

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Luísa Stürmer Corrêa

**COMPARATIVO DE EFICIÊNCIA DE VIGAS DE ALTURA
CONSTANTE COM VIGAS DE ALTURA VARIÁVEL**

Porto Alegre
junho 2013

LUÍSA STÜRMER CORRÊA

**COMPARATIVO DE EFICIÊNCIA DE VIGAS DE ALTURA
CONSTANTE COM VIGAS DE ALTURA VARIÁVEL**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientador: Roberto Domingo Rios

Porto Alegre
junho 2013

LUÍSA STÜRMER CORRÊA

**COMPARATIVO DE EFICIÊNCIA DE VIGAS DE ALTURA
CONSTANTE COM VIGAS DE ALTURA VARIÁVEL**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, junho de 2013

Prof. Roberto Domingo Rios
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Ávila (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rubem Clécio Schwingel (UFRGS)
Me. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a minha mãe, Denise Stürmer,
exemplo de força e superação, que me incentivou a nunca
desistir frente às dificuldades.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Roberto Domingo Rios, orientador deste trabalho, pelo auxílio e ensinamento que proporcionaram um melhor entendimento dos temas tratados neste trabalho, possibilitando sua execução.

Agradeço à Profa. Carin Maria Schmitt, pela supervisão constante e sugestões para melhoria do trabalho de diplomação.

Agradeço a minha mãe, Denise Stürmer, e a minha irmã, Cecília Stürmer Corrêa, que entenderam minha ausência nos períodos de dificuldades, e sempre apoiaram e acreditaram na minha capacidade de fazer sempre o melhor.

Agradeço ao meu namorado, Eduardo do Nascimento Martins, pelo apoio incondicional em todos os momentos do curso de Engenharia Civil, por ter sempre acreditado que eu era capaz e merecia as conquistas obtidas, muitas vezes quando nem eu acreditava, por entender as minhas ausências durante o desenvolvimento deste trabalho, e principalmente por tornar os momentos difíceis em momentos de imensa alegria.

Agradeço a toda equipe da Procalculo Engenharia de Estruturas pelos ensinamentos transmitidos, pela oportunidade de estágio e pela ajuda neste trabalho de diplomação.

Agradeço a Estádio 3 pela oportunidade de estágio e aprendizado durante o período de estágio.

O pessimista vê a dificuldade em cada oportunidade; um
otimista vê a oportunidade em cada dificuldade.

Sir Winston Churchill

RESUMO

Este trabalho versa sobre a comparação entre vigas de altura constante e variável, para uma passarela em concreto armado moldado *in loco*, para determinadas condições de contorno (vão entre apoios, geometria da passarela, geometria das vigas e f_{ck}), analisando-se, para cada situação, o consumo de materiais, visando obter um melhor aproveitamento tanto do concreto quanto do aço. Para os diferentes conjuntos de condições de contorno são calculados os esforços, solicitações, deslocamentos e armaduras necessárias. São apresentadas definições necessárias para o entendimento do funcionamento das vigas, as fórmulas necessárias para o dimensionamento, além das considerações sobre estados limites, taxas de armaduras máximas e mínimas e as cargas que devem ser consideradas para o cálculo, definidos pela NBR 6118/2003. Tabelas demonstrativas dos dimensionamentos e consumos, além de gráficos comparativos dos resultados dos esforços cortantes, momentos fletores, áreas de armadura longitudinal e transversal, consumos de aço, concreto e formas, e taxa de armadura, das vigas de altura variável contra as de altura constante. Finalmente, não foi possível concluir qual tipo de viga que demanda um menor consumo de material, tendo em vista que ambas se demonstraram econômicas em determinados aspectos. Pode-se observar que apesar das solicitações para as vigas de altura variável serem menores, a menor altura útil conduz a áreas de aço maiores, sendo necessário um estudo mais detalhado das duas soluções, com vigas de altura constante e variável, antes da adoção desta como solução.

Palavras-chave: Vigas de Altura Variável de Concreto Armado. Vigas de Altura Constante de Concreto Armado. Consumo de Materiais.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama das etapas da pesquisa	20
Figura 2 – Diagrama tensão-deformação	30
Figura 3 – Diagrama parábola-retângulo	31
Figura 4 – Domínios de deformação	32
Figura 5 – Dimensionamento à flexão	37
Figura 6 – Inclinação dos banzos numa viga de altura variável	42
Figura 7 – Vigas bi-apoiadas de altura constante	44
Figura 8 – Vigas bi-apoiadas de altura variável	45
Figura 9 – Vigas bi-apoiadas com grande variação de altura	45
Figura 10 – Vigas contínuas de altura constante	46
Figura 11 – Vigas contínuas de altura variável	46
Figura 12 – Vigas contínuas com grande variação de altura	47
Figura 13 – Diagramas do software FTOOL para seção variável	54
Figura 14 – Comparação dos valores de esforço cortante	61
Figura 15 – Comparação dos valores de esforço cortante nos apoios intermediários	61
Figura 16 – Comparação dos valores de momento fletor positivo	62
Figura 17 – Comparação dos valores de momento fletor negativo	62
Figura 18 – Comparação das armaduras resistentes ao momento fletor positivo	63
Figura 19 – Comparação das armaduras resistentes ao momento fletor negativo	63
Figura 20 – Áreas das armaduras transversais	64
Figura 21 – Comparação dos valores de área de forma	64
Figura 22 – Valores comparativos do volume de concreto	64
Figura 23 – Valores comparativos da taxa de aço	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficiente γ_f	25
Tabela 2 – Coeficiente γ_{f2}	25
Tabela 3 – Coeficiente γ_c	28
Tabela 4 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas	38
Tabela 5 – Peso próprio vigas de altura constante	48
Tabela 6 – Ação variável	48
Tabela 7 – Combinações vigas de altura constante	48
Tabela 8 – Solicitações vigas de altura constante	49
Tabela 9 – Armaduras vigas de altura constante	50
Tabela 10 – Consumo de materiais vigas de altura constante	50
Tabela 11 – Peso próprio das vigas de altura variável	51
Tabela 12 – Ação variável	51
Tabela 13 – Combinações vigas de altura variável	52
Tabela 14 – Solicitações vigas de altura variável	53
Tabela 15 – Redução do esforço cortante	53
Tabela 16 – Armadura de flexão vigas de altura variável	54
Tabela 17 – Armadura transversal vigas de altura variável	55
Tabela 18 – Consumo de materiais vigas de altura variável	55
Tabela 19 – Peso próprio das vigas de altura variável com grande variação	56
Tabela 20 – Ação variável	56
Tabela 21 – Combinações das vigas de altura variável com grande variação	57
Tabela 22 – Solicitações das vigas de altura variável com grande variação	57
Tabela 23 – Redução do esforço cortante das vigas de altura variável com grande variação	57
Tabela 24 – Armadura de flexão das vigas de altura variável com grande variação	58
Tabela 25 – Armadura transversal das vigas de altura variável com grande variação	58
Tabela 26 – Consumo de materiais das vigas de altura variável com grande variação ...	59
Tabela 27 – Equivalência de vigas	60
Tabela 28 – Economia de armadura	67
Tabela 29 – Economia de concreto	67
Tabela 30 – Economia de forma	68

LISTA DE SIGLAS

ELU – Estado Limite Último

ELS – Estado Limite de Serviço

SC – Seção Constante

SV – Seção Variável

SM – Seção Variável com Grande Variação

LISTA DE SÍMBOLOS

ε_c – deformação específica do concreto (‰)

ε_{yd} – deformação específica do aço (‰)

γ_f – coeficiente de ponderação do ELU

γ_{f1} = coeficiente de ponderação que considera a variabilidade das ações do ELU

γ_{f2} = coeficiente de ponderação que considera a simultaneidade de atuação das ações do ELU

γ_{f3} = coeficiente de ponderação que considera os desvios gerados nas construções do ELU

F_d – valor de cálculo das ações para ELU (kN)

γ_g = coeficiente de ponderação do ELU para ação permanente

F_{gk} = ação permanente direta (kN)

γ_q = coeficiente de ponderação do ELU para ação variável

F_{q1k} = ação variável principal (kN)

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto (MPa)

f_{ck} = resistência característica do concreto (MPa)

γ_c – coeficiente de ponderação do concreto para o ELU

f_{ctd} = resistência a tração de cálculo do concreto (MPa)

$f_{ctk,inf}$ = resistência a tração de cálculo inferior do concreto (MPa)

f_{ctm} = resistência a tração de cálculo média do concreto (MPa)

$f_{ctk,sup}$ = resistência a tração de cálculo superior do concreto (MPa)

f_{yd} = resistência de cálculo do aço (MPa)

f_{yk} = tensão de escoamento do aço (MPa)

γ_s = coeficiente de ponderação do aço para o ELU

E_s = módulo de elasticidade do aço (MPa)

x = distância da linha neutra até a fibra mais comprimida (cm)

d = distância da armadura tracionada até a fibra mais comprimida (cm)

h = altura da seção transversal (cm)

A_s = área de aço tracionada (cm²)

A_s' = área de aço comprimida (cm²)

d' = distância da armadura comprimida até a fibra mais comprimida (cm)

x_{23} = limite da altura da zona comprimida entre o domínio 2 e domínio 3 (cm)

x_{lim} = limite da altura da zona comprimida no domínio 3 (cm)

ε_3 = posição da linha neutra (‰)

x_4 = altura da zona comprimida no domínio 4 (cm)

$\varepsilon_{4,1}$ = deformação da armadura tracionada (‰)

$\varepsilon_{4,2}$ = deformação da armadura comprimida (‰)

F_{cc} = resultante da força resistente de compressão (kN)

F_{st} = resultante das forças de tração (kN)

A_{cc} = área de concreto da zona comprimida (cm²)

y = altura da zona comprimida (cm)

$A_{s,min}$ = área mínima de armadura longitudinal (cm²)

ρ = taxa mínima de armadura (%)

b = base da seção transversal (cm)

$A_{s,m\acute{a}x}$ = \u00e1rea m\u00e1xima de armadura longitudinal (cm²)

τ_o = tens\u00e3o tangencial de cisalhamento na linha neutra (kN/cm²)

V = esfor\u00e7o cortante (kN)

I = momento de in\u00e9rcia em rela\u00e7\u00e3o \u00e0 linha neutra (cm⁴)

S = momento est\u00e1tico em rela\u00e7\u00e3o \u00e0 linha neutra (cm³)

V_{red} = esfor\u00e7o cortante reduzido (kN)

M_d = momento fletor (kNcm)

ψ = inclina\u00e7\u00e3o dos banzos em rela\u00e7\u00e3o ao eixo longitudinal (\u00b0)

h' = altura no ponto analisado (cm)

V_{Sd} = for\u00e7a cortante solicitante de c\u00e1lculo (kN)

V_{Rd2} = for\u00e7a cortante resistente de c\u00e1lculo relativa \u00e0 ru\u00edna das diagonais comprimidas (kN)

V_{Rd3} = for\u00e7a cortante resistente de c\u00e1lculo relativa \u00e0 ru\u00edna por tra\u00e7\u00e3o diagonal (kN)

V_c = parcela absorvida pelo concreto (kN)

V_{sw} = parcela absorvida pela armadura transversal (kN)

$A_{sw,min}$ = \u00e1rea m\u00ednima de armadura transversal (cm²)

s = espa\u00e7amento da armadura (cm)

α_{V2} = Coeficiente de minora\u00e7\u00e3o para verifica\u00e7\u00e3o da diagonal de compress\u00e3o do concreto

A_{sw} = \u00e1rea de armadura transversal (cm²)

b_w = menor largura da se\u00e7\u00e3o (cm)

f_{ywd} = tens\u00e3o na armadura transversal passiva, limitada ao valor f_{yd} no caso dos estribos (MPa)

α = \u00e2ngulo de inclina\u00e7\u00e3o da armadura transversal em rela\u00e7\u00e3o ao eixo longitudinal (\u00b0)

V_{Rd2} = força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas (kN)

V_{Rd3} = força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal (kN)

V_{c0} = valor de referência para V_c para bielas inclinadas em 45°

$A_{s,pele}$ = área de armadura de pele (cm^2)

A_c = área da peça (cm^2).

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 DIRETRIZES DA PESQUISA	18
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	18
2.2 OBJETIVO DA PESQUISA	18
2.2.1 Objetivo Principal	18
2.2.2 Objetivos Secundários	18
2.3 DELIMITAÇÕES	19
2.4 LIMITAÇÕES	19
2.5 DELINEAMENTO	19
3 ESTADOS LIMITES E AÇÕES	22
3.1 ESTADOS LIMITES	22
3.1.1 Estado Limite Último (ELU)	22
3.1.2 Estado Limite de Serviço (ELS)	23
3.2 AÇÕES	23
3.2.1 Ações permanentes	23
3.2.2 Ações variáveis	24
3.3 COMBINAÇÃO DAS AÇÕES	24
4 RESISTÊNCIAS E DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO	27
4.1 RESISTÊNCIAS	27
4.1.1 Resistência do concreto	27
4.1.2 Resistência do aço	29
4.2 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO	31
4.2.1 Domínio 2	32
4.2.2 Domínio 3	33
4.2.3 Domínio 4	34
5 DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS	36
5.1 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO	36
5.1.1 Armadura Mínima	38
5.1.2 Armadura Máxima	39
5.2 DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE	39
5.2.1 Estádio I	39
5.2.2 Estádio II e III	40
5.3 ARMADURA LATERAL	43

6 DETERMINAÇÃO DO CONSUMO DE MATERIAIS	44
6.1 CONSUMO DE MATERIAIS PARA VIGAS DE ALTURA CONSTANTE (SC) .	47
6.2 CONSUMO DE MATERIAIS PARA VIGAS DE ALTURA VARIÁVEL	50
6.2.1 Viga de altura variável (SV)	51
6.2.1 Viga de altura variável com grande variação (SM)	55
7 COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS	60
8 CONCLUSÕES	66
REFERÊNCIAS	69

1 INTRODUÇÃO

Geralmente as vigas são os elementos estruturais responsáveis por transmitir as cargas verticais das lajes e as distribuídas aplicadas na própria viga, para os pilares. Essas cargas geram solicitações, momentos de flexão e de torção e esforços cortantes, que deverão ser equilibrados por armaduras, longitudinais e transversais.

No cálculo da área de aço necessária para a estabilidade da estrutura, quando esta for de concreto armado, é necessário previamente estimar, dentre outras incógnitas, a seção transversal do elemento. A sua altura possibilita a verificação da altura da zona comprimida, que é necessária para definir a armadura necessária.

Na construção civil, as edificações são usualmente compostas por vigas de altura constante. Entende-se por viga de altura constante aquela que não apresenta variação na altura ao longo do vão, mas, entre diferentes vãos, a mesma viga pode ter alturas diferentes.

São consideradas vigas de altura variável aquelas em que a altura varia num mesmo vão, formando trapézios ou curvas. Tal configuração permite otimizar o projeto de estruturas com grandes vãos, podendo ser uma solução econômica, além de garantir o bom funcionamento da estrutura. São frequentemente adotadas como solução em obras de arte, como viadutos e pontes, e comumente encontradas em obras com elementos pré-moldados.

A variação na altura implica na modificação no cálculo tanto da armadura longitudinal de flexão, como da transversal, geralmente responsável por resistir aos esforços de corte. Essa variação pode resultar em diferenças na área de aço quando em comparação com uma viga de altura constante.

Desta forma, buscou-se neste trabalho verificar a eficiência das vigas de altura variável para uma passarela em concreto armado moldado *in loco*, quando em comparação com uma viga de altura constante, para condições estruturalmente semelhantes. Foi considerado um aumento gradativo na região dos apoios.

Foi analisada a eficiência das vigas para duas situações: para passarela bi-apoiada e para passarela de dois tramos. Cada condição de apoio foi analisada para comprimentos totais de vãos de 10, 20 e 30 m.

Para cada combinação (comprimento de vão e condição de apoio), foi estabelecida uma geometria para as vigas de altura constante. A maior altura da viga de altura variável foi limitada pela altura adotada para a viga de altura constante, a fim de melhor visualização do resultado da comparação.

Assim, no segundo capítulo tem-se a apresentação das diretrizes de pesquisa do trabalho, incluindo a questão de pesquisa, objetivos, delimitação, limitações e delineamento que orientaram a realização deste trabalho. No terceiro capítulo, são apresentadas as definições dos estados limites e as ações atuantes na estrutura. No quarto capítulo, são apresentadas algumas propriedades de interesse para o estudo deste trabalho, como as resistências do concreto e do aço, e os domínios de deformação, sendo analisado o comportamento conjunto do concreto e do aço. No quinto capítulo são apresentadas as fórmulas para o dimensionamento das vigas, além de exigências da NBR 6118/2003, como armaduras máximas e mínimas e armadura lateral para vigas com altura maior que 60cm.

No sexto capítulo são apresentados os resultados obtidos através dos cálculos. Primeiramente os resultados foram organizados separadamente, analisando-se cada tipo de viga individualmente. Após, no sétimo capítulo, foram agrupados esses resultados em gráficos, sendo comparadas as vigas de altura variável e de altura constante, a fim de visualizar mais facilmente a economia gerada pelas vigas de altura variável, quando esta ocorre. A eficiência foi medida através da análise dos resultados obtidos dos cálculos das duas geometrias de vigas, de altura constante e variável. Foi considerada a quantidade de material utilizado e o comportamento estrutural como comparativo de eficiência. No oitavo capítulo apresenta-se a conclusão.

2 DIRETRIZES DA PESQUISA

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa do trabalho é: comparando-se vigas de altura constante e variável de concreto armado moldado *in loco*, as de altura variável são estruturalmente vantajosas e eficientes, quando analisados seu desempenho e economia de material?

2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

2.2.1 Objetivo Principal

O objetivo principal do trabalho é a verificação da eficiência das vigas de altura variável de passarela em concreto armado moldado *in loco*, quando em comparação com vigas de altura constante, para condições estruturalmente semelhantes, além da verificação da vantagem na utilização destas vigas.

2.2.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários do trabalho são:

- a) descrição do consumo de material das vigas de altura constante e variável – concreto, área de aço e formas;
- b) avaliação do desempenho em termos de estado limite último das vigas de altura variável.

2.3 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se a análise do comportamento das vigas de passarelas em concreto armado moldado *in loco*.

2.4 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

- a) seção transversal retangular;
- b) geometria da passarela, bi-apoiada e de 2 tramos;
- c) os vãos estudados foram de 10, 20 e 30 m;
- d) os cálculos foram realizados para dois valores de f_{ck} , 30 e 40 MPa;
- e) as solicitações foram calculadas com o auxílio do *software* FTOOL (MARTHA, 2012);
- f) as armaduras necessárias foram calculadas com o auxílio do *software* vigaS (trabalho não publicado)¹.

2.5 DELINEAMENTO

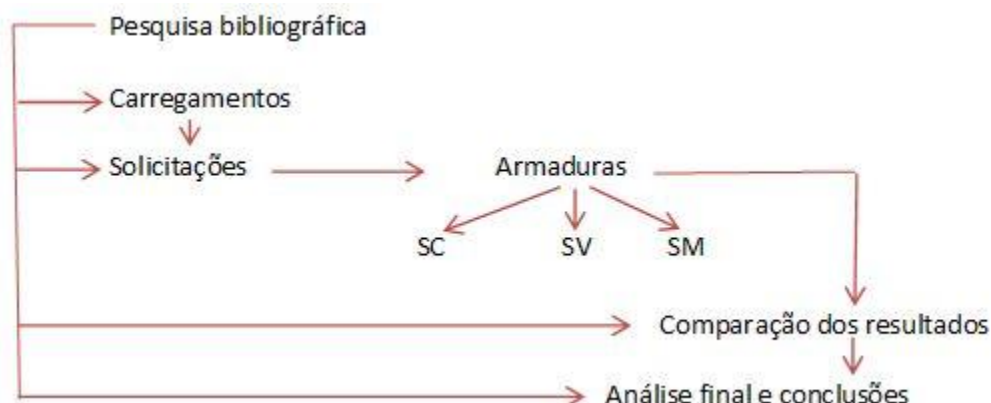
O trabalho foi realizado através das etapas apresentadas a seguir, que estão representadas na figura 1, e são descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) definição da seção transversal;
- c) cálculo dos carregamentos;
- d) cálculo das solicitações;
- e) cálculo das armaduras necessárias;
- f) cálculo dos consumos de materiais;
- g) comparação dos resultados;
- h) análise final e conclusões.

¹ Trabalho apresentado no Salão de Iniciação Científica UFRGS sob orientação do professor Roberto Domingo Rios.

A pesquisa bibliográfica foi direcionada a um aprofundamento do conhecimento relacionado às vigas de altura constante e variável, sendo estudadas as fórmulas para os cálculos das armaduras necessárias. Esta foi realizada continuamente ao longo de todas as etapas do trabalho de diplomação.

Figura 1 – Diagrama das etapas da pesquisa



(fonte: elaborada pela autora)

O cálculo dos carregamentos consiste na combinação das ações atuantes na estrutura, para o ELU. Segundo a NBR 8681, ações são as responsáveis por provocar o aparecimento das solicitações e deformações atuantes na estrutura (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2004, p. 1). A partir da obtenção dos carregamentos, foram determinados os esforços solicitantes, com o auxílio de *software* específico, para cada vão adotado.

As seções transversais foram definidas de acordo com o comprimento do vão a ser vencido, e o peso próprio foi considerado no cálculo dos carregamentos. Com os resultados obtidos da análise das solicitações, e com o auxílio das equações definidas na pesquisa bibliográfica, foram obtidas áreas de aço, que servem para equilibrar a estrutura e garantir a sua estabilidade estrutural.

Com todos os cálculos realizados pode-se verificar os quantitativos de materiais, como o volume de concreto, área de formas e o peso de aço resultantes. Estes resultados foram organizados em forma de planilha, segundo os comprimentos dos vãos entre apoios, para melhor visualização da viga que possui menor consumo para cada situação. Foram ainda montados gráficos a fim de melhor visualizar a eficiência das vigas de altura variável.

A análise final consiste na comparação dos resultados. Na conclusão do trabalho, é apresentado se as vigas de altura variável são eficientes e mais econômicas, quando comparadas com as vigas de altura constante.

3 ESTADOS LIMITES E AÇÕES

As estruturas de concreto armado devem atender determinados requisitos de qualidade, como segurança durabilidade e bom desempenho, além de serem econômicas e esteticamente bonitas (ARAÚJO, 2003, p. 51). O estudo dos estados limites permite o conhecimento do comportamento das peças de concreto armado. As ações atuantes na estrutura dependem do estado limite em que esta está sendo projetada, pois serão combinadas e majoradas com coeficientes de acordo com cada estado limite, a fim de evitar a ocorrência de ruína estrutural. Nos próximos itens serão expostas as definições destes aspectos.

3.1 ESTADOS LIMITES

Estado limite é o estado que a estrutura atinge quando é considerada inadequada para sua finalidade, quando não atende mais aos critérios estabelecidos para o uso ou aceitação dos usuários. O objetivo do dimensionamento das estruturas de concreto armado é garantir estabilidade, durabilidade e conforto, ou seja, evitar que o estado limite seja atingido (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003). Estes estados limites são divididos em ELU e ELS, que serão apresentados a seguir.

3.1.1 Estado limite último (ELU)

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 4), ELU é o “Estado limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura.”. Corresponde ao máximo da capacidade portante da estrutura, podendo originar-se de:

- a) perda de estabilidade;
- b) ruptura de seções críticas;
- c) ruptura após plastificação.

A resistência de cálculo é obtida através da majoração das cargas e as resistências dos materiais minoradas. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 108), a deformação máxima admitida do concreto é de $\varepsilon_c=3,5 \text{ ‰}$ e do aço $\varepsilon_{yd}=10 \text{ ‰}$.

Fusco (1981, p. 3) define:

Este estado limite último é alcançado quando na fibra mais comprimida de concreto o encurtamento é igual a um valor último convencional ε_c , ou quando na armadura tracionada a barra de aço mais deformada tem o alongamento igual ao valor último convencional $\varepsilon_{yd}=10 \text{ ‰}$.

3.1.2 Estado limite de serviço (ELS)

O ELS é definido pela NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2004, p. 1) como os “Estados que, por sua ocorrência, repetição ou duração, causam efeitos estruturais que não respeitam as condições especificadas para o uso normal da construção, ou que são indícios de comprometimento da durabilidade da estrutura.”. Este estado limite pode ser atingido por deformações, fissurações excessivas e vibração.

3.2 AÇÕES

Ações são o conjunto de solicitações que podem ocorrer simultaneamente na estrutura num período de tempo (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2004, p. 3). Podem ser classificadas em ações permanentes, variáveis e excepcionais, que serão definidos nos próximos itens.

3.2.1 Ações permanentes

As ações permanentes são aquelas que ocorrem durante toda a vida útil da estrutura. Estas ações tem intensidade constante (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1987, p. 5).

São resultantes do peso próprio (25 kN/m³ para concreto armado), peso de materiais de pavimentação (valor mínimo a ser considerado de 24 kN/m³ e carga adicional de 2 kN/m²), deformações impróprias, entre outros (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1987, p. 5-8).

3.2.2 Ações variáveis

São compreendidas como ações variáveis aquelas que variam de intensidade ao longo da vida útil da estrutura. São elas: cargas móveis (resultantes do tráfego de pedestres e automóveis), cargas devido ao vento e cargas durante a etapa construtiva (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1987, p. 9-11).

As cargas móveis são conhecidas como trem-tipo, e são definidas pela NBR 7188 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1982, p. 1-2). Para passarelas de pedestre, a NBR 7188 indica que o trem-tipo é de “Classe única, na qual a carga móvel é uma carga uniformemente distribuída de intensidade $p=5$ kN/m² [...]”.

3.3 COMBINAÇÃO DAS AÇÕES

A combinação deve ser tal que resulte na pior resultante possível de ocorrer. Para este trabalho, as ações serão majoradas no ELU, cujos coeficientes de ponderação γ_f (fórmula 1) são definidos pela NBR 6118 e podem ser visualizados nas tabelas 1 e 2 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 58-59):

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \times \gamma_{f2} \times \gamma_{f3} \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

γ_f = coeficiente de ponderação das ações;

γ_{f1} = coeficiente de ponderação que considera a variabilidade das ações;

γ_{f2} = coeficiente de ponderação que considera a simultaneidade de atuação das ações;

γ_{f3} = coeficiente de ponderação que considera os desvios gerados nas construções.

Tabela 1 – coeficiente γ_f

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ¹⁾	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:

D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

¹⁾ Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

Tabela 2 – coeficiente γ_w

Ações		γ_w		
		ψ_0	ψ_1 ¹⁾	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ³⁾	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

¹⁾ Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23.

²⁾ Edifícios residenciais.

³⁾ Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

As combinações últimas são realizadas segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 61). Para as ações que irão atuar na passarela estudada, a fórmula para a combinação das ações atuantes é apresentada na fórmula 2:

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_q F_{q1k} \quad (\text{fórmula 2})$$

Onde:

F_d = valor de cálculo das combinações últimas;

γ_g = coeficiente de ponderação do ELU para ação permanente;

F_{gk} = ação permanente direta;

γ_q = coeficiente de ponderação do ELU para ação variável;

F_{q1k} = ação variável principal.

4 RESISTÊNCIAS E DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÕES

Para o concreto e para o aço, as propriedades que interessam ao estudo do concreto armado são a resistência à ruptura e à deformação. O comportamento conjunto das peças de concreto armado é separado em domínios de deformação, e estes itens serão expostos a seguir.

4.1 RESISTÊNCIAS

As resistências adotadas no momento do dimensionamento das seções, chamadas de valores característicos, são minoradas. As resistências minoradas são chamadas de resistências de cálculo. Cada material apresenta uma determinada resistência, e estas são definidas nos próximos itens.

4.1.1 Resistência do concreto

Define-se resistência característica do concreto aquele valor que apresenta uma probabilidade de 95% de que se apresentem corpos de prova com valores mais altos que ele (ARAÚJO, 2003, p. 3). Segundo a NBR 6118, “[...] o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito aos 28 dias, de forma a confirmar o valor de f_{ck} adotado no projeto; [...]” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 63-64).

A resistência característica do concreto, por motivos de segurança, é minorada (coeficiente γ_c), resultando no valor de cálculo da resistência à compressão do concreto (fórmula 3). Da NBR 6118 (tabela 3) obtém-se o valor de γ_c para o ELU e para combinações normais. (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 64):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 3})$$

Onde:

f_{cd} = resistência à compressão de cálculo do concreto;

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto;

γ_c = coeficiente de ponderação do concreto para o ELU.

Tabela 3 – coeficiente γ_c

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

Sabe-se que o concreto não resiste muito à tração. Segundo a NBR 6118, “[...] as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, podem ser desprezadas, obrigatoriamente no ELU; [...]” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 107). Esta é definida nas fórmulas 4 a 7 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 26):

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctkinf}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 4})$$

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (\text{fórmula 5})$$

$$f_{ctkinf} = 0,7f_{ctm} \quad (\text{fórmula 6})$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ctm} \quad (\text{fórmula 7})$$

Onde:

f_{ctd} = resistência à tração de cálculo do concreto;

$f_{ctk,inf}$ = resistência à tração inferior de cálculo do concreto;

γ_c = coeficiente de ponderação do concreto para o ELU;

f_{ctm} = resistência à tração média de cálculo do concreto;

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto;

$f_{ctk,sup}$ = resistência à tração superior de cálculo do concreto.

4.1.2 Resistência do aço

Assim como para o concreto, a resistência de cálculo do aço é obtida dividindo-se a resistência característica por um coeficiente de segurança γ_s (ARAÚJO, 2003, p. 66). Segundo a NBR 7480, “A resistência de escoamento de barras e fios de aço pode ser caracterizada por um patamar no diagrama tensão-deformação ou calculada pelo valor da tensão sob carga correspondente à deformação permanente de 0,2%.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1996, p. 2).

A deformação limite no diagrama tensão-deformação da figura 2 não corresponde à ruptura do aço. Na tração, $\varepsilon_{yd}=10 \text{ ‰}$ é apenas uma limitação para evitar deformação excessiva, e na compressão a deformação é limitada em $\varepsilon_{yd}=3,5 \text{ ‰}$ devido ao funcionamento conjunto com o concreto.

As equações de compatibilidade estão demonstradas nas fórmulas 8 e 9:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{fórmula 8})$$

$$E_s = \frac{f_{yd}}{\epsilon_{yd}} \quad (\text{fórmula 9})$$

Onde:

f_{yd} = resistência de cálculo do aço;

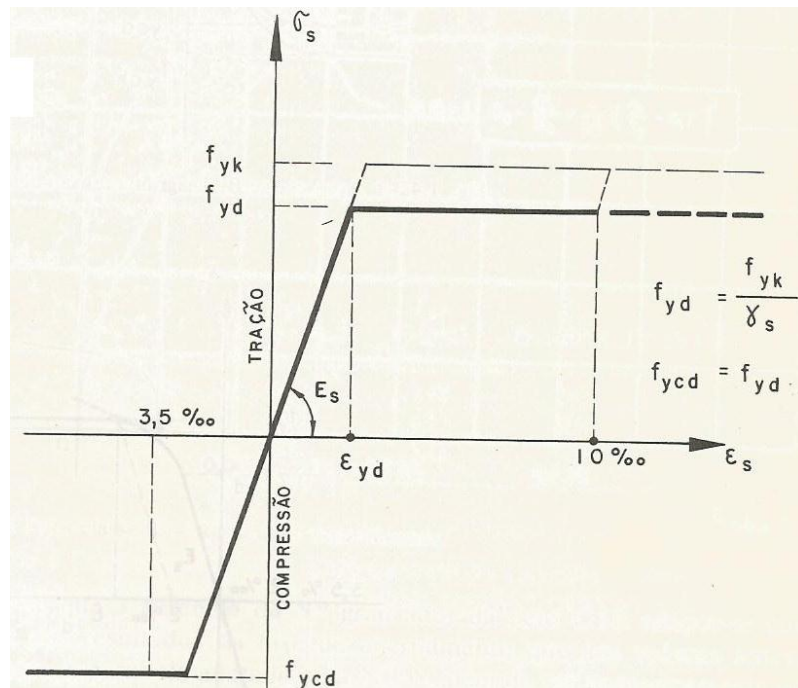
f_{yk} = tensão de escoamento do aço;

γ_s = coeficiente de ponderação do aço para o ELU;

E_s = módulo de elasticidade do aço;

ϵ_{yd} = deformação específica do aço.

Figura 2 – Diagrama tensão-deformação



(fonte: FUSCO, 1981, p. 11)

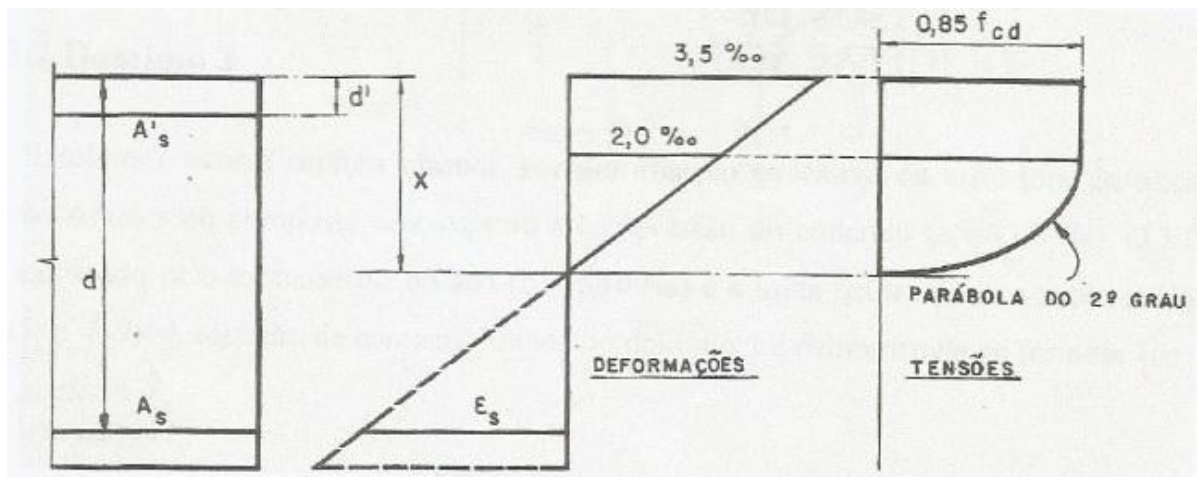
Na tabela 3 foi definido o valor de γ_s . Segundo a NBR 7480 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1996, p. 2), “De acordo com o valor característico da resistência de escoamento, as barras de aço são classificadas nas categorias CA-25 e CA-50, e os fios de aço na categoria CA-60.”, sendo a nomenclatura função do valor característico da tensão de escoamento f_{yk} (CA-50 equivale a $f_{yk}=500$ MPa). O módulo de elasticidade do aço da armadura é definido na NBR 8800 como sendo igual a 205.000 MPa (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1986, p. 5).

4.2 DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO

A força resistente é determinada de acordo com o domínio em que está situado o diagrama de deformações específicas de cálculo da seção analisada. Os domínios de 2 a 4, que são os utilizados nos dimensionamentos de vigas, são descritos nos próximos itens.

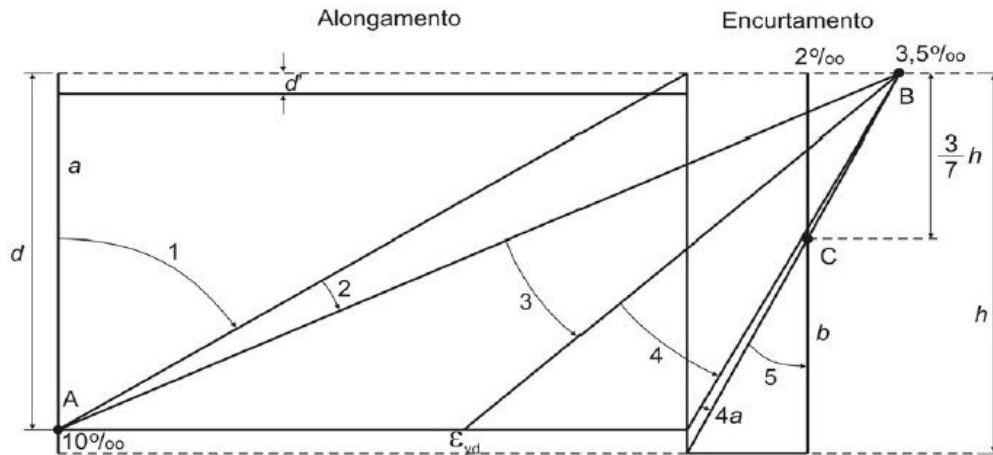
A distância da linha neutra até a fibra mais comprimida, chamada de x , é calculada através das equações de compatibilidade de deformações de cada domínio (FUSCO, 1981, p. 6). Admite-se que as tensões de compressão das peças de concreto tenham o comportamento apresentado no diagrama parábola-retângulo da figura 3. Na figura 4 pode-se ver a deformada de cada domínio.

Figura 3 – Diagrama parábola-retângulo



(fonte: FUSCO, 1981, p. 5)

Figura 4 – Domínios de deformação



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 108)

4.2.1 Domínio 2

No domínio 2 ocorre ruptura plástica por deformação excessiva da armadura de tração, e flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c=3,5\%$). O ELU é caracterizado pelo escoamento do aço ($\epsilon_{yd}=10\%$) e a linha neutra corta a seção (FUSCO, 1981, p. 8-9). A equação de compatibilidade do domínio 2 é demonstrada na fórmula 10:

$$\frac{3,5\%}{x_{23}} = \frac{10\%}{d - x_{23}} \quad (\text{fórmula 10})$$

Onde:

x_{23} = limite da altura da zona comprimida entre domínio 2 e domínio 3;

d = distância da armadura tracionada até a fibra mais comprimida.

Da fórmula 10 chega-se aos seguintes valores possíveis de x : $0 < x < 0,259d$. O valor limite entre os domínios 2 e 3 equivale a $x = 0,259d$.

O dimensionamento no domínio 2, assim como no domínio 1, não é econômico. Para atingir o equilíbrio são necessárias seções transversais muito esbeltas. As peças armadas neste domínio são chamadas de peças subarmadas (ARAÚJO, 2003, p. 81).

4.2.2 Domínio 3

O domínio 3 é caracterizado por comportamento não linear na zona comprimida, apresentando comportamento plástico. Ocorre ruptura à compressão do concreto ($\varepsilon_c=3,5\%$) com escoamento do aço ($\varepsilon_s > \varepsilon_{yd}$). A linha neutra corta a seção (FUSCO, 1981, p. 9).

Leonhardt e Mönnig (1977) afirmam que o domínio 3 é atingido quando “[...] a curva de deformação torna-se menos íngreme, quando o aço atinge o limite de escoamento e/ou o concreto se deforma plasticamente.”. Fusco (1981, p. 9) afirma que “[...] a ruptura do concreto ocorre simultaneamente com o escoamento da armadura. Esta é a situação desejável para projeto, pois os dois materiais são aproveitados inteiramente e, além disso, não há risco de ruína não-avisada.”.

A seção transversal, quando dimensionada corretamente, será composta apenas por armadura tracionada. Ao contrário do que ocorre no domínio 2, no domínio 3 a seção transversal não apresenta dimensões amplas. As peças armadas no domínio 3 são chamadas de peças normalmente armadas (ARAÚJO, 2003, p. 81).

As equações de compatibilidade são demonstradas nas fórmulas 11 e 12:

$$\frac{3,5\%}{x_{lim}} = \frac{\varepsilon_{yd}}{d - x_{lim}} \quad (\text{fórmula 11})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{x_{lim}}{d} \quad (\text{fórmula 12})$$

Onde:

x_{lim} = limite da altura da zona comprimida no domínio 3;

ε_3 = posição da linha neutra;

d = distância da armadura tracionada até a fibra mais comprimida.

Das fórmulas 11 e 12 chega-se aos seguintes valores possíveis de x : $0,259d < x < x_{lim}$, sendo $x = x_{lim}$ o valor limite entre os domínios 3 e 4. O valor de x_{lim} depende ε_{yd} , de forma que para cada tipo de aço resultará em um valor de x_{lim} diferente (fórmula 13):

$$x_{lim} = \frac{d}{1 + 1,36 \times 10^{-3} \times f_{yd}} \quad (\text{fórmula 13})$$

Onde:

x_{lim} = altura da zona comprimida no domínio 3;

f_{yd} = resistência de cálculo do aço;

d = distância da armadura tracionada até a fibra mais comprimida.

4.2.3 Domínio 4

No domínio 4, a ruptura da peça ocorre de forma frágil, pois o concreto rompe antes que a armadura tracionada se deforme excessivamente (FUSCO, 1981, p. 10). O concreto rompe por compressão ($\varepsilon_c=3,5\%$) sem escoamento do aço ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$). A linha neutra corta a seção transversal. Fusco (1981, p. 10) afirma:

No estado último, a deformação da armadura é inferior à deformação de início de escoamento. A ruptura ocorre, portanto, de forma frágil, não avisada, pois o concreto se rompe sem que a armadura tracionada possa provocar uma fissuração que sirva de advertência. As peças que chegam ao estado último no domínio 4 são ditas *superarmadas*, devendo ser evitadas tanto quanto possível.

O dimensionamento no domínio 4 não é econômico, conduzindo a situações de armadura comprimida, a fim de melhor aproveitar o aço (FUSCO, 1981, p. 33). Resulta em seções transversais pequenas e as peças de concreto armadas nesse domínio são chamadas de peças *superarmadas* (ARAÚJO, 2003, p. 81).

As equações de compatibilidade do domínio 4 estão demonstradas nas fórmulas 14 e 15:

$$\varepsilon_{4,1} = 3,5\% \frac{x_4 - d}{x_4} \quad (\text{fórmula 14})$$

$$\varepsilon_{4,2} = 3,5\% \frac{x_4 - d'}{x_4} \quad (\text{fórmula 15})$$

Onde:

$\varepsilon_{4,1}$ = deformação da armadura tracionada;

x_4 = altura da zona comprimida no domínio 4;

d = distância da armadura tracionada até a fibra mais comprimida;

$\varepsilon_{4,2}$ = deformação da armadura comprimida;

d' = distância da armadura comprimida até a fibra mais comprimida.

Das equações 14 e 15 chega-se ao seguinte intervalo de valores possíveis de x : $x_{lim} < x_4 < d$. O valor limite entre os domínios 3 e 4 equivale a $x = x_{lim}$.

5 DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS

Conhecidas as solicitações, determinado o f_{ck} que será utilizado para o dimensionamento, e tendo escolhido as dimensões da seção transversal pode-se realizar o dimensionamento das vigas. Este será dividido em dimensionamento à flexão, que irá determinar a armadura longitudinal que resiste ao momento fletor, e em dimensionamento ao corte, responsável por determinar a armadura transversal. Esses tipos de dimensionamento são detalhados nos próximos itens.

5.1 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

O dimensionamento à flexão tem como objetivo determinar a armadura longitudinal que irá equilibrar o momento fletor (M_d) conjuntamente com o concreto. O dimensionamento é feito no domínio 3, considerando que o concreto não resiste mais à tração, pois garante melhor aproveitamento de ambos os materiais (ARAÚJO, 2003, p. 81).

Admite-se que a seção transversal seja constante até o ELU. Assim, as deformações são proporcionais à distância à linha neutra em qualquer ponto da peça (FUSCO, 1981, p. 5).

Na figura 5, F_{cc} é a resultante da força resistente de compressão, e F_{st} é a resultante das forças de tração. Aplicando-se as condições de equilíbrio chega-se às fórmulas 21 a 23:

$$A_{cc} 0,85f_{cd} = A_s f_{yd} \quad (\text{fórmula 21})$$

$$M_d = A_{cc} 0,85f_{cd} (d - 0,5y) \quad (\text{fórmula 22})$$

$$y = 0,8x \quad (\text{fórmula 23})$$

Onde:

M_d = momento fletor;

A_{cc} = área de concreto da zona comprimida;

f_{cd} = resistência à compressão de cálculo do concreto;

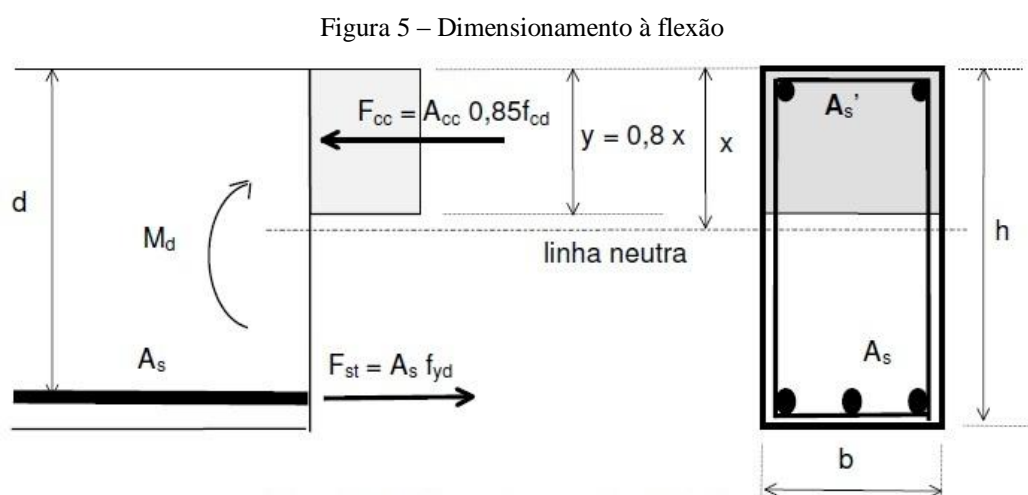
f_{yd} = resistência de cálculo do aço;

A_s = área de aço;

y = altura da zona comprimida;

x = distância da linha neutra até a fibra mais comprimida;

d = distância da armadura tracionada até a fibra mais comprimida.



(fonte: trabalho não publicado²)

As incógnitas do problema são a área de aço (A_s) e a altura da zona comprimida (y). A altura da zona comprimida pode ser determinada através da equação de equilíbrio de momentos e dos domínios de deformação, que possibilitam saber em que estágio se encontra a viga.

O dimensionamento à flexão é o mesmo para vigas de altura constante e variável. O momento fletor utilizado no dimensionamento é o momento máximo encontrado no diagrama de momentos, resultante da combinação das ações.

A fim de maior segurança das estruturas, a NBR 6118 determina taxas mínimas e máximas de armadura longitudinal. Estas taxas são apresentadas a seguir.

² Apostila da disciplina de Concreto Armado I, ministrada pela professora Virgínia Maria Rosito d'Ávila Bessa, do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, no segundo semestre de 2011.

5.1.1 Armadura mínima

A delimitação de uma armadura mínima serve para impedir a eventual ruptura do concreto. Segundo Araújo (2003, p. 105):

Além do dimensionamento das seções transversais no estado limite último, conforme foi apresentado, deve-se especificar uma área mínima da armadura tracionada. Isto se faz necessário para evitar uma ruptura brusca da seção na passagem do estado não fissurado (Estádio I) para o estado fissurado (Estádio II).

A tabela 4, retirada da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 117), apresenta as taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Tabela 4 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^{1)}$ ($A_{s,min}/A_c$)							
	f_{ck}	20	25	30	35	40	45	50
	ω_{min}							
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

¹⁾ Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado com base no valor de ω_{min} dado.

NOTA Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

Percebe-se que ρ depende do f_{ck} e da seção da peça de concreto. A área mínima de aço é determinada conforme a fórmula 24:

$$A_{smin} = \rho(b.h) \quad (\text{fórmula 24})$$

Onde:

$A_{s,min}$ = área mínima de armadura longitudinal;

ρ = taxa mínima de armadura;
 b = base da seção transversal;
 h = altura da seção transversal.

5.1.2 Armadura Máxima

A limitação de uma taxa de armadura máxima é devida a necessidade de assegurar condições de ductilidade. A taxa máxima de armadura longitudinal recomendada pela NBR 6118 está definida na fórmula 25 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 119):

$$A_{s,m\acute{a}x} = 4\% A_{cc} \quad (\text{f\acute{o}rmula 25})$$

Onde:

$A_{s,m\acute{a}x}$ = área máxima de armadura longitudinal;
 A_{cc} = área da peça.

5.2 DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE

O esforço cortante, ao contrário do momento fletor, não pode ser analisado isoladamente. A distribuição de tensões atuantes quando é considerado o momento fletor é diferente, apesar de a força resultante ter o mesmo valor numérico (FUSCO, 2008, p. 53).

De acordo com cada estágio de flexão, é determinada uma equação de compatibilidade. Para a compatibilidade com o esforço cortante, são apresentadas a seguir as equações.

5.2.1 Estádio I

As peças no estágio I ainda resistem à tração, obedecem a Lei de Hooke (LEONHARDT; MÖNNIG, 1977, p. 175). O dimensionamento é feito com as equações da Resistência dos Materiais, sem desprezar a resistência do concreto à tração. A fórmula de compatibilidade do

esforço cortante atuando conjuntamente com o momento fletor, na linha neutra, em que o momento estático é maior, é demonstrada na fórmula 26 (FUSCO, 2008, p. 19):

$$\tau_o = \frac{V \times S}{b \times I} \quad (\text{fórmula 26})$$

Onde:

τ_o = tensão tangencial de cisalhamento na linha neutra;

V = esforço cortante;

I = momento de inércia em relação à linha neutra;

S = momento estático em relação à linha neutra;

b = largura da seção transversal.

5.2.2 Estádio II e III

Na zona comprimida a distribuição de tensões se comporta como no estágio I. Na zona tracionada, fissurada, o concreto não resiste mais e as tensões tangenciais são provenientes da força transmitida pela armadura ao concreto por aderência (FUSCO, 2008, p. 47).

No estágio II o concreto não resiste mais à tração. O Estádio III é caracterizado por comportamento não linear na zona comprimida, apresentando comportamento plástico

Segundo a NBR 6118, o dimensionamento ao esforço cortante necessita satisfazer algumas condições (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 121). Estas estão nas fórmulas 27 a 32:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (\text{fórmula 27})$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (\text{fórmula 28})$$

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}b_wd \quad (\text{fórmula 29})$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (\text{fórmula 30})$$

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} 0,9 \times d \times f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (\text{fórmula 31})$$

$$V_c = V_{c0} = 0,6f_{ctd} b_w d \quad (\text{fórmula 32})$$

Onde:

V_{Sd} = força cortante solicitante de cálculo;

V_{Rd2} = força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas;

V_{Rd3} = força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal;

V_c = parcela absorvida pelo concreto;

V_{sw} = parcela absorvida pela armadura transversal;

α_{v2} = coeficiente de minoração para verificação da diagonal de compressão do concreto;

A_{sw} = área de armadura transversal;

f_{cd} = resistência à compressão de cálculo do concreto;

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto;

b_w = menor largura da seção;

d = distância da armadura tracionada até a fibra mais comprimida;

s = espaçamento da armadura transversal;

f_{ywd} = tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor f_{yd} no caso dos estribos ;

α = ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal;

V_{c0} = valor de referência para V_c para bielas inclinadas em 45°;

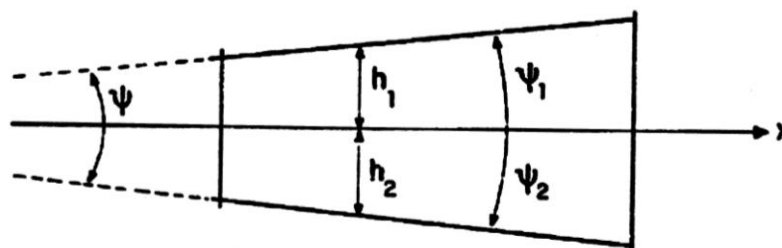
f_{ctd} = resistência a tração de cálculo do concreto;

$f_{ctd, inf}$ = resistência a tração de cálculo do concreto.

Para as vigas de seções variáveis, Fusco (2008, p. 19) afirma “Como em geral a tensão de cisalhamento é máxima na fibra que contém o centro de gravidade da seção, no caso de barras de seção variável, usualmente são estudadas apenas as tensões τ_o nessa fibra.”.

A análise é feita através de uma redução do esforço cortante atuante na seção. Essa redução leva em consideração a inclinação e altura de cada banzo em relação à linha neutra (figura 6).

Figura 6 – Inclinação dos banzos numa viga de altura variável



(fonte: FUSCO, 2008, p. 27)

As fórmulas 33 e 34 demonstram os cálculos extras que se fazem necessários para o dimensionamento da viga de altura variável:

$$V_{\text{red}} = V \pm \frac{M_d}{h'} \tan \psi \quad (\text{fórmula 33})$$

$$\tau_o = \frac{V_{\text{red}} \times S}{b \times I} \quad (\text{fórmula 34})$$

Onde:

V_{red} = esforço cortante reduzido;

V = esforço cortante;

M_d = momento fletor;

h' = altura no ponto analisado;

ψ = inclinação dos banzos em relação ao eixo longitudinal;

τ_o = tensão tangencial de cisalhamento na linha neutra;

S = momento estático em relação à linha neutra;

I = momento de inércia em relação à linha neutra;

b = largura da seção transversal.

Quanto a variação do sinal, “[...] é tomado o sinal (-) quando $|M|$ e h crescem no mesmo sentido, e o sinal (+) quando crescem em sentidos opostos.” (FUSCO, 2008, p. 29). O esforço cortante reduzido é a parcela transmitida pelos banzos (FUSCO, 2008, p. 39).

Para a seção variável, para obter-se um resultado mais preciso é possível realizar um escalonamento no cálculo do esforço cortante reduzido. Quanto mais fatias forem escolhidas,

mais preciso será o resultado. Fusco (2008, p. 85) recomenda três divisões, sendo elas no início, no meio e no fim da seção inclinada.

Leonhardt e Mönnig (1977, p. 180) afirmam que no estágio II a viga se comporta como uma treliça, devido às fissuras oriundas do cisalhamento. Fusco (2008, p. 97) descreve “No estado fissurado, a viga de concreto armado tem um funcionamento que lembra o das treliças. As bielas diagonais delimitadas pelas fissuras formam as diagonais comprimidas e as armaduras transversais formam os tirantes que ligam os banzos da treliça.”.

A fim de evitar a ruptura brusca, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 119) exige uma taxa mínima de armadura transversal (fórmula 35):

$$\frac{A_{sw,min}}{b_w s} = 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad (\text{fórmula 35})$$

Onde:

$A_{sw,min}$ = área mínima de armadura transversal;

s = espaçamento da armadura;

f_{yk} = tensão de escoamento do aço;

b_w = menor largura da seção;

f_{ctm} = resistência à tração média de cálculo do concreto.

5.3 ARMADURA LATERAL

A NBR 6118 exige utilização de armadura lateral para vigas com altura maior do que 60 cm. A mínima armadura em cada face deve ser a determinada na fórmula 36 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 118):

$$A_{s,pele} = 0,1\% A_c \quad (\text{fórmula 36})$$

Onde:

$A_{s,pele}$ = área de armadura de pele;

A_c = área da peça.

6 DETERMINAÇÃO DO CONSUMO DE MATERIAIS

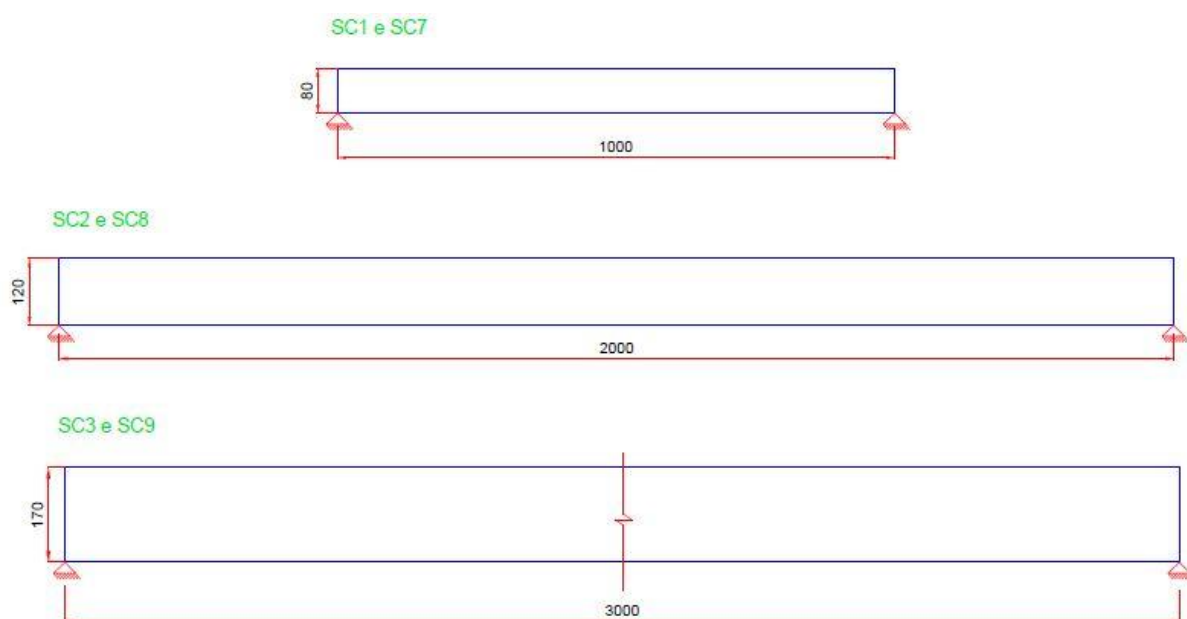
Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos nos cálculos das vigas de altura constante e variável a partir da determinação do vão entre apoios e geometria da passarela para o consumo de materiais. Para realizar os cálculos algumas considerações foram feitas:

- classe de agressividade ambiental I, sendo o comprimento $c=2,5$ cm;
- concreto C30 e C40 e aço CA50;
- trem-tipo de 5 kN/m^2 , definido pela NBR 7188 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1982, p. 1-2).

As vigas analisadas foram:

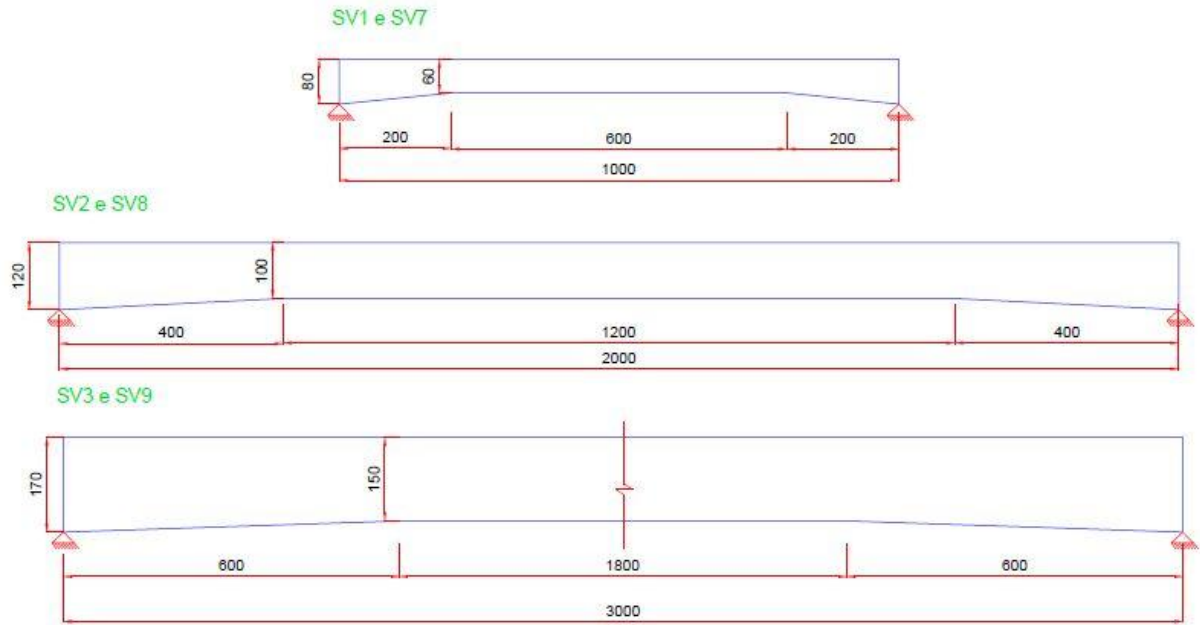
- bi-apoiadas de altura constante (figura 7);
- bi-apoiadas de altura variável (figura 8);
- bi-apoiadas com grande variação de altura (figura 9);
- contínuas de altura constante (figura 10);
- contínuas de altura variável (figura 11);
- contínuas grande variação de altura (figura 12).

Figura 7 – Vigas bi-apoiadas de altura constante



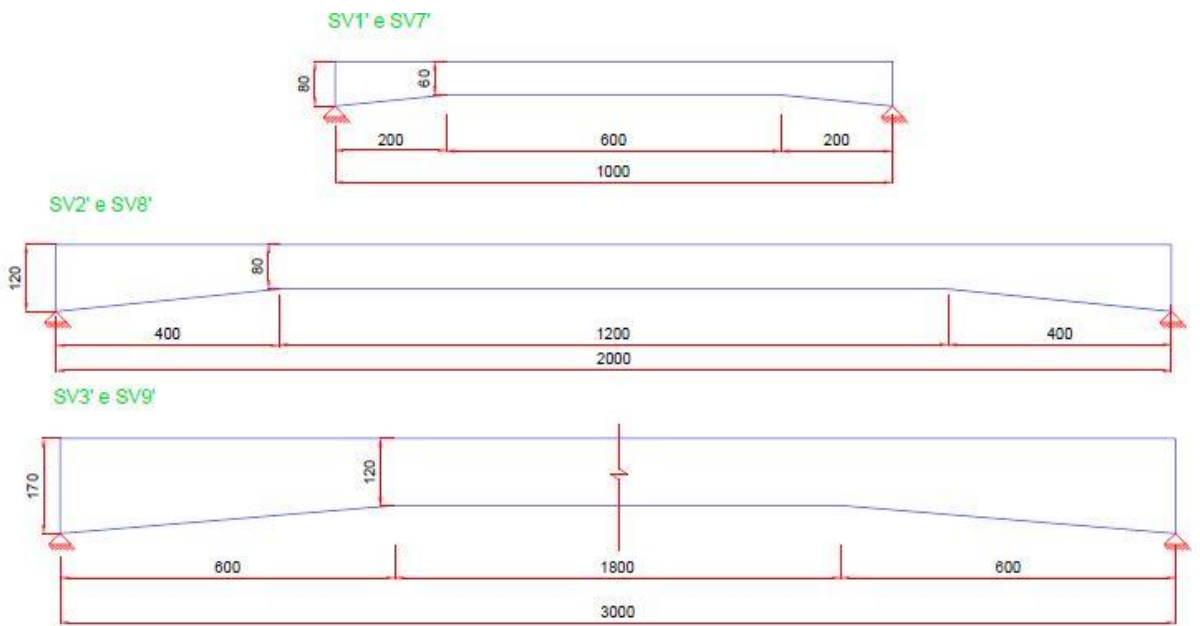
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 8 – Vigas bi-apoiadas de altura variável



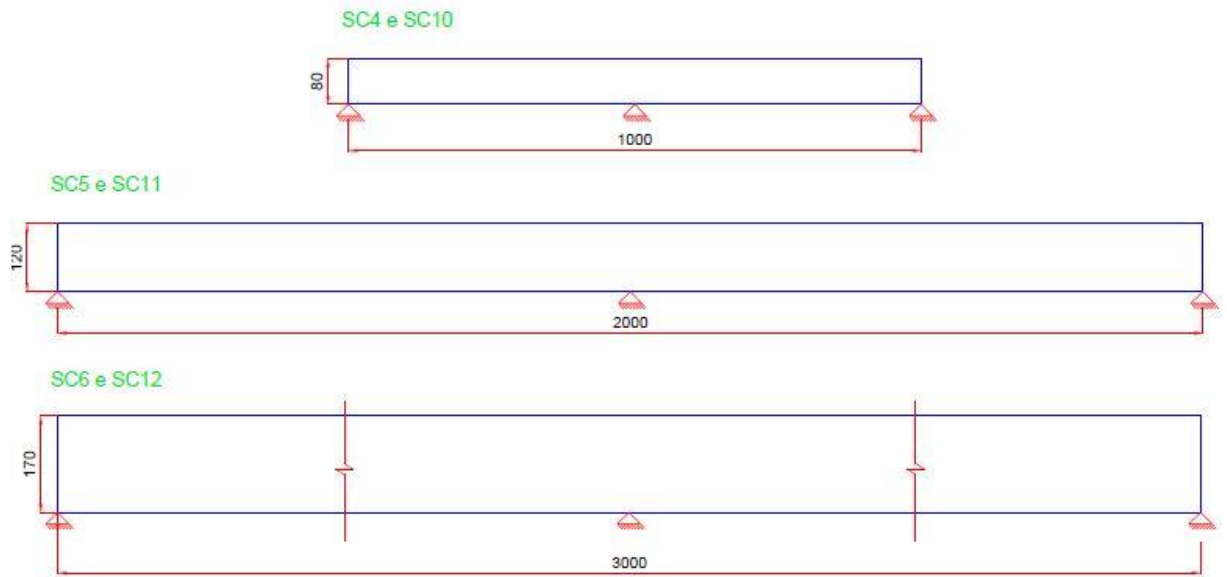
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 9 – Vigas bi-apoiadas com grande variação de altura



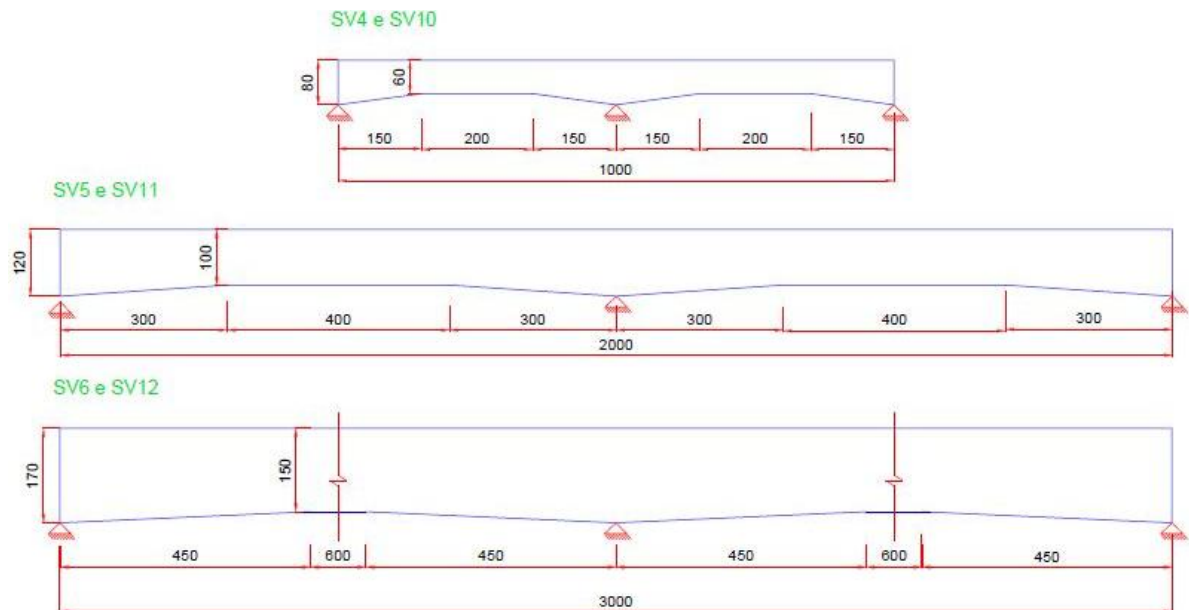
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 10 – Vigas contínuas de altura constante



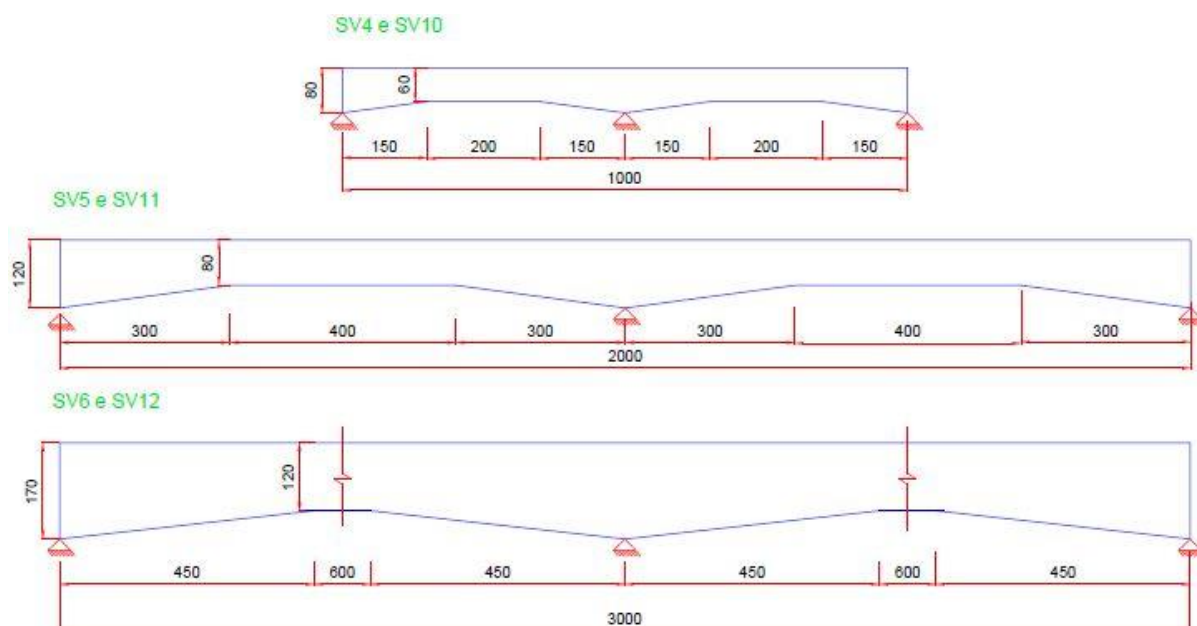
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 11 – Vigas contínuas de altura variável



(fonte: elaborado pela autora)

Figura 12 – Vigas contínuas com grande variação de altura



(fonte: elaborado pela autora)

Nos próximos itens são apresentados os resultados obtidos de cada análise.

6.1 CONSUMO DE MATERIAIS PARA VIGAS DE ALTURA CONSTANTE (SC)

Para determinação dos valores das solicitações atuantes, foram organizadas em tabela, segundo altura e comprimento da viga, as resultantes do peso próprio, que pode ser visto na tabela 5. Esses valores foram combinados com a ação variável, expostos na tabela 6 e 7.

Tabela 5 – Peso próprio vigas de altura constante

Ação Permanente - Seção Constante									
Seção Constante	Base (cm)	Altura (cm)	Tipo de apoio	Comprimento do vão (m)	f_{ck} (Mpa)	Peso do concreto (kN/m^3)	Peso Próprio pavimentação (kN/m^3)	Espessura revestimento (cm)	Peso próprio (kN/m)
SC1	40	80	bi apoiada	10	30	25	24	3	8,29
SC2	40	120	bi apoiada	20	30	25	24	3	12,29
SC3	40	170	bi apoiada	30	30	25	24	3	17,29
SC4	40	80	2 tramos	5	30	25	24	3	8,29
SC5	40	120	2 tramos	10	30	25	24	3	12,29
SC6	40	170	2 tramos	15	30	25	24	3	17,29
SC7	40	80	bi apoiada	10	40	25	24	3	8,29
SC8	40	120	bi apoiada	20	40	25	24	3	12,29
SC9	40	170	bi apoiada	30	40	25	24	3	17,29
SC10	40	80	2 tramos	5	40	25	24	3	8,29
SC11	40	120	2 tramos	10	40	25	24	3	12,29
SC12	40	170	2 tramos	15	40	25	24	3	17,29

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 6 – Ação variável

Ação Variável			
	P (kN/m^2)	base viga	Ação variável (kN/m)
trem-tipo	5	40	2

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 7 – Combinações vigas de altura constante

Combinações - Seção Constante						
Combinação	Ação variável (kN/m)	Seção Constante	Valor da ação permanente (kN/m)	γ_f Permanente	γ_f Variável	Solicitação (kN/m)
C1	2	SC1 e SC7	8,29	1,4	1,4	14,40
C2	2	SC2 e SC8	12,29	1,4	1,4	20,00
C3	2	SC3 e SC9	17,29	1,4	1,4	27,00
C4	2	SC4 e SC10	8,29	1,4	1,4	14,40
C5	2	SC5 e SC11	12,29	1,4	1,4	20,00
C6	2	SC6 e SC12	17,29	1,4	1,4	27,00

(fonte: elaborado pela autora)

Após a determinação das solicitações atuantes em cada viga, foi criado um modelo no programa FTOOL (MARTHA, 2012), no qual foram retirados os momentos fletores e esforço

cortante, cujos resultados estão na tabela 8. Embora a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 81) sugira a redistribuição dos esforços com redução no apoio intermediário e o correspondente incremento nos vãos, neste trabalho não foi realizada tal redistribuição, apenas foi considerada a limitação no valor da altura da seção comprimida. Tal redistribuição foi desconsiderada para não introduzir mais uma variável que possa alterar os resultados de comparação entre as opções de altura constante e altura variável. Observe-se que tampouco foram realizados as envoltórias dos diagramas de solicitações. Nos pontos de momento fletor negativo, as vigas de altura variável já apresentavam menor armadura necessária do que as de altura constante para este caso, sendo então esta redistribuição desnecessária. Já no momento fletor positivo, sendo este o ponto crítico para ambas as vigas nos casos analisados, e ponto onde as vigas de altura variável consumiram mais aço do que as de altura constante, resultou num aumento no momento fletor positivo da ordem de 10%.

Tabela 8 – Solicitações vigas de altura constante

Solicitações - Seção Constante									
Combinação	Seção Constante	Base (cm)	Altura (cm)	Tipo de apoio	Comprimento do vão (m)	Cortante (kN)	Cortante apoio intermediário (kN)	Mf (+) (kNm)	Mf (-) (kNm)
C1	SC1 e SC7	40	80	bi apoiada	10	72	-	180	-
C2	SC2 e SC8	40	120	bi apoiada	20	200	-	1000	-
C3	SC3 e SC9	40	170	bi apoiada	30	405	-	3037,5	-
C4	SC4 e SC10	40	80	2 tramos	5	27	45	25,3	45
C5	SC5 e SC11	40	120	2 tramos	10	75	125	140,6	250
C6	SC6 e SC12	40	170	2 tramos	15	151,9	253,1	427,1	759,4

(fonte: elaborado pela autora)

Com o momento fletor e esforço cortante máximos foi utilizado o programa vigaS (trabalho não publicado)³ para o dimensionamento das armaduras. Para cada resultado, foram definidas as armaduras a serem utilizadas, e essas na tabela 9.

³Trabalho apresentado no Salão de Iniciação Científica UFRGS sob orientação do professor Roberto Domingo Rios.

Foi ainda verificado o consumo dos materiais, volume de concreto, área de formas e peso de aço. Estes resultados estão apresentados na tabela 10.

Tabela 9 – Armaduras vigas de altura constante

Armadura - Seção Constante										
Seção Constante	Combinação	d (cm)	As (cm ²)		As, ef		Asw (cm ² /m)	Asw, ef		As pele
			M+	M-		cm ²			cm ² /m	
SC1	C1	76	7,87		4 φ16	8,04	4,63	φ6,3 c/13	4,8	3,2
SC2	C2	116	30,02		10 φ20	31,6				4,8
SC3	C3	165,6	67,25		14 φ25	68,74				6,8
SC4	C4	77	5,33	5,33	7 φ10	5,5				3,2
SC5	C5	116	8,03	8,03	4 φ16	8,04				4,8
SC6	C6	166	11,49	11,49	4 φ20	12,57				6,8
SC7	C1	76	7,81		5 φ16	10,05	5,61	φ6,3 c/11	5,67	3,2
SC8	C2	116	29,43		10 φ20	31,6				4,8
SC9	C3	165,6	64,77		14 φ25	68,74				6,8
SC10	C4	76,2	7,08	7,08	6 φ12,5	7,36				3,2
SC11	C5	116	10,67	10,67	6 φ16	12,06				4,8
SC12	C6	166	15,27	15,27	5 φ20	15,71				6,8

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 10 – Consumo de materiais vigas de altura constante

Consumo - Seção Constante											
Seção Constante	As, ef		Asw (cm ² /m)	Asw, ef		Aço (kg/m)	Comprimento (m)	Consumo Aço (kg)	Área de Formas (m ²)	Volume (m ³)	Taxa Constante (kg/m ³)
		cm ²			cm ² /m						
SC1	4 φ16	8,04	4,63	φ6,3 c/13	4,80	6,31	10	63,12	20	3,20	19,73
SC2	10 φ20	31,6				24,66	20	493,2	56	9,60	51,38
SC3	14 φ25	68,74				53,94	30	1618,26	114	20,40	79,33
SC4	7 φ10	5,5				4,32	5	21,595	10	3,20	6,75
SC5	4 φ16	8,04				6,31	10	63,12	28	9,60	6,58
SC6	4 φ20	12,57				9,86	15	147,96	57	20,40	7,25
SC7	5 φ16	10,05	5,61	φ6,3 c/11	5,67	7,89	10	78,9	20	3,20	24,66
SC8	10 φ20	31,6				24,66	20	493,2	56	9,60	51,38
SC9	14 φ25	68,74				53,94	30	1618,26	114	20,40	79,33
SC10	6 φ12,5	7,36				5,78	5	28,89	10	3,20	9,03
SC11	6 φ16	12,06				9,47	10	94,68	28	9,60	9,86
SC12	5 φ20	15,71				12,33	15	184,95	57	20,40	9,07

(fonte: elaborado pela autora)

6.2 CONSUMO DE MATERIAIS PARA VIGAS DE ALTURA VARIÁVEL

O procedimento para dimensionamento das vigas de altura variável é semelhante ao da constante, porém o dimensionamento possui uma etapa a mais. Aqui foi verificado para uma

variação pequena na altura e uma variação mais significativa, a fim de visualizar as vantagens em cada caso.

6.2.1 Viga de altura variável (SV)

Os resultados dos cálculos do peso próprio e das combinações para as diferentes condições de apoio e altura podem ser vistos nas tabelas 11 a 13.

Tabela 11 – Peso próprio das vigas de altura variável

Ação Permanente - Seção Variável													
Seção Variável	Base (cm)	Altura máx (cm)	Altura min (cm)	Tipo de apoio	Comprimento do vão (m)	Comprimento do vão variável (m) (em cada extremidade)	Comprimento do vão constante (m)	f_{ck} (Mpa)	Peso do concreto (kN/m^3)	Peso Próprio pavimentação (kN/m^3)	Espessura revestimento (cm)	Peso próprio hmáx (kN/m)	Peso próprio hmin (kN/m)
SV1	40	80	60	bi apoiada	10	2	6	30	25	24	3	8,29	6,29
SV2	40	120	100	bi apoiada	20	4	12	30	25	24	3	12,29	10,29
SV3	40	170	150	bi apoiada	30	6	18	30	25	24	3	17,29	15,29
SV4	40	80	60	2 tramos	5	1,5	2	30	25	24	3	8,29	6,29
SV5	40	120	100	2 tramos	10	3	4	30	25	24	3	12,29	10,29
SV6	40	170	150	2 tramos	15	4,5	6	30	25	24	3	17,29	15,29
SV7	40	80	60	bi apoiada	10	2	6	40	25	24	3	8,29	6,29
SV8	40	120	100	bi apoiada	20	4	12	40	25	24	3	12,29	10,29
SV9	40	170	150	bi apoiada	30	6	18	40	25	24	3	17,29	15,29
SV10	40	80	60	2 tramos	5	1,5	2	40	25	24	3	8,29	6,29
SV11	40	120	100	2 tramos	10	3	4	40	25	24	3	12,29	10,29
SV12	40	170	150	2 tramos	15	4,5	6	40	25	24	3	17,29	15,29

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 12 – Ação variável

Ação Variável			
	P (kN/m^2)	base viga	Ação variável (kN/m)
trem-tipo	5	40	2

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 13 – Combinações viga de altura variável

Combinações - Seção Variável								
Combinação	Ação variável (kN/m)	Seção Variável	Valor da ação permanente máxima (kN/m)	Valor da ação permanente mínima (kN/m)	γ_f Permanente	γ_f Variável	Solicitação h _{máx} (kN/m)	Solicitação h _{min} (kN/m)
CV1	2	SV1 e SV7	8,29	6,29	1,4	1,4	14,40	11,60
CV2	2	SV2 e SV8	12,29	10,29	1,4	1,4	20,00	17,20
CV3	2	SV3 e SV9	17,29	15,29	1,4	1,4	27,00	24,20
CV4	2	SV4 e SV10	8,29	6,29	1,4	1,4	14,40	11,60
CV5	2	SV5 e SV11	12,29	10,29	1,4	1,4	20,00	17,20
CV6	2	SV6 e SV12	17,29	15,29	1,4	1,4	27,00	24,20

(fonte: elaborado pela autora)

Aqui, os carregamentos não são todos compostos por carga uniformemente distribuída retangular. As regiões onde há variação de altura são compostas por carga uniformemente distribuída triangular (figura 11). Após a obtenção das solicitações através do *software* FTOOL (MARTHA, 2012), cujos valores estão na tabela 14, a armadura longitudinal foi dimensionada com o auxílio do programa vigaS (trabalho não publicado)⁴, e os resultados estão apresentados na tabela 16.

Já o dimensionamento da armadura transversal foi dividido em duas etapas, para a parte de altura constante e para a parte de altura variável. A região constante foi dimensionada da mesma maneira que no item 6.1. Na região de altura variável foi realizado um escalonamento do momento fletor e esforço cortante, a fim de obter o valor do esforço cortante reduzido conforme fórmula 33, cujos resultados estão expostos na tabela 15. Obtido este valor, foi colocado o resultado no vigaS (trabalho não publicado)⁵ a fim de obter-se a armadura necessária, que pode ser visualizada na tabela 17. O consumo de materiais pode ser visto na tabela 18.

⁴ Trabalho apresentado no Salão de Iniciação Científica UFRGS sob orientação do professor Roberto Domingo Rios.

⁵ idem

Tabela 14 – Solicitações vigas de altura variável

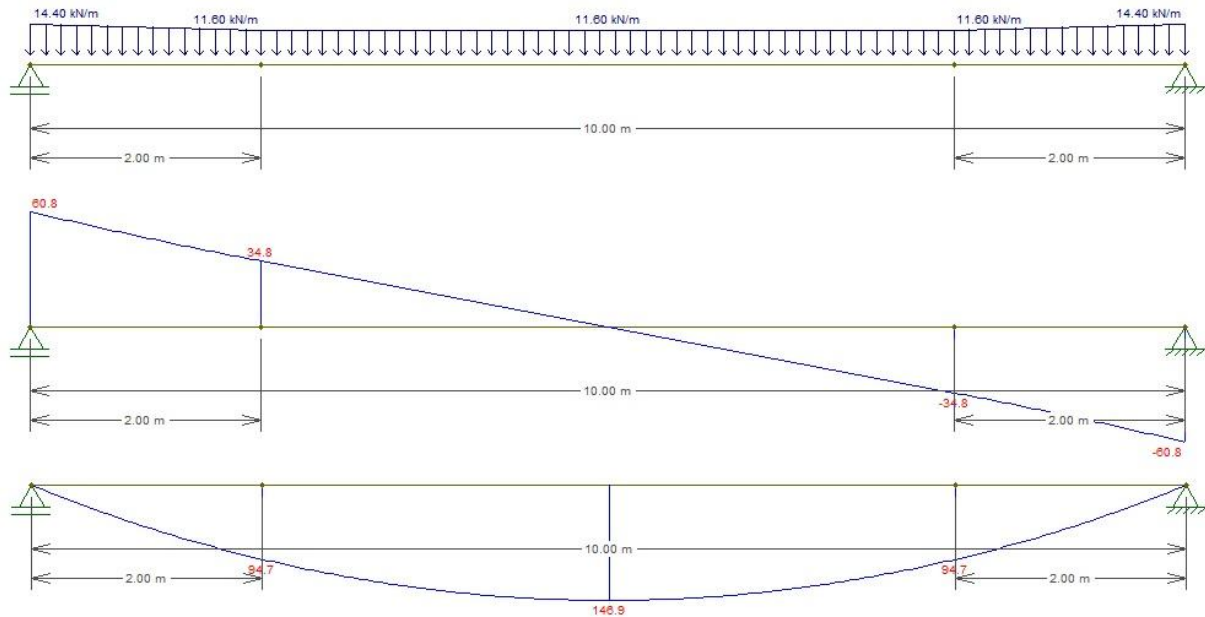
Solicitações - Seção Variável														
Combinação	Seção Variável	Base (cm)	Altura máx (cm)	Altura min (cm)	Tipo de apoio	Comprimento do vão (m)	Comprimento do vão variável (m) (em cada extremidade)	Comprimento do vão constante (m)	Cortante extremidades (kN)		cortante apoio intermediário (kN)		Mf (+) (kNm)	Mf (-) (kNm)
									hmáx	hmin	hmáx	hmin		
CV1	SV1 e SV7	40	80	60	bi apoiada	10	2	6	60,8	34,8	-	-	146,9	-
CV2	SV2 e SV8	40	120	100	bi apoiada	20	4	12	177,6	103,6	-	-	867,5	-
CV3	SV3 e SV9	40	170	150	bi apoiada	30	6	18	371,4	217,8	-	-	2739	-
CV4	SV4 e SV10	40	80	60	2 tramos	5	1,5	2	23,6	4,1	38,6	19,1	20,9	37,6
CV5	SV5 e SV11	40	120	100	2 tramos	10	3	4	68,2	12,4	112,2	56,4	123,1	220,4
CV6	SV6 e SV12	40	170	150	2 tramos	15	4,5	6	141,6	26,4	234	118,8	387,8	692,7

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 15 – Redução do esforço cortante

Seção Variável - Redução do esforço cortante																
Combinação	Seção Variável	Base (cm)	Altura máx (cm)	Altura min (cm)	Cortante extremidades (kN)						cortante apoio intermediário (kN)					
					hmáx		h intermediário		hmin		hmáx		h intermediário		hmin	
					V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}
CV1	SV1 e SV7	40	80	60	70,8	70,8	55,8	63,471	40,8	56,58	-	-	-	-		
CV2	SV2 e SV8	40	120	100	177,6	177,6	139,1	153,45	103,6	131,50	-	-	-	-		
CV3	SV3 e SV9	40	170	150	399	399	292,6	313,09	217,8	256,50	-	-	-	-		
CV4	SV4 e SV10	40	80	60	23,6	23,6	13,3	15,922	4,1	8,58	38,6	32,349	28,4	26,03	19,1	19,101
CV5	SV5 e SV11	40	120	100	68,2	68,2	39,3	44,191	12,4	20,02	112,2	99,894	83,3	76,25	56,4	56,402
CV6	SV6 e SV12	40	170	150	141,6	141,6	82,5	89,422	26,4	37,35	234	216,07	174,7	160,1	118,8	118,8

(fonte: elaborado pela autora)

Figura 13 – Diagramas do *software* FTOOL para seção variável

(fonte: MARTHA, 2012)

Tabela 16 – Armadura de flexão vigas de altura variável

Flexão - Seção Variável							
Combinação	Seção Variável	d (cm)	As (cm ²)		As, ef		As pele
			M +	M -		cm ²	cm ²
CV1	SV1	56,4	8,8		8 φ12,5	9,84	2,8
CV2	SV2	92	34,14		11 φ20	34,76	4,4
CV3	SV3	141,25	74,01		16 φ25	78,56	6,4
CV4	SV4	56,5/76,4	3,91	5,29	5 φ10	3 φ16	2,8
CV5	SV5	96,2/116,2	6,66	8,04	4 φ16	8,04	4,4
CV6	SV6	146,2/166,2	10,12	11,5	5 φ16	6 φ16	6,4
CV1	SV7	56,4	8,69		8 φ12,5	9,84	2,8
CV2	SV8	92	33,01		11 φ20	34,76	4,4
CV3	SV9	141,25	70,26		15 φ25	73,65	6,4
CV4	SV10	56,5/76,4	5,2	7,03	5 φ12,5	4 φ16	2,8
CV5	SV11	96,2/116,2	8,85	10,69	5 φ16	4 φ20	4,4
CV6	SV12	146,2/166,2	13,45	15,29	8 φ16	16,08	6,4

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 17 – Armadura transversal vigas de altura variável

Estribos - Seção Variável			
Combinação	Seção Variável	d (cm)	Asw
CV1	SV1	76,4/66,4/56,4	4,63 cm ² /m - φ 6,3 c/ 13
CV2	SV2	112/102/92	
CV3	SV3	161,25/151,25/141,25	
CV4	SV4	76,4/66,4/56,4	
CV5	SV5	116,2/106,2/96,2	
CV6	SV6	166,2/156,2/146,2	
CV1	SV7	76,4/66,4/56,4	5,61 cm ² /m - φ 6,3 c/ 11
CV2	SV8	112/102/92	
CV3	SV9	161,25/151,25/141,25	
CV4	SV10	76,4/66,4/56,4	
CV5	SV11	116,2/106,2/96,2	
CV6	SV12	166,2/156,2/146,2	

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 18 – Consumo de materiais vigas de altura variável

Consumo - Seção Variável									
Seção Variável	As, ef		Asw	Aço (kg/m)	Comprimento (m)	Consumo aço (kg)	Área de Formas (m ²)	Volume (m ³)	Taxa Variável (kg/m ³)
SV1	7 φ12,5	8,61	4,63 cm ² /m ² - φ 6,3 c/ 13	6,74	10	67,41	12,8	2,08	32,41
SV2	11 φ20	34,76		27,13	20	542,52	38,4	6,72	80,73
SV3	16 φ25	78,56		61,65	30	1849,44	81,6	14,88	124,29
SV4	5 φ10	3 φ16		3,09	5	15,43	5,6	1,92	8,03
SV5	4 φ16	8,04		6,31	10	63,12	16,8	6,08	10,38
SV6	5 φ16	6 φ16		7,89	15	118,35	35,7	13,32	8,89
SV7	8 φ12,5	9,84	5,61 cm ² /m ² - φ 6,3 c/ 11	7,70	10	77,04	12,8	2,08	37,04
SV8	11 φ20	34,76		27,13	20	542,52	38,4	6,72	80,73
SV9	15 φ25	73,65		57,80	30	1733,85	81,6	14,88	116,52
SV10	5 φ12,5	4 φ16		6,31	5	31,56	5,6	1,92	16,44
SV11	5 φ16	4 φ20		9,86	10	98,64	16,8	6,08	16,22
SV12	8 φ16	16,08		12,62	15	189,36	35,7	13,32	14,22

(fonte: elaborado pela autora)

6.1.2 Viga de altura variável com grande variação de altura (SM)

Os resultados dos cálculos do peso próprio e das combinações para as diferentes condições de apoio e altura podem ser vistos nas tabelas 19, 20 e 21. As solicitações obtidas através do FTOOL (MARTHA, 2012) estão na tabela 22. A armadura longitudinal foi dimensionada

com o auxílio do programa vigaS (trabalho não publicado)⁶, e os resultados estão apresentados na tabela 24.

Já o dimensionamento da armadura transversal foi dividido em duas etapas, para a parte de altura constante e para a parte de altura variável. A região constante foi dimensionada da mesma maneira que no item 6.1. Na região de altura variável foi realizado um escalonamento do momento fletor e esforço cortante, a fim de obter o valor do esforço cortante reduzido conforme fórmula 33, cujos resultados estão expostos na tabela 23. Obtido este valor, foi colocado o resultado no vigaS (trabalho não publicado)⁷ afim de obter-se a armadura necessária, que pode ser visualizada na tabela 25. O consumo de materiais pode ser visto na tabela 26.

Tabela 19 – Peso próprio das vigas de altura variável com grande variação

Vigas com Grande Variação de Altura													
Seção Variável	Base (cm)	Altura máx (cm)	Altura min (cm)	Tipo de apoio	Comprimento do vão (m)	Comprimento do vão variável (m) (em cada extremidade)	Comprimento do vão constante (m)	f_{ck} (Mpa)	Peso do concreto (kN/m ³)	Peso Próprio pavimentação (kN/m ³)	Espessura revestimento (cm)	Peso próprio hmáx (kN/m)	Peso próprio hmin (kN/m)
SM1	40	80	60	bi apoiada	10	2	6	30	25	24	3	8,29	6,29
SM2	40	120	80	bi apoiada	20	4	12	30	25	24	3	12,29	8,29
SM3	40	170	120	bi apoiada	30	6	18	30	25	24	3	17,29	12,29
SM4	40	80	60	2 tramos	5	1,5	2	30	25	24	3	8,29	6,29
SM5	40	120	80	2 tramos	10	3	4	30	25	24	3	12,29	8,29
SM6	40	170	120	2 tramos	15	4,5	6	30	25	24	3	17,29	12,29
SM7	40	80	60	bi apoiada	10	2	6	40	25	24	3	8,29	6,29
SM8	40	120	80	bi apoiada	20	4	12	40	25	24	3	12,29	8,29
SM9	40	170	120	bi apoiada	30	6	18	40	25	24	3	17,29	12,29
SM10	40	80	60	2 tramos	5	1,5	2	40	25	24	3	8,29	6,29
SM11	40	120	80	2 tramos	10	3	4	40	25	24	3	12,29	8,29
SM12	40	170	120	2 tramos	15	4,5	6	40	25	24	3	17,29	12,29

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 20 – Ação variável

Ação Variável			
	P (kN/m ²)	base viga	Ação variável (kN/m)
trem-tipo	5	40	2

(fonte: elaborado pela autora)

⁶ Trabalho apresentado no Salão de Iniciação Científica UFRGS sob orientação do professor Roberto Domingo Rios.

⁷ idem

Tabela 21 – Combinações das vigas de altura variável com grande variação

Combinações - Vigas com Grande Variação de Altura								
Combinação	Ação variável (kN/m)	Seção Variável	Valor da ação permanente máxima (kN/m)	Valor da ação permanente mínima (kN/m)	γ_f Permanente	γ_f Variável	Solicitação hmáx (kN/m)	Solicitação hmin (kN/m)
CM1	2	SM1 e SM7	8,29	6,29	1,4	1,4	14,40	11,60
CM2	2	SM2 e SM8	12,29	8,29	1,4	1,4	20,00	14,40
CM3	2	SM3 e SM9	17,29	12,29	1,4	1,4	27,00	20,00
CM4	2	SM4 e SM10	8,29	6,29	1,4	1,4	14,40	11,60
CM5	2	SM5 e SM11	12,29	8,29	1,4	1,4	20,00	14,40
CM6	2	SM6 e SM12	17,29	12,29	1,4	1,4	27,00	20,00

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 22 – Solicitações das vigas de altura variável com grande variação

Solicitações - Vigas com Grande Variação de Altura														
Combinação	Seção Variável	Base (cm)	Altura máx (cm)	Altura min (cm)	Tipo de apoio	Comprimento do vão (m)	Comprimento do vão variável (m) (em cada extremidade)	Comprimento do vão constante (m)	Cortante extremidades (kN)		cortante apoio intermediário (kN)		Mf (+) (kNm)	Mf (-) (kNm)
									hmáx	hmin	hmáx	hmin		
CM1	SM1 e SM7	40	80	60	bi apoiada	10	2	6	60,8	34,8	-	-	146,9	-
CM2	SM2 e SM8	40	120	80	bi apoiada	20	4	12	155,2	86,4	-	-	734,9	-
CM3	SM3 e SM9	40	170	120	bi apoiada	30	6	18	321	180	-	-	2292	-
CM4	SM4 e SM10	40	80	60	2 tramos	5	1,5	2	23,6	4,1	38,6	19,1	20,9	37,6
CM5	SM5 e SM11	40	120	80	2 tramos	10	3	4	61,3	9,7	99,5	47,9	105,7	190,7
CM6	SM6 e SM12	40	170	120	2 tramos	15	4,5	6	126,2	20,5	205,3	99,5	328,8	592,6

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 23 – Redução do esforço cortante das vigas de altura variável com grande variação

Vigas com Grande Variação de Altura - Redução do esforço cortante																
Combinação	Seção Variável	Base (cm)	Altura máx (cm)	Altura min (cm)	Cortante extremidades (kN)						cortante apoio intermediário (kN)					
					hmáx		h intermediário		hmin		hmáx		h intermediário		hmin	
					V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}	V	V _{red}
CM1	SM1 e SM7	40	80	60	70,80	70,80	55,80	63,47	40,80	56,58	-	-	-	-	-	
CM2	SM2 e SM8	40	120	80	155,20	155,20	118,00	130,38	86,40	110,20	-	-	-	-	-	
CM3	SM3 e SM9	40	170	120	321,00	321,00	245,40	262,84	180,00	212,60	-	-	-	-	-	
CM4	SM4 e SM10	40	80	60	23,60	23,60	13,30	15,92	4,10	8,58	38,60	32,35	28,40	26,03	19,10	19,10
CM5	SM5 e SM11	40	120	80	61,30	61,30	33,30	37,57	9,70	16,55	99,50	88,85	71,60	65,57	47,90	47,90
CM6	SM6 e SM12	40	170	120	126,20	126,20	69,20	75,23	20,50	29,84	205,30	189,96	148,50	136,15	99,50	99,50

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 24 – Armadura de flexão das vigas de altura variável com grande variação

Flexão - Vigas com Grande Variação de Altura						
Combinação	Seção Variável	d (cm)	As (cm ²)		As, ef	As pele
			M +	M -	cm ²	cm ²
CM1	SM1	56,4	8,8		8 φ12,5	2,8
CM2	SM2	72	39,25		13 φ20	4
CM3	SM3	111,25	86,33		18 φ25	5,8
CM4	SM4	56,5/76,4	3,91	5,29	5 φ10	2,8
CM5	SM5	76,2/116,2	5,27	8,04	4 φ16	4
CM6	SM6	116,2/166,2	9,34	11,5	5 φ16	5,8
CM1	SM7	56,4	8,69		8 φ12,5	2,8
CM2	SM8	72	37,16		12 φ20	4
CM3	SM9	111,25	78,84		16 φ25	5,8
CM4	SM10	56,5/76,4	5,2	7,03	5 φ12,5	2,8
CM5	SM11	76,2/116,2	7,01	10,69	4 φ16	4
CM6	SM12	116,2/166,2	10,69	15,29	6 φ16	5,8

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 25 – Armadura transversal das vigas de altura variável com grande variação

Estribos - Vigas com Grande Variação de Altura			
Combinação	Seção Variável	d (cm)	Asw
CM1	SM1	76,4/66,4/56,4	4,63 cm ² /m - φ 6,3 c/ 13
CM2	SM2	112/87/72	
CM3	SM3	161,25/131,25/101,25	
CM4	SM4	76,2/66,2/56,2	
CM5	SM5	116,2/87,2/76,2	
CM6	SM6	166,2/141,2/116,2	
CM1	SM7	76,4/66,4/56,4	5,61 cm ² /m - φ 6,3 c/ 11
CM2	SM8	111,25/86,25/71,25	
CM3	SM9	161,25/131,25/101,25	
CM4	SM10	76,4/66,4/56,4	
CM5	SM11	116,2/87,2/76,2	
CM6	SM12	166,2/141,2/116,2	

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 26 – Consumo de materiais das vigas de altura variável com grande variação

Consumo - Vigas com Grande Variação de Altura									
Seção Variável	As, ef		Asw	Aço (kg/m)	Comprimento (m)	Consumo aço (kg)	Área de Formas (m ²)	Volume (m ³)	Taxa Variável SM (kg/m ³)
SM1	8 φ12,5	9,84	4,63 cm ² /m φ 6,3 c/ 13	7,70	10	77,04	12,8	2,08	37,04
SM2	13 φ20	41,08		32,06	20	641,16	33,6	5,76	111,31
SM3	18 φ25	88,38		69,35	30	2080,62	70,8	12,72	163,57
SM4	5 φ10	3 φ16		3,09/4,74	5	15,45/18,94	5,6	1,92	8,05/9,86
SM5	4 φ16	8,04		6,31	10	63,12	15,2	5,44	11,60
SM6	5 φ16	6 φ16		7,89/9,47	15	118,35/142	32,1	11,88	9,96/11,96
SM7	8 φ12,5	9,84	5,61 cm ² /m φ 6,3 c/ 11	7,70	10	77,04	12,8	2,08	37,04
SM8	12 φ20	37,92		29,59	20	591,84	33,6	5,76	102,75
SM9	16 φ25	78,56		61,65	30	1849,44	70,8	12,72	145,40
SM10	5 φ12,5	4 φ16		4,82/6,3	5	24,1/31,56	5,6	1,92	12,55/16,44
SM11	4 φ16	4 φ20		6,3/9,86	10	63,12/98,6	15,2	5,44	11,6/18,13
SM12	6 φ16	8 φ16		9,47/12,62	15	142/189,06	32,1	11,88	11,96/15,94

(fonte: elaborado pela autora)

7 COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS

Para uma melhor análise do resultado, os valores obtidos serão apresentados em forma de gráfico, para esforço cortante, momento fletor, área de aço necessária, volume de concreto e área de formas. Estes gráficos estarão comparando sempre a viga de altura constante com as correspondentes variáveis. Para melhor visualizar, as correspondências estão apresentadas na tabela a 19:

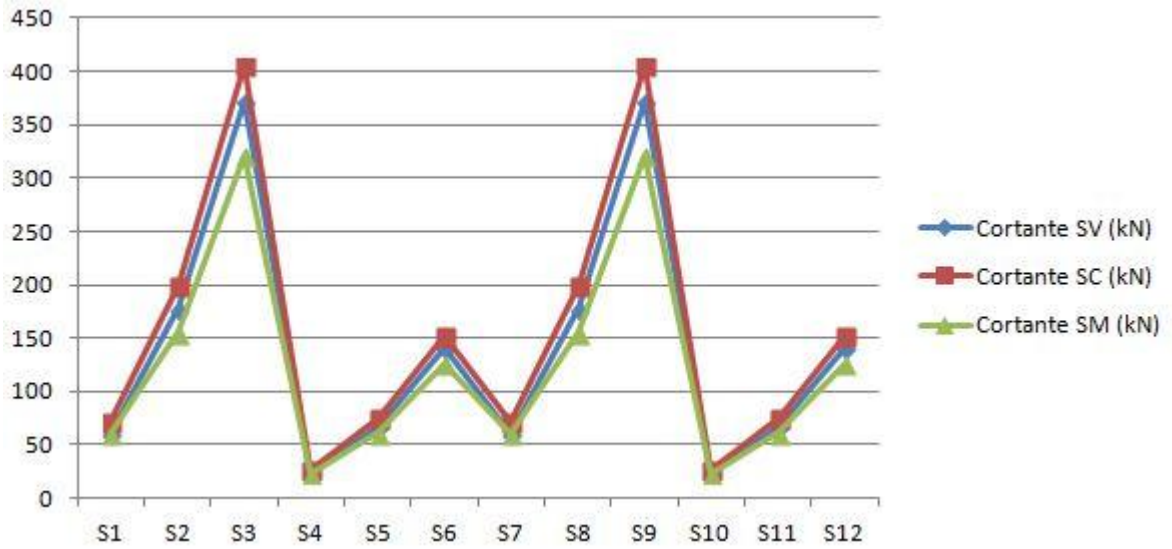
Tabela 27 – Equivalência de vigas

Seção	Seção Constante	Altura (cm)	Seção Variável	Altura (cm)	Seção Variável MENOR	Altura (cm)	Base (cm)	Tipo de apoio	Comprimento do vão (m)
S1	SC1	80	SV1	80/60	SM1	80/60	40	bi apoiada	10
S2	SC2	120	SV2	120/100	SM2	120/80	40	bi apoiada	20
S3	SC3	170	SV3	170/150	SM3	170/120	40	bi apoiada	30
S4	SC4	80	SV4	80/60	SM4	80/60	40	2 tramos	5
S5	SC5	120	SV5	120/100	SM5	120/80	40	2 tramos	10
S6	SC6	170	SV6	170/150	SM6	170/120	40	2 tramos	15
S7	SC7	80	SV7	80/60	SM7	80/60	40	bi apoiada	10
S8	SC8	120	SV8	120/100	SM8	120/80	40	bi apoiada	20
S9	SC9	170	SV9	170/150	SM9	170/120	40	bi apoiada	30
S10	SC10	80	SV10	80/60	SM10	80/60	40	2 tramos	5
S11	SC11	120	SV11	120/100	SM11	120/80	40	2 tramos	10
S12	SC12	170	SV12	170/150	SM12	170/120	40	2 tramos	15

(fonte: elaborado pela autora)

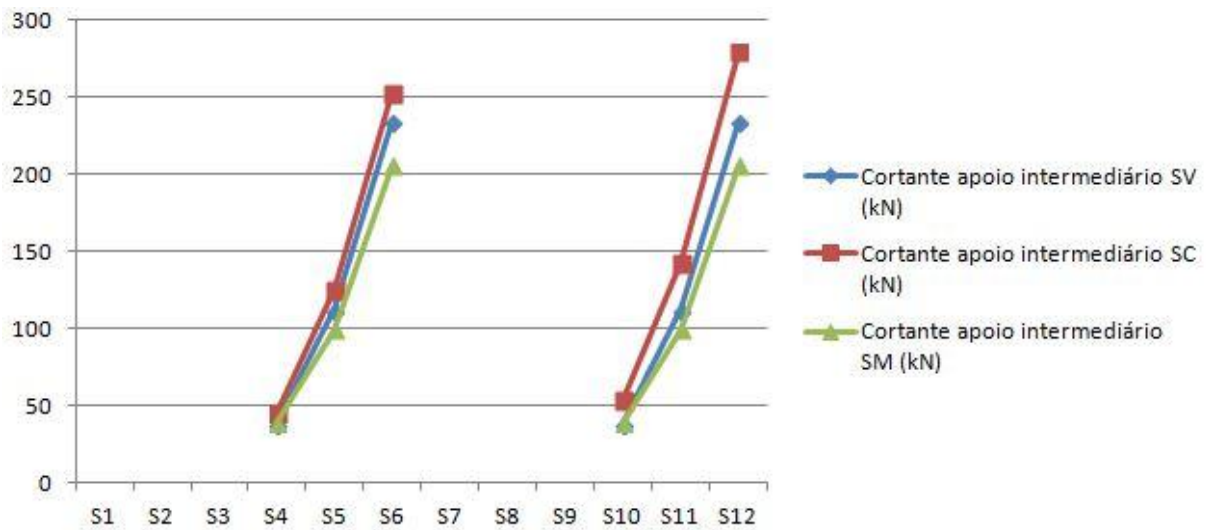
A seguir são apresentados os gráficos de esforço cortante dos apoios de extremidade, do esforço cortante no apoio intermediário, do momento fletor positivo, momento fletor negativo, das armaduras longitudinais resistentes ao momento fletor positivo, das armaduras longitudinais resistentes ao momento fletor negativo, das armaduras transversais, onde para todas as seções foram encontradas armaduras transversais mínimas, gráfico com as áreas de formas, volumes de concreto, além de um gráfico com as taxas de armadura por metro cúbico de concreto, que podem ser encontrados nas figuras 12 a 21.

Figura 14 – Comparação dos valores de esforço cortante



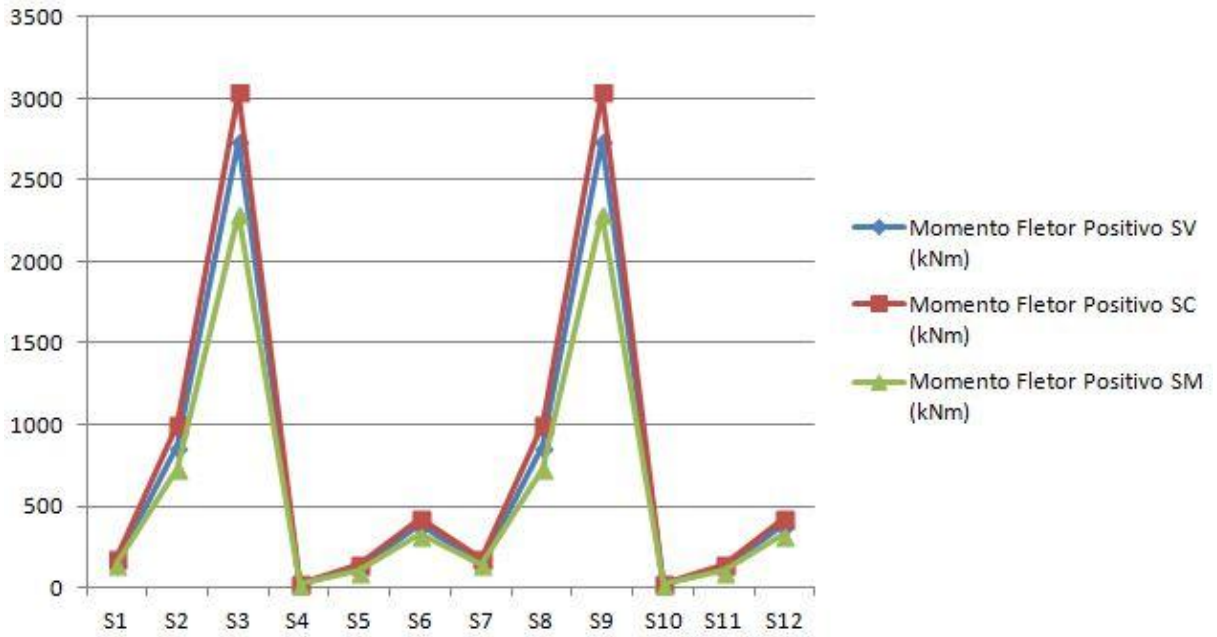
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 15 – Comparação dos valores de esforço cortante nos apoios intermediários



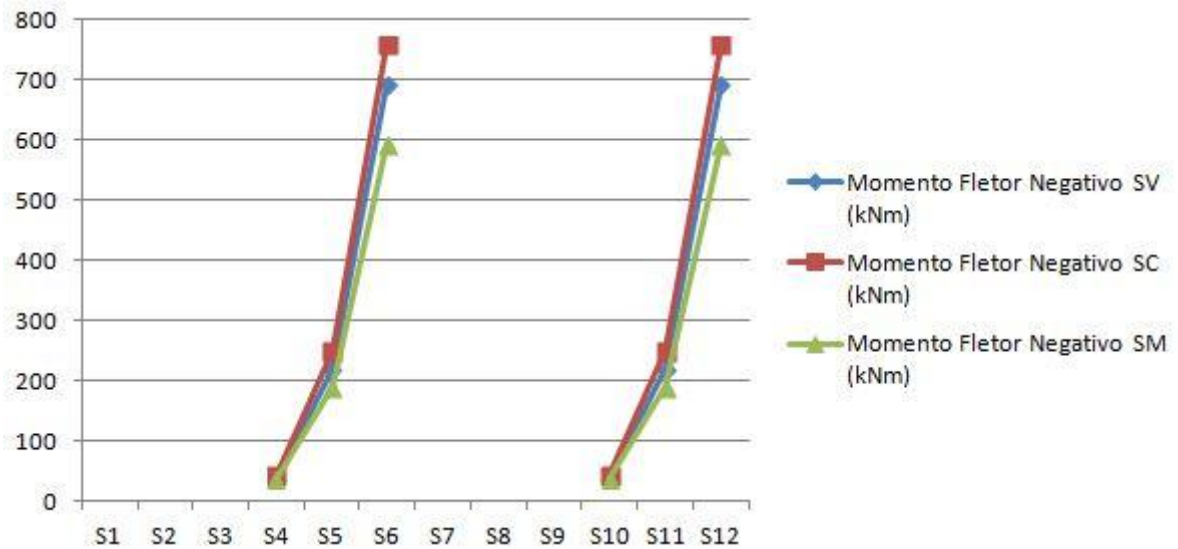
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 16 – Comparação dos valores de momento fletor positivo



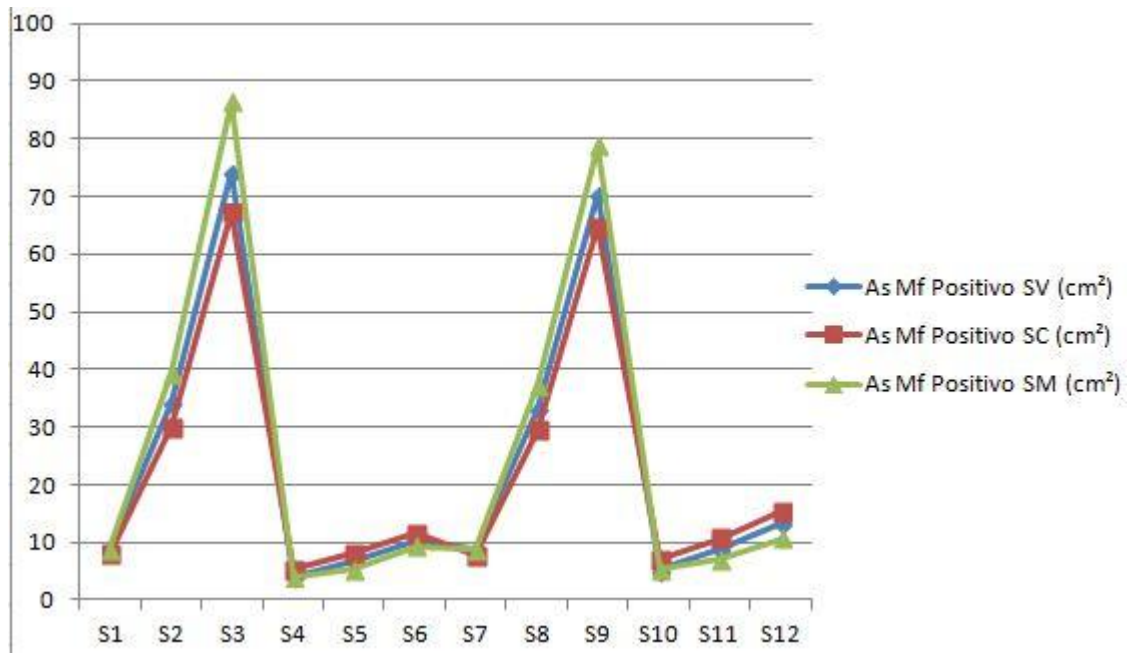
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 17 – Comparação dos valores de momento fletor negativo



(fonte: elaborado pela autora)

Figura 18 – Comparação das armaduras resistentes ao momento fletor positivo



(fonte: elaborado pela autora)

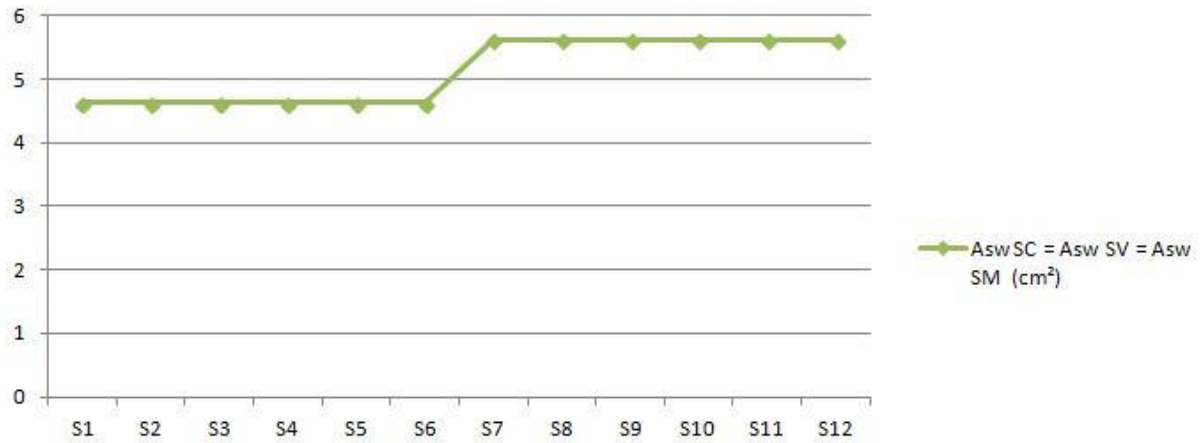
Figura 19 – Comparação das armaduras resistentes ao momento fletor negativo



(fonte: elaborado pela autora)

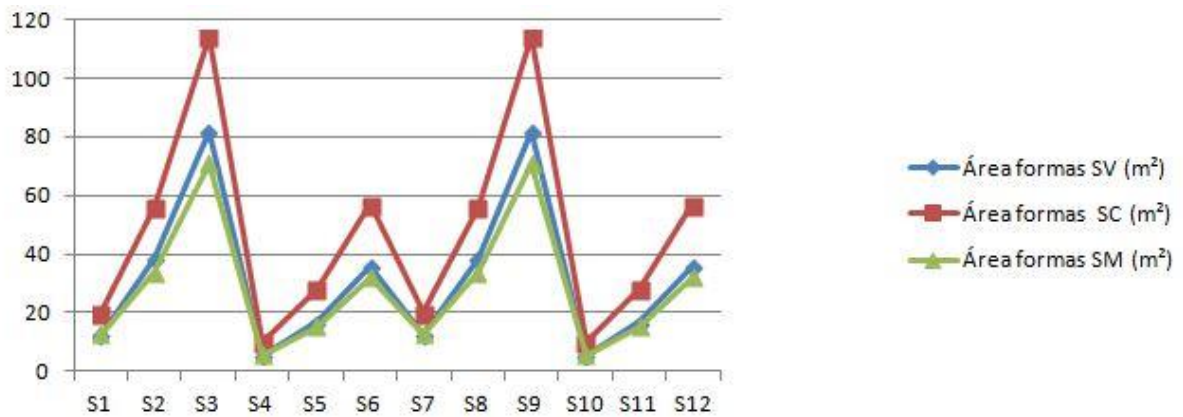
Percebe-se que apesar dos momentos fletores correspondentes às vigas de altura variável serem menores que os das vigas de altura constante, estas apresentaram valores de área de aço necessária maior. Isso se justifica facilmente visualizando o diagrama da figura 11, onde o momento fletor positivo máximo se encontra no trecho de menor altura. Devido a isso, a altura útil é menor, resultando num valor numérico de armadura maior.

Figura 20 – Áreas das armaduras transversais



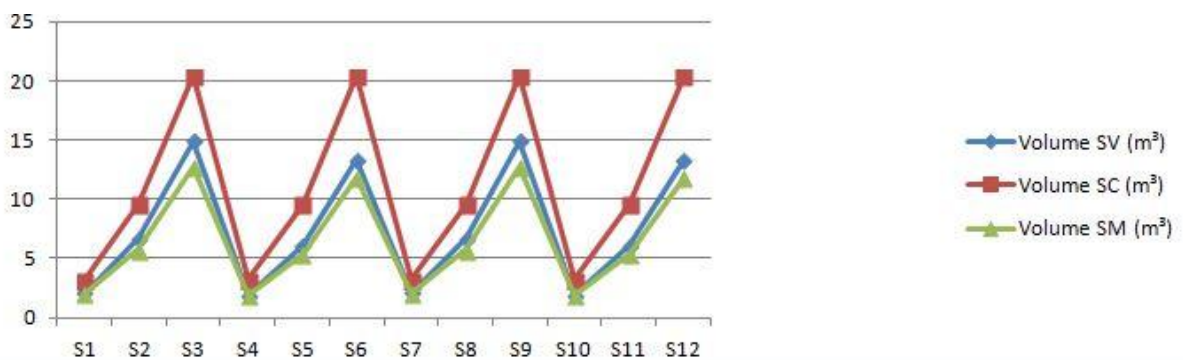
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 21 – Comparação dos valores de área de forma



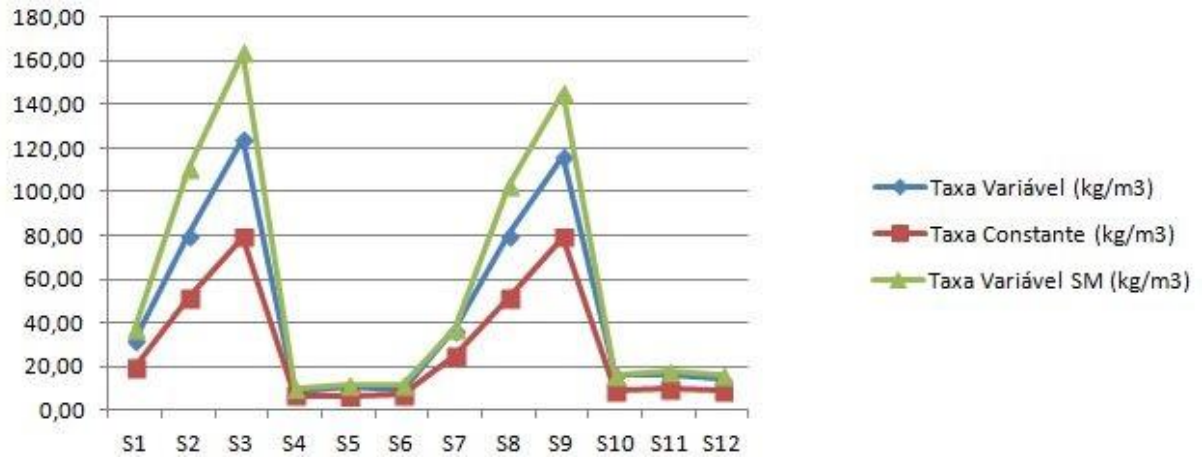
(fonte: elaborado pela autora)

Figura 22 – Valores comparativos do volume de concreto



(fonte: elaborado pela autora)

Figura 23 – Valores comparativos da taxa de aço



(fonte: elaborado pela autora)

Conforme o gráfico, as vigas de altura variável apresentaram um consumo maior de aço por volume. Quanto maior a variação da altura, maior a taxa. Este resultado era esperado, pois estas resultaram em mais área de aço para equilibrar as solicitações do que as de altura constante.

8 CONCLUSÕES

Após analisar os gráficos apresentados no capítulo anterior, não se pode concluir quanto à economia resultante da utilização das vigas de altura variável. Já a sua eficiência pode ser comprovada.

As vigas de altura variável se apresentaram eficientes para vencer grandes vãos. Com elas é possível diminuir a altura da viga nos vãos onde normalmente existe limitação de altura devido a pé direito, passagem de embarcações, entre outros, sem prejudicar o dimensionamento.

Com elas os carregamentos encontrados são menores, devido à redução significativa no peso próprio. Desta maneira, as solicitações também são menores, o que é importante em alguns casos quando há limitação de carga a ser suportada.

Quando analisadas as quantidades de armadura, não é possível chegar a uma conclusão definitiva. Para as vigas bi-apoiadas, percebe-se que as vigas de altura variável necessitam de maior quantidade de aço para resistir às solicitações, devido a sua menor altura útil. Nestes casos (vigas tipo SV), chega a ser necessário 14% a mais de aço do que na mesma situação para altura constante. Já para casos de vigas contínuas, o consumo de aço resistente ao momento fletor negativo é praticamente o mesmo, não chegando a 1% de diferença. Já o aço resistente ao momento fletor positivo nos casos de vigas contínuas pode chegar a uma redução de 26% quando utilizadas vigas de altura variável (ver tabela 28).

Quando reduzida mais a altura, o consumo de armadura aumenta ainda mais. Para as vigas bi-apoiadas, chega a ser necessário 31% a mais de aço do que na mesma situação para altura constante. Já para casos de vigas contínuas, o consumo de aço resistente ao momento fletor negativo é praticamente o mesmo, não chegando a 1% de diferença. Já o aço resistente ao momento fletor positivo no caso de vigas contínuas pode chegar a uma redução de 35% quando utilizadas vigas de altura variável (ver tabela 28).

Quanto à quantidade de concreto e formas necessárias, elas apresentam economia significativa. Pode-se alcançar 44% de redução no consumo de concreto, e 46% no consumo de formas (ver tabelas 29 e 30).

Assim, recomenda-se a utilização de vigas de altura variável quando a altura útil for limitada, pois estas irão resistir de maneira satisfatória, porém exigirão maior quantidade de aço. Quando a altura não for um limitante, e for necessário apenas que ocorra economia, recomenda-se análise aprofundada da situação.

Tabela 28 – Economia de armadura

Seção	Seção Constante	As (cm ²)		Seção Variável	As (cm ²)		Seção Variável MENOR	As (cm ²)		economia As (+) SC - SM (%)	economia As (-) SC - SM (%)	economia As (+) SC - SV (%)	economia As (-) SC - SV (%)	economia As (+) SV - SM (%)	economia As (-) SV - SM (%)
		As Mf Negativo SC (cm ²)	As Mf Positivo SC (cm ²)		As Mf Negativo SV (cm ²)	As Mf Positivo SV (cm ²)		As Mf Negativo SM (cm ²)	As Mf Positivo SM (cm ²)						
S1	SC1		7,87	SV1		8,8	SM1		8,8	-11,82		-11,82		0,00	
S2	SC2		30,02	SV2		34,14	SM2		39,25	-30,75		-13,72		-14,97	
S3	SC3		67,25	SV3		74,01	SM3		86,33	-28,37		-10,05		-16,65	
S4	SC4	5,27	5,33	SV4	5,29	3,91	SM4	5,29	3,91	26,64	-0,38	26,64	-0,38	0,00	0,00
S5	SC5	8,03	8,03	SV5	8,04	6,66	SM5	8,04	5,27	34,37	-0,12	17,06	-0,12	20,87	0,00
S6	SC6	11,49	11,49	SV6	11,5	10,12	SM6	11,5	9,34	18,71	-0,09	11,92	-0,09	7,71	0,00
S7	SC7		7,81	SV7		8,69	SM7		8,69	-11,27		-11,27		0,00	
S8	SC8		29,43	SV8		33,01	SM8		37,16	-26,27		-12,16		-12,57	
S9	SC9		64,77	SV9		70,26	SM9		78,84	-21,72		-8,48		-12,21	
S10	SC10	7,08	7,08	SV10	7,03	5,2	SM10	7,03	5,2	26,55	0,71	26,55	0,71	0,00	0,00
S11	SC11	10,67	10,67	SV11	10,69	8,85	SM11	10,69	7,01	34,30	-0,19	17,06	-0,19	20,79	0,00
S12	SC12	15,27	15,27	SV12	15,29	13,45	SM12	15,29	10,69	29,99	-0,13	11,92	-0,13	20,52	0,00

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 29 – Economia de concreto

Seção	Seção Constante	Volume SC (m ³)	Seção Variável	Volume SV (m ³)	Seção Variável MENOR	Volume SM (m ³)	% economia SC - SM	% economia SC - SV	% economia SV - SM
S1	SC1	3,2	SV1	2,08	SM1	2,08	35,00	35,00	0,00
S2	SC2	9,6	SV2	6,72	SM2	5,76	40,00	30,00	14,29
S3	SC3	20,4	SV3	14,88	SM3	12,72	37,65	27,06	14,52
S4	SC4	3,2	SV4	1,92	SM4	1,92	40,00	40,00	0,00
S5	SC5	9,6	SV5	6,08	SM5	5,44	43,33	36,67	10,53
S6	SC6	20,4	SV6	13,32	SM6	11,88	41,76	34,71	10,81
S7	SC7	3,2	SV7	2,08	SM7	2,08	35,00	35,00	0,00
S8	SC8	9,6	SV8	6,72	SM8	5,76	40,00	30,00	14,29
S9	SC9	20,4	SV9	14,88	SM9	12,72	37,65	27,06	14,52
S10	SC10	3,2	SV10	1,92	SM10	1,92	40,00	40,00	0,00
S11	SC11	9,6	SV11	6,08	SM11	5,44	43,33	36,67	10,53
S12	SC12	20,4	SV12	13,32	SM12	11,88	41,76	34,71	10,81

(fonte: elaborado pela autora)

Tabela 30 – Economia de forma

Seção	Seção Constante	Área formas SC (m ²)	Seção Variável	Área formas SV (m ²)	Seção Variável MENOR	Área formas SM (m ²)	% economia SC - SM	% economia SC - SV	% economia SV - SM
S1	SC1	20	SV1	12,8	SM1	12,8	36,00	36,00	0,00
S2	SC2	56	SV2	38,4	SM2	33,6	40,00	31,43	12,50
S3	SC3	114	SV3	81,6	SM3	70,8	37,89	28,42	13,24
S4	SC4	10	SV4	5,6	SM4	5,6	44,00	44,00	0,00
S5	SC5	28	SV5	16,8	SM5	15,2	45,71	40,00	9,52
S6	SC6	57	SV6	35,7	SM6	32,1	43,68	37,37	10,08
S7	SC7	20	SV7	12,8	SM7	12,8	36,00	36,00	0,00
S8	SC8	56	SV8	38,4	SM8	33,6	40,00	31,43	12,50
S9	SC9	114	SV9	81,6	SM9	70,8	37,89	28,42	13,24
S10	SC10	10	SV10	5,6	SM10	5,6	44,00	44,00	0,00
S11	SC11	28	SV11	16,8	SM11	15,2	45,71	40,00	9,52
S12	SC12	57	SV12	35,7	SM12	32,1	43,68	37,37	10,08

(fonte: elaborado pela autora)

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. M. da. **Curso de Concreto Armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003. v. 1.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre. Rio de Janeiro, 1982.
- _____. **NBR 8800**: projeto e execução de estruturas de aço em edificações. Rio de Janeiro, 1986.
- _____. **NBR 7187**: projeto e execução de pontes de concreto armado. Rio de Janeiro, 1987.
- _____. **NBR 7480**: barras e fios de aço para armaduras para concreto. Rio de Janeiro, 1996.
- _____. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- _____. **NBR 8681**: ações e segurança nas estruturas: procedimento. Rio de Janeiro, 2004.
- FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**: solicitações normais. Rio de Janeiro: Guanabara, 1981.
- _____. **Estruturas de concreto**: solicitações tangenciais. São Paulo: Pini, 2008.
- LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. v. 1, (reimpressão 1979).
- MARTHA, L. F. **FTOOL**: Um programa gráfico-interativo para ensino de comportamento de estruturas, versão 3.0. Rio de Janeiro: [s. n.], 2012. *Software* do comportamento de estruturas. Disponível em: <<http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftool/>>. Acesso em: 13 jan. 2013.