UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE ARQUITETURA
HABILITAÇÃO EM DESIGN DE PRODUTO

JOANA FUHRMEISTER BUGLIONE

MATEMÁTICA PARA CRIANÇAS E O DESIGN COMO FACILITADOR DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

PORTO ALEGRE
2013

Joana Fuhrmeister Buglione

MATEMÁTICA PARA CRIANÇAS E O DESIGN COMO FACILITADOR DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Design de Produto da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da UFRGS, como requisito para a obtenção do título de Designer.

Orientadores:

Jocelise Jacques de Jacques

Régio Pierre da Silva

Porto Alegre

2013

Joana Fuhrmeister Buglione

MATEMÁTICA PARA CRIANÇAS E O DESIGN COMO FACILITADOR DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Design de Produto da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da UFRGS, como requisito para a obtenção do título de Designer.

Banca Examinadora:

____

Profa. Jocelise Jacques de Jacques – Orientadora UFRGS

____

Prof. Régio Pierre da Silva – Orientador UFRGS

____

Prof. Luis Henrique Alves Candido – UFRGS

____

Profa. Maria do Carmo Gonçalves Curtis – UFRGS

____

Simone Sperhacke – Membro externo

Porto Alegre,.........de............................de 2013

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que, de alguma forma, colaboraram com o projeto: aos meus pais, Suzi e Paschoal, pelo apoio incondicional, pela torcida e vibração com as conquistas dessa jornada, pelas mãos extras sempre disponíveis para colocar a mão na massa, e por todo o carinho que sempre foi a minha maior fonte de inspiração e energia. A toda a minha família, que vibrou comigo desde o início e torceu por mim em todos os momentos. As amigas que são as irmãs que eu nunca tive: Fê, Carla e Tati, por todo o carinho ao longo de tantos anos juntas, e pelas milhares de lembranças compartilhadas; Rê, Stefani e Lica, os melhores presentes que a universidade me trouxe, por compartilharem comigo as melhores risadas, os piores choros, as noites mais longas e as vitórias mais desejadas; Nati e Mari, pela ótima parceria no fim do curso, pelas trocas de figurinhas e construção conjunta dos nossos trabalhos de conclusão.

Agradeço aos meus orientadores, Jocelise e Régio, por todo o acompanhamento durante o desenvolvimento do projeto, pela dedicação, disponibilidade de seu tempo e conhecimentos que compartilharam comigo; às professoras Ana Cristina, Helena e Carmem Lúcia, cuja experiência compartilhada foi de extrema importância para o desenvolvimento do projeto; à equipe do Colégio Aplicação da UFRGS e seus alunos, especialmente às professoras Danuza, Carina e Daiane, por abrirem suas portas e me receberem de braços abertos para vivenciar um pouco do dia a dia das crianças em sala de aula.

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso tem como meta o desenvolvimento de um produto que auxilie crianças no aprendizado de matemática. A primeira parte do trabalho – TCC I – abrange as etapas de planejamento do projeto e projeto informacional, em que serão apresentados os objetivos a serem alcançados e a metodologia empregada, além da coleta de informações, que corresponde à fundamentação teórica do referido trabalho. A segunda etapa – TCC II – engloba a fase do projeto conceitual, envolvendo a geração de alternativas, sua validação perante especialistas e a criação do conceito do produto final e o seu desenvolvimento via sketches manuais e modelagem por meio de software 3D. A conclusão do trabalho é apresentada sob a forma do brinquedo "*Cabe mais 1?",* que tem como foco trabalhar os conceitos iniciais de números e das operações de adição e subtração; o produto é exposto por meio de renders digitais, detalhamento técnico de suas peças, definição de materiais e processos de fabricação e confecção de protótipo.

Palavras-chave: design de produto, aprendizagem, criança, matemática.

ABSTRACT

The objective of this Course Graduation Project is to develop a product to help children learn the concepts of math. The first part of it – TCC I – comprises project planning and informational project, introducing the goals to be achieved, the methodology used and the information gathered to build a theoretical bases. The second part of the project – TCC II – refers to the conceptual project, which includes creating possible solutions to the problem and its validation before experts and the creation the concept of the final product and its development through manual sketches and 3D modeling with digital software. The project conclusion is the toy *"Cabe mais 1?"* which focuses on the initial concepts of numbers, addition and subtractions. The product is shown through digital renders, technical details of its pieces, materials and manufacture process definitions and a final prototype.

Keywords: product design, learning, children, mathematics

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

AHP - Processo de Análise Hierárquica
EVA - Espuma Vinílica Acetinada
FIRJAN - Sistema das Federações das Indústrias do Estado do Rio de Janeiro
IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IDH - Índice de Desenvolvimento Humano
INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC - Ministério da Educação
OCDE - Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico
PIB - Produto Interno Bruto
PISA - Programa Internacional de Avaliação dos Alunos
PNLD4 - Programa Nacional do Livro Didático
SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica
TCC I - Trabalho de Conclusão de Curso I
TCC II - Trabalho de Conclusão de Curso II
UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNESCO - Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A matemática é uma área do conhecimento que está presente no cotidiano de todos os indivíduos. Seja no trabalho, na escola ou simplesmente em uma tarefa diária, a *numeralização* – capacidade de pensar e discutir relações numéricas e espaciais utilizando as convenções estabelecidas – é uma habilidade imprescindível no convívio social, e para as crianças, ela se faz ainda mais relevante. Além de ser uma disciplina, ela é uma das principais ferramentas para a compreensão do mundo que nos rodeia. Por isso, saber como as crianças aprendem matemática e como esse aprendizado influencia no desenvolvimento se faz necessário para tornar os indivíduos numeralizados no sentido completo da palavra (NUNES; BRYANT, 1997).

Para confirmar a importância do aprendizado matemático não apenas na vida das pessoas, mas também no desenvolvimento da sociedade como um todo, a Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) realiza a cada três anos o Programa Internacional de Avaliação dos Alunos, também conhecido como PISA. Este exame, que possui abrangência mundial, avalia alunos de 15 e 16 anos dos países membros da organização em três áreas do conhecimento: leitura, matemática e ciências. O desempenho brasileiro na avaliação costuma ficar sempre abaixo da média: no ranking de 2009, o país ocupou a quinquagésima terceira (53º) colocação, de um total de 65 países avaliados. Enquanto a pontuação média mundial em matemática foi de 496 pontos, o Brasil conseguiu um escore de apenas 386 pontos, tendo em vista que as pontuações mais elevadas chegam perto dos 700 pontos (OECD, 2010).

Além das avaliações mundiais, existem iniciativas nacionais que tem como objetivo analisar o desempenho dos alunos na área dos conhecimentos matemáticos. O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb/Prova Brasil) é aplicado desde 1990, a cada dois anos, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), e engloba questões de Língua Portuguesa e Matemática, sendo aplicada aos alunos do 5º e 9º ano do Ensino

Fundamental e 3º ano do Ensino Médio, tanto de escolas públicas quanto privadas. Os resultados posicionam as escolas individualmente e o Brasil como um todo em uma Escala de Proficiência, que informa as habilidades agregadas pelos estudantes na trajetória escolar (Ministério da Educação, 2011). Na avaliação realizada em 2011, os principais resultados mostraram que metade dos alunos das escolas brasileiras chega no 5º ano do Ensino Fundamental sabendo apenas 50% do conteúdo programado até a respectiva etapa do ensino.

O impacto que a aprendizagem insuficiente em matemática tem na vida de um indivíduo é algo que perdura além dos anos escolares. Em recente pesquisa realizada pelo Sistema das Federações das Indústrias do Estado do Rio de Janeiro (FIRJAN) destacou-se o fato de trabalhadores de mais de 600 indústrias do estado carioca apresentarem deficiências em matemática e raciocínio lógico (FIRJAN, 2011). Essas e outras defasagens têm influência direta no desenvolvimento do país dentro do contexto mundial. O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), por exemplo, leva em consideração três pilares: saúde, educação e renda. O Brasil ocupava em 2011 a 84º posição no ranking global, bem atrás de alguns de seus vizinhos latinos, como Argentina (45º), Uruguai (48º), e Venezuela (73º) (KLUGMAN, 2011).

É evidente, então, a importância de um ensino adequado não apenas de matemática, mas de todas as disciplinas escolares. Pesquisadores das áreas de aprendizagem comentam a necessidade de elaborar novas ferramentas de ensino, de forma a tirar o aluno da posição passiva que ele costuma demonstrar. O objetivo é desenvolver uma aprendizagem onde o aluno não forneça apenas respostas mecânicas e sem reflexão sobre conteúdos e problemas apresentados; para os estudiosos, práticas lúdicas e divertidas são uma opção para despertar em crianças e em jovens uma postura mais ativa durante o processo de aquisição do conhecimento (NICOLIELO, 2012).

1.2 JUSTIFICATIVA

O governo brasileiro se mostra ciente da importância que uma educação de qualidade tem para o desenvolvimento do país. Iniciativas como o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e o Programa SESI Matemática tem como objetivos, respectivamente, assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas até os oito anos de idade e promover uma mudança no ensino e no aprendizado de matemática, tanto para alunos quanto para professores.

Os cenários acima descritos deixam clara a demanda existente por novas ferramentas de ensino dos conteúdos matemáticos. Portanto, o presente trabalho se propõe a desenvolver um produto que auxilie crianças no aprendizado dos conceitos matemáticos, estimulando o raciocínio lógico de maneira lúdica e divertida, proporcionando um contato mais amigável da criança com a disciplina.

1.3 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do presente trabalho é desenvolver um produto voltado ao público infantil para auxiliar na compreensão e no entendimento dos conteúdos de matemática, de maneira que o aprendizado se dê de forma lúdica, divertida e participativa.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para concretizar o objetivo geral acima descrito, será necessário atender aos seguintes objetivos específicos:

1. Expandir o conhecimento na área de projeto de produto, e refletir sobre a área específica de projeto de brinquedos;
2. Analisar o currículo da disciplina de matemática, identificando os conteúdos a serem abordados no projeto;

3. Identificar a faixa etária apropriada para o desenvolvimento do projeto, por meio de pesquisa sobre o processo de captação dos conceitos matemáticos;
4. Analisar métodos de ensino diferenciado e similares de brinquedos educativos;
5. Determinar requisitos de usuário e requisitos de projeto com base nas pesquisas realizadas nas etapas iniciais do trabalho;
6. Desenvolver alternativas de solução focando cumprir os requisitos estabelecidos;
7. Validar e desenvolver a alternativa final em detalhe.

2. PLANEJAMENTO DO PROJETO

2.1 ESCOPO DO PROJETO

Para desenvolver um produto que auxilie a aprendizagem da matemática estão previstas pesquisas acerca dos assuntos relacionados a essa temática, com o intuito de criar uma base teórica que sirva como fonte de informação para a definição de pontos importantes do projeto, como público-alvo, requisitos, especificações e conceito. A proposta final elaborada por meio da geração de alternativas será validada e detalhada através da produção de protótipos físicos e simulações virtuais; o projeto não prevê, no entanto, a fabricação real da solução criada.

2.2 METODOLOGIA DE PROJETO

Para melhor atender as necessidades deste trabalho, a metodologia de projeto utilizada foi adaptada das etapas sugeridas por Back *et al* (2008). De acordo com o autor, o processo projetual completo se divide em oito fases; como mencionado anteriormente, o projeto em questão engloba apenas as três primeiras etapas elencadas - planejamento do projeto, projeto informacional e projeto conceitual - sem abranger as questões relacionadas à manufatura do produto.

2.2.1 Planejamento do Projeto

Etapa inicial do trabalho, mencionada no item 2.1, em que são definidos o escopo do projeto e a metodologia utilizada. O planejamento também prevê a elaboração do cronograma do projeto, que delimita em que período de tempo cada atividade deve ser desenvolvida, levando sempre em conta as datas de apresentação intermediária e final do trabalho.

2.2.2 Projeto Informacional

O objetivo desta etapa é como o próprio nome indica coletar o máximo de informações possíveis sobre o tema proposto. Com posse desses dados é possível fazer a definição do público-alvo do projeto, elencar e priorizar as suas necessidades, transformando-as em requisitos de projeto e, posteriormente, em especificações para o produto a ser desenvolvido.

2.2.2.1 Coleta de Dados

Para esse trabalho, três formas distintas de coleta de dados foram utilizadas: revisão de bibliografia específica; entrevistas com especialistas e análise de similares.

2.2.2.1.1 Revisão Bibliográfica

A fundamentação teórica do projeto está dividida em quatro grandes tópicos. O primeiro deles refere-se às características do ensino atual brasileiro, abordando questões gerais sobre a educação, como leis, diretrizes e parâmetros que regulam as instituições de ensino e os currículos escolares. Além destas, questões específicas da matemática também serão analisadas, como, por exemplo, taxa de reprovação, índices de repetência, e outras estatísticas pertinentes que constituem o cenário em que o trabalho está inserido.

O segundo tópico da fundamentação fornece um apanhado das principais teorias sobre o processo de aprendizagem nos indivíduos. Além das teorias contemporâneas, três outras correntes são apresentadas: Behaviorismo, Cognitivismo e Humanismo.

O terceiro tópico trata especificamente sobre o ensino da matemática, e aqui são apresentados os principais conteúdos sugeridos para cada ano do ensino fundamental, além de explicações sobre os principais conteúdos da disciplina e os conhecimentos considerados necessários para o entendimento da matéria. Relatam-se também algumas abordagens de ensino, com algumas sugestões feitas por autores da área sobre a melhor forma de conduzir o ensinamento da matemática.

Por fim, o último tópico da revisão bibliográfica busca dar um panorama sobre as ferramentas didáticas utilizadas atualmente e os materiais didáticos presentes nas escolas brasileiras. Além disso, conceituam-se jogos e brinquedos, com a explanação das semelhanças e das diferenças existentes entre eles, e as características de cada um.

2.2.2.1.2 Entrevistas com Especialistas

Três entrevistas foram realizadas com especialistas da área da Pedagogia, com o objetivo de obter opiniões e pareceres atuais de pessoas que vivenciam o dia a dia do ensino da matemática. A escolha dos entrevistados foi feita mediante contatos pessoais da autora deste trabalho; as conversas ocorreram durante encontros com duração de aproximadamente 45 minutos, e foram guiadas por meio de um roteiro de perguntas elaborado especificamente para a situação. Os principais dados e informações obtidas nos encontros estão descritos mais adiante no item 4.1, e o roteiro mencionado pode ser visto no Apêndice 01.

A primeira entrevista foi feita no dia 05 de Abril de 2013, com a professora Carmem Lúcia Villodri Machado, que atualmente leciona matemática para o 5º ano em diante no Colégio Bom Jesus Sévigné. Ela também foi professora da disciplina Conhecimentos Lógicos Matemáticos do curso de Pedagogia que acontecia nas dependências do mesmo colégio.

A segunda entrevista foi realizada no dia 11 de Abril de 2013, com Ana Cristina Souza Rangel, professora e coordenadora do curso de Pedagogia da UniRitter, e com ampla experiência em educação matemática e desenvolvimento de materiais didáticos específicos para o aprendizado da matéria.

A terceira e última entrevista foi realizada no dia 18 de Abril de 2013, com Helena Dória Lucas de Oliveira, Vice-Diretora da Faculdade de Educação da UFRGS e professora da disciplina Educação Matemática do curso de Pedagogia dessa mesma universidade.

Vale ressaltar que se optou por ouvir especialistas por eles serem a fonte com o maior número de informações sobre a aprendizagem de matemática das crianças. Nessa fase, acredita-se que conversar com os alunos não resultaria tanta riqueza de informação, visto que as crianças não possuem a visão ampla do processo de ensino da disciplina. Está previsto, entretanto, nas próximas etapas do trabalho o contato direto com as crianças e também com seus pais.

2.2.2.1.3 Análise de Similares

Uma análise de similares se constitui como sendo a pesquisa de produtos disponíveis no mercado, cujas funções, características e atributos sejam semelhantes ao produto a ser desenvolvido.

A análise de similares feita abrange os principais materiais didáticos utilizados no ensino da matemática, sua forma de funcionamento, suas características, e principalmente, o escopo de conteúdos que podem ser trabalhados com cada um dos produtos analisados.

2.2.3 Projeto Conceitual

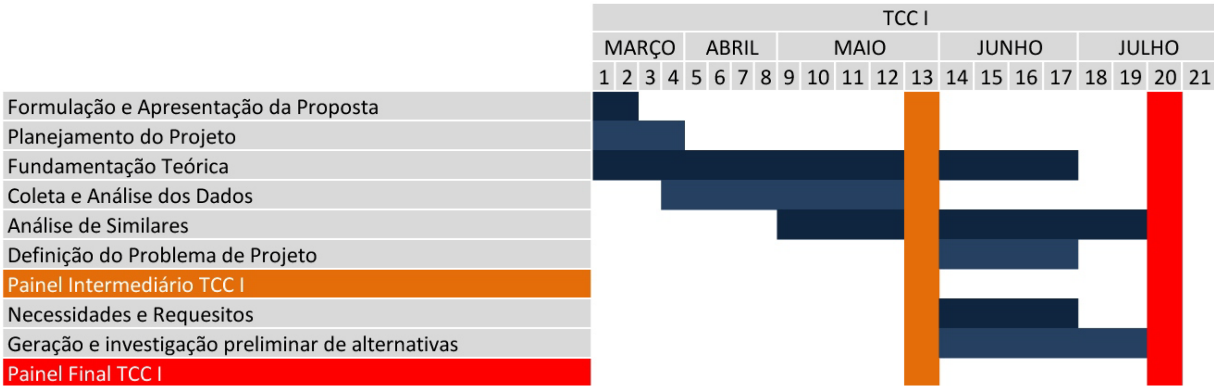
Etapa cujo desenvolvimento ocorrerá principalmente durante o TCC II, o projeto conceitual engloba a geração e a investigação de alternativas iniciais, por meio de técnicas de geração de ideias como brainstorming e a produção de sketches, que resultarão na definição do conceito do produto. Está prevista nessa etapa a apresentação das propostas concebidas tanto para especialistas, com o intuito de validar as ideias geradas, quanto para o público-alvo, para confirmar a adequação do projeto mediante as necessidades e os requisitos dos usuários.

Logo após será elaborado o conceito final do produto, a partir do qual novas alternativas serão geradas, desta vez enfocando aspectos formais e estéticos do produto, cujo detalhamento será feito também por meio de sketches, render manual e modelagem em software 3D. A apresentação da solução final será por meio de renders digitais, simulações de uso, e prototipagem; além disso, o projeto conceitual prevê a definição dos materiais e processos para a fabricação do produto, bem como o detalhamento em forma de desenhos técnicos com as principais medidas do objeto.

2.3 CRONOGRAMA

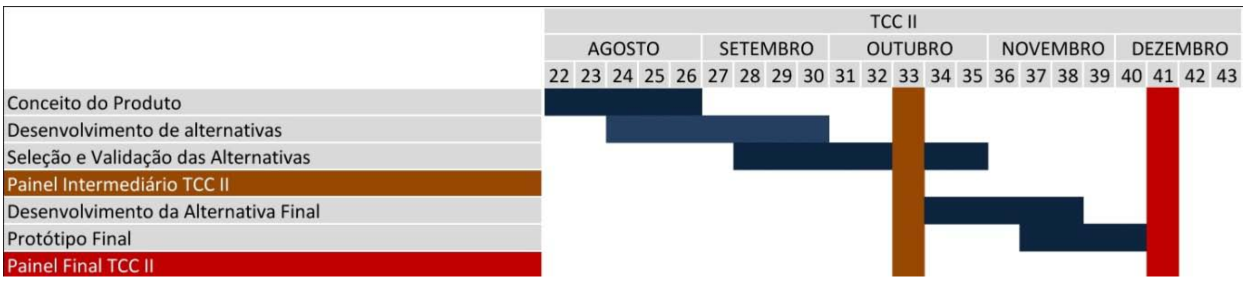
O cronograma a seguir abrange o desenvolvimento completo do projeto, que está subdividido em TCC I e TCC II, Figuras 01 e 02, respectivamente. As datas de entrega de relatório e de apresentação do projeto estão destacadas como pontos importantes que influenciam diretamente o tempo determinado para atividade.

Figura 1 - Cronograma TCC I



Fonte: Autora

Figura 2 – Cronograma TCC II



Fonte: Autora

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 O ENSINO NO BRASIL

Em tese, o ambiente escolar deve se constituir como espaços privilegiados para a construção de conhecimentos. A principal função de uma instituição de ensino é promover o aprendizado, desenvolvendo habilidades e competências intelectuais e sociais em seus alunos (ARAÚJO; LUZIO, 2005). Entretanto, no caso do sistema de ensino brasileiro, estudos e pesquisas apontam o não cumprimento dessa missão, vide os baixos desempenhos obtidos pelos alunos do país em avaliações tanto nacionais quanto internacionais. De acordo com os números, especialistas apontam uma necessidade urgente de mudanças tanto no modelo de gestão da educação, como também nas práticas de ensino e no processo pedagógico escolar brasileiro (ARAÚJO; LUZIO, 2005). Os itens a seguir têm como objetivo explanar a atual situação do sistema de ensino nacional, provendo um panorama geral do contexto em que o presente projeto está inserido.

3.1.1 Diretrizes Curriculares e Pacto Nacional pela Alfabetização

A Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, estabeleceu como prazo o ano de 2009 para a adequação das escolas para a implementação do Ensino Fundamental com duração de 9 anos. Assim, a partir de 2010, entrou em vigor, por meio da Resolução nº7, de 14 de dezembro, a obrigatoriedade da matrícula de crianças no 1º Ano com 6 anos de idade, ou a completar até o dia 31 de março (CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2010). A partir dessa data, o Ensino Fundamental passou a ter a duração de 9 anos acima citada, abrangendo crianças até a idade de 14 anos, sendo dividida nas subetapas mostradas no Quadro 1:

Quadro 1 - Divisão do ensino fundamental

	Etapa do Ensino	Faixa Etária Prevista	Duração Prevista
Ensino Fundamental	Anos Iniciais	6 a 10 anos	5 anos
	Anos Finais	11 a 14 anos	4 anos

Fonte: Adaptado do Conselho Nacional de Educação (2010)

De acordo com o Art. 7 das novas Diretrizes Curriculares Nacionais, os objetivos dessa essa etapa da escolarização preveem:

I - o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;

II - a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, das artes, da tecnologia e dos valores em que se fundamenta a sociedade;

III - a aquisição de conhecimentos e habilidades, e a formação de atitudes e valores como instrumentos para uma visão crítica do mundo;

IV - o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social.

Ainda com base nas Diretrizes publicadas em 2010, o currículo do Ensino Fundamental é constituído de uma base nacional comum e de uma parte diversificada, que fica a critério de cada sistema de ensino ou estabelecimento escolar. O Art. 15 define a seguinte organização dos componentes curriculares obrigatórios em relação às áreas de conhecimento, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Componentes curriculares obrigatórios

Linguagens	Matemática	Ciências da Natureza	Ciências Humanas	Ensino Religioso
Língua Portuguesa Língua Estrangeira Artes Educação Física			História Geografia	

Fonte: Adaptado das Diretrizes Curriculares Nacionais (2010)

Mediante a necessidade percebida de promover um percurso contínuo de aprendizagem, nas Diretrizes fica estabelecida a articulação de todas as etapas da educação, com especial atenção para os períodos de transição entre uma fase e outra. Por isso, conforme o Art. 30, os três anos iniciais do Ensino Fundamental devem assegurar:

I - a alfabetização e o letramento;

II - o desenvolvimento das diversas formas de expressão, incluindo o aprendizado da Língua Portuguesa, a Literatura, a Música e demais artes, a Educação Física, assim como o aprendizado da Matemática, da Ciência, da História e da Geografia;

III - a continuidade da aprendizagem, tendo em conta a complexidade do processo de alfabetização e os prejuízos - comprometimento da qualidade da aprendizagem, baixa autoestima do aluno - que a repetência pode causar no Ensino Fundamental como um todo, e, particularmente, na passagem do primeiro para o segundo ano de escolaridade e deste para o terceiro.

O Parágrafo 1º do referido Artigo ressalta que, mesmo quando o sistema de ensino optar pelo regime seriado, é obrigatório que os três anos iniciais sejam considerados como um bloco pedagógico não passível de interrupção, com o objetivo de aprofundar o aprendizado de conteúdos e práticas básicas necessárias para o prosseguimento dos estudos.

Como explicitado nos fundamentos dessas novas Diretrizes, o objetivo do Ensino Fundamental é “assegurar a cada um e a todos o acesso ao conhecimento e aos elementos da cultura imprescindíveis para o desenvolvimento pessoal e para a vida em sociedade”. O Parágrafo 2º do Art. 30 confere aos professores a tarefa de elaborar formas diferenciadas de trabalho, que proporcionem “maior mobilidade das crianças em sala de aula e as levem a explorar mais diversamente as linguagens artísticas, (...) utilizando materiais que ofereçam oportunidade de raciocinar, de manusear e de explorar as suas características e propriedades”.

Além das Diretrizes Curriculares Nacionais, o Ministério da Educação, por meio da Portaria nº 867, do dia 4 de julho de 2012, instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, deixando estabelecidas as suas ações e diretrizes gerais (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2012). Nele, fica estipulado o compromisso de alfabetizar crianças até, no máximo, os oito anos de idade, ao final do 3º Ano do Ensino Fundamental. Conforme explicitado no Art. 5, as ações do Pacto tem como objetivo:

I - garantir que todos os estudantes dos sistemas públicos de ensino estejam alfabetizados, em Língua Portuguesa e em Matemática, até o final do 3º ano do ensino fundamental;

II - reduzir a distorção idade-série na Educação Básica;

III - melhorar o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB);

IV - contribuir para o aperfeiçoamento da formação dos professores alfabetizadores;

V - construir propostas para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento das crianças nos três primeiros anos do ensino fundamental.

Essas ações compreendem quatro eixos distintos: formação continuada de professores alfabetizadores; fornecimento de materiais didáticos, literatura e tecnologias educacionais; procedimentos de avaliação e gestão, controle e mobilização social.

3.1.2 Dados e estatísticas gerais

O Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – publicou em 2011 um estudo sobre o número de matrículas no ensino brasileiro, abrangendo desde a etapa da Educação Infantil (de matrícula não obrigatória, e que se estende a crianças de até 5 anos de idade) até turmas de Educação Especial e Profissional.

A oferta de matrículas nos anos do Ensino Fundamental vem se mantendo nos últimos anos; em 2011, foram realizadas mais de 30 milhões de ingressos em todo o território nacional. A maioria dessas matrículas ocorre em redes municipais (68,1%), seguidas pelas redes estaduais (17,6%) e escolas privadas (14,3%). É possível observar por meio da Tabela 1 que o número de matrículas realizadas nos anos iniciais do ensino fundamental é maior do que o número feito nos anos finais da mesma etapa, o que revela um dos grandes problemas do ensino brasileiro: a evasão do ambiente escolar (INEP, 2011).

Tabela 1 - Matrículas no ensino fundamental

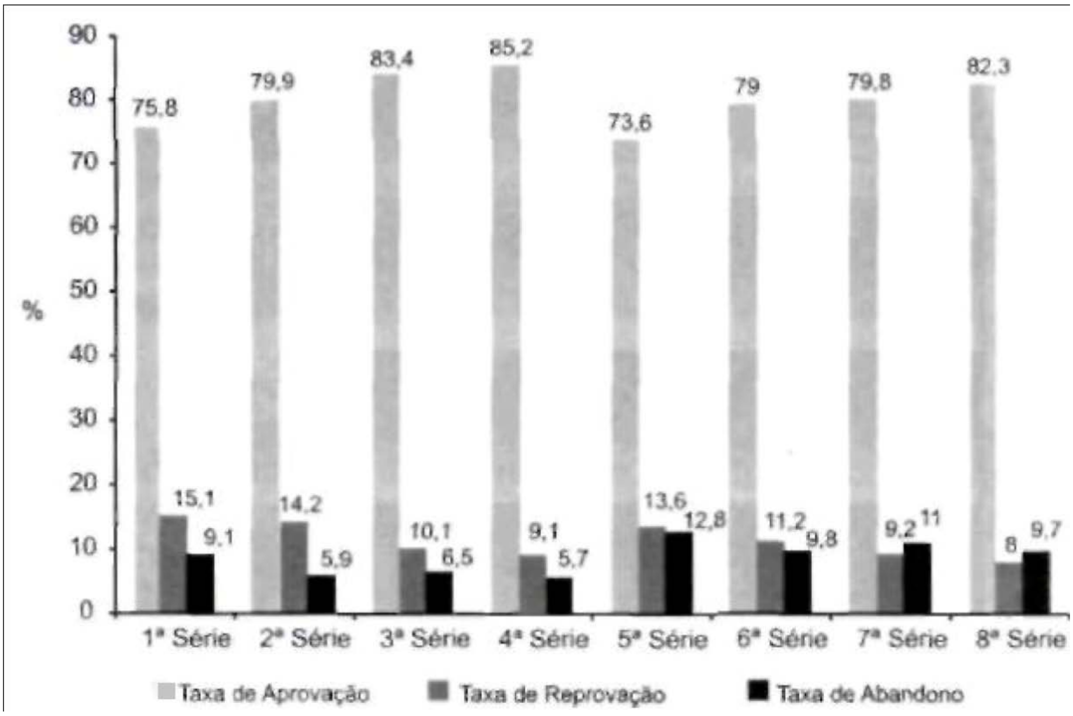
Ano	Matrículas no Ensino Fundamental		
	Total	Anos Iniciais	Anos Finais
2007	32.122.273	17.782.368	14.339.905
2008	32.086.700	17.620.439	14.466.261
2009	31.705.528	17.295.618	14.409.910
2010	31.005.341	16.755.708	14.249.633
2011	30.358.640	16.360.770	13.997.870
Δ% 2010/2011	-2,1	-2,4	-1,8

Fonte: Inep, Censo da Educação Básica (2011)

O quadro educacional nacional vem apresentando melhoras ao longo dos anos, mas isso não significa que a situação atual não seja preocupante; apesar da queda nas taxas de analfabetismo, por exemplo, existem, atualmente, dados do IBGE de 2011 apontam cerca de 8,6% da população com 15 anos de idade ou mais como sendo analfabetos, o que equivale a aproximadamente 13 milhões de pessoas (IBGE, 2012).

Outros indicadores ajudam a comprovar a baixa eficiência do sistema educacional do Brasil, como, por exemplo, as taxas de rendimento, aprovação e abandono. Estudos realizados no início da década de 1990 afirmaram que metade dos alunos matriculados nas escolas brasileiras repetia a primeira série a cada ano. As taxas de reprovação atuais confirmam essas conclusões feitas a 20 anos atrás, revelando a falta de melhorias significativas no sistema de ensino. Embora o abandono da sala de aula até o final dos anos iniciais do ensino fundamental seja menor do que as taxas de reprovação, um dado alarmante mostra que, dentre esses anos, o 1º ano do ensino é o que possui o maior número de alunos deixando espontaneamente a escola, cerca de 9,1% do total, como pode ser observado na Figura 3 a seguir. Esse fenômeno está diretamente relacionado com a qualidade de ensino e a sua não atratividade, e a fatores extraescolares, como pobreza e trabalho precoce (ARAÚJO; LUZIO, 2005).

Figura 3 - Taxa de aprovação, reprovação e abandono do Ensino Fundamental.



Fonte: Araújo e Luzio (2005)

As taxas apresentadas no gráfico acima influenciam diretamente no tempo médio esperado para a conclusão do ensino: nos últimos anos, o estudante levava em torno de 10 anos para concluir as etapas escolares, dois anos a mais do que o tempo previsto. Estima-se que em 2001, de cada 100 alunos ingressos na primeira série do ensino fundamental, 1/3 concluiu a escola com distorções entre sua idade e série. Essas distorções influenciam a qualidade da aprendizagem, enfraquecendo a autoestima dos estudantes e piorando o seu desempenho.

A necessidade de investimentos na educação de crianças e jovens é evidente. De acordo com uma avaliação realizada pela Unesco, é recomendável que cada país invista 6% de seu Produto Interno Bruto (PIB) no âmbito da educação. No caso do Brasil, o valor que de fato é direcionado para o ensino fica em torno dos 4% do PIB, sendo que apenas 1,2% se destinam à educação fundamental. A maior parte dos recursos acaba sendo aplicada no ensino superior, ao qual nem todos possuem acesso (ARAÚJO; LUZIO, 2005). A estimativa é de essa má distribuição do ativo educação seja responsável por aproximadamente 40% das desigualdades no Brasil, o que mais uma vez comprova a importância que os anos iniciais, bem como todo o ensino básico escolar possuem para o país (ARAÚJO; LUZIO, 2005)

Como uma das iniciativas para melhorar a qualidade do ensino nacional, o Ministério da Educação elaborou em 2007 o Termo de Adesão ao Compromisso Todos pela Educação, eixo do Plano de Desenvolvimento da Educação, documento com 28 metas que pode ser aderido por qualquer Município, Estado ou pelo Distrito Federal. Para a verificação do cumprimento das metas estipuladas, o governo utiliza-se do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) um indicador de qualidade educacional que combina as informações de desempenho em exames padronizados – como o Saeb/Prova Brasil, que será detalhado no item 4.1.3 – com informações sobre o rendimento escolar (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2007).

Os valores do Ideb vão de 1 a 10. A Tabela 2 mostra o resultado obtido pelo Brasil como um todo nos anos de 2007, 2009 e 2011. A meta estipulada é que o país alcance a média de 6,0 pontos em 2021, valor médio alcançado por países desenvolvidos no que tange a qualidade educacional, proficiência e rendimento escolar.

Tabela 2 - Ideb anos iniciais e finais do ensino fundamental

	2007	2009	2011
Anos Iniciais E. Fundamental	4.2	4.6	5.0
Anos Finais E. Fundamental	3.8	4.0	4.1

Fonte: Adaptado de ideb.inep.gov.br/resultado

3.1.3 Dados e estatísticas específicas

Como citado anteriormente no item 1.1 do trabalho, o PISA é uma avaliação internacional de alunos que tem como objetivo revelar as habilidades adquiridas ao longo dos anos escolares nas áreas de redação, matemática e ciências. O foco do programa é identificar o nível de capacidade que os jovens estudantes possuem de usar o seu conhecimento e habilidades na solução de problemas do seu dia a dia.

O PISA define como *alfabetização matemática* a capacidade do indivíduo de formular, empregar, e interpretar a matemáticas nos mais variados contextos, o que inclui saber raciocinar matematicamente e usar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. A *alfabetização matemática* é também demonstrada por meio das habilidades dos estudantes de analisar, raciocinar e comunicar eficazmente como eles interpretam e resolvem problemas matemáticos que envolvem quantidade, espaço, probabilidade e outros conceitos matemáticos (OECD, 2010).

A escala de proficiência em matemática do PISA possui seis níveis, que estão detalhados no Anexo A. A Figura 4 mostra o desempenho médio do Brasil no exame de 2009, que, como citado anteriormente, foi de 386 pontos, o que colocou o país no grupo das nações cujo escore está, significativamente, abaixo da média de 496 pontos da OECD. A Figura 5 mostra o percentual de estudantes em cada um dos níveis de proficiência definidos pelo programa.

Figura 4 - Pontuação média do Brasil em matemática no PISA 2009

Statistically significantly **above** the OECD average
Not statistically significantly different from the OECD average
Statistically significantly **below** the OECD average

Mean	Comparison country	Countries whose mean score is NOT statistically significantly different from that of the comparison country
386	Brazil	Argentina, Jordan, Colombia, Albania

Fonte: OECD (2010)

Figura 5 - Porcentagem de alunos nos níveis de proficiência no PISA 2009

	Proficiency levels													
	Below Level 1 (below 357.77 score points)		Level 1 (from 357.77 to less than 420.07 score points)		Level 2 (from 420.07 to less than 482.38 score points)		Level 3 (from 482.38 to less than 544.68 score points)		Level 4 (from 544.68 to less than 606.99 score points)		Level 5 (from 606.99 to less than 669.30 score points)		Level 6 (above 669.30 score points)	
	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
OECD total	9.3	(0.2)	15.5	(0.3)	22.7	(0.3)	23.5	(0.2)	17.3	(0.3)	8.9	(0.2)	2.8	(0.2)
OECD average	8.0	(0.1)	14.0	(0.1)	22.0	(0.2)	24.3	(0.2)	18.9	(0.2)	9.6	(0.1)	3.1	(0.1)
Brazil	38.1	(1.3)	31.0	(0.9)	19.0	(0.7)	8.1	(0.6)	3.0	(0.3)	0.7	(0.2)	0.1	(0.1)

Fonte: OECD (2010)

Em avaliações nacionais, o desempenho dos estudantes também vem se mostrando inadequado. Como mencionado rapidamente no item 1.1, o Inep elaborou, em 1990 o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, também conhecido como Saeb, instrumento que vem sendo aplicado a cada dois anos, com o objetivo de avaliar a qualidade do desenvolvimento de habilidades e competências dos estudantes do país. O Saeb é uma das primeiras ações brasileiras para conhecer os resultados de aprendizagem dos alunos, sendo hoje o mais amplo sistema de avaliação externa nacional e um dos mais sofisticados da América Latina (ARAÚJO; LUZIO, 2005).

O método do Saeb consiste na aplicação de testes padronizados em duas áreas, Língua Portuguesa e Matemática, além de questionários socioeconômicos. Os alunos que fazem parte do escopo avaliado são os estudantes das etapas transitórias e/ou concluintes do ensino, a saber: 5º e 9º anos do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio, sendo que as escolas dividem-se em dois grupos, as avaliadas censitariamente e as avaliadas amostralmente. Os resultados da prova devem ser interpretados mediante a consulta à Escala de Proficiência do Saeb – Tabela 3 – onde é possível observar as habilidades agregadas pelos estudantes com base na pontuação obtida em cada uma das etapas avaliadas. A descrição dos níveis da Escala de Proficiência pode ser consultada no Anexo B (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2011).

Tabela 3 - Escala Saeb de Proficiência em Matemática

Escala de Matemática	
Nível 0	125 ou Menos
Nível 1	125 a 150
Nível 2	150 a 175
Nível 3	175 a 200
Nível 4	200 a 225
Nível 5	225 a 250
Nível 6	250 a 275
Nível 7	275 a 300
Nível 8	300 a 325
Nível 9	325 a 350
Nível 10	350 a 375
Nível 11	375 a 400
Nível 12	maior que 400

Fonte: Ministério da Educação (2011)

Os resultados do Saeb de 2011 mostraram que média de pontuação a dos alunos do 5º ano do ensino fundamental no Brasil ficou em torno de 209 pontos, o que equivale ao Nível 4, de um total de 12 níveis, da Escala de Proficiência. A Tabela 4 apresenta esse valor, bem como a pontuação de cada uma das regiões do país, onde se pode constatar as diferenças de desempenho entre elas.

Tabela 4 - Média das proficiências de Matemática dos alunos de 4ª Série / 5º Ano do Ensino Fundamental

UF	TOTAL	Dependência Administrativa				
		FEDERAL	ESTADUAL	MUNICIPAL	PRIVADA	PUBLICA
BRASIL	209,63	257,73	209,81	202,69	242,81	204,58
NORTE	191,53	.	193,16	186,56	228,08	188,73
NORDESTE	190,83	.	187	184,05	227,41	184,41
SUDESTE	223,01	.	217,41	217,98	252,62	217,85
SUL	221,12	.	217,17	218,43	257,42	218,09
CENTRO-OESTE	215,93	.	214,7	207,7	247,17	210,66

Fonte: Ministério da Educação (2011)

Dados do Saeb de 2003 mostram que metade dos alunos avaliados no 5º anos se concentrava nos estágios crítico e muito crítico de proficiência. Em matemática, isso significa que esses alunos não conseguem solucionar problemas simples que envolvam soma ou subtração dos números naturais (ARAÚJO; LUZIO, 2005). Quase dez anos depois, o Saeb de 2011 aponta que esse quadro não sofreu grandes modificações, e que a maioria dos estudantes continua com grandes defasagens no aprendizado da matemática. As Tabelas 5 e 6 mostram o percentual de alunos em cada um dos níveis, para Brasil e suas regiões, no 5º e 9º anos do ensino fundamental, respectivamente.

Tabela 5 - Proficiência em Matemática - 4ª Série / 5º Ano do E.F.

UF	Nível de Proficiência									
	Nível 0	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9
BRASIL	2,24	8,11	16,29	19,31	17,80	15,03	10,67	6,16	2,69	1,70
NORTE	2,81	11,91	23,97	24,48	16,92	10,21	5,60	2,61	0,92	0,57
NORDESTE	3,98	13,30	22,97	22,42	16,29	10,71	5,99	2,72	1,02	0,61
SUDESTE	1,37	5,06	11,50	16,29	18,09	17,91	14,17	8,89	4,07	2,65
SUL	1,08	4,51	11,56	17,67	19,86	18,38	13,38	8,00	3,46	2,10
CENTRO-OESTE	1,19	5,11	13,58	19,44	20,16	17,40	12,23	6,50	2,70	1,68

Fonte: Ministério da Educação (2011)

Tabela 6 - Proficiência em Matemática - 8ª Série / 9º Ano do E.F.

UF	Nível de Proficiência											
	Nível 0	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9	Nível 10	Nível 11
BRASIL	0,19	1,61	4,96	9,81	15,18	18,72	18,06	14,53	9,09	4,86	2,27	0,72
NORTE	0,13	1,73	6,26	13,40	19,85	21,31	16,90	11,39	5,46	2,33	0,96	0,28
NORDESTE	0,30	2,48	7,61	14,03	19,16	19,76	15,65	10,49	5,86	2,96	1,26	0,42
SUDESTE	0,18	1,33	3,93	7,74	12,75	17,37	18,62	16,36	10,96	6,45	3,27	1,05
SUL	0,08	0,85	2,55	6,38	12,33	19,09	20,97	17,96	11,67	5,31	2,20	0,61
CENTRO-OESTE	0,16	1,25	4,14	8,60	14,48	18,95	19,52	15,99	9,51	4,78	1,93	0,70

Fonte: Ministério da Educação (2011)

Percebe-se, por meio da análise dos dados acima, que além da situação do ensino brasileiro não ter se modificado ao longo dos anos, existe uma continuidade das defasagens ao longo das etapas escolares, visto que os alunos que concluem o ensino fundamental o fazem com grandes lacunas de aprendizagem. Aqueles que se encontram nos níveis mais baixos de proficiência são fortes candidatos à reprovação e à evasão escolar. E para aqueles que conseguem concluir os oito anos de escolaridade, a aprendizagem adquirida pouco irá representar em termos de oportunidades sociais (ARAÚJO; LUZIO, 2005).

3.2 TEORIAS DE APRENDIZAGEM

Existem diversos teóricos e estudiosos cujos trabalhos foram destinados à formulação de teorias sobre os processos de aprendizagem dos indivíduos. O termo aprendizagem não é um conceito estanque, e possui significados variados, podendo se relacionar à aquisição de informação, à mudança de comportamento, à construção de novos significados, entre outros. Nos tópicos a seguir serão apresentadas as principais filosofias de aprendizagem e seus respectivos teóricos, bem como os estudos mais atuais acerca do assunto (MOREIRA, 1999).

3.2.1 Behaviorismo

O Behaviorismo – que também é conhecido como Comportamentalismo – é a filosofia onde os comportamentos observáveis e mensuráveis do sujeito são o foco de análise. Suas principais ideias têm como mote o comportamento do ser humano sendo controlado pelas consequências de seus atos, ou seja, as respostas que o indivíduo fornece mediante estímulos externos. Se as consequências de determinado comportamento forem boas, haverá a tendência de aumento na frequência da conduta que gerou essa resposta; caso a consequência seja ruim, o que se perceberá é a tendência a não repetição dessa conduta. O enfoque behaviorista foi muito empregado em atividades didáticas nas décadas de 1960 e 1970, quando se fazia uso de estímulos e, sobretudo, de reforços positivos para aumentar a ocorrência de determinados comportamentos nos alunos (VASCONCELOS; PRAIA; ALMEIDA, 2003).

Conforme Moreira (1999), Skinner é um dos representantes do behaviorismo. Como dito anteriormente, seu foco está no comportamento que é observável no indivíduo, e não no que acontece na mente humana durante o processo de aprendizagem. Ele trabalha com conceitos de *inputs* - os estímulos - e *outputs* – os comportamentos (ou respostas) observados, que podem ser de dois tipos: *operantes* e *respondentes*. O comportamento respondente são as ações involuntárias, ou seja, tudo aquilo que pode ser encarado como um reflexo do organismo do ser humano (a contração da pupila na presença de luz, o arrepio dos pelos na presença do ar). Já o comportamento operante engloba a maioria das ações humanas, e se caracteriza por tudo aquilo que fazemos e que acarreta um efeito sobre o mundo exterior.

De acordo com a teoria de Skinner, o comportamento operante pode ser amplificado ou minimizado perante o que o teórico chamou de *reforçadores*, eventos ou objetos que exercem a função de recompensas ou punições. Para ele, o ensino se dá quando o que precisa ser ensinado pode ser estimulado por um *reforçador positivo*, e o papel do professor no processo instrucional é o de arranjar esses reforçadores e aplicá-los no momento apropriado, de modo a aumentar a probabilidade de o aprendiz exercer o comportamento terminal novamente (LA ROSA, 2003).

3.2.2 Cognitivismo

A filosofia do Cognitivismo procura dar especial atenção para como o ser humano conhece o mundo: o foco em questão agora é a mente e os processos mentais que ocorrem no momento da aprendizagem, e não mais a resposta do indivíduo perante estímulos. Muito apregoado nos anos 1990, o cognitivismo se ocupa da atribuição de significados, da compreensão, transformação, armazenamento e uso das informações envolvidas na cognição. Para os adeptos dessa filosofia, o ser humano não apenas responde a estímulos do mundo que o cerca; ele é um agente da construção que resulta no desenvolvimento de sua própria estrutura cognitiva (MOREIRA, 1999).

Moreira (1999), em conformidade com La Taille, Oliveira e Dantas (1992), destacam Jean Piaget como o pioneiro do enfoque cognitivista sobre os processos de aprendizagem, tendo dividido o desenvolvimento mental do indivíduo em quatro etapas:

Período Sensório-motor: até os 2 anos de idade; fase em que os comportamentos da criança são do tipo reflexo. Ela não diferencia o seu eu do meio que a rodeia, tendo como referência única o próprio corpo; é apenas no fim desse período que a criança passa a perceber o corpo como um objeto entre os demais.

Pré-operacional: dos 2 aos 6-7 anos de idade; fase em que se inicia o uso da linguagem, dos símbolos e de imagens mentais; o pensamento da criança ainda não é reversível e sua atenção se volta apenas para os aspectos mais atraentes dos acontecimentos, não conseguindo fazer associações entre duas informações, o que a leva facilmente a cair em contradição; não possui a compreensão de conceitos como transitividade (ex: A<C, se A<B e B<C) nem de conservação do todo.

Operacional Concreto: dos 7-8 aos 11-12 anos de idade; etapa na qual a criança começa a abandonar o egocentrismo (ela como o centro da realidade) e a entrar em um mundo de várias perspectivas; seu pensamento agora possui características de uma lógica de operações reversíveis, conseguindo pensar no todo e nas partes simultaneamente; ainda depende bastante de operações concretas e objetos reais, não sendo capaz de operar com hipóteses.

Operações Formais: 11-12 anos até a vida adulta; última etapa do desenvolvimento cognitivo, o indivíduo agora possui a habilidade de raciocinar com hipóteses verbais e não apenas com objetos concretos, fazendo uso de raciocínios hipotético-dedutivos.

Palangana (2001) afirma que a passagem de uma etapa do desenvolvimento para a outra não se dá de forma abrupta, e não são estanques no que tange às idades estipuladas. Piaget construiu a teoria de que o crescimento cognitivo se dá pela sucessão de dois processos: *assimilação* e *acomodação.* A assimilação nada mais é do que esquemas construídos mentalmente para incorporar a realidade que nos é apresentada; quando esses esquemas não são assimilados, a mente humana se depara com uma barreira, e precisa então se modificar, ou seja, se acomodar. Conforme o autor é por meio da acomodação que se dá o desenvolvimento cognitivo de um indivíduo para Piaget: se o meio não apresenta problemas ou dificuldades, a atividade mental se reduz apenas a assimilação, quando na verdade, o ideal é que ela se reestruture e consequentemente se desenvolva.

Portanto, ensinar nada mais é do que provocar o desequilíbrio na mente da criança para que ela, na busca por um novo reequilíbrio, consiga se reestruturar cognitivamente e aprender. Esse desequilíbrio deve, no entanto, ser compatível com o nível de desenvolvimento mental da criança, e não levar isso em conta acarreta dificuldades e erros no processo de aprendizagem. Se a assimilação de um novo tópico pressupõe um grande desequilíbrio, então o professor deve, por meio de passos intermediários, introduzir essas novas ideias, e, sempre que possível, dar ao aluno a oportunidade de agir (MOREIRA, 1999).

3.2.3 Humanismo

De acordo com La Rosa (2003) a visão humanista da aprendizagem enxerga o aprendiz como um conjunto que engloba sentimentos, pensamentos e ações, e não apenas o intelecto. Nela, a aprendizagem influi diretamente nas escolhas e na atitude do indivíduo, e não há sentido de se falar em comportamento ou cognição sem considerar o domínio afetivo. Essa filosofia originou o chamado “ensino centrado no aluno”, bastante conhecido nos anos 1970, em que cada criança tinha a liberdade de escolher o que gostaria de estudar. Atualmente esse modelo escolar não é muito comum, mas o termo em questão ainda se faz presente em vários discursos pedagógicos (MOREIRA, 1999)

De acordo com Moreira (2003) Joseph D. Novak é, um dos representantes dessa filosofia. Ele parte da ideia de que a educação é um conjunto de experiências que contribuem para o engrandecimento do individuo para lidar com a vida diária. Em sua proposta, afirma que os indivíduos pensam, sentem e atuam, e que existem cinco elementos sempre presentes em qualquer evento educativo: aprendiz, professor, conhecimento, contexto e avaliação. O processo de aquisição do conhecimento passa obrigatoriamente pela interação em um determinado contexto, e se constitui de ações cujo objetivo é a troca de significados e sentimentos entre aprendiz e professor.

Novak se utilizou do conceito de *aprendizagem significativa*, elaborado, por David Ausubel, em suas teorias sobre o aprendizado. A ideia central desse conceito é a de que o aprendiz precisa apresentar uma predisposição para aprender, que está intimamente relacionada com a experiência afetiva que o aluno tem no evento educativo. Quando o indivíduo adquire ganhos em compreensão, é porque sua interação afetiva com professor, colegas, e tudo aquilo que caracteriza o evento de aprendizagem, foi positiva. Em contrapartida, se o que for percebido tiver um aspecto negativo, o aprendiz se sentirá inadequado e incapaz de aprender as novas experiências ou os novos conceitos que lhe são apresentados (TAVARES, 2010).

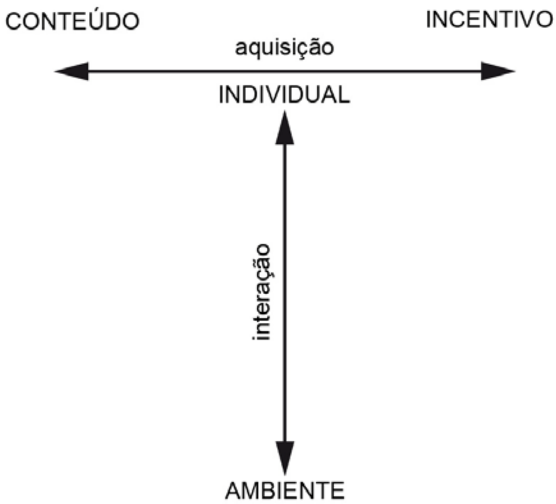
3.2.4 Teorias Contemporâneas

A maioria dos estudos atuais acerca do aprendizado se assemelha quando afirma que a aprendizagem é um conceito que engloba processos extensos, e que sua importância é indiscutível para diversos campos. Atualmente, fica claro para alguns estudiosos que a aprendizagem implica a integração de dois processos distintos, que precisam estar ativamente presentes para que a aprendizagem de fato ocorra. Esses processos são a interação externa entre o aprendiz e o meio – social cultural ou material - e os acontecimentos psicológicos internos de elaboração e aquisição dos conhecimentos. Teorias que abrangem apenas um desses aspectos -

como feito pelo behaviorismo e pelo cognitivismo – acabam por não cobrir todos os campos de aprendizagem (ILLERIS, 2009).

Knud Illeris, professor na Danish University of Education é um dos estudiosos cujas ideias se enquadram na descrição acima. Em seu modelo dos processos envolvidos na aprendizagem, que pode ser visto na Figura 6, os dois processos mencionados acima – interação e aquisição - são representados pelas setas duplas vertical e horizontal, respectivamente. O processo de interação externa se encontra posicionado entre o ambiente e o indivíduo, enquanto que o processo interno de aquisição se encontra entre as funções de gerenciar o conteúdo a ser aprendido e o incentivo de demandar a energia necessária para realizar a tarefa.

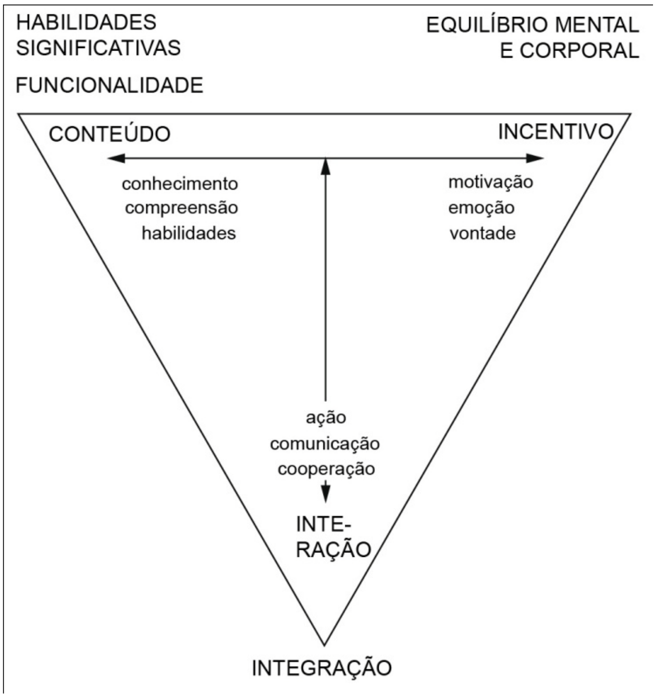
Figura 6 - Modelo dos processos de aprendizagem



Fonte: Traduzido de Knud Illeris (2009)

A disposição dos elementos acima forma, então, um triângulo que representa as três esferas ou as três dimensões do aprendizado: *conteúdo, incentivo* e *interação* – Figura 7. A dimensão do conteúdo trata sobre o assunto que está sendo aprendido, ou seja, dos conhecimentos, habilidades, opiniões, valores, comportamentos e métodos adquiridos. A dimensão do incentivo é responsável por promover e direcionar a energia mental necessária para que o processo de aprendizagem ocorra, e nela estão envolvidos alguns elementos como sentimentos, emoções, motivação e vontade. A terceira e última dimensão, de interação, é responsável pelo impulso que inicia de fato o processo de aprendizagem, e que auxilia na construção do lado social no aprendiz. Entretanto, essa construção ocorre necessariamente por meio das outras duas dimensões iniciais (ILLERIS, 2009).

Figura 7 - Dimensões do aprendizado



Fonte: Traduzido de Knud Illeris, 2009

Illeris (2009) também define, além das três esferas do aprendizado, quatro tipos de aprendizagem, elaborados a partir do conceito inicialmente formulado por Piaget, e que são ativados em contextos distintos e implicam resultados diversos: *aprendizagem mecânica* ou *cumulativa*, *aprendizagem assimilativa*, *aprendizagem acomodativa* ou *transcendental* e *aprendizagem significativa* ou *transformativa*.

A aprendizagem cumulativa é uma formação isolada, ou seja, um novo esquema ou padrão que é estabelecido pelo indivíduo. Esse tipo de processo é mais comum nos anos iniciais do desenvolvimento humano, podendo ocorrer também, em ocasiões especiais, com adultos que precisam aprender algo completamente novo e fora do seu contexto. Essa aprendizagem se assemelha ao condicionamento da filosofia behaviorista, pois o conteúdo aprendido é resgatado apenas em situações mentalmente similares ao contexto de aprendizagem mental, ou seja, mediante estímulos reconhecíveis (ILLERIS, 2009).

A aprendizagem assimilativa é o tipo mais comum de aprendizagem, e ocorre quando o indivíduo adiciona novos elementos a esquemas e padrões já estabelecidos anteriormente. Por isso, é relativamente fácil recordar e aplicar os conceitos adquiridos em situações específicas e contextos parecidos ao momento da aquisição do conhecimento.

Ainda de conforme Illeris (2009), o terceiro tipo de aprendizagem, chamada aprendizagem por acomodação ou transcendental, ocorre quando é necessário haver a quebra de esquemas e padrões para que uma nova situação seja absorvida pelo aprendiz. Geralmente está relacionada a assuntos ou questões que, apesar de não despertarem uma relação imediata com o indivíduo, se mostram importantes ou interessantes de serem aprendidas. Esse tipo de aprendizagem demanda uma quantidade enorme de energia mental, mas seu resultado é positivo, visto que o que é aprendido pode ser recordado e aplicado em diversos contextos.

O último tipo de aprendizagem – significativa ou transformativa – é aquela que implica mudanças na personalidade e na identidade do indivíduo. Ela se caracteriza pela reestruturação de esquemas e padrões nas três dimensões de aprendizado, e costuma ocorrer devido a situações de crise ou desafio pessoal, onde é necessária a transformação individual para que a pessoa consiga avançar. A aprendizagem transformativa é profunda e extensa, demanda enorme quantidade de energia mental, mas quando alcançada, traz sensações de alívio e relaxamento ao aprendiz.

As aprendizagens por assimilação e acomodação são tidas como as aprendizagens do dia a dia, que ocorrem com maior frequência durante a vida do individuo. Em termos de projetos educacionais e materiais didáticos, é interessante que a construção desses seja uma combinação desses tipos de aprendizagem, e que incluam, quando necessário, também a aprendizagem transformativa (ILLERIS, 2009).

3.3 O ENSINO DA MATEMÁTICA

3.3.1 Conceitos ensinados em cada ano escolar

O aprendizado da matemática no ensino fundamental ocorre em três frentes que possuem relações entre si. A primeira delas abrange os *números* e as *operações*, campos que são comumente conhecidos como aritmética e álgebra; a segunda engloba as questões referentes aos *espaços físicos* e às *formas geométricas*; por fim, a terceira frente se caracteriza pelo ensino de *grandezas e medidas* (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 1997).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, documento elaborado pelo Ministério da Educação, se constituem de um instrumento de apoio na elaboração dos currículos escolares da disciplina de matemática nas escolas brasileiras. Neles, estão descritos objetivos gerais do ensino fundamental, bem com objetivos específicos dos conteúdos de matemática para cada ano escolar.

Segue, portanto, os Quadros 3 e 4, com a divisão de conteúdos matemáticos sugeridos pelo MEC nos quatro primeiros anos escolares. Essa divisão, divulgada pelo Ministério da Educação em seu website oficial, tem como base a divisão antiga do ensino fundamental, anterior a descrita no item 3.1.1 – em dois ciclos, 1º/2º série e 3º/4º série. Entretanto, isso não acarreta mudanças significativas nos conteúdos que devem ser englobados nos anos iniciais da aprendizagem escolar; o que pode variar é apenas a ordem curricular estabelecida por cada instituição de ensino (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 1997).

Quadro 3 - Conteúdos de Matemática para Primeiro Ciclo

Primeiro Ciclo - 1º e 2º séries
Números e Operações
Reconhecimento de números no contexto diário
Formulação de hipótese sobre a grandeza numérica
Leitura, escrita, comparação e ordenação de números familiares
Identificação de regularidades na série numérica
Leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela comparação das características do sistema de numeração decimal
Decomposição das escritas numéricas (realização de cálculo mental exato ou aproximado)
Quantificação de elementos
Comparação e ordenamento de coleções
Contagem em escala crescente e decrescente
Noções de "maior que", "menor que", "mais 1", "dobro", "metade"
Cálculo de adição e subtração por meio de estratégia pessoal e técnicas convencionais
Utilização de sistemas convencionais
Cálculo de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais
Espaço e Forma
Localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço
Dimensionamento de espaços (tamanho e forma)
Observação de formas geométricas e de suas características
Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos
Construção e representação de formas geométricas
Grandezas e Medidas
Comparação de grandezas de mesma natureza, por meio de estratégia pessoal e uso de instrumentos de medida conhecidos
Identificação e relação de unidades de tempo e utilização de calendários
Reconhecimento de cédulas e moedas nacionais e de suas possíveis trocas
Leitura de horas, comparando relógios digitais e de ponteiros

Fonte: Ministério da Educação (1997)

Quadro 4 - Conteúdos de Matemática para Segundo Ciclo

Segundo Ciclo - 3º e 4º séries
Números e Operações
Números naturais e números racionais no contexto diário
Compreensão e utilização de regras do sistema de numeração decimal
Comparação e ordenação de números racioanais na forma decimal
Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal
Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso comum
Reconhecimento de que os números racionais admitem representações fracionárias
Identificação e produção de frações equivalente
Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária
Relação entre representações fracionárias e decimal de um mesmo número racional
Análise, interpretação e resolução de situações-problema com números naturais e racionais
Cálculo de adição e subtraçaõ de números racionais na forma decimal
Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário
Cálculo simples de porcentagens
Espaço e Forma
Utilização de malhas ou redes para representaçaõ de posições
Identificação de elementos como faces, vértices e arestas
Composição e decomposição de figuras tridimensionais
Identificação da simetria em figuras tridimensionais
Planificação de algumas figuras tridimensionais
Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos
Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas
Grandezas e Medidas
Comparação de grandezas de mesma natureza
Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento, massa, etc
Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida
Reconhecimento dos sistemas de medida que são decimais e conversões usuais
Realização de conversões simples de medidas de tempo
Utilização de procedimentos e instrumentos de medida
Utilização do sistema monetário brasileiro em situações-problema
Cálculo de perímetro e área de figuras em malhas quadriculadas sem uso de fórmulas

Fonte: Ministério da Eduação (1997)

3.3.2 Bases do aprendizado de matemática

Na contextualização desse trabalho, citou-se brevemente o conceito de *numeralização* e o seu significado para a vida dos indivíduos. Cockcroft (1982 *apud* NUNES; BRYANT, 1997) diz que para uma pessoa ser considerada numeralizada, ela deve possuir dois atributos: o primeiro deles é a familiaridade com os números e a habilidade de utilizar conhecimentos matemáticos; o segundo se refere à capacidade de compreender informações que são apresentadas em termos matemáticos, e que se mostram presentes na vida cotidiana. Em suma, pessoas numeralizadas devem ser capazes de apreciar algumas das formas pelas quais a matemática pode ser utilizada como um meio de comunicação.

Para que se consiga formar indivíduos numeralizados, é imprescindível não só considerar como as crianças aprendem os conteúdos matemáticos, mas também como se desenvolve o raciocínio matemático de maneira progressiva. Nunes e Bryant (1997) se baseiam nos estudos feitos por Piaget e pelo psicólogo francês Gerard Vergnaud para definir os três aspectos abaixo envolvidos na formação de indivíduos numeralizados.

3.3.2.1 Lógica

O primeiro deles se refere à capacidade das crianças de usarem a lógica. Utilizar o raciocínio lógico implica que as crianças entendam as diversas regras e princípios que permeiam os conteúdos matemáticos antes de aprender esses conteúdos de fato. Estudos apontam a existência de três princípios lógicos que devem ser compreendidos pelas crianças para que a posterior aprendizagem formal de matemática aconteça. Esses princípios são também chamados de *invariáveis*, pois se referem a relações que são introduzidas no universo da matemática por convenções, mas que devem ser sempre mantidas constantes (NUNES; BRYANT, 1997).

Princípio da Conservação: o número de itens em um conjunto de objetos só pode ser modificado por adição ou subtração; qualquer outra mudança (cor, tamanho, mudança do arranjo físico) será irrelevante na quantidade total de itens do conjunto. Esse princípio é muito importante para que a criança desenvolva a noção de *número* *cardinal*. Cardinalidade se refere ao número real de um conjunto de objetos: se a criança possui a noção de número cardinal, ela saberá que, ao contar os elementos 1, 2, 3, 4 e 5 de um conjunto, o número 5 corresponde ao total de objetos presentes nesse conjunto, independente da forma, cor, ou arranjo físico de seus elementos (NUNES; BRYANT, 1997).

Princípio da Transitividade: todas as quantidades podem ser arranjadas em uma determinada ordem, de menor a maior. Esse princípio implica a criança saber que se A>B e B>C então obrigatoriamente A>C. Além disso, a noção de *número ordinal* está intimamente relacionada com esse aspecto, e se refere não só à ordem estabelecida pelo sistema de numeração - onde o 1 é seguido do 2, o 2 é seguido do 3 e assim por diante - mas também às relações existentes entre esses números (NUNES; BRYANT, 1997).

Princípio da Composição Aditiva do Número: qualquer número “n” pode ser decomposto em dois outros números que vem antes dele na lista dos números ordinais (sistema numérico), e esses dois números somados originam novamente o número inicial “n”. Esse princípio se relaciona diretamente com as operações básicas de adição e subtração, pois é necessário que a criança compreenda que os conjuntos, e consequentemente os números com os quais ela trabalha podem também ser representados por parcelas menores, como por exemplo, 7 sendo decomposto em 2+5, 3+4 ou 1+6 (NUNES; BRYANT, 1997).

Além dos princípios descritos acima, existem dois tipos de relações importantes na construção da estrutura lógica do indivíduo. Piaget as nomeou de relações *simétricas* e *assimétricas* (RANGEL, 1992). As relações simétricas são responsáveis por originar a estrutura lógica de *classificação,* processo que costuma se consolidar quando a criança possui em torno de 7 ou 8 anos de idade. Essas relações são utilizadas quando o indivíduo interliga objetos entre si em função de suas semelhanças, aproximando determinados itens ao mesmo tempo em que separa outros por serem diferentes.

Já as relações de assimetria se referem à estrutura lógica de *seriação* dos elementos, e ocorrem quando se ordena uma determinada quantidade de objetos, de forma crescente ou decrescente. Essas relações são assim denominadas porque a aproximação de itens acontece justamente por suas diferenças, seja de tamanho, de quantidade, ou outra característica que implique certo ordenamento. Enquanto as relações simétricas são recíprocas – se A=B, B=A – as assimétricas não o são (RANGEL, 1992).

3.3.2.2 Sistemas Convencionais

O segundo aspecto necessário para que as crianças trilhem o caminho da numeralização é a necessidade de aprender os sistemas convencionais. Esses sistemas foram projetados há milhares de anos atrás, variam de cultura para cultura, e sua importância recai sobre o fato de representarem uma linguagem única, uma ferramenta com a qual é possível falar e pensar sobre matemática com outras pessoas. Dentro dos sistemas convencionais mais conhecidos, podemos apontar o sistema numérico e o sistema de grandezas e medidas (NUNES; BRYANT, 1997).

Cada sistema possui a sua própria ordem, sua própria organização, que influencia diretamente na maneira como a matemática deve ser analisada e estudada. A principal característica do sistema de numeração brasileiro (o mesmo sistema utilizado pela maioria dos países) é a chamada *estrutura de base dez*. Nele, os elementos são contados em grupos de dez, e cada vez que um conjunto de dez é completado, o nome dado ao conjunto dos elementos muda: se contam *unidades* até completar dez, e então se contam *dezenas*; quando se completa dez dezenas conta-se *centenas*, e assim por diante (NUNES; BRYANT, 1997).

Outra característica do sistema de numeração brasileiro são as formas como ele pode ser representado: oral e escrito. A grande semelhança entre elas é que as duas se utilizam da estrutura de base dez, ou seja, contamos oralmente e escrevemos os números em unidades, dezenas e centenas; em contrapartida, a principal diferença entre elas é que enquanto o sistema escrito utiliza os mesmo signos para representar os números, mudando apenas a sua posição, o sistema oral utiliza expressões distintas para a pronúncia de unidades, centenas e dezenas numéricas. O número “5”, por exemplo, é utilizando tanto para escrever a unidade 5, quanto a dezena 50, quanto a centena 500; porém, a palavra “cinco” não está presente nas palavras “cinquenta” e “quinhentos” (NUNES; BRYANT, 1997).

Sistemas que possuem uma estrutura de base são sistemas riquíssimos. Quando as crianças aprendem as regularidades do sistema numérico, elas adquirem a habilidade de gerar números: com uma gama reduzida de algarismos e a clara noção de como o sistema funciona, é possível criar números infinitamente, sem que haja a necessidade de memorização de cada elemento individualmente.

É difícil apontar qual dos dois aspectos vistos até então – o uso da lógica ou o conhecimento dos sistemas convencionais – apresenta maior dificuldade de entendimento para as crianças. Entretanto, Nunes e Bryant (1997) acreditam que aprender sobre os sistemas convencionais pode auxiliar a criança a desenvolver o seu pensamento lógico e a habilidade de respeitar os seus princípios.

3.3.2.3 Situações Significativas

Saber quais são as invariáveis da matemática e quais são os sistemas convencionais que a constituem são, com certeza, pontos de extrema importância no seu entendimento completo. Entretanto, segundo Nunes e Bryant (1997) não basta apenas isso. O terceiro aspecto necessário para que um indivíduo seja considerado numeralizado é a capacidade de saber quando os conhecimentos descritos acima podem ser utilizados.

Dominar os procedimentos gerais da matemática e saber em quais situações específicas esses procedimentos podem ser usados é apontado por professores como uma grande dificuldade dos alunos. Para que a criança – e posteriormente o adulto – entenda quando utilizar os conhecimentos adquiridos, é necessário o uso de situações significativas (NUNES; BRYANT, 1997), ou seja, momentos em que a criança se sente problematizada e encorajada o suficiente a pensar sobre suas ações e respostas frente a questões matemáticas, sempre a partir de solicitações feitas pelo meio ou por trocas com outras crianças ou adultos (RANGEL, 1992).

Em seus estudos, Piaget (1973, apud RANGEL, 1992) diferencia experiências físicas das experiências que ele chamou de lógico-matemáticas. Para ele, as experiências físicas acontecem quando a criança age sobre um determinado objeto e a partir disso descobre suas características e propriedades; já a experiência lógico-matemática ocorre quando a criança também reflete sobre as ações que executa.

Uma das defasagens do ensino se encontra justamente sobre o tipo de experiência que é proporcionada aos alunos. Muitos professores utilizam materiais concretos no ensino da matemática apenas como um meio de demonstrar um resultado obtido em uma operação; mesmo que a criança possa ter experiências físicas sobre o material, ela muitas vezes fica impossibilitada de viver experiências lógico-matemáticas, por não haver nenhum tipo de reflexão sobre os acontecimentos e ações que sucedem o uso do objeto em si (RANGEL, 1992). A consequência disso é a transmissão de conhecimentos de forma incompleta, por meio de situações que não possuem nenhum significado expressivo para as crianças.

3.3.3 Contagem, Sistema de Numeração e Sistema de Medida.

A contagem dos números parece estar intimamente ligada à noção de como o sistema de numeração se estrutura. Entretanto, são muitos os casos onde as crianças demonstram habilidade em produzir os números na ordem correta, mas falham na resolução de outras situações, demonstrando a dificuldade existente em compreender que os algarismos convencionais se baseiam na organização do sistema numérico (PARRA; SAIZ, 2001).

Para que a criança consiga contar corretamente, ela precisa obrigatoriamente respeitar três princípios: a *correspondência termo-a-termo*, que significa contar apenas uma única vez cada um dos itens presentes em um determinado conjunto; *ordem constante*, que nada mais é do que produzir os nomes dos números na ordem estipulada convencionalmente; e *cardinalidade*, que como mencionado no item 3.3.1.1 significa que o total de um conjunto de elementos pode ser representado pelo último elemento contado (NUNES; BRYANT, 1997).

Em estudos feitos com crianças na faixa etária de 5 anos, Nunes e Bryant (1997) perceberam alguns pontos interessantes sobre os procedimentos de contagem. Eles destacam o fato de que a correspondência termo-a-termo costuma ser mantida muito mais facilmente se os elementos que estão sendo contados estão posicionados em linha reta; entretanto, um arranjo aleatório de elementos, em que a probabilidade de confusão entre qual elemento já foi contado e qual ainda não foi, é considerado pelos autores como algo benéfico, pois forçará a criança a realmente pensar sobre a ação da contagem e o que ela significa, e até mesmo a auxiliará no desenvolvimento de estratégias de resolução, como por exemplo, a simples atitude de deslocar para o lado os elementos que já foram contabilizados.

O sistema numérico é algo muito mais complexo do que a simples contagem de elementos. Nunes e Bryant (1997) afirmam que crianças no início da escolarização, em torno dos 5 e 6 anos de idade, apesar de saberem os nomes dos números, parecem não compreender a relação da contagem na comparação de conjuntos, ou na produção de conjuntos equivalentes. Esse aspecto central que compõe o sistema de numeração é a já citada composição aditiva do número: o elemento “5” não é apenas o número que vem antes o elemento “6”; ele é um dos subconjuntos do 6, assim como 4 e 3 também são outros subconjuntos, contidos dentro do total 6. O entendimento completo do sistema numérico passa por essas relações, e se a criança não as domina, ela não terá condições de falar e pensar sobre os números corretamente.

Parra e Saiz (2001) realizaram experimentos que comprovam que as crianças possuem certo conhecimento sobre o sistema de numeração antes mesmo de ingressar no ambiente escolar. Espontaneamente, elas parecem elaborar a hipótese de que quanto mais algarismos em um número, maior será esse número: quando perguntadas sobre qual elemento era maior, as crianças apontaram o 20 como sendo maior do que o 5, por exemplo, por ele ser formado por dois algarismos, enquanto o 5 é formado por apenas um.

Levar esse conhecimento prévio em consideração é de extrema importância, pois colabora para o maior entendimento da criança dos conteúdos formais da matemática (NUNES; BRYANT, 1997). Porém, considerá-lo suficiente é um erro enorme: no caso da composição do sistema de numeração, Parra e Saiz (2001) perceberam também que apesar das noções intuitivas explicitadas acima, muitas crianças ainda se confundiam ao comparar o número 111 com o número 99, por exemplo. Para elas era difícil compreender como um número formado por algarismos grandes - 99 - poderia ser menor do que um número formado por algarismos pequenos – 111.

Outra hipótese levantada pelas crianças acerca do sistema de numeração é a de que “o primeiro número é quem manda”. Quando questionadas sobre qual número é maior, entre 23 e 31, por exemplo, muitas crianças conseguiam apontar o 31 como sendo o maior, porque levaram em consideração o valor posicional dos algarismos, mesmo que intuitivamente. Apesar de ainda não terem dominado os conceitos formais de unidades e dezenas, elas foram capazes de perceber que o valor que um algarismo representa, mesmo sendo sempre constante, varia de acordo com o lugar em que está localizado em relação aos outros que constituem o número. Esse tipo de percepção inicial é muito importante, pois se caracteriza como sendo a base para o entendimento posterior da estruturação do sistema numérico em unidades, dezenas, centenas (PARRA; SAIZ, 2001).

Além do sistema numérico, o sistema de medidas é outro conteúdo de relevância para a formação dos indivíduos. De acordo com Nunes e Bryant (1997), as medidas possuem uma forte ligação com o ato da contagem, tratada inicialmente nesse item; contar, para os autores, é o equivalente formal de utilizar uma régua. Nosso sistema numérico é também um sistema de medição, pois com ele é possível fazer comparações entre quantidades distintas, relações de tamanho, etc.

Porém, apesar das semelhanças, existem algumas diferenças ao se trabalhar com sistemas de medida. A mais marcante delas é a necessidade de compreender as unidades de medida, e o fato de que elas precisam representar uma quantidade constante para que se possa realizar a comparação entre duas quantidades. Enquanto o sistema numérico é utilizado pela grande maioria das pessoas, os sistemas de medida possuem variações muito mais perceptíveis de uma cultura para a outra: a criança precisa aprender medidas de comprimento, por exemplo, que podem tanto ser escritas em metros e centímetros, como também em polegadas (NUNES; BRYANT, 1997).

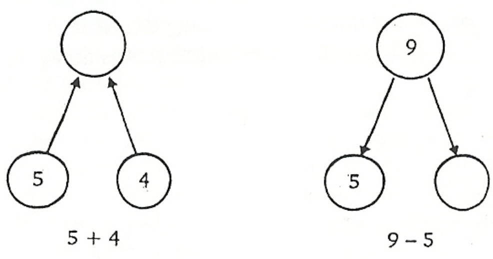
Independente do sistema de medida, a função do ato de medir é sempre a mesma. Quando medimos o comprimento de um objeto com uma régua, estamos na verdade verificando quantas vezes a unidade em questão se encaixa no tamanho real do objeto analisado. Essa ação, que pode também ser chamada de *inferência transitiva*, costuma ser facilmente absorvida pelas crianças, pois muito se assemelha a situações de comparação vividas por elas nos anos iniciais. Porém, quando se insere as unidades formais – comprimento, peso, entre outras – as crianças apresentam uma dificuldade muito maior em estabelecer as relações de comparação entre quantidades distintas (NUNES; BRYANT, 1997).

As conclusões a que chegam os autores sobre as dificuldades na aprendizagem dos conceitos iniciais de contagem e dos sistemas convencionais são semelhantes. De acordo com Nunes e Bryant (1997), apesar de as crianças demonstrarem compreender precocemente algumas relações básicas para o entendimento da matemática, elas rapidamente entram em conflito quando valores e conceitos formais são introduzidos. Rangel (1992) sugere que o grande objetivo do ensino de matemática no 1º ano deveria ser capacitar a criança na construção e qualificação de coleções que podem ser decompostas em subcoleções, de maneira que a criança pudesse exercitar as relações de parte com o todo. Esse tipo de atividade estimularia as noções básicas da criança frente aos números e aos sistemas de numeração e de medida, e serviriam como base para a aprendizagem dos símbolos gráficos e sinais convencionais que permeiam o universo da matemática.

3.3.4 Adição e Subtração

Kamii e Housman (2002) afirmam que quando a criança constrói o conceito de número e do sistema de numeração, a operação de adição está embutida, pois todos os números podem ser criados por meio da adição repetitiva do número 1. De acordo com os autores, a adição é a ação mental de combinar dois totais distintos para originar um terceiro total de ordem superior. A subtração, ao contrário, se apresenta como uma operação um pouco mais complexa, pois requer que a criança desmembre um total em dois outros totais simultaneamente. Essas diferenças podem ser observadas abaixo na Figura 8.

Figura 8 - Adição e Subtração



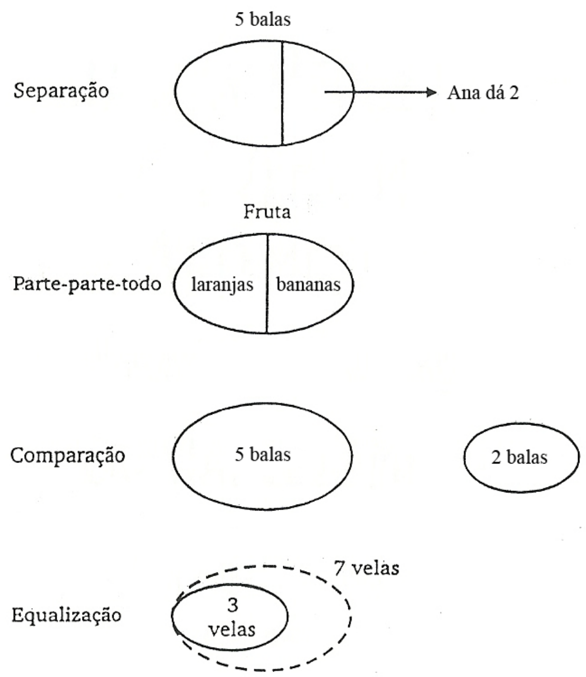
Fonte: Kamii e Housman (2002)

Nunes e Bryant (1997), bem como Kamii e Housman (2002) apontam diferentes situações de adição e subtração, que correspondem às formas como os problemas matemáticos envolvendo essas duas operações podem ser apresentados. Na Figura

9 podem-se observar os quatro tipos de situação apontada; a descrição de cada uma delas pode ser vista a seguir:

1) *Situação de Transformação ou de Separação*: quando se solicita a transformação de uma determinada quantidade por meio da adição ou da subtração de um número “n” de elementos. Exemplo: Maria tem 5 balas. Ana lhe dá 2 balas. Quantas balas Maria têm agora?
2) *Situação Parte - Todo*: semelhante à situação anterior, com a diferença que nenhuma das partes é de fato adicionada ou subtraída do todo. Exemplo: Maria tem 5 frutas. Duas são bananas e o restante são laranjas. Quantas laranjas Maria têm?
3) *Situação de Comparação*: envolve dois totais distintos, quando alguém tem mais ou menos elementos que outra pessoa. Exemplo: Maria tem 5 balas. Ana tem apenas 2 balas. Quantas balas Maria têm a mais do que Ana?
4) *Situação de Equalização*: quando se inicia com um total e é preciso aumentá-lo para chegar a um total maior. Exemplo: Maria tem 3 velinhas, mas precisa de 7 velinhas para um bolo de aniversário. Quantas velinhas a mais Maria precisa?

Figura 9 - Situações de adição e subtração



Fonte: Adaptado de Kamii e Housman (2002)

Algumas das situações descritas acima são apontadas pelos autores como mais difíceis de resolver do que outras. Conforme Nunes e Bryant (1997), apesar de a situação de transformação ser relativamente fácil, existe um tipo específico dela, chamado *montantes ausentes*, que apresenta maior dificuldade de resolução. Um exemplo desse tipo de situação é o seguinte: Maria tem 5 balas. Ana lhe deus mais algumas balas, e Maria ficou com 7 balas. Quantas balas Ana deu para Maria? A principal dificuldade presente nesse tipo de problema está no fato de que uma das parcelas da adição está ausente, o que implica o uso da subtração como a forma de resolução da situação.

Kamii e Housman (2002) afirmam que, das situações apresentadas, a mais difícil para as crianças é a de comparação. Em estudos realizados pelos autores, com crianças de primeira série, apenas 10% dos alunos forneceram a resposta correta ao problema de comparação, e essa dificuldade persistiu até a terceira série, onde o percentual de respostas corretas subiu para apenas 20%. A situação de comparação se torna mais complexa, pois envolve dois totais distintos, com mencionado anteriormente, e isso requer que a criança “transporte” mentalmente o total menor para o total maior, a fim de fazer a correta comparação entre os dois. Todas as situações possuem um determinado grau de relação entre parte e todo, questão que, conforme os autores, só é dominada de fato pela criança por volta dos 7 ou 8 anos de idade. Sendo a situação de comparação a que apresenta maior distinção entre as partes e o todo, sua dificuldade se mostra justificada.

Como dito inicialmente, a contagem dos números está muito próxima das operações de adição e subtração. Kamii e Housman (2002) diferenciam dois modos de contagem pelos quais a criança passa: *contar tudo* e *contar para frente*. Em uma situação de soma – 3+5 – por exemplo, a criança pode contar um conjunto de 3, depois contar um conjunto de 5 e então contar novamente o conjunto final (contar tudo) ou pode contar a partir do 3, somando até chegando no total 8 (contar para frente). Crianças que contam tudo ainda não conseguem trabalhar com as relações de parte-todo, sempre presentes nos problemas de adição e subtração. Esse conhecimento se expande rapidamente dos 5 aos 7 anos, e é nessa etapa que as operações passam então a serem resolvidas com maior facilidade, pois a criança percebe que não precisa representar ambas as quantidades de uma soma para obter a resposta correta. Ela pode, simplesmente, utilizar o nome de uma das parcelas e contar a partir dela (NUNES; BRYANT, 1997).

Kamii e Housman (2002) afirmam que o objetivo principal da adição é que as crianças desenvolvam a habilidade de pensar flexivelmente sobre os números, de forma a construir o que eles chamaram de rede de relações numéricas – saber que um determinado número pode ser obtido pela combinação, ou soma, de outros dois números. Eles levantam a hipótese de que a dificuldade da adição se encontra no tamanho das parcelas, e não no total da soma. Para comprovar essa teoria, foi possível constatar, por meio de estudos com crianças da primeira série, quais as relações entre parcelas que eram lembradas com mais facilidade pelos alunos. Os resultados das pesquisas dos autores podem ser visto nas Tabelas 7 e 8, organizada em ordem crescente de dificuldade. A análise dos resultados indica alguns pontos interessantes:

1) As combinações mais fáceis, conhecidas pela maioria das crianças, são dos chamados *duplos* – 2+2; 5+5. Mesmo entre os duplos foi possível perceber que alguns números são mais “amigáveis” do que outros – como 5 e 10, em comparação com o 8 e o 9, por exemplo.
2) As próximas combinações mais acertadas foram aquelas onde o número 1 era adicionado à outra quantidade – 6+1; 4+1; 1+5. Isso reforça o fato de que a contagem e a construção do sistema de numeração estão intimamente ligadas à adição, pois qualquer número mais um é simplesmente o próximo número.
3) A noção de *comutatividade* nas crianças foi um fator preponderante para o erro ou o acerto das questões. A soma 5+3 foi solucionada muito mais facilmente do que a soma 3+5, por exemplo, mas ao longo do tempo o conceito de comutatividade da adição foi ficando cada vez mais claro.

Tabela 7 - Porcentagem de alunos de 1º série fornecendo resposta correta, nº 1 a 6

			Out $n = 25$	Jan $n = 26$	Abril $n = 24$	Junho, 1981 $n = 24$
2 +2			96%	100%	100%	100%
5 + 5			96	100	96	100
3 +3			88	96	96	100
6 + 1	+ 1		80	96	86	100
4 + 1	+ 1		76	88	86	100
4 + 4			72	81	96	96
1 + 4	1 +		72	85	71	100
1 + 5	1 +		56	88	83	96
6 + 6			28	58	75	88
2 + 3		2 +	28	58	79	100
4 + 2		+ 2	28	50	75	88
3 + 2		+ 2	28	58	71	88
2 + 6		2 +	28	50	63	88
2 + 4		2 +	24	42	67	75
5 + 3			24	35	54	63
6 + 2		+ 2	20	62	63	88
2 + 5		2 +	16	50	67	88
4 + 5			12	31	54	75
5 + 2		+ 2	8	58	75	100
5 + 4			8	46	58	71
5 + 6			8	35	50	50
3 + 4			8	39	46	71
3 + 6			8	35	42	63
6 + 3			4	35	58	79
6 + 5			4	12	50	54
3 + 5			4	35	46	63
4 + 6			4	23	42	67
4 + 3			0	31	42	71

Fonte: Kamii e Housman (2002)

Tabela 8 - Porcentagem de alunos de 1º série fornecendo resposta correta, nº 7 a 10

Problema	Junho, 1981 n = 24
9 + 1	100%
7 + 2	100
1 + 10	100
10 + 10	100
2 + 8	88
7 + 3	83
9 + 2	79
9 + 9	63
8 + 5	54
8 + 8	54
7 + 7	50
5 + 7	50
7 + 8	38

Fonte: Kamii e Housman (2002)

Com relação à adição com parcelas acima de 10, Kamii e Housman (2002) destacam os malefícios do uso do algoritmo como forma de resolução dos problemas. O algoritmo é a conta armada escrita no papel, comumente ensinada nas escolas como a forma correta de realizar somas, e que, de acordo com os autores, prejudica os conhecimentos da criança sobre o valor posicional dos números. Em pesquisas com crianças de 4 a 9 anos de idade, os autores descobriram que apenas 42% das crianças no fim da faixa etária analisada acreditava que o “1” do número “15” significava *dez*. Quando calculam mentalmente, as crianças tem a tendência a somar primeiro as dezenas, e depois as unidades; o algoritmo nesse caso quebra a linha de raciocínio, pois nele tende-se a separar os algarismo e somá-los como se fosse unidades. A soma 27+82, por exemplo, é resolvida via algoritmo fazendo-se primeiro o 7+2 das unidades e depois o 2+8 das dezenas; o procedimento geral das crianças, entretanto, é fazer a resolução do problema por meio de aproximação dos valores, de tal forma que 20+80=100, 7+2+9, portanto, 109.

Ainda conforme Kamii e Housman (2002), a subtração, que costuma ser apresentada logo após a adição nas escolas, é uma operação de compreensão mais difícil pelas crianças, pois trabalha com uma relação “negativa”. A subtração é, com certeza, a operação inversa da adição, mas partir do princípio que a criança a domina porque já teve contato com a adição é um erro. Os autores afirmam que, sempre que possível, as crianças recorrem a somas para resolver problemas que aparentemente requerem a subtração. Para eles, a melhor forma de ensinar a subtração seria fortalecer os conhecimentos das crianças da adição, já que os alunos parecem fazer uso dela muito mais frequentemente.

Nunes e Bryant (1997) afirmam que o desenvolvimento conceitual das crianças da adição e da subtração deve passar por aquilo que elas já conhecem: a correspondência termo-a-termo – comentada no item 3.3.2 – e as próprias noções básicas e intuitivas que a criança adquire com a experiência cotidiana.

3.3.5 Multiplicação, Divisão e Números Racionais.

Conforme Nunes e Bryant (1997) o raciocínio envolvido na multiplicação e na divisão é um tópico de maior complexidade, pois assume varias formas e insere a criança em contextos relativamente novos para ela até então.

Segundo os autores, a operação de multiplicação envolve um conceito novo para as crianças: a *proporcionalidade*. Relações constantes de correspondência *um-para-muitos* devem ser mantidas entre dois conjuntos a fim de se obter um resultado multiplicativo. Por exemplo, em um conjunto formado por um carro com quatro rodas – 1-para-4 – ao acrescentarmos mais um carro a esse conjunto, devemos, por proporcionalidade, acrescentar também mais 4 rodas, resultando em 2-para-8; a proporção em questão 1:4 se deve sempre ser mantida constante.

A grande diferença da multiplicação para a adição e a subtração está no fato de que a proporção representa, como dito inicialmente, uma *relação*, e não mais o número de objetos em um determinado conjunto. Os números aqui passam a ter um novo significado: no exemplo acima, se acrescentarmos 3 carros ao conjunto carro-rodas, o número 3 passa a ser denominado como *fator escalar*, ou seja, o número de *repetições* solicitadas, e que relaciona os conjuntos inicial e final; o número 3 é a relação simultânea entre 1 e 3 carros e entre 4 e 12 rodas (NUNES; BRYANT, 1997).

Já na divisão, e ainda de acordo com Nunes e Bryant (1997), o novo significado dos números passa a ser denominado como *taxa de transformação*. Na operação de divisão estão envolvidos três elementos distintos: o total, o número de receptores e a quota, que representa a distribuição equitativa de um determinado item para cada receptor; esses dois últimos apresentam uma relação inversa entre si, pois quando o número de receptores diminui, a quota aumenta.

A taxa de transformação aparece quando uma série de divisões sucessivas é realizada. Por exemplo, ao aplicarmos cortes sucessivos de duas partes em uma fatia de bolo, por exemplo, teremos a seguinte situação: 1 fatia, 2 metades; 2 fatias, 4 metades; 4 fatias, 8 metades, e assim por diante. A relação aqui apresentada não é a mesma da multiplicação; enquanto o fator escalar representa uma progressão aritmética, a taxa de transformação se caracteriza como uma progressão geométrica. A diferença entre o fator escalar e a taxa de transformação pode ser compreendida melhor na Tabela 9.

Tabela 9 - Fator escalar e taxa de transformação

Multiplicação Fator Escalar	Divisão Taxa Transformação
1 pessoa - 2 pés	1º divisão - 2 metades
2 pessoas - 4 pés	2º divisão - 4 metades
3 pessoas - 6 pés	3º divisão - 8 metades
4 pessoas - 8 pés	4º divisão - 16 metades
Proporção Constante 1:2	Taxa de Transformação 2

Fonte: Adaptado de Nunes e Bryant (1997)

As situações de divisão introduzem naturalmente o assunto das frações, ou os chamados números racionais. Para entender as frações, é necessário fazer a distinção entre *quantidades contínuas* e *quantidades descontínuas* (NUNES; BRYANT, 1997). Quantidades contínuas são aquelas em que não existe uma separação física, por exemplo, uma barra de chocolates que precisa ser dividida entre um número de crianças; quantidades descontínuas são aquelas em que existe a separação física – balas por criança, por exemplo. As frações se enquadram no caso das quantidades contínuas, podendo ser encaradas também como divisões sucessivas dessas quantidades.

No processo de obtenção da noção de divisão, e consequentemente de números racionais, o conceito de *metade* desempenha um papel fundamental na quantificação feita pela criança. Elas possuem certa facilidade para distinguir conceitos como metade, mais que a metade ou menos que a metade; essas noções são extremamente importantes no desenvolvimento do raciocínio matemático, pois servem como pontos marcantes que auxiliam a crianças ao realizar comparações entre a parte e o todo (NUNES; BRYANT, 1997).

Apesar de uma ligação próxima, a maioria dos alunos não percebe as frações como sendo números originados por uma divisão. Estudos realizados por Nunes e Bryant (1997) mostram que divisões com quantidades descontínuas foram compreendidas mais rapidamente pelas crianças do que as divisões com quantidades contínuas. Relações de parte e todo com quantidades contínuas se mostram mais difíceis de serem compreendidas justamente por sua característica inerente, a não separação física das partes do todo. De acordo com eles, engajar os alunos na resolução de problemas com quantidades contínuas, em que as duas variáveis em questão estão devidamente representadas, é uma forma de auxiliar o ensino das frações.

Cabe ressaltar que o estudo das frações deve ser feito na idade correta, aproximadamente aos 7 anos de idade, pois o entendimento desse conteúdo parece se desenvolver quando a criança adquire a noção de reversibilidade, quando compreende a relação inversa que existe na divisão, entre divisor e quociente, já mencionadas anteriormente.

3.3.6 Abordagens de ensino

Nunes e Bryant (1997) afirmam que a matemática possui um status duplo, pois ao mesmo tempo em que ela se caracteriza como um tipo específico de atividade, ela é também uma grande fonte de conhecimento. A definição do que é matemática é um conceito construído e disseminado pela sociedade; muitas das abordagens de ensino atuais enfatizam o papel da escola no ensino da disciplina como a única fonte apropriada para a aquisição desse conhecimento. Muitos acreditam que a matemática é uma disciplina abstrata, que não possui ligações com o cotidiano; que ela é aprendida somente no ambiente escolar, e que mesmo assim é um conteúdo difícil a que poucas pessoas têm real acesso e domínio.

Muitas das escolas brasileiras ainda se enquadram na chamada abordagem de ensino tradicional. Esse tipo de formato de ensino coloca o aluno em uma posição passiva, onde a aprendizagem se dá apenas pela memorização de regras, fórmulas e procedimentos. Quando materiais didáticos ou outras ferramentas são utilizadas, sua principal função acaba sendo puramente demonstrativa, cumprindo o papel de apenas auxiliar a exposição de resultados prontos (FIORENTINI; MIORIM, 1990).

Esse tipo de abordagem começou ao longo do século XVII a ser questionada por diversos estudiosos da área. De acordo com Fiorentini e Miorim (1990), Rousseau foi um dos precursores de uma nova concepção de escola, que tinha como principal diferencial a valorização de aspectos biológicos e psicológicos dos alunos durante o processo de aprendizagem. Outro exemplo, com foco específico na matemática, é a chamada didática ativa elaborada por Montessori e Decroly (FARIA, 2012). Essa abordagem, que possui um grande apelo à percepção visual e tátil do indivíduo, se caracteriza por oferecer às crianças liberdade para escolher quais materiais querem utilizar e onde querem trabalhar.

Algo em que todos os autores parecem concordar é o fato de que o ensinamento da matemática deve estar intimamente relacionado à ação da criança e sua experimentação ativa, com a consequente formalização dos conceitos matemáticos ocorrendo à medida que a criança interage com as situações matemáticas e as entende por completo (RANGEL, 1992)

Nunes e Bryant (1997), ao falar de medidas, sugerem que a criança pode se beneficiar ao ter que realizar medições em circunstancias incomuns, como por exemplo, utilizando réguas cujo tamanho é menor do que aquilo que deve ser medido. De acordo com os autores, esse tipo de atividade proporciona uma chance de a criança raciocinar sobre o que precisa ser feito e desenvolver muitos dos aspectos mencionados em itens anteriores - como as inferências transitivas, por exemplo. Da mesma forma, materiais didáticos que representem apenas parte dos elementos envolvidos em um problema podem ser tão benéficos quanto materiais que possibilitam a representação completa das variáveis envolvidas; quando as crianças se deparam com representações parciais de um problema, elas conseguem formar um modelo de raciocínio com base no que é mostrado, ao mesmo tempo em que expandem o seu pensamento para além da manipulação do objeto em questão, passando a construir soluções ao contrário de apenas encontrá-las.

Segundo Kamii e Housman (2002), Piaget propõe que antes de apresentar às crianças problemas de cálculo, é necessário apresentá-las a problemas matemáticos. Isso significa que antes de aprender a lidar com os sinais convencionais da matemática, os alunos precisam aprender a raciocinar sobre aquilo que está sendo solicitado. Nunes e Bryant (1997) reafirmam esse posicionamento ao dizerem que o desenvolvimento conceitual da matemática não equivale ao domínio de uma lista de procedimentos padrão. Esse tipo de abordagem ainda é muito utilizado nas instituições de ensino, e para os autores, é nesse aspecto que reside o principal motivo de dificuldade das crianças na escola: em situações cotidianas, as crianças acabam utilizando a matemática oral para calcular e pensar sobre números e operações; já na matemática escrita da escola, muitos dos sentidos adquiridos naturalmente pelos indivíduos são deixados de lado, como por exemplo, a separação dos números no cálculo por meio de algoritmo, abordado no item 3.3.4.

Kamii e Housman (2002) sugerem que o ensino da operação de adição passe pelas seguintes etapas, elencadas a partir de pesquisas práticas realizadas: soma de parcelas até 4, seguida de soma de parcelas até 6; soma de duplos até 10+10 e formação do número 10 com dois outros números; desmembramento de números e soma de parcelas maiores que 6. Esse tipo de abordagem tem como vantagem a compreensão do conteúdo da adição por meio daquilo que é mais facilmente entendido pelas crianças, de maneira que a complexidade das situações mostradas aumenta a medida que o pensamento do indivíduo também se desenvolve.

O progresso na compreensão da matemática parece estar fortemente ligado à capacidade de aprender novas formas de representação e realizar conexões já estabelecidas com os conhecimentos que são adquiridos. É imprescindível levar em consideração o aprendizado prévio das crianças no momento do ensino de qualquer conteúdo matemático (NUNES; BRYANT, 1997). A aprendizagem dessa disciplina ocorre, portanto, com a construção progressiva que se dá por meio da ação e interação do individuo com o meio e da compreensão de quais princípios e conhecimentos estão envolvidos quando as crianças desempenham as atividades tanto em ambiente escolar quanto em um ambiente cotidiano (RANGEL, 1992).

3.4 FERRAMENTAS EDUCATIVAS

3.4.1 Materiais didáticos

De acordo com Fiorentini e Miorim (1990), muitos professores adotam o uso de materiais didáticos em suas aulas apenas por seu caráter motivador, sem saber de fato como o objeto em questão auxilia – ou não – a aprendizagem de seus alunos.

Os materiais didáticos, também chamados de recursos ou tecnologias educacionais, são todos os objetos e instrumentos utilizados em atividades de ensino que tem como objetivo estimular o aluno e aproximá-lo do conteúdo em questão. Em sala de aula, esses materiais vão desde objetos simples como o giz, que auxilia o professor na escrita, até produtos industrializados, como o ábaco e o material dourado, no caso da matemática.

Nas escolas brasileiras, os tipos de materiais didáticos existentes podem ser divididos em visuais, auditivos ou audiovisuais, conforme observado no Quadro 5. A utilização do recurso adequado requer que os objetivos de aprendizagem, bem como o conteúdo a ser ensinado, estejam claramente definidos (FREITAS, 2007).

Quadro 5 - Exemplos de materiais didáticos

Classificação Brasileira dos Recursos Audiovisuais		
Recursos visuais	**Recursos auditivos**	**Recursos audiovisuais**
- Álbum seriado	- Aparelho de som	- Filmes
- Cartazes	- Discos	- Diapositivos e diafilmes com som
- Exposição	- Fitas cassete	- Cinema sonoro
- Fotografias	- CDs	- Televisão
- Flanelógrafo	- Rádio	- Videocassete
- Gráficos	- CD-ROM	- Programas para computadores com som
- Gravuras		- Aparelho de DVD
- Mapas		- Computador
- Modelos		
- Mural		
- Museus		
- Objetos		
-Quadro de giz		
- Quadros		
- Transparências		

Fonte: Freitas (2007)

Os materiais acima citados se referem a todas as disciplinas do currículo escolar. Com relação ao ensino da matemática especificamente, Freitas (2007) sugere uma lista de objetos que podem compor as salas de matemática durante o ensino fundamental. A autora cita desde materiais que trabalham conteúdos de medições, como balanças e trenas, até itens que auxiliam no aprendizado da geometria, como transferidores, compassos e esquadros. Ela também cita blocos mágicos, ábacos, material dourado, calculadora, e materiais para contagem e numeração como integrantes dos itens necessários ao ensino da disciplina.

De acordo com o Boletim 14, publicação do Ministério da Educação (2005), existe hoje várias políticas públicas que visam a distribuição de materiais didáticos a professores e escolas; um exemplo disso é o PNLD4, também chamado de Programa Nacional do Livro Didático. Entretanto, o foco da maioria dessas iniciativas acaba abrangendo apenas livros impressos – como no exemplo citado - enquanto os materiais concretos, jogos, equipamentos de laboratório e outros tipos de ferramentas didáticas acabam sendo ignoradas.

Conforme o documento, cada material didático possui potenciais e limites próprios, que se relacionam tanto com o nível de especialização do objeto – se ele é um produto de manufatura industrial ou não – quanto com questões como o perfil sociocultural e escolar dos alunos e as características da escola e do projeto pedagógico em que seu uso está inserido.

É importante ressaltar que por mais completo e bem estruturado um material didático seja, o seu caráter didático não pode ser dissociado do uso feito pelo professor e pelo aluno em momentos de ensino-aprendizagem. As funções de um material não são transmitir um determinado conteúdo por si só, mas sim propiciar interação e reflexão sobre um assunto, de maneira a facilitar a assimilação de conceitos (MINISTÉRIO DA EDUAÇÃO, 2005).

3.4.2 Jogos e brinquedos

Jogo e brinquedo são conceitos que, apesar das semelhanças entre si, possuem algumas diferenças significativas em suas definições. De acordo com Kishimoto (2006), a palavra *jogo* pode ser utilizada em diversos contextos, o que dificulta a sua classificação exata. Para a autora, existem três características que constituem os jogos: a primeira delas se refere ao sentido de um determinado jogo depender da linguagem do contexto social em que ele está inserido, como é o caso, por exemplo, do arco e flecha, que em algumas culturas é considerado um brinquedo, mas em outras - como a indígena - é considerado um instrumento para caça. A segunda característica se refere aos sistemas de regras específicas que cada jogo possui, cuja função é distinguir um tipo de jogo de outro, além de estabelecer uma conduta entre os participantes do jogo. Por fim, a última característica elencada por Kishimoto se refere ao jogo como um objeto, ou seja, à forma como o jogo se materializa, seja por meio de tabuleiros, peças individuais, cartas, etc.

Por sua vez, *brinquedos*, ao contrário de jogos, não possuem um sistema de regras definido, o que permite o seu uso livre pela criança, estabelecendo uma relação íntima com o usuário, pois o permite representar e expressar a realidade. Além de funcionar como uma imitação do mundo que nos cerca, o brinquedo também permite a criação de mundos imaginários e a possibilidade de representação de papéis. Enquanto é possível perceber claramente que a palavra brinquedo remete ao tempo de infância e faz referência à criança, o jogo, com sua pluralidade de sentidos, é uma atividade comumente realizada também por adultos (KISHIMOTO, 2006).

Em sua obra, Kishimoto (2006, p. 27) aponta uma síntese de características comuns entre os diversos tipos de jogos, elencadas por vários autores e estudiosos da área:

- Liberdade de ação do jogador; prazer; efeito positivo;
- regras, implícitas ou explícitas;
- relevância do processo de brincar; incerteza de resultados;
- não-literalidade, representação da realidade, imaginação;
- contextualização no tempo e no espaço.

É possível também dividir o universo dos jogos em dois grandes grupos: os *jogos de enredo* e os *jogos de regras*. O primeiro tipo se caracteriza pela narração e pela representação de situações e histórias, e proporciona à criança a possibilidade de experimentar a vida em sociedade quando ela exerce papéis diversos. Já o segundo tipo é calcado no atendimento de regras pré estabelecidas e compartilhadas pelos participantes; nesse tipo de jogo, há o desenvolvimento de atitudes morais e sociais, pois as regras, mesmo que arbitrárias, devem ser seguidas por todos que participam da dinâmica em questão (BRANDÃO *et al.*, 2008).

Além das características, é interessante apontar também os objetivos dos jogos quando aplicados ao ensino e a aprendizagem. Conforme Lopes (1999), alguns desses objetivos podem ser descritos da seguinte forma: aumentar a crença na autocapacidade na criança; aprimorar a coordenação motora; desenvolver a organização espacial; aumentar a atenção e a concentração; desenvolver antecipação e estratégia (criação de hipóteses e verificação de resultados); ampliar o raciocínio lógico; desenvolver a criatividade; perceber figura e fundo (visão das partes e do todo).

A relação existente entre jogos e a educação mudou ao longo do tempo. Se inicialmente o jogo das crianças se limitava apenas à recreação e não tinha nenhum vínculo com a aprendizagem, a partir do Renascimento e do Romantismo, o jogo passa a ser considerado um meio de expressão espontânea da criança (KISHIMOTO, 2006). Atualmente, a relevância da inserção de jogos durante o processo de ensino é altamente estudada, e muitos benefícios de sua aplicação já foram constatados (LOPES, 1999).

Com relação aos brinquedos, Kishimoto (2006) destaca quatro tipos de brinquedos e brincadeiras que permeiam a educação infantil. O primeiro deles são os chamados *brinquedos educativos*, e, como a nomenclatura já diz, se enquadram nesse tipo todos os brinquedos que ensinam e desenvolvem conteúdos diversos. Eles possuem duas funções básicas, uma *lúdica*, que tem o objetivo de proporcionar momentos de diversão para a criança, e outra *educativa*, que objetiva o ensino e a educação de fato. O segundo tipo são as *brincadeiras tradicionais infantis*, tais como amarelinha, pião, entre outros. Esse tipo de brincadeira tem como principal característica ser transmitida de geração em geração, remetendo a questões culturais e do folclore de cada região. O terceiro tipo são as *brincadeiras de faz-de-conta*, onde existe a representação de papéis e a dramatização de cenas e situações imaginárias. Por fim, o último e quarto tipo são as brincadeiras de construção, que possuem grande importância no desenvolvimento sensorial e coordenação motora da criança.

Therrell (2002) elenca 14 características presentes em brinquedos e sua relação com cada período do desenvolvimento infantil. A lista é composta por: tamanho, forma, número de partes, tipo de partes (soltas ou integradas), material, habilidades motoras necessárias, cor e contraste, causa e efeito, elementos sensoriais, nível de realismo e detalhe, licenciamento, recursos mecânicos e educacional. O detalhamento de cada um desses itens pode ser visto no Anexo C.

Therrell (2002), semelhantemente a outros autores anteriormente mencionados, faz uma distinção dos tipos de brincadeira e suas características, com base em períodos de idade. De acordo com ele, crianças de 4 a 5 anos de idade se ocupam basicamente com as brincadeiras de faz-de-conta, citada acima por Kishimoto (2006). Nessa fase, é difícil para as crianças diferenciarem o real do imaginário, e elas empenham enorme energia na dramatização e interpretação de personagens. As crianças de 6 a 8 anos de idade possuem um maior interesse por detalhes, e nessa fase é comum que muitas delas comecem a fazer coleções de objetos específicos; brincadeiras ao ar livre são atrativas, e a coordenação motora se mostra mais desenvolvida. Por fim, dos 9 aos 12 anos de idade, algumas das brincadeiras dos períodos anteriores passam a perder a graça aos olhos da criança e do pré adolescente. Uma característica dessa etapa é que, em vez brinquedos acabados, muitas crianças parecem preferir materiais para construir seus próprios brinquedos, e desenvolver outros tipos de habilidade.

Com relação a brinquedos educativos especificamente, Therrell (2002) afirma que, para a faixa dos 4 a 5 anos de idade, brinquedos que ensinam sobre cores e formatos e conceitos básicos de letras e números são os mais indicados, bem como brinquedos que trabalhem vários tipos de conhecimento de uma só vez (cor, formato, combinações, comparações, etc). Para as crianças dos 6 aos 8 anos, os brinquedos são bem parecidos com os da faixa anterior, com a diferença que seu nível de complexidade é maior, e sua estética deve se aproximar mais da realidade; as crianças agora já estão mais bem preparadas para lidar com objetos que focam o ensino de algo específico, e preferem interagir com objetos do mundo real do que com réplicas plásticas. Para a faixa dos 9 aos 12 anos, os brinquedos da etapa anterior também continuam sendo apropriados, com especial destaque à estética vinculada a realidade. No Anexo 04 é possível visualizar maiores detalhes sobre as características dos brinquedos educativos nas fases citadas acima.

4. ANÁLISE DE DADOS

Nos próximos itens serão apresentadas as outras duas formas de coleta de dados que, em conjunto com a fundamentação teórica, formam a base de informações relevantes para o andamento do trabalho: entrevistas com especialistas e análise preliminar de similares. Enquanto as entrevistas com especialistas forneceram informações de pessoas com vivência diária no ensino de matemática para crianças, a análise de similares possibilitou criar um cenário geral daquilo que hoje existe no mercado em termos de material educativo para a disciplina em questão.

4.1 RELATO DAS ENTREVISTAS

1) Entrevista 01: Profa. Carmem Lúcia Villodri Machado

Por ter ministrado as aulas de Conhecimento Lógico Matemático do curso de Pedagogia, a professora Carmem Lúcia relatou diversas propostas de elaboração de ferramentas e jogos didáticos feitos por suas alunas, como parte dos objetivos e atividades da referida disciplina. De acordo com ela, a grande maioria desses materiais são adaptações de jogos e dinâmicas já existentes (dominó, jogo da memória, etc.) para o mundo da matemática. Outra estratégia muito utilizada pela professora e suas alunas é a relação da literatura infantil com o conteúdo ensinado; ela observou a grande paixão das crianças pelos livros e histórias, de maneira que sempre que possível, tentava-se explorar esse universo.

Ela destacou o fato de sempre buscar ensinar o conteúdo por meio de atividades atrativas para as crianças, e que tivessem alguma relação com o dia a dia delas, como por exemplo, na interpretação de problemas ligados diretamente à realidade, utilizando-se de gráficos e dados veiculados em jornais e revistas. Ela aponta a importância de projetos que possuam um aspecto interdisciplinar, que envolvam o aprendizado da matemática, mas que também proporcionem o contato com outras disciplinas, fazendo especial destaque para a questão da alfabetização. Considera fundamental o desenvolvimento de um produto que possa ser utilizado em atividades de mais de um ano escolar ou para mais de uma matéria, pois ensinar matemática sem um material concreto é algo muito difícil, não apenas para os anos iniciais como também para os anos finais do período escolar. Para ela, qualquer proposta diferenciada será bem aceita pelos alunos, e no caso das crianças pequenas, atividades que envolvem grupo e competição são as preferidas.

Com relação aos conteúdos matemáticos, a professora Carmem Lúcia destaca a importância de a criança dominar bem o conceito de sequencia – de tamanho, de ordem, de cor. Antes mesmo de a criança frequentar o ambiente escolar, existe uma sequencia de desenvolvimento do raciocínio, que envolve questões de classificação e seriação de elementos, bem como a construção de alguns conceitos básicos. Sua opinião é de que o foco de projetos para o desenvolvimento de materiais didáticos deve ser os anos iniciais do ensino, destacando as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) como sendo conteúdos de grande importância.

Com a vivência diária em sala de aula ela pode constatar que os alunos costumam cometer os maiores erros no momento da realização de cálculos numéricos. Para ela, não é tão fácil para uma criança fazer cálculos com números de três algarismos da mesma forma como se faz cálculos com números de apenas um algarismo. O tempo empregado no exercício do cálculo com números maiores deve ser o mesmo dedicado ao cálculo com números menores, e isso é algo que nem todos os professores e escolas fazem, pois partem do princípio de que a criança já compreendeu a dinâmica do processo.

Para finalizar, a professora aponta como um campo não muito explorado o mundo das frações. Para ela esse é um dos conteúdos mais difíceis de serem ensinados e compreendidos pelos alunos, pois é abstrato e vai de encontro a muito do que foi assimilado até então pela criança: pela primeira vez, elas passam a ter contatos com números que, se somados entre si, podem resultar em um valor inferior às parcelas da soma, e isso representa uma quebra na linha de raciocínio desenvolvida até o momento. Para a entrevistada, essa dificuldade no campo das frações tende a influenciar todo o restante do aprendizado matemático, pois ao se expandir os campos numéricos trabalhados, a fração se torna cada vez mais frequente nos cálculos e problemas apresentados. Apesar de todo um trabalho de conceituação das frações, os alunos têm dificuldades em compreender que um número em sua forma fracionária é de fato um número, e não apenas uma divisão.

2) Entrevista 02: Profa. Ana Cristina Souza Rangel

A professora Ana Cristina possui uma vasta experiência no ramo da pedagogia, com ênfase no ensino da matemática. No final da década de 1970 já estava envolvida em pesquisas cujo tema principal era a questão da aprendizagem. Ela é a autora da série de livros didáticos “Matemática da minha Vida”, uma coletânea com propostas e jogos para auxiliar o ensino da matemática até o 5º Ano do Ensino Fundamental.

Por meio do seu trabalho, a professora pôde constatar o quanto a matemática é responsável pela repetência e pela retenção dos alunos nas escolas, mesmo em anos iniciais. Ela aponta que muitas crianças ingressam na escola ainda no estágio chamado pré-silábico, em que existem dificuldades na leitura e na escrita, bem como em questões fundamentais para a matemática como quantificar, classificar e seriar elementos. Sua opinião é de que o principal papel da escola é ensinar para a criança que ela é capaz de aprender:

> “Quando as crianças aprendem o que a escola queria ensinar, a melhor aprendizagem adquirida é a percepção de que elas são capazes de aprender, e isso as coloca num lugar de energia, de motivação, de crença. Assim, elas passam a ter uma disponibilidade maior para a aprendizagem e quando enfrentam uma situação nova, tem a ousadia, a coragem, a confiança de que são capazes de aprender, e de fato aprendem.”

O material desenvolvido pela professora tem como diferencial considerar o pensamento da criança e as dificuldades enfrentadas por elas na aprendizagem de conceitos matemáticos. Nele, se trabalha muito com jogos individuais e de grupos e com o conceito de cooperação. A ideia geral não é apresentar o certo e o errado para a criança, mas sim lhe conceder a oportunidade de explicar a sua forma de pensar, e a partir disso, construir os conceitos e regras convencionados.

Todo o conceito matemático, se não construído com sentido, se torna impossível de ser aprendido. Ana Cristina considera o 1º Ano do Ensino Fundamental como uma das etapas mais importantes, pois todos os conhecimentos que forem bem (ou mal) absorvidos nessa fase terão grande impacto no restante da vida escolar do indivíduo. Quanto mais cedo as crianças entram na escola, mais cedo é a probabilidade delas aprenderem a não gostar de matemática – visto as defasagens existentes no sistema de ensino brasileiro – e por isso é tão importante um trabalho adequado para que as crianças tenham um desenvolvimento matemático suficientemente bom nos anos iniciais de estudo, de forma a construir o pensamento operatório necessário para as noções aritméticas posteriores.

Com relação aos conteúdos de matemática, a professora aponta alguns aspectos que considera os mais problemáticos. Um dos problemas da maioria dos métodos de ensino está na abordagem cardinal e ordinal dos signos numéricos – conceitos explicados anteriormente no item 3.3.2.1. De acordo com a Ana Cristina, as escolas trabalham apenas com a abordagem cardial, ou seja, a relação de um signo numérico – 5, por exemplo – sempre vinculado com a um total – 5 bonecas, 5 carrinhos, 5 coisas. O valor posicional dos números e o seu significado nominal e ordinal (a relação do número com o restante da série numérica) não é explorado pelas escolas. O que se vê então são crianças com dificuldades de dissociar um determinado número de uma quantidade total, e interpretá-lo como sendo um único elemento que compõem uma determinada série de elementos.

Ainda em relação à série numérica, a professora comenta um pouco sobre como se dá o processo de formação da sequencia de números na mente criança. Ela afirma que crianças pequenas não possuem a imagem mental de um determinado número imediatamente: para poder escrever o número 5, por exemplo, elas precisam escrever antes os números 1, 2, 3 e 4, pois só então a imagem do 5 aparecerá para elas. Por isso, saber a ordem correta dos números é algo de extrema importância para o desenvolvimento do raciocínio lógico. Nesse ponto, entretanto, ela ressalta uma inconsistência em muitos materiais didáticos existentes. A maioria das crianças afirma que “os números servem para contar”, e em alguns livros a série numérica é apresentada começando a partir do número zero. Para Ana Cristina, isso é extremamente prejudicial, pois confunde a criança, visto que o zero não se conta, representa uma quantidade nula, não existente.

Outra dificuldade apontada é a compreensão de que um número pode ser escrito de mais de uma forma, e aqui já entram algumas noções sobre as operações básicas. É difícil para as crianças compreenderem que o número 5 pode ser representado tanto pela soma 2+3 como também pela soma 1+4. Dos conteúdos vistos durante os anos iniciais do ensino, subtração, divisão e fração são os mais difíceis de serem trabalhados.

No primeiro ano do Ensino Fundamental, a grade de conteúdos matemáticos abrange a construção do número, a adição e a subtração, bem como a ampliação do campo numérico sem a formalização dos conceitos de unidades e dezenas: a criança precisa, nessa etapa, aprender a contar de 10 em 10, e entender, por exemplo, que 40 equivale a 10 + 10 + 10 +10. Já no segundo ano, os conteúdos englobam os algoritmos (conta montada no papel) de adição e subtração com números de no máximo dois dígitos; ainda nessa fase, se começa a trabalhar com o número 100, passando em seguida para os redondos da centena, como 200, 300 e assim por diante. De acordo com a professora, antes de a criança aprender a somar números como 43 ou 210, ela precisa aprender a somar os redondos, ou seja, o 40 e o 200.

Para finalizar, Ana Cristina comenta brevemente sobre alguns materiais para o auxilio da aprendizagem de matemática. Ela afirma que o material dourado feito de madeira é muito pesado, e que seria interessante a criação de produtos mais leves, para melhor manuseio e transporte pela criança. Além disso, ela também comenta da possibilidade de unir o ensino da matemática com a alfabetização, e reafirma a importância da interação da criança com o material didático fornecido. Jogos com dados, roletas ou dinheiro costumam ser os preferidos dos alunos.

3) Entrevista 03: Profa. Helena Dória Lucas de Oliveira

De acordo com a professora Helena, o raciocínio está na base de qualquer aprendizagem, não apenas dos conteúdos de matemática, mas também de outras disciplinas escolares. Ela acredita que além das dificuldades apresentadas pelas crianças, existem também deficiências por parte dos professores em não saber aproveitar a espontaneidade e curiosidade dos alunos pequenos no momento da aprendizagem.

Ela explica que no novo sistema de ensino com duração de 9 anos, os três anos iniciais possuem o grande objetivo de alfabetizar a criança, tanto na língua materna como na matemática, pois assim como lemos as palavras e os textos, precisamos também ler os números e medidas. Uma forma de aproximar o aprendizado da matemática à realidade das crianças é por meio de materiais didáticos que estejam presentes no dia a dia dos alunos ou que representem o mundo social em que o ele está inserido.

Nos anos iniciais, o que a professora aponta como sendo o mais difícil de a criança aprender são as 4 operações fundamentais, e tudo aquilo que as envolve: operação mental, operação com calculadora, operação escrita, etc. A resolução de problemas também é uma questão apontada por ela, que ressalta a necessidade de os professores e até mesmo as universidades investirem mais tempo na correta formação daqueles que são os responsáveis pela construção desses conhecimentos.

Durante o primeiro ano, a criança entra em contato com os números. As 4 operações básicas são trabalhadas ao longo dos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, mas em grau de complexidade diferentes: os números trabalhados vão aumentando, o que confere maior dificuldade nas operações realizadas nas séries mais avançadas. Na opinião de Helena, a quebra com relação à matemática se dá em anos de transição, por exemplo, do quinto para o sexto ano, e também quando os alunos passam a trabalhar com a álgebra, que é a substituição de alguns números por letras na operação, ou seja, incógnitas cujos valores precisam ser descobertos. Ela ainda comenta sobre a dificuldade em se entender o conceito de frações, e da quebra que esse conteúdo também representa na linha de raciocínio da criança.

Para finalizar, ela reforça a questão de se estabelecer relações significativas para que a criança consiga aprender os conteúdos escolares de forma mais eficaz, principalmente nos anos iniciais. Ela afirma que o indivíduo aprende muito buscando regularidades no seu dia a dia, e faz um paralelo disso com a matemática, citando as regularidades existentes no sistema numérico, e como é importante que a criança aprenda sobre elas.

4) Análise dos dados das entrevistas

Foi possível perceber certa uniformidade em algumas das informações fornecidas pelas entrevistadas. Todas elas foram categóricas ao afirmarem que um dos períodos mais importante para o aprendizado da matemática são os anos iniciais do ensino fundamental; nessa fase, elas destacaram as 4 operações básicas e a formação da sequência numérica como sendo conteúdos de grande importância.

Para as entrevistadas, ligar a matemática à realidade da criança é algo imprescindível, e mais de uma vez foi sugerida a conexão do aprendizado dessa disciplina a outros conteúdos, de maneira a tornar o ensino interdisciplinar. Outros pontos similares nas falas das entrevistadas podem ser destacados e observados no Quadro 6 abaixo, que apresenta um resumo das principais informações extraídas das conversas.

Quadro 6 - Resumo entrevista com especialistas

	Carmem Lúcia Villodri Machado	Ana Cristina Souza Rangel	Helena Dória Lucas de Oliveira
Período chave para o aprendizado da matemática	Anos iniciais do E. Fundamental	1º Ano do E. Fundamental	Anos iniciais do E. Fundamental
Conteúdos importantes	- Conceito de sequência - Classificação e seriação de elementos - 4 operações básicas	- Sequência numérica - 4 operações básicas	- 4 operações básicas
Principais dificuldades dos alunos	- Cálculos de números com muitos algarismos	- Abordagem cardinal e ordinal dos signos numéricos - Subtração, divisão e fração	- 4 operações básicas - Frações - Introdução à álgebra
Campos a serem explorados	- Frações - Relacionar a literatura infantil com o conteúdo ensinado - Interdisciplinaridade - Uso em atividades de mais de um ano escolar ou para mais de uma matéria	- Unir o ensino da matemática com a alfabetização	- Materiais didáticos presentes no dia a dia dos alunos - Regularidades da matemática

Fonte: Autora

4.2 ANÁLISE DE SIMILARES

De acordo com Back et al. (2008), realizar uma análise comparativa de produtos disponíveis no mercado é importante na determinação de fatores relevantes e das necessidades dos usuários, e possui o objetivo de auxiliar na definição de requisitos do projeto. Além disso, por meio desse estudo é possível ter uma visão geral do que já foi produzido dentro do universo retratado; no caso do presente trabalho, os similares analisados se enquadram na categoria dos *materiais didáticos para o* *ensino da matemática*, sem se focar em um determinado conteúdo específico da disciplina.

O estudo foi dividido em duas partes: a primeira analisa materiais que costumam ser produzidos pelas próprias professoras para atender demandas específicas de seus alunos; a esses similares deu-se o título de *Similares Artesanais*. O segundo grupo analisado se trata dos *Similares Industriais*, ou seja, produtos desenvolvidos para o mercado.

4.2.1 Similares Artesanais

Durante a entrevista realizada com a Professora Helena Dória Lucas de Oliveira, relatada no item 5.3, surgiu a oportunidade de visitar a Sala de Matemática da Faculdade de Educação da UFRGS, local onde estão armazenados materiais para o auxílio do ensino da matemática. Alguns desses produtos são de fabricação industrial, mas a maioria deles foi confeccionada pelas próprias alunas do curso de Pedagogia, sendo adaptações de jogos e brincadeiras já existentes, como por exemplo, jogo da memória, dominó e quebra-cabeças; os materiais utilizados na sua fabricação eram na maior parte materiais simples, como cartolina e papel cartão encapados plasticamente. A seguir são mostrados alguns exemplos dos materiais observados na ocasião, bem como uma rápida descrição de suas principais características e funcionamento.

1) Sempre 11

O objetivo do jogo, mostrado na Figura 10, é formar sempre um determinado número – no caso em questão, o número 11. Algumas cartas são dispostas na mesa, enquanto outras são distribuídas entre as crianças participantes. Cada uma, na sua vez, deve combinar uma carta que possui em mãos com outra disposta na mesa, cuja soma resulte em 11. É possível relacionar esse similar ao conceito do jogo “Escova”, bastante comum nas regiões de colonização italiana, e cujo objetivo é somar 15 pontos com determinadas cartas do baralho.

Figura 10 - Similar Sempre 11

Foto: Autora

2) Somando se acha

O objetivo deste jogo é semelhante ao anterior. Um determinado valor é dado, e então se pede que a criança combine quais somas formam o número pedido. Como pode ser visto na Figura 11, “somando 10+5, que é o mesmo que 8+7 se acha 15”.

Figura 11 - Similar Somando se acha

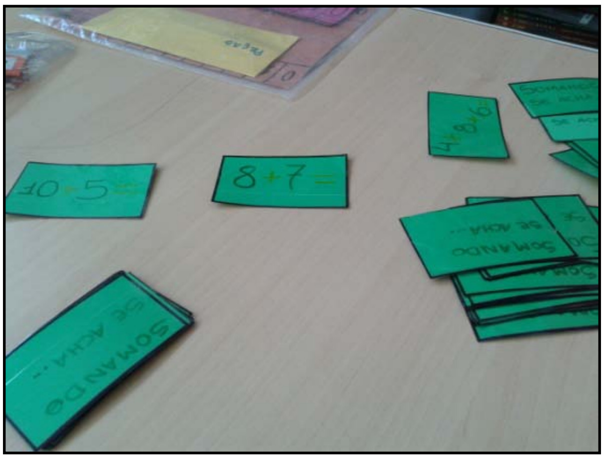


Foto: Autora

3) Relação dos algarismos com as palavras

Semelhante a um dominó, a criança precisa combinar números escritos com algarismos com o seu nome correto. Esse jogo tem o intuito de exercitar a diferenciação da pronúncia de números parecidos entre si e de grande extensão, como pode ser observado a seguir na Figura 12.

Figura 12 - Similar que relaciona algarismos numéricos com a escrita

Foto: Autora

4) Fração

O objetivo desse similar é fortalecer as noções de parte e todo, presente no universo das frações. Representado na Figura 13, ele é constituído por um pedaço retangular de papel, representando o total 1, e diversas outros pedaços menores, constituindo as frações desse total.

Figura 13 - Similar sobre frações

Foto: Autora

4.2.2 Similares Industriais

Existem diversos materiais industrializados para facilitar o ensino dos conteúdos matemáticos, alguns mais conhecidos e usados do que outros. Abaixo são mostrados seis exemplares de materiais didáticos industriais, com a descrição de suas principais características, objetivos, funções, materiais e um pouco de sua história.

1) Ábaco e Soroban

O Ábaco é um instrumento de cálculo milenar difundido em diversas culturas, tendo sido modificado por algumas delas, o que originou uma gama de instrumentos em sua maioria semelhantes, mas com algumas diferenças.

Uma dessas variações originou, em 1930, o Soroban - ou ábaco japonês - utilizado até hoje em larga escala por crianças dessa nacionalidade. De formato retangular, o Soroban é constituído por coluas preenchidas por *fichas* ou *contas;* em cada coluna existem 5 contas, sendo que a conta superior de todas as colunas é separada do restante por uma barra horizontal, como pode ser observado na Figura 14.

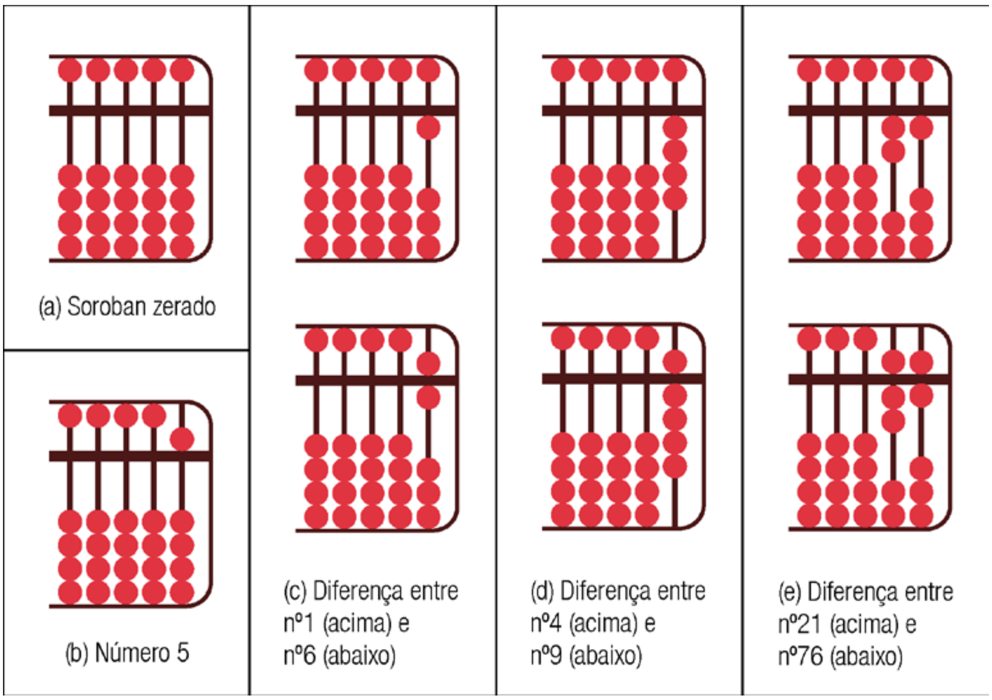
Figura 14 - Soroban, o ábaco Japonês

Fonte: Website Soroban (2013)

O Soroban se caracteriza da seguinte maneira: enquanto as contas inferiores representam o valor de **um**, as contas superiores representam o valor de **cinco**; já as colunas aumentam em **dez** vezes sua valoração da direita para a esquerda, ou seja, a primeira coluna à direita representa as unidades; a próxima coluna à esquerda representa as dezenas; a próxima representa as centenas e assim por diante.

Quando todas as contas abaixo da barra horizontal estão alinhadas na parte inferior da moldura externa, e as contas superiores estão alinhadas na parte superior da moldura externa, o Soroban está zerado – Figura 15 (a). Para representar os números, deve-se mover as contas para cima e para baixo: deslocando para cima uma conta inferior, aumenta-se em 1 o número representado; ao mesmo tempo, movimentando para baixo a conta superior, aumenta-se em 5 o número representado. A diferença entre a representação dos números 1 e 6 – Figura 15 (c) está na posição da conta superior: se ela encosta na moldura externa, temos escrito o número 1; se ela encosta na barra horizontal, temos escrito o número 6 (Fonte: soroban.com). A representação de qualquer quantia segue essa regra, independente da quantidade de algarismos que forma o número. Outros exemplos podem ser visto também na Figura 12 (b), (d) e (e).

Figura 15 - Representação dos números utilizando o Soroban



Fonte: Autora

O Soroban costuma ser produzido em madeira ou plástico, e pode ser utilizado tanto para noções do sistema numérico decimal, quanto para a realização das quatro operações básicas – adição, subtração, multiplicação e divisão. O uso desse material costuma auxiliar crianças no desenvolvimento de uma abordagem mais ativa de aprendizado, estimulando e aumentando a capacidade de cálculo mental dos alunos, visto que pessoas habituadas ao seu uso possuem a imagem mental do soroban no momento de realizar as operações.

2) Material dourado

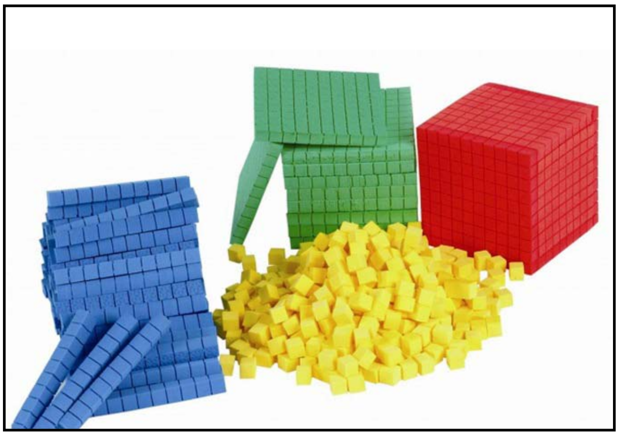
Maria Montessori (1870 – 1952) foi a criadora de um dos materiais didáticos para matemática mais conhecidos e utilizado: o material dourado, ferramenta sensorial concebida para proporcionar às crianças "atividade real" e "experimentação" durante o processo de aprendizagem dos conteúdos numéricos (SILVA; ARAUJO, 2011))

O material dourado possui esse nome devido à coloração da madeira, primeira matéria-prima utilizada para a produção desse produto. Atualmente, a madeira ainda é muito utilizada em sua confecção, mas materiais emborrachados, mais leves e de melhor manuseio, têm ganhado o seu espaço.

A organização do material dourado - vista na Figura 16 – é simples e acontece da seguinte maneira: cada cubo pequenino, ou *conta*, representa uma unidade; a barra, formada por 10 contas, representa uma dezena; a placa, formada por 10 barras, representa a centena; e por fim, o cubo maior, formado por 10 placas, representa o milhar.

É possível perceber que, de forma semelhante ao similar Soroban, mostrado anteriormente, o material dourado também introduz à criança noções da formação do sistema decimal, bem como às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Além disso, noções como área e volume podem também ser estudadas a partir das interações com o material dourado (SILVA; ARAUJO, 2011).

Figura 16 - Material Dourado



Fonte: Website Pós Graduação em Ensino de Matemática UFRGS (2013)

3) Torre de Hanói

A Torre de Hanói, cuja criação é creditada ao matemático francês Edouard Lucas, em 1883, é um material didático que estimula o raciocínio lógico dos indivíduos no planejamento e geração de soluções de problemas; em um nível inicial, pode trabalhar também com questões de tamanhos e proporções (MANOEL, s.d.).

O jogo – Figura 17 – é composto por uma base, geralmente de madeira, onde estão fixas três hastes verticais igualmente espaçadas entre si. Na haste mais a esquerda, estão dispostos um número "n" de discos, com furos centrais, cujos diâmetros variam do maior na base ao menor no topo (MANOEL, s.d.)

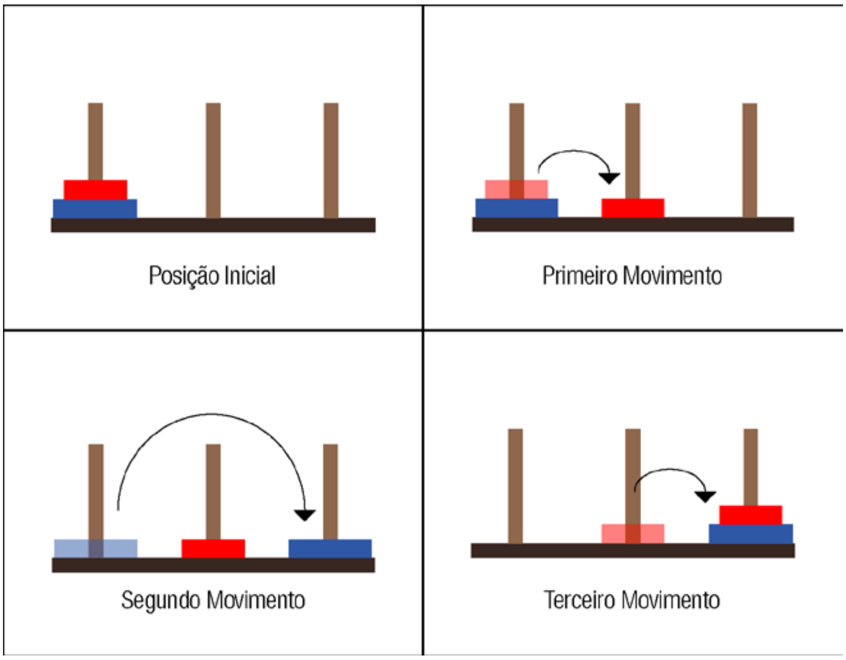
Figura 17 - Torre de Hanói

Fonte: Blog PIBID Matemática UFGD (2013).

O objetivo da torre é mover todos os discos da haste esquerda para a haste à direita, sempre seguindo duas regras: a primeira diz que só é possível mover um disco por vez; a segunda informa que um disco de diâmetro maior nunca pode ser colocado sobre um disco de diâmetro menor.

A Torre de Hanói mais simples é formada por dois discos, cuja sequência de movimentos para atingir o objetivo final está demonstrada na Figura 18. Não existe limite para o número de discos a serem movidos, mas quanto maior for essa quantidade, maior será o número de movimentos mínimos necessários para concluir a tarefa (MANOEL, s.d.).

Figura 18 - Torre de Hanói, sequência de movimentos com dois discos



Fonte – Autora

4) Tangran

O Tangran é um produto de construção simples que permite diversos tipos de aplicação. Apesar de sua criação geralmente ser creditada aos chineses, sua origem permanece incerta, sem dados que comprovem o autor e o ano de seu desenvolvimento (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005).

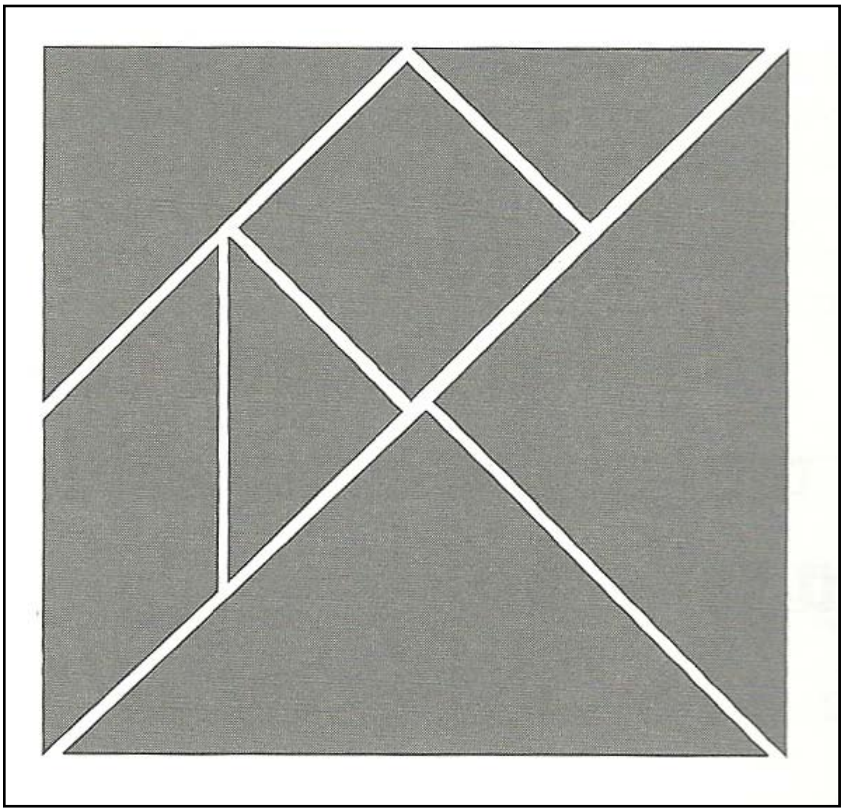
Sendo enquadrado na categoria de quebra-cabeças, ele o Tangran é um conjunto de 7 peças de diferentes formatos: 2 triângulos grandes; 1 triângulo médio;

2 triângulos pequenos; 1 quadrado e um paralelogramo. Posicionadas da maneira correta, essas peças formam um quadrado maior, como pode ser visto na Figura 19.

Como dito inicialmente, várias formas podem ser obtidas por meio de arranjos distintos das peças do Tangran – Figura 20. Suas aplicações no ensino de conceitos matemáticos também são diversas: pode-se trabalhar questões de proporção, com a comparação de tamanho entre as peças; pode-se realizar cálculo sobre a área de cada uma das partes, e posteriormente do conjunto completo; pode-se estabelecer relações geométricas entre as peças que o constituem (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005).

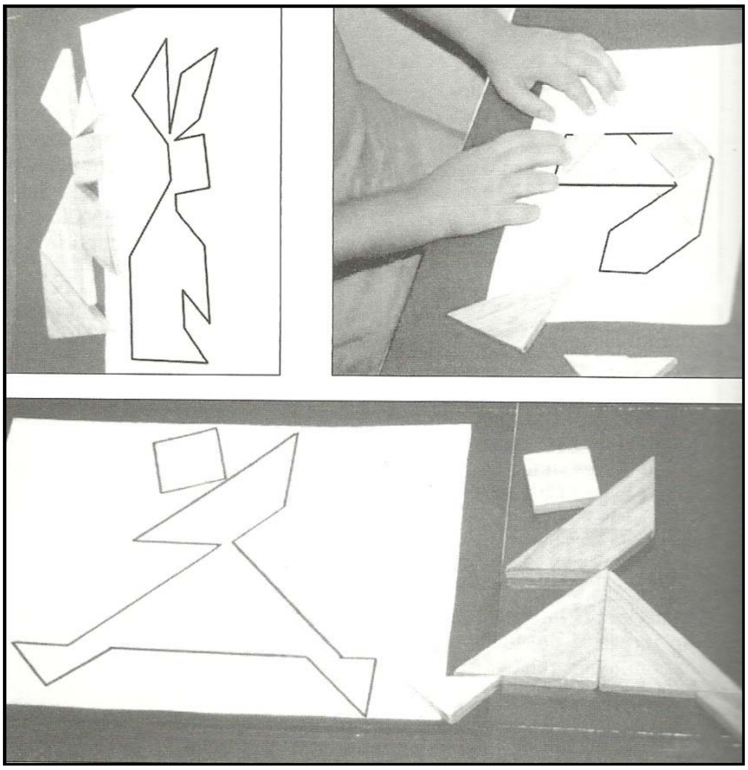
A reprodução do Tangran é relativamente simples, pois sua confecção pode ser realizada com os diferentes tipos de matérias-primas, como folhas de ofício, papel cartão e cartolina, bem como EVA (espuma vinílica acetinada), madeira, acrílico, e assim por diante.

Figura 19 - Arranjo quadrado das sete peças do Tangran



Fonte: Macedo; Petty; Passos (2005)

Figura 20 - Algumas combinações possíveis com o Tangran



Fonte: Macedo; Petty; Passos (2005)

5) Réguas de Cuisenaire

A régua de Cuisenaire é uma invenção do professor belga Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980), e possui esse nome por se tratar de uma série de barras, geralmente feitas de madeira, que formam uma espécie de escala de medida.

Ao todo são 10 réguas – ou barras – de cores distintas e de tamanhos diferentes: a menor dela possui 1centímetro de comprimento e a maior, 10 centímetros de comprimento; as réguas intermediárias seguem, respectivamente, os tamanhos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 centímetros (BOLDRIN, 2010). Na Figura 21 a seguir se mostra o conjunto que constitui as Réguas de Cuisenaire.

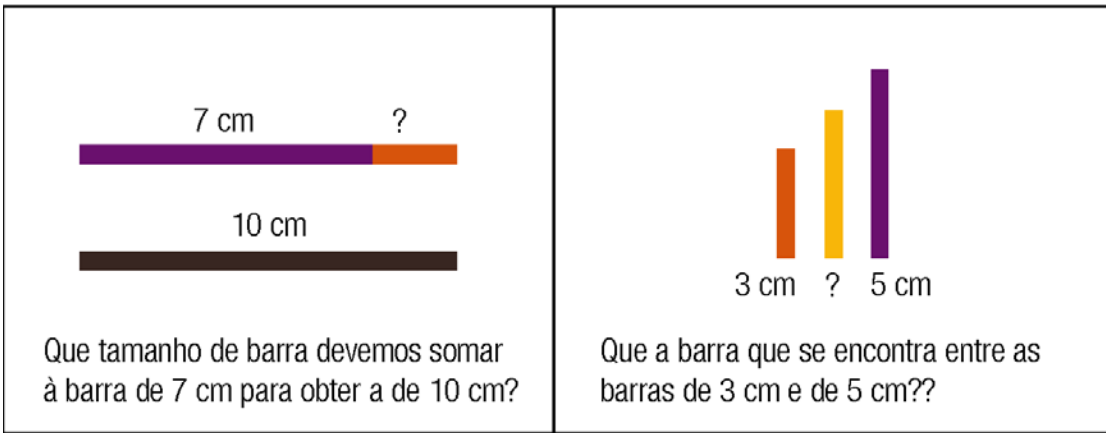
Figura 21 - Réguas de Cuisenaire

Fonte: Blog Cubo Mágico, a loja dos brinquedos e jogos didáticos (2013)

A estruturação das Réguas de Cuisenaire permite várias aplicações durante o processo de ensino da matemática. É possível trabalhar a questão de sucessão dos números naturais com crianças dos anos iniciais, bem como conceitos como *estar entre*, *vir antes* ou *vir depois*, *maior ou menor*, *metade,* entre outros. As quatro operações básicas também podem ser trabalhadas com esse material, e também noções básicas de sistemas de medição e relação de proporção entre os elementos (BOLDRIN, 2010).

Algumas das formas de aplicação das Réguas de Cuisenaire podem ser visualizadas abaixo, na Figura 22.

Figura 22 - Aplicações das Réguas de Cuisenaire



Fonte: Autora

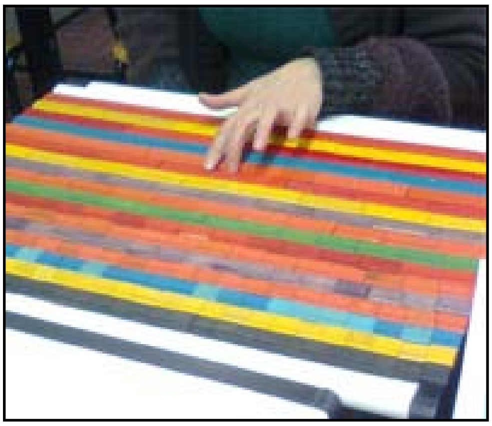
6) Frac-soma 235

O Frac-Soma 235, mostrado na Figura 23, é um material didático cujo enfoque recai sobre o ensino de frações. Desenvolvido por Roberto Ribeiro Baldino, se trata de um conjunto de 235 peças: uma barra representando a unidade, medindo 60 cm de comprimentos, e as outras representando divisões dessa unidade com divisores múltiplos de 2, 3 e 5 (PEREIRA, 2009). O Conjunto completo das peças, suas quantidades e a fatia de fração que representam estão elencados abaixo na Tabela 10.

É interessante observar o uso que esse material faz de outros conhecimentos para auxiliar o aprendizado do conteúdo. As cores de cada uma das partes não são arbitrárias: as frações 1/2, 1/3 e 1/5 possuem como denominadores os números primos 2, 3 e 5; portanto, as cores atribuídas a eles foram as cores primárias, respectivamente, vermelho, amarelo e azul. No restante das frações, as cores resultam da mistura desses três números base. Por exemplo, nas partes equivalente a 1/6, o número 6 é um múltiplo tanto de 2 quanto de 3; por isso, sua cor não é nem vermelho nem amarelo, mas sim a mistura de ambas, resultando em peças da cor laranja (PEREIRA, 2009).

Esse aspecto das cores no Frac-Soma 235 possibilita que o aluno faça suposições sobre quantas vezes determinada peça foi dividida, e sua relação como números múltiplos de 2, 3 e 5. Por ser constituído de barras de diferentes comprimentos, é possível produzir o material com diferentes tipos de matérias-primas, como madeiras, espumas similares ao EVA, isopor, entre outros.

Figura 23 - Frac-Soma 235



Fonte: Blog Multimatemática (2013)

Tabela 10 - Peças que constituem o Frac-Soma 235

Número de Barras	Comprimento	Cor	Fração Respectiva
1 barra	60 cm	Branco	1 (sem divisão)
2 barras	30 cm	Vermelho	1/2
3 barras	20 cm	Amarelo	1/3
4 barras	15 cm	Vermelho	1/4
5 barras	12 cm	Azul	1/5
6 barras	10 cm	Laranja	1/6
8 barras	7,5 cm	Vermelho	1/8
9 barras	6,67 cm	Amarelo	1/9
10 barras	6 cm	Roxo	1/10
12 barras	5 cm	Laranja	1/12
15 barras	4 cm	Verde	1/15
16 barras	3,75 cm	Vermelho	1/16
18 barras	3,33 cm	Laranja	1/18
20 barras	3 cm	Roxo	1/20
24 barras	2,5 cm	Laranja	1/24
25 barras	2,4 cm	Azul	1/25
27 barras	2,22 cm	Amarelo	1/27
30 barras	2 cm	Pretp	1/30
Obs: Às peças que representam 1/30 da unidade foi conferida a cor preta, visto que a mistura das cores vermelho, amarelo e azul resulta em uma cor não atrativa para as crianças			

Fonte: Adaptado de Pereira (2009)

É possível perceber algumas semelhanças entre os similares industriais acima analisados. A maioria dos itens apresentados é produzida em madeira, possuindo diversas peças que podem ser livremente manuseadas; muitos deles podem ser utilizados para o ensino de mais de um conteúdo matemático, o que confere maior margem de uso desses produtos, visto que eles podem ser aproveitados em diferentes momentos. Alguns dos conteúdos recorrentes nos produtos analisados são as 4 operações básicas, a estruturação do sistema numérico decimal, e questões relacionadas a geometria.

Outra característica semelhante entre eles é a possibilidade de uso tanto individual quanto em grupo: apesar de não se caracterizarem como jogos, esses materiais permitem que as crianças trabalhem em conjunto, manipulando os objetos e raciocinando de forma colaborativa. O Quadro 7 abaixo apresenta uma análise comparativa um pouco mais detalhada dos similares tratados anteriormente.

Quadro 7 - Análise comparativa dos similares industriais

	Forma de Uso	Conteúdos Trabalhados	Material	Tipos de peças e configuração básica
Soroban	Individual ou Coletivo	- Organização do sistema numérico decimal - 4 operações básicas	- Madeira - Polímero	Fichas ou contas fixadas em hastes verticais
Material Dourado	Individual ou Coletivo	- Organização do sistema numérico decimal - 4 operações básicas - Noções de área e volume	- Principalmente madeira - Polímero	- Cubos - Barras - Placas
Torre de Hanói	Individual ou Coletivo	- Tamanhos e proporções - Planejamento e geração de soluções de problemas	- Madeira	Discos com diferentes diâmetros
Tangran	Individual ou Coletivo	- Tamanhos e proporções - Cálculo de área - Relações geométricas entre as peças	- Madeira - Polímero - Papel - EVA	7 peças: 5 triângulos, 1 quadrado, 1 paralelogramo
Réguas de Cuisenaire	Individual ou Coletivo	- Sucessão dos números naturais - 4 operações básicas - Sistemas de medição - Relações de proporção	- Principalmente madeira	Barras que variam de 1cm a 10 cm
Frac-Soma 235	Individual ou Coletivo	- Frações	- Principalmente madeira	235 barras (unidade = 60 cm)

Fonte: Autora

5. CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROBLEMA DE PROJETO

5.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PROJETO

Como explicitado no item 1.3, o objetivo do presente trabalho é a concepção e o desenvolvimento de um produto que auxilie crianças no processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. O projeto em sua concepção inicial se mostra abrangente, e não houve, propositalmente, no princípio, uma definição de qual a idade mais apropriada para o desenvolvimento do projeto.

Por meio das pesquisas realizadas na etapa de fundamentação teórica, nas entrevistas feitas com especialistas da área de pedagogia e nas informações coletadas por meio da análise de similares, foi possível identificar a convergência das informações para uma faixa etária específica do período escolar, que possui grande influência no restante do desenvolvimento do indivíduo, tanto em nível acadêmico quanto em nível pessoal. Essa faixa etária é o que define o público-alvo do projeto, ou conforme Back et al. (2008), os principais usuários do produto, ou seja, os indivíduos que serão mais influenciados por ele, visto que também devem ser considerados como usuários os pais e os professores das crianças em fase de aprendizagem.

O problema de projeto, portanto, passa a ser o *desenvolvimento de um produto para auxiliar crianças na faixa etária dos 6 aos 8 anos de idade, período que corresponde do 1º ano ao 3º ano do ensino fundamental, no aprendizado de matemática.*

Com relação aos conteúdos a serem abordados no projeto, as pesquisas realizadas identificaram que, para esta faixa etária, os conceitos de constituição dos números e do sistema numérico, além das operações básicas, principalmente adição e subtração, são os principais itens que devem ser abordados e que influenciam diretamente no restante do processo de aprendizagem da matemática.

O foco do projeto recairá então sobre esses conteúdos, que estão compreendidos dentro do universo da álgebra e da aritmética, como visto na divisão apresentada no item 3.3.1. Todavia, vale ressaltar que essa definição não exclui os outros conceitos destacados – as áreas da geometria e de medições e grandezas - visto que a matemática possibilita inúmeras conexões entre os seus conteúdos;

portanto esses assuntos podem vir a ser abordados conforme o andamento do processo de geração de alternativas e o consequente direcionamento do problema de projeto.

5.2 DEFINIÇÃO DAS NECESSIDADES DOS USUÁRIOS

Como observado no item anterior, o público alvo do projeto em questão foi definido como sendo crianças de 6 a 8 anos de idade, que frequentam o 1º, 2º e 3º anos do ensino fundamental.

As etapas anteriores de revisão bibliográfica, entrevistas e análise de similares, além de auxiliarem na definição da faixa etária, foram as principais fontes de determinação das necessidades dos usuários.

O Quadro 8 a seguir apresenta, de forma resumida, a lista das necessidades observadas, bem como a sua proveniência, ou seja, o método de coleta de dados utilizado para a obtenção de cada item.

Quadro 8 - Necessidades dos usuários

Necessidades dos Usuário	Fonte	
	Entrevistas	Bibliografia
Relacionar o conteúdo matemático ao cotidiano da criança	1, 2 e 3	Moreira (1999) Illeris (2009) Nunes e Bryant (1997)
Aprendizagem contínua	1, 2 e 3	Illeris (2009) Nunes e Bryant (1997) Rangel (1992)
Proporcionar ao aluno uma posição ativa em sua aprendizagem	2	Nunes e Bryant (1997) Rangel (1992) Kamii e Housman (2002)
Fácil manuseio e transporte	2	
Ser atrativo	1	Illeris (2009)
Desenvolver de raciocínio lógico	2 e 3	Kamii e Housman (2002) Nunes e Bryant (1997) Lopes (1999) Therrell (2002)
Estimular a autoconfiança da criança em sua capacidade para aprender coisas novas	2	Lopes (1999)

Fonte: Autora

5.3 CONVERSÃO DAS NECESSIDADES EM REQUISITOS DO USUÁRIO

Conforme Back *et al*. (2008), o desdobramento das necessidades dos usuários em requisitos dos usuários deve ser feita de forma a facilitar a sua compreensão por parte da equipe de desenvolvimento do projeto. Além de requisitos, existem também os chamados condicionantes de projeto, que podem ser atribuídos a cada necessidade elencada. Enquanto os requisitos são os itens que obrigatoriamente devem ser contemplados para o correto desenvolvimento do produto final, as condicionantes de projeto são características que se recomenda atender, mas que não possuem obrigatoriedade de aplicação, visto que não impossibilitam a adequada concretização das alternativas geradas.

Uma das formas de fazer a conversão das necessidades em requisitos de projeto é por meio de atributos, que Back *et al*. (2008) caracteriza como sendo o grupo das qualidades que um determinado produto deve possuir. No caso do presente trabalho, foram utilizados alguns dos atributos sugeridos pelo autor em conjunto com as características observadas por Therrell (2002) e abordadas no item 3.4.2, que diz respeito às qualidades que devem permear o desenvolvimento de projetos específicos de brinquedos.

Como visto no item anterior, por meio das pesquisas foi possível realizar a definição das necessidades dos usuários. A primeira delas se refere a relacionar o conteúdo da matemática ao cotidiano da criança. Foi possível constatar que para apoiar e auxiliar a compreensão dos conceitos matemáticos é muito importante que os conteúdos estejam devidamente relacionados à vida e ao mundo em que a criança vive. A capacidade de abstração é uma habilidade desenvolvida principalmente no fim do período infantil; por isso, situações bem contextualizadas são imprescindíveis para que crianças de 6 a 8 anos consigam compreender o que está sendo ensinado a elas.

A necessidade de proporcionar uma aprendizagem contínua também foi constatada por meio das pesquisas. Para que os conhecimentos adquiridos sejam bem assimilados, é preciso uma prática contínua de exercícios e de raciocínio sobre os conceitos matemáticos, em diferentes níveis de complexidade. Promover uma posição ativa do aluno no processo de aprendizagem também é um aspecto importante: é por meio da ação da criança e do seu envolvimento com os conteúdos que ocorre a assimilação de novas ideias e novos conceitos; crianças são naturalmente curiosas, e explorar essa característica as coloca em uma posição de construtoras do próprio conhecimento.

Outra necessidade observada é a questão do manuseio e do transporte dos materiais didáticos. Alguns similares disponíveis, apesar de promover um ótimo nível de interação da criança com o produto, são difíceis de transportar devido ao peso e ao material com que são produzidos. Materiais mais leves, de fácil transporte e manuseio possibilitam o uso do produto tanto em ambiente escolar quanto e ambiente familiar, aumentando a interação da criança com o produto e, consequentemente, influenciando na qualidade do aprendizado adquirido.

A quarta e quinta necessidades se referem ao desenvolvimento do raciocínio lógico da criança e ao estimulo de sua autoconfiança em aprender. Para apoiar o raciocínio dos alunos, é imprescindível a utilização de materiais que permitam que as crianças mantenham em mente as variáveis com as quais se está trabalhando. Além disso, é necessário considerar a maneira de pensar da criança e quais os aspectos que se relacionam com o conteúdo que está sendo ensinado. A partir do momento em que o aluno desenvolve o pensamento de maneira progressiva e se torna parte do processo de construção do conhecimento, sua confiança é estimulada; a consequência disso são crianças que passam a ver em situações novas a oportunidade de desafios e de aquisição de novos saberes.

Por fim, para que o aluno se sinta estimulado a fazer uso de um determinado material didático, é necessário que esse produto possua qualidades atrativas ao seu público alvo. Cores, formas, texturas e forma de funcionamento estão envolvidas no desejo da criança de interagir com o brinquedo em questão; além disso, é importante que o produto desperte a curiosidade do usuário não apenas por questões de aparência física, mas também, e principalmente, pelo seu uso como ferramenta educativa na transmissão de diferentes conteúdos matemáticos.

A seguir é apresentada o Quadro 9, com a transformação de cada uma das necessidades em seus respectivos atributos, requisitos de usuários e condicionantes de projeto, se aplicável.

Quadro 9 - Conversão das necessidades em requisitos dos usuários

NECESSIDADES	ATRIBUTOS	REQUISITOS DO USUÁRIO	CONDICIONANTES
Relacionar conteúdo matemático ao cotidiano da criança	Usabilidade; Educacional	- Fazer uso de situações significativas, ligadas à realidade	
Aprendizagem contínua	Usabilidade; Educacional	- Exercitar diferentes níveis de complexidade sobre o mesmo assunto - Realizar conexões com conhecimentos previamente adquiridos - Construir o conhecimento progressivamente	Proporcionar aprendizagem em mais de uma área do conhecimento humano.
Proporcionar ao aluno uma posição ativa em sua aprendizagem	Usabilidade	- Promover a interação com o material didático - Construir conceitos formais da matemática a partir da experimentação e ação da criança - Promover o manuseio e a exploração das características e propriedades do produto	
Fácil manuseio e transporte	Ergonomia; Material	- Utilizar matérias-primas, embalagens, mecanismos adequados - Produtos leves	
Ser atrativo	Estética; Elementos Sensoriais	- Estimular as percepções visuais e táteis da criança - Utilizar estética próxima à realidade, com certa riqueza de detalhes - Despertar sentimentos como motivação, curiosidade, incentivo - Trabalhar com cores, formas, texturas, volumes	Possibilitar o uso em grupo do produto.
Desenvolver o raciocínio lógico	Usabilidade	- Considerar a maneira de pensar da criança na faixa etária definida - Levar em conta aspectos do(s) conteúdo(s) a ser ensinado	
Estimular a autoconfiança da criança em sua capacidade para aprender coisas novas	Causa e Efeito	- Levar em consideração o entendimento que a faixa etária tem sobre a relação entre esforço e recompensa - Permitir domínio de ações por meio do exercício contínuo	Promover resposta a determinadas ações da criança (sons, luzes, mudança de propriedade, etc)

Fonte: Autora

5.4 PRIORIZAÇÃO DOS REQUISITOS DOS USUÁRIOS

A priorização dos requisitos, de acordo com Back *et al*. (2008) é a classificação dos mesmos, ou seja, a identificação da ordem de importância à busca de soluções para o cumprimento de determinado requisito.

Para este trabalho, optou-se por utilizar como método de priorização o Diagrama de Mudge, que se caracteriza como um método de avaliação numérica entre determinadas funções, por meio da comparação entre elas (CSILLAG, 1995).

Para estabelecer a comparação entre os requisitos elencados, foi utilizado o seguinte critério de análise:

1) 1 = item da coluna é ligeiramente mais importante que o item da linha

2) 3 = item da coluna é mais importante que o item da linha

3) 5 = item da coluna é muito mais importante que o item da linha

Para validar a priorização estabelecida, está prevista como etapa futura do projeto a aplicação da ferramenta chamada Processo de Análise Hierárquica – AHP – com profissionais da área do ensino. A ideia é recolher, por meio dessa ferramenta, a opinião dos especialistas sobre a importância de cada um dos requisitos elencados, confrontando esse resultado com a versão obtida pelo projetista. Dessa forma, assegura-se que as definições feitas para o projeto estão de acordo com as metas estabelecidas.

A Tabela 11 abaixo mostra, portanto, a aplicação do Diagrama de Mudge, juntamente com o grau de importância atribuído a cada requisito. A listagem dos requisitos já priorizados e seus percentuais de relevância no projeto podem ser observados na Tabela 12.

Tabela 11 - Diagrama de Mudge

		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	soma do atributo	%
A	situações significativas		A1	A1	A1	A1	F1	A3	A3	A5	A1	A3	A1	A1	A3	A1	25	13,08
B	diferentes niveis de complexidade			C1	D1	E1	F3	B3	B1	B3	J1	B3	M1	N1	B1	P1	11	5,75
C	conexões com conhecimentos prévios				D1	E3	F1	C1	H1	C3	J3	C3	M1	N1	O1	P1	8	4,18
D	construção progressiva do conhecimento					E1	F1	D1	D1	D3	D1	D3	M3	N1	D1	P1	12	6,28
E	interação com o material didatico						F1	E3	E1	E1	E1	E1	M1	N1	E3	E1	16	8,37
F	experimentação e ação da criança							F5	F1	F5	F1	F1	F1	N1	F3	F1	25	13,08
G	materiais								H3	I1	J5	L1	M5	N3	O3	P3	0	0
H	estimular percepções visuais e tateis									H1	J3	H1	M3	N1	O1	P1	6	3,14
I	estetica proxima à realidade										J3	L1	M3	N3	O3	P3	1	0,52
J	despertar motivação, curiosidade, incentivo											J3	J1	J1	J1	J3	24	12,56
L	usar cores formas e volumes												M3	N3	O1	P1	2	1,04
M	considerar a maneira de pensar da criança													M1	M1	M1	23	12,04
N	considerar aspectos do conteudo matematico														N1	N1	17	8,9
O	utilizar a relação esforço e recompensa															P1	9	4,71
P	domínio de ações por exercicio continuo																12	6,28
																	191	100

Fonte: Autor

Tabela 12 - Priorização dos requisitos dos usuários

	REQUISITOS DO USUÁRIO PRIORIZADOS	%
A	situações significativas	13.08%
F	experimentação e ação da criança	13.08%
J	despertar motivação, curiosidade, incentivo	12.56%
M	considerar a maneira de pensar da criança	12.04%
N	considerar aspectos do conteudo matematico	8.9%
E	interação com o material didatico	8.37%
D	construção progressiva do conhecimento	6.28%
P	domínio de ações por exercicio continuo	6.28%
B	diferentes niveis de complexidade	5.75%
O	utilizar a relação esforço e recompensa	4.71%
C	conexões com conhecimentos prévios	4.18%
H	estimular percepções visuais e tateis	3.14%
L	usar cores formas e volumes	0,52%
I	estetica proxima à realidade	0.52%
G	materiais	0,52%

Fonte: Autor

É possível perceber, pela análise das duas tabelas acima, que os requisitos categorizados como sendo os mais importantes estão intimamente relacionados entre si. Os dois requisitos que mais pontuaram – situações significativas e experimentação e ação da criança – refletem a grande necessidade de trabalhar o ensino da matemática de forma apropriada para cada faixa etária, assim como os dois requisitos seguintes - motivação, curiosidade, incentivo, e considerar a maneira de pensar da criança - demonstram a importância de considerar as crianças como sendo a peça chave no processo de ensino – aprendizagem.

As porcentagens estabelecidas acima reafirmam também as necessidades observadas. Por meio da Tabela 16, no item 5.2, já foi possível ter uma prévia do grau de importância de cada necessidade, tendo em vista as fontes nas quais elas foram encontradas. Algumas delas foram citadas tanto pelos especialistas, nas três entrevistas, quanto nas fontes consultadas para a construção da base teórica; se analisarmos a Tabela 17, de conversão das necessidades em requisitos, será possível observar que os requisitos com pontuação mais alta na Tabela 18 têm origem justamente nas necessidades mais apontadas pelas fontes de coletas de dados. Essa convergência de informações mostra que o direcionamento do projeto esteve de acordo com as questões que permeiam o tema proposto.

5.5 CONVERSÃO DOS REQUISITOS DOS USUÁRIOS EM REQUISITOS DE PROJETO

A tradução dos requisitos dos usuários em requisitos de projeto é, de acordo com Back *et al*. (2008), a etapa em que se estabelecem, por meio de uma linguagem mais técnica, as características e os atributos manipuláveis do produto a ser desenvolvido. É importante destacar que um determinado requisito dos usuários pode ser convertido em mais de um requisito de projeto, da mesma forma em que diversos requisitos dos usuários podem ser agrupados em um único requisito de projeto.

Para auxiliar a tarefa de tradução dos requisitos, Back *et al*. (2008) sugere alguns procedimento. Entre elas estão os chamados *questionamentos*, método proposto por Blanchard e Fabrycky (1990) *apud* Back et al. (2008) que nada mais são do que perguntas acerca do produto a ser desenvolvido - sua função, a quem está direcionado, suas características formais e técnicas, entre outras.

O Apêndice 2 apresenta a conversão dos requisitos dos usuários em requisitos de projeto, conforme o método descrito acima, onde é possível perceber que muitos dos requisitos de projeto aparecem como derivações de mais de um requisito do usuário. Além disso, constatou-se a existência de grandes semelhanças entre determinados requisitos de projeto, o que permitiu a sua revisão e o seu agrupamento conforme essas semelhanças. O Quadro 10 apresenta essa revisão, que tem com principal vantagem a compactação dos dezesseis requisitos iniciais, mostrados no Apêndice 2, em sete requisitos de projeto finais, que abrangem de forma clara e direta as características a serem buscadas na etapa de geração de alternativas do produto final.

Quadro 10 - Requisitos de projeto revisados

<table>
<tr><th>REQUISITOS DE PROJETO INICIAIS</th><th>REQUISITOS DE PROJETO REVISADOS</th></tr>
<tr><td>Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver</td><td rowspan="3">Atividades cuja compreensão é adequada à crianças de 6 a 8 anos, e contextualizadas no seu universo</td></tr>
<tr><td>Relacionar o conteúdo ensinado à outros conhecimentos já adquiridos</td></tr>
<tr><td>Atividades contextualizadas</td></tr>
<tr><td>Aparência atrativa para crianças de 6 a 8 anos de idade</td><td rowspan="2">Recursos visuais que confiram aparência atrativa ao produto</td></tr>
<tr><td>Possuir recursos visuais e táteis</td></tr>
<tr><td>Oferecer versatilidade na maneira de uso</td><td rowspan="2">Apresentar uso simples, intuitivo e versátil</td></tr>
<tr><td>Uso simples e intuitivo</td></tr>
<tr><td>Dimensões compatíveis com crianças de 6 a 8 anos de idade</td><td rowspan="4">Dimensões do produto e nº de componentes compatíveis com crianças de 6 a 8 anos</td></tr>
<tr><td>Dimensões suficientes para que não haja o risco de ter peças ingeridas</td></tr>
<tr><td>Não ter peso excedente, podendo ser carregado por crianças de 6 anos</td></tr>
<tr><td>Não dispor de peças desnecessárias</td></tr>
<tr><td>Não fazer uso de pontas, quinas e relevos que possam oferecer risco à criança</td><td rowspan="2">Materiais e acabamentos que não ofereçam riscos à criança</td></tr>
<tr><td>Utilização de materiais não tóxicos e apropriados para o manuseio de crianças de 6 a 8 anos</td></tr>
<tr><td>Enfocar o aprendizado da série numérica</td><td rowspan="2">Enfocar o aprendizado da série numérica, adição e subtração</td></tr>
<tr><td>Enforcar o aprendizado da adição e subtração</td></tr>
<tr><td>Oferecer durabilidade</td><td>Oferecer durabilidade</td></tr>
</table>

Fonte: Autora

5.6 PRIORIZAÇÃO DOS REQUISITOS DE PROJETO

A partir da definição dos requisitos de projeto, passa-se à etapa de priorização desses itens, que tem por objetivo conferir grau de importância dos mesmos frente aos requisitos dos usuários (BACK *et al*., 2008).

O método de priorização utilizado é a chamada matriz de relacionamentos (HAUSER E CLAUSING, 1988, *apud* BACK *et al*., 2008), que faz o cruzamento de linhas – os requisitos dos usuários – com as colunas – os requisitos de projeto – mostrados na Tabela 24. O grau de relação do requisito de projeto com os requisitos dos usuários segue a seguinte ordem: 0 quando não houver nenhum grau de relação entre as características; 1 para baixo grau de relação; 3 para médio grau de relação e 5 para alto grau de relação. Após essa primeira etapa, os valores conferidos a cada requisito de projeto são multiplicados pelo peso dos requisitos dos usuários, resultando na pontuação final de cada requisito, que pode ser vista na

Tabela 13, que já apresenta os requisitos em ordem de prioridade; as tabelas intermediárias que correspondem à matriz de relacionamentos podem ser vistas no Apêndice 3.

Tabela 13 - Requisitos de projeto em ordem de prioridade

REQUISITOS PRIORIZADOS	
Apresentar uso simples, intuitivo e versátil	**21,42%**
Atividades cuja compreensão é adequada à crianças de 6 a 8 anos, e contextualizadas no seu universo	**20,89%**
Enfocar o aprendizado da série numérica, adição e subtração	**17,44%**
Recursos visuais que confiram aparência atrativa ao produto	**14,43%**
Dimensões do produto e nº de componentes compatíveis com crianças de 6 a 8 anos	**13,03%**
Materiais e acabamentos que não ofereçam riscos à criança	**8,90%**
Oferecer durabilidade	**3,85%**

Fonte: Autora

5.7 CONVERSÃO DOS REQUISITOS DE PROJETO EM ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO

A última etapa antes de se iniciar a fase de geração de alternativas da solução final é a conversão dos requisitos de projeto, priorizados no item anterior, em especificações de projeto, que, de acordo com Back et al. (2008), são os requisitos descritos de maneira mais detalhada, proporcionando maior compreensão aos diferentes agentes de desenvolvimento do produto. Além da descrição mais precisa, a tradução dos requisitos de projeto em especificações também prevê a forma de verificação da solução projetada frente aos parâmetros estabelecidos, e a identificação dos possíveis riscos presentes no projeto ao se tentar atender a uma determinada especificação (BACK *et al*., 2008). O Quadro 11 apresenta, portanto, as especificações de projeto obtidas a partir dos requisitos de projeto.

Quadro 11- Especificações de Projeto

	REQUISITOS DE PROJETO	DESCRIÇÃO DAS ESPECIFICAÇÕES	MODO DE VERIFICAÇÃO	POSSÍVEIS RISCOS
1º	Apresentar uso simples, intuitivo e versátil	> Fazer uso de ações, peças e comandos que sejam de fácil manipulação e entendimento > Permitir uso individual ou em grupo, oferecendo diferentes formas de exercitar o conteúdo	Avaliação de especialistas e/ou Análise de uso	Aumento da complexidade do produto
2º	Atividades cuja compreensão é adequada à crianças de 6 a 8 anos, e contextualizadas no seu universo	Atividades adequadas ao desenvolvimento físico, psicológico e intelectual, que integrem experiências cotidianas e assuntos de interesse das crianças de 6 a 8 ano ao uso/configuração do produto	Avaliação de especialistas e/ou Análise de uso	Restrição das atividades propostas
3º	Enfocar o aprendizado da série numérica, adição e subtração	Possibilar o trabalho com os nºs até 100, além dos redondos - 200, 300, 400, etc	Avaliação de especialistas e/ou Análise de uso	Aumento da complexidade do produto / Aumento do nº de peças do produto
4º	Recursos visuais que confiram aparência atrativa ao produto	Uilizar ores, formas tridimensionais, texturas e materiais que captem a atenção e incentivem o uso do produto	Análise de uso	Aumento da complexidade do produto; limitação quanto ao grupo ao qual o produto é destinado
5º	Dimensões do produto e nº de componentes compatíveis com crianças de 6 a 8 anos	Fazer uso de dados antropométricos e ergonômicos no projeto do produto	Comparação com os dados antropométicos e ergonômicos	Restrições quanto ao desenho e ao tamanho das partes
6º	Materiais e acabamentos que não ofereçam riscos à criança	Fazer uso de cantos arredondados e acabamento de peças adequado, utilizando materiais testados, disponíveis no mercado	Análise do material e comparação com produtos similares já existente / Análise de uso	Limitação na escolha do material
7º	Oferecer durabilidade	Fazer uso de materiais resistentes ao uso	Análise das propriedades do material	Limitação na escolha do material

Fonte: Autora

6. PROJETO CONCEITUAL

Com posse dos requisitos e especificações de projeto, é dado início à fase de projeto conceitual. Para auxiliar no desenvolvimento de alternativas que forneçam soluções aos requisitos e especificações estabelecidos previamente, foi feita uma pesquisa com pais e responsáveis de crianças na faixa etária do projeto, além de observações em sala de aula para acompanhar o aprendizado de matemática das crianças. Os resultados obtidos com esses dois momentos foram importantes para a elaboração de painéis conceituais de imagens que traduzem o caminho que deve ser seguido na geração de alternativas.

A criação de conceitos para o produto foi feita em duas etapas: a primeira corresponde à geração preliminar de alternativas, em que questões formais e estéticas são deixadas de lado, e o foco recai sobre a ideia geral do produto. Essas primeiras ideias passaram por um processo de seleção, que envolve a comparação das alternativas entre si por meio de matrizes, e a avaliação das soluções propostas perante especialistas. O conceito selecionado é então desenvolvido na etapa de refinamento da alternativa, que se preocupa com a forma, a estética, e os mecanismos que constituirão o produto final, e que tem como principal critério de avaliação a adequação da estética sugerida à faixa etária do público alvo e a facilidade de manuseio e de produção dos elementos sugeridos. Ao final dessa etapa, tem-se o produto com todas as suas características definidas para que se inicie o processo de modelagem tridimensional.

6.1 ENTREVISTA COM PAIS E RESPONSÁVEIS

Foi possível constatar, por meio da definição dos requisitos de projeto e sua priorização – rever Tabela 26, acima – que uma das características importantes para o projeto é que o produto desenvolvido possibilite a realização de atividades contextualizadas no dia a dia do público alvo.

Portanto, foi elaborada uma pesquisa online voltada para os pais e/ou responsáveis de crianças entre 6 a 8 anos de idade, com o objetivo de coletar informações acerca dos hábitos de seus filhos, seus interesses e sua relação com a disciplina da matemática. A pesquisa foi executada por meio de sete perguntas, cujas respostas podem ser vistas na íntegra no Apêndice 4; apesar de ter o foco em crianças de 6 a 8 anos, a pesquisa também considerou a resposta de pais com filhos de 5 e 9 anos. A ampliação do escopo entrevistado se deve à proximidade dessas idades à faixa etária do projeto, e às possíveis presenças dessas crianças nos anos escolares cujo projeto abrange, resultado de possíveis discrepâncias idade-série.

A análise das respostas fornecidas mostra uma semelhança entre os interesses e preferências das crianças que fazem parte do público alvo. Quando questionadas sobre quais as atividades que seus filhos costumam realizar em seu tempo livre, e quais os brinquedos com os quais eles costumam brincar, as respostas foram parecidas, envolvendo jogos dos mais diversos tipos (vídeo game, jogos de tabuleiro, jogos no computador, jogos ao ar livre) e brincadeiras e atividades como pintar, desenhar, brincar de lego e quebra-cabeças.

Com relação aos assuntos pelos quais as crianças demonstravam interesse, constatou-se que os principais tópicos de conversa englobam aspectos do dia a dia da criança, o que ela fez na escola, o que ela aprendeu nas aulas, o que ela pretende fazer nos dias que virão. Isso mostra que o cotidiano da criança é uma grande fonte de interesse para ela, e que atividades que se passam nesses momentos tendem a atraí-las.

As últimas questões se referiam à relação da criança com a matemática, se ela demonstrava interesse pela disciplina e como ela enxergava o aprendizado dos conteúdos matemáticos. As respostas fornecidas pelos pais deixaram claro que, quanto maior a facilidade da criança em entender os conceitos da disciplina, maior é o seu gosto pela matéria. Crianças que demonstram desinteresse ou até mesmo sentimentos negativos em relação à matemática costumam apresentar dificuldades de compreensão e execução das atividades propostas pelos professores.

6.2 OBSERVAÇÃO EM SALA DE AULA

Além das informações coletadas por meio das entrevistas com os pais das crianças na faixa etária do projeto, relatadas no tópico anterior, realizou-se também o acompanhamento de duas aulas de matemática em uma escola da cidade de Porto Alegre, com o objetivo de presenciar o aprendizado dos conteúdos matemáticos e perceber a relação existente entre a disciplina e as crianças.

As aulas foram observadas em dois dias, dentro das dependências do Colégio de Aplicação UFRGS; esse acompanhamento foi feito primeiramente na turma do 2º ano do ensino fundamental, e logo após, no 1º ano do ensino fundamental.

Na turma do 2º ano, que possuía aproximadamente 22 alunos, o conteúdo tratado eram somas de números com dois dígitos, e a identificação nesses números das partes que representavam as unidades e as dezenas. Por meio de uma atividade extraída de um livro didático, as crianças foram apresentadas à situação de compra de peças de roupas, e precisavam fazer o somatório dos valores gastos.

Foi possível observar que, apesar da professora já ensinar para as crianças o método de conta armada, muitas necessitaram de outra forma de cálculo para fazer as somas solicitadas; geralmente, se recorria ao desenho de palitinhos em uma folha de papel, ou à contagem dos números com o auxílio dos dedos. A maioria dos alunos apresentou dificuldades em determinar o que era a dezena e o que era a unidade nos números em questão, mesmo que tivessem obtido o resultado correto na conta armada.

Na turma do 1º ano, com aproximadamente 20 alunos, o conteúdo trabalhado eram os números de 1 a 10, e as somas cujo resultado não excedia 10. A dinâmica proposta dividiu os alunos em grupos de 03 e como material de apoio utilizaram-se as cartas numéricas de um baralho convencional. As cartas foram divididas entre os participantes, e cada um deles tinha a tarefa de depositar na mesa uma das cartas do seu montante. O aluno que tivesse a carta com o maior valor vencia a rodada e ganhava para si as cartas do centro da mesa. Para estimular a realização das contas e da identificação da ordem dos números, foi solicitado que se registrasse os valores de cada um dos participantes, de forma a se poder contabilizar os pontos finais e determinar o vencedor do jogo.

Após a realização dessa dinâmica, a professora retomou o conteúdo com os alunos, propondo somas entre as cartinhas do baralho, e pedindo que eles realizassem as contas de cabeça. Ela também os guiou na construção da reta numérica, e a correta ordem dos números foi montada em conjunto. Para os alunos do 1º ano, a principal dificuldade identificada nas somas pequenas foi a tendência das crianças a apenas juntar os algarismos em vez de somá-los. Quando solicitadas a fazer a soma 5+3, por exemplo, os primeiros resultados proferidos pelos alunos foram “53” e “35”; logo após, apareceram os números “9” e “7”, para só depois o resultado correto – “8” – ser pronunciado por alguns alunos. A professora repetiu essa dinâmica mais vezes, e foi possível observar que o mesmo erro continuou a ocorrer, mas cada vez com menor frequência, quase como se os alunos estivessem entendendo de maneira gradual as regras do sistema. Na última soma solicitada, 7+3, a resposta “10” veio de imediato.

A observação desses dois momentos se mostrou importante por enfatizar a importância de se promover dinâmicas participativas, que estimulem o raciocínio da criança e a construção gradual do conhecimento.

6.3 PAINEIS CONCEITUAIS

Baxter (2000) afirma que “os produtos devem ser projetados para transmitir certos sentimentos e emoções”. Por isso, para auxiliar a etapa de geração de soluções para o problema proposto, o autor sugere a criação de painéis com imagens que sirvam para contextualizar o produto dentro do universo do usuário e expressar as emoções que se quer passar com a alternativa proposta.

O primeiro desses painéis é intitulado *painel do estilo de vida* - Figura 24 - que reflete os valores sociais e pessoais do usuário, ao mesmo tempo em que representa o tipo de vida que ele leva em seu cotidiano. O segundo painel, chamado de *expressão do produto* – Figura 25 – apresenta imagens que refletem a emoção, a sensação e os sentimentos que o produto deve despertar no usuário. Por fim, o terceiro painel, cujo nome é *tema visual* – Figura 26 – traz imagens de outros produtos, não necessariamente similares diretos ao produto a ser desenvolvido, que tenham princípios, formas e mecanismos que se enquadram no tema de projeto trabalhado (BAXTER, 2000).

Figura 24 - Painel estilo de vida do usuário

Fonte: Autora

Figura 25 - Painel expressão do produto

Fonte: Autora

Figura 26 - Painel tema visual

Fonte: Autora

6.4 GERAÇÃO PRELIMINAR DE ALTERNATIVAS

A partir das definições feitas anteriormente, e das informações coletadas desde o início do projeto, inicia-se agora a etapa de geração de alternativas que forneçam respostas ao problema de projeto apresentado.

O primeiro momento de geração de alternativas está focado na dinâmica de uso do produto, deixando de fora, por enquanto, aspectos técnicos, formais e estéticos do projeto. A seguir são apresentados os diferentes conceitos e dinâmicas desenvolvidos em cada alternativa, por meio de sketches manuais e explicações textuais.

6.4.1 Alternativa 01

O primeiro conceito desenvolvido é composto por 10 barras, constituídas por diferentes quantidades de módulos, representando os números de 01 a 10 (Figura

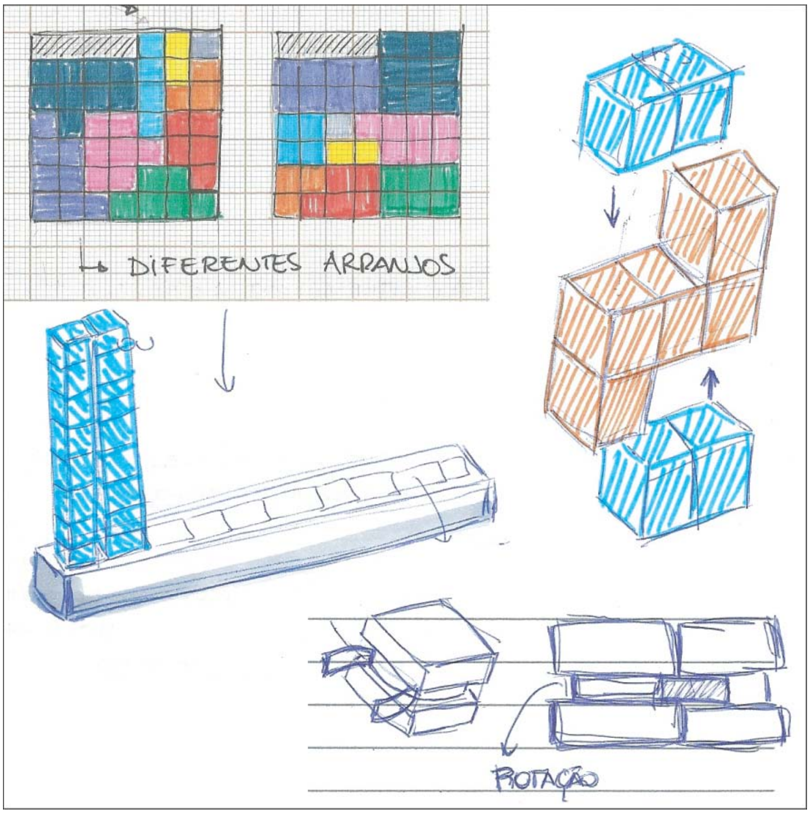
27). Essas peças possuem um eixo de rotação interno que permite que a criança monte diferentes arranjos das quantidades, em uma espécie de quebra-cabeça.

Por meio da comparação entre os tamanhos, a criança pode ordenar as quantidades e fazer a sua relação com os números, ao mesmo tempo em que percebe o número de unidades que compõem um determinado valor – por exemplo, a barra equivalente à quantidade “04” é composta por quatro módulos unidos.

Somas e subtrações podem ser trabalhadas por meio da junção das diferentes quantidades, de forma que a criança consiga visualizar que a quantidade 05 pode ser obtida tanto pela união da quantidade 03 com a quantidade 02, quanto pela união da quantidade 04 com a quantidade 01.

Para trabalhar com números maiores, outros dois tipos de peças, representando as dezenas e as unidades, são agregados a níveis mais avançados da matéria, tendo seus valores representados por plaquinhas encaixadas em sua geometria. Assim, a criança percebe a mudança de valor de um número dependendo da posição em que ele se encontra em relação aos seus companheiros.

Figura 27 - Alternativa 01



Fonte: Autora

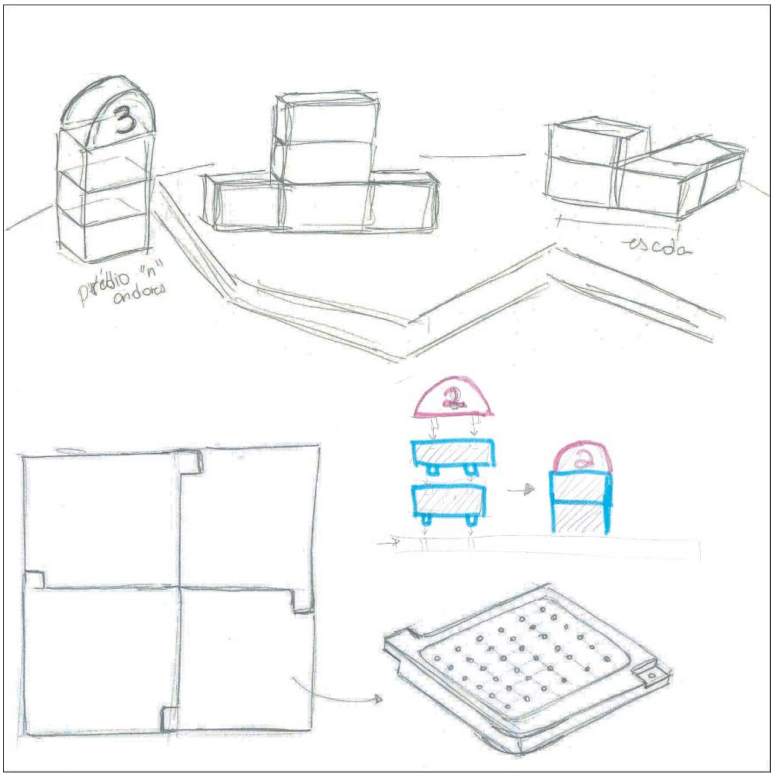
6.4.2 Alternativa 02

O segundo conceito tem como objetivo principal a construção de uma cidade. Com quantidades de peças que representam os números de 1 a 10, cada criança precisa construir as suas edificações, que variam em arranjo, número de andares, e tipos de peça (Figura 28).

Em cada rodada, as crianças são apresentadas a situações que requerem o domínio dos números e das quantidades, ou somas e subtrações, para a execução do que está sendo narrado. Por exemplo, podem-se criar situações de substituição de casas por prédios; reforma de andares, em que um pavimento deve ser substituído por outro; ampliação de condomínios, em que unidades serão adicionadas às já existentes.

Essa dinâmica pode ser realizada tanto em grupo quanto individualmente, sendo a criança responsável pela construção em toda a área do tabuleiro, ou em apenas parte dela, caso esteja em companhia de outros colegas. No caso de jogo em grupo, podem-se acrescentar situações de cooperação entre cidades, para que ambas cresçam e sejam construídas em conjunto.

Figura 28 - Alternativa 02



Fonte: Autora

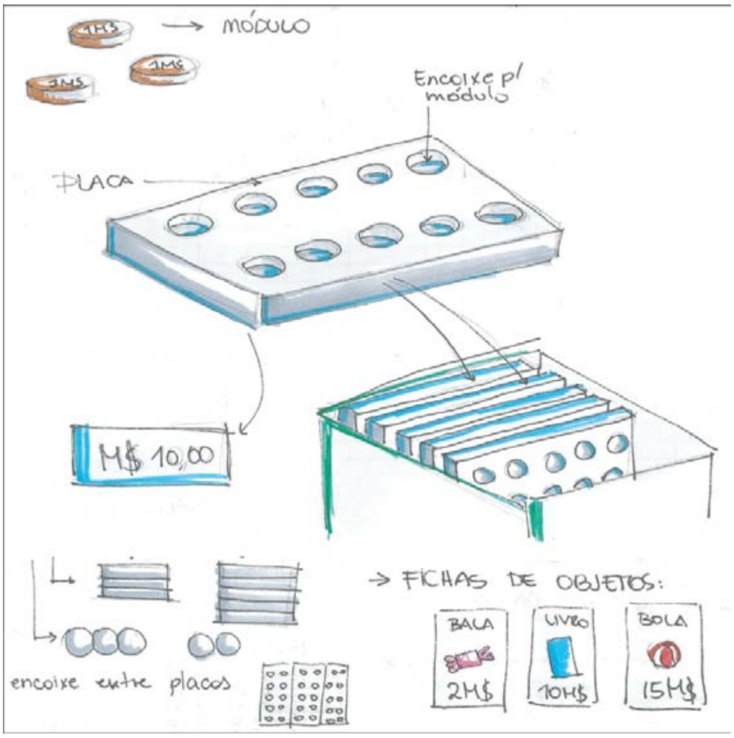
6.4.3 Alternativa 03

A terceira alternativa representada na Figura 29 se baseia em situações de compra e venda de produtos. Constituída por dois tipos de peças principais – módulos representando 01 unidade monetária e placas com espaço para o encaixe de 10 unidades monetárias – as crianças exercitam somas e subtrações por meio do gerenciamento da quantidade de dinheiro que possuem e dos objetos que gostariam de comprar.

Cartas com nome, desenho e preço respectivo dos produtos são distribuídas entre os participantes, que iniciam a dinâmica de compra e venda por meio da troca das unidades monetárias pelas cartas de produtos.

A medida que o aprendizado da matemática vai avançando, os preços dos produtos vão aumentando, e a quantidade de unidades monetárias com as quais as crianças precisam lidar também cresce. Além disso, se prevê encaixes entre os módulos, e também entre as placas, para permitir diferentes formas de trabalho, como a construção da reta numérica, ordenamentos de quantidades, manipulação de números com três ou mais dígitos.

Figura 29 - Alternativa 03



Fonte: Autora

6.4.4 Alternativa 04

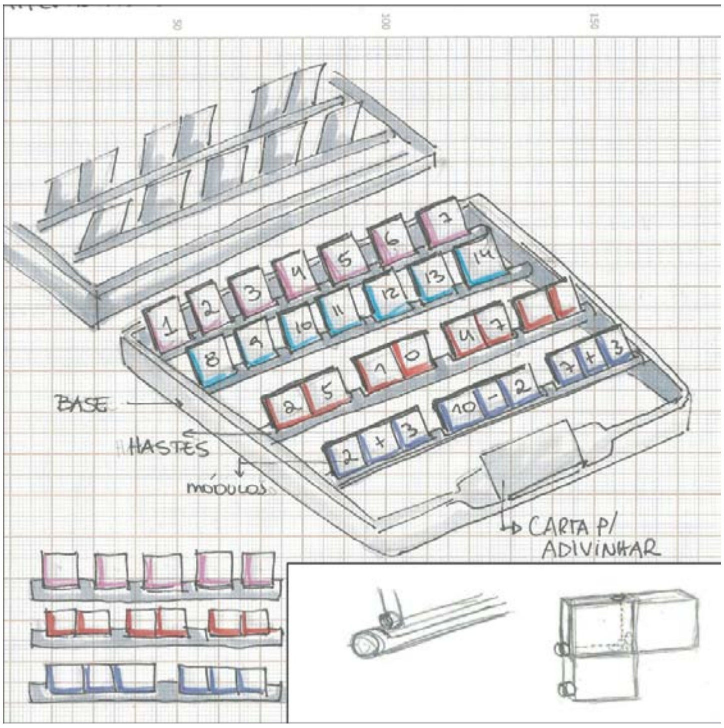
O quarto conceito (Figura 30) se baseia na adivinhação de números por meio de perguntas e respostas. Suas peças principais são uma base e três modelos de hastes que permitem o encaixe de um, dois ou três módulos simultaneamente.

Jogado em duplas, cada criança possui um número que o seu colega precisa adivinhar. Nas hastes estão possíveis respostas, que variam desde números propriamente ditos, até contas de adição e subtração. No primeiro caso, a criança precisa fazer perguntas com relação às características do número e a sua posição na reta numérica – “é um número par?”; “é maior que 05”.

No segundo caso, que apresenta operações matemáticas a serem resolvidas, a criança precisa resolver a operação apresentada para descobrir se a resposta da conta efetuada equivale ao número que o seu colega possui – 2+3, por exemplo, para então saber se o número que o colega tem é o 5.

Além da dinâmica de adivinhação, se prevê que os módulos, quando separados das hastes e da base, possam ser encaixados entre si, e ser utilizados como material auxiliar na contagem e no cálculo de quantidades.

Figura 30 - Alternativa 04



Fonte: Autora

6.4.5 Alternativa 05

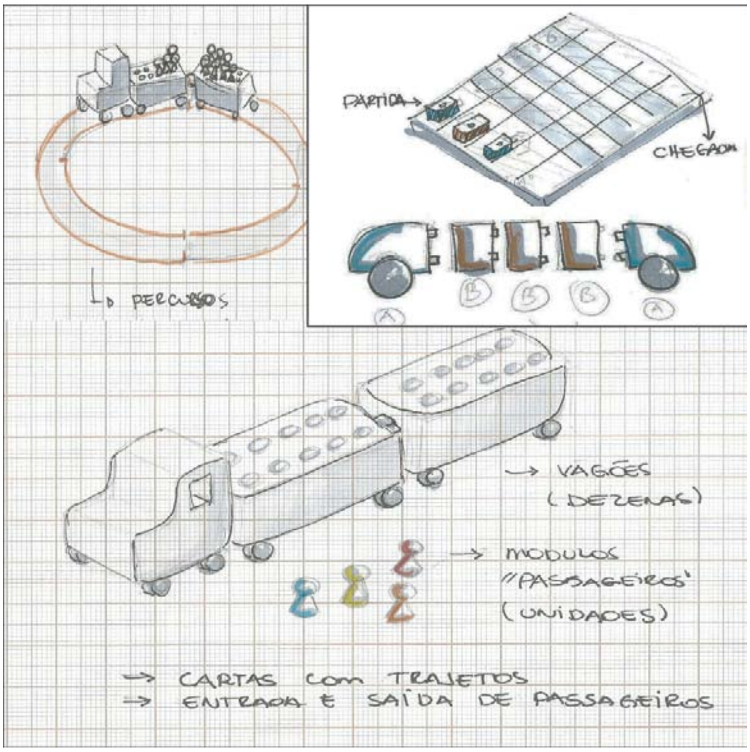
A alternativa 05 proporciona uma dinâmica focada no transporte de passageiros até um determinado destino, como é possível observar na Figura 31.

A ideia principal é que cada participante transporte “x” passageiros, utilizando para isso diferentes tipos de veículos, com diferentes capacidades. Uma bicicleta será capaz de transportar apenas 01 passageiro, enquanto um carro poderá transportar até 05 passageiros.

Por meio de paradas ao longo do percurso, ações vão ocorrendo, de entrada ou saída de passageiros, e é dada às crianças a oportunidade de trocar de veículo. Como uma espécie de corrida, cria-se uma disputa amigável entre os participantes, para ver quem transporta os seus passageiros até o destino final primeiro.

Quanto maior o número de passageiros e o consequente aumento do campo numérico trabalhado, veículos de maior porte serão adicionados, fazendo-se a relação com o transporte de unidades, dezenas ou centenas.

Figura 31 - Alternativa 05



Fonte: Autora

6.5 PRIMEIRA SELEÇÃO DE ALTERNATIVAS

Após ter sido feita a geração de alternativas relatadas na etapa anterior, o próximo passo foi realizar uma avaliação das propostas geradas, com o objetivo de mensurar quais conceitos respondem de maneira mais satisfatória os requisitos elencados.

O método de avaliação utilizado foi a matriz de avaliação, técnica indicada por Baxter (2007). O procedimento avaliativo consiste em analisar cada uma das alternativas geradas perante as especificações de projeto e os requisitos dos usuários; essa análise dá origem a índices chamados grau de conformidade às especificações e grau de satisfação dos requisitos dos usuários, valores que unidos revelam o ranking das alternativas.

Visto que a geração de propostas feita até então considera questões mais abrangentes do uso do produto, deixando de lado, no momento, aspectos formais e de mecanismos, algumas especificações e requisitos dos usuários não foram considerados na matriz avaliativa, por se referirem a essas características que serão desenvolvidas posteriormente no projeto.

A Tabela 14 a seguir apresenta o grau de conformidade às especificações, e a pontuação conferida a cada alternativa, que pode variar de 0 a 2. Na Tabela 15 é apresentado o grau de satisfação dos requisitos dos usuários, que podem assumir valores de 0 a 10. Por fim, a Tabela 16 apresenta as médias das duas avaliações, apresentando em ordem decrescente as alternativas geradas.

Tabela 14 - Grau de conformidade às especificações

	ALTERNATIVAS				
ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO	A01	A02	A03	A04	A05
Fazer uso de ações, peças e comandos que sejam de fácil manipulação e entendimento	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
Permitir uso individual ou em grupo, oferecendo diferentes formas de exercitar o conteúdo	1,5	2	1,5	1	2
Atividades adequadas ao desenvolvimento físico, psicológico e intelectual, que integrem experiências cotidianas e assuntos de interesse das crianças de 6 a 8 ano ao uso/configuração do produto	1	2	2	1,5	2
Possibilar o trabalho com os nºs até 100, além dos redondos - 200, 300, 400, etc	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
Uilizar cores, formas tridimensionais, texturas e materiais que captem a atenção e incentivem o uso do produto	1	1,5	1,5	1,5	2
TOTAL	6,5	8,5	8	7	9
GRAU DE CONFORMIDADE ÀS ESPECIFICAÇÕES	65,00%	85%	80%	70%	90%

Fonte: Autora

Tabela 15 - Grau de satisfação dos requisitos

		ALTERNATIVAS				
REQUISITOS DOS USUÁRIOS	PESO R.U.	A01	A02	A03	A04	A05
situações significativas	13.08%	3	8	9	5	9
experimentação e ação da criança	13.08%	7	7	6	6	8
despertar motivação, curiosidade, incentivo	12.56%	6	8	7	6	9
considerar a maneira de pensar da criança	12.04%	7	8	7	6	8
considerar aspectos do conteudo matematico	8.9%	8	8	7	7	8
interação com o material didatico	8.37%	6	8	8	6	9
construção progressiva do conhecimento	6.28%	7	8	8	6	9
domínio de ações por exercicio continuo	6.28%	7	8	7	6	9
diferentes niveis de complexidade	5.75%	7	8	8	7	9
utilizar a relação esforço e recompensa	4.71%	1	5	3	5	7
conexões com conhecimentos prévios	4.18%	1	3	5	1	5
estimular percepções visuais e tateis	3.14%	5	7	7	3	9
usar cores formas e volumes	0,52%	7	8	7	6	9
GRAU SATISFAÇÃO REQUISITO DO USUARIO	100%	**57,80%**	**74,00%**	**69,80%**	**57,00%**	**83,00%**

Fonte: Autora

Tabela 16 - Ranking das alternativas

Alternativa	Conformidade às especificações	Satisfação dos requisitos	Média
A05	90%	83,00%	**86,50%**
A02	85%	74,00%	**79,50%**
A03	80%	69,80%	**75%**
A04	70%	57,00%	**63,50%**
A01	65,00%	57,80%	**61,40%**

Fonte: Autora

O passo seguinte à realização das matrizes de avaliação foi a apresentação das alternativas para especialistas. O objetivo de avaliar as ideias geradas perante profissionais é descobrir se as propostas estão realmente de acordo com os requisitos e especificações de projeto estabelecidas, e obter opiniões e sugestões dessas pessoas acerca de cada uma das alternativas.

As três alternativas que mais pontuaram na matriz de avaliação mostrada acima – alternativas 05, 02 e 03 – foram as selecionadas para passar pela avaliação de duas profissionais: a professora Ana Cristina Souza Rangel e a professora Helena Dória Lucas de Oliveira, entrevistadas anteriormente na etapa de coleta de dados – item 4.1.

A apresentação das alternativas foi feita por meio de explicações orais apoiadas em sketches manuais das principais características de cada proposta. Inicialmente, deixou-se que as professoras discorressem livremente sobre cada conceito, levantando suas impressões, fornecendo sugestões, e já fazendo uma avaliação prévia: os comentários acerca das alternativas foram positivos de maneira geral, e para uma das professoras, os três conceitos são passíveis de serem aplicados e utilizados no aprendizado dos conceitos matemáticos.

Para formalizar a avaliação e obter uma forma de mensurar a opinião das especialistas, foi pedido a cada uma delas, ao final da conversa, que fizessem a sua matriz de avaliação, mais simplificada que a apresentada anteriormente, mas com o mesmo objetivo de validar cada alternativa perante os requisitos de projeto. Pediu-se que os campos fossem preenchidos de acordo com os seguintes valores: *zero*, se a alternativa *não satisfazia* o requisito em questão; *01*, se a alternativa satisfazia *pouco* o requisito em questão; *03*, se a alternativa satisfazia *razoavelmente* o requisito em questão; e *05*, se a alternativa satisfazia *bem* o requisito em questão. Os valores fornecidos pelas professoras para cada proposta podem ser observados abaixo na Tabela 17.

Tabela 17 - Avaliação dos especialistas

	Alternativa 02 Cidade		Alternativa 03 Dinheiro		Alternativa 05 Transportes	
REQUISITOS	Prof.1	Prof.2	Prof.1	Prof.2	Prof.1	Prof.2
Nível de aprendizado dos números, sistema numérico, adição e subtração	5	1	5	5	5	3
Diferentes maneiras de abordar um conteúdo	5	5	1	5	5	5
Construção do conhecimento matemático de forma progressiva	5	5	3	5	5	5
Atividades contextualizadas no universo de crianças de 6 a 8 anos	3	5	3	5	5	5
Uso simples e intuitivo	5	5	5	5	3	5
Desperta a curiosidade e incentiva o uso por crianças de 6 a 8 anos	5	5	5	5	5	5
Somatório	28	26	22	30	28	28
Média	89,95%		86,65%		93,30%	

Fonte: Autora

Por meio da matriz de avaliação das especialistas, percebe-se que a alternativa que mais pontuou foi a alternativa 05, resultado este que está de acordo com o obtido na primeira matriz de avaliação. Portanto, o conceito a ser levado adiante nas etapas de projeto é o de *transporte de passageiros.*

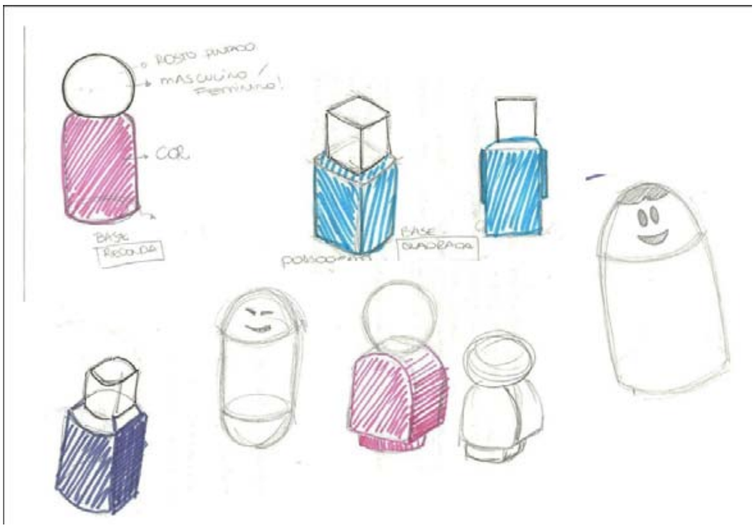
6.6 REFINAMENTO DA ALTERNATIVA FINAL

A partir da seleção do conceito final, inicia-se a etapa de refinamento da alternativa. O foco agora recai sobre aspectos como mecanismos de encaixe, tipos e quantidades de elementos existentes no produto, formas e acabamentos, entre outros. A seleção dessas características, detalhada a seguir, se deu por meio de avaliação das alternativas pela equipe de projeto, tendo como principais critérios de escolha a aparência estética dos elementos, sua facilidade de manuseio pela criança e facilidade de produção, além dos requisitos de projeto elencados, traduzidos e priorizados, conforme descrito no item 5.

Primeiramente, foram definidos os elementos constituintes do produto: passageiros, representando as unidades; peça de transporte, com espaço para 10 passageiros; peças representativas da frente de veículos; peças para a criação de percursos ou caminhos, onde os veículos irão transitar; paradas que sinalizam a entrada e saída de passageiros; elemento que informe a quantidade de passageiros a ser adicionada ou subtraída.

Os passageiros são constituídos por duas partes, cabeça e corpo. A Figura 32 mostra as diferentes formas sugeridas para esse elemento, que variam desde base quadrada e cabeça quadrada, até base redonda e cabeça redonda, havendo também a mistura das duas formas geométricas, com base quadrada e cabeça redonda.

Figura 32 - Opções de formato para passageiros

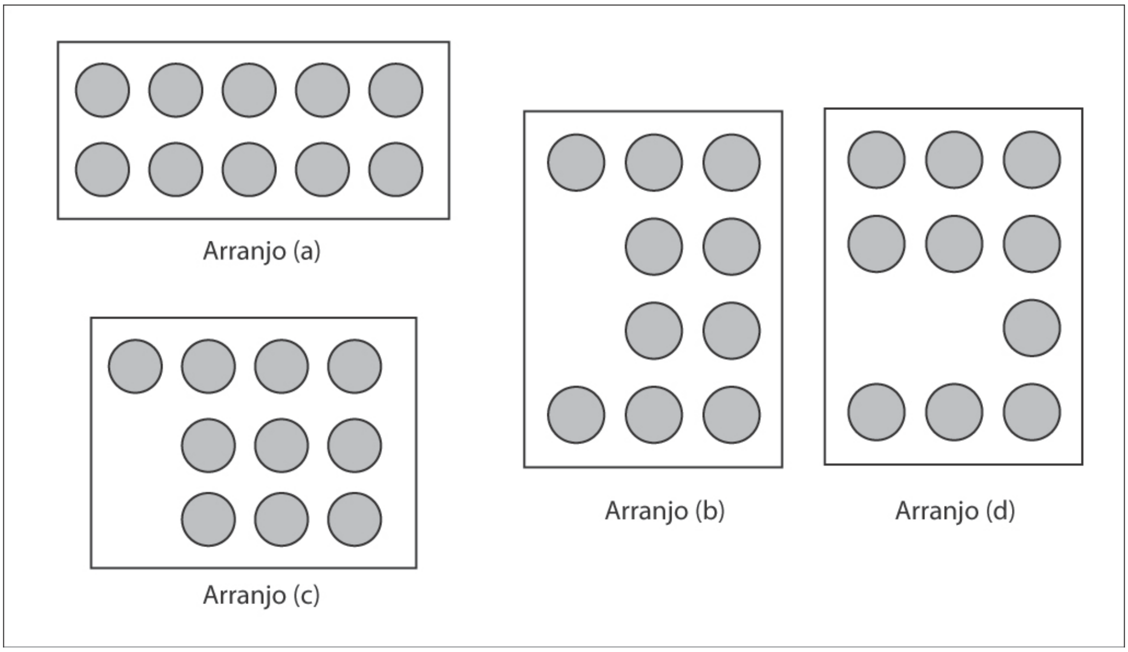


Fonte: Autora

Dentre todos os conceitos gerados, aquele que apresenta melhor adequação é o passageiro com base redonda e cabeça redonda – Figura 32 (c). Formatos arredondados e cilíndricos, além de serem esteticamente mais agradáveis e despertarem maior empatia nas crianças e facilitam o manuseio do objeto.

Com relação às peças de transporte dos passageiros, o primeiro estudo realizado foi dos possíveis arranjos dessas quantidades em uma determinada área. A Figura 33 mostra a representação de uma vista superior desse elemento, em arranjos retangulares e quadrados, representando os 10 passageiros de cada módulo por meio dos círculos coloridos.

Figura 33 - Possibilidades de arranjos dos módulos de transporte



Fonte: Autora

Como demonstrado no item 5.6, a contextualização no universo infantil, não apenas da dinâmica, mas também do produto em seus aspectos formais, é um dos requisitos mais importantes para o projeto. Por isso, e levando em consideração também questões de tamanho e proporção, o arranjo selecionado para a construção dos módulos dos veículos foi o representado na Figura 33(a); além de dispor os passageiros de forma semelhante a veículos do mundo real – como ônibus e trem – essa configuração é a que melhor se adapta à situação de utilização de mais de um módulo no transporte de maior quantidade de passageiros.

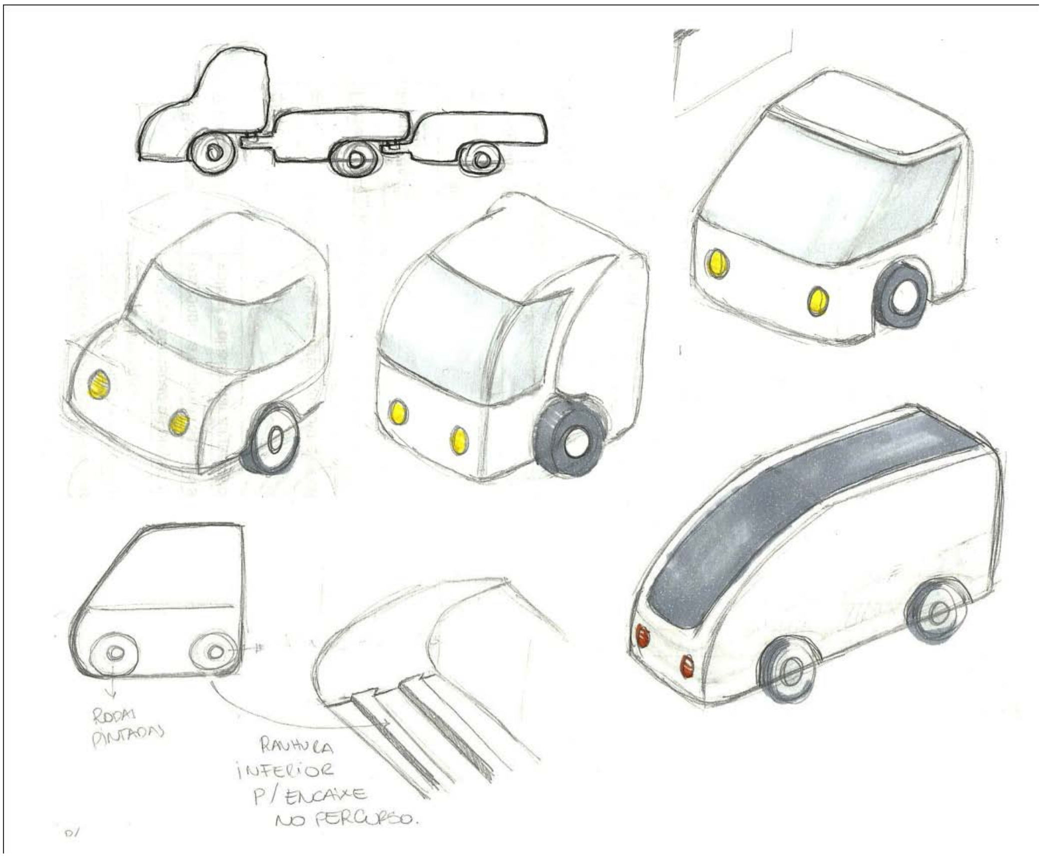
Para a criação do percurso, foram elaboradas três propostas de configuração: a primeira delas possui percurso variável, com peças que podem ser distribuídas de diferentes formas, e com largura suficiente para que mais de um veículo possa percorrer o mesmo caminho, permitindo que as crianças utilizem o produto juntas em uma mesma pista; a segunda, semelhante à primeira, também possui percurso variável, com a diferença de que sua largura possibilita a passagem de apenas um veículo; a terceira e última proposta se constitui em um percurso individual, semelhante à segunda proposta, porém com a diferença de ser um caminho fixo, desenhada em uma base, não podendo sofrer alterações de configuração.

A configuração selecionada para a construção do percurso foi a segunda, que, como explicado, se constitui em peças modulares para a criação de diferentes caminhos, tendo largura suficiente para a passagem de um veículo. A primeira alternativa, apesar de oferecer a proposta de utilização conjunta, tem como aspecto negativo a necessidade de um tamanho de peça muito maior, o que pode gerar volumes desnecessários e dimensões do produto com as quais as crianças na faixa etária do projeto não podem lidar; já a terceira alternativa possui como ponto negativo o percurso fixo, não se adequando aos requisitos de versatilidade e diferentes maneiras de uso.

Para o elemento que informa a quantidade de passageiros a entrar ou sair do veículo a cada parada, pensou-se em duas formas para a comunicação dessa informação: cartas e roleta. As cartas viriam em conjunto, e seriam retiradas uma a uma nas paradas, para se descobrir qual ação a se realizar; já a roleta possuiria na mesma cartela várias ações possíveis, e por meio do seu giro, a criança saberia a quantidade a manusear. As duas opções preveem diferentes formas de abordar o conteúdo da adição e da subtração, por meio de maneiras distintas de transmitir a informação: pode-se solicitar diretamente que a criança adicione 05 unidades ao informá-la que “05 passageiros entraram no veículo”, ou apresentar questões mais abrangentes, como “os passageiros entraram e metade dos assentos ficou preenchida”, e deixar que a criança raciocine mediante as quantidades que ela já possui. A opção selecionada foi a alternativa da roleta, por possibilitar que várias adições e/ou subtrações possam ser exibidas em uma mesma cartela, e por representar um elemento de diversão maior às crianças do que as cartas proporcionariam.

Com o intuito de contextualizar o brinquedo e sua dinâmica no universo das crianças, optou-se por desenvolver frentes de diferentes veículos. Baseando-se nas capacidades reais de transporte de passageiros, foram determinados três veículos principais: miniônibus, também conhecido como lotação; ônibus e trem. A função desses elementos nada mais é do que auxiliar a criança na contextualização da brincadeira, tornando a dinâmica mais divertida e incentivando o uso do produto. Por isso, as alternativas geradas, que podem ser observadas na Figura 34 se referem principalmente aos aspectos estéticos dessas peças.

Figura 34 - Sketches das frentes dos veículos



Fonte: Autora

Por fim, o último aspecto definido antes de se iniciar a etapa de modelagem virtual do produto e de suas peças diz respeito à forma de distribuição do produto. Por se tratar de um brinquedo educativo constituído de diversos elementos, foi necessário prever como a dinâmica de uso iria acontecer; portanto, foram propostas três opções de kits. A primeira delas é um kit de grupo, possuindo quantidades de peças suficientes para que até quatro crianças pudessem utilizá-lo em conjunto; a segunda se constitui em um kit individual, com quantidades suficientes para que cada criança, com o seu kit, possa realizar as dinâmicas propostas. Por fim, a terceira opção se refere a kits específicos para cada ano escolar: o kit do primeiro ano possuiria menores quantidades de elementos que os kits do segundo e terceiro anos; o número de elementos em cada um dos kits seria modificado à medida que o campo numérico se expandisse.

Das três opções apresentadas a alternativa dos kits individuais é a que melhor se adapta às necessidades dos usuários e aos requisitos de projeto estabelecidos, pois possui a quantidade mínima de peças necessárias para que a criança desenvolva a dinâmica, o que consequentemente diminui o seu peso e as dimensões de sua embalagem. Além disso, destaca-se que, apesar de ser um kit individual, as dinâmicas em sala de aula podem ser realizadas em grupo, distribuindo-se um kit para cada aluno, ou, no caso do primeiro ano, cujo campo numérico é mais restrito, utilizando-se o mesmo kit para mais de um aluno.

6.7 TESTE DA DINÂMICA

Uma etapa importante do processo de desenvolvimento de um produto é a validação da alternativa gerada. Para o projeto em questão, a validação se concentra no teste da dinâmica de uso do brinquedo, com o objetivo de avaliar se a proposta gerada está de fato de acordo com os requisitos estabelecidos, e se é bem aceita pelo público alvo.

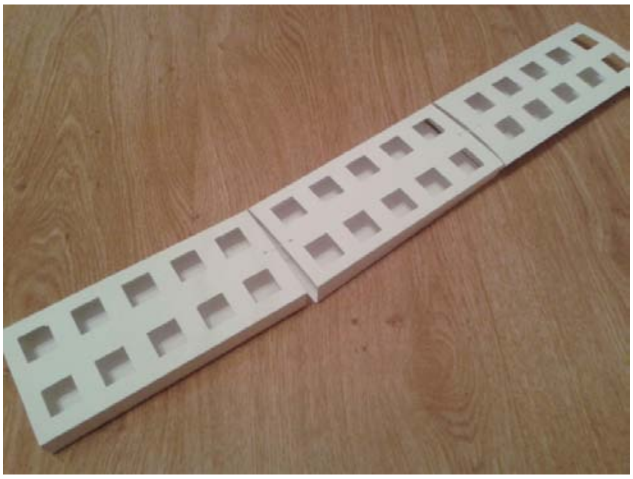
Pela restrição de tempo, foi possível realizar somente um momento de validação, no entanto, destaca-se que até o projeto do produto estar pronto para ser produzido e levado ao mercado outras etapas de validação se fariam necessárias. Dito isso, a dinâmica foi realizada com uma turma de reforço do Colégio Aplicação da UFRGS. Os alunos dessas classes são crianças que apresentam maiores dificuldades de compreensão dos conteúdos, e que precisam de aulas extras e atenção redobrada por parte dos professores. A turma era composta por quatro alunos, com idades entre 8 e 10 anos, estando no segundo e no terceiro ano do ensino fundamental.

Para a realização da dinâmica, foi produzido um protótipo simples, com os principais elementos do produto: passageiros, módulo de transporte, percurso, dados para determinar a quantidade de passageiros a ser manipulada e uma folha de controle dos passageiros, onde a criança deveria anotar os valores a cada parada. Os bonecos, apresentados na Figura 35, foram produzidos com isopor, em duas partes: a cabeça redonda com diâmetro de 15mm, e o corpo com altura de 20mm. Os módulos de transporte, Figura 36, foram feitos com papel duplex, tendo espaço para o transporte de 10 passageiros cada um, e estando unidos uns aos outros por meio de uma linha branca de costura. O percurso, Figura 37, também foi produzido em papel duplex, tendo sido desenhadas marcações típicas de asfalto e indicações de início, meio e fim da viagem.

Figura 35 - Passageiros

Fonte: Autora

Figura 36 - Módulos de transporte



Fonte: Autora

Figura 37 - Percurso

Fonte: Autora

A aplicação da dinâmica ocorreu da seguinte forma: dividiu-se os quatro alunos em duas duplas, distribuindo-se entre eles os passageiros, os módulos de transporte, os percursos e os dados. Foram realizadas duas rodadas guiadas: na primeira, as crianças jogaram o dado e adicionaram aos módulos de transporte a quantidade de passageiros equivalente ao número sorteado; na segunda, os módulos iniciavam cheios, e o número sorteado no dado deveria ser retirado do veículo. Imagens dessas rodadas podem ser observadas abaixo nas Figuras 38 e 39.

Figura 38 - Primeira rodada de aplicação da dinâmica; adição

Fonte: Autora

Figura 39 - Segunda rodada de aplicação da dinâmica; subtração

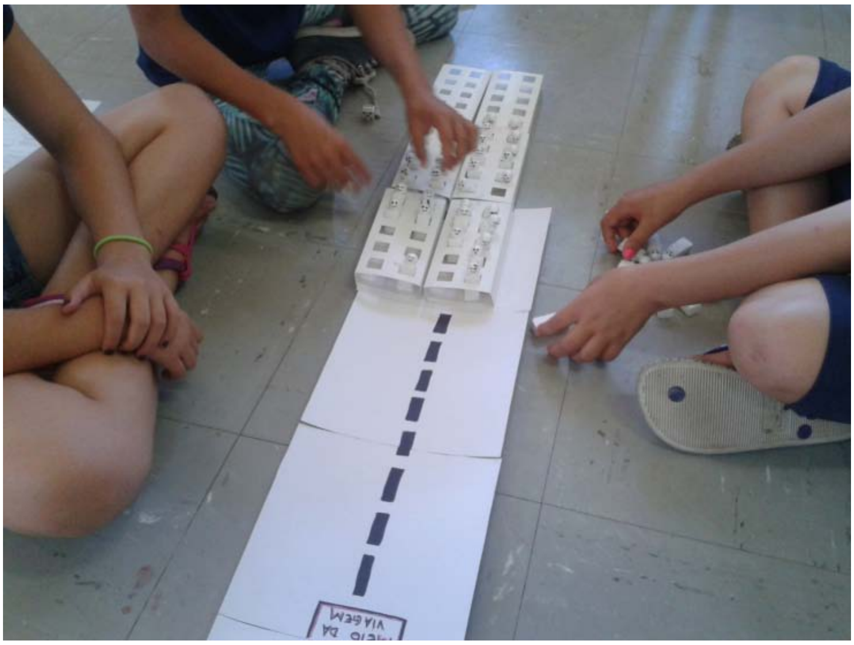
Fonte: Autora

Após esses dois momentos guiados, deixou-se que as crianças optassem pelo tipo de atividade que gostariam de realizar, adição ou subtração de passageiros, podendo brincar livremente com o conjunto.

A resposta obtida, tanto por parte das crianças, quanto por parte da professora, que acompanhou a aplicação da dinâmica, foram muito positivas. A caracterização de passageiros, com rostos desenhados e pequenos detalhes que diferenciavam o masculino do feminino – laçinhos e gravatas, por exemplo – foi o suficiente para despertar o entusiasmo das crianças, deixá-las curiosas sobre o brinquedo, e incentivá-las a utilizá-lo. O tamanho das peças também se mostrou adequado para que o manuseio dos elementos ocorresse de forma fácil e rápida; foi interessante observar que, ao contrário do que se imaginava, as crianças não se importavam em ter que deslocar pouco o veículo entre uma parada e outra. Para elas, quanto mais paradas, melhor, pois assim as rodadas ficavam mais longas e existia maior competição entre quem transportava a maior quantidade de passageiros.

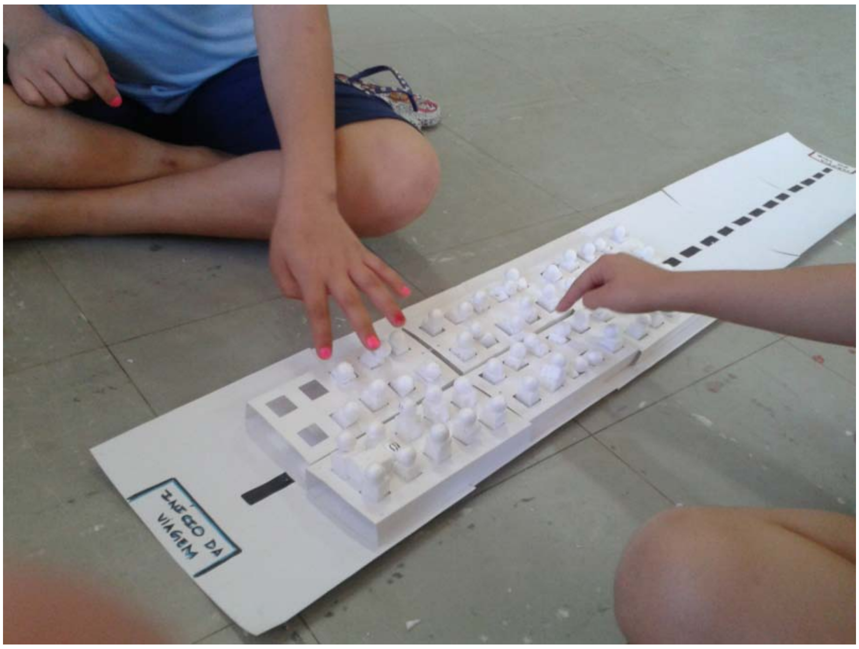
Quanto ao retorno da professora, ela enfatizou a necessidade de criar materiais diferentes que servissem como substrato para que a criança acesse os conhecimentos matemáticos. Ela se mostrou muito interessada na dinâmica apresentada, afirmando que estava adequada ao objetivo proposto. Além disso, constatou-se que o projeto atinge não apenas o público alvo determinado – crianças de 6 a 8 anos de idade – tendo apelo a crianças mais velhas, em torno dos 9 e 10 anos, que podem fazer uso do brinquedo não apenas nos anos iniciais, mas ao longo de seu período escolar. Outras imagens da aplicação da dinâmica estão mostradas abaixo nas Figuras 40 e 41.

Figura 40 - Aplicação da dinâmica (a)



Fonte: Autora

Figura 41 - Aplicação da dinâmica (b)



Fonte: Autora

7. APRESENTAÇÃO DO PRODUTO

O resultado final do projeto é o brinquedo *Cabe mais 1?.* A proposta do nome, que traz a relação com a matemática de forma mais sutil, procura convidar a criança por meio da pergunta feita a utilizar o produto e formular uma resposta.

O produto, apresentado abaixo na Figura 42, com todos os elementos que o constituem, é uma ferramenta de suporte para o ensino da matemática. As imagens do projeto foram executadas com o auxílio do software de modelagem tridimensional *Solidworks 2010* e do software de renderização digital Keyshot2; ao longo dos próximos itens será detalhado cada um dos elementos constituintes do conjunto, contendo também a explicação de sua dinâmica de uso.

Figura 42 - Apresentação do produto

Fonte: Autora

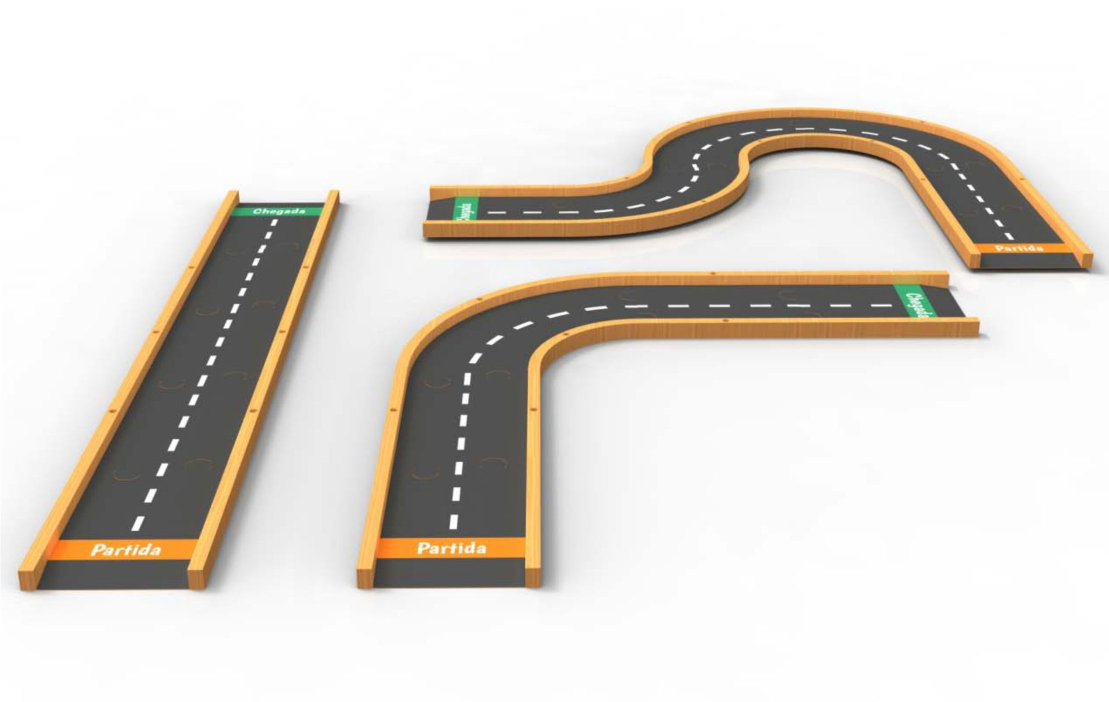
O brinquedo *Cabe mais 1?* possui os seguintes elementos:

- 100 passageiros;
- 10 módulos de transporte;
- 3 frentes de veículos distintos;
- 17 peças de percurso; 10 plaquinhas representativas das paradas;
- 01 roleta, com 30 cartelas numéricas;
- 30 fichas de controle de passageiros.

Essas quantidades foram estabelecidas tendo-se como principal determinante as quantidades máximas que poderiam ser trabalhadas com as crianças mais velhas da faixa etária do projeto, que no caso se referem aos alunos que cursam o terceiro ano do ensino fundamental; atendendo-se às necessidades dessas crianças, automaticamente se atende às necessidades de alunos de anos escolares anteriores. Um conjunto completo pode tanto ser utilizado em grupo, no caso dos anos iniciais, em que se trabalha com um campo numérico menos abrangente, como ser utilizado individualmente, no caso de se trabalhar com quantidades numéricas maiores.

Como mencionado rapidamente no item 6.7, a dinâmica de uso do brinquedo *Cabe mais 1?* envolve o transporte de passageiros em um determinado percurso. Em sala de aula, sob o comando da professora, se estabelece o número de paradas que o percurso de cada aluno deve possuir, e a partir disso, cada criança fica livre para construir o seu trajeto da maneira que desejar, por meio do encaixe das peças em diferentes ordens, como pode ser observado na Figura 43.

Figura 43 - Diferentes montagens do percurso



Fonte: Autora

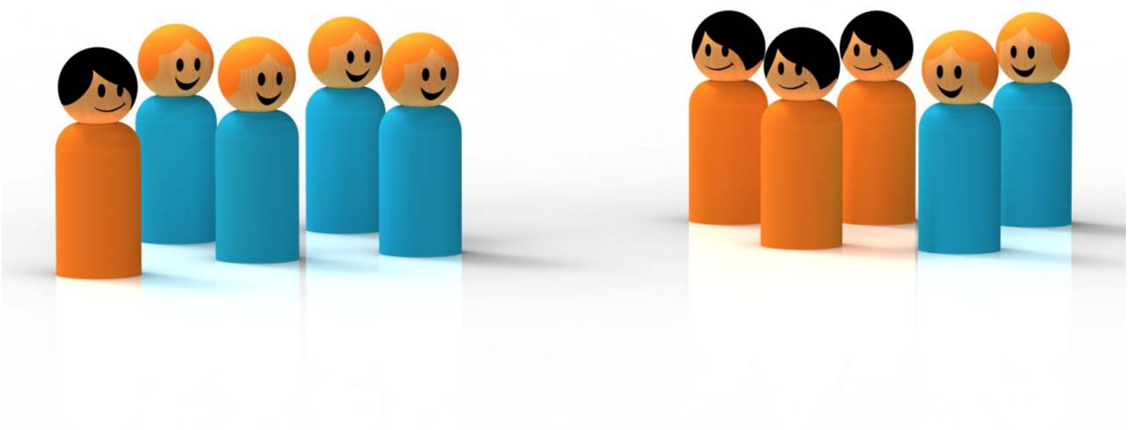
Cada aluno inicia seu trajeto escolhendo uma das frentes de veículos disponíveis e encaixando a ela no mínimo 01 módulo de transporte. Ao longo do percurso, ao se deparar com uma placa indicativa de parada, a criança deve girar a roleta para determinar qual a movimentação de passageiros que ocorrerá – adição ou subtração de n passageiros - conforme podemos observar na Figura 44. Após realizar essa movimentação, e antes de continuar o trajeto, a criança deve preencher as informações da ficha de controle de passageiros com as quantidades manipuladas na parada, e então repetir esses procedimentos até o final do percurso. As cartelas da roleta e as fichas de controle são os elementos do brinquedo que fazem a ligação entre a atividade lúdica e o conteúdo da matemática. As cartelas fornecem à criança a informação de quantos passageiros embarcam ou desembarcam em cada parada do percurso; as fichas de controle, por sua vez, são o meio pelo qual as crianças começam a fazer relações de adição e subtração entre as quantidades de uma parada e outra.

Figura 44 - Roleta, ficha de controle e placa de parada

Fonte: Autora

Além da dinâmica principal, as peças do brinquedo *Cabe mais 1?* podem também ser usadas puramente como material de apoio à contagem e às operações. As diferentes cores dos passageiros, especificadas no item 7.1.1 a seguir, propiciam a formação de conjuntos e subconjuntos, permitindo que a criança trabalhe conceitos fundamentais para o entendimento das operações, como composição aditiva dos números – a percepção de que uma mesma quantidade pode ser formada por subquantidades distintas - classificação e ordenamento de elementos, entre outros, como pode ser observado abaixo na Figura 45.

Figura 45 - Composição aditiva - formação da quantidade cinco



Fonte: Autor

As Figuras 46 e 47 mostram, respectivamente, uma simulação de uso do brinquedo e sua ambientação em sala de aula; a Figura 48 apresenta novamente o produto em uma imagem ampliada, para melhor visualização de seus elementos. No próximo item será especificado cada um dos elementos constituintes do produto, de forma a ampliar o entendimento de sua concepção e seu funcionamento.

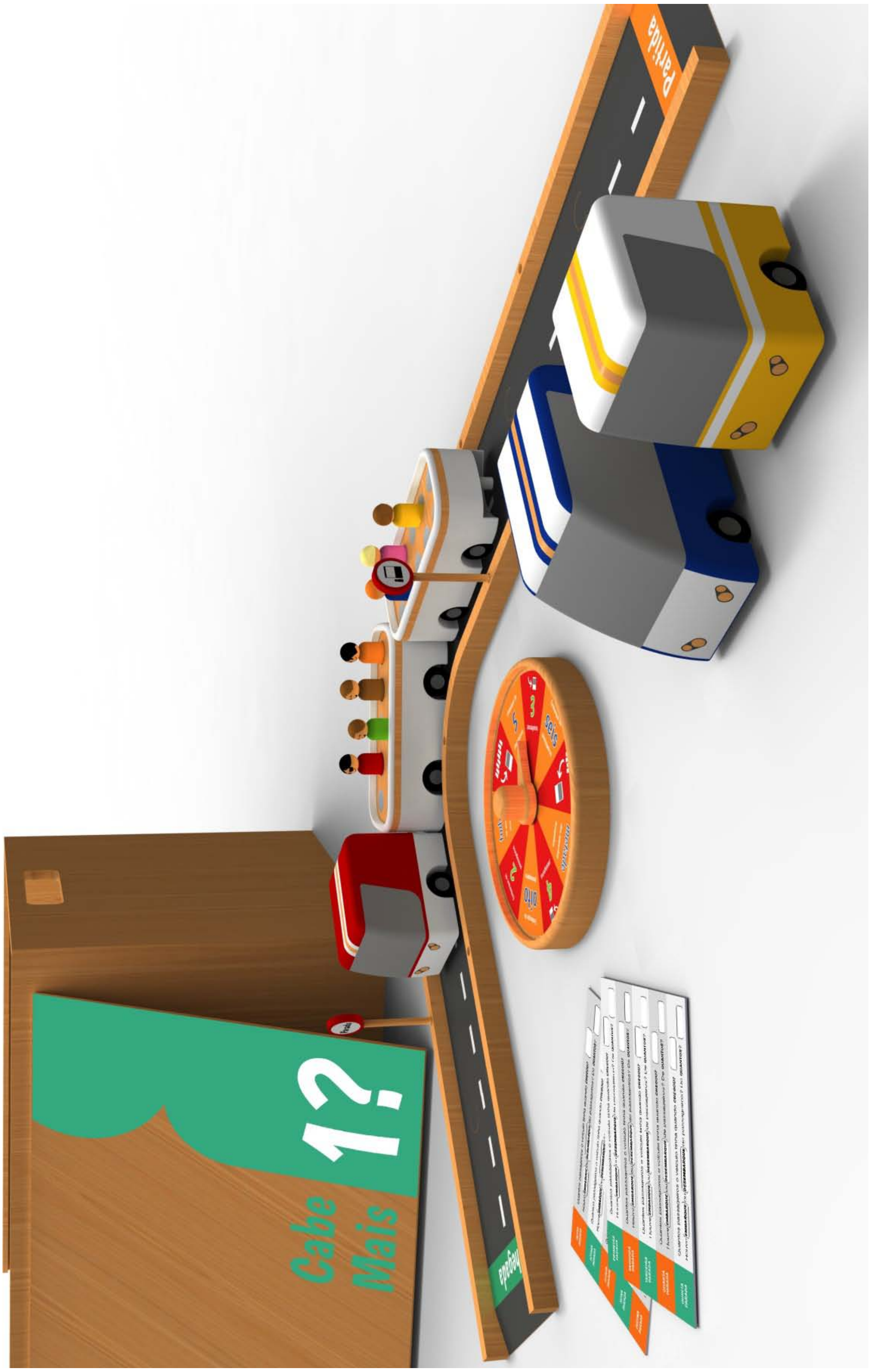
Figura 46 - Simulação de uso do brinquedo

Fonte: Autor

Figura 47 - Ambientação do produto em sala de aula

Fonte: Autor

Figura 48 - Cabe mais 1?



Fonte: Autora

7.1 ESPECIFICAÇÕES DO PRODUTO

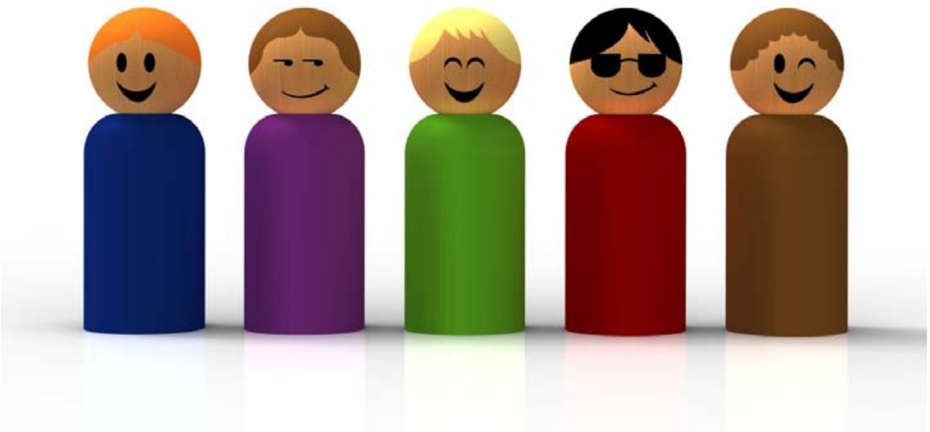
O material definido para a produção do brinquedo *Cabe mais 1?* foi a madeira; a escolha por esse material foi feita levando-se em consideração o formato das peças e sua consequente produção, e também o apelo que ele possui em brinquedos de cunho educativo. Entre os tipos de madeiras disponíveis, selecionou-se o *Eucalipto*, madeira de reflorestamento encontrada em boa parte do território nacional, possuindo como características relevantes para o projeto a sua durabilidade, resistência a fungos e cupins, e boa trabalhabilidade, que incluem processos como aplainamento, lixamento, torneamento, furação e acabamento (Instituto de Pesquisas Tecnológicas, 2013). O processo de produção principal selecionado para a fabricação das peças foi a usinagem CNC, que funciona por meio de códigos numéricos que informam as etapas de fabricação de um determinado elementos, conseguindo reproduzir peças mais complexas em grande escala e com relativa facilidade e rapidez (GONÇALVES, 2013). Para a confecção de detalhes como os encaixes das peças de percurso, selecionou-se como processo auxiliar o corte a laser.

Os acabamentos das peças do brinquedo incluem selador, adesivo vinílico e pintura automotiva atóxica, que é uma das exigências de segurança do Inmetro para a fabricação de brinquedos infantis; além dos materiais atóxicos, os elementos do brinquedo, caso comercializado, devem passar por testes e ensaios de laboratório, que certificam e autorizam a utilização segura do produto (INMETRO, 2013). A seguir será detalhado cada um dos elementos constituintes do produto, que seguem, de maneira geral, as especificações de material e processos de produção descritos acima.

7.1.1 Passageiros

Os passageiros são as peças representativas da unidade numérica: um conjunto completo do *Cabe mais 1?* é formado por 100 passageiros, sendo 50 meninos e 50 meninas. Os meninos se subdividem em cinco variações de rosto e corpo, totalizando 10 unidades de cada modelo; com as meninas, ocorre o mesmo. Cada modelo de passageiros possui uma cor específica para o corpo, totalizando 10 cores, que constituem o padrão cromático utilizado aplicado em todo o brinquedo; essas variações estão apresentadas abaixo nas Figuras 49 e 50. Os passageiros possuem o corpo em formato cilíndrico com base de 15mm de diâmetro, cabeça redonda, e altura total de 40mm. Cada modelo possui rostos específicos, com olhos, boca e cabelo diferentes entre si, como forma de conferir atratividade ao conjunto e trabalhar também o conceito de diversidade entre os alunos, propõe-se que as peças sejam pintadas artesanalmente.

Figura 49 - Passageiros meninos



Fonte: Autora

Figura 50 - Passageiros meninas

Fonte: Autora

7.1.2 Módulo de transporte e frente do veículo

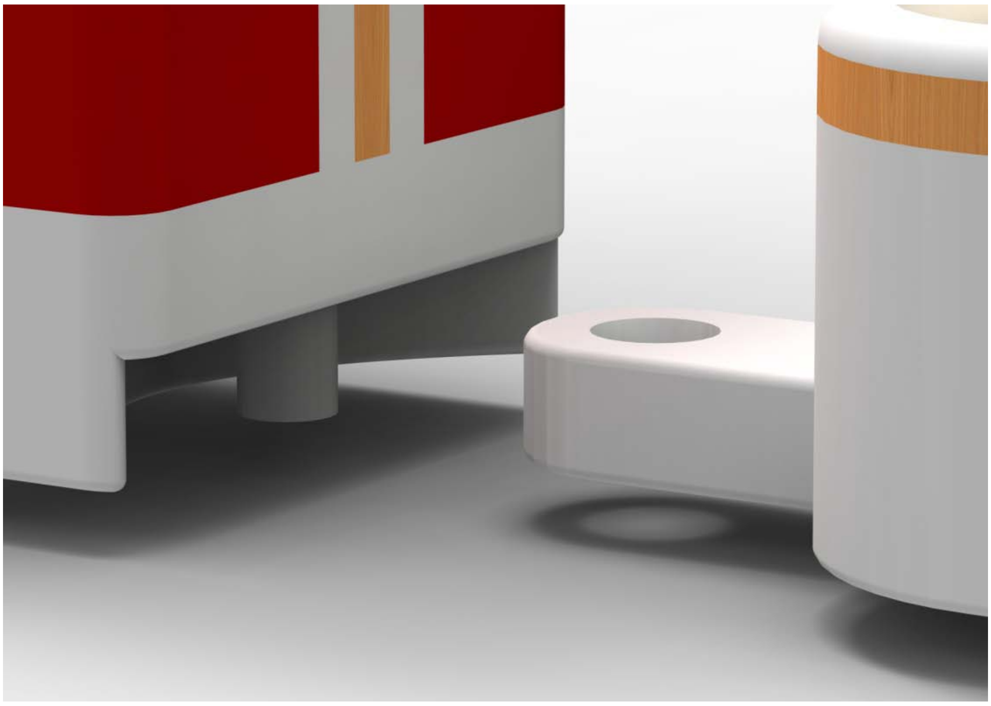
Os módulos de transporte possuem cada um, capacidade para 10 passageiros, que são encaixados na peça nos 10 furos redondos na face superior da peça. Suas laterais possuem duas reentrâncias onde, por meio de um furo passante, se insere um perfil redondo de madeira, fazendo o papel de eixo de rotação, em cujas extremidades as rodas são fixadas – Figura 51 Esse sistema, utilizado não só nos módulos de transporte, como também nas peças que representam as frentes dos veículos, permite que as rodas girem, facilitando o deslocamento do brinquedo e o manuseio da criança.

Cada módulo possui dimensões gerais de 65 mm de largura, 145mm de comprimento e 40 mm de altura; em uma de suas extremidades um corte na face inferior, onde se localiza um pino, e na outra, uma peça retangular com um furo transpassado, para o encaixe consecutivo de *n* módulos. De forma semelhante, as frentes dos veículos também possuem o corte inferior em uma de suas extremidades, não possuindo a peça retangular – Figura 52.

Figura 51 - Fixação das rodas

Fonte: Autora

Figura 52 - Sistema de encaixe entre módulos



Fonte: Autora

As frentes dos veículos, apresentadas abaixo na Figura 53, foram definidas de acordo com a capacidade de transporte de passageiros de cada tipo na vida real: *lotação*, para o transporte de menor quantidade de passageiros; ônibus, para o transporte de médias quantidades de passageiros; e trem, para o transporte de grandes quantidades de passageiros. As cores atribuídas a cada elemento – vermelho, amarelo e azul, respectivamente – fazem referência a situações reais encontradas no sistema de transporte público da sociedade; além disso, se tratam de cores primárias, sendo facilmente reconhecidas pelas crianças. O dimensionamento desses elementos possui pequenas variações de uma peça para outra, com o intuito de diferenciá-las também pelo tamanho e ao mesmo tempo criar uma harmonia entre elas. A caracterização das frentes dos veículos é feita por meio de pintura cinza para os vidros, aliada a cor branca e à cor especifica de cada peça no restante de sua estrutura. Os faróis, por serem detalhes menores, são adesivados na peça após a pintura ter sido realizada.

Figura 53 - Frente dos veículos

Fonte: Autora

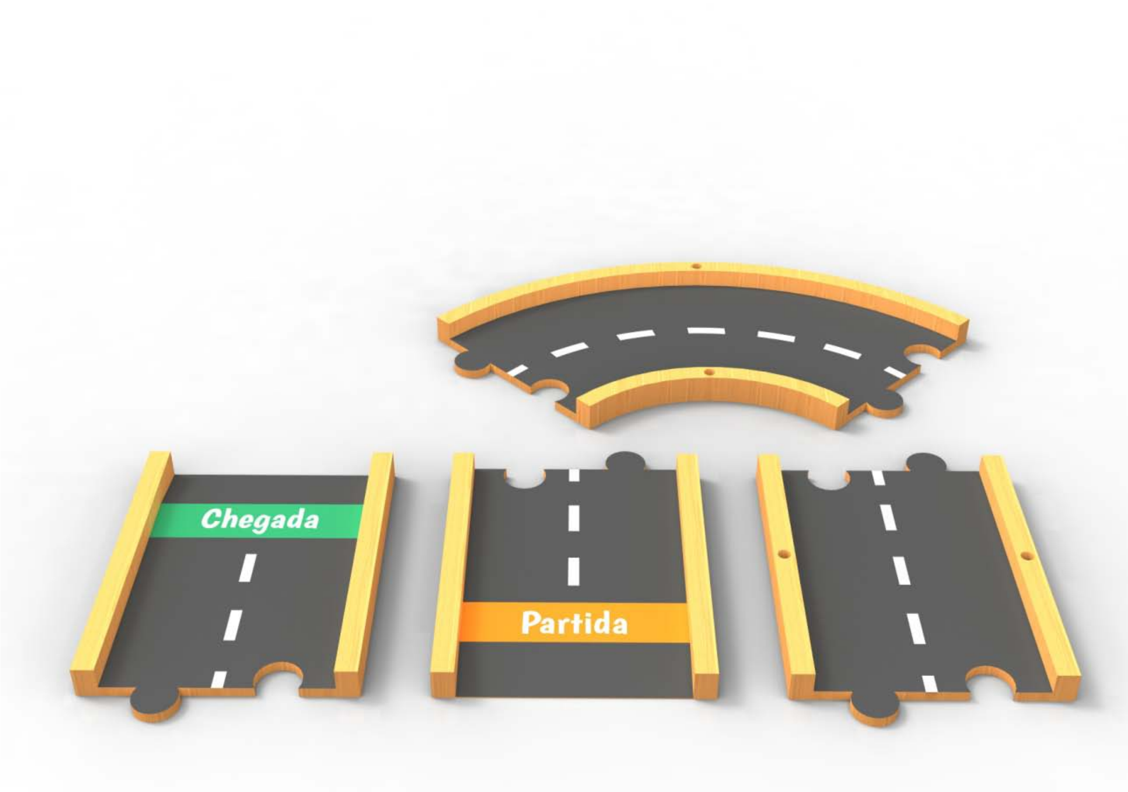
As dimensões completas do módulo de transporte e das frentes dos veículos podem ser observadas com maiores detalhes no Apêndice 5.

7.1.3 Percurso e paradas

Para a construção dos percursos por onde os veículos irão transitar, foram desenvolvidas três tipos de peças: a primeira representa o início e o fim do percurso, possuindo encaixe em uma de suas extremidades e uma rampa na outra, para a entrada dos veículos; a segunda e a terceira peças representando a porção reta e curva do percurso possuem encaixes em ambas as extremidades, como é possível observar na Figura 54. Esses encaixes possuem formato circular, cujo centro é alinhado um pouco acima da aresta da peça, semelhante à conexão existente entre duas peças de um quebra-cabeça; a vantagem do uso desse tipo de encaixe é o fácil manuseio do elemento pela criança, ao mesmo tempo em que fica garantida a união das peças durante o uso do brinquedo, pois o seu desencaixe é possível apenas no eixo vertical.

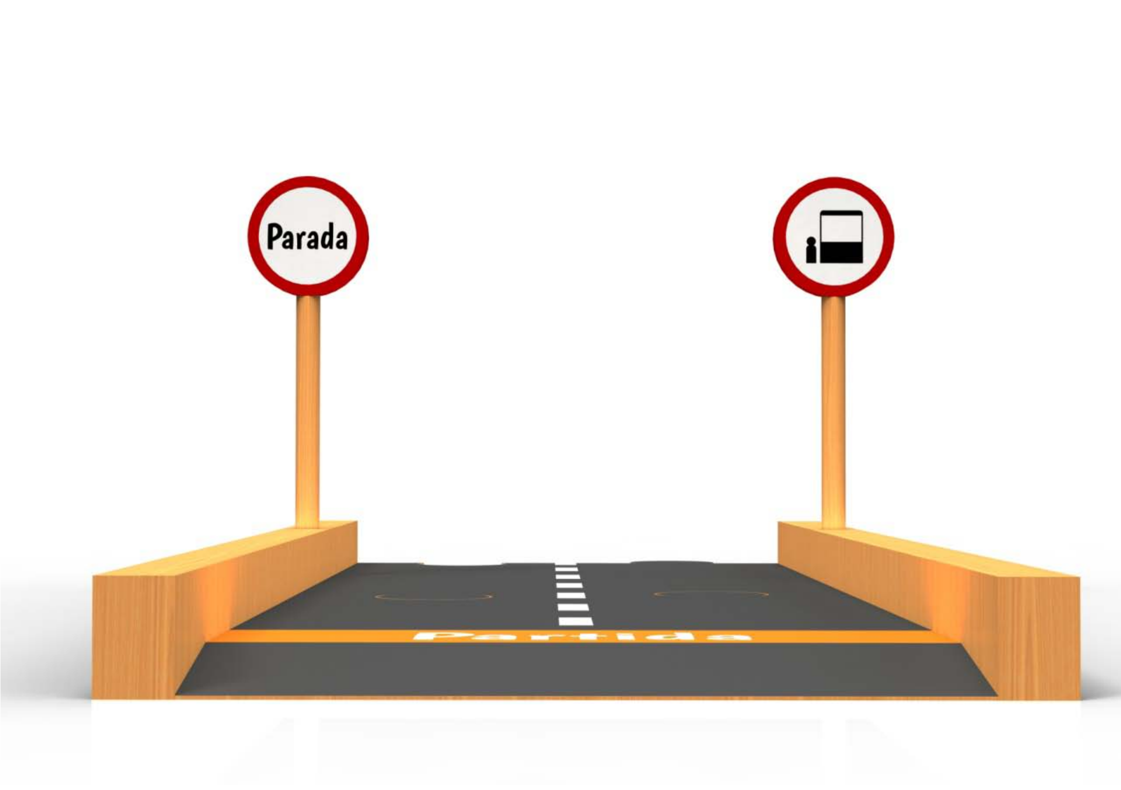
As peças representativas das paradas possuem duas partes: haste cilíndrica, com diâmetro de 5mm e placa circular com diâmetro de 25mm. Totalizando 10 unidades, as paradas são fixadas nas peças de percurso reto e curvo por meio de furações em sua borda. Sua face superior é pintada com tinta automotiva na cor cinza, seguida de pintura branca para as faixas divisórias da pista, e as marcações de “partida” e “chegada” adesivadas após a aplicação da pintura. No caso da placa de parada, é feita uma pintura automotiva vermelha, com posterior aplicação de adesivo em ambas os lados da peça, como pode ser visto na Figura 55.

Figura 54 - Peças de percurso



Fonte: Autora

Figura 55 - Placas de parada



Fonte: Autora

As dimensões completas das três peças de percurso podem ser observadas com maiores detalhes no Apêndice 6.

7.1.4 Roleta, cartelas e ficha de controle de passageiros

Como explicado anteriormente no início do item 7, a roleta e as ficha de controle de passageiros são os elementos do brinquedo que fazem a ligação entre a atividade lúdica e o conteúdo matemático. A roleta possui um sistema simples que permite a fácil substituição de suas cartelas de acordo com a necessidade de aprendizado das crianças: um pino, cuja parte inferior é uma semiesfera para permitir o seu giro, é encaixado no furo central da base da roleta – Figura 56.

Figura 56 - Base e pino da roleta

Fonte: Autora

As cartelas existentes, com 150 mm de diâmetro, se dividem em três tipos: aquelas que apresentam apenas embarque de passageiros, ou seja, trabalham com a operação de adição; as que apresentam desembarque de passageiros, trabalhando com a operação da subtração; e as cartelas que apresentam ambas as situações, trabalhando com adição e subtração simultaneamente.

Além das variações de tipo de operações, as cartelas também apresentam diferentes abordagens para indicar a quantidade numérica a ser manipulada: os algarismos podem aparecer tanto sob a forma numérica “5” quanto por meio da escrita por extenso “cinco”; a ação de embarque ou desembarque está representada tanto por frases completas – “embarque de n passageiros” – quanto por desenhos representativos dos passageiros e dos veículos; por fim, há questões mais abrangentes, como “metade dos assentos ocupados”. O objetivo dessas variações é exercitar a compreensão da criança sobre as diferentes formas que os problemas matemáticos podem ter, havendo a possibilidade de escolher o tipo de abordagem a ser utilizada de acordo com a necessidade de cada criança ou de cada ano escolar. As Figuras 57, 58 e 59 apresentam, respectivamente, um exemplo de cartelas de adição, subtração e ambas as operações.

Figura 57 - Cartela de adição

Fonte: Autora

Figura 58 - Cartela de Subtração

Fonte: Autora

Figura 59 - Cartela de adição e subtração

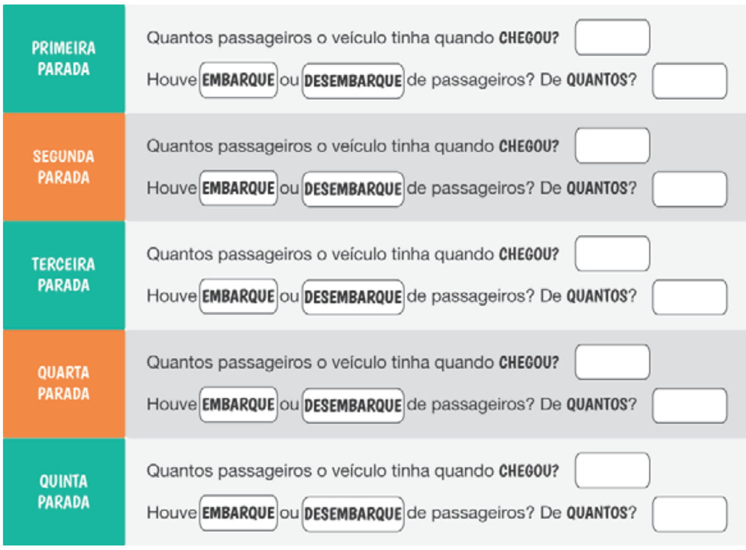
Fonte: Autora

É importante destacar que, no caso da operação de subtração, existe a possibilidade de a criança sortear na roleta o desembarque de uma quantidade de passageiros maior do que o número que ele possui nos seus módulos de transporte. Como o escopo do conteúdo escolar para os anos iniciais não abrange números negativos, se estabelece a regra de que, nesses casos, a criança deve continuar girando a roleta até sortear uma quantidade passível de movimentação.

Os valores numéricos presentes nas roletas vão aumentando na medida em que a criança avança nos anos escolares. Estão previstas 30 unidades de cartelas para cada conjunto do brinquedo, em três grupos de 10 para os três anos escolares, sendo cada grupo subdividido em 4 cartelas de adição, 4 de subtração e 2 cartelas com ambas as operações. Entretanto, sugere-se também que mais cartelas possam ser adquiridas separadamente caso o professor assim ache necessário.

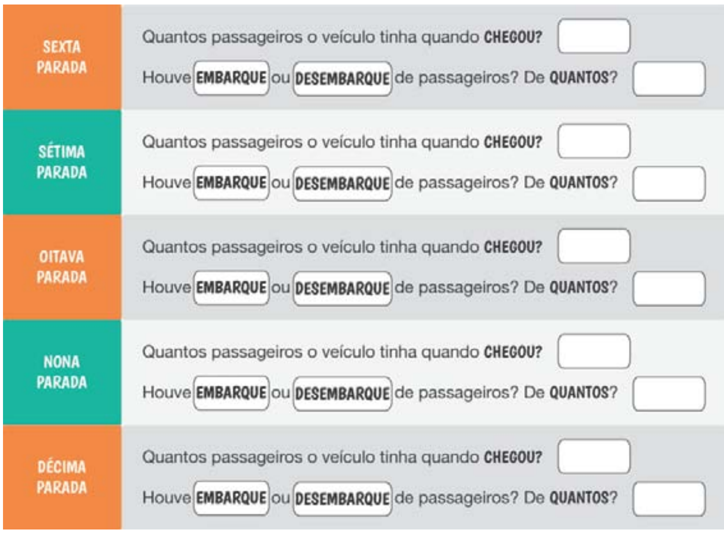
As fichas de controle de passageiros, apresentadas nas Figuras 60 e 61 apresentam 10 campos para o preenchimento de informações acerca das quantidades adicionadas ou subtraídas em cada parada. Cada campo possui duas perguntas: “quantos passageiros o veículo tinha quando chegou na parada” e “houve embarque ou desembarque de passageiros, e qual a quantidade”. A segunda pergunta faz com que a criança identifique o tipo de operação – embarque para adição e desembarque para a subtração – enquanto a primeira funciona como a operação propriamente dita, pois, por meio dela, a criança passa a relacionar as quantidades trabalhadas em cada parada isoladamente, conseguindo ter uma visão do resultado final de suas movimentações. As fichas são impressas frente e verso, abrangendo o total máximo das 10 paradas possíveis ao longo do percurso.

Figura 60 - Ficha de controle de passageiros; frente



Fonte: Autora

Figura 61 - Ficha de controle de passageiros; verso



Fonte: Autora

As cartelas da roleta são produzidas em papel couché fosco 300g com impressão offset, e aplicação de acabamento prolan fosco, que confere proteção e maior durabilidade aos elementos. Já as fichas de controle são produzidas com papel couché fosco 150g, sem acabamento, visto que a criança a utilizará para fazer anotações sobre as quantidades movimentadas em cada parada; as fichas podem tanto ser reaproveitadas quanto adquiridas em maior quantidade separada do conjunto completo. Foram selecionadas quatro cores do padrão cromático para a confecção das cartelas: laranja e vermelho para adição, azul e verde para subtração;

para as cartelas que misturam as duas operações foram selecionadas as cores vermelho da adição e o azul da subtração.

7.1.5 Embalagem armazenadora

Por ser um brinquedo com um número grande de elementos, foi desenvolvida uma embalagem armazenadora para os itens do produto “Cabe mais 1?”. Com dimensões gerais de aproximadamente 430 mm de largura, 300 mm de comprimento e 300 m de altura, a caixa possui espaço para o armazenamento das quantidades especificadas no início do item 7; produzida com o mesmo material do restante do produto – a madeira eucalipto – a caixa possui duas chapas com orifícios para o armazenamento dos passageiros; essas peças podem ser retiradas do conjunto e colocadas ao lado da criança no momento de utilização do produto, facilitando o acesso a essas peças e organizando a brincadeira – Figura 62 e 63.

É importante ressaltar que o enfoque deste trabalho não é o projeto de uma embalagem; entretanto, se fez necessário o desenvolvimento de uma proposta de uma caixa armazenadora, para que fosse possível explicitar a área mínima necessária para o armazenamento do conjunto.

Figura 62 - Embalagem armazenadora

Fonte: Autora

Figura 63 - Acomodação das peças no interior da embalagem

Fonte: Autora

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ambiente escolar é o local onde a criança desenvolve diversos aspectos importantes para a sua formação como cidadão, desde os que se referem unicamente ao conteúdo das disciplinas escolares, até aqueles que abrangem questões do comportamento humano e do funcionamento da sociedade e do mundo; é por isso que um ensino de qualidade se faz extremamente necessário para o crescimento individual e coletivo.

Ao longo deste trabalho, foi possível perceber que ainda falta muito para que o ensino brasileiro seja considerado de alto nível e adequado às necessidades de sua população. Faltam às escolas do país formas diferentes e inovadoras de abordar os conteúdos disciplinares, de maneira a estimular os alunos a permanecer em sala de aula e criar uma nova cultura onde o aprender é algo positivo e até mesmo divertido.

Foi buscando alternativas para essa nova abordagem de ensino que o presente projeto objetivou o desenvolvimento de um produto que auxiliasse o aprendizado dos conteúdos matemáticos, de maneira que o aprendizado ocorresse por meio de brincadeiras e dinâmicas divertidas. O foco do projeto recaiu sobre crianças na faixa etária de 6 a 8 anos de idade, período correspondente ao 1º, 2º e 3º anos do ensino fundamental, cuja grande função é fornecer a base do conhecimento que a criança levará consigo para o restante da vida escolar.

Foi imprescindível para o desenvolvimento do projeto a ajuda obtida com especialistas da área de pedagogia, cujo contato diário com o público alvo e com a situação do ensino da matemática se revelou como uma grande fonte de informação para a execução de um produto adequado às necessidades dos usuários. Por meio da avaliação desses especialistas e do teste de uso do produto com as crianças, foi possível constatar que o brinquedo *Cabe mais 1?* atende aos requisitos estabelecidos nas etapas iniciais do projeto, e cumpre o papel de ser uma ferramenta para auxiliar a compreensão dos conteúdos matemáticos de forma lúdica e participativa.

A opção por um produto simples, que não faz uso de recursos tecnológicos, se justifica por permitir além do desenvolvimento intelectual da criança o seu desenvolvimento motor, sua coordenação física e noção espacial. Além disso, ao desenvolver um produto que não requer da tecnologia para o seu uso e funcionamento, propicia-se que o alcance do brinquedo seja maior, englobando escolas públicas que possuem recursos limitados, mas que necessitam de materiais diferentes para o ensino das disciplinas.

O contato com os especialistas também foi de extrema importância para sinalizar a possível expansão do uso do brinquedo *Cabe mais 1?* para o ensino de outros conteúdos matemáticos que não àqueles cujo o projeto se propunha a abordar - contagem, adição e subtração. Conteúdos das séries seguintes ao 3º ano do ensino fundamental, como multiplicação e divisão, podem ser trabalhados utilizando-se os passageiros, módulos, e cartelas do produto; além disso, mostra-se possível também a adaptação do brinquedo em conjuntos menores, que a criança pode adquirir para exercitar fora da sala de aula os assuntos trabalhados na escola, para auxiliá-la na resolução de tarefas de casa, e também para as horas de lazer e brincadeira.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Carlos Henrique; LUZIO, Nildo. **Avaliação da Educação Básica:** em busca da qualidade e equidade no Brasil. Brasília: Inep/MEC - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2005.

BACK, Nelson et al. **Projeto Integrado de Produtos:** Planejamento, Concepção e Modelagem. Barueri: Manole, 2008.

BAXTER, Mike**. Projeto de Produto:** guia prático para o design de novos produtos. 2 ed. São Paulo: Edgar Blücher, 2000.

BOLDRIN, Maria Inês. **Barrinhas de Cuisenaire:** Introdução à construção dos fatos fundamentais da adição. 2010. Disponível em: <http://pedagogiafmu.files.wordpress.com/2010/09/barrinhas-de-cuisenaire-introducao-a-construcao-dos-fatos-fundamentais-da-adicao1.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2013.

BRANDÃO, Ana Carolina Perrusi Alves et al. (Org.). **Jogos de Alfabetização.** Pernambuco: Editora Universitária, 2008.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (Brasil). Câmara de Educação Básica. Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos.** Diário Oficial da União, Brasília, nº 239, quarta-feira,15 dez. 2010. Seção 1, p. 34-37.

CSILLAG, João Mario. **Análise do valor**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1995

ENSINO FUNDAMENTAL DE NOVE ANOS: Perguntas mais Frequentes. Disponível em: **<**http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/ensfund9_perfreq.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2013

FARIA, Ana Carolina Evangelista et al. **Método Montessoriano:** A importância do ambiente e do lúdico na educação infantil. Revista Eletrônica da Faculdade Metodista Granbery. Curso de Pedagogia, nº12, jan/jun 2012. Disponível em: <http://re.granbery.edu.br/artigos/NDY2.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2013.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.** Publicado no Boletim SBEM/SP Ano 4, nº 7, 1990. Disponível em: <https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&ved=0CCkQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.mat.ufmg.br%2F~espec%2Fmeb%2Ffiles%2FUmareflexao_sobre_o_uso_de_materiais_concretos_e_jogos_no_ensino_da_Matematica.doc&ei=MzbKUYn3MsnN0AGvoIHYCw&usg=AFQjCNGXidltWtDUFS5RJTbPtYqNjWJ-Vw&sig2=nqNlZiX60lELfmQHKYvYRQ&bvm=bv.48340889,d.dmQ>. Acesso em: 17 jun. 2013.

FIRJAN. **Programa SESI Matemática, 2011**. Disponível em: <http://www.firjan.org.br/sesimatematica/>. Acesso em: 15 mai. 2013

FREITAS, Olga. **Equipamentos e Materiais Didáticos.** Brasília: Universidade de Brasília – Unb, 2007. 132 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/profunc/equip_mat_dit.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2013

GONÇALVES, Marco Aurélio da Fontoura. **Geração de programas CNC através da implementação de funções direcionadas às características do processo produtivo.**2013. 134 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Ufrgs, Porto Alegre, 2013.

IBGE, **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios**. Síntese de Indicadores de 2011. IBGE. Rio de Janeiro, 2012.

IDEB Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – Ideb. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/home.seam?cid=7065>. Acesso em: 25 abr. 2013

ILLERIS, Knud (Ed.). **Contemporary Theories of Learning:** Learning theorists … in their own words. NY, USA: Routledge, 2009.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo da educação básica 2011:** Resumo Técnico. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2012.

INMETRO, Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia. Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/imprensa/releases/brinquedos.asp>. Acesso em 26 dez. 2013

IPT, Instituto de Pesquisas Tecnológicas. Disponível em: <http://www.ipt.br/informacoes_madeiras/13.htm>. Acesso em: 26 dez. 2013

KAMII, Constance; HOUSMAN, Leslie Baker. **Crianças Pequenas Reinventam a Aritmética:** Implicações da Teoria de Piaget. 2.ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2002.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação.** 9º edição São Paulo: Cortez Editora, 2006.

KLUGMAN, Jeni. **Relatório de Desenvolvimento Humano 2011.** Disponível em: <http://hdr.undp.org/en/media/HDR_2011_PT_Complete.pdf>. Acesso em: 15 maio 2013.

LA ROSA, Jorge (Org.). **Psicologia e Educação:** O significado do aprender. Porto Alegre: Edipucrs, 2003.

LA TAILLE, Yves de; OLIVEIRA, Marta Kohl de; DANTAS, Heloysa.**Piaget, Vigotsky, Wallon:** Teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 1992.

LOPES, Maria da Glória. **Jogos na Educação:** Criar, fazer, jogar. São Paulo: Cortez Editora, 1999.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sícoli; PASSOS, Norimar Christie. Tangran: da simplicidade do material à complexidade da reflexão. In: MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sícoli; PASSOS, Norimar Christe.**Os Jogos e o Lúdico na aprendizagem escolar.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2005. p. 67-88.

MANOEL, Luís Ricardo da Silva (s.d.). **Torre de Hanói.** Disponível em: <http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio/pages/artigos/Torre_de_Hanoi.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2013.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (Brasil). **Boletim 14, 2005**. Materiais Didáticos: escolha e uso. Disponível em: <http://www.tvbrasil.org.br/fotos/salto/series/151007MateriaisDidaticos.pdf >. Acesso em 20 jun. 2013

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (Brasil). **Compromisso Todos Pela Educação, 2007.** Disponível em: < http://www.todospelaeducacao.org.br/ >. Acesso em: 27 mai. 2013

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (Brasil). Gabinete do Ministro. Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e as ações do Pacto e define suas diretrizes gerais**. Diário Oficial da União, Brasília, nº 129, quinta-feira, 5 jul. 2012. Seção 1, p. 22-23.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (Brasil).Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (Brasil). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Diretoria de Avaliação da Educação Básica**. SAEB/Prova Brasil 2011 - primeiros resultados.** Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2012/Saeb_2011_primeiros_resultados_site_Inep.pdf>. Acesso em: 25 abril 2013.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo: E.P.U., 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. **Linguagem e Aprendizagem Significativa.**Conferência de encerramento do IV Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Maragogi, AL, Brasil, 8 a 12 de setembro de 2003. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~Moreira/linguagem.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2013.

NICOLIELO, Bruna. **Educação Infantil: Elas sabem muito. Aproveite**. **Nova Escola**: A revista de quem educa. São Paulo, n.258, p.32-39, dez. 2012.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças Fazendo Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OECD (2010), **PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I).** Disponível em: http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en Acesso em: 20 fev. 2013.

PACTO NACIONAL PELA ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA. Disponível em: <http://pacto.mec.gov.br>. Acesso em: 20 mai. 2013

PADOVAN, Daniela. Um novo jeito de ensinar, a melhor maneira de aprender. **Nova Escola**: A revista de quem educa. São Paulo, n.258, p.79, dez. 2012.

PALANGANA, Isilda Campaner. **Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vigotsky.** São Paulo: Summus, 2001.

PARECER HOMOLOGADO. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Ensino Fundamental de nove anos**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=6171&Itemid= >. Acesso em: 25 abr. 2013

PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Org.). **Didática da Matemática:** Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

PEREIRA, Maria Carolina Martins. **Construindo o Frac-Soma 235 e conhecimento no Ensino Básico**. 2009. 78f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Curso de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2009

PFUTZENREUTER, Edson P.; STANO, Rita de Cássia M.T. **Jogo como elemento mediador no processo de construção de conhecimento no espaço universitário.** Disponível em: <http://www.comunidadesvirtuais.pro.br/seminario4/trab/epp_rcmts.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2013.

RANGEL, Ana Cristina S.. **Educação Matemática e a Construção do Número pela Criança:** Uma experiência em diferentes contextos socioeconômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

SILVA, Sandra Albano da; ARAUJO, João André Amorim de. **Maria Montessori e a criação do material dourado como instrumento metodológico para o ensino de matemática nos anos iniciais da escolarização. 2011.** Disponível em: <http://www.uems.br/eventos/semana/arquivos/31_2011-09-05_14-28-02.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2013.

SOROBAN. Disponível em: <http://www.soroban.com/fanzan/indexE.html >. Acesso em: 20 jun. 2013

TAVARES, Romero. **Aprendizagem significativa, codificação dual e objetos de aprendizagem.** Revista Brasileira de Informática na Educação, volume 18, número 2, 2010. Disponível em: <http://br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/view/1205/1114>. Acesso em: 04 jun. 2013.

THERRELL, James A.. **AGE DETERMINATION GUIDELINES:** Relating Children's Ages To Toy Characteristics and Play Behavior. Usa: Timothy P. Smith, Project Manager, 2002.

VASCONCELOS, Clara; PRAIA, João Félix; ALMEIDA, Leandro S.. **Teorias de Aprendizagem e o Ensino/Aprendizagem das Ciências:** da instrução às aprendizagens. Psicologia Escolar e Educacional, 2003; volume 7, número 1. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/pee/v7n1/v7n1a02.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2013.

APÊNDICE 1 – Roteiro para entrevista com especialistas

1) Experiência do educador com o ensino da matemática:
   - Formação;
   - Há quantos anos leciona;
   - Para qual ano/série leciona atualmente;
   - Para quais anos/séries já lecionou.

2) Principais conteúdos de matemática trabalhados em cada ano escolar, até o 5º ano/ 4º série do ensino fundamental.

3) Principais dificuldades gerais percebidas pelo educador no ensino e na aprendizagem da matemática.

4) Aspectos mais prazerosos e/ou mais intuitivos na aprendizagem da matemática.

5) Conteúdos em que os alunos costumam apresentar maior dificuldade no entendimento.

6) Conteúdos que os alunos costumam entender mais facilmente

7) Ano ou conteúdo específico em que a compreensão da matemática passa a ser notavelmente um problema para os alunos.

8) Opiniões que os alunos costumam manifestar sobre os conteúdos ensinados e sobre a matemática em geral.

9) Outra matéria, fora a matemática, que seja a preferida pelos alunos.

10) Opinião do especialista sobre o(s) ano(s) mais importante(s) no ensino e aprendizagem da matemática

11) Métodos de ensino da matemática:
    - Brincadeiras e jogos;
    - Ferramentas didáticas.

12) Tipos de atividade em sala de aula que as crianças mais gostam de realizar

13) Mudanças perceptíveis no modo de aprender das crianças com o aumento da tecnologia, e como se dá a inserção das novas tecnologias no processo de ensino.

APÊNDICE 2 – Conversão dos requisitos dos usuários em requisitos de projeto

REQUISITOS DO USUÁRIO	REQUISITOS DE PROJETO
Situações significativas	Aparência atrativa para crianças de 6 a 8 anos de idade Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver Atividades contextualizadas
Experimentação e ação da criança	Dimensões compatíveis com crianças de 6 a 8 anos de idade Dimensões suficientes para que não haja o risco de ter peças ingeridas Uso simples e intuitivo
Despertar motivação, curiosidade, incentivo	Aparência atrativa para crianças de 6 a 8 anos de idade Oferecer versatilidade na maneira de uso Uso simples e intuitivo
Considerar a maneira de pensar da criança	Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver Uso simples e intuitivo
Considerar aspectos do conteúdo matemático	Enfocar o aprendizado da série numérica Enforcar o aprendizado da adição e subtração Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver
Interação com o material didático	Dimensões compatíveis com crianças de 6 a 8 anos de idade Dimensões suficientes para que não haja o risco de ter peças ingeridas Não fazer uso de pontas, quinas e relevos que possam oferecer risco à criança Não dispor de peças desnecessárias
Construção progressiva do conhecimento	Oferecer versatilidade na maneira de uso Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver
Domínio de ações por exercício contínuo	Oferecer versatilidade na maneira de uso Uso simples e intuitivo Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver
Diferentes níveis de complexidade	Oferecer versatilidade na maneira de uso Uso simples e intuitivo Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver
Utilizar a relação esforço e recompensa	Possuir recursos visuais e táteis
Conexões com conhecimentos prévios	Relacionar o conteúdo ensinado à outros conhecimentos já adquiridos Propor atividades que não exijam mais do que a criança está capacitada a desenvolver
Estimular percepções visuais e táteis	Aparência atrativa para crianças de 6 a 8 anos de idade Dimensões compatíveis com crianças de 6 a 8 anos de idade Possuir recursos visuais e táteis
Usar cores formas e volumes	Aparência atrativa para crianças de 6 a 8 anos de idade Dimensões compatíveis com crianças de 6 a 8 anos de idade
Estética próxima à realidade	Aparência atrativa para crianças de 6 a 8 anos de idade
Materiais	Utilização de materiais não tóxicos e apropriados para o manuseio de crianças de 6 a 8 anos Não ter peso excedente, podendo ser carregado por crianças de 6 anos Oferecer durabilidade

Fonte: Autora

APÊNDICE 3 – Matriz de relacionamento

Priorização dos requisitos de projeto (a)

Requisitos dos Usuários	Peso R.U.	Atividades cuja compreensão é adequada à crianças de 6 a 8 anos, e contextualizadas no seu universo	Recursos visuais que confiram aparência atrativa ao produto	Apresentar uso simples, intuitivo e versátil	Dimensões do produto e nº de componentes compatíveis com crianças de 6 a 8 anos	Materiais e acabamentos que não ofereçam riscos à criança	Enfocar o aprendizado da série numérica, adição e subtração	Oferecer durabilidade
		Requisitos de Projeto						
Situações significativas	13.08%	5	3	3	1	1	3	0
Experimentação e ação da criança	13.08%	5	5	5	5	5	3	1
Despertar motivação, curiosidade, incentivo,	12.56%	5	5	5	3	1	3	0
Considerar a maneira de pensar da criança	12.04%	5	1	5	3	1	5	0
Considerar aspectos do conteúdo matemático	8.9%	3	1	5	3	1	5	0
Interação com o material didático	8.37%	5	5	5	5	5	3	3
Construção progressiva do conhecimento	6.28%	5	1	5	1	0	5	3
Domínio de ações por exercício contínuo	6.28%	3	3	5	3	3	5	3
Diferentes níveis de complexidade	5.75%	5	1	5	1	0	5	0
Utilizar a relação esforço e recompensa	4.71%	3	5	5	1	0	3	0
Conexões com conhecimentos prévios	4.18%	5	1	5	1	0	5	0
Estimular percepções visuais e táteis	3.14%	3	5	3	5	5	1	1
Usar cores formas e volumes	0,52%	3	5	3	5	1	1	3
Estética próxima à realidade	0.52%	5	5	1	1	1	0	0
Materiais	0,52%	1	3	1	3	5	0	5
SOMA	**100%**	**61**	**49**	**61**	**41**	**29**	**47**	**19**

Fonte: Autora

Priorização dos requisitos de projeto (b)

Requisitos dos Usuários	Peso R.U.	Atividades cuja compreensão é adequada à crianças de 6 a 8 anos, e contextualizadas no seu universo	Recursos visuais que confiram aparência atrativa ao produto	Apresentar uso simples, intuitivo e versátil	Dimensões do produto e nº de componentes compatíveis com crianças de 6 a 8 anos	Materiais e acabamentos que não ofereçam riscos à criança	Enfocar o aprendizado da série numérica, adição e subtração	Oferecer durabilidade
Situações significativas	13.08%	65,4	39,24	39,24	13,08	13,08	39,24	0
Experimentação e ação da criança	13.08%	65,4	65,4	65,4	65,4	65,4	39,24	13,08
Despertar motivação, curiosidade, incentivo,	12.56%	62,8	62,8	62,8	37,68	12,56	37,68	0
Considerar a maneira de pensar da criança	12.04%	60,2	12,04	60,2	36,12	12,04	60,2	0
Considerar aspectos do conteúdo matemático	8.9%	26,7	8,9	44,5	26,7	8,9	44,5	0
Interação com o material didático	8.37%	41,85	41,85	41,85	41,85	41,85	25,11	25,11
Construção progressiva do conhecimento	6.28%	31,4	6,28	31,4	6,28	0	31,4	18,84
Domínio de ações por exercício contínuo	6.28%	18,84	18,84	31,4	18,84	18,84	31,4	18,84
Diferentes níveis de complexidade	5.75%	28,75	5,75	28,75	5,75	0	28,75	0
Utilizar a relação esforço e recompensa	4.71%	14,13	23,55	23,55	4,71	0	14,13	0
Conexões com conhecimentos prévios	4.18%	20,9	4,18	20,9	4,18	0	20,9	0
Estimular percepções visuais e táteis	3.14%	9,42	15,7	9,42	15,7	15,7	3,14	3,14
Usar cores formas e volumes	0,52%	1,56	2,6	1,56	2,6	0,52	0,52	1,56
Estética próxima à realidade	0.52%	2,6	2,6	0,52	0,52	0,52	0	0
Materiais	0,52%	0,52	1,56	0,52	1,56	2,6	0	2,6
SOMA	100%	450,47	311,29	462,01	280,97	192,01	376,21	83,17
	%	20,89%	14,43%	21,42%	13,03%	8,90%	17,44%	3,85%

Fonte: Autora

APÊNDICE 4 – Entrevista com pais e responsáveis

Pergunta 01: Quantos filhos você tem? De que idade?

Entrevistado A: dois meninos **|** 9 anos

Entrevistado B: dois meninos **|** 5 anos; 10 anos ou mais

Entrevistado C: um menino **|** 8 anos

Entrevistado D: dois meninos **|** 7 anos; 9 anos

Entrevistado E: um menino e uma menina **|** 4 ou menos; 7 anos

Pergunta 02: Quais as atividades que seu filho realiza no tempo livre?

Entrevistado A: Jogos, televisão e computador

Entrevistado B: Brincar... desenhar, pintar, jogar futebol, jogar vidio game.

Entrevistado C: Joga futebol,anda de skate, playstation,jogos no computador, assiste alguns programas de tv.

Entrevistado D: Jogar Futebol, andar de skate, de bicicleta, jogar no computador, jogar no ipad, brincar de lego, jogar jogo de tabuleiro, brincar de policia e ladrão.

Entrevistado E: Assistir à televisão, jogar na internet, brincar com amigos, ler livros e gibis...

Pergunta 03: Com quais brinquedos o seu filho costuma brincar?

Entrevistado A: Jogos de tabuleiro, pequenos bonecos.

Entrevistado B: Carinho, bola, lego, quebra cabeça...

Entrevistado C: Bola, playstation,lego,tablet (jogos)

Entrevistado D: bolas (muiiiitas), legos, arminhas.

Entrevistado E: barbies e jogos diversos.

Pergunta 04: Quais são os assuntos pelos quais o seu filho demonstra interesse?

Entrevistado A: Jogos e atividades realizadas no recreio, jogos de computador.

Entrevistado B: Falam muito...rsrsrs...de tudo um pouco, adoram contar coisas que acontecem na escola e também fazer perguntas sobre vários assuntos.

Entrevistado C: Futebol, acontecimentos na escola.

Entrevistado D: mundo animal, futebol, descobertas de fósseis, curiosidades sobre o universo, aplicativos e jogos no ipad, filmes.

Entrevistado E: coisas que aconteceram em seu dia, desenhos que viu na televisão, planos para os próximos dias...

Pergunta 05: O seu filho gosta de matemática?

Entrevistado A: Sim

Entrevistado B: Médio.

Entrevistado C: Sim

Entrevistado D: Sim, os dois!

Entrevistado E: Mais ou menos

Pergunta 06: Como é a relação dos seus filhos com a matemática?

Entrevistado A: Bom, um dos filhos tem dificuldade de realizar as atividades de matemática e o outro desenvolve as atividades de forma fácil e com prazer. Aproveita alguns momentos do dia para demonstrar seus conhecimentos

Entrevistado B: O de 5 anos esta fascinado descobrindo os números e etc, já o de 11 esta achando meio chata as aulas de matemática e a matéria.

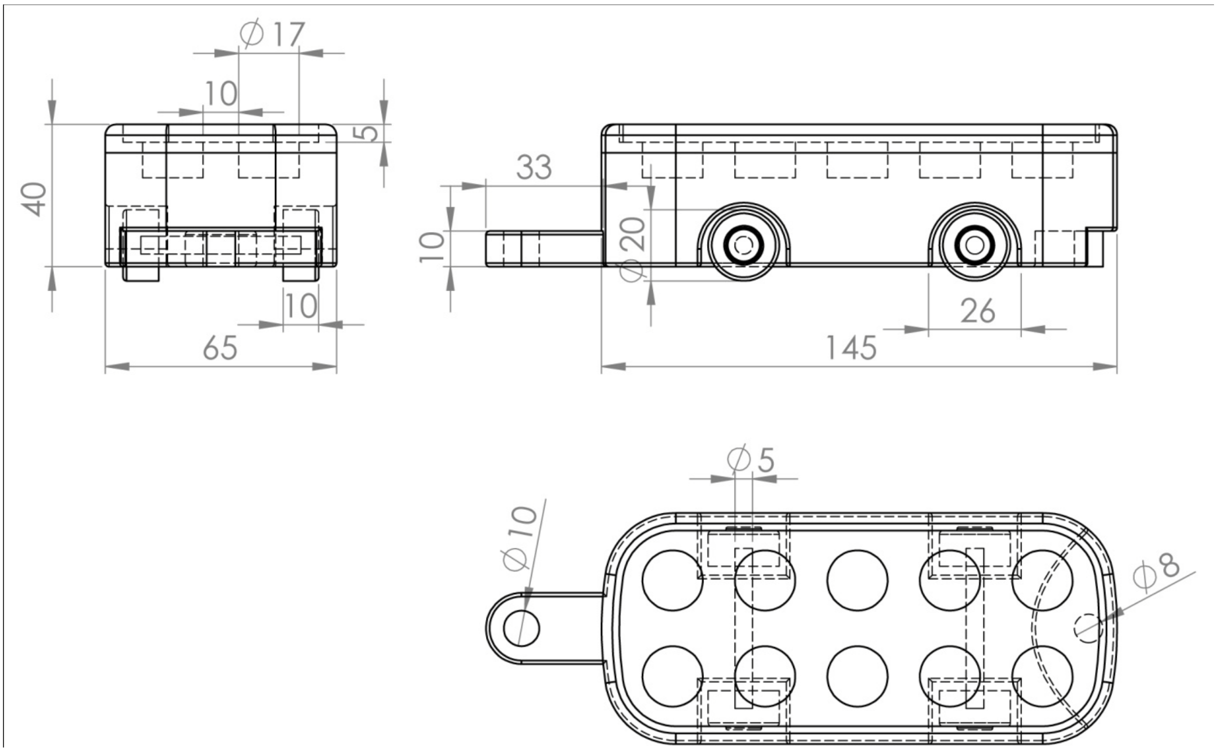
Entrevistado C: Ele se sai muito bem em matemática, tem facilidade e gosta mais do que as demais matérias. Percebo que desde muito cedo ele gosta dos números, do raciocínio lógico.

Entrevistado D: Ambos tem um relação realmente prazerosa. Amam quando a tarefa é de matemática e fazem sem precisar pedir. Costumam fazer de maneira rápida e correta. Gostam tanto de matemática que pedem aos pais para criarem exercicios matemáticos extras das tarefas da escola. Quando eu preciso resolver uma conta do cotidiano, costumo pedir à eles ajuda e o mais velho costuma estar de prontidão para dar a resposta. Além disso, no carro, a brincadeira que mais gostam é que a gente faça perguntas matematicas para ficarem solucionando durante o percurso.

Entrevistado E: Percebo que ela tem certa facilidade para raciocínio lógico e para efetuar cálculos de cabeça e estabelecer relações entre quantidades, mas nos dias em que ela recebe temas de casa específicos sobre matemática (com contas ou sequencia de números) ela reclama bastante, alegando não gostar/não saber matemática.

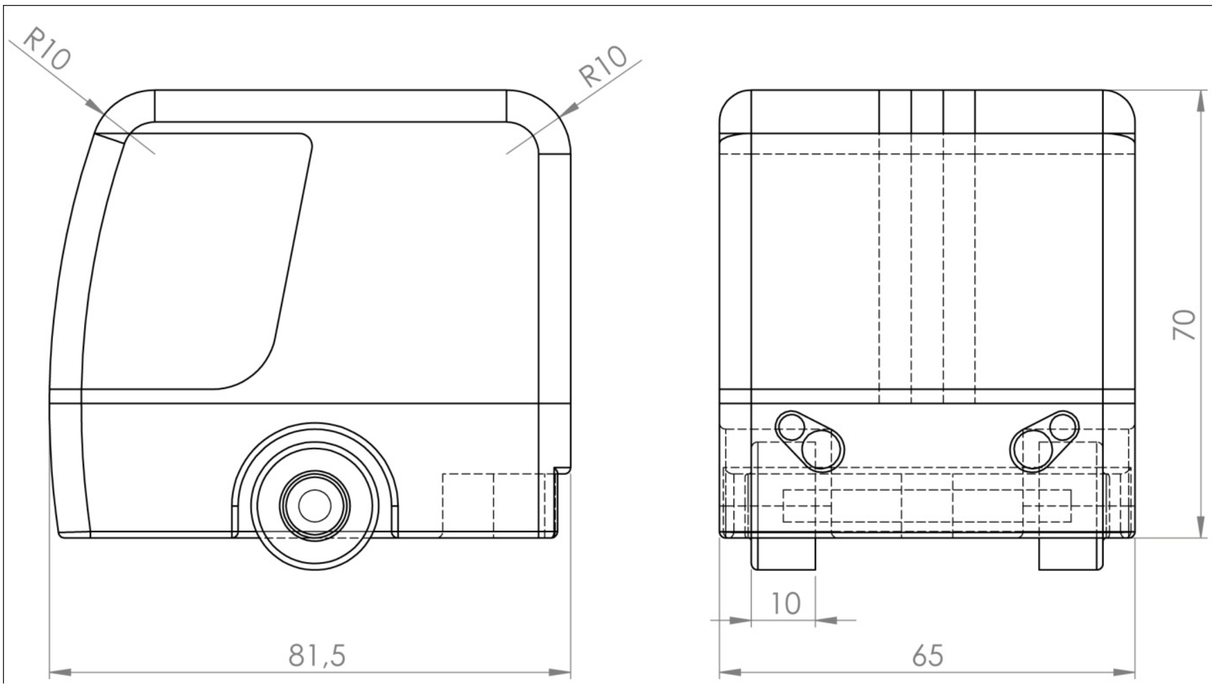
APÊNDICE 5 – Dimensões do módulo de transporte e das frentes dos veículos

Módulo de Transporte



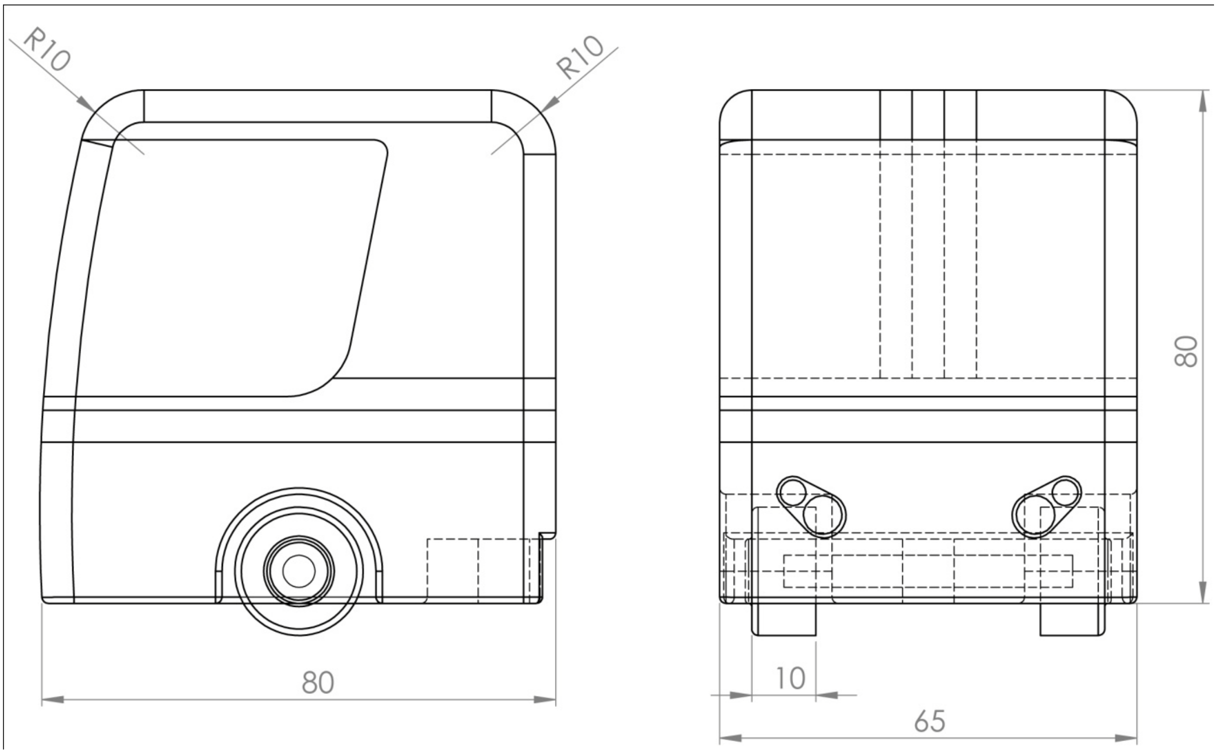
Fonte: Autora

Frente Lotação



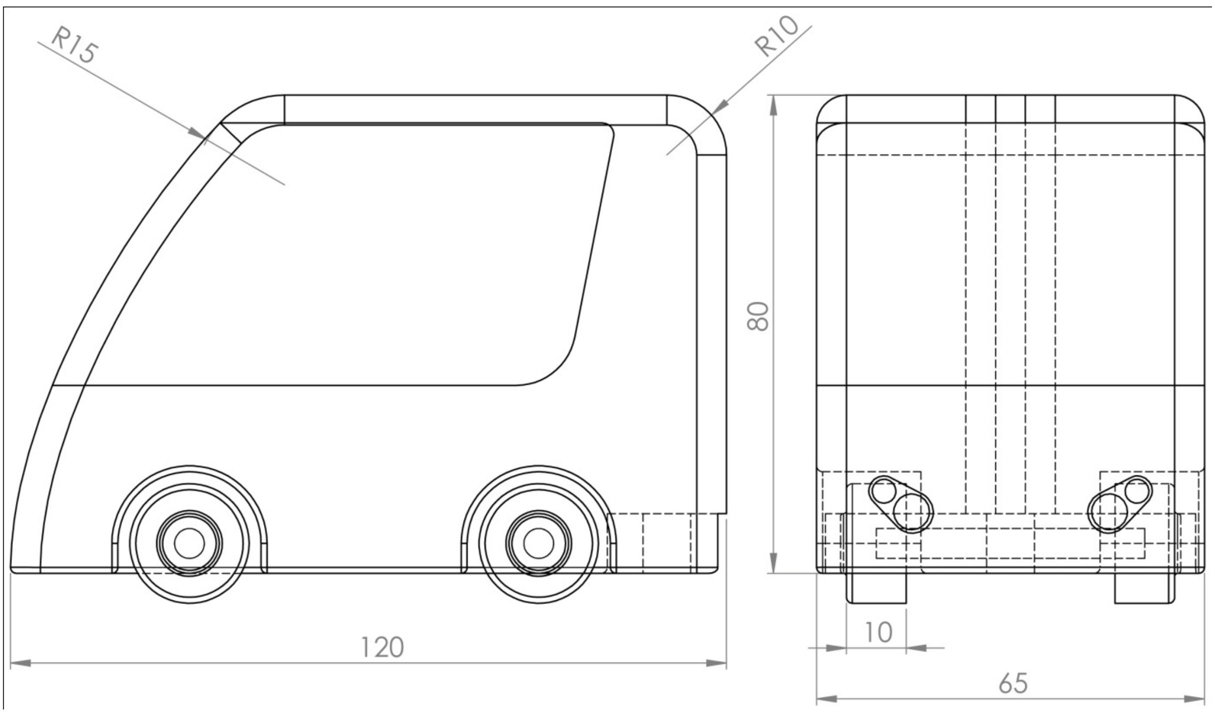
Fonte: Autora

Frente Ônibus



Fonte Autora

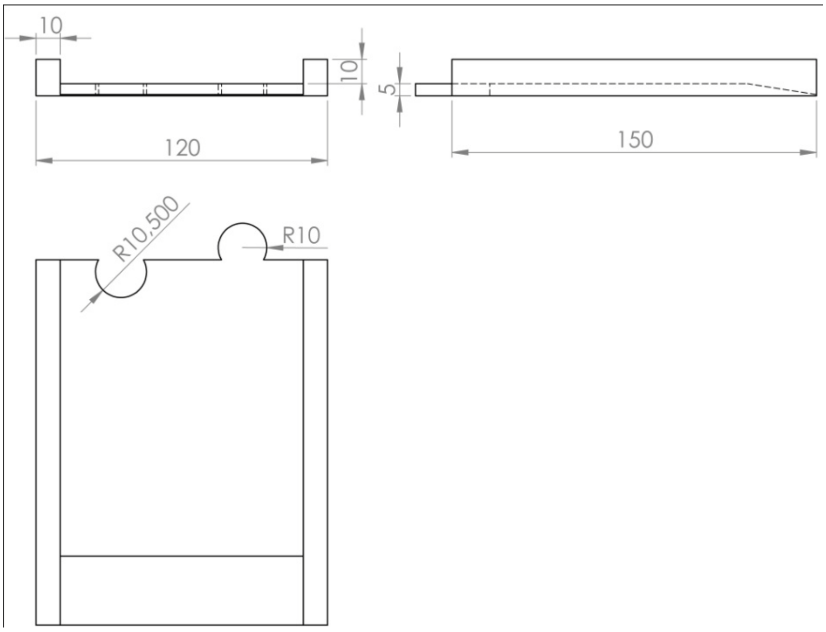
Frente Trem



Fonte Autora

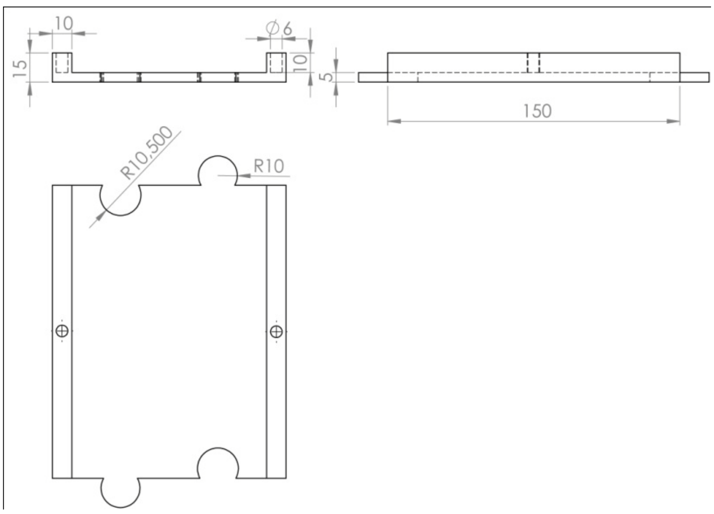
APÊNDICE 6 – Dimensões das peças de percurso

Peça de partida e chegada



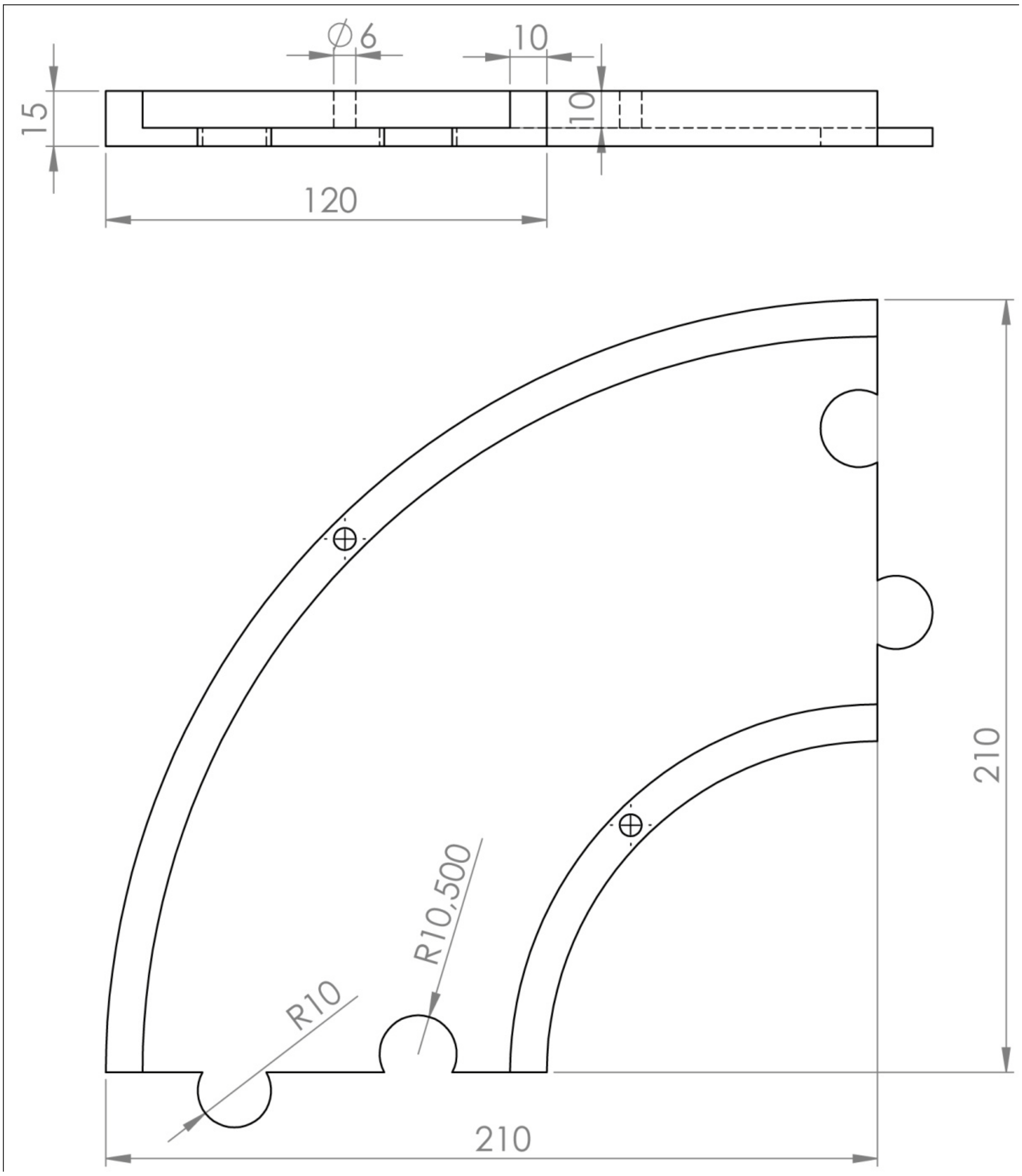
Fonte: Autora

Peça de percurso reto



Fonte: Autora

Peça de percurso curvo



Fonte: Autora

ANEXO A: Escala de proficiência em matemática – PISA

Nível	Pontuação Mínima	Habilidades que os estudantes possuem
6	669	No nível 6 os estudantes são capazes de conceitualizar, generelizar e utilizar informações baseadas em investigações próprias e na construção de situações-problema complexas. Eles conseguem relacionar informações de diferentes fontes com diferentes tipos de representação, e são capazes de transitar flexivelmente entre essas formas de pensar. Estudantes nesse nível possuem pensamento matemático e raciocínio avançados. Esses estudantes conseguem aplicar esse conhecimento e esse entendimento juntamente com a domínio das operações e relações matemáticas simbólicas e formais, resultando no desenvolvimento de novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações. Estudantes nesse nível são capazes de formular e comunicar precisamente suas ações e reflexões sobre suas interpretações e argumentos.
5	607	No nível 5, os estudantes conseguem desenvolver e trabalhar com modelos de situações complexas, identificando restrições e especificando suposições. Eles são capazes de selecionar, comparar e avaliar apropriadamente estratégias de resolução de problemas para lidar com problemas mais complexos. Estudantes nesse nível trabalham estrategicamente usando amplas e bem desenvolvidas habilidades de pensamento e raciocínio, fazendo caracterizações formais e simbólicas, e com discernimento acerca das situações. Eles conseguem refletir sobre suas ações, formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.
4	545	No nível 4 os estudantes conseguem trabalhar efetivamente com modelos explícitos para situações concretas complexas que podem envolver restrições ou a necessidade de se fazer suposições. Eles conseguem selecionar e integrar diferentes representações, incluindo representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações do mundo real. Estudantes nesse nível podem utilizar habilidades e raciocínio bem desenvolvidos com flexibilidade. Eles conseguem construir e comunicar explicações e argumentos baseados nas suas interpretações e ações.
3	482	No nível 3 estudantes podem executar procedimentos que estejam claramente descritos, incluindo aqueles que requerem decisões sequenciais. Eles conseguem selecionar e aplicar estratégias para a resolução de problemas simples, e interpretar e usar representações baseadas em diferentes fontes de informação e raciocinar a partir das mesmas. Eles podem desenvolver curta comunicação para reportar as suas interpretações, resultados e raciocínio.
2	420	No nível 2 os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não requerem mais do que inferências diretas. Eles conseguem extrair informações relevantes de uma única fonte e usar um único modo de representação. Estudantes nesse nível podem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções básicos. Eles são capazes de raciocínio direto e interpretações literais dos resultados
1	358	No nível 1 os estudantes conseguem responder questões envolvendo contextos familiares onde toda a informação relevante está presente e as perguntas a serem respondidas estão claramente definidas. Eles são capazes de identificar informações e realizar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explicitas. Eles conseguem executar ações que são óbvias a partir de estímulos dados.

Fonte: OECD, 2010

ANEXO B: Níveis da escala de proficiência em matemática – Saeb

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível e exemplos de competência
Nível 0 - abaixo de 125	A Prova Brasil não utilizou itens que avaliam as habilidades abaixo do nível 125. Os alunos localizados abaixo deste nível requerem atenção especial, pois ainda não demonstraram ter desenvolvido as habilidades mais simples apresentadas para os alunos do 5º ano como exemplo: • somar e subtrair números decimais; • fazer adição com reserva; • multiplicar e dividir com dois algarismos; • trabalhar com frações.
Nível 1 - 125 a 150	Neste nível os alunos do 5º e do 9ª anos resolvem problemas de cálculo de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada e, apoiados em representações gráficas, reconhecem a quarta parte de um todo.
Nível 2 - 150 a 175	Além das habilidades demonstradas no nível anterior, neste nível os alunos do 5º e 9º anos são capazes de: • reconhecer o valor posicional dos algarismos em números naturais; • ler informações e dados apresentados em gráfico de coluna; • interpretar mapa que representa um itinerário.
Nível 3 - 175 a 200	Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível os alunos do 5º e 9º anos: • calculam resultado de uma adição com números de três algarismos, com apoio de material dourado planificado;

(continua)

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível e exemplos de competência
Nível 3 - 175 a 200	• localizam informação em mapas desenhados em malha quadriculada; • reconhecem a escrita por extenso de números naturais e a sua composição e decomposição em dezenas e unidades, considerando o seu valor posicional na base decimal; • resolvem problemas relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias, semanas, horas e minutos).

Nível 4 - 200 a 225	Além das habilidades descritas anteriormente, os alunos do 5º e 9º anos:
	• lêem informações e dados apresentados em tabela;
	• reconhecem a regra de formação de uma seqüência numérica e dão continuidade a ela;
	• resolvem problemas envolvendo subtração, estabelecendo relação entre diferentes unidades monetárias;
	• resolvem situação-problema envolvendo:
	  • a idéia de porcentagem;
	  • diferentes significados da adição e subtração;
	  • adição de números racionais na forma decimal;
	• identificam propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.

Nível 5 - 225 a 250	Os alunos do 5º e do 9º anos, além das habilidades já descritas: • identificam a localização/movimentação de objeto em mapas, desenhado em malha quadriculada; • reconhecem e utilizam as regras do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e o princípio do valor posicional; • calculam o resultado de uma adição por meio de uma técnica operatória; • lêem informações e dados apresentados em tabelas; • resolvem problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas; • resolvem problemas: • utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro;

(continua)

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível e exemplos de competência
Nível 5 - 225 a 250	• estabelecendo trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores; • com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração; • reconhecem a composição e decomposição de números naturais, na forma polinomial; • identificam a divisão como a operação que resolve uma dada situação-problema; • identificam a localização de números racionais na reta numérica. Os alunos do 9ª ano ainda: • identificam a localização/movimentação de objeto em mapas e outras representações gráficas; • lêem informações e dados apresentados em gráficos de colunas; • conseguem localizar dados em tabelas de múltiplas entradas; • associam informações apresentadas em listas ou tabelas ao gráfico que as representam e vice-versa; • identificam propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações; • resolvem problemas envolvendo noções de porcentagem.
Nível 6 - 250 a 275	O s alunos do 5º e 9º anos: • lidentificam planificações de uma figura tridimensional; • resolvem problemas: • estabelecendo trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores; • envolvendo diferentes significados da adição e subtração; • envolvendo o cálculo de área de figura plana, desenhada em malha quadriculada; • reconhecem a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens; • Identificam a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica;

(continua)

<table>
<tr><th>Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática</th><th>O que os alunos conseguem fazer nesse nível e exemplos de competência</th></tr>
<tr><td>Nível 6 - 250 a 275</td><td>• estabelecem relação entre unidades de medida de tempo;
• lêem tabelas comparando medidas de grandezas;
• identificam propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e pelos tipos de ângulos;
• reconhecem a composição e decomposição de números naturais em sua forma polinomial.

Os alunos do 9º ano também:
• reconhecem as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos;
• identificam a localização de números inteiros na reta numérica.</td></tr>
<tr><td>Nível 7 - 275 a 300</td><td>Os alunos do 5º e 9º anos:
• resolvem problemas com números naturais envolvendo diferentes significados da multiplicação e divisão, em situação combinatória;
• reconhecem a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas;
• identificam propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e tipos de ângulos;
• identificam as posições dos lados de quadriláteros (paralelismo);
• resolvem problemas:
  • utilizando divisão com resto diferente de zero;
  • com apoio de recurso gráfico, envolvendo noções de porcentagem;
  • estimam medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não;
• estabelecem relações entre unidades de medida de tempo;
• calculam o resultado de uma divisão por meio de uma técnica operatória;

No 9º ano:
• identificam a localização/movimentação de objeto em mapas;</td></tr>
</table>

(continua)

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível
Nível 7 - 275 a 300	• resolvem problema com números naturais, inteiros e racionais envolvendo diferentes operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação); • calculam o valor numérico de uma expressão algébrica, incluindo potenciação; • interpretam informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas; • identificam um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
Nível 8 -300 a 325	Os alunos do 5º e do 9º anos: • resolvem problemas; • envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas; • desenhadas em malhas quadriculadas; • envolvendo o cálculo de área de figuras planas, desenhadas em malha quadriculada; • utilizando porcentagem; • utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml; • com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo operações de adição e subtração; • estimam a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencional ou não; • lêem informações e dados apresentados em gráficos de coluna; • identificam a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
Nível 9 - 325 a 350	Neste nível, os alunos do 5º e 9º anos: • reconhecem a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas; • identificam fração como representação que pode estar associada a diferentes significados; • resolvem equações do 1º grau com uma incógnita; • identificam diferentes representações de um mesmo número racional;

(continua)

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível

Nível 9 - 325 a 350	• calculam a área de um polígono desenhado em malha quadriculada;
	• reconhecem a representação numérica de uma fração a partir do preenchimento de partes de uma figura.
	
	No 9º ano os alunos também:
	• reconhecem círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações;
	• realizam conversão e somas de medidas de comprimento;
	• identificam a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras;
	• resolvem problemas utilizando relações entre diferentes unidades de medida;
	• resolvem problemas que envolvam equação do 2º grau;
	• identificam fração como representação que pode estar associada a diferentes significados;
	• resolvem problemas:
	  • envolvendo a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, utilizando várias operações (adição, subtração, multiplicação e divisão);
	  • utilizando as relações métricas do triângulo retângulo;
	• reconhecem que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.

Nível 10 - 350 a 375	Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível, os alunos do 5º e 9º anos:
	• estimam a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencional ou não;
	• identificam propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações;
	• calculam o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
	
	No 9º ano os alunos também:
	• resolvem problemas envolvendo:
	  • o cálculo de área e perímetro de figuras planas;
	  • o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malha quadriculada;

(continua)

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível
Nível 10 - 350 a 375	• ângulos, inclusive utilizando a Lei Angular de Tales e utilizando o Teorema de Pitágoras; • noções de volume; • relações métricas do triângulo retângulo a partir de apoio gráfico significativo; • reconhecem as diferentes representações de um número racional; • estabelecem relação entre frações próprias e impróprias, as suas representações decimais, assim como localizam-nas na reta numérica; • efetuam cálculos simples com valores aproximados de radicais; • identificam uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema; • interpretam informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas; • reconhecem as representações dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos; • identificam relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades; • efetuam cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição; subtração; multiplicação; divisão e potenciação); • identificam quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares); • identificam frações equivalentes; • efetuam somatório e cálculo de raiz quadrada; • efetuam operações com expressões algébricas; • identificam as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (perímetro, lados e área) em transformações (ampliações ou reduções) de figuras poligonais usando malhas quadriculadas; • reconhecem ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.
Nível 11 - 375 a 400	Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível os alunos do 9º ano: • reconhecem círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações; • identificam propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos; • efetuam operações com números racionais, envolvendo a utilização de parênteses (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação);

(continua)

Níveis de Desempenho dos alunos em Matemática	O que os alunos conseguem fazer nesse nível

Nível 11 - 375 a 400	• reconhecem expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela;
	• reconhecem figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade;
	• identificam:
	  • a localização de números racionais na reta numérica;
	  • propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos;
	  • propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações;
	  • a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau;
	• resolvem problemas:
	  • envolvendo noções de volume;
	  • envolvendo porcentagem;
	  • utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares);
	  • utilizando relações métricas do triângulo retângulo;
	  • interpretando informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.

Nível 12 - 400 a 425	Além das habilidades demonstradas nos níveis anteriores, neste nível os alunos do 9º ano:
	• identificam ângulos retos e não -retos;
	• identificam a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões);
	• calculam o diâmetro de circunferências concêntricas;
	• resolvem problemas:
	  • envolvendo equação do 2º grau;
	  • utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares);
	  • envolvendo variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.

Fonte: Ministério da Educação, 2011

ANEXO C: Características dos brinquedos e suas definições

CARACTERÍSTICA	DEFINIÇÃO
Tamanho e forma das partes	As dimensões de um brinquedo ou as partes de um brinquedo. O tamanho e o formato de um brinquedo estão relacionados à idade da criança para a qual o brinquedo é indicado. Para crianças mais novas, cuja coordenação motora fina ainda não foi completamente desenvolvida, são recomendados brinquedos com partes grandes e arredondadas; habilidades mais avançadas e o desejo por desafio em crianças mais velhas requerem brinquedos com partes menores e mais complicadas.
Número de partes	A quantidade de elementos incluídos no brinquedo como um todo. Diferenças na idade das crianças e em seus níveis de desenvolvimento afetam a sua receptividade no momento de interagir com brinquedos que tenham uma única parte ou múltiplas partes.
Partes soltas / integradas	Se um brinquedo inclui mais de uma peça, e como essas peças interagem entre si. Essa característica se refere geralmente a brinquedos de construção, como conjunto de blocos para montar, que incluem mais de uma peça que podem (integradas) ou não (soltas) estar conectadas. Brinquedos com peças soltas versus brinquedos com peças interligadas possuem diferentes níveis de atratividade em crianças com diferentes idades, habilidades motoras e habilidades cognitivas.
Material	A matéria com a qual o brinquedo ou as partes do brinquedo são construídos (madeira, plástico, vinil, foam). Também envolve as características mais adequadas do material já que alguns deles, como o metal, por exemplo, são mais apropriados para crianças mais velhas do que para crianças mais novas.
Habilidades motoras necessárias	Os níveis específicos de coordenação motora fina e coordenação motora grossa que são necessários para a criança interagir de forma positiva com o brinquedo. Coordenação motora fina se refere à habilidade de controlar mãos e dedos, incluindo a coordenação mão/olho. Coordenação motora grossa se aplica à coordenação dos músculos necessários para usar um brinquedo. O conjunto de coordenação motora fina e grossa requerida por um brinquedo pode exercer um grande papel na determinação da idade apropriada de uso do mesmo.
Cor / Contraste	A cor ou o contraste usado em um brinquedo. O propósito da cor de um brinquedo é predominantemente despertar interesse. Enquanto alguns estudos indicam que crianças preferem padrões vermelhos e azuis para sólidos, nenhuma literatura sugere que essas preferências são desenvolvidas entre lactantes, crianças pré-escolares e crianças nos anos iniciais da infância. Questões de cultura e gênero desempenham grande papel na atratividade de uma determinada cor.
Causa e efeito	O atributo de um brinquedo responder de algumas formas à ação da criança, seja por meio de luzes, sons, movimento ou mudança de propriedade. A causa e efeito podem variar de simples a complexa e estão diretamente relacionados ao nível de habilidades cognitivas e motoras necessárias à criança.

CARACTERÍSTICA	DEFINIÇÃO
Elementos sensoriais	A características dos brinquedos que despertam qualquer um dos 5 sentidos. Esses elementos se referem a luzes, sons, texturas, cheiros e gosto. A estimulação dos 5 sentidos fornece diferentes respostas em diferentes idades. Cor e contraste são identificados como uma característica separada de atração, por isso não foram consideradas um elemento sensorial visual.
Nível de realismo / detalhes	A aparência de um brinquedo e o seu uso pretendido. O nível de realismo é descrito de duas formas: aparência caricatural versus aparência real e qualidades infantis versus qualidades adultas. Detalhe caricatural/real pertence à apresentação visual do brinquedo. Nível de maturidade, habilidade cognitiva, e habilidades motoras são consideradas na determinação infantil/adulto.
Licenciamento	Brinquedos vinculados à influencias externas – principalmente mídia – contem a característica de licenciamento. Shows de televisão, filmes, livros, e figuras esportivas são as principais fontes de brinquedos licenciados. A imagem de personagens licenciados tenta se conectar aos sentimentos e a emoção presentes na mídia ao brinquedo. O atrativo de produtos licenciados varia dependendo da idade da criança e da exposição da criança a mídia associada ao produto.
Clássico	Brinquedos que despertam interesse nos consumidores por gerações. As decisões de compra feitas por adultos são afetados pelo status clássico de certos brinquedos
Características robóticas / inteligentes	Brinquedos dotados de controle remote (anexados ou não) ou chip de computador. Brinquedos robóticos/inteligentes tem a habilidade de responder de forma interativa com o usuário. A adequação é avaliada em termos de facilidade de utilização, resposta remota, e o nível de sofisticação cognitiva necessária para usar o brinquedo como pretendido.
Educacional	Brinquedos criados especificamente para fins acadêmicos. A adequação desses brinquedos depende do nível de habilidade cognitiva necessária para ensinar da forma pretendida, e o tipo de material, tamanho, e numero de partes do brinquedo.

Fonte: Therrell, 2002