Barra 65	31,946	Grupo 10	Barra 65	46,001
	Barra 66	76,009		Barra 66	108,860
	Barra 67	34,715		Barra 67	37,608
	Barra 68	61,666		Barra 68	77,481
	Barra 69	19,909		Barra 69	33,190
	Barra 70	27,635		Barra 70	43,716
	Barra 71	27,635		Barra 71	43,716
	Barra 72	19,909		Barra 72	33,190
	Barra 73	61,666		Barra 73	77,481
	Barra 74	34,715		Barra 74	37,608
	Barra 75	76,009		Barra 75	108,860
	Barra 76	31,946		Barra 76	46,001
Grupo 11	Barra 77	209,875	Grupo 11	Barra 77	232,736
	Barra 78	118,622		Barra 78	191,297
	Barra 79	-54,842		Barra 79	-47,093
	Barra 80	-54,842		Barra 80	-47,093

	Barra 81	118,622		Barra 81	191,297
	Barra 82	209,875		Barra 82	232,736
	Barra 83	205,528		Barra 83	221,956
	Barra 84	113,777		Barra 84	198,538
	Barra 85	-74,455		Barra 85	-72,024
	Barra 86	-74,455		Barra 86	-72,024
	Barra 87	113,777		Barra 87	198,538
	Barra 88	205,528		Barra 88	221,956
Grupo 12	Barra 89	64,479	Grupo 12	Barra 89	124,197
	Barra 90	-5,104		Barra 90	-8,278
	Barra 91	64,479		Barra 91	124,197
	Barra 92	-5,104		Barra 92	-8,278
Grupo 13	Barra 93	-79,387	Grupo 13	Barra 93	-84,005
	Barra 94	-69,295		Barra 94	-73,563
	Barra 95	-62,628		Barra 95	-40,474
	Barra 96	-80,631		Barra 96	-64,117
	Barra 97	-79,068		Barra 97	-78,130
	Barra 98	-85,574		Barra 98	-88,167
	Barra 99	-19,580		Barra 99	-21,406
	Barra 100	-20,086		Barra 100	-23,926
	Barra 101	-79,068		Barra 101	-78,130
	Barra 102	-85,574		Barra 102	-88,167
	Barra 103	-62,628		Barra 103	-40,474
	Barra 104	-80,631		Barra 104	-64,117
	Barra 105	-79,387		Barra 105	-84,005
	Barra 106	-69,295		Barra 106	-73,563
Grupo 14	Barra 107	0,000	Grupo 14	Barra 107	0,000
	Barra 108	-1,041		Barra 108	-1,405
	Barra 109	-4,741		Barra 109	-4,090
	Barra 110	-4,741		Barra 110	-4,090
	Barra 111	-1,041		Barra 111	-1,405
	Barra 112	0,000		Barra 112	0,000
Grupo 15	Barra 113	-24,960	Grupo 15	Barra 113	-37,360
	Barra 114	18,980		Barra 114	24,467
	Barra 115	-22,624		Barra 115	-29,050
	Barra 116	3,359		Barra 116	6,932
	Barra 117	-6,598		Barra 117	-7,754
	Barra 118	2,146		Barra 118	4,205
	Barra 119	-6,598		Barra 119	-7,754
	Barra 120	2,146		Barra 120	4,205
	Barra 121	-22,624		Barra 121	-29,050
	Barra 122	3,359		Barra 122	6,932
	Barra 123	-24,960		Barra 123	-37,360
	Barra 124	18,980		Barra 124	24,467

Tabela 6.6 – Frequências obtidas ao final da otimização

ALGORITMO UTILIZADO		Inicial	<i>Harmony Search</i>	<i>Firefly Algorithm</i>
Frequências naturais (Hz)	1	17,8808	14,5099	14,9158
	2	19,3012	20,4853	20,0268
	3	26,2337	21,0175	20,0537
	4	31,0374	26,0924	21,6848
	5	35,7826	26,4399	21,6896

Os resultados estatísticos de três rodadas independentes, para cada um dos algoritmos, apresentados nas Tabelas 6.7 e 6.8 mostram, tanto usando o *HS* quanto o *FA*, um valor de desvio padrão em relação ao valor médio obtido das rodadas independentes, maior que nos casos-padrões, chegando a coeficientes de variação de até 28%. O algoritmo *FA* apresentou um coeficiente de variação menor que o *HS*.

Tabela 6.7 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 124 barras, com restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural, para três rodadas independentes do

*Harmony Search*

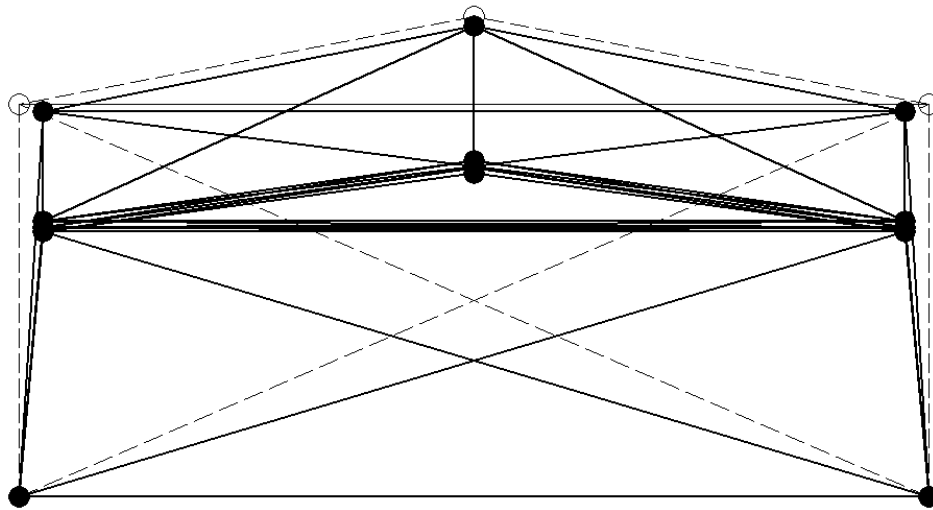
Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas
4774,4	1349,8	28,27	100000

Tabela 6.8 – Resultados estatísticos para a treliça espacial de 124 barras, com restrições de tensão, deslocamento, flambagem e frequência natural, para três rodadas independentes do

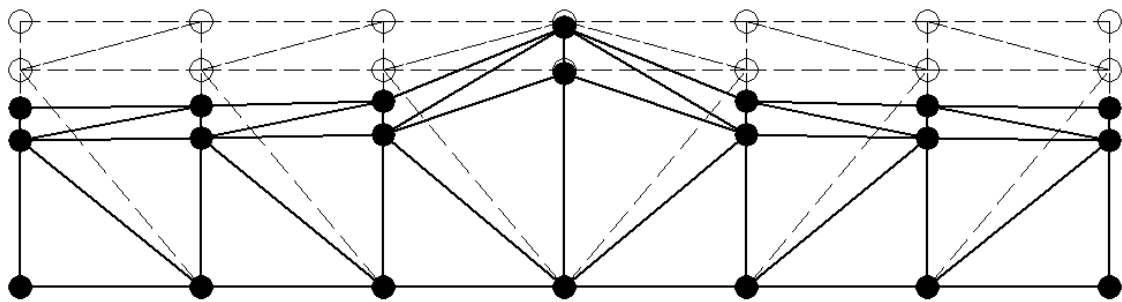
*Firefly Algorithm*

Massa média (kg)	Desvio padrão (kg)	Coefficiente de variação (%)	Número de buscas	Número de vagalumes
4046,7	641,9301	15,86	10000	10

A Figura 6.5 mostra a configuração final da treliça espacial de 124 barras otimizada neste trabalho utilizando o *Harmony Search*, enquanto a Figura 6.6 mostra a configuração final obtida neste trabalho usando o *Firefly Algorithm*.



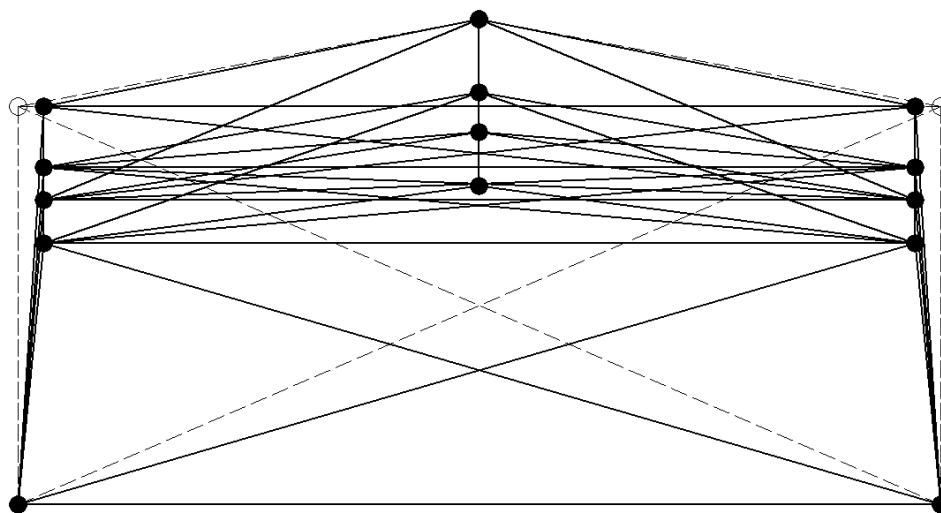
(a)



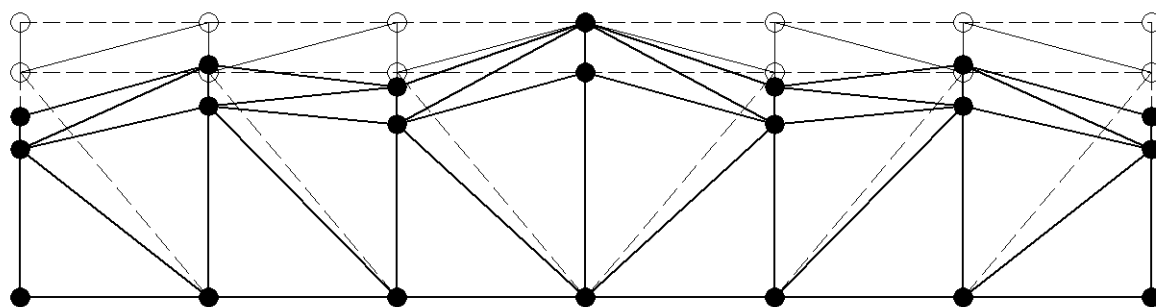
(b)

Figura 6.5 – Configuração final da treliça espacial de 124 barras otimizada no presente trabalho usando o *Harmony Search*: (a) vista frontal (y-z); (b) vista lateral (x-z)





(a)



(b)

Figura 6.6 – Configuração final da treliça espacial de 124 barras otimizada no presente trabalho usando o *Firefly Algorithm*: (a) vista frontal (y-z); (b) vista lateral (x-z)

## 7 CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 Conclusões finais

A otimização estrutural representa uma área relativamente nova no campo da engenharia e, hoje em dia, é um dos assuntos que mais está sendo explorado, tanto academicamente quanto na indústria, pois a necessidade atual por lucro, economia de recursos, de material, maior eficiência, maior rapidez, e competitividade, tem forçado os engenheiros estruturais a terem grande interesse nesse assunto ao realizarem seus projetos. Muitos métodos, técnicas ou algoritmos vêm surgindo para superar os já existentes na obtenção de melhores resultados, menor custo computacional, maior eficiência, confiabilidade e versatilidade.

Com isso, neste trabalho, foram estudados dois dos mais modernos e difundidos algoritmos meta-heurísticos, algoritmos de otimização aleatórios que são métodos probabilísticos não baseados em gradiente, que utilizam somente a avaliação da função objetivo. São eles o *Harmony Search (HS)*, baseado na improvisação musical em busca da harmonia perfeita, e o *Firefly Algorithm (FA)*, que é inspirado no comportamento da luz dos vaga-lumes. Com o intuito de comprovar a eficiência dos métodos, eles foram aplicados a diversas estruturas treliçadas clássicas, conhecidas como *benchmarks*, as quais são problemas padrões utilizados como referência para a comparação de resultados com outros autores e métodos já consolidados na literatura. Seis treliças planas e espaciais foram analisadas. Foram realizadas as otimizações paramétricas e de forma, sujeitas às restrições de tensão, deslocamento, flambagem, frequências naturais e áreas mínimas e máximas. As variáveis de projeto foram as áreas das seções transversais das barras e as coordenadas dos nós. Por fim, os métodos foram aplicados na otimização da estrutura de um projeto de engenharia adaptado, projetada e construída sem a utilização de técnicas de otimização.

Os resultados obtidos em relação aos problemas padrões demonstraram que ambos os métodos são melhores ou tão eficientes quanto os algoritmos propostos por outros autores, quando não os superam, os resultados ficam muito próximos, com pequenas diferenças em relação aos melhores resultados. As curvas de convergência mostraram que os algoritmos convergem para uma solução ótima, e as análises estatísticas provaram que os métodos

apresentam pequenos desvios padrões e coeficientes de variação. Os resultados relativos à estrutura do projeto adaptado mostraram um resultado expressivo na redução da sua massa, onde o *Firefly Algorithm* se mostrou mais eficiente. Em todos os problemas analisados as restrições foram respeitadas. Portanto, os algoritmos *Harmony Search* e *Firefly Algorithm* representam poderosas ferramentas para a solução de problemas de otimização paramétrica e de forma, aplicadas a diferentes estruturas treliçadas planas e espaciais e com diferentes tipos de restrições, impostas separadamente ou simultaneamente.

Finalmente, comparando os dois algoritmos estudados, pode-se concluir que, para os casos analisados neste trabalho, o *Firefly Algorithm* apresentou resultados pouco melhores que o *Harmony Search*, utilizando um número de iterações menor. Já o *HS* apresenta como vantagem em relação ao *FA* um menor custo computacional, considerando o mesmo número de iterações.

## 7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Os algoritmos meta-heurísticos aplicados na otimização das estruturas treliçadas, o *Harmony Search* e o *Firefly Algorithm*, deram ênfase às otimizações paramétrica e de forma, nas quais as variáveis de projeto relacionadas às áreas das seções transversais das barras foram consideradas como variáveis de projeto contínuas. As recomendações para possível continuidade da pesquisa seriam:

- Aplicar os algoritmos na otimização topológica das estruturas, pois assim, além de otimizar parâmetros e forma da estrutura, novas conectividades ou eliminação de barras, respeitando certas restrições, seriam possíveis;
- Considerar as variáveis de projeto relacionadas às áreas das seções transversais como variáveis discretas, baseadas nos catálogos comerciais de perfis. Essa abordagem aumentaria o resultado da função objetivo relacionada à massa da estrutura, porém representa a maneira correta para a otimização de estruturas reais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bekdaş, G.; Nigdeli, S. M. **Estimating Optimum Parameters of Tuned Mass Dampers using Harmony Search**, Engineering Structures, v. 33, p. 2716-2723, 2011.

Coello, C. A.; Christiansen, A. D. **Multiobjective Optimization of Trusses using Genetic Algorithms**, Computers and Structures, v. 75, p. 647-660, 2000.

Deb, K.; Gulati, S. **Design of Truss-Structures for Minimum Weight using Genetic Algorithms**, Finite Elements in Analysis and Design, v. 37, p. 447-465, 2001.

Degertekin, S. O. **Improved Harmony Search Algorithms for Sizing Optimization of Truss Structures**, Computers and Structures, v. 92-93, p. 229-241, 2012.

Farshi, B.; Alinia-ziazi, A. **Sizing Optimization of Truss Structures by Method of Centers and Force Formulation**, International Journal of Solids and Structures, v. 47, p. 2508-2524, 2010.

Fesanghary, M.; Mahdavi, M.; Minary-Jolandan, M.; Alizadeh, Y. **Hybridizing Harmony Search Algorithm with Sequential Quadratic Programming for Engineering Optimization Problems**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 197, 3080-3091, 2008.

Geem, Z. W.; Kim, J. H.; Loganathan, G. V. **A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search**, Simulation, v. 76, p. 60-68, United States of America, 2001.

Gil, L.; Andreu, A. **Shape and Cross-Section Optimization of a Truss Structure**, Computers and Structures, v. 79, p. 681-689, 2001.

Gomes, H. M. **Truss Optimization with Dynamic Constraints using a Particle Swarm Algorithm**, Expert Systems with Applications, v. 38, p. 957-968, 2011.

Kaveh, A.; Ahangaran, M. **Discrete Cost Optimization of Composite Floor System using Social Harmony Search Model**, Applied Soft Computing, v. 12, p. 372-381, 2012.

Kaveh, A.; Talatahari, S. **Size Optimization of Space Trusses using Big Bang-Big Crunch Algorithm**, Computers and Structures, v. 87, p. 1129-1140, 2009a.

Kaveh, A.; Talatahari, S. **A Particle Swarm Ant Colony Optimization for Truss Structures with Discrete Variables**, Journal of Constructional Steel Research, v. 65, p. 1558-1568, 2009b.

Kaveh, A.; Zolghadr, A. **Truss Optimization with Natural Frequency Constraints using a Hybridized CSS-BBBC Algorithm with Trap Recognition Capability**, v. 102-103, p. 14-27, 2012.

- Konzelman, C. J. **Dual Methods and Approximation Concepts for Structural Optimization**, M. A. Sc. thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, 1986.
- Kripakaran, P.; Gupta, A.; Baugh Jr., J. W. **A Novel Optimization Approach for Minimum Cost Design of Trusses**, Computers and Structures, v. 85, p. 1782-1794, 2007.
- Lamberti, L. **An Efficient Simulated Annealing Algorithm for Design Optimization of Truss Structures**, Computers and Structures, v. 86, 1936-1953, 2008.
- Lee, K. S.; Geem, Z. W. **A New Meta-Heuristic Algorithm for Continuous Engineering Optimization: Harmony Search Theory and Practice**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 194, p. 3902-3933, 2005.
- Lee, K. S.; Geem, Z. W. **A New Structural Optimization Method Based on the Harmony Search Algorithm**, Computers and Structures, v. 82, p. 781-798, 2004.
- Li, L. J.; Huang, Z. B.; Liu, F. **A Heuristic Particle Swarm Optimization Method for Truss Structures with Discrete Variables**, Computers and Structures, v. 87, p. 435-443, 2009.
- Lin, J. H.; Chen, W. Y.; Yu, Y. S. **Structural Optimization on Geometrical Configuration and Element Sizing with Static and Dynamic Constraints**, Computers and Structures, v. 15, p. 507-515, 1982.
- Lingyun, W.; Mei, Z.; Guangming, W.; Guang, M. **Truss Optimization on Shape and Sizing with Frequency Constraints based on Genetic Algorithm**, Computational Mechanics, v. 25, p. 361-368, 2005.
- Luh, G. C.; Lin, C. Y. **Optimal Design of Truss-Structures using Particle Swarm Optimization**, Computers and Structures, v. 89, p. 2221-2232, 2011.
- Miguel, L. F. F.; Fadel Miguel, L. F. **Shape and Size Optimization of Truss Structures considering Dynamic Constraints through Modern Metaheuristic Algorithms**, Expert Systems with Applications, v. 39, p. 9458-9467, 2012a.
- Miguel, L. F. F.; Fadel Miguel, L. F. **Novel Metaheuristic Algorithms Applied to Optimization of Structures**, Wseas Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, Issue 3, v. 7, p. 210-220, 2012b.
- Ohsaki, M. **Simultaneous Optimization of Topology and Geometry of a Regular Plane Truss**, Computers and Structures, vol. 66, n° 1, p. 69-77, Great Britain, 1998.
- Rasmussen, M. H.; Stolpe, M. **Global Optimization of Discrete Truss Topology Design Problems using a Parallel Cut-and-Branch Method**, Computers and Structures, v. 86, p. 1527-1538, 2008.

Sadollah, A.; Bahreininejad, A.; Eskandar, H.; Hamdi, M. **Mine Blast Algorithm for Optimization of Truss Structures with Discrete Variables**, Computers and Structures, v. 102-103, p. 49-63, 2012.

Saka, M. P. **Optimum Design of Pin-Jointed Steel Structures with Practical Applications**, Journal of Structural Engineering, v. 116, No. 10, 1990.

Sedaghati, R. **Benchmark Case Studies in Structural Design Optimization using the Force Method**, International Journal of Solids and Structures, v. 42, p. 5848-5871, 2005.

Sonmez, M. **Artificial Bee Colony Algorithm for Optimization of Truss Structures**, Applied Soft Computing, v. 11, p. 2406-2418, 2011.

Souza, R. P. **Otimização de Treliças com Restrições de Falha combinando Técnicas de Programação de Algoritmos Contínuos e Discretos**, dissertação de mestrado, PROMEC, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 89 p., 2009.

Togan, V.; Daloglu, A. T. **Optimization of 3d Trusses with Adaptive Approach in Genetic Algorithms**, Engineering Structures, v. 28, p. 1019-1027, 2006.

Wang, D.; Zhang, W. H.; Jiang, J. S. **Truss Optimization on Shape and Sizing with Frequency Constraints**, AIAA Journal, v. 42, p. 622-630, 2004.

Yadav, P.; Kumar, R.; Panda, S. K.; Chang, C. S. **An Intelligent Tuned Harmony Search Algorithm for Optimization**, Information Sciences, v. 196, p. 47-72, 2012.

Yang, X. S. **Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms**, University of Cambridge, United Kingdom, Luniver Press, 1<sup>a</sup> ed., 116p., 2008.

Yang, X. S. **Harmony Search as a Metaheuristic Algorithm**, in: *Music-Inspired Harmony Search Algorithm: Theory and Applications* (Editor Geem, Z. W.), Studies in Computational Intelligence, Springer Berlin, v. 191, p. 1-14, 2009.

Yang, X. S. **Firefly Algorithm, Stochastic Test Functions and Design Optimization**, Int. J. Bio-Inspired Computation, v. 2, n<sup>o</sup> 2, p. 78-84, 2010a.

Yang, X. S. **Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms**, University of Cambridge, United Kingdom, Luniver Press, 2<sup>a</sup> ed., 148p., 2010b.