

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DE ERRO RELACIONADO AO REFINAMENTO DE MALHA NO PROJETO  
INVERSO DE UM FORNO ELÉTRICO

por

DANTE WAGNER FRITZEN

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Dezembro de 2013



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

ANÁLISE DE ERRO RELACIONADO AO REFINAMENTO DE MALHA NO PROJETO  
INVERSO DE UM FORNO ELÉTRICO

por

DANTE WAGNER FRITZEN

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Thamy Cristina Hayashi  
Coordenadora do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Energia e Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Francis H. R. França

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Horácio A. Vielmo

Prof. Dr. Pedro B. Mello

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Thamy C. Hayashi

Porto Alegre, 06 de Dezembro de 2013

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Paulo Ricardo Fritzen e Neusa Beatris Wagner Fritzen, pela educação e apoio que sempre me proporcionaram.

Agradeço também ao meu orientador, Prof. Dr. Francis H. R. França, pelo auxílio e atenção prestados durante a realização deste trabalho.

Por fim, um obrigado especial à Larissa Lemos e ao Rogério Brittes por todo o suporte dado, sem o qual a conclusão do trabalho não seria possível.

FRITZEN, D. W.; **Análise de erro relacionado ao refinamento de malha no projeto inverso de um forno elétrico**. 2013. 21 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

## RESUMO

Estudos de projetos inversos da configuração de aquecedores dentro de fornos têm sido feitos com a finalidade de obter uniformidade na troca de calor radiante com a superfície de projeto, o que é de grande interesse para a indústria. A carga de processamento para a solução desses problemas pelo método da radiosidade é muito alta, portanto é importante diminuir o refinamento da malha a fim de reduzir o tempo computacional. Este trabalho busca analisar a validade do método inverso para simular um aquecedor contínuo com largura mais fina que a da zona da malha. O estudo é feito através de análises de fatores de forma e da modificação de uma rotina de solução direta do cálculo dos fluxos de calor dentro de um forno, a fim de comparar os resultados entre um aquecedor da largura original e outro mais fino. Esta rotina, desenvolvida em linguagem Fortran 90, utiliza o método da radiosidade, que é apresentado no trabalho. Os resultados da modificação da rotina mostram que, para o caso estudado, o impacto da redução da largura dos aquecedores no fluxo de calor da superfície de projeto é desprezível, com variações das diferenças máximas próximas de 0,004%.

**PALAVRAS-CHAVE:** radiação térmica, método da radiosidade, fator de forma.

FRITZEN, D. W.; **Analysis of error related to mesh refinement in the inverse design of an electric furnace**. 2013. 21 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

## ABSTRACT

Studies of inverse design for configuration of heaters within furnaces have been made in order to obtain uniformity in the heat exchange with the design surface, which is of great interest to the industry. The processing load for the solution of these problems is very high, thus it is important to decrease the mesh refinement to reduce the computational time. This paper seeks to analyze the validity of the inverse method to simulate a continuous heater with its width thinner than that of a zone of the mesh. The study is made by analyzes of view factors and by modifying a routine of direct solution calculation of the heat flows within a furnace in order to compare the results between a heater of the original width and a thinner one. This routine, which was developed in Fortran 90, uses the method of radiosities, which is presented in the paper. The results of the modifications in the routine show that, for the studied case, the impact of the reduction of the heater width in the design surface heat flux is negligible, with variations of the maximum differences next to 0.004%.

**KEYWORDS:** thermal radiation, radiosity method, view factor.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>1</b>
3.1	Emissividade, absortividade, refletividade e transmissividade.....	2
3.2	Radiosidade .....	2
3.3	Fator de forma .....	3
3.4	O método da radiosidade .....	4
<b>4</b>	<b>APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA</b> .....	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>6</b>
5.1	Análise bidimensional de fatores de forma .....	6
5.2	Alteração da rotina de solução direta da cavidade .....	7
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	<b>9</b>
6.1	Resultados da análise bidimensional de fatores de forma.....	9
6.2	Resultados da alteração da rotina de solução direta da cavidade .....	11
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>13</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>13</b>
	<b>ANEXO I</b> .....	<b>15</b>
	<b>APÊNDICE I</b> .....	<b>16</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A distribuição uniforme da troca de calor dentro de fornos é de grande interesse em diversos setores da indústria. O tratamento térmico de metais com aquecimento desuniforme pode gerar problemas de qualidade como empenamento e trincas. Outros processos como secagem de tintas e resinas, termoformagem de plásticos, e cozimento de alimentos também exigem controle da uniformidade do aquecimento. Fornos de resistência elétrica são, muitas vezes, utilizados nessas aplicações. Aplicações mais especiais como cristalização de silício (Mortensen et al., 2013), tratamentos térmicos na fabricação de *displays* de cristal líquido (Kim et al., 2013) e de dispositivos fotovoltaicos também utilizam fornos elétricos, e a tolerância da variação da temperatura no produto pode ser tão pequena quanto 1 °C (Malhotra et al., 2006).

Dentro desses fornos, devido à alta temperatura dos aquecedores, a radiação é o principal mecanismo de trocas térmicas. Para atender à exigência do controle da temperatura, busca-se um fluxo térmico uniforme na superfície de projeto, onde o material a ser aquecido fica disposto. Com esse objetivo, diversos estudos de projeto inverso foram desenvolvidos, sendo possível citar Pourshaghaghay et al., 2006, Colaço et al., 2006, Brittes e França, 2012 e Accorsi, 2012, onde o último buscou formatos de aquecedores elétricos contínuos, em vez de pontuais. Devido ao alto tempo de processamento necessário nesse tipo de solução, é importante manter baixo o refinamento da malha. Foi então que surgiu a questão da validade desse método para simular um aquecedor de largura mais fina que a zona da malha utilizada nos dois últimos trabalhos.

O objetivo do trabalho é investigar exatamente essa validade, através de análises de fatores de forma e de simulações feitas com uma rotina de solução direta da cavidade. A rotina em linguagem Fortran 90 foi desenvolvida pelo grupo de pesquisa em análise inversa do GESTE (Grupo de Estudos Térmicos e Energéticos) do Departamento de Engenharia Mecânica da UFRGS e foi modificada para a análise do problema proposto.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Vários estudos de análise inversa com objetivos similares têm sido desenvolvidos. De Sousa, 2003, desenvolveu um algoritmo estocástico para otimização de projeto denominado Otimização Extrema Generalizada (GEO) para ser usado em problemas complexos de otimização.

Cassol et al., 2010, aplicaram, com sucesso, o algoritmo GEO em projeto de iluminação que buscava a distribuição espacial e a potência das lâmpadas. Brittes e França, 2012, propuseram um método híbrido para encontrar o posicionamento de aquecedores de formato quadrado dentro de um forno. O novo método combina o método de otimização GEO e o método de regularização denominado Decomposição em Valores Singulares Truncada (TSVD). A técnica híbrida trouxe resultados mais precisos e reduziu consideravelmente o tempo computacional em relação ao uso do método GEO sozinho.

O método GEO também foi utilizado no trabalho de Accorsi, 2012 para o mesmo forno estudado por Brittes e França, 2012, porém com aquecedores em forma de filamentos contínuos em vez de aquecedores pontuais. A validade dessa simulação para a utilização de um aquecedor mais fino que a largura de uma zona da malha será avaliada no presente trabalho.

## 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Alguns fundamentos da radiação térmica serão abordados aqui com o objetivo de facilitar o entendimento do método da radiosidade, que é utilizado neste trabalho para a solução da cavidade radiante.

A transferência de calor por radiação, diferentemente da condução e convecção, não exige a presença de alguma forma de matéria. A Equação (3.1), conhecida como Lei de Stefan-Boltzmann, estabelece que o poder emissivo total de um corpo negro (material

idealizado com propriedades emissivas perfeitas) é proporcional à quarta potência da sua temperatura. A equação é resultado da integração da distribuição espectral de Planck em todos os comprimentos de onda

$$e_b = \sigma T^4 \quad (3.1)$$

onde  $e_b$  ( $W/m^2$ ) é o poder emissivo total de um corpo negro,  $\sigma = 5,6704 \times 10^{-8}$  ( $W/m^2K^4$ ) é a constante de Stefan-Boltzmann e  $T$  (K) é a temperatura do corpo. As trocas de energia por condução e convecção, por outro lado, como uma primeira aproximação, são diretamente proporcionais à diferença de temperatura. Assim fica claro que a influência da troca de calor por radiação cresce muito quando tratamos de aquecedores com altas temperaturas. O efeito da convecção natural dentro do forno estudado é reduzido devido ao fato de que só há aquecedores na superfície superior, e não nas paredes laterais, porém é importante salientar que os efeitos de condução e convecção não devem ser totalmente desconsiderados para uma análise mais detalhada.

Este trabalho aborda somente a troca de energia por radiação dentro de um forno, onde o meio é não participante, o que é considerada uma boa aproximação para um forno elétrico operando com ar no seu interior.

### 3.1. Emissividade, absortividade, refletividade e transmissividade

A emissividade  $\varepsilon$  é definida como a razão entre a radiação emitida pela superfície e a radiação emitida por um corpo negro à mesma temperatura. Essa propriedade, para superfícies reais, depende dos ângulos de emissão, do comprimento de onda e da temperatura. Entretanto, com as simplificações aplicadas neste trabalho, ela independe desses fatores.

A irradiação, quando chega a uma superfície, é dividida em três porções: a refletida, a absorvida e a transmitida. Essas porções são definidas, respectivamente, pela refletividade  $\rho$ , pela absortividade  $\alpha$  e pela transmissividade  $\tau$ . A refletividade e a absortividade dependem do espectro e dos ângulos relacionados a essas propriedades para cada material. A transmissividade, por sua vez, depende fortemente do espectro para cada material. Para simplificar o problema, todas as superfícies são consideradas cinzas e difusas, o que faz essas propriedades serem independentes dos ângulos e do comprimento de onda. Além disso, todas as superfícies são tratadas como opacas, então  $\tau = 0$ . Por balanço de energia, temos a seguinte equação:

$$\rho + \alpha = 1 \quad (3.2)$$

Por fim, a Lei de Kirchhoff estendida a superfícies cinzas e difusas nos traz ao seguinte resultado:

$$\varepsilon = \alpha \quad (3.3)$$

### 3.2. Radiosidade

A radiosidade  $q_o$  ( $W/m^2$ ) é definida como o fluxo radiativo que engloba toda a energia radiante que deixa uma superfície, somando a emissão e a porção refletida da irradiação, conforme a seguinte equação:

$$q_{o,i} = \varepsilon_i e_{b,i} + \rho_i g_i \quad (3.4)$$

onde  $g_i$  ( $W/m^2$ ) é a irradiação na superfície  $i$ .

### 3.3. Fator de forma

Para calcular a transferência radiante entre superfícies, é necessária a relação geométrica  $F_{i,j}$ , chamada de fator de forma, fator de configuração ou, ainda, fator de visão.  $F_{i,j}$  é definido como a fração de energia radiativa que deixa a superfície  $i$  e chega à superfície  $j$ . A Equação (3.5) representa essa relação:

$$F_{i-j} = \frac{Q_{i-j}}{A_i q_{o,i}} \quad (3.5)$$

onde  $Q_{i-j}$  (W) é a taxa de calor que deixa  $i$  e chega diretamente a  $j$ ,  $A_i$  (m<sup>2</sup>) é a área da superfície  $i$  e  $q_{o,i}$  (W/m<sup>2</sup>) é a radiosidade da superfície  $i$ . Considerando superfícies emissoras e refletoras difusas, a equação abaixo estabelece a expressão exata para o fator de forma:

$$F_{i-j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi S_{i-j}^2} dA_j dA_i \quad (3.6)$$

A recíproca para  $F_{j-i}$  também é verdadeira:

$$F_{j-i} = \frac{1}{A_j} \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi S_{j-i}^2} dA_i dA_j \quad (3.7)$$

onde  $\theta_1, \theta_2$  (rad),  $A_i, A_j$  (m<sup>2</sup>),  $\cos \theta_i, \cos \theta_j$  e  $S_{i,j}$  (m) estão representados na Figura 4.1.

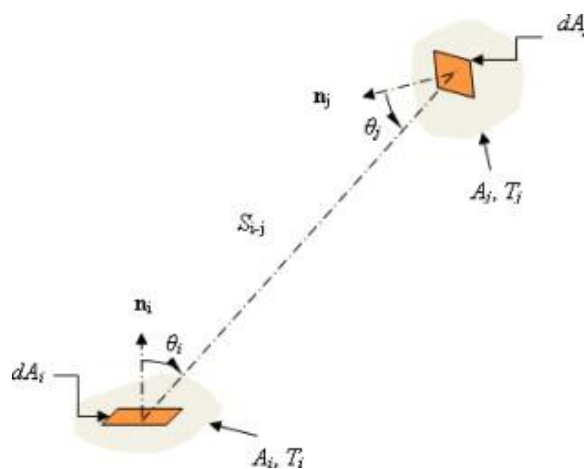


Figura 4.1 – Representação do fator de forma entre as superfícies  $A_i$  e  $A_j$ .  
Fonte: [heattransfer.asmedigitalcollection.asme.org](http://heattransfer.asmedigitalcollection.asme.org)

Igualando as integrais das Equações (3.3) e (3.4), chega-se a uma relação importante do fator de forma conhecida por relação de reciprocidade, que é mostrada na equação abaixo:

$$A_i F_{i-j} = A_j F_{j-i} \quad (3.8)$$

Essa expressão é útil para se calcular um fator de forma a partir do conhecimento de outro. Outra expressão importante é a regra da soma, que diz que o somatório de uma superfície para todas as outras dentro de uma cavidade deve ser igual à unidade, conforme a equação abaixo:

$$\sum_{j=1}^N F_{i-j} = 1 \quad (3.9)$$



### 3.4. O método da radiosidade

A Equação (3.10) mostra que a irradiação em uma superfície é igual ao somatório da fração da radiosidades de cada superfície da cavidade que chega nessa superfície.

$$G_i = \sum_{j=1}^N F_{j-i} q_{o,j} A_j \quad (3.10)$$

onde  $G_i$  (W) é a taxa de irradiação na superfície  $i$ . A partir das Equações (3.1) a (3.4), (3.8) e (3.10), chega-se à seguinte equação para superfícies com temperatura prescrita:

$$q_{o,i} = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{i-j} q_{o,j} \quad (3.11)$$

Alternativamente, a equação da radiosidade para superfícies com fluxo de calor prescrito pode ser escrita da seguinte forma:

$$q_{o,i} = q_{r,i} + \sum_{j=1}^N F_{i-j} q_{o,j} \quad (3.12)$$

onde  $q_{r,i}$  (W/m<sup>2</sup>) é o fluxo de calor na superfície  $i$ , e o somatório representa a irradiação na mesma superfície. O método da radiosidade propõe uma solução simples para calcular os fluxos de calor e temperaturas dentro de uma cavidade. Ele consiste nos seguintes passos:

- 1- Especificar uma condição de contorno para cada superfície, podendo ser de temperatura ou fluxo prescrito.
- 2- Estabelecer uma equação de radiosidade para cada superfície. No caso de temperatura prescrita, deve-se utilizar a Equação (3.11). Para fluxo prescrito (ou parede isolada), usa-se a Equação (3.12).
- 3- Determinar os fatores de forma entre todas as superfícies.
- 4- Solucionar a matriz, que possui o mesmo número de equações lineares e de incógnitas.
- 5- O quinto passo se divide em dois, pois depende do que é buscado na solução:

- a) Para descobrir o fluxo de calor em uma superfície com temperatura prescrita, utiliza-se a Equação (3.13), obtida a partir da Equação (3.12):

$$q_{r,i} = q_{o,i} - \sum_{j=1}^N F_{i-j} q_{o,j} \quad (3.13)$$

- b) Para descobrir a temperatura em uma superfície com fluxo de calor prescrito, utiliza-se a Equação (3.14), obtida a partir das Equações (3.1) e (3.11). Com o  $e_b$  definido, aplica-se a Equação (3.1) para obter a temperatura.

$$e_b = \frac{1}{\varepsilon_i} q_{o,i} - \frac{(1 - \varepsilon_i)}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^N F_{i-j} q_{o,j} \quad (3.14)$$

Siegel e Howell, 2002, ainda fornecem outros métodos alternativos para a solução de problemas envolvendo transferência de calor radiante em cavidades.

#### 4. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O forno a ser analisado possui a mesma geometria dos fornos dos trabalhos de Brittes e França, 2012, e Accorsi, 2012. A discretização do forno é realizada com uma malha composta por 30, 24 e 6 elementos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. A Figura 4.1 representa um quarto do forno, que é simétrico nas duas dimensões. A zona mais escura representa a superfície de projeto, e a vermelha, um dos aquecedores.

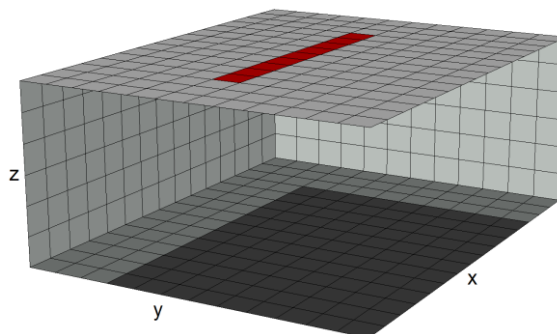


Figura 4.1 – Representação de um quarto do forno (neste caso, existem quatro aquecedores no forno inteiro).

Conforme explicado na seção 3.4, o método da radiosidade exige condições de contorno de temperatura ou de fluxo de calor em cada superfície. Para o forno em questão, as superfícies das paredes têm fluxo de calor prescrito  $q_r = 0$ , os aquecedores têm o fluxo de calor prescrito  $q_r = 34.776 \text{ W/m}^2$ , e a superfície de projeto tem a temperatura prescrita  $T_{SP} = 673 \text{ K}$ . As equações de radiosidade dentro do programa, entretanto, foram adimensionalizadas através da divisão pelo poder emissivo de um corpo negro  $e_b$  à temperatura  $T_{SP} = 673 \text{ K}$ . A simetria funciona no sentido de replicar as radiosidades e condições de contorno, e os fatores de forma são calculados para o forno inteiro.

A rotina de solução em Fortran funciona com o princípio do método da radiosidade, porém as etapas são um pouco diferentes e podem ser resumidas da seguinte forma:

- 1- O posicionamento dos aquecedores é estabelecido.
- 2- As condições de contorno são prescritas.
- 3- Os fatores de forma são calculados.
- 4- Fatores de correção dos fatores de forma são calculados a fim de satisfazer a Equação (3.9).
- 5- As radiosidades de todas as superfícies são estimadas por  $q_o = 1$ .
- 6- As Equações (3.11) ou (3.12) são expressas para cada superfície. Para isso, é feita a varredura dos fatores de forma de cada superfície para todas as demais, multiplicando-se cada uma pela radiosidade correspondente. Após a varredura e cálculo da radiosidade de cada superfície, a radiosidade resultante é comparada com o valor previamente estimado.
- 7- Se esse valor for maior que  $1.10^{-12}$  para uma das superfícies, é feita uma nova iteração da etapa 6, com os novos valores de radiosidade.
- 8- Após o erro máximo ser atingido, os valores de fluxo de calor na superfície de projeto são encontrados com a Equação (3.13).

O objetivo do trabalho é analisar a validade da simulação feita de acordo com a Figura 4.1, quando o aquecedor é, na verdade, dez vezes mais fino que a largura de uma zona da malha. A Figura 4.2 mostra, do lado esquerdo, um exemplo de aquecedor na forma que é

calculado pela rotina original de solução direta desenvolvida pelo grupo de pesquisa em análise inversa do GESTE. No lado direito é mostrado o aquecedor de largura reduzida.

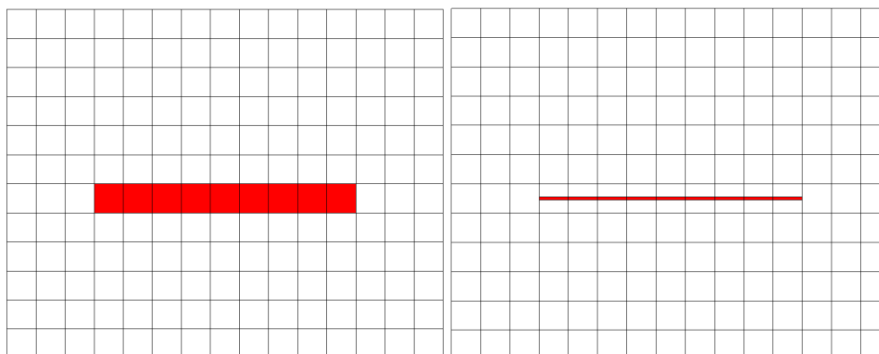


Figura 4.2 – Exemplo de configuração original e a respectiva configuração com a qual se deseja comparar os resultados.

## 5. METODOLOGIA

### 5.1 Análise bidimensional de fatores de forma

O problema será primeiramente analisado de uma forma simplificada através de fatores de forma bidimensionais. O primeiro fator de forma analisado é obtido a partir do método das linhas cruzadas de Hottel (*Hottel's crossed-strings method*), e representa a relação da superfície superior do forno com a inferior. A fórmula é mostrada na Equação (5.1) e representada na Figura 5.1.

$$F_{2-3} = \frac{L_1 + L_2 - L_3 - L_4}{2w_2} \quad (5.1)$$

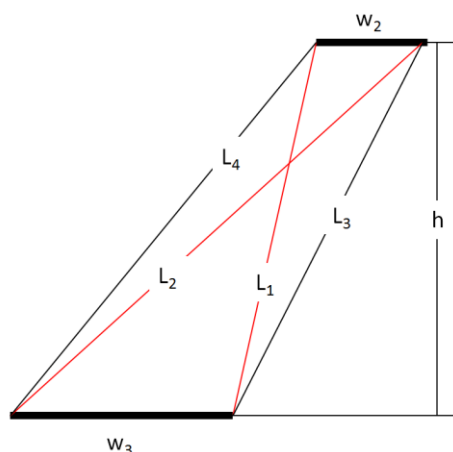


Figura 5.1 – Representação das variáveis do fator de forma de duas chapas infinitamente longas e contidas em planos paralelos.

Enquanto o conceito de fatores de forma é amplamente estudado, a solução analítica da integral para diversos tipos de configuração pode tornar-se bastante trabalhosa e difícil de encontrar na literatura. Howell, J.R., da Universidade de Texas em Austin, disponibiliza um catálogo *online* com uma grande variedade de fatores de forma, junto com as suas referências. O catálogo pode ser acessado em "<http://www.engr.uky.edu/rtl/Catalog>". Todos os fatores de forma apresentados neste trabalho foram obtidos ou adaptados a partir desse catálogo.

O segundo fator de forma bidimensional analisado está expresso na Equação (5.2) e representado na Figura 5.2, representando paredes perpendiculares.

$$F_{4-3} = \frac{\left[ (x_1^2 + y_2^2)^{\frac{1}{2}} + (x_2^2 + y_1^2)^{\frac{1}{2}} - (x_2^2 + y_2^2)^{\frac{1}{2}} - (x_1^2 + y_1^2)^{\frac{1}{2}} \right]}{2(x_2 - x_1)} \quad (5.2)$$

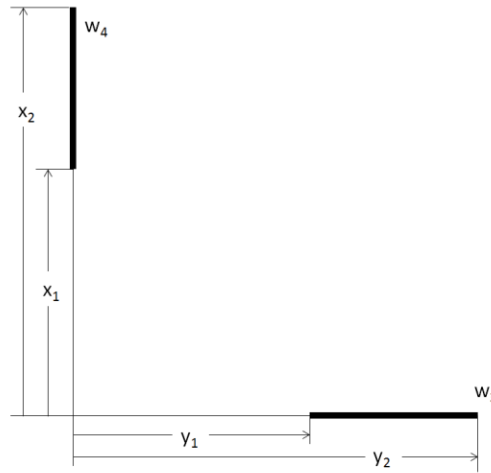


Figura 5.2 – Representação das variáveis do fator de forma de duas chapas infinitamente longas e contidas em planos perpendiculares.

Os cálculos e gráficos dessas análises são feitos no Microsoft Excel 2010.

## 5.2 Alteração da rotina de solução direta da cavidade

No programa original, o cálculo dos fatores de forma é feito segundo a seguinte equação, que é uma aproximação originada da Equação (3.6):

$$F_{i-j} = \frac{A_j \cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi S_{i-j}^2} \quad (5.3)$$

A fim de verificar o efeito causado pela redução da largura dos aquecedores dentro do forno, é implementado no programa um novo cálculo para os fatores de forma entre as superfícies superior e inferior. As fórmulas a seguir expressam uma solução analítica de dois retângulos paralelos entre si, e foi solucionada por Ehlert e Smith, 1993:

$$F_{1-2} = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 -1^{(i+j+k+l)} G(x_i, y_j, \eta_k, \xi_l) \quad (5.4)$$

onde

$$G = \frac{1}{2\pi} \left\{ (y - \eta) [(x - \xi)^2 + z^2]^{1/2} \tan^{-1} \left\{ \frac{y - \eta}{[(x - \xi)^2 + z^2]^{1/2}} \right\} \right. \\ \left. + (x - \xi) [(y - \eta)^2 + z^2]^{1/2} \tan^{-1} \left\{ \frac{x - \xi}{[(y - \eta)^2 + z^2]^{1/2}} \right\} \right. \\ \left. - \frac{z^2}{2} \ln [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2] \right\} \quad (5.5)$$

onde  $x$ ,  $y$ ,  $\xi$  e  $\eta$  recebem os índices  $i$ ,  $j$ ,  $k$  e  $l$  de acordo com os somatórios da Equação (5.4). As variáveis estão representadas na figura a seguir:

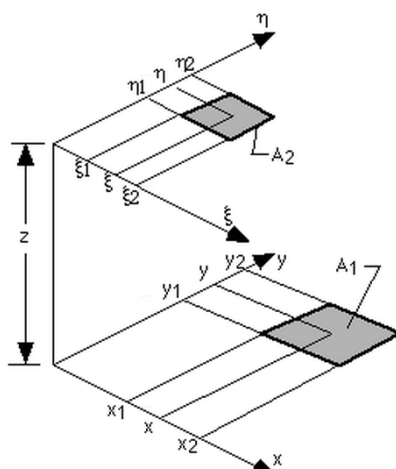


Figura 5.3 – Representação das variáveis do fator de forma de dois retângulos e contidos em planos paralelos.

Fonte: [www.engr.uky.edu/rtl/Catalog](http://www.engr.uky.edu/rtl/Catalog)

Em virtude da geometria do fator de forma limitar-se a retângulos, não serão simulados aquecedores com dobras ou em direções diagonais. No Apêndice I, é mostrada a rotina de solução e varredura dos fatores de forma da primeira zona da superfície superior para cada zona da superfície inferior. A Figura 5.4 mostra duas configurações a serem comparadas nas simulações.

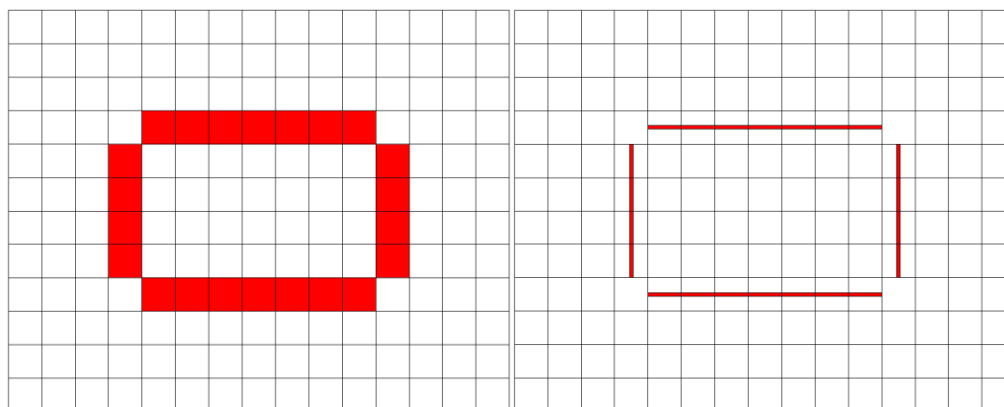


Figura 5.4 – Exemplo de configurações dos aquecedores a serem comparadas nas simulações.

É importante salientar que os fatores de forma das outras superfícies para os aquecedores não são alterados porque não haveria qualquer diferença no resultado. Isso ocorre pelo fato de que o aquecedor e a parede isolada têm fluxo de calor prescrito, portanto as suas radiosidades são expressas pela Equação (3.12), que mostra que tudo o que irradia na superfície é refletido ou reemitido, portanto a refletividade e a absorvidade dos materiais não têm influência nessas radiosidades. Essa observação foi verificada por uma simulação (que não é apresentada aqui) no código computacional que calcula a transferência radiativa na cavidade tridimensional.

Quatro simulações foram realizadas a fim de investigar a diferença de fluxo de calor resultante na superfície de projeto. A Figura 5.5 apresenta essas configurações.

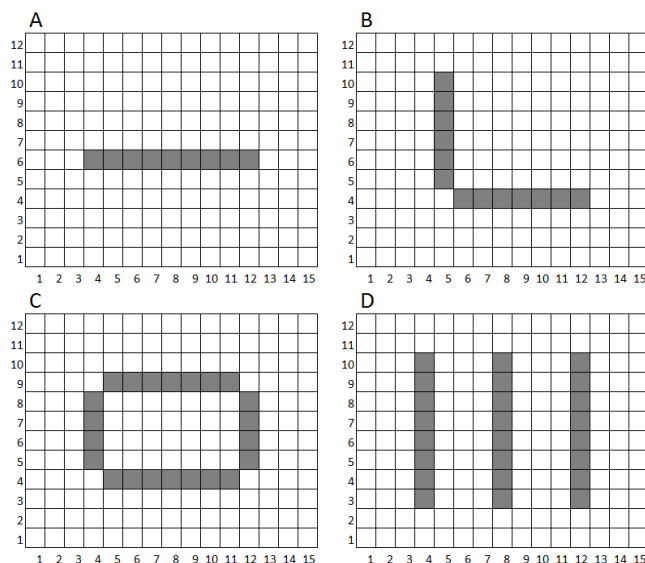


Figura 5.5 – Representação das configurações dos aquecedores testados

O fluxo radiante é ajustado para cada configuração a fim de manter a mesma taxa de calor total dos aquecedores. O programa calcula o fluxo de calor em cada zona da superfície de projeto e a diferença  $R$  conforme a Equação (5.5), e fornece a diferença média (%) e a diferença máxima (%) com relação ao fluxo de calor médio. O balanço de energia de todas as superfícies também é calculado.

$$R = \frac{q_m - q_r}{q_r} \quad (5.5)$$

onde  $q_m$  é o fluxo radiante médio na superfície de projeto e  $q_r$  é o fluxo de cada zona da mesma superfície. Os fluxos são adimensionais.

Por fim, o resultado de uma simulação é exibido em um gráfico tridimensional gerado no software Tecplot.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 6.1 Resultados da análise bidimensional de fatores de forma

A Figura 6.1 apresenta o comportamento dos fatores de forma representados na Figura 5.1 enquanto a distância entre os centros das duas chapas aumenta. Todas as medidas foram adimensionalizadas através da divisão pela altura entre as chapas.

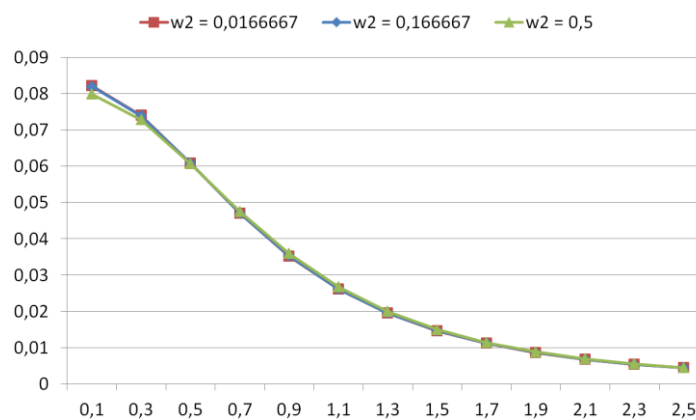


Figura 6.1 – Valores de fatores de forma ao longo da distância entre os centros, para três diferentes larguras  $w_2$  do aquecedor.

As larguras  $w_2 = 0,166667$  e  $w_2 = 0,0166667$  representam, no forno estudado, o aquecedor original e o de largura reduzida em dez vezes. A Figura 6.2 mostra a diferença entre os fatores com  $w_2 = 0,0166667$  e  $w_2 = 0,5$  para os fatores de forma originais ( $w_2 = 0,166667$ ).

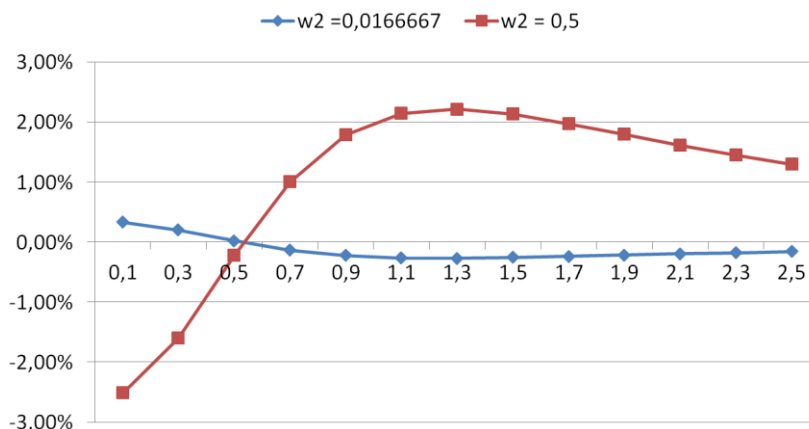


Figura 6.2 – Diferença de fatores de forma de aquecedores de diferentes larguras para o aquecedor de largura original ( $w_2 = 0,166667$ ).

Analisando esses gráficos, pode-se notar que o impacto da redução de  $w_2$  em dez vezes é pequeno, no máximo em torno de 0,3%. Também é possível observar que o impacto é muito maior quando trabalhamos com larguras maiores ( $w_2 = 0,5$ ) em relação à altura, já que, nesse caso,  $w_2$  cresceu apenas três vezes e houve uma diferença de até 2,5%.

A segunda análise é a do fator de forma representado na Figura 5.2, entre chapas de comprimento infinito contidas em planos perpendiculares. A análise foi realizada para um aquecedor a uma distância de quatro zonas a partir da parede. Essa distância foi escolhida por representar bem a menor distância entre os aquecedores e as paredes, como pode ser observado na Figura I.1 do Anexo I, que mostra diversas soluções inversas obtidas no trabalho de Accorsi, 2012. A Figura 6.3 mostra o comportamento do fator de forma do aquecedor para cada zona da parede lateral, iniciando do topo.

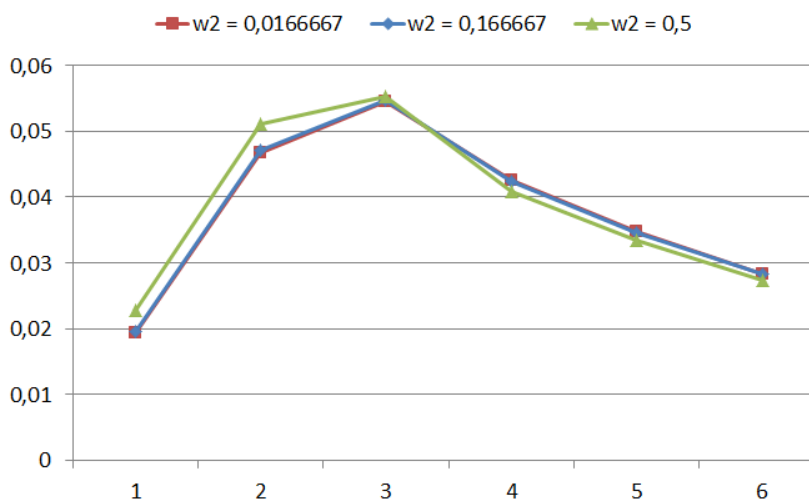


Figura 6.3 – Valores de fatores de forma para cada zona da parede lateral, para três diferentes larguras  $w_2$  do aquecedor.

A Figura 6.4 expressa a diferença entre os fatores com  $w_2 = 0,0166667$  e  $w_2 = 0,5$  para os fatores de forma originais ( $w_2 = 0,166667$ ).

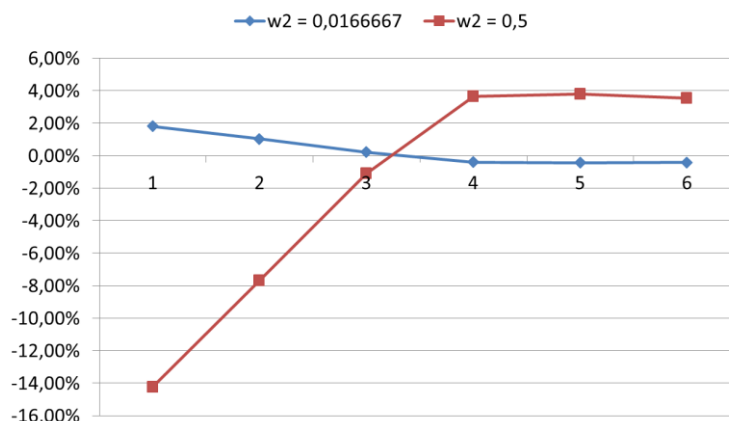


Figura 6.4 - Diferença de fatores de forma de aquecedores de diferentes larguras para o aquecedor de largura original ( $w_2 = 0,166667$ ).

Novamente, pode-se notar que o impacto no fator de forma é muito maior se tratarmos de aquecedores mais largos que o original. A diferença observada com a redução do aquecedor em dez vezes chega a 1,8%, seis vezes maior que a diferença obtida entre as superfícies paralelas. Entretanto, é razoável esperar que essa diferença obtida do aquecedor para a parede lateral influa muito menos no resultado final (distribuição do fluxo de calor na superfície de projeto) que a diferença entre o aquecedor e a superfície de projeto. Isso porque a irradiação na parede lateral será refletida e reemitida difusamente para todo o forno, distribuindo e amenizando essa diferença. Além disso, a diferença maior só ocorre nas zonas mais próximas da superfície superior. A partir desse raciocínio, conclui-se que a inclusão do novo cálculo dos fatores de forma seria mais importante entre as superfícies superior e inferior, em relação aos fatores de forma que incluem as paredes laterais.

## 6.2 Resultados da alteração da rotina de solução direta da cavidade

A Tabela 6.1 exibe os resultados obtidos no programa com os novos fatores de forma entre as superfícies superior e inferior. A simulação “A<sub>0</sub>” refere-se ao programa original; a simulação “A<sub>n</sub>” refere-se ao programa modificado com os novos fatores de forma entre as superfícies superior e inferior, porém com aquecedores de largura igual à original; e “A<sub>r</sub>” é a simulação do programa modificado com a largura do aquecedor reduzida em dez vezes. As diferenças são calculadas para cada zona da superfície de projeto conforme a Equação (5.5), e as diferenças máxima e média são fornecidas.

Tabela 6.1 – Resultados das simulações para quatro configurações de aquecedores.

Simulação	Diferença R máxima	Diferença R média	Varição de R média em relação à simulação anterior	Erro no balanço de energia
A <sub>0</sub>	41,152402%	14,691719%		-0,033%
A <sub>n</sub>	40,596362%	14,445123%		-0,013%
A <sub>r</sub>	40,582788%	14,443187%	-0,013%	-0,022%
B <sub>0</sub>	52,496820%	18,115995%		-0,098%
B <sub>n</sub>	52,070525%	17,918287%		-0,065%
B <sub>r</sub>	52,035037%	17,914339%	-0,027%	-0,088%
C <sub>0</sub>	28,502266%	8,449347%		-0,060%
C <sub>n</sub>	28,054826%	8,321025%		-0,042%
C <sub>r</sub>	28,027250%	8,321221%	+0,0023%	-0,067%
D <sub>0</sub>	22,834426%	7,184053%		-0,051%
D <sub>n</sub>	22,474967%	7,076839%		-0,032%
D <sub>r</sub>	22,454898%	7,077943%	+0,016%	-0,053%



Como pode ser visto na tabela, os resultados das variações das diferenças médias são muito baixas, próximas de 0,015%. Esses valores são tão baixos que devem sofrer forte influência da variação dos erros de balanço de energia, que são da mesma grandeza. O balanço de energia com sinal negativo indica que existe mais calor saindo pela superfície de projeto que calor entrando pelos aquecedores.

A Figura 6.5 mostra a diferença, em porcentagem, do fluxo de calor na superfície de projeto entre as simulações  $A_n$  e  $A_r$ .

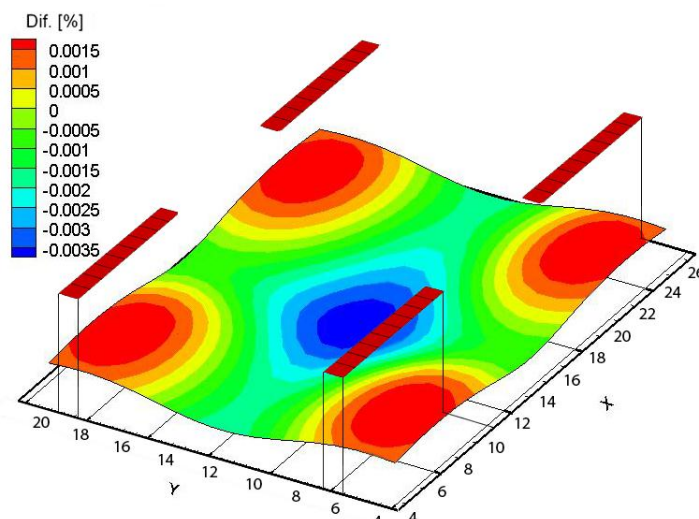


Figura 6.5 – Representação, com o posicionamento dos aquecedores da simulação  $A_n$ , da diferença entre o fluxo de calor na superfície de projeto para aquecedores de largura original ( $A_n$ ) e dez vezes reduzida ( $A_r$ ).

O cálculo agora foi feito compensando a variação do erro do balanço de energia, conforme a seguinte equação:

$$Dif.(x, y) = \left( \frac{(q_{r,Ar}(x, y) - q_{r,An}(x, y) - C)}{q_{r,An}(x, y)} \right) \cdot 100 \quad (6.1)$$

onde  $q_{r,Ar}$  e  $q_{r,An}$  são os fluxos de calor adimensionais na superfície de projeto para as simulações  $A_r$  e  $A_n$ , respectivamente.  $Dif. (%)$  é o resultado mostrado na Figura 6.5.  $C$  é a correção da diferença dos erros dos balanços de energia, calculada da seguinte maneira:

$$C = \frac{(\sum_{x=1}^{30} \sum_{y=1}^{24} q_{r,Ar}(x, y) - q_{r,An}(x, y))}{108} \quad (6.2)$$

onde 108 é o número de zonas da superfície de projeto. As zonas da superfície inferior que não pertencem à superfície de projeto são isoladas, portanto  $q_r = 0$  nessas zonas.

Os resultados mostram que a variação máxima positiva é de 0,002%, e a negativa é de 0,0038%. Os valores são muito menores que os encontrados na análise bidimensional, que mostrou uma variação de até 0,3%. Isso mostra como as reflexões e reemissões dentro da cavidade têm um forte papel no sentido de uniformizar o fluxo de calor, já que a análise bidimensional só considerou a energia radiante direta.

Na Tabela 6.1, pode-se observar que a variação entre as simulações do programa original e do modificado com largura do aquecedor original é mais acentuada, próxima de 1%. Isso provavelmente se deve ao fato de que os fatores de forma do programa original são apenas aproximações, enquanto os novos fatores de forma são soluções analíticas, portanto

mais exatas. De fato, o programa ficou mais preciso, porém não é possível observar isso na Tabela 6.1 porque todas as simulações foram feitas utilizando fatores de correção para os fatores de forma, que são calculados conforme a Equação (3.9), da regra da soma. Esse fator faz com que o balanço de energia chegue próximo de zero, porém ele, de certa forma, deforma os fatores de forma. Algumas simulações foram feitas sem os fatores de correção no programa original e todas mostraram erros no balanço de energia próximos de 3,5%. Com o programa modificado, no entanto, todas as simulações sem os fatores de correção mostraram erros próximos de 2%. Isso indica que os novos fatores de forma têm um grande impacto na precisão do programa, lembrando que somente foram trocados os fatores de forma da superfície superior para a inferior e vice-versa.

## 7. CONCLUSÕES

Os resultados da modificação da rotina de solução da cavidade mostram que a variação máxima do fluxo de calor na superfície de projeto é próxima de 0,004%, portanto pode-se concluir que é perfeitamente aceitável a simulação de um aquecedor fino através de uma malha relativamente grosseira. No entanto, deve-se tomar cuidado ao reduzir ainda mais o refinamento da malha, pois, quando a largura da zona da malha se aproxima da metade da altura do forno, os erros tornam-se consideráveis, como foi verificado nas análises bidimensionais.

A substituição do cálculo dos fatores de forma entre as superfícies superior (incluindo os aquecedores) e inferior teve um forte impacto positivo no balanço de energia quando calculado sem os fatores de correção. Isso sugere que uma alteração similar para as outras superfícies possa trazer um alto nível de precisão na solução do problema, mesmo com malhas mais grosseiras. Apesar do cálculo dos novos fatores de forma demandar mais processamento, na análise inversa para determinação do posicionamento dos aquecedores, os fatores de forma só são calculados uma única vez e o tempo gasto nisso é irrelevante diante do grande número de iterações de posicionamento dos aquecedores.

Com o aumento da precisão dos novos fatores de forma e a partir dos resultados aqui mostrados, futuros estudos de projetos inversos similares aos citados poderão utilizar, com segurança, uma malha ainda menos refinada para simular um aquecedor fino, assim diminuindo o tempo computacional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Accorsi, F. A. **“Determinação da Configuração de Aquecedores em Forma de Filamentos para um Forno de Aquecimento com Temperatura e Fluxo de Calor Uniformes”**. 2012. 26 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Brittes, R.; França, F. H. R.; **“A hybrid inverse method for the thermal design of radiative heating systems”**, International Journal of Heat and Mass Transfer, 2012.

Cassol, F.; Schneider, P. S.; França, F. H. R.; Neto, A. J. S.; **“Multi-objective optimization as new approach to illumination design of interior spaces”**, International Journal of Heat and Mass Transfer, 2010.

Colaço, M. J.; Orlande, Helcio R. B.; Dulikravich, G. S.; **“Inverse and Optimization Problems in Heat Transfer”**, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering, Vol. XXVIII, 2006.

De Sousa, F.L.; Ramos, F.M.; Paglione, P.; Girardi, R.M.; **“New stochastic algorithm for design optimization”**, AIAA Journal, 2003.

Ehlert, J. R. and Smith, T.F.; **“View Factors for Perpendicular and Parallel, Rectangular Plates,”** *J. Thermophys. Heat Trans.*, vol. 7, no. 1, pp. 173-174, 1993.

Howell, J.R.; **“A Catalog of Radiation Heat Transfer Configuration Factors”**, <http://www.engr.uky.edu/rtl/Catalog>, acessado em 15/10/2013.

Kim, D. H.; Kim, B. K.; Kim, H. J.; Suh, Y. K.; Park, S. P.; **“Thermal analysis on heat treatment of glass backplanes for large-scale displays in a precompaction furnace”**, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 71, p. 324-332, 2013.

Malhotra, C. P.; Mahajan, R. L.; Sampath, W. S.; Barth, K. L.; Enzenroth, R. A.; **“Control of temperature uniformity during the manufacture of stable thin-film photovoltaic devices”**, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, Issues 17-18, p. 2840-2850, 2006.

Mortensen, D.; Lindholm, D.; Friestad, K.; Henriksen, B. R.; Fjaer, H. G.; Rudshaug, M.; Sorheim, E. A.; **“Crystallization Furnace Modeling Including Coupled Heat and Fluid Flow, Stresses and Deformations”**, *Energy Procedia*, Vol. 38, p. 597-603, 2013

Pourshaghagh, A.; Pooladvand, K.; Kowsary, F.; Karimi-Zand, K.; **“An inverse radiation boundary design problem for an enclosure filled with an emitting, absorbing, and scattering media”**, *International Communications in Heat and Mass Transfer* No. 33, 381–390, 2006.

Siegel, R.; Howell, J.R.; **“Thermal Radiation Heat Transfer”** Taylor & Francis, 4<sup>th</sup> edition, New York, 2002

ANEXO I

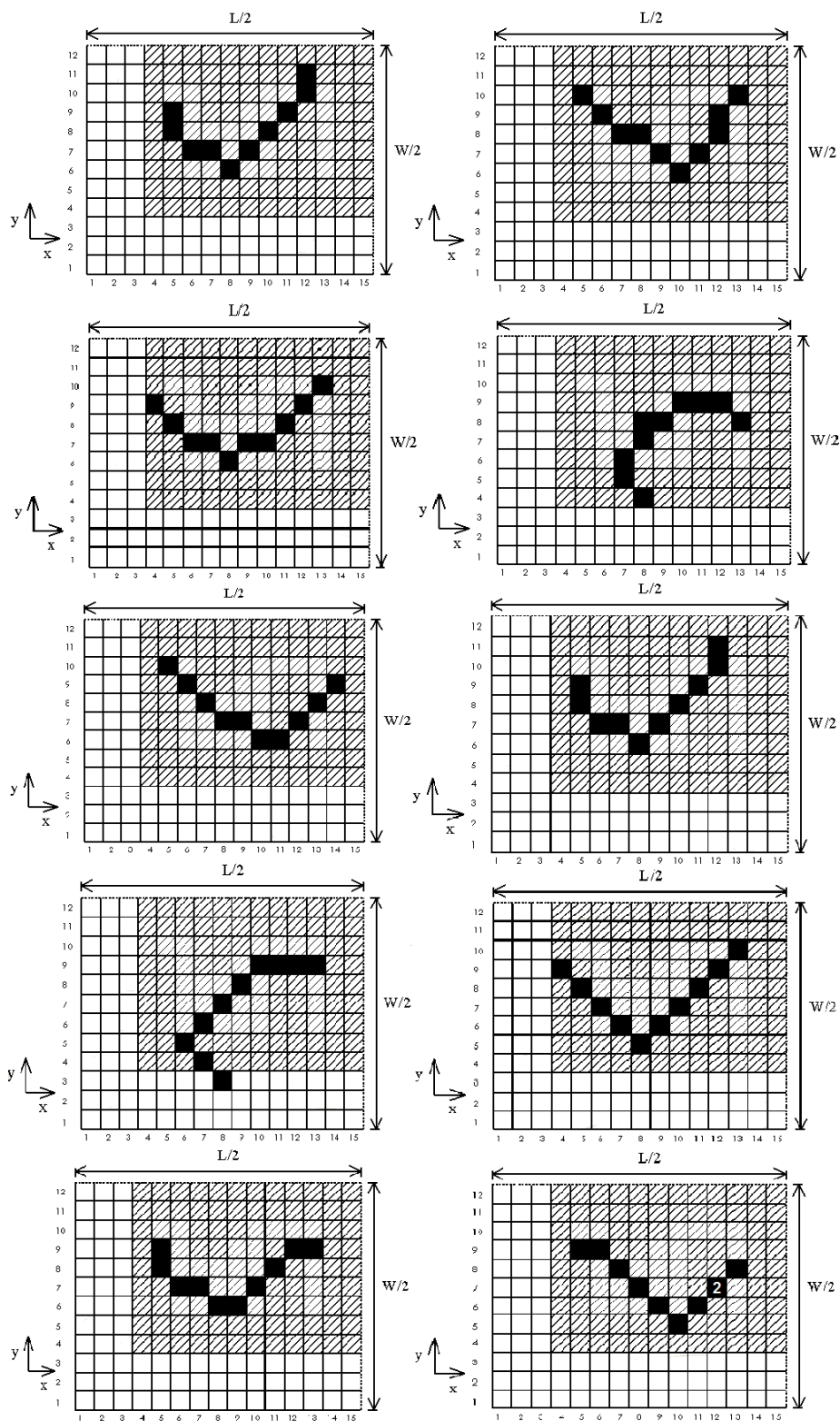


Figura I.1 – Diversas configurações obtidas no projeto inverso com dez zonas aquecedoras.

Fonte: Accorsi, 2012

## APÊNDICE I

Varredura e rotina de solução, em Fortran 90, dos fatores de forma da primeira zona da superfície superior para cada zona da superfície inferior.

```

PROGRAM fatores_de_forma_paralelos_3d
IMPLICIT REAL*8(a-h,o-z)
DOUBLEPRECISION,DIMENSION (: :: F12(30,24),x(2),y(2),csi(2),eta(2)
REAL :: Z
INTEGER :: ii,jj
Pi=DACOS(-1.0d0)

DO ii=1,30
  DO jj=1,24
    !CONFIGURAÇÃO DOS RETÂNGULOS
    z=6.0D0      !altura
    x(1)=0.0D0   !A1
    x(2)=1.0D0   !A1
    y(1)=0.0D0   !A1
    y(2)=1.0D0   !A1
    csi(1)=(ii-1)*1.0D0 !A2
    csi(2)=ii*1.0D0   !A2
    eta(1)=(jj-1)*1.0D0 !A2
    eta(2)=jj*1.0D0   !A2

    F1=1/((x(2)-x(1))*(y(2)-y(1)))

    soma=0.0d0
    EQ=0.0d0
    DO i=1,2
      DO k=1,2
        DO j=1,2
          DO l=1,2
            a=ABS((x(i)-csi(l))**2+z**2)
            b=ABS((y(j)-eta(k))**2+z**2)

            EQ=(-1)**(i+j+k+l)*(1/(2*Pi))*&
              &((y(j)-eta(k))*SQRT(a)*ATAN((y(j)-eta(k))/SQRT(a))&
              &+(x(i)-csi(l))*SQRT(b)*ATAN((x(i)-csi(l))/SQRT(b))&
              &-((z**2)/2)*LOG((x(i)-csi(l))**2+(y(j)-eta(k))**2+z**2))

            soma=soma+EQ

          ENDDO
        ENDDO
      ENDDO
    ENDDO
    F12(ii,jj)=F1*soma
  ENDDO
ENDDO

WRITE(*,*)'F12',F12
END

```