

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

FERNANDO DE FREITAS NUNES

**ANÁLISES E REFLEXÕES SOBRE UMA EXPERIÊNCIA EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA CRÍTICA**

Porto Alegre

2013

FERNANDO DE FREITAS NUNES

**ANÁLISES E REFLEXÕES SOBRE UMA EXPERIÊNCIA EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA CRÍTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao curso de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

Porto Alegre

2013

FERNANDO DE FREITAS NUNES

**ANÁLISES E REFLEXÕES SOBRE UMA EXPERIÊNCIA EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA CRÍTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao curso de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana
Instituto de Matemática – UFRGS

Prof^a. Dra. Elisabete Zardo Búrigo
Instituto de Matemática – UFRGS

Prof^a. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana – Orientadora
Instituto de Matemática – UFRGS

Porto Alegre

2013

AGRADECIMENTOS

Agradeço pai e mãe, base de tudo em minha vida. Graças a eles tive condições de chegar até a conclusão deste curso.

À minha família em geral e, em especial, meus padrinhos, Ivan e Elisete, por sempre me incentivarem a prosseguir com meus estudos.

Aos primeiros amigos na Matemática, Marcelo e Dani Haas. Mesmo que o tempo tenha nos distanciado, ainda sinto por vocês o mesmo carinho que sentia quando iniciamos, juntos, essa jornada.

Ao amigo Thayner, por ser sempre aquele que mais se empenhou para unir todos os colegas e, também, por todas as vezes em que me ajudou com alguma dúvida matemática, seja em aula, por telefone, ou em algum encontro rápido pelos corredores do Vale.

Aos amigos João e Dieguinho, representantes da melhor das turmas que tive em todo o curso. Saibam que as aulas de Laboratório III deixam saudades até hoje.

À amiga Miuri, que foi a melhor de todas nos últimos dois anos, por ser companheira para os bons e os maus momentos, por ser minha confidente e por me cobrar e incentivar durante o desenvolvimento deste trabalho.

A todos os professores que contribuíram para meu amadurecimento e para minha formação acadêmica. Em especial, Marcus Basso, Fernanda Wanderer e Leandra Fioreze.

Professor Chico, vulgo Francisco Egger, aquele que me fez tomar gosto pelos estudos filosóficos e que sempre fez com que cada orientação de Estágio representasse um grande momento de aprendizagem e de animadas conversas sobre nosso Sport Club Internacional.

Por último, agradeço às três pessoas que fizeram parte diretamente da construção deste trabalho.

Marilaine, minha orientadora, professora que aprendi a admirar lá no início do curso, durante as aulas de Geometria e com quem tive a honra de dividir a construção deste trabalho.

Fran, por me ceder alguns períodos com uma de suas turmas, por me dar toda a liberdade para conduzir o trabalho da forma como havia planejado, e por contribuir de forma crítica com o aprimoramento da prática.

Além delas, minha melhor amiga em tempos de TCC, menina Suellen, que nada tinha a ver com o trabalho ou com a própria Matemática, mas que sempre se mostrou solícita seja para digitalizar algumas imagens, ou para ler algumas páginas e auxiliar na correção de algum capítulo, e até mesmo para atuar, em uma tarde de domingo qualquer, como voluntária testando a prática e ajudando a qualificar o planejamento das atividades.

A lista de agradecimentos poderia seguir por mais algumas páginas, mas preciso falar um pouco sobre Educação Matemática Crítica e é melhor começar de uma vez...

RESUMO

Este trabalho parte de uma crítica ao modelo escolar tradicional, para investigar de que forma a matemática pode contribuir para a formação de cidadãos críticos e autônomos. Buscamos fundamentos nas teorias da Educação Matemática Crítica, de Ole Skovsmose e encontramos na Modelagem Matemática em sua perspectiva sócio-crítica, conforme descrita por Jonei Barbosa, o ambiente de aprendizagem favorável para que pudéssemos propor uma prática de ensino a fim de investigar como essas ideias se concretizavam em sala de aula. Essa prática foi realizada em uma turma de 2º ano do Ensino Médio e a análise dos dados foi feita através de uma pesquisa qualitativa, com base nos registros em gravações, anotações dos alunos e diário de campo produzido pelo professor. O tema escolhido para a Modelagem foi transporte público, e a tarefa dos alunos era a de construir um modelo para o cálculo da tarifa dos ônibus. Após a aplicação da prática de ensino, consideramos que a atividade de Modelagem obteve êxito na busca por discussões matemáticas e técnicas, porém não acreditamos que tenhamos obtido sucesso na busca por discussões reflexivas sócio-críticas. Sendo assim, nossa conclusão é que a prática se aproximou da perspectiva realística da Modelagem.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Modelagem Matemática; Perspectiva sócio-crítica.

ABSTRACT

This work starts from critics to the traditional scholar model to investigate what way math can contribute to the formation of critical and independent citizens. We looked for foundations on the theory of Critical Math Education, of Ole Skovsmose and found on Mathematical Modeling, in its socio-critical perspective, as described by Jonei Barbosa, the favorable learning environment so that we could propose a teaching practice to investigate how these ideas were constructed in a classroom. This practice was performed on a class of High School 2nd year and the analysis of the data was made through a qualitative research, with basis on audio recordings, students' notes and a field diary updated by the teacher. The chosen theme for the Modeling was public transportation, and the task of the students was to build a model to calculate the bus fee. After the application of the teaching practice, we considered that the Modeling activity had achieved success in its search for math and technical discussions, nevertheless we don't believe we have been successful in the search for reflective socio-critical discussions. In this way, our conclusion is that the practice has approached the realistic perspective of the Modeling.

Keywords: Critical Math Education; Mathematical Modeling; Socio-critical Perspective.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Expressão sugerida pelo grupo A.	399
Figura 2: Expressão esboçada pelo grupo B.	399
Figura 3: Cálculo de custos com combustível apresentado pelo Grupo E.	40
Figura 4: Resultado dos cálculos realizados pelo grupo D	42
Figura 5: Questões propostas para a análise do modelo construído pelo Grupo E.....	477
Tabela 1: Divisão das tarefas no processo de Modelagem.....	211
Tabela 2: Atividades planejadas para o projeto de prática.....	244
Tabela 3: Dados iniciais para a construção do modelo	333

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	9
1.1 Objetivos	10
2. JUSTIFICATIVAS	12
2.1 Experiências pessoais do autor	12
2.2 Illich e sua ideia de sociedade sem escolas	13
2.3 Educar para intervir.....	14
3. METODOLOGIA.....	16
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
4.1 Educação Matemática Crítica	18
4.2 Modelagem Matemática.....	20
4.2.1 Diferentes perspectivas da Modelagem.....	22
5. ANÁLISE DOS DADOS.....	24
5.1 Resumo do projeto de prática	24
5.2 Aula 1: Formulando hipóteses.....	24
5.2.1 Desenvolvimento da aula	25
5.2.2 Análise das respostas ao questionário	26
5.3 Aula 2: Início da construção do modelo.	29
5.3.1 Replanejando a atividade.....	29
5.3.2 Testando o planejamento com um voluntário.....	30
5.3.3 Aplicando o planejado.....	32
5.4 Aula 3 – Construindo um modelo.....	35
5.4.1 Um pouco de aula expositiva.....	35
5.4.2 Retornando à construção do modelo	38
5.5 Aula 4 – Finalmente um valor para a tarifa.	42
5.6 Aula 5 – Perspectiva sócio-crítica. Será que estamos fazendo isto certo?.....	46
5.6.1 Perspectiva sócio-crítica ou perspectiva realística?	46
5.6.2 Análise das questões propostas.....	47
5.6.3 Hora de criticar o modelo	49
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	53
7. REFERÊNCIAS	55
8. APÊNDICES.....	57
8. 1 Apêndice A – Questionário aula 1	57
8.2 Apêndice B – Dados necessários para a construção do modelo.....	58
8. 3 Apêndice C – Modelo construído pelo grupo E	59
8. 4 Apêndice D – Questionário avaliativo da prática de ensino	61
9. ANEXOS	62

9. 1 Anexo 1 – Demosntrativo operacional das linhas de ônibus da Carris.....	62
--	----

1. INTRODUÇÃO

Nos meses de junho e julho do ano 2013, foram registradas, no Brasil, as maiores manifestações públicas, desde aquelas que ajudaram a levar ao *impeachment* do, então presidente da República, Fernando Collor de Melo, em 1992. No auge dos protestos, cerca de 1,5 milhão de pessoas saíram às ruas de São Paulo, Rio de Janeiro, Curitiba, Salvador, Fortaleza, Porto Alegre e Brasília, para protestar contra diversos fatores. Na origem disso tudo estavam os protestos contra o aumento das passagens de ônibus, que iniciaram meses antes, e que, a cada nova manifestação, passava a contar com mais adeptos.

No início, as reivindicações miravam os famosos 20 centavos, depois a qualidade do transporte público, e mais adiante, a gratuidade e o direito de ir e vir de todos os cidadãos. Porém, ao grupo que protestava pelas melhorias do transporte público, foi somada uma imensa quantidade de cidadãos descontentes com a política brasileira e seus representantes, com as verbas destinadas à organização da Copa do Mundo e com o preconceito contra as minorias. A cada nova manifestação que era marcada, novas pautas eram acrescentadas e uma das grandes marcas de todos esses acontecimentos era a inconformidade de grande parte dos manifestantes com qualquer representação partidária. Além disso, era nítida a presença, cada vez maior, de pessoas que não tinham uma causa específica para protestar, mas estavam lá pelo simples fato de achar que estava tudo errado.

Muitas manifestações ainda vieram a ocorrer nos meses seguintes do ano de 2013, porém, cada vez contando com um menor número de participantes e com menor divulgação por parte da imprensa. Apesar disso, é preciso destacar que elas tiveram grande impacto, pois obtiveram êxito na redução do preço das passagens e pressionaram os políticos a dar grande atenção ao transporte público. Também como resultado disso, podemos destacar o arquivamento de diversas propostas de leis e emendas, que iam contra o desejo da maior parte da população. Um exemplo disso foi a não aprovação da PEC-37¹.

Os fatos narrados até aqui servem para ilustrar as duas afirmações a seguir: 1) Os cidadãos tem o poder de mudar a forma como a política é conduzida e devem exercitá-lo. 2) A Educação deve ajudar a conscientizá-los disso, ao invés de servir como meio de manutenção do *status quo*.

¹ Proposta de emenda constitucional que atribuía exclusivamente à polícia o poder de realizar investigações criminais. Como consequência disso, o Ministério Público, responsável pelas denúncias do mensalão e do desvio de verbas do TRT-SP – que culminou com a prisão do juiz Nicolau dos Santos Neto – deixaria de realizar este tipo de investigação.

A segunda afirmação remete, naturalmente, ao papel da escola na conscientização daqueles a quem ela ajuda a educar e, embora a educação englobe muitos outros aspectos que estão distantes das salas de aula, acreditamos que propiciar atividades que visem a tomada de consciência e a formação de cidadãos críticos deve estar entre os principais objetivos da educação escolar.

No presente trabalho, buscaremos apresentar formas de inserção da matemática nesse processo de educação de cidadãos críticos. Para isso, nos apoiamos principalmente nas ideias de Educação Matemática Crítica, de Ole Skovsmose; e como metodologia de trabalho em sala de aula, propomos uma prática de ensino através da Modelagem Matemática na perspectiva sócio-crítica, descrita por Jonei Barbosa. O tema escolhido para o trabalho de Modelagem² foi o custo das passagens de ônibus, devido aos motivos supracitados.

Definimos a estrutura do trabalho de tal forma que, na sequência do capítulo um, apresentamos os objetivos do trabalho. No capítulo dois, apresentamos nossas justificativas para a escolha do tema. No capítulo três, apresentamos a metodologia utilizada na pesquisa e coleta dos dados. No capítulo quatro, tratamos do referencial teórico utilizado para a pesquisa sobre Educação Matemática Crítica e Modelagem. No capítulo cinco, apresentamos as ideias iniciais referentes ao planejamento do projeto de prática de ensino e a análise dos dados obtidos após a sua aplicação. Por último, no capítulo seis, encerramos este trabalho com nossas considerações finais.

1.1 Objetivos

Podemos resumir os objetivos deste trabalho em três tópicos:

- 1) Realizar uma pesquisa teórica a respeito de como a educação escolar pode contribuir para a formação de sujeitos mais críticos, autônomos e atuantes na vida social.
- 2) A partir dessa pesquisa, propor uma prática de ensino que propicie aos alunos a possibilidade de construção de um modelo matemático, bem como a reflexão acerca da importância desse tipo de modelo para a sociedade.

² Ao longo do texto, utilizaremos apenas o termo Modelagem para nos referirmos à Modelagem Matemática.

3) Avaliar os resultados da aplicação desta prática e apontar acertos, erros e possíveis formas de correção, visando contribuir com aqueles que queiram trabalhar a Matemática de forma crítica em sala de aula.

2. JUSTIFICATIVAS

2.1 Experiências pessoais do autor

Começarei justificando a escolha do tema por minhas próprias vivências que incluem 18 anos como aluno, 15 meses como professor titular em turmas de Ensino Fundamental e mais experiências em seis disciplinas de estágio, ou prática, de docência, durante a graduação.

Essas experiências se deram basicamente no ambiente já tantas vezes descrito como tradicional por diversos autores³ que tratam sobre a Educação, ou seja, professor como transmissor e aluno como receptor do conhecimento; conteúdo exposto no quadro negro ou livro-texto, copiado pelo aluno que, a seguir, resolve os exercícios propostos pelo professor ou pelo autor do livro – que nada sabe sobre a turma que os resolve; como forma de avaliação, provas, testes ou trabalhos que visam medir o quanto do que foi ensinado pelo professor foi aprendido pelo aluno. Dessa descrição, o que quero ressaltar é o papel passivo do aluno que deve aprender o que o professor decidir ensinar, através das formas que ele dispuser para o aprendizado e buscando as respostas nos materiais por ele indicados.

Segundo Skovsmose (2011, p. 45), “existe uma grande lacuna entre o assunto ensinado e o assunto aprendido” e, além disso, muito do que é aprendido não tem a ver com o currículo oficial, mas sim com a estrutura do processo educacional, seus rituais e suas tradições. Acreditamos que um dos efeitos dessa educação – trabalhada na maioria das escolas desde os anos iniciais – em que o professor ensina e o aluno segue as instruções para aprender, é a perda da iniciativa própria, a acomodação que faz do aluno um ser à espera de uma ordem ou instrução a respeito do que deve fazer. Isso não é ensinado diretamente, mas é um aprendizado decorrente de anos sendo educado para manter essa postura de ser passivo. É o que Foucault (2011, p. 132) denomina produção de corpos dóceis: corpos que podem ser submetidos, utilizados, transformados e aperfeiçoados; e que parece ficar evidente a cada trabalho de pesquisa que é proposto em sala de aula, quando os alunos costumam apresentar grandes dificuldades para construir seus próprios questionamentos e encontrar as fontes para respondê-los.

Minhas experiências foram importantes para a escolha do tema não só por essa percepção sobre os alunos, mas também pela impressão de que a escola contribuiu nesse

³ Encontramos em Canário (2006, p.15) e em Alrø & Skovsmose (2010, p. 16) algumas descrições sobre este ambiente.

sentido, negativamente, também em minha educação e formação como pessoa e, para exemplificar o porquê desse sentimento, devo citar um fato ocorrido ainda no primeiro semestre da graduação, quando um professor propôs para a turma um trabalho de Modelagem em que nós, alunos, deveríamos assumir a iniciativa da criação do problema. Lembro da minha irritação com a *perda de tempo* que ele estava causando com aquela tarefa, afinal, ao invés de nos ensinar matemática, nos pedia que criássemos um problema e apresentássemos uma solução para ele, e isso nas semanas finais do semestre, quando mais deveríamos estar focados no estudo para as provas que estavam por vir.

Meu diagnóstico no início do curso apontava que eu era mais um daqueles que acreditavam que o ensino era tarefa do professor e o aprendizado era tarefa do aluno que deveria unicamente se dedicar a estudar o que o professor definisse como tema de ensino e provar que o tinha aprendido bem, obtendo boas notas nas provas. Entre as possíveis causas, todos os anos que passei sendo indiretamente incentivado a agir dessa forma na escola.

2.2 Illich e sua ideia de sociedade sem escolas

Illich (1985) põe em xeque a atuação das escolas como entidade responsável por toda e qualquer forma de educação institucionalizada. Apesar de os caminhos por ele pensados para essa sociedade serem um tanto utópicos e, de certa forma, impraticáveis na sociedade em que vivemos, acreditamos que muito do seu diagnóstico seja, de fato, correto, sendo suas ideias, também, motivadoras para a escrita deste trabalho.

Illich inicia sua crítica afirmando que “a maioria dos homens tem seu direito de aprender cortado pela obrigação de frequentar a escola” (1985, p. 14). Isto quer dizer que os homens escolarizados trocam esse direito pelo de serem ensinados, e abrem mão do controle desse processo, bem como do direito à escolha daquilo que será aprendido. Essa negação se faz mais evidente ainda entre a população pobre que, pela simples existência da escola, se vê desencorajada de assumir o controle de sua própria aprendizagem.

Assumir o controle da própria aprendizagem significa negar a ilusão de que a maioria do que se aprende é fruto de ensino planejado e intencional. Segundo Canário (2006, p. 135), “o monopólio educativo, por parte da escola, conduziu a desvalorizar todos os saberes que não são ensinados por profissionais”. Além disso, destaca ele ao avaliar a obra de Illich, que a escolarização é fonte de um processo de alienação que separa educação da realidade e

trabalho da criatividade. Como alternativa à educação escolar, podemos citar a formação em contexto de trabalho e as redes e grupos de aprendizagem⁴, onde as pessoas se reúnem para, juntos, estudarem temas de seu interesse.

Dentre as vantagens desse tipo de educação, está a aproximação da educação com a realidade e o ganho de sentido ao que se estuda, já que os temas a serem estudados partiriam da curiosidade do grupo, ao invés de serem impostos por um terceiro. Por último, uma consequência natural do separação entre Educação e escola, seria o fato de que os cidadãos passariam a se responsabilizar pelo controle da educação. Fato, esse, que consideramos importante para a construção de uma sociedade autônoma.

2.3 Educar para intervir

Porém, não julgamos como possível a ideia de uma sociedade livre de escolas, já que, por mais que a população mais pobre seja a mais afetada pela negação ao direito de escolher a forma e o conteúdo de sua educação, acreditamos que seria ela a mais distante do acesso ao conhecimento em uma sociedade em que os cidadãos assumem o controle deste processo. Dessa forma, o que buscamos é encontrar, dentro da própria escola, uma alternativa para a educação baseada na transmissão de conhecimentos, que despreza a criatividade e valoriza a cópia; uma alternativa para essa educação que visa, acima de tudo, treinar os jovens para que estes sejam inseridos na sociedade do consumo e no mercado de trabalho.

Freire (1996) destaca a importância de os homens se reconhecerem como seres inacabados, que vivem em um mundo de liberdade e de opções, e, também, a importância do rompimento com a ideologia que leva a prática educativa a educar para uma realidade que não pode ser mudada. “Somos apenas um outro conjunto de possibilidades [...], apenas uma outra realidade cultural com escolhas que nós fizemos” (BLACK, 2010, 15:42), e, nesse sentido, é importante educar não para a adaptação, mas sim para a intervenção, para a obtenção de um olhar crítico sobre a forma como as coisas se constituem.

⁴ Illich (1985) utiliza o termo *teia de oportunidades* para fazer referência às estruturas as quais acredita poderem substituir a educação formal das escolas. A tarefa do governo seria a de possibilitar e incentivar o acesso a estas estruturas para todos os cidadãos que às deseje procurar. O autor ainda descreve quatro tipos, que são os serviços de consulta a objetos educacionais, o intercâmbio de habilidades, o encontro de colegas e os serviços de consultas a educadores em geral.

Acreditamos ser preciso que se entenda a forma como as coisas funcionam no mundo como algo criado pelo homem, como o resultado de diversas escolhas e ações ao longo dos anos. E, a partir disso, mostrar que o educando também pode ser parte dessas escolhas e ações transformadoras. Porém, apesar de a mudança ser algo que se projeta para o tempo futuro, é fundamental que aquele que à busca não desvie o foco dos outros dois tempos: o passado e o presente. Ao olhar para o passado, é preciso que sejam identificados os caminhos que foram seguidos e os resultados destes, para que não se repitam os erros, mas sim as escolhas bem sucedidas. No presente estão as formas como as coisas se constituem e é necessário entendê-las para que se possa agir de maneira a interferir nelas.

Nesse ponto, “a Educação Crítica tem exercido quase toda a sua influência em assuntos escolares nas ciências humanas e sociais” (SKOVSMOSE, 2011, p. 34), deixando de lado a influência sobre os assuntos técnicos, porém, o que se percebe é que a matemática tem um grande papel na formatação da sociedade, seja no desenvolvimento tecnológico, ou mesmo no tratamento da informação.

As justificativas apresentadas até aqui nos motivaram à escolha da Educação Crítica como tema central deste trabalho. Por ser a Modelagem “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6), a escolhemos como forma de trabalhar a Matemática dentro desta ideia de Educação Crítica.

Para a escolha do preço das passagens de ônibus como problema a ser proposto para a pesquisa dos alunos, consideramos as ideias de Skovsmose (2011, p. 19). Este autor destaca dois critérios que a Educação Crítica deve levar em consideração para a seleção dos problemas por ela abordados. O critério subjetivo afirma que “o problema deve ser concebido como relevante na perspectiva dos estudantes, deve ser possível enquadrar e definir o problema em termos próximos das experiências e do quadro teórico dos estudantes” e o critério objetivo indica que “o problema deve ter uma relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes”. Com relação ao último critério, já apresentamos argumentos suficientes, até aqui, indicando que ele esteja sendo cumprido. Porém, quanto ao critério subjetivo, apesar de o considerarmos de suma importância não tínhamos como garantir, de início, que ele estava sendo cumprido, devido ao fato de não termos contato anterior à prática, com a turma. Porém, partimos do pressuposto de que a utilização de transporte público esteja próxima das experiências da maior parte dos alunos de escolas públicas.

3. METODOLOGIA

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 101),

considerando a Educação Matemática uma prática social, o trabalho de campo torna-se uma opção importante, pois fornece elementos que nos permitem compreendê-la e, então, transformá-la. Além disso, são as informações que nos levam a criar e desenvolver conhecimentos a partir da prática e nos impedem que inventemos explicações ou suposições irreais e totalmente imaginárias ou fantasmagóricas.

Por concordarmos com esse ponto de vista, e tendo a Modelagem como forma de trabalhar a Educação Matemática de forma crítica em sala de aula, definida como o objeto de estudo, julgamos ser fundamental ir além de uma pesquisa bibliográfica. Era necessária a aplicação de uma prática de ensino que nos possibilitasse um maior embasamento para nossas reflexões.

Essa prática de ensino foi aplicada em uma escola de ensinos Fundamental e Médio, localizada na Zona Norte de Porto Alegre, com uma turma de 2º ano do ensino médio composta por 29 alunos. As atividades foram realizadas em cinco encontros de dois períodos⁵ cada, sendo os quatro primeiros de forma consecutiva, utilizando todos os períodos de Matemática previstos para a turma, e o último após um espaço de um encontro. A professora titular acompanhou todas as atividades em sala de aula, praticamente apenas como observadora, com exceção de alguns poucos momentos em que ajudou respondendo a algumas dúvidas dos alunos que sentavam próximos a ela.

O projeto de prática foi elaborado de forma aberta, com ênfase na parte crítica e nas discussões que poderiam surgir referentes ao tema, por nós escolhido para a pesquisa a ser realizada pelos alunos. Logo, poucas eram as nossas hipóteses iniciais acerca dos resultados que a pesquisa poderia apresentar. Porém, mesmo que não soubéssemos bem os rumos que o trabalho em sala de aula poderia seguir, não iniciamos esse trabalho com concepções neutras e, de acordo com nossa perspectiva inicial, por um lado imaginávamos que a escolha de um tema amplamente discutido em todos os canais de mídia, e através das redes sociais, pudesse contribuir para um maior estímulo para o envolvimento com a tarefa, por parte dos alunos. Por outro lado, imaginávamos que enfrentaríamos dificuldades devido à falta de costume dos

⁵ Os períodos tinham duração de 45 minutos.

alunos com uma metodologia de trabalho mais aberta em que não havia uma-e-somente-uma-reposta-única que deveria ser encontrada por eles.

Dessa forma, optamos por uma pesquisa qualitativa, definida por Garnica (apud. BORBA, 2004, p. 1) como aquela que tem as seguintes características:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvincular; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Como instrumentos de coleta de dados, optamos por gravações de áudio e, principalmente pela manutenção de um diário de campo organizado de forma a conter tanto uma perspectiva descritiva quanto uma perspectiva interpretativa. Conforme, Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 119), a perspectiva descritiva atém-se a descrição das atividades em si, aos eventos, aos diálogos, aos procedimentos didáticos e da dinâmica da prática em si, entre outros fatores. Já na perspectiva interpretativa, entram as decepções, intuições, experiências, reflexões, etc. O capítulo 5 deste trabalho é praticamente a transcrição desse diário de campo, com o acréscimo de reflexões com base nas contribuições teóricas retiradas das obras pesquisadas para esta escrita. Por último, também utilizamos, na coleta dos dados, todo o material escrito apresentado pelos alunos durante as atividades.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 Educação Matemática Crítica

- *Por que eu deveria trabalhar para a Agência de Segurança Nacional dos Estados Unidos?*

- *Trabalharia no que há de mais avançado, com uma tecnologia que não veria em nenhum outro lugar, pois é confidencial. Teoria sequencial, matemática do caos, algoritmos avançados [...] Não gostamos de nos exibir, mas [...] a meu ver a questão não é: por que você deveria trabalhar na ASN? A questão é: por que não?*

- *Por que não deveria? Uma pergunta difícil, mas tentarei responder. Digamos que me deem um código que ninguém conseguiu decifrar. Eu tento, consigo e fico feliz por ter feito um bom trabalho. Mas é a localização de rebeldes na África ou no Oriente Médio e a posição deles é bombardeada. 1500 pessoas que eu nunca vi morrem. Os políticos dizem “mandem os fuzileiros”. Não estão nem aí, não é o filho deles mesmo. Eles nem serviram, pois eram da Guarda Nacional. Será um garoto de Southie tomando estilhaços nas nádegas. Ele volta e a fábrica onde trabalhava mudou para o tal país e o cara que o feriu agora ganha 15 centavos por dia, sem folgas. E ele descobre que só foi pra lá fazer com que o governo vendesse óleo a um preço justo. As companhias de petróleo usam a crise para aumentar o preço do combustível. Um belo ganho para eles, mas que não ajuda meu amigo. Não há pressa em trazer o óleo, e o marinheiro alcoólatra toma umas e brinca no meio dos icebergs. Ele bate em um e o óleo vaza e polui todo o Atlântico Norte. Meu amigo desempregado vai a pé procurar emprego, sofrendo porque os estilhaços lhe deram hemorroidas, e morre de fome porque os restaurantes só servem filhote de bacalhau com óleo lubrificante. O que acho? Vou esperar aparecer algo melhor. Enquanto isso, por que não mato meu amigo e emprego o inimigo, aumento a gasolina, jogo uma bomba, mato uma foca, fumo haxixe e entro para a Guarda Nacional? Podia virar presidente. (GÊNIO, 1997, min. 92)*

Conforme já citamos anteriormente, a Educação Crítica tem exercido sua maior influência nas ciências humanas e sociais. Porém, julgamos importante que, também, as ciências exatas sejam influenciadas por esse campo de pesquisa e principalmente – por ser nosso campo de atuação – que a Educação Matemática seja pensada através de uma perspectiva crítica.

Lima (2012, p. 12) define o termo cidadania como algo que vai além da *qualidade de cidadão*. Para ele, a cidadania “constitui-se em uma participação social efetiva dos sujeitos, em que cada indivíduo possa ter consciência da sua respectiva responsabilidade e importância dentro do contexto de uma sociedade”. Quanto a isso, também já mencionamos anteriormente a importância que julgamos ter, o fato de os cidadãos terem acesso a formas de entendimento

sobre como a sociedade se constitui e quais são as regras que a define dessa forma, para que possam buscar meios de interferir nesse processo. Nesse ponto, Skovsmose (2011, p. 58) destaca a competência matemática como peça central para o desenvolvimento de uma competência democrática ideal para a vivência em uma sociedade altamente tecnológica como a qual vivemos atualmente.

O fato de vivermos em uma sociedade altamente tecnológica aponta para a importância de um ensino da matemática voltado para a técnica; para a aplicabilidade da matemática. Porém, “não basta entender a construção matemática do modelo; também temos que conhecer seus pressupostos. Devemos ser capazes de apontar que ideias econômicas estão escondidas atrás da cortina de certas fórmulas matemáticas” (SKOVSMOSE, 2011, p. 41). Nesse ponto, devemos destacar a importância de um terceiro tipo de conhecimento, que se soma ao conhecimento matemático e ao conhecimento tecnológico. Segundo Skovsmose (2011, p. 58)

temos de fazer uma distinção entre conhecimento tecnológico e conhecimento reflexivo. Minha tese é que o tipo de conhecimento que temos de aplicar no desenvolvimento tecnológico é diferente do conhecimento necessário para analisar e avaliar construções tecnológicas.

Esse conhecimento reflexivo, da forma como Skovsmose (2011, p. 59) o descreve, “deve ser interpretado como um referencial teórico mais conceitual, ou meta-conhecimento, para que se possam discutir a natureza dos modelos e o critério usado em sua construção, aplicação e avaliação”. Ou seja, quando pensamos no problema do preço das passagens de ônibus, não basta analisarmos apenas como uma questão de custos para a viabilidade do serviço. É preciso levar em conta o problema como um todo e, nesse sentido, alguns questionamentos são indispensáveis como, por exemplo: Quem, e quanto se, lucra com o valor das passagens? Quem depende do transporte público e para quê? Quais as implicações de um preço que exclui os cidadãos mais pobres do acesso ao transporte? Se o transporte é dito público, de quem é a obrigação de fornecê-lo? Como tratar informações incertas, como previsão de gastos com manutenção e desgaste da frota, na construção do modelo matemático? Qual o impacto que alterações sutis na construção do modelo, têm sobre o lucro das empresas? Etc. Questionamentos como estes, refletem sobre os critérios utilizados na construção do modelo, sobre os pressupostos que envolvem o problema e podem, também, servir para colocar em xeque a neutralidade das aplicações matemáticas.

Podemos admitir que a educação, da forma como vem sendo predominantemente conduzida, tem focado essencialmente o desenvolvimento do conhecimento matemático e, quando evolui desse ponto, nos parece que, no máximo, prepara os alunos para o desenvolvimento tecnológico, com seu ensino voltado basicamente para a técnica de resolução de problemas pré-estabelecidos. Essa educação proporciona as ferramentas para a resolução desses problemas, mas não questiona o porquê de eles serem propostos, nem tampouco os impactos que seus resultados e sua solução podem causar, seja para o bem ou para o mal.

Assim como a citação extraída do filme *Gênio Indomável*, transcrita no início deste capítulo, a mensagem abaixo, encontrada num campo de concentração nazista após o término da Segunda Guerra Mundial, ajuda a ilustrar os efeitos que este tipo de educação pode ter:

Sou sobrevivente de um campo de concentração. Meus olhos viram o que nenhum homem deveria ver: Câmaras de gás construídas por engenheiros formados. Crianças envenenadas por médicos diplomados. Recém-nascidos mortos por enfermeiras treinadas. Mulheres e bebês fuzilados e queimados por graduados em colégios e universidades. Assim, tenho minhas suspeitas sobre a Educação. Meu pedido é: ajudem seus alunos a tornarem-se humanos. Seus esforços nunca deverão produzir monstros treinados ou psicopatas hábeis. Ler, escrever e aritmética só são importantes para fazer nossas crianças mais humanas (DOWBOR, 2001, p. 1).

Voltemos a Paulo Freire e a sua ideia da *consciência do inacabamento* entre os seres humanos, que, conscientes dessa situação, se veem em um mundo de possibilidades em que “a decência pode ser negada e a liberdade ofendida e recusada. Por isso mesmo, a capacitação de mulheres e de homens em torno de saberes instrumentais jamais pode prescindir de sua formação ética” (FREIRE, 1996, p. 62). Dessa forma, acreditamos que seja um compromisso fundamental dos educadores da Matemática, buscar métodos para proporcionar a formação de cidadãos através de uma educação ética, reflexiva, crítica e que lhes dê ferramentas para compreender e intervir nas questões que modelam a sociedade na qual estão inseridos, ou seja, que os possibilite exercer uma real cidadania.

4.2 Modelagem Matemática

No capítulo 2, apresentamos a definição de Modelagem que utilizamos para a construção deste trabalho. De acordo com esta definição, Modelagem é “um ambiente de

aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6). Acreditamos que este seja um dos ambientes de aprendizagem mais favoráveis para que as ideias de Educação Matemática Crítica possam ser trabalhadas em sala de aula, já que, nele, parte-se de problemas que são reais e que não apresentam uma solução prévia, ou seja, neste ambiente os alunos não buscam a resposta que só o professor – ou o livro didático – conhece. Além disso, os próprios alunos podem ser responsáveis pela formulação dos problemas que serão investigados.

No ambiente da Modelagem, os alunos partem de uma situação-problema para construir um modelo⁶ matemático que a represente. Assim como Barbosa (2008, p. 48), entendemos como modelo, “toda representação matemática da situação, por escrito”. Assim, um modelo pode tanto incluir gráficos, equações, funções e outras representações matemáticas mais elaboradas, quanto se resumir a outros tipos de registros matemáticos mais simples, referentes à solução da situação-problema, como as operações matemáticas básicas.

A escolha do tema, além da coleta dos dados para a construção do modelo, pode tanto ser feita pelo professor, quanto pelo aluno, ou mesmo por ambos. A respeito disso, Barbosa (2001, p. 8) classifica a Modelagem em três casos distintos:

Caso 1: O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Caso 2: O professor traz para a sala de aula um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.

Caso 3: A partir de temas não matemáticos, os alunos formulam e resolvem seus problemas, e são, também, responsáveis pela coleta e simplificação das situações-problema.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Tabela 1: Divisão das tarefas no processo de Modelagem

⁶ Ao longo do texto, utilizaremos apenas o termo modelo para nos referirmos a modelo matemático.

A tabela acima ilustra claramente o fato de que o papel do professor varia muito de um caso para o outro, sendo sua participação muito mais marcante no caso 1 do que no caso 3, por exemplo.

Não desprezamos de forma alguma os casos 1 e 2, e entendemos, inclusive, que sejam importantes métodos para uma transição entre a aula de matemática tida como tradicional e aquela que julgamos ideal, porém, diante de tudo o que expomos até aqui, é natural, para nós, julgarmos o caso 3 como aquele que mais pode aproximar a Modelagem de nossas ideias de uma educação voltada para a formação de cidadãos críticos e autônomos, conscientes de seu papel de cidadão e capazes de se sentirem responsáveis por sua própria educação.

4.2.1 Diferentes perspectivas da Modelagem

Além da diferenciação feita acima, quanto à forma de atuação do professor nas atividades, a execução do trabalho de Modelagem pode ser feita através de diferentes perspectivas, de acordo com os objetivos e os papéis assumidos por professor e alunos nesse tipo de ambiente. Barbosa (2007, p. 2) apresenta o seguinte resumo das cinco perspectivas da Modelagem, definidas por Kaiser e Srinaman⁷:

- a) realística: as situações-problema são autênticas e retiradas da indústria ou da ciência, propiciando aos alunos o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas aplicados;
- b) epistemológica: as situações-problema são estruturadas para gerarem o desenvolvimento da teoria matemática;
- c) educacional: propõe-se a integrar situações-problema autênticos com o desenvolvimento da teoria matemática;
- d) sócio-crítica: as situações devem propiciar a análise da natureza dos modelos matemáticos e seu papel na sociedade;
- e) contextual: as situações são devotadas à construção da teoria matemática, mas sustentadas nos estudos psicológicos sobre sua aprendizagem.

Nesse ponto, nos ateremos apenas à sócio-crítica, pois julgamos que esta seja a que mais se alinha com os objetivos deste estudo.

Naturalmente, é de se esperar que qualquer trabalho com Modelagem conduza os alunos a dois tipos de discussões, sendo elas de natureza matemática e de natureza técnica. No

⁷ Barbosa faz referência ao trabalho Kaiser e Srinaman (2006), **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education**, para apresentar essas cinco perspectivas.

primeiro tipo, segundo Barbosa (2007, p. 5), encontram-se todos os conceitos e algoritmos matemáticos manipulados na solução da situação-problema. Já no segundo tipo, estão os processos de simplificação e a matematização⁸ da situação-problema, ou seja, ele se refere à aplicação dos conceitos matemáticos. Além disso, podemos esperar um terceiro tipo de discussão, que são as discussões reflexivas acerca dos critérios utilizados na construção do modelo matemático. Este tipo de discussão é de suma importância em um trabalho orientado pela Educação Matemática Crítica e acreditamos que deva ser incentivado pelo professor que opta por trabalhar com a Modelagem em sala de aula.

Quando se pensa a Modelagem em uma perspectiva sócio-crítica, espera-se, contudo, que as discussões extrapolem os conceitos, a aplicação e os próprios critérios utilizados para a construção do modelo. Sob essa perspectiva, é esperado que os alunos reflitam também a respeito das implicações que estas escolhas tenham para a sociedade. Araújo (2009, p. 55, [grifo nosso]), apoia-se nas ideias de Skovsmose⁹ para afirmar que

desenvolver um projeto de modelagem orientado pela EMC significa [...] fazê-lo de tal forma que ele promova a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a matemática serve como suporte tecnológico. Nesse caso, dirigir-se-ia uma crítica à própria matemática assim como a seu uso na sociedade, e não apenas se preocuparia com o desenvolvimento de habilidades em cálculos matemáticos.

Essa reflexão sobre o papel da matemática na sociedade é o grande diferencial da perspectiva sócio-crítica na Modelagem, pois possibilita aos alunos oportunidades de se depararem com situações reais de aplicação da matemática, e também de analisar como estas aplicações são capazes de formatar a sociedade em que vivem.

⁸ De acordo com Skovsmose (2011, p. 26), “matematizar significa, em princípio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entender” os conceitos matemáticos.

⁹ SKOVSMOSE, O. *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

5. ANÁLISE DOS DADOS

5.1 Resumo do projeto de prática

A fim de possibilitar ao leitor uma comparação entre o que esperávamos realizar e o que foi, de fato, realizado, iniciamos este capítulo com um breve resumo das atividades que esperávamos realizar durante o projeto de prática.

Encontro	Atividades programadas
Aula 1	<ul style="list-style-type: none"><input type="checkbox"/> Preenchimento de um questionário, a fim de identificar o que os alunos pensavam sobre a tarifa dos ônibus;<input type="checkbox"/> Discussão sobre as respostas apresentadas;<input type="checkbox"/> Leitura de notícias referentes ao tema.
Aula 2	<ul style="list-style-type: none"><input type="checkbox"/> Introdução à construção do modelo para o cálculo do valor da tarifa;<input type="checkbox"/> Pesquisa e coleta dos dados necessários em laboratório de informática.
Aula 3	<ul style="list-style-type: none"><input type="checkbox"/> Construção do modelo.
Aula 4	<ul style="list-style-type: none"><input type="checkbox"/> Apresentação dos modelos;<input type="checkbox"/> Discussões a respeito dos critérios utilizados;<input type="checkbox"/> Discussões a respeito dos impactos do preço das passagens de ônibus do ponto de vista de usuários, empresários e governo.

Tabela 2: Atividades planejadas para o projeto de prática

Ao longo do projeto, julgamos necessário incluir mais um encontro – utilizado para o término das atividades previstas para as aulas 2 e 3 – para que pudéssemos finalizar a atividade. Desta forma, a atividade prevista para a aula 4 foi realizada no quinto encontro.

5.2 Aula 1: Formulando hipóteses

O planejamento inicial da primeira aula previa a sua divisão em três momentos distintos. No primeiro, os alunos responderiam ao questionário (apêndice A), a fim de que

pudéssemos identificar o que pensavam sobre a tarifa dos ônibus antes que sofressem qualquer influência de nossa parte. No segundo momento, eles seriam incentivados a expor suas opiniões para a turma, realizando uma espécie de debate. Por último, os alunos receberiam notícias impressas a respeito do tema para que pudessem qualificar mais suas opiniões.

O principal objetivo da aplicação deste questionário inicial era o de poder estabelecer uma comparação entre as hipóteses iniciais que os alunos apresentavam e as suas respostas ao final do projeto. Esta etapa de formulação de hipóteses e posterior comparação com as novas descobertas é uma das etapas que Mattos (2010, p.86) destaca como importante no desenvolvimento dos projetos de aprendizagem. Acreditamos que ela deva fazer parte de qualquer atividade voltada para uma educação crítica e, dessa forma, prevíamos retomar estas mesmas questões no último encontro.

5.2.1 Desenvolvimento da aula

O professor iniciou a aula questionando a turma a respeito da origem dos protestos que ocorreram em todo o Brasil, nos meses de junho e julho, e obteve como resposta dos alunos que se manifestaram, a revolta contra o aumento no preço das passagens de ônibus, além da reivindicação de passe livre para os estudantes. Diante desta resposta, o professor apresentou os objetivos do projeto e solicitou que os alunos preenchessem o questionário supracitado.

Durante a apresentação do projeto, alguns alunos se mostraram bastante participativos, expondo suas opiniões para a turma e, também, discutindo em duplas o assunto. As discussões giravam em torno da gratuidade dos transportes públicos, do aumento do número de usuários nesse caso e da atuação do governo como gestor disso tudo.

O preenchimento do questionário acabou consumindo mais tempo do que o esperado e se prolongou por boa parte da aula. Com isso, acabamos tendo que retirar desse encontro a tarefa de leitura das notícias sobre o tema.

Algumas dificuldades foram constatadas e influenciaram o encaminhamento dado para as próximas aulas, sendo a principal delas a falta de interesse de boa parte dos alunos desta turma pelas tarefas escolares. Um fato curioso foi o de que, entre o grupo de alunos que mostrou maior desinteresse pelo preenchimento do questionário, estavam alguns dos alunos

que mais se expressaram de forma crítica nos momentos em que a temática do trabalho foi apresentada e discutida com a turma.

Outra dificuldade encontrada se deveu ao fato de um grupo de alunos de outra turma ter ido até nossa sala para divulgar um campeonato de futebol que seria realizado na escola. A partir deste momento, que ocorreu próximo à metade do encontro, um grupo de seis meninos praticamente abandonou a atividade proposta e passou a se dedicar à organização do time para o tal campeonato.

Os últimos 20 minutos da aula foram dedicados para que os alunos apresentassem suas respostas e opiniões sobre os questionamentos propostos. Nesse momento, o professor teve dificuldade na tarefa de mediar o debate, já que muitos alunos queriam expor suas opiniões ao mesmo tempo. Após o término da aula, ao pensarmos sobre o andamento dela, a impressão que tivemos foi de que a disposição das classes, nas tradicionais fileiras, possa ter atrapalhado a qualidade do debate.

5.2.2 Análise das respostas ao questionário

Dentre as respostas ao questionário, destacamos os seguintes pontos:

Questão 1: O que é levado em conta para estabelecer o preço da passagem dos ônibus?

16 dos 20 alunos que o responderam, consideraram os salários do motorista e cobrador como um item que é levado em consideração para o cálculo do valor da passagem, porém apenas sete lembraram do combustível e nenhum aluno lembrou dos gastos com a sede da empresa;

Questão 2: Por que as passagens sofrem reajustes?

Nove alunos destacaram a melhoria dos serviços como fator para o aumento anual do valor da passagem, cinco citaram o aumento dos salários e, para nossa surpresa, apenas um citou diretamente a inflação. Além disso, nesse item começou a ficar evidente o descontentamento com a classe política, já que três alunos sugeriram que os aumentos

ocorriam para que os políticos pudessem roubar mais e outros dois sugeriram que serviam para um maior lucro do Governo.

Analisando este item, nos pareceu que os alunos responderam muito mais pensando nos seus anseios do que demonstrando entendimento sobre como a economia funciona. *Maior qualidade* como resposta aos ônibus lotados que estão acostumados a utilizar; *roubo dos políticos* como resposta a tudo o que veem na televisão sobre desvio de verbas e corrupção em geral e ao senso comum de que todo político é ladrão. Esse fato parece evidenciar uma carência do currículo escolar, lembrada pelo músico Gabriel o Pensador em seu rap “Estudo Errado”. Nele o músico dá voz a Juquinha, um aluno que fala das falhas e dilemas da Educação, e aqui destacamos um dos trechos da música que critica exatamente o ponto que nos surpreendeu, exposto no parágrafo acima: “Na hora do jornal eu desligo porque eu nem sei o que é inflação. (Ué, não te ensinaram?). Não! A maioria das matérias que eles dão eu acho inútil, em vão, pouco interessantes...” (PENSADOR, 1995, f. 6). Ou será que alunos do Ensino Médio já não deveriam pensar em inflação como uma das primeiras justificativas a um reajuste de preços?

Questão 3: Quanto você acha que deveria custar a passagem? Por quê?

Apenas três alunos se mostraram a favor do passe livre para todos. Outros dois, foram a favor do passe livre para quem não pode pagar e um aluno foi a favor do passe livre para estudantes. Ficou claro, neste item, a percepção de que alguém tem que bancar os custos, de alguma forma, ou seja, cobrando um valor de quem utiliza o transporte.

Questão 5: Quem ganha com o preço das passagens?

Novamente ficou evidente o senso comum de que a corrupção é a principal responsável por qualquer coisa tida como problema público. Ao perguntar quem ganha com o preço das passagens, esperávamos que fosse natural para todos os alunos apontar os empresários do setor, como primeira, e mais lembrada, opção, porém apenas em sete respostas empresas ou empresários foram citados, enquanto 12 citaram os políticos e outras sete faziam referência à prefeitura.

Questão 6: Como o preço das passagens afeta a sua vida? De que forma utiliza os serviços de transporte público?

Essa questão era importante para dar-nos uma ideia do quanto o assunto era relevante para os alunos, já que, apesar de o preço do transporte público estar em debate de forma geral na sociedade, ele acaba sendo de fato relevante apenas para quem o utiliza, ou sofre sua interferência direta, como por exemplo quem utiliza outros meios de transporte, pois precisa realizar grandes deslocamentos diariamente.

12 alunos afirmaram que utilizam ônibus todos os dias, sendo 11 para a escola e um para o trabalho. Apenas quatro afirmaram que o preço das passagens não afeta sua vida em nada. Dois alunos chamaram a atenção ao responder que o transporte público não afeta suas vidas em nada porque têm desconto de estudante e pagam somente metade do valor da passagem. Acredito que tenhamos perdido uma boa oportunidade de usar recursos simples da matemática para mostrar que a resposta não fazia sentido, afinal, são pelo menos 56 reais gastos em passagem todos os meses. Em um ano, o custo fica próximo dos 500 reais. Ao avaliar a atividade, nos pareceu interessante dar a oportunidade de os alunos pensarem sobre as coisas que poderiam ser feitas com esse dinheiro, porém o professor não conseguiu retomar esse ponto antes do fim do projeto.

Questão 7: Você já deixou de ir a algum lugar por falta de dinheiro para pagar a passagem? Que tipo de atividade foi impedida, neste caso?

Metade dos alunos respondeu que nunca tinha deixado de ir a algum lugar por falta de dinheiro para a passagem, enquanto a outra metade informou o contrário. Sobre isso, podemos destacar a fala do aluno G1 que lembrou o caso de um colega que abandonou a escola por não ter dinheiro para bancar o transporte.

Questão 8: Quem (e de que forma) é afetado pelo preço das passagens?

Alrø & Skovsmose (2010, p. 29) tratam da noção de perspectiva como “uma fonte de significados”. Para estes autores, “a perspectiva determina aquilo que o participante escolhe ver, ouvir e entender numa conversação, e ela se manifesta através do uso da linguagem, naquilo sobre o que escolhemos falar e não falar, e na forma como entendemos uns aos outros”. Em nossa prática, constatamos alguns casos onde professor e alunos não

compartilharam da mesma perspectiva, o que levou a um prejuízo na comunicação e no desenvolvimento das tarefas.

A questão 8 foi a primeira das questões do trabalho a evidenciar essa distância entre as perspectivas de professor e alunos. Ao propor esta questão, esperávamos que os alunos listassem classes que são afetadas pelo preço das passagens e de que forma elas são afetadas. Por exemplo: trabalhadores com carteira de trabalho assinada que recebem vale transporte, tendo um desconto máximo de 6% de seu salário para cobrir esse gasto; ou estudantes que utilizam ônibus diariamente, mas têm a vantagem de pagar metade da passagem; ou, ainda, uma pessoa que dependa de algum tratamento médico e tenha que se deslocar com frequência para fazê-lo, tendo que pagar a passagem integralmente. Porém, praticamente todos os alunos responderam apenas a pergunta sobre *quem* é influenciado, deixando em branco a questão sobre a forma *como* são influenciados.

As últimas duas questões foram respondidas por poucos alunos e apenas evidenciaram o que foi destacado acima, sobre a expectativa do professor e o retorno dos alunos, já que as poucas respostas obtidas foram muito sucintas, de forma que não julgamos ser interessante mencioná-las.

5.3 Aula 2: Início da construção do modelo.

5.3.1 Replanejando a atividade

A primeira aula deixou evidente que os quatro encontros de que dispúnhamos não seriam suficientes para tratarmos de tudo o que foi planejado, já que a turma mostrou que trabalha num ritmo muito mais lento do que o esperado. Além disso, o fato de não termos apresentado as notícias, para que os alunos pudessem ter um maior conhecimento sobre o tema, nos trouxe um dilema a ser resolvido antes da aula seguinte.

Por um lado, sabíamos que a atividade de pesquisa e construção do modelo para o cálculo do valor da passagem demandaria muito tempo. Prevíamos pelo menos dois encontros inteiros e isso implicaria que a tarefa de pesquisa e confecção do modelo deveria ser iniciada já na segunda aula.

Porém, por outro lado, sentíamos que seria importante para não se perder o que foi feito na primeira aula, investir um tempo numa maior instrução dos alunos sobre o tema que estava em pauta. Para que isso fosse possível, nossa ideia era apresentar à turma algumas reportagens sobre a discussão em torno do preço das passagens de ônibus, e, além disso, propor uma atividade de modelagem baseada nas leituras realizadas. De forma bem resumida, essa atividade consistiria em os alunos lerem alguma das notícias trazidas pelo professor, elaborarem uma questão matemática baseada nela e apresentarem uma solução para a questão.

Essa última tarefa demandaria um encontro, pelo menos e, dessa forma, se as duas tarefas seguissem no cronograma, não teríamos espaço para um debate sobre o tema, que seria a parte crítica da tarefa. Porém, abrir mão desta etapa era um hipótese totalmente descartada.

5.3.2 Testando o planejamento com um voluntário

Para poder ter uma maior noção do que poderia esperar dessas atividades no que diz respeito às dificuldades enfrentadas para a realização do que estava sendo proposto por nós, e também quanto ao tempo de execução, julgamos importante que o professor propusesse a tarefa para alguém resolvê-la antes de levá-la para a sala de aula. Um fator importante nesta etapa era que a pessoa escolhida para testar a tarefa não tivesse ligação com algum curso de ciências exatas, pois precisávamos de alguém com conhecimentos matemáticos próximos aos dos alunos que trabalhariam na atividade.

Para isso, contamos com a disponibilidade de uma voluntária¹⁰, que se encarregou de realizar as atividades propostas. A primeira delas, foi apresentada a ela da seguinte forma: *Leia a notícia que você tem em mãos, destaque o que achar de mais importante nela e formule uma questão matemática baseada nesta leitura.*

A primeira confusão a ser desfeita por ela foi o que o professor estava chamando de questão matemática. Entendida esta parte, tínhamos que lidar com a incompletude dos dados apresentados na notícia. Aquilo que para o professor parecia tão natural, ou seja, identificar qual parte da notícia informava dados numéricos e que tipos de estimativas e suposições, não apresentadas ali, poderiam ser feitas pelo leitor – além da suposição de alguns valores

¹⁰ 22 anos, bacharel em Design, nossa voluntária, apesar de ter um grau de escolaridade mais elevado do que os alunos da turma em questão, não estudava Matemática desde 2007, ano em que concluiu o Ensino Médio.

omitidos para poder ter uma dimensão do que estava ali sendo informado – para ela, era totalmente anormal.

De acordo com a notícia, um estudo preliminar realizado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV) apresentou como resultado o indicativo de que “um aumento de R\$ 0,50 no litro da gasolina pode gerar, quando na forma de imposto, uma redução de R\$ 1,20 no preço das passagens” (FORTUNATTI, 2013, p. 1).

Após alguns questionamentos, feitos pelo professor, nossa voluntária chegou à seguinte questão: Baseado nos dados apresentados, estimar a proporção entre o número de pessoas que passariam a gastar mais com gasolina e o número de pessoas que passaria a gastar menos com passagens.

A resolução desse problema dependeria de algumas variáveis das quais não dispúnhamos no momento, como o consumo médio de gasolina e a quilometragem média percorrida por usuário, o desempenho médio dos carros em termos de quilômetros rodados por litro de gasolina e a média de viagens diárias por passageiros dos ônibus. Esses valores, no caso de a atividade ser mesmo levada para a sala de aula, poderiam ser pesquisados pelos alunos. Porém, para o simples esboço de uma solução para o problema, nos pareceu óbvia a tarefa de estimar valores para essas variáveis¹¹, a fim de chegar a uma estimativa, já para a voluntária não foi nada óbvio chegar a esse raciocínio e, provavelmente, diante da incompletude dos dados e da dificuldade apresentada, ela só tenha insistido em finalizar a tarefa devido a sua disposição para ajudar na pesquisa.

Depois de realizar esta atividade, foi proposta a ela a principal atividade prevista no planejamento que era a confecção do modelo para o cálculo do valor da passagem. Esta atividade foi realizada por ela de forma mais natural, mas sem deixar de evidenciar que iria requerer bastante tempo para ser finalizada.

As dificuldades constatadas nessa experiência nos fizeram optar por cortar a atividade de modelagem baseada na notícia de jornal e avançar diretamente para a construção do modelo para o cálculo do valor das passagens de ônibus. Ao optarmos por prosseguir dessa forma, estávamos cientes de que deixaríamos uma lacuna aberta entre o final da tarefa da aula anterior e o início da nova tarefa, já que, além da tarefa de modelagem, a leitura da notícia

¹¹ Por exemplo, poderíamos fazer uma estimativa do gasto médio com combustível por veículo, supondo que o consumo médio de um veículo como 10 km/l, e que, em média, cada motorista percorra 20 km/dia.

visava ampliar os conhecimentos dos alunos sobre o tema. Porém era preciso estabelecer prioridades e administrar o tempo.

5.3.3 Aplicando o planejado

A questão da administração do tempo somada à dispersão da turma também nos fez alterar o planejamento quanto à forma de coleta dos dados para a construção do modelo. Ao invés de utilizarmos o laboratório de informática da escola para que eles próprios realizassem a pesquisa, optamos por apresentar aos alunos os dados necessários para a realização da tarefa. Desta forma, deixamos de realizar um trabalho de modelagem do caso 2, sugerido por Barbosa (2001, p. 8), em que o professor sugere o problema e os alunos coletam os dados e resolvem o problema; e passamos a uma tarefa de modelagem do caso 1, em que, além de sugerir o problema, o professor também apresenta as informações necessárias para a sua resolução.

A atividade foi proposta para a turma da seguinte forma: *Vocês já dispõem de todo o dinheiro necessário e querem abrir uma empresa de transporte rodoviário que irá operar as linhas T1, T6 e T11¹². O que precisarão para abrir a empresa e prestar este serviço?*

Os alunos foram divididos em grupos de no máximo quatro alunos, formando assim sete grupos¹³, e deveriam iniciar a tarefa respondendo às seguintes questões, que foram apresentadas no quadro negro:

1. *O que precisamos para abrir a empresa?*
2. *Dê um nome para a empresa¹⁴.*
3. *O que deve ser levado em conta para calcular o preço da passagem de ônibus que será cobrada por sua empresa?*

¹² Linhas de ônibus operadas pela empresa Carris, em Porto Alegre. Estas linhas foram escolhidas pela turma.

¹³ Devido a ausência de alguns alunos na aula 2, inicialmente foram formados seis grupos.

¹⁴ A tarefa de dar um nome para a empresa foi incluída depois que um dos alunos perguntou se era preciso dar nome a ela.

Alrø e Skovsmose (2010, p. 32) definem como vistas privilegiadas um recurso utilizado para proporcionar uma visão geral da tarefa proposta e que dê algum sentido para ela. Segundo esses autores, “quando se prepara um terreno, é possível que muitas tarefas se definam. Se elas fizerem sentido para os alunos a ponto de eles conseguirem descrevê-las ou mesmo discutir a respeito, então se diz que vistas privilegiadas foram encontradas”. (ibidem, p. 33). A ideia de iniciar a tarefa com as questões 1 e 3 era a de fazer com que os alunos tratassem o problema da perspectiva de empresários que tinham como missão organizar-se para a abertura dessa empresa, ou seja, estas questões eram nossas primeiras tentativas de criação de vistas privilegiadas.

Naturalmente, todos os grupos incluíram a aquisição de ônibus, os gastos com combustível e a contratação de, ao menos, motoristas e cobradores para trabalhar nas linhas que seriam operadas pela empresa. Com isso, as primeiras informações disponibilizadas para os alunos foram as seguintes:

Viagens diárias: T1: 234 T6: 234 T11: 220 Total de ônibus necessários : T1: 11 T6: 11 T11: 10	Combustível: Consumo: 0,6km/l Preço do diesel: R\$ 1,836 Viagens por motorista: 5 Carga horária dos fiscais: 8hs diárias Salários: Motorista: R\$ 1867,74 + 509,19 (VR) Cobrador: R\$ 1122,10 + 509,19 (VR) Fiscal: R\$ 1867,74 + 77,28 (VR)
--	---

Tabela 3: Dados iniciais para a construção do modelo

Além das informações acima, os alunos receberam cópias da tabela contida no anexo 1, que apresenta os dados divulgados pela empresa de transportes rodoviários Carris. A partir da análise desta tabela, os alunos poderiam obter dados importantes para a construção do modelo, como a quilometragem percorrida por cada linha e o número de passageiros transportados por elas. Esta última informação é apresentada dividida entre as diversas formas de pagamento da tarifa, ou seja, passageiros que pagam em dinheiro, que utilizam vale transporte, passagem escolar¹⁵, isentos, etc., e cabia aos alunos analisá-la e verificar como tratar estas informações no cálculo da tarifa, já que os passageiros isentos não devem ser

¹⁵ Tem desconto de 50% no valor da tarifa.

considerados no cálculo e os escolares devem ser considerados como pagando meia passagem apenas.

Depois de algum tempo, o professor acrescentou, no quadro negro, as seguintes questões à atividade:

4. *Criar um método para calcular o valor único da tarifa para as três linhas (T1, T6, T11).*

5. *Baseado nesse método de cálculo, qual o preço da tarifa que será cobrada por sua empresa?*

Inicialmente os alunos demonstraram muitas dificuldades em interpretar o que, e como, deveriam fazer na tarefa proposta. Era esperado que eles concluíssem de forma natural que para calcular o valor da tarifa a ser cobrada, dependeriam dos custos para a execução do serviço, porém essa conclusão não foi natural para eles, e mesmo depois de receberem esta orientação do professor, eles ainda apresentaram grande dificuldade para o tratamento dos dados.

As dificuldades encontradas para iniciar a resolução do problema, aparentemente desmotivaram a maior parte dos alunos e, dos seis grupos formados nessa aula, apenas dois trabalharam efetivamente. Em meio à aula, o professor percebeu a insatisfação dos alunos de um dos grupos, que acabou sendo desfeito para as aulas seguintes. Ele estava longe quando eles conversavam, mas pôde ouvir nitidamente o aluno A5 dizer que “*aquilo era uma perda de tempo*”, se referindo à atividade proposta. Os integrantes deste grupo, após poucas tentativas de encaminhamento para a solução das questões 4 e 5, passaram a conversar sobre outros assuntos ao invés de se dedicarem ao tema da aula. Quando o professor se aproximou deles para ver se precisavam de ajuda e tentar incentivá-los, a primeira reação dos integrantes foi a de disfarçar e fazer de conta que estavam conversando sobre a atividade, porém, logo o aluno A3 se manifestou da seguinte forma: “*Sôr, vou te dar bem a real, a gente está aqui discutindo quem de nós é o mais bonito*”. Foi perguntada qual a dificuldade que estavam tendo para iniciar o trabalho e algumas instruções foram passadas pelo professor para que eles pudessem dar início, mas logo que este se afastou, os alunos voltaram a conversar sobre outras coisas e a ignorar a atividade.

Ao final da aula, após conversar com a professora titular, que esteve presente em sala de aula em todos os encontros, a avaliação foi de que não obtivemos sucesso com a tentativa de criação de vistas privilegiadas. Os alunos acabaram vendo a atividade como mais um exercício de matemática e não como empresários que deveriam fazer um planejamento para a abertura da empresa.

Segundo Alrø & Skovsmose (2010, p. 36) uma “apresentação em aberto pode levar os alunos a perderem o interesse na aula. Eles podem se cansar de tentar achar sentido na fala do professor e simplesmente passar a seguir as instruções burocraticamente”. Para Willingham (2011, p.15), um dos principais fatores de desmotivação com relação às atividades escolares está na complexidade das tarefas, pois, se por um lado as pessoas gostam da sensação de resolver um problema, por outro não gostam de trabalhar em problemas aparentemente sem solução. Acreditamos que a complexidade da construção do modelo, somada à abertura da tarefa dada aos alunos, acabou desmotivando a maior parte deles, acostumados a resolver exercícios com poucos dados e bem direcionados para o encontro de uma-e-somente-uma-resposta-correta¹⁶.

5.4 Aula 3 – Construindo um modelo.

5.4.1 Um pouco de aula expositiva

Após nova conversa com a professora titular da turma, optamos por tentar direcionar ainda mais os alunos a fim de encaminhar a construção de um modelo. Com isso, o professor iniciou a aula construindo, com a participação da turma, um exemplo de modelo simplificado para o cálculo do preço de um pastel caseiro. A ideia aqui era mostrar aos alunos como definir a expressão de uma função para calcular este valor.

Iniciamos considerando a hipótese de uma pessoa que prepara e vende os pastéis. Desta forma, tendo que levar em consideração apenas os custos com os ingredientes, chegamos à seguinte expressão:

¹⁶ Termo utilizado por Alrø e Skovsmose (2010) fazendo referência aos tradicionais exercícios de matemática.

$$x \cdot y \frac{z + w + v + t + r + q}{s}$$

Onde x representa o custo da massa, y o da carne, z o do azeite, w o do tempero, v é o número de pasteis a serem produzidos e t é o preço final por unidade.

Além disso, cada incógnita foi definida como outra expressão, sendo:

$$\begin{aligned} z &= 0,2 \cdot y \\ w &= 0,1 \cdot y \\ v &= 0,2 \cdot y + 0,1 \cdot y \\ t &= 0,2 \cdot y + 0,1 \cdot y \end{aligned}$$

Nestas novas expressões, y é a quantidade em quilogramas de massa de pastel utilizada, x é o preço pago por quilograma de massa, y é a quantidade em quilogramas de carne moída, z é o preço pago por quilograma de carne, w é o preço do azeite e v é o preço do tempero. Foi definido que x é uma função em termos de y e t é uma função em termos de y . Ou seja, de acordo com a expressão, para cada quilograma de massa de pastel, seria utilizado 0,2 kg de azeite; e para cada quilograma de carne, seria utilizado 0,1 kg de tempero. Estes valores foram definidos de forma aleatória, apenas para ilustrar o fato de que as quantidades mencionadas deveriam respeitar uma determinada proporção.

Faltava ainda definir o lucro desejado e, neste momento, ao questionar a turma, surgiram duas ideias. A primeira, e por nós esperada, foi a de estabelecer um percentual de lucro. A segunda foi a de estabelecer um lucro fixo em reais, por unidade, e neste último caso, o sugerido foi R\$ 0,50 por unidade.

O percentual de lucro foi motivo de discussão entre os alunos, já que a primeira aluna a se manifestar sugeriu 10%, depois outro aluno sugeriu 20% e um terceiro sugeriu 50%. Foi

quando o aluno T¹⁷ se manifestou dizendo que era um absurdo lucrar apenas 10% e que deveríamos aumentar o lucro para, pelo menos, 80%.

O professor estabeleceu um valor fictício de R\$ 2,40 para o custo da produção por unidade a fim de ilustrar o que estava sendo discutido. Com isso, primeiramente foi perguntado aos alunos como calcular 10% de um certo valor e, rapidamente, a resposta foi a de que deveria multiplicar por 0,1. Depois de efetuar o produto e chegar ao valor de R\$ 0,24 de lucro, o seguinte diálogo ocorreu:

T: Olha aí! Tá louco! Vocês querem ganhar 25 centavos por pastel? Dá pra botar 100% aí até.

D1: Mas aí vai dar quase 5 pila. É muito caro!

T: Eu já vi pastel a 5 pil¹⁸a. Não tá caro nada! É o preço!

Os alunos seguiram por um tempo com esse debate com relação ao lucro e o professor optou por não interrompê-los e ficar observando.

Um fato interessante nesta discussão é que o mesmo T, que estava sendo, entre todos os alunos da turma, aquele que incentivava o maior percentual de lucro na venda dos pastéis, também foi o aluno que mais defendeu a isenção da tarifa do transporte público na primeira aula. Esse fato é ilustrado com o seguinte diálogo:

T: Se o transporte é público, tem que ser de graça.

F1: Mas aí todo mundo vai andar (de ônibus).

T: Mas, se é público, é pra todo mundo, se não, tira o público (do nome).

Como o foco da aula não era o modelo para o preço do pastel, mas sim os custos com o transporte público, na tentativa de retomar o assunto principal o mais breve possível, o professor interrompeu o debate sobre o valor para o lucro e mostrou aos alunos como ficariam as expressões com as duas formas sugeridas por eles.

Na primeira forma, com um percentual de 10% lucro por unidade, a expressão seria:

¹⁷ T foi um dos alunos mais participativos nos momentos de discussão, porém não participou das últimas duas aulas e, como não teve o nome vinculado a nenhum dos grupos, não utilizarei a notação utilizada para os demais alunos, ou seja, a letra de A a G referente ao grupo e um número de 1 a 5 para diferenciar os integrantes.

¹⁸ Gíria utilizada no estado do Rio Grande do Sul para fazer referência ao Real, que é a moeda brasileira.

$$\frac{\square \square \square \square \square \square \square}{\square} \square \square \square$$

Já, na segunda forma, com um valor de R\$ 0,50 de lucro por unidade, a expressão seria:

$$\frac{\square \square \square \square \square \square \square}{\square} \square \square \square$$

Para encerrar o exemplo, os alunos foram questionados a respeito de como a expressão seria alterada, caso resolvêssemos contratar um funcionário para a produção dos pastéis, pagando um salário de R\$ 700. Essa inclusão servia para direcioná-los na construção do modelo do cálculo da tarifa de ônibus, já que esta dependeria, pelo menos, dos gastos com insumos e com salários.

Rapidamente, chegamos à conclusão de que bastaria somar 700 no numerador da expressão, porém, novamente se iniciou um debate entre os alunos a respeito do valor recebido pelo funcionário, com alguns alunos dizendo que queriam trabalhar fritando pastel, pois acharam um bom salário. Enquanto isso, E4 lembrou que não era tão bom assim, pois era praticamente um salário mínimo apenas.

5.4.2 Retornando à construção do modelo

Depois da exposição do modelo no quadro negro, durante o tempo destinado a elaboração do modelo, dois grupos, influenciados pelo exemplo exposto pelo professor, esboçaram funções para o cálculo de suas tarifas. As figuras mostram que o grupo A esboçou uma expressão coerente para uma simplificação do modelo, pois leva em consideração os gastos com combustível (D), salários (S), manutenção (M), o lucro (L) e o número de passageiros transportados (C) como o divisor da fração. Porém, faltou-lhes verificar que cada uma dessas variáveis tratava-se de outra expressão, que também deveria ser apresentada.

Já o grupo B, também esboçou uma função, porém não soube estabelecer as variáveis corretas, tampouco a forma de utilizá-las no cálculo. O numerador de sua função trata-se da

soma do consumo médio do ônibus (D) com o preço do combustível (VD) e uma variável M, não especificada, divididos pelo número de passageiros.

$$P = \frac{D + S + M + L}{C}$$

C = Nº DE PESSOAS TRANSPORTADAS

Figura 1: Expressão sugerida pelo grupo A.

$$\frac{(D + V.D + M)}{C} = 0,6 + 1.836 + 2.469 = 4,895$$

Coba.

Figura 2: Expressão esboçada pelo grupo B.

Os demais grupos seguiram trabalhando diretamente com os dados numéricos, sem se preocupar em apresentar a expressão de uma função que modelasse o problema.

As principais dúvidas e discussões que ocorreram, tanto nesta aula quanto na anterior, foram quanto ao método para calcular a quantidade de diesel necessária para o atendimento da demanda de cada linha, além de como definir o número de motoristas e cobradores necessários.

A questão da quantidade de diesel a ser utilizado dependia basicamente de raciocínio matemático e do entendimento acerca do que se tratava a informação denominada consumo. A maneira mais simples encontrada para o cálculo, depois de entendido o que representava essa informação, era a utilização da regra de três, conforme mostra a figura 3. Nela é possível verificar que, primeiro os alunos calcularam a quilometragem percorrida por viagem pela linha T1 (37,76 km¹⁹), depois calcularam, com a regra de três, quantos litros de diesel precisariam para realizar uma viagem com essa distância (62,93 litros). O valor de R\$ 115,16 é o resultado da multiplicação do total de combustível necessário pelo seu preço (R\$ 1,836) e, por último, chegaram ao custo diário de R\$ 26.947,44 para a linha T1.

¹⁹ Dado extraído da tabela em anexo, resultado da divisão da distância percorrida pelo número de viagens realizadas.

Este foi o único grupo que encaminhou sozinho a resolução dessa parte da tarefa. Em determinado momento, o professor questionou-os se essa era a forma mais simples para fazer isso, já que teriam que realizar os mesmos cálculos para as outras duas linhas e ainda converter o custo diário em anual. Foi quando a aluna D1 percebeu que poderia fazer como os outros grupos e somar a quilometragem anual, percorrida pelas três linhas e chegar diretamente ao custo anual para ambas em somente um cálculo.

Handwritten work on lined paper showing a calculation for fuel costs. The work includes the following steps:

$$1l - 0,6 \text{ km}$$

$$x -$$

$$1 - 0,6 \text{ km}$$

$$x \rightarrow 37,76$$

$$37,76 \times 1 = 0,6 \cdot x$$

$$37,76 = 0,6 \cdot x$$

$$0,6 \cdot x = 37,76$$

$$x = 37,76$$

$$x = 62,93 \text{ l.}$$

$$x = 115,16$$

Figura 3: Cálculo de custos com combustível apresentado pelo Grupo E.

A questão dos motoristas necessários para suprir a demanda de viagens nos fez acreditar que os alunos não estavam pensando o problema do ponto de vista de uma investigação, mas sim tentando encaixar os dados apresentados na busca por uma resposta. Conforme os dados apresentados a eles, a empresa deveria ter 32 ônibus em circulação para suprir a demanda das três linhas. Isso fez a maioria deles concluir que necessitariam de 32 motoristas, quando na verdade deveriam descobrir o número mínimo deles, dividindo o número de viagens diárias por linha, pelo número máximo de viagens que cada um realiza por

dia. Além disso, nenhum grupo levou em consideração a necessidade de funcionários na reserva para a cobertura dos empregados afastados por doença ou por férias.

Outro aspecto que passou a chamar a atenção, nessa aula, foi a dificuldade apresentada por alguns alunos para lidar com a calculadora e com os “números grandes” apresentados no problema. A principal dificuldade com a calculadora estava na utilização dos pontos separadores de milhar, já que os números contidos na tabela fornecida eram escritos com eles, porém, nas calculadoras comuns eles não devem ser utilizados e o ponto disponível, na verdade, representa a vírgula.

Além da dificuldade com a calculadora, notamos que pelo menos duas alunas apresentaram dificuldades com a leitura dos números. Fato que ilustramos com o seguinte diálogo:

D1: Sôr, só me ajuda aqui a ler esse número (o número exibido na calculadora era 10059199.8)

Professor: Tá! Primeira coisa: o que aquele ponto representa?

D1: é a vírgula.

Professor: Ok! Agora, a partir da vírgula, conta de três em três e vai colocando os pontos. Que número temos?

D1: ãhn... dez mil... não! Não né, sôr?

Professor, após esconder os algarismos 1005: Que número tu tá vendo aqui?

D1: ãhn... nove mil cento e noventa e nove vírgula oito.

Professor: Perfeito! Então o que é esse 10? (deixando novamente expostos todos os algarismos).

D1: Milhões? Isso... milhões. Dez milhões cinquenta e nove mil, cento e noventa e nove vírgula oito.

Professor: Como estamos falando em dinheiro, o que representa esse vírgula oito?

D1: 80 centavos.

A mesma aluna ainda voltaria a pedir ajuda para a leitura de outros números e ao final, no momento de calcular o valor da tarifa acabou errando a leitura de dois números, gerando um erro de aproximadamente 3 milhões, para mais, no cálculo dos custos.

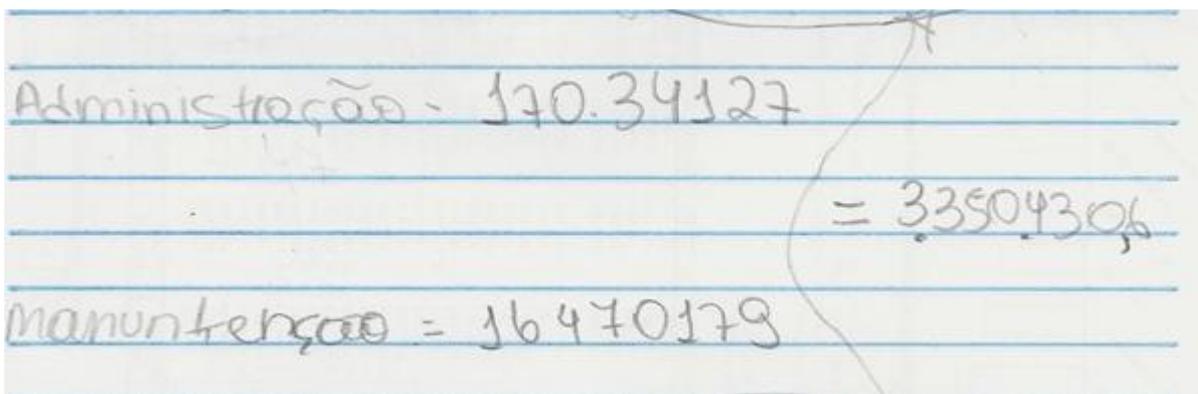


Figura 4: Resultado dos cálculos realizados pelo grupo D

170.34127 era o resultado da multiplicação de 0,1178 por 1.446.021, ou seja, foram o número 170.341,27, porém, foram tratados como 1.703.412,7. Da mesma que 16470179 era o resultado da multiplicação de 0,1139 por 1.446.021, o que dá 164.701,79, mas foi tratado como 1.647.017,9.

Ao final da aula, apesar de constatarmos uma maior motivação por parte dos alunos, nenhum grupo havia chegado ao final do modelo, tampouco a um valor para a tarifa. Com isso, a quarta aula, inicialmente programada para a análise crítica do projeto, teria que ser ocupada com o término da construção do modelo.

5.5 Aula 4 – Finalmente um valor para a tarifa.

Devido à evolução da tarefa ter sido mais lenta do que o previsto, solicitamos – e fomos atendidos – à professora titular mais um encontro com a turma para a realização da prática, já que a quarta aula seria necessária para que os grupos terminassem o cálculo do valor da tarifa.

Para este encontro, resolvemos direcionar ainda mais os alunos, fornecendo a eles a folha contida no apêndice B. Nela apresentamos todos os dados que já haviam sido fornecidos anteriormente, além das questões abaixo:

1) *Quanto vou gastar com combustível?*

2) *Quanto vou gastar com salários?*

- 3) *Quanto vou gastar com pneus?*
- 4) *Quanto vou gastar com a compra de novos ônibus?*
- 5) *E quando comprar ônibus novos, o que vou fazer com os velhos?*
- 6) *E se um ônibus da frota estragar?*
- 7) *E se um motorista (cobrador, ou fiscal) ficar doente ou sair de férias?*

Estas perguntas foram apresentadas aos alunos como questões a serem pensadas, e explicamos que eles não precisavam respondê-las diretamente, mas sim tentar levá-las em consideração na execução do trabalho. Com isso, esperávamos analisar como os alunos tratariam essas questões na construção do modelo. Porém o que constatamos foi que eles lidaram com as perguntas da mesma forma que costumam lidar com as questões com que se deparam em provas e exercícios na escola.

Novamente, professor e alunos não compartilharam da mesma perspectiva, já que, segundo a perspectiva dos alunos, se havia uma pergunta no trabalho, deveria haver uma resposta, da parte deles, e assim vários grupos apresentaram suas respostas na versão final do trabalho que nos foi entregue. Porém, com exceção das três primeiras questões que já vinham sendo trabalhadas nas aulas anteriores, nenhuma das outras questões foi levada em consideração no cálculo do valor da tarifa.

Apenas no grupo F, o professor pôde perceber alguma discussão sobre as questões supracitadas. Num determinado momento em que este se aproximou da mesa onde o grupo trabalhava, percebeu que discutiam a questão 7, referente às férias e afastamento dos funcionários.

F1: Alguém vai ter que fazer hora extra.

F4: Tá, mas daí vamos ter que gastar mais com isso.

F3: Não! Desconta de quem não veio e dá pra quem trabalhou a mais.

F1: Não pode. O cara tá doente! Não pode descontar dele por isso. Vai ter que gastar mais.

F4: É! Tem que pagar hora extra.

Professor: Tá, mas e no caso dos funcionários que saem de férias, como vocês vão suprir a ausência deles?

F4: Vai ter que contratar mais funcionários.

Professor: E como vocês vão fazer pra tratar disso no cálculo?

F1: Depende de quantos funcionários a mais vamos ter que contratar.

F3: Tá, sôr! Quantos vamos ter que por a mais?

Professor: Isso vocês tem que ver. Discutam entre vocês e cheguem a uma solução (e sai para atender outro grupo).

Esperávamos que, depois da discussão acima, eles chegassem a alguma forma de incluir estes gastos extras no cálculo, mas o que foi constatado é que, apesar de perceberem que necessitariam contratar mais funcionários, essa informação não foi levada em consideração no trabalho final entregue por eles. Esse tipo de discussão, produzida nos espaços de interação e que trata a respeito de aspectos gerais do contexto do problema, mas que não é utilizada pelos alunos em sua abordagem, é denotado por Barbosa (2007, p. 5) como *discussão paralela*.

Esta discussão ilustra um dos poucos momentos em que sentimos que a atividade de modelagem se aproximou da perspectiva sócio-crítica. Isto porque, por um momento eles pararam para se questionar sobre a forma como construíam o modelo, ao se darem conta de que deveriam gastar mais, embora não soubessem como nem quanto, e, além disso, pudemos perceber a preocupação social, na fala de F1, ao defender que um funcionário afastado por doença não poderia ter descontos no seu salário, algo que é óbvio para quem conhece um pouco do mercado de trabalho, mas não era para todos os integrantes do grupo, como ficou evidente com a sugestão de F3.

As demais discussões percebidas durante a aula giraram novamente em torno das questões matemáticas. Porém, ao final da aula, após entregarem a sua versão final do trabalho, os integrantes do grupo E se mostraram impressionados com o valor de R\$ 3,75, calculado por eles para a tarifa das três linhas. Isto porque a tarifa real é de R\$ 2,80. A grande diferença de valores ocorreu, principalmente, devido à inclusão dos custos com a compra dos 32 ônibus novos no cálculo da tarifa. O seguinte diálogo ocorreu sobre isso:

E4: Bah sôr! Nossa passagem deu R\$ 3,75! Agora que os caras vão querer sair pra rua e quebrar tudo mesmo! (referindo-se aos protestos contra o aumento das passagens).

Professor: Mas e por que vocês acham que ficou tão cara?

E4: Não sei, a gente fez tudo certinho.

Professor: Eu sei o porquê desse valor tão alto. Pensa em todos os itens que vocês levaram em consideração... Se eles são considerados da mesma forma quando é calculado o valor da tarifa real.

E2: Bah sôr! Já sei! A gente considerou o gasto com a compra dos ônibus, mas não precisa comprar todos os ônibus novos, todos os anos. Por isso que ficou caro.

E4: Pior né?

Professor: E como vocês poderiam ter tratado esse custo? Vocês tem que tirar ele do cálculo?

E1: Não né, sôr. Se a gente gastou pra comprar os ônibus, tem que cobrar de alguma forma.

E4: Pois é, mas se a gente cobrar tudo nesse ano, no ano seguinte a tarifa já vai baixar um monte.

Professor: E faz sentido isso? Vocês terem uma tarifa tão cara num ano e depois baixar tanto?

E4: Não né. Tinha que ver um jeito de ficar parecido.

Professor: Pensem nisso para discutirmos na próxima aula. Se vão querer cobrar tudo de uma vez, ou se vão estabelecer um período de anos e ir cobrando aos poucos... Deem um jeito nisso, pois assim que eu sair daqui eu vou pra casa criar um evento no Facebook, chamando todos para protestar contra o preço das passagens da empresa de vocês. (risos)

Novamente a crítica esteve presente, tanto ao modelo matemático utilizado, quanto ao aspecto social, já que a conversa se iniciou e se encerrou tratando dos protestos contra o alto valor por eles cobrado para a tarifa dos ônibus.

A forma como o grupo E utilizou os custos com a compra dos ônibus no modelo já havia chamado nossa atenção quando conferimos o andamento dos trabalhos, entre a terceira e a quarta aula. O professor chegou a iniciar a escrita de um grande texto, simulando um comunicado dos auditores da prefeitura, na folha que seria devolvida para eles continuarem a tarefa, mas acabou apagando-o e deixando este dado passar para que eles pudessem se dar conta de que havia algo errado, quando chegassem ao valor final.

Ao final da aula, os trabalhos foram recolhidos e constatamos que, dos sete grupos, um não produziu nada, dois produziram muito pouco e não chegaram a apresentar um valor para a tarifa, outros dois calcularam o valor da tarifa, mas o fizeram de um modo demasiadamente simples, o que fica evidente com os valores calculados por eles: R\$ 1,82 e R\$ 1,62. Os grupos D e F foram desde o princípio os mais dedicados à tarefa e, ao final, foram os que apresentaram os cálculos mais complexos, além das discussões mais interessantes dentro daquilo que esperávamos.

5.6 Aula 5 – Perspectiva sócio-crítica. Será que estamos fazendo isto certo?

5.6.1 Perspectiva sócio-crítica ou perspectiva realística?

Chegada a última aula do projeto, restava-nos a dúvida a respeito de qual enfoque priorizar. No momento em que o tema do projeto foi escolhido, pensávamos em enfatizar as questões sociais relacionadas ao transporte público, porém, com o desenrolar dos encontros, percebemos que o trabalho acabou sendo essencialmente voltado para a matemática necessária à construção dos modelos, e que raramente as discussões foram além das discussões matemáticas e técnicas.

Sendo assim, optamos por priorizar a reflexão a respeito dos modelos construídos e a forma como a matemática foi utilizada neles, e assim deixamos de lado a ideia inicial de trabalhar em uma perspectiva sócio-crítica para finalizar o trabalho em uma perspectiva realística, definida como aquela em que “as situações-problema são autênticas e retiradas da indústria ou da ciência, propiciando aos alunos o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas aplicados” (KAISER E SRIRAMAN apud BARBOSA, 2007, p. 2).

Como nem todos os grupos conseguiram terminar a construção do modelo e, conseqüentemente, chegar a um valor final para a tarifa, para que pudéssemos propor a tarefa de reflexão acerca do modelo proposto, optamos por entregar a eles uma folha impressa (apêndice C) contendo, de forma organizada, os detalhes do modelo criado pelo grupo E, já que este foi o mais completo e o que foi apresentado da forma mais organizada entre todos os grupos.

Para direcionar a análise crítica a ser feita pelos grupos, apresentamos as cinco questões abaixo, que deveriam ser respondidas pelos alunos:

Avalie o modelo construído e apresente uma solução para as questões abaixo.

- 1) Para definir o número de motoristas/cobreadores a ser contratados, foi preciso fazer um arredondamento de 46,8 para 47. O que aconteceria se fosse arredondado para 46?
- 2) Para definir o número de trocas de pneus por ano, foram feitos arredondamentos para baixo em todas as linhas. Qual o impacto deste arredondamento, financeiramente? E se fosse arredondado para cima, qual seria o impacto? (Lembre-se que a planilha deve ser refeita anualmente).
- 3) Escolha duas das funções apresentadas acima e informe quais grandezas são dependentes e quais são independentes.
- 4) Aponte 3 falhas na construção do modelo.
- 5) Apresente uma solução para cada falha apontada no item 4.

Figura 5: Questões propostas para a análise do modelo construído pelo Grupo E.

Além destas questões, esperávamos poder dedicar um tempo da aula para algumas questões sociais referentes à construção do modelo, como o impacto do valor da tarifa na vida dos cidadãos, ou mesmo o impacto de um congelamento no valor das tarifas para o ano seguinte, determinado pelo governo, acompanhado de um reajuste, com base no índice de inflação do último ano, do preço dos insumos e do valor dos salários²⁰.

A última atividade planejada para o trabalho seria o preenchimento de um questionário avaliativo (Apêndice D). Nele, os alunos deveriam responder questões referentes à avaliação do projeto em si, à atuação do professor e à sua auto-avaliação, sendo que alguns dos questionamentos foram incluídos devido à solicitação da professora titular, que pretendia retomar algumas questões do trabalho posteriormente, além de ter a necessidade de manter um registro da atividade realizada nos períodos cedidos por ela.

5.6.2 Análise das questões propostas

Antes da análise, cabe destacar que as questões 1 e 4 já haviam contribuído para discussões reflexivas entre os integrantes de alguns grupos, nas aulas anteriores, e por isso optamos por retomá-las a fim de verificar como elas seriam tratadas pelos demais grupos.

Questão 1: Para definir o número de motoristas/cobreadores a ser contratados, foi preciso fazer um arredondamento de 46,8 para 47. O que aconteceria se fosse arredondado para 46?

²⁰ Essa simulação seria semelhante ao que de fato ocorreu em Porto Alegre e em diversos municípios do Brasil, nos quais foi determinada a suspensão do reajuste das tarifas.

Esta questão faz referência ao arredondamento necessário no momento de definir qual o número mínimo de motoristas que deveriam ser contratados para cada linha de ônibus. Esse número é o resultado da divisão do número total de viagens de cada linha pelo máximo de viagens que cada motorista faz por dia e, no caso das linhas T1 e T6, esse quociente é 46,8.

Alguns alunos, automaticamente, haviam optado por arredondar esse número para 47, por questões matemáticas ilustradas pela fala de D1: “*Fica 47, porque quando é mais do que cinco a gente arredonda pra cima*”. Outros já tiveram dúvida sobre o arredondamento, como no caso dos integrantes do grupo F, no qual constatamos uma discussão reflexiva sobre o modelo, que foi resolvida quando se deram conta de que o arredondamento para baixo faria com que fossem atendidas apenas 230, das 234 viagens necessárias, e exigiria que outros motoristas tivessem que ultrapassar o limite de cinco viagens diárias.

Nesse ponto, acreditamos que houve uma falha do professor, já que, no momento em que os alunos sugeriram a solução de algum motorista realizar mais do que cinco viagens, ao invés de questionar os alunos a respeito de como isso seria tratado no modelo, este simplesmente os lembrou de que o limite de viagens era cinco e de que eles não poderiam excedê-lo. Perdeu-se ali uma oportunidade de acrescentar novas hipóteses para a construção do modelo, como, por exemplo, o pagamento de horas extras aos funcionários.

Questão 4: Aponte 3 falhas na construção do modelo.

Esta questão diz respeito às falhas na construção do modelo e também já havia sido tratada nas aulas anteriores. Muitos fatores poderiam ser destacados aqui, como a própria questão, já citada anteriormente, da inclusão dos custos com a compra dos ônibus no cálculo do valor da passagem; ou o fato de o grupo não ter considerado o pagamento de 13º salário aos funcionários; ou o fato de não ter sido considerada a contratação de funcionários reservas; ou a compra de ônibus para a frota reserva; etc. Além disso, os alunos poderiam destacar itens que sequer foram levados em consideração, como a depreciação dos ônibus, ou os gastos com a sede da empresa.

Questão 2: Para definir o número de trocas de pneus por ano, foram feitos arredondamentos para baixo em todas as linhas. Qual o impacto deste arredondamento,

financeiramente? E se fosse arredondado para cima, qual seria o impacto? (Lembre-se que a planilha deve ser refeita anualmente).

Trata-se de outro problema resolvido com arredondamento, mas que tinha um impacto diferente daquele utilizado na questão 1, já que tratava do quociente entre a quilometragem percorrida por linha em um ano e a durabilidade de um jogo de pneus, e esse resultado indica quantas trocas de pneus seriam necessárias ao longo do ano. Nesse caso, é preciso levar em consideração que a quilometragem não zera com a virada do ano, logo, um arredondamento para baixo indica obrigatoriamente prejuízo e um arredondamento para cima indica superfaturamento. O ideal, aqui, é utilizar o quociente sem arredondá-lo.

Questão 3: Escolha duas das funções apresentadas acima e informe quais grandezas são dependentes e quais são independentes.

Foi incluída devido ao pedido feito pela professora titular de que relacionássemos a atividade com o conteúdo introduzido por ela entre a quarta e a quinta aula do projeto²¹.

Questão 5: Apresente uma solução para cada falha apontada no item 4.

Complemento da questão 4, na qual os alunos deveriam apontar possíveis soluções para as falhas indicadas anteriormente.

5.6.3 Hora de criticar o modelo

Definidos os objetivos, era o momento de iniciar a aula. Os períodos de que dispúnhamos eram os dois logo após o recreio de 15 minutos, porém, devido à necessidade de uma reunião entre a diretora da escola e professores, o intervalo se estendeu por mais 20 minutos além do normal. Esse imprevisto fez com que, automaticamente, retirássemos do plano o momento dedicado à discussão das questões sociais supracitadas. Porém, conforme registraremos a seguir, este não foi o único impacto do recreio prolongado.

²¹ Os quatro primeiros encontros foram realizados aproveitando os períodos de matemática da turma de forma ininterrupta, porém entre a quarta e a quinta aula houve um encontro em que a aula não foi dedicada ao projeto e nele a professora titular trabalhou com os conceitos de grandezas dependentes e independentes em funções.

Assim que os alunos entraram na sala, o professor solicitou que formassem os grupos de trabalho e distribuiu uma folha com a atividade (apêndice C) para cada aluno. A seguir, foi dada a explicação a respeito de como deveriam realizar o trabalho, porém, mais do que de costume, a maior parte dos alunos se mostrou desinteressada com a explicação e as conversas paralelas prosseguiram incessantemente. Por diversas vezes o professor chamou a atenção da turma e pediu que se concentrassem nas orientações que estavam sendo dadas, mas, ao final delas, a impressão clara que tivemos foi de que os alunos não haviam entendido corretamente o que deveriam fazer e tão pouco se mostraram interessados em realizar a atividade.

Nossa impressão inicial se confirmou com o desenrolar da aula e, mesmo os grupos D, E e F, que vinham se mostrando interessados, desde o início, em realizar a tarefa, desta vez não demonstraram qualquer interesse em realizá-la. Como resultado disso, folhas em branco foram devolvidas ao final da aula.

Quanto às discussões, alguns diálogos interessantes foram construídos com os grupos D e F, porém, bastava o professor se distanciar para que o trabalho fosse novamente deixado de lado e, como consequência, nenhuma dessas discussões foi utilizada na construção da atividade.

Ao final da aula, o diagnóstico a respeito do desinteresse demonstrado incluiu além das questões já levantadas anteriormente – desinteresse natural de parte dos alunos com as tarefas escolares e complexidade da tarefa – a questão do tempo extra de recreio, pois, segundo a professora titular, esse tipo de comportamento mais disperso é natural das turmas da escola sempre que ocorre esse tipo de situação.

Não podemos ignorar, em nosso diagnóstico, o fato de os alunos não estarem acostumados à tarefa de criticar os modelos matemáticos construídos e apontar falhas e sugestões de correção para eles. Para estes alunos, o objetivo da aula de matemática normalmente é chegar ao resultado único e esperado pelo professor, e, ao tentarmos estabelecer momentos de reflexão, nosso projeto coincidentemente se encerrou de forma semelhante ao descrito por Skovsmose (2011, p.112), em que a aula reservada para a reflexão sobre o modelo construído durante o projeto também não foi realizada com sucesso. Se no nosso caso, o recreio estendido foi apontado como obstáculo, no caso do autor, “um feriado escolar estava próximo, e a atenção dos estudantes foi desviada numa outra direção”.

Com isso, nos restou a dúvida a respeito da possibilidade de sucesso nesse tipo de discussão. Porém, assim como Skovsmose (2011, p. 124), não tínhamos o objetivo de

demonstrar como a Educação Matemática Crítica deve ser. Nosso empenho era no sentido de utilizar a matemática para abranger questões de importância social, que são modeladas por ela. Nesse sentido, apesar de todas as dificuldades e mudanças de rumo ao longo do projeto, não julgamos que este tenha sido um fracasso.

“ A atividade nos mostra que a questão do ‘passe livre’ é mais complicada do que parece”, “ na hora de fazer protesto é fácil julgar, mas para montar uma empresa tem muitos custos”, “ tive uma visão mais ampla sobre o assunto, desde os gastos até a própria sensação de ganância em ter uma empresa e provar do desejo de lucrar em cima dos brasileiros”. Essas foram respostas dadas por alguns dos alunos à pergunta: A realização da atividade contribuiu de alguma forma para o desenvolvimento de um pensamento crítico sobre os custos do transporte público?

Respostas como essa nos deixam com o sentimento de que a atividade obteve êxito, de alguma forma. Obviamente, muitas coisas podem ser melhoradas e se pudessemos refazê-la, muitas alterações seriam feitas. Porém, ao considerar alguns pontos que julgamos não terem apresentado os resultados esperados, não podemos deixar de lado em nossa análise os seguintes fatos: a turma não era conhecida do professor; os alunos, integrantes dela, não estão habituados a realizar atividades de Modelagem no nível proposto; a própria inexperiência do professor que conduziu o projeto²²; e principalmente, a complexidade de se conduzir uma atividade dessa natureza.

Dois fatores resumem essa complexidade: 1) o professor que tenta executar a tarefa de educação crítica foi escolarizado pelo modelo tradicional e, na prática, conhece apenas essa forma de trabalho; 2) Para realizar esse tipo de tarefa, o professor deixa a zona de conforto, proporcionada pelo paradigma do exercício²³, e se desloca por uma zona de risco, onde, segundo Skovsmose (2000, p. 17), questões não previstas pelo professor podem surgir a qualquer momento e cabe a ele ser hábil para lidar com estas novas questões, como, por exemplo, a situação já descrita da discussão (grupo F) sobre o aumento do número de viagens dos motoristas para suprir as faltas de outros, em que o professor acabou caindo na tentação de lembrar ‘as regras do exercício’ ao invés de incentivar os alunos a prosseguirem por esse novo caminho.

²² Além de estar afastado das salas de aula há 10 meses, havia atuado como professor titular de Ensino Fundamental por 15 meses, porém, jamais tendo conduzido alguma atividade de Modelagem.

²³ Skovsmose (2000, p. 1) utiliza o termo paradigma do exercício para fazer referência à aula de matemática tradicional, dividida em dois momentos: apresentação do conteúdo, pelo professor, e resolução de exercícios, pelos alunos.

Além disso, quando propõe que os alunos discutam o tema e apresentem suas ideias, é impossível saber que tipos de respostas irão surgir e, nesse ponto, a dificuldade em avaliar o que é e o que não é produtivo no debate, soma-se à dificuldade em lidar com as questões matemáticas abrangidas pelo trabalho.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos a construção deste trabalho com a ideia de que a sociedade em que vivemos precisa de cidadãos críticos e autônomos, dispostos não apenas a se adaptarem a ela, mas sim a intervir sempre na busca por melhores condições para o convívio comum. Buscamos na obra de Illich (1985), críticas ao modelo de Educação proposto pelas escolas e, ao nos prepararmos para dar início a nossas escritas, chegamos a sonhar com uma sociedade sem a necessidade de escolas. Uma sociedade em que cada um assume a sua responsabilidade na transferência dos saberes, e em que os governos somente interfiram nesse processo de forma a facilitar a propagação da informação e a possibilitar o acesso de qualquer cidadão ao tipo de conhecimento que ele julgue necessário. Acordamos e demos de cara com a realidade na qual nos pareceu impraticável a ideia de abolir as escolas.

Concluimos que, se julgamos que a escola age, mesmo que de forma oculta, na formação de corpos dóceis; se julgamos que ela desestimula, em geral, a criatividade, e incentiva a cópia e a dependência de um ser com patente superior (o professor); se ela inibe a busca por conhecimentos do interesse pessoal de cada um, ao impor quais conhecimentos são de fato importantes para a inserção na sociedade; a resposta que deveríamos dar como educadores não seria a de nos alinharmos a Illich e propor o fim das escolas, mas que nossa tarefa seria a de buscar, dentro dela, outras formas de produção de conhecimento.

Identificamos na Educação Matemática Crítica as ideias que mais se aproximam do modelo ideal de educação escolar que imaginamos. Definimos que a Modelagem Matemática seria o ambiente de aprendizagem mais apropriado para colocar em prática essas ideias. Traçamos nossos planos e fomos para a sala de aula colocá-los em prática e tentar avaliar os resultados da forma mais honesta possível, apontando os acertos e tudo o que se alinhou com a teoria estudada, mas, também, não nos omitimos do dever de apontar as falhas e os imprevistos, mesmo que elas não tenham sido poucas.

Iniciamos o projeto de prática com receio, medo, desconforto, ou algum outro sentimento parecido, para o qual nos falta palavras nesse momento. Estávamos deixando a zona de conforto dos exercícios com respostas prontas, para nos aventurarmos pela zona de risco da incerteza. Porém, sabíamos que essa era parte fundamental para que não caíssemos na tentação e na comodidade de meramente teorizar e projetar neste trabalho algo muito próximo de meros “**achismos**” embasados pelos trabalhos e vivências de profissionais reconhecidos no

campo da Educação. Era parte de nossas convicções, a ideia de que o trabalho deveria refletir uma experiência nossa.

Em meio a tudo isso, a percepção de que algo estava fora do seu lugar. A percepção de que talvez o que estamos propondo, e o que esperamos que seja o resultado da Educação, não sejam refletidos neste que vos escreve. Não havia a identificação de um ser autônomo e crítico com as questões importantes para a sociedade. Nesse momento, houve o medo de estarmos propondo um discurso crítico vazio, carente de atitudes. Sentimento este, fortalecido pelas palavras de Freire (1996, p. 38)

o professor que realmente ensina, quer dizer, que trabalha os conteúdos no quadro da rigorosidade do pensar certo, nega, como falsa, a fórmula farisaica do 'faça o que mando e não o que eu faço'. Quem pensa certo está cansado de saber que as palavras a que falta a corporeidade do exemplo pouco ou quase nada valem. Pensar certo é fazer certo.

Aceitamos como um de nossos deveres, ao término deste trabalho, refletir acerca dessa situação, mas vemos como um passo importante o fato de ao menos nos darmos conta dessa falta.

Quanto à análise da prática, julgamos que esta tenha ocorrido dentro dos limites do que esperávamos. Não afirmamos que tenha sido um sucesso, pois não obtivemos a aceitação e o retorno de toda a turma. Muito pelo contrário, inclusive, já que consideramos que não mais do que metade dos alunos tenha se empenhado no desenvolvimento das tarefas. Também não obtivemos êxito em alguns pontos que julgávamos importantes como por exemplo, um comportamento mais crítico diante da confecção do modelo para o cálculo da tarifa dos ônibus. Por último, a análise crítica de modelo, depois de encerrado, foi praticamente ignorada por todos os alunos. Porém, não somos tão cruéis em nossa auto-crítica a ponto de achar que o trabalho foi um fracasso e, ao longo do capítulo cinco, apresentamos diversos motivos que nos levam a pensar desta forma.

No que diz respeito aos objetivos do trabalho, podemos afirmar que eles foram, ao menos, parcialmente cumpridos, já que a aplicação da prática e a análise dos dados obtidos com ela, ao menos contribuíram para o desenvolvimento e o amadurecimento deste que vos escreve. Porém, somente o leitor-educador poderá afirmar que eles foram cumpridos com total êxito, caso, ao final desta leitura, sinta que ela contribuiu de alguma forma para que este possa caminhar na direção de uma Educação Matemática Crítica.

7. REFERÊNCIAS

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole; **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ARAÚJO, Jussara de Loyola. **Uma abordagem sócio-crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica**. In: ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; SANTOS, Marluce Alves. **Modelagem matemática, perspectivas e discussões**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. Anais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática**. In: Acta Scientiae, v. 10, n. 1. p. 47-58. Canoas: 2008.

BLACK, Carol; MARLENS, Neal; HURST, Jim; GROSSAN, Mark. **Escolarizando o mundo**. EUA, Índia. Estúdio Lost people films. 2010. 70 min. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=zzJnLJAvvow&hd=1>>. Acesso em: 01/09/2013.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **A pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. In: Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004. CD-ROM.

DOWBOR, Ladislau. **Tecnologias do conhecimento: os desafios da educação**. 2001. Disponível em: <http://www2.ufpa.br/quimdist/disciplinas/introdu%E7%E3o_informatica/aula_1.pdf>. Acesso em: 27/10/2012.

CANÁRIO, Rui. **A escola tem futuro? Das promessas às incertezas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª edição rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

FORTUNATI propõe aumento da gasolina para reduzir passagem de ônibus. **Zero Hora**. Porto Alegre. 14 ago. 2013. Disponível em: <<http://zerohora.clicrbs.com.br/rs/geral/noticia/2013/08/fortunati-propoe-aumento-da-gasolina-para-reduzir-passagem-de-onibus-4233871.html>>. Acesso em 01/09/2013.

FOUCAULT, Michel. **Vigiar e punir: história da violência nas prisões**. 39ª edição. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 24ª edição. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GÊNIO indomável. Direção: Gus Van Sant. Miramax Films. 1997. 1 DVD (126 min).

ILLICH, Ivan. **Sociedade sem escolas**. 7ª edição. Petrópolis: Editora Vozes, 1985.

LIMA, Diego Fontoura. **O ensino de matemática escolar sob uma perspectiva crítica**. Trabalho de conclusão de curso. UFRGS. Porto Alegre. 2012. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/66873/000871982.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 02/11/2013.

MATTOS, Eduardo Britto Velho de. **Construção de conceitos de matemática via projetos de aprendizagem**. Dissertação de mestrado. UFRGS. Porto Alegre. 2010. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/27896>>. Acesso em: 27/10/2013.

PENSADOR, Gabriel o. **Estudo Errado**. In: Ainda é só o começo. Sony Music. 1995, 1 CD, faixa 6.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, nº 14, p. 66-91. Rio Claro. 2000

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. 6ª edição. Campinas: Papirus, 2011.

WILLINGHAM, Daniel T. **Por que os alunos não gostam da escola?** Respostas da ciência cognitiva para tornar a sala de aula atrativa e efetiva. Tradução: Marcos Vinícius Martim da Silva. Porto Alegre. Artmed. 2011.

8. APÊNDICES

8. 1 Apêndice A – Questionário aula 1

1. O que é levado em conta para estabelecer o preço das passagens de ônibus?
2. Por que as passagens sofrem reajustes?
3. Quanto você acha que deveria custar a passagem de ônibus? Por quê?
4. Por que o preço das passagens é controlado pelos governantes e o preço do tomate (por exemplo) não?
5. Quem ganha com o preço das passagens de ônibus?
6. Como o preço das passagens afeta a sua vida? De que forma utiliza os serviços de transporte público?
7. Você já deixou de ir a algum lugar por falta de dinheiro para pagar a passagem? Que tipo de atividade foi impedida, neste caso?
8. Quem (e de que forma) é afetado pelo preço das passagens?
9. Como estabelecer um preço fixo para as diferentes linhas de ônibus de uma cidade, já que os percursos e o número de passageiros diferem?
10. Qual a sua opinião sobre a luta pela tarifa zero? Ela é prioritária? Por quê?

8.2 Apêndice B – Dados necessários para a construção do modelo

<p>Viagens diárias: T-1: 234 T-6: 234 T-11: 220</p> <p>Total de ônibus necessários: T-1: 11 T-6: 11 T-11: 10</p> <p>Combustível: Consumo: 0,6 km/l Preço do diesel: R\$ 1,836</p> <p>Depreciação²⁴: 11% ao ano. Preço do ônibus²⁵: R\$ 520.000 IPVA (por veículo): 1% do valor do veículo</p>	<p>Viagens por motorista: 5 Carga horária do fiscal: 8hs</p> <p>Salários: Motorista²⁶: R\$ 1867,74 + 509,19 (VR) Cobrador: R\$ 1122,10 + 509,19 (VR) Fiscal: R\$ 1867,74 + 77,28 (VR) Pessoal do administrativo²⁷: R\$ 0,1178/km Pessoal da manutenção: R\$ 0,1139/km</p> <p>Manutenção: Pneus (10 por ônibus): R\$ 1470 (cada pneu) Recapagem de pneu²⁸: R\$ 425 (cada pneu) Durabilidade pneu novo: 80.000 km Durabilidade pneu recapado: 70.000 km</p>
--	--

Questões a serem pensadas:

- 1) Quanto vou gastar com combustível?
- 2) Quanto vou gastar com salários?
- 3) Quanto vou gastar com pneus?
- 4) Quanto vou gastar com a compra de novos ônibus?
- 5) E quando comprar ônibus novos, o que vou fazer com os velhos?
- 6) E se um ônibus da frota estragar?
- 7) E se um motorista (cobrador, ou fiscal) ficar doente ou sair de férias?

²⁴ É o percentual de desvalorização de cada veículo por ano.

²⁵ A cada ano, as empresas devem renovar 10% da frota.

²⁶ Além dos gastos com os salários, pagos diretamente ao funcionário, o empregador ainda gasta 40% do valor do salário com encargos, ou seja impostos e benefícios retidos pelo Governo.

²⁷ Com base nos gastos divulgados pela Carris.

²⁸ Cada pneu pode ser recapado uma vez.

8. 4 Apêndice D – Questionário avaliativo da prática de ensino

Objetivos do trabalho

- I. Elaborar um método para o cálculo do valor da tarifa das linhas de ônibus T1, T6, T11.
- II. Determinar, baseado neste método, o valor para a tarifa.
- III. Trabalhar o problema como o planejamento de uma empresa, prevendo possíveis problemas e incluindo possíveis soluções para eles nos cálculos.
- IV. Trabalhar de forma adequada com as simplificações requeridas pela construção do modelo para o cálculo.
- V. Avaliar o modelo final e identificar nele erros, acertos e simplificações demasiadas.
- VI. Relacionar a atividade com os conteúdos trabalhados em aula, identificando no modelo as grandezas dependentes e independentes.
- VII. Analisar o modelo do ponto de vista social, projetando possíveis impactos de alterações nele para os envolvidos na questão do transporte público (usuário, empresário e governo).

Avaliação

Atividade

1. Objetivos do trabalho (quando for solicitado que dê nota, atribua uma nota de 1 a 5, além de responder ao item)
2. Sobre os objetivos do trabalho, você considera que a atividade está de acordo com eles? (**Atribuir nota**)
3. Sobre os objetivos do trabalho, você considera que cumpriu todos? Quais deles não foram cumpridos por você? (**Atribuir nota**)
4. A realização da atividade contribuiu de alguma forma para o desenvolvimento de um pensamento crítico sobre os custos do transporte público? Como? (**Atribuir nota**)

Autoavaliação

5. Você considera que se empenhou na execução da atividade proposta? (**Atribuir nota, apenas**)
6. O que o levou a se empenhar dessa forma?
7. Quais as principais dificuldades encontradas?
8. Quais os conceitos matemáticos que você utilizou na realização da tarefa?

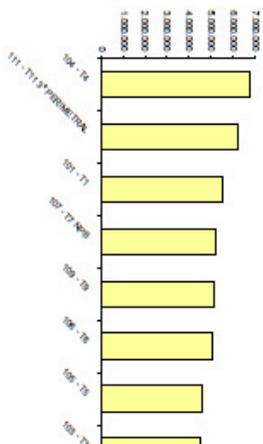
Avaliação do professor

9. O professor foi claro na explicação dos objetivos do trabalho? (**Atribuir nota**)
10. O professor foi claro na explicação dos conteúdos necessários para o desenvolvimento do trabalho? (**Atribuir nota**)
11. O professor estimulou o raciocínio dos alunos ao ajudar com as dúvidas apresentadas? (**Atribuir nota**)
12. Os dados necessários para a execução da tarefa foram apresentados de forma clara? (**Atribuir nota**)

9. ANEXOS

9.1 Anexo 1 – Demonstrativo operacional das linhas de ônibus da Carris²⁹

EMENDACÃO DAS LINHAS DE ÔNIBUS	VIAJANTES PROGRAMADOS	VIAJANTES REALIZADOS	% REALIZAÇÃO	R\$ MENSUAL	R\$ ANUAL	PASSAGENS COMUM	VALOR TRANSPORTE	RECORRER	PASSEIROS (1)	PASSEIROS ANEXOS (2)	INTESSA-CÃO	VALOR ANUAL	UNID./ÔNIBUS-PASSEIROS	TOTAL DE PASSEIROS	% COM O TOTAL PAS.	IMR (1)	S/PV (2)
100 - T-PRACA XV	25.455	25.230	99,12	305.431	3.665.172	254.966	312.281	97.099	191.749	52.151	14.918	590	143.714	1.067.468	7,13	5,49	42,31
101 - T1	28.524	28.226	99,28	1.444.429	17.333.148	1.444.429	1.827.429	536.445	225.277	1.174	6.332	919.441	5.528.880	31,62	146,33	14,19	144,14
101.1 - T1-GRATERA	25.827	25.639	99,12	954.850	11.458.200	954.850	1.049.330	427.416	258.338	780	1.078	645.750	3.221.832	4,19	5,37	120,57	14,19
102 - T2	31.422	30.915	98,38	1.212.518	14.550.216	1.212.518	1.493.028	248.077	495.996	226.210	130.521	2.025	956.346	4.416.129	5,74	5,62	140,57
102.1 - T2A	27.393	27.220	99,40	1.136.382	13.636.584	1.136.382	1.093.018	193.336	468.927	173.241	130.196	3.786	501.802	1.267.961	4,23	2,73	120,02
103 - T3	31.408	31.115	99,17	1.574.381	18.892.572	1.574.381	1.815.403	281.662	692.650	230.056	117.662	12.258	683.236	4.358.652	5,93	2,90	122,63
104 - T4	41.453	41.008	99,28	1.931.087	23.173.044	1.931.087	2.174.298	517.162	1.032.459	310.721	181.051	4.015	1.157.035	6.358.652	8,08	5,57	166,56
105 - T5	21.219	21.051	99,28	1.231.425	14.777.100	1.231.425	1.460.230	248.077	312.459	203.635	191.031	4.015	958.344	3.603.244	5,99	3,74	121,50
106 - T6	34.533	34.100	99,28	1.231.425	14.777.100	1.231.425	1.460.230	248.077	312.459	203.635	191.031	4.015	958.344	3.603.244	5,99	3,74	121,50
107 - T7	34.533	34.100	99,28	1.231.425	14.777.100	1.231.425	1.460.230	248.077	312.459	203.635	191.031	4.015	958.344	3.603.244	5,99	3,74	121,50
108 - T8	34.533	34.100	99,28	1.231.425	14.777.100	1.231.425	1.460.230	248.077	312.459	203.635	191.031	4.015	958.344	3.603.244	5,99	3,74	121,50
109 - T9	34.533	34.100	99,28	1.231.425	14.777.100	1.231.425	1.460.230	248.077	312.459	203.635	191.031	4.015	958.344	3.603.244	5,99	3,74	121,50
110 - T10	34.533	34.100	99,28	1.231.425	14.777.100	1.231.425	1.460.230	248.077	312.459	203.635	191.031	4.015	958.344	3.603.244	5,99	3,74	121,50
111 - T11 A - BARRIO	6.428	6.343	99,68	139.734	1.676.808	6.343	104.488	21.268	20.644	10.322	23	338	63.413	276.629	0,36	1,98	43,44
111.1 - T11.1 - BARRIO	33.949	33.741	99,23	1.776.401	21.321.700	33.741	404.800	664.828	327.338	304.286	3.578	1.169.263	6.218.200	8,09	3,50	184,29	
201 - C1	18.415	18.410	99,92	228.093	2.737.116	18.410	228.093	64.452	104.382	18.461	9.261	272	57.223	404.391	0,53	2,19	21,89
208 - T-URUCA	17.461	17.362	99,31	139.717	1.676.808	17.362	84.247	34.452	202.475	29.446	9.261	272	39.888	611.938	0,80	3,16	35,25
343 - CANTU/PIVAVARA	26.498	26.329	99,36	933.473	11.201.676	26.329	312.329	517.344	289.314	103.106	54.935	5.431	242.502	2.088.517	3,76	5,09	100,71
343.1 - CANTU/PIVAVARA	28.178	27.986	99,32	154.389	1.852.668	27.986	312.329	517.344	316.008	93.277	41.256	3.981	181.662	2.167.197	2,82	2,88	77,44
411 - CANTU/PIVAVARA	26.498	26.329	99,36	933.473	11.201.676	26.329	312.329	517.344	289.314	103.106	54.935	5.431	242.502	2.088.517	3,76	5,09	100,71
411.1 - CANTU/PIVAVARA	28.178	27.986	99,32	154.389	1.852.668	27.986	312.329	517.344	316.008	93.277	41.256	3.981	181.662	2.167.197	2,82	2,88	77,44
412 - CANTU/PIVAVARA	26.498	26.329	99,36	933.473	11.201.676	26.329	312.329	517.344	289.314	103.106	54.935	5.431	242.502	2.088.517	3,76	5,09	100,71
412.1 - CANTU/PIVAVARA	28.178	27.986	99,32	154.389	1.852.668	27.986	312.329	517.344	316.008	93.277	41.256	3.981	181.662	2.167.197	2,82	2,88	77,44
413 - CANTU/PIVAVARA	26.498	26.329	99,36	933.473	11.201.676	26.329	312.329	517.344	289.314	103.106	54.935	5.431	242.502	2.088.517	3,76	5,09	100,71
413.1 - CANTU/PIVAVARA	28.178	27.986	99,32	154.389	1.852.668	27.986	312.329	517.344	316.008	93.277	41.256	3.981	181.662	2.167.197	2,82	2,88	77,44
414 - CANTU/PIVAVARA	26.498	26.329	99,36	933.473	11.201.676	26.329	312.329	517.344	289.314	103.106	54.935	5.431	242.502	2.088.517	3,76	5,09	100,71
414.1 - CANTU/PIVAVARA	28.178	27.986	99,32	154.389	1.852.668	27.986	312.329	517.344	316.008	93.277	41.256	3.981	181.662	2.167.197	2,82	2,88	77,44
415 - CANTU/PIVAVARA	26.498	26.329	99,36	933.473	11.201.676	26.329	312.329	517.344	289.314	103.106	54.935	5.431	242.502	2.088.517	3,76	5,09	100,71
415.1 - CANTU/PIVAVARA	28.178	27.986	99,32	154.389	1.852.668	27.986	312.329	517.344	316.008	93.277	41.256	3.981	181.662	2.167.197	2,82	2,88	77,44
416 - CANTU/PIVAVARA	26.498	26.329	99,36	933.473	11.201.676	26.329	312.329	517.344	289.314	103.106	54.935	5.431	242.502	2.088.517	3,76	5,09	100,71
416.1 - CANTU/PIVAVARA	28.178	27.986	99,32	154.389	1.852.668	27.986	312.329	517.344	316.008	93.277	41.256	3.981	181.662	2.167.197	2,82	2,88	77,44
501 - 503 ESP. TRANSFER/AVTT. (6)	21.068	22.901	108,71	492.498	5.909.976	21.068	293.286	168.160	125.140	48.326	15.075	1.194	86.660	1.050.137	1,37	2,13	49,86
501 - 503 ESP. TRANSFER/AVTT. (6)	21.068	22.901	108,71	492.498	5.909.976	21.068	293.286	168.160	125.140	48.326	15.075	1.194	86.660	1.050.137	1,37	2,13	49,86
502 - RIO DOCE/AVTT	21.068	22.901	108,71	492.498	5.909.976	21.068	293.286	168.160	125.140	48.326	15.075	1.194	86.660	1.050.137	1,37	2,13	49,86
502 - RIO DOCE/AVTT	21.068	22.901	108,71	492.498	5.909.976	21.068	293.286	168.160	125.140	48.326	15.075	1.194	86.660	1.050.137	1,37	2,13	49,86
503 - UNIVERSIDADE GIBRATA - 543	25.046	24.882	99,27	131.756	1.581.072	25.046	705.586	854.055	169.242	169.242	50	2.404	169.242	1,35	2,13	49,86	
503 - UNIVERSIDADE GIBRATA - 543	25.046	24.882	99,27	131.756	1.581.072	25.046	705.586	854.055	169.242	169.242	50	2.404	169.242	1,35	2,13	49,86	
504 - BARRIO	5.094	5.021	98,57	109.659	1.315.908	5.021	14.311	2.404	3.480	1.328	50	4	3.480	2,67	4,02	116,67	
504 - BARRIO	5.094	5.021	98,57	109.659	1.315.908	5.021	14.311	2.404	3.480	1.328	50	4	3.480	2,67	4,02	116,67	
TOTAL	117.252	111.788	95,22	22.311.102	267.674.414	111.788	144.640.755	7.421.576	9.758.132	3.691.364	1.357.448	87.437	11.213.824	76.636.720	100,00	3,26	108,00



DEMONSTRATIVO OPERACIONAL DAS LINHAS DE ÔNIBUS (EM PASSAGEIROS/ANO) - 2012

Notas: (1) Índice de Passagem por Km Rodado = $\frac{\text{N}^{\circ} \text{ de Passagem por Km Rodado}}{\text{Quilômetros Percorridos}}$

(2) Passagem por viagem.
 (3) No passe gratuito estão incluídos os idosos.
 (4) No passe gratuito estão incluídos os estudantes.
 (5) As viagens programadas diferem das realizadas devido às alterações de horário e frequência de operação.
 (6) As linhas especiais Transfer/Avtt não estavam em operação em todo o ano.

²⁹ Disponível em: http://proweb.procempa.com.br/pmpa/prefpoa/anuario/usu_doc/car_a2.pdf