

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Camila Roberta Köhler**

**COMPORTAMENTO DO CONCRETO EM LAJE NAS  
PRIMEIRAS IDADES: ANÁLISE POR SIMULAÇÃO  
NUMÉRICA**

Porto Alegre  
junho 2013

**CAMILA ROBERTA KÖHLER**

**COMPORTAMENTO DO CONCRETO EM LAJE NAS  
PRIMEIRAS IDADES: ANÁLISE POR SIMULAÇÃO  
NUMÉRICA**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de  
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal  
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do  
título de Engenheiro Civil

**Orientador: Américo Campos Filho**

Porto Alegre  
junho 2013

**CAMILA ROBERTA KÖHLER**

**COMPORTAMENTO DO CONCRETO EM LAJE NAS  
PRIMEIRAS IDADES: ANÁLISE POR SIMULAÇÃO  
NUMÉRICA**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, junho de 2013

Prof. Américo Campos Filho  
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA**

**Profa. Virgínia Maria Rosito D'Ávila Bessa (UFRGS)**  
Dra. Pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)**  
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

**Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a minha mãe, Nilvi.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha família pelo apoio e incentivo nesta conquista.

Ao Prof. Dr. Américo Campos Filho, pela disposição e ensinamentos concedidos durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus colegas que me acompanharam durante estes anos de graduação.

Ao meu namorado Welder, que esteve ao meu lado em todos os momentos.

Viver é como andar de bicicleta: é preciso estar em constante movimento para manter o equilíbrio.

*Albert Einstein*

## RESUMO

Ao longo do último século, o concreto vem sendo utilizado como um dos principais materiais estruturais na construção civil. Na concretagem de grandes massas de concreto há uma elevação significativa da sua temperatura e, conseqüente aumento do seu volume, o que pode causar fissuração. Isso pode ocorrer nas primeiras idades do concreto, pois este ainda não possui resistência suficiente para resistir às tensões geradas por essa liberação de calor e retração. Assim, é de grande importância avaliar o risco da geração de fissuras do concreto, pois isso pode aumentar a sua permeabilidade, facilitando a entrada de agentes agressivos, afetando a durabilidade e funcionalidade do mesmo. Devido a isso, este trabalho foi desenvolvido. Foi analisado o comportamento do concreto de uma laje por simulação numérica, utilizando-se de um modelo computacional que é baseado no método dos elementos finitos. Posteriormente, foi realizada uma comparação entre o comportamento do concreto do modelo e da laje em um caso real. Pelos resultados obtidos no trabalho, foi evidenciado que os modelos matemáticos utilizados reproduziram o comportamento do concreto da laje em estudo. Tendo como base que se verificou que as tensões geradas são capazes de gerar fissuras na peça.

Palavras-chave: Concreto. Primeiras Idades. Modelo Térmico. Modelo de Difusão de Umidade. Modelo Mecânico.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de etapas .....	17
Figura 2 – Mecanismos de transferência de calor em sólidos .....	24
Figura 3 – Perfil de velocidades e da temperatura de um fluido adjacente a um sólido ..	25
Figura 4 – Modelo elastoviscoplastico .....	32
Figura 5 – Analogia da técnica de camadas em duas dimensões .....	35
Figura 6 – Elementos isoparamétricos quadrangulares .....	37
Figura 7 – Fluxograma do algoritmo do programa .....	41
Figura 8 – Desenho da geometria dos painéis .....	44
Figura 9 – Planta baixa galpão de armazenagem .....	45
Figura 10 – Etapas de concretagem .....	46
Figura 11 – Lançamento do concreto .....	47
Figura 12 – Rompimento de corpos de prova .....	50
Figura 13 – Cura do concreto .....	51
Figura 14 – Aparecimento de fissuras .....	51
Figura 15 – Malha de elementos finitos .....	52
Figura 16 – Condições de contorno análise térmica .....	53
Figura 17 – Condições de contorno análise de difusão de umidade .....	53
Figura 18 – Condições de contorno análise mecânica .....	53
Figura 19 – Evolução das temperaturas .....	55
Figura 20 – Evolução da difusão de umidade .....	56
Figura 21 – Evolução das tensões .....	57

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Propriedades dos materiais utilizadas em cada análise .....	42
--	----



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Controle tecnológico do concreto .....	48
Tabela 2 – Resultados dos rompimentos dos corpos de prova aos 7 dias .....	49
Tabela 3 – Resultados dos rompimentos dos corpos de prova aos 28 dias .....	50
Tabela 4 – Propriedades térmicas .....	54
Tabela 5 – Propriedades de difusão de umidade .....	54
Tabela 6 – Propriedades mecânicas .....	54

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	–	área da seção transposta
$\alpha$	–	grau de hidratação
$\alpha_m$	–	fator de transferência de massa
$B$	–	matriz de relações deformações-deslocamentos
$c_{agg}$	–	calor específico do agregados
$c_c$	–	calor específico do concreto
$c_{cem}$	–	calor específico do cimento
$CH$	–	calor de hidratação do cimento
$c_w$	–	calor específico do água
$D$	–	matriz constitutiva do material
$D(H)$	–	coeficiente de difusão do material
$D_0$	–	mínimo valor de $D(H)$ para $H = 0$
$D_1$	–	máximo valor de $D(H)$ para $H = 1$
$E$	–	módulo de elasticidade longitudinal
$e_{ij}$	–	espessura no ponto de integração
$\varepsilon$	–	tensor de deformações totais
$H$	–	umidade relativa do poro
$H_c$	–	umidade relativa do poro com $D(H) = 0,5.D_1$
$H_e$	–	umidade relativa nos poros junto à superfície do sólido
$H^S$	–	umidade relativa do ambiente

$J$	–	matriz Jacobiana do elemento
$k$	–	condutividade térmica
$N_i$	–	funções de interpolação ou de forma
$N$	–	Newton
$\nu$	–	coeficiente de Poisson
$Q$	–	calor gerado pelo corpo
$q_B$	–	taxa de calor gerado por unidade de volume
$q_s$	–	fluxo de calor prescrito
$q_x, q_y$	–	fluxos de calor por unidade de área
$\theta$	–	temperatura
$T$	–	temperatura
$t$	–	tempo
$\rho$	–	densidade
$\rho c$	–	capacidade calorífica do material
$\sigma$	–	tensor das tensões macroscópicas
$T_{\max}$	–	temperatura máxima obtida pelo cimento
$T_{\text{adiab}}$	–	temperatura adiabática
$V$	–	volume de água
$w_{\text{cem},w}$	–	peso dos constituintes do concreto

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>2 DIRETRIZES DA PESQUISA</b> .....	15
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA .....	15
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA .....	15
<b>2.2.1 Objetivo Principal</b> .....	15
<b>2.2.2 Objetivo Secundário</b> .....	15
2.3 DELIMITAÇÕES .....	15
2.4 LIMITAÇÕES .....	16
2.5 DELINEAMENTO .....	16
<b>3 COMPORTAMENTO DO CONCRETO NAS PRIMEIRAS IDADES</b> .....	18
3.1 HIDRATAÇÃO .....	18
3.2 ENDURECIMENTO DO CONCRETO .....	18
3.3 FLUÊNCIA .....	19
3.4 RETRAÇÃO .....	20
<b>4 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS</b> .....	21
4.1 ANÁLISE DO PROBLEMA QUÍMICO .....	21
<b>4.1.1 Curva de Elevação Adiabática de Temperatura</b> .....	21
<b>4.1.2 Determinação do Calor Específico do Concreto</b> .....	22
4.2 ANÁLISE DO PROBLEMA TÉRMICO .....	23
<b>4.2.1 Conceitos</b> .....	23
4.2.1.1 Condução .....	24
4.2.1.2 Convecção .....	24
<b>4.2.3 Resolução Numérica</b> .....	26
<b>4.2.4 Equações de Transferência de Calor</b> .....	26
4.3 ANÁLISE DO PROBLEMA DE DIFUSÃO DE UMIDADE .....	29
<b>4.3.1 Primeira Lei de Difusão de Fick</b> .....	29
<b>4.3.2 Lei de Difusão de Fick Aplicada ao Concreto</b> .....	30
<b>4.3.3 Resolução Numérica</b> .....	31
4.4 ANÁLISE DO PROBLEMA MECÂNICO .....	32
<b>4.4.1 Formulação do Comportamento Elastoplástico</b> .....	33
<b>4.4.2 Modelo das Camadas</b> .....	34
<b>5 ANÁLISE DO CONCRETO NAS PRIMEIRAS IDADES</b> .....	37
5.1 ELEMENTOS FINITOS .....	37

5.2 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA .....	40
5.3 APLICAÇÃO NUMÉRICA .....	43
<b>5.3.1 Objeto de Estudo .....</b>	<b>43</b>
<b>5.3.2 Geometria e Parâmetros Utilizados na Modelagem Computacional .....</b>	<b>52</b>
<b>5.3.3 Resultados do Modelo Térmico .....</b>	<b>55</b>
<b>5.3.4 Resultados do Modelo de Difusão de Umidade .....</b>	<b>56</b>
<b>5.3.5 Resultados do Modelo Mecânico .....</b>	<b>57</b>
<b>6 CONCLUSÕES .....</b>	<b>58</b>
REFERÊNCIAS .....	59



## 1 INTRODUÇÃO

Ao longo do último século, o concreto vem sendo utilizado como um dos principais materiais estruturais na construção de edifícios. Esta preferência se deve às vantagens que ele apresenta em relação a outros materiais. Pode-se citar, como vantagens, o fato de ser um material moldável, ou seja, se adapta a quase todos os formatos, ser de fácil execução, ter técnicas construtivas bastante difundidas no País, ser bastante resistente ao fogo, a efeitos atmosféricos e a desgastes mecânicos.

O comportamento do concreto nas primeiras idades é de difícil análise, isto porque depende de vários fatores, dentre os quais podem ser citados, a diferença entre as resistências à tração e compressão do concreto, os fenômenos de fluência e retração e a sua fissuração. Usualmente a análise de estruturas é realizada através de ensaios de laboratório, sendo, na maior parte dos casos de difícil compreensão. Para complementar esta análise, o desenvolvimento de modelos matemáticos contribui para um melhor entendimento do seu comportamento. Uma das maneiras de avaliar o comportamento das estruturas de concreto, de uma forma que se tenha uma boa aproximação com resultados reais, é a simulação numérica, na qual o método dos elementos finitos um dos métodos mais utilizados.

Avaliar o risco da geração de fissuras no concreto devido à liberação do calor de hidratação e retração nas primeiras idades é um procedimento de grande importância, pois a geração de fissuras pode aumentar a sua permeabilidade, facilitando a entrada de agentes agressivos, afetando a durabilidade e funcionalidade do mesmo. É baseado na importância de se avaliar o potencial de fissuração de uma estrutura, nas primeiras idades, que se desenvolveu este trabalho.

Foi realizada uma análise do comportamento do concreto de uma laje nas primeiras idades, através de simulação numérica. A partir dessa análise foi feita uma comparação entre o comportamento do concreto obtido por meio de simulação numérica e o comportamento real da laje em questão. Comparação esta que serviu para mostrar que os modelos matemáticos utilizados são ferramentas adequadas para fazer uma previsão do comportamento do concreto.

Este trabalho é dividido em 6 capítulos, sendo o capítulo 1 uma introdução ao tema do trabalho. No capítulo 2 encontram-se descritas as diretrizes para o desenvolvimento do trabalho. O capítulo 3 descreve os fenômenos produzidos nas primeiras idades do concreto e a importância de se considerá-los na análise do comportamento do concreto. No capítulo 4, são apresentados os procedimentos numéricos para a análise do comportamento do concreto nas primeiras idades, abrangendo a modelagem computacional dos fenômenos químicos, térmicos, de difusão da umidade e mecânicos. No capítulo 5, é detalhado o desenvolvimento do modelo computacional que utiliza o método dos elementos finitos para analisar o comportamento do concreto em seus primeiros dias. Por fim, o capítulo 6 trata da análise dos resultados e respectivas conclusões.



## **2 DIRETRIZES DA PESQUISA**

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

### **2.1 QUESTÃO DE PESQUISA**

A questão de pesquisa do trabalho é: analisando o comportamento do concreto de uma laje, nas primeiras idades, através de simulação numérica, e comparando-o com uma situação real, pode-se afirmar que os modelos matemáticos empregados no *software* utilizado são ferramentas adequadas para fazer uma previsão desse comportamento?

### **2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA**

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundário e são descritos a seguir.

#### **2.2.1 Objetivo Principal**

O objetivo principal do trabalho é a avaliação da precisão dos modelos matemáticos empregados no *software* utilizado de reproduzir o comportamento do concreto de uma laje nas primeiras idades, através de simulação numérica, em comparação com uma situação real.

#### **2.2.2 Objetivo Secundário**

O objetivo secundário do trabalho é a descrição do modelo matemático utilizado na simulação.

### **2.3 DELIMITAÇÕES**

O trabalho delimita-se à análise do comportamento do concreto da laje por simulação numérica.

## 2.4 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

- a) uso de *software* para simulação computacional do comportamento do concreto;
- b) uso de elementos finitos para modelagem da estrutura;
- c) consideração de estado plano de deformação.

## 2.5 DELINEAMENTO

O trabalho foi realizado através das etapas apresentadas a seguir que estão representadas na figura 1 e são descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) estudo dos modelos matemáticos utilizados no *software* a ser utilizado;
- c) levantamento de dados de campo;
- d) modelagem da estrutura;
- e) análise computacional;
- f) análise do comportamento da laje real;
- g) interpretação dos resultados;
- h) conclusões.

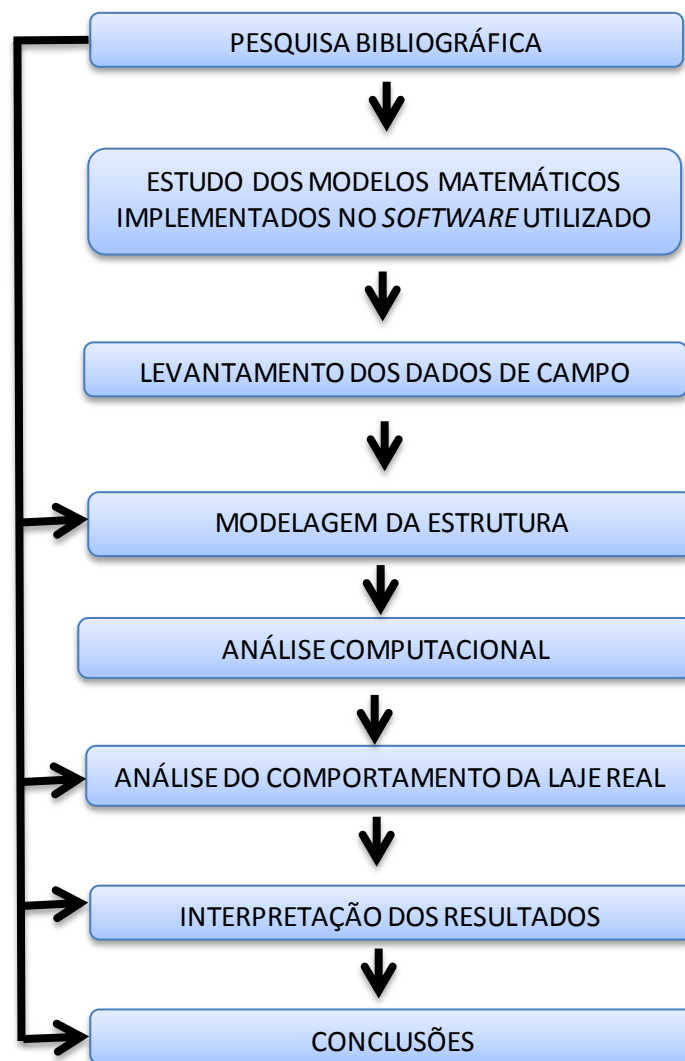
A elaboração do trabalho inicia com a pesquisa bibliográfica, a qual foi feita através de consulta a livros, teses e dissertações. Com base na etapa de pesquisa bibliográfica fez-se um estudo dos modelos matemáticos utilizados no *software* e que são utilizados na simulação do comportamento do concreto da laje. Um ponto importante neste estudo, é que a análise numérica deve basear-se em um modelo matemático que descreva o acoplamento dos problemas térmico, de difusão de umidade, químico e mecânico do concreto, para que se obtenham melhores resultados.

Na etapa de levantamento de dados de campo, foi realizada uma seleção de informações relevantes para o trabalho, como planilhas de controle tecnológico do concreto, planilhas de rompimento de corpos de prova e acervo de fotos. A próxima etapa corresponde à modelagem da estrutura, na qual foram introduzidos no *software* os parâmetros e geometrias necessários para a modelagem computacional, assim como dimensões da laje, malha de elementos finitos e condições de contorno. A etapa de análise computacional refere-se ao processo de obtenção

dos resultados da simulação numérica, ou seja, da evolução das tensões no concreto nas primeiras idades.

Na etapa de interpretação dos resultados, foi verificado se modelos matemáticos são ferramentas adequadas para prever, computacionalmente, o comportamento do concreto nas primeiras idades. Após a interpretação dos resultados foram feitas as conclusões que se obtiveram com o desenvolvimento do trabalho.

Figura 1 – Diagrama de etapas



(fonte: elaborado pelo autor)

### 3 COMPORTAMENTO DO CONCRETO NAS PRIMEIRAS IDADES

Neste capítulo são apresentados os principais fenômenos que se produzem nas primeiras idades do concreto.

#### 3.1 HIDRATAÇÃO

O início das reações de hidratação do cimento se dá a partir da adição de água ao mesmo. Essas reações são responsáveis pela formação da microestrutura da pasta de cimento hidratada e desenvolvimento de algumas de suas propriedades mecânicas. Segundo Silvosso (2002, p. 4), esta pasta de cimento hidratada se transforma em um esqueleto formado por uma rede de poros que podem estar cheios de água ou ar. Pode-se dizer, ainda, que este esqueleto possui em sua formação uma parcela de hidratos resultantes das reações da água livre com o cimento anidro. A formação deste esqueleto está em evolução, logo, pode-se considerar o concreto como um meio poroso quimicamente reativo.

A hidratação do cimento é uma reação química exotérmica, ou seja, libera calor ao ambiente, gerando assim um aumento na temperatura do mesmo e consequente aumento no volume da peça. Esse aumento de volume pode causar a fissuração do concreto, logo nas primeiras idades, pois, este ainda não atingiu um valor significativo de resistência. Assim o potencial de geração de calor de um cimento é uma informação importante para o conhecimento do comportamento do concreto. Segundo Silvosso (2002, p. 1), a reação de hidratação do concreto também é uma reação termoativa. Isso quer dizer que, ao mesmo tempo em que existe um aumento na temperatura da massa de cimento, também existe uma mudança na cinética da reação causada por este aumento na temperatura. A evolução das propriedades do concreto está relacionada a esta evolução da reação de hidratação e velocidade ou cinética com que ela acontece.

#### 3.2 ENDURECIMENTO DO CONCRETO

Segundo Mehta e Monteiro (1994, p. 208), há diferentes manifestações na evolução das reações químicas do cimento tais como o enrijecimento, a pega e o endurecimento. O

enrijecimento é a perda de consistência da pasta plástica de cimento causada pela perda gradual de água livre, causada pelas reações iniciais de hidratação. As reações de hidratação junto com a evaporação causam o enrijecimento da pasta, a pega e posterior endurecimento. A solidificação da pasta plástica de cimento é dada o nome de pega. O ponto no qual a pasta se torna não trabalhável é o início de pega, o tempo necessário para solidificar e tornar totalmente rígida, é o fim de pega.

Segundo Silvoso (2002, p. 25), o termo endurecimento está relacionado ao aumento da resistência ao longo do tempo, esse aumento se dá, pois à medida que a reação de hidratação ocorre há um preenchimento com hidratos nos espaços vazios na pasta e diminuição dos espaços porosos, o que aumenta a superfície de contato entre hidratos. A resistência da pasta de cimento é função da microestrutura que se forma ao longo do processo de hidratação. A relação tensão deformação do concreto não tem um comportamento linear e esta varia com o tempo, ou seja, com a evolução da reação de hidratação.

### 3.3 FLUÊNCIA

A fluência origina-se na pasta endurecida de cimento, quando esta está sujeita a uma tensão constante. Dependendo da magnitude e duração da tensão que está sendo aplicada, a pasta perde uma grande quantidade de água adsorvida e então sofre deformações de fluência. Há também outras causas que contribuem para a fluência do concreto, porém a perda de água adsorvida sob uma pressão constante parece ser uma das causas mais importantes. As deformações ocorridas no concreto são imediatas, seguidas de uma deformação lenta, que se desenvolve com o tempo.

Segundo Aurich (2009, p. 68), o fenômeno de fluência ocorre com mais frequência nas primeiras idades, após o aparecimento das tensões as quais o concreto está submetido. O conceito de fluência na Engenharia Civil tem sido utilizado na maior parte das vezes para análises a longo prazo do comportamento de estruturas nas quais há ação de cargas permanentes. Porém a fluência nas primeiras idades tem papel muito importante na evolução das tensões de origem térmica e volumétrica do concreto. As deformações de fluência para o concreto nas primeiras idades conduzem a reduções das respectivas tensões. Por este motivo que é importante a inclusão de modelos de fluência nas simulações numéricas do

comportamento do concreto nas primeiras idades, pois é assim que será possível fazer previsões dos estados de tensão no interior do concreto.

### 3.4 RETRAÇÃO

Segundo Silvoso (2002, p. 28), as deformações que ocorrem ao longo do tempo, quando a estrutura não está submetida a nenhum tipo de carregamento são características do fenômeno de retração. Estas deformações ocorrem devido à diminuição da massa de água livre contidas nos poros do concreto, que é considerado como um material poroso. Existem três principais modos de retração: plástica, por secagem e autógena.

Segundo Aurich (2009, p. 79), a retração plástica ocorre antes do fim da pega, através da evaporação inicial da água de amassamento, por meio da superfície exposta do concreto, o que resulta em uma fissuração superficial, que pode ser facilmente observável. Esta retração ocorre pelo fato do volume de hidratos ser menor que o volume de cimento e de água livre, o que é verificado no período da ante-pega, quando o material ainda não possui resistência mecânica. Já a retração por secagem acontece após o fim da pega do cimento, e acontece devido à redução de volume que é causada pela diminuição da massa de água livre dentro dos poros do concreto para o ambiente. A retração autógena é definida como a mudança de volume sob uma temperatura constante e sem perda de umidade do concreto para o ambiente.

Segundo Aurich (2009, p. 79), na análise de concretos usuais a importância da retração de secagem é superior que a da retração autógena, pois após a concretagem e cura do concreto ainda se encontra água no seu interior. Esta água é resíduo da reação de hidratação do cimento, que com o tempo tende a evaporar, causando o esmagamento dos vasos capilares que não possuem mais pressão interna.

## **4 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS**

Neste capítulo são apresentados os procedimentos numéricos para análise do comportamento do concreto nas primeiras idades, abrangendo a modelagem computacional dos fenômenos químicos, térmicos, de difusão da umidade e mecânicos.

### **4.1 ANÁLISE DO PROBLEMA QUÍMICO**

Segundo Aurich (2009, p. 88), as reações químicas de hidratação do cimento são exotérmicas, ou seja, liberam calor ao ambiente, gerando assim um aumento na temperatura do mesmo e consequente aumento do volume da peça, o que pode causar a sua fissuração. Por isso é importante a análise do comportamento do concreto nas primeiras idades, para isso é preciso que seja feita uma caracterização física e química do material e a compreensão das reações envolvidas no processo de hidratação. Segundo Aurich (2009, p. 89), a simulação do processo de hidratação do cimento pode ser feita com o auxílio de modelos microestruturais, que fornecem dados úteis para a análise termomecânica de estruturas de concreto, dentro das quais a evolução temporal da temperatura da mistura de concreto em condições adiabáticas é uma que se destaca.

Uma dificuldade para esta análise é a consideração de um modelo de hidratação que simule os cimentos brasileiros, pois os modelos que consideram os diferentes componentes químicos e reações são europeus, japoneses ou americanos. Os parâmetros necessários para a calibragem do modelo utilizado na simulação não são encontrados na literatura, é necessário utilizar-se de alternativas para obtenção da elevação adiabática da temperatura do concreto, alternativas estas que são apresentadas nos próximos itens.

#### **4.1.1 Curva de Elevação Adiabática da Temperatura**

Segundo Aurich (2009, p. 122), é possível estimar o valor das temperaturas adiabáticas no decorrer das reações de hidratação através da equação 1, dada por:

$$T_{adiab} = T_{max} (1 - e^{-1,25.t}) \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

$T_{max}$ : temperatura máxima obtida pelo cimento no ensaio de calorimetria;

t: tempo (entre 0 e 70 dias).

Segundo Aurich (2009, p. 122), uma forma de obter a elevação adiabática da temperatura do concreto é a utilização da equação 2:

$$T_{adiab} = \frac{\text{CH. consumo de cimento}}{c_c \cdot \rho} \quad (\text{equação 2})$$

Onde:

CH: calor de hidratação do cimento obtido no ensaio de calorimetria;

$c_c$ : calor específico do concreto;

$\rho$ : massa específica.

#### 4.1.2 Determinação do Calor Específico do Concreto

Segundo Aurich (2009, p. 124), o calor específico do concreto pode ser obtido a partir de uma ponderação dos calores específicos dos constituintes da mistura, conforme equação 3:

$$c_c = \frac{W_{cem} \cdot c_{cem} + (W_{sand} + W_{grav}) \cdot c_{agg} + W_w \cdot c_w - c_{bind} W_w \cdot W_{cem} \cdot \alpha \cdot c_w}{\rho_c} \quad (\text{equação 3})$$

Onde:

$c_{cem}$ : calor específico do cimento;

$c_c$ : calor específico do concreto;

$c_w$ : calor específico do água;

$c_{agg}$ : calor específico do agregados;



$c_{\text{bindW}} = 0,2$ ;

$\alpha$ : grau de hidratação do cimento;

$W_{\text{cem, sand e w}}$ : peso dos constituintes do concreto;

$\rho_c$ : capacidade calorífica do material.

## 4.2 ANÁLISE DO PROBLEMA TÉRMICO

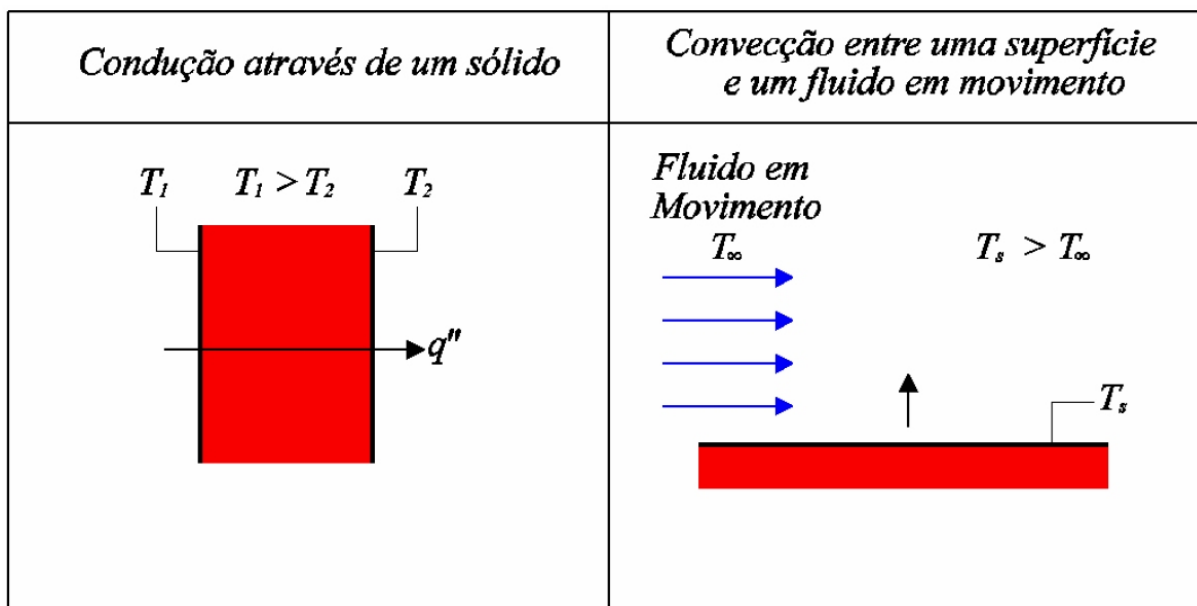
Segundo Azenha (2004, p. 47), para realizar a análise do comportamento do concreto nas primeiras idades é importante a utilização de um modelo numérico que seja capaz de estimar os valores de temperatura durante o processo de hidratação do cimento. Isto porque a hidratação do cimento é uma reação que libera calor, o que pode ser um problema na concretagem de grandes massas de concreto. Essa elevação de temperatura pode afetar no desenvolvimento das propriedades mecânicas do concreto, já que a reação de hidratação do concreto também é uma reação termoativa. Isto significa que ao mesmo tempo em que existe um aumento na temperatura da massa de cimento, também existe uma mudança na cinética da reação causada por este aumento na temperatura. A evolução das propriedades do concreto está relacionada a esta evolução da reação de hidratação e velocidade ou cinética com que ela acontece.

### 4.2.1 Conceitos

A transferência de calor ocorre quando dois corpos ou mais estão em temperaturas diferentes e são colocados em contato entre eles ou em um mesmo local, fazendo com que a energia térmica seja transferida de um corpo para o outro.

Segundo Azenha (2004, p. 48), na análise do concreto nas primeiras idades, a transferência de calor pode ocorrer de duas maneiras: por condução ou convecção, como mostra a figura 2. O que acontece na realidade é que a distribuição das temperaturas em um meio é controlada pelos processos de condução e convecção, logo não se pode isolar completamente um processo da influência do outro. Mas usualmente ocorre a separação dos processos, o que não implica em erros significativos. Estes fenômenos são descritos nos próximos itens.

Figura 2 – Mecanismos de transferência de calor em sólidos



(fonte: AURICH, 2009, p. 128)

#### 4.2.1.1 Condução

Segundo Azenha (2004, p. 49), a condução é um dos mecanismos de transferência de calor no qual a troca de energia térmica é efetuada por meio do movimento aleatório de moléculas ou pelo movimento de elétrons livres. É o processo típico de transmissão dentro de um sólido. Dentro do contexto de interesse, um exemplo de transferência de calor por condução, é a concretagem de uma peça de concreto ao lado de outra, já existente. O calor que é gerado nas reações de hidratação da peça recém concretada é transmitido por condução à peça existente através da superfície em contato.

A condução de calor num sólido pode ocorrer de duas maneiras, sob regime estacionário, quando a temperatura em qualquer ponto não varia no tempo, ou sob regime transiente, quando há variação da temperatura com o tempo.

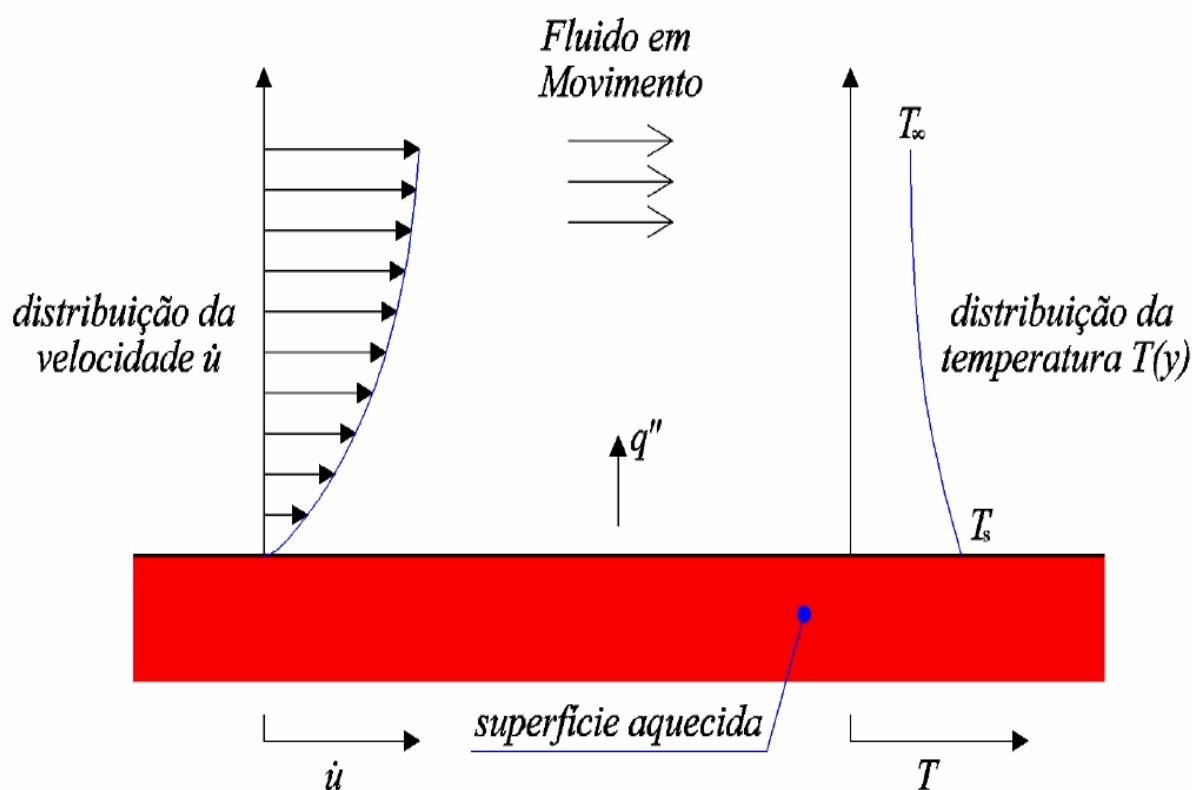
#### 4.2.1.2 Convecção

A convecção ocorre quando há transferência de calor entre a superfície de um sólido e um fluido em movimento, em que é verificado um diferencial de temperatura. Há dois mecanismos principais dos quais esta forma de transferência de energia ocorre, ou seja, por movimentos molecular aleatório (difusão) e o macroscópico do fluido.

Segundo Azenha (2004, p. 63), para o caso específico de uma laje plana apoiada sobre o solo, a convecção se dá da seguinte maneira, à medida que o calor é transmitido da superfície da laje pelo processo de hidratação para o ar próximo, este é aquecido e sua densidade diminui. O ar que é aquecido eleva-se, pois sua densidade diminui, e é substituído por ar frio que também será aquecido e se elevará. O que tem-se é um processo cíclico, que é mantido até que ocorra o equilíbrio.

Segundo Aurich (2009, p. 130), além de depender de várias propriedades do fluido, o que torna bastante complexo o fenômeno de convecção, é também necessário levar em conta a geometria da superfície em contato e as condições do fluxo. Considerando-se o mecanismo de convecção como um todo: desenvolve-se uma região de fluido, causada pela interação fluido-superfície, na qual a velocidade varia de zero até um valor finito associado ao escoamento, como mostra a figura 3. Onde a velocidade do fluido é baixa, junto à superfície, a contribuição dominante é a da difusão.

Figura 3 – Perfil de velocidades e da temperatura de um fluido adjacente a um sólido



(fonte: AURICH, 2009, p. 130)

Ocorrem quatro diferentes tipos de convecção segundo Azenha (2004, p. 64):

- a) livre: o fluxo é causado apenas pelas diferenças de densidades que são causadas pelas diferenças de temperatura;
- b) forçada: o fluxo é causado por meios externos, pó exemplo o vento;
- c) por ebulição;
- d) por condensação.

### 4.2.3 Resolução Numérica

Quando se trata da análise de sistemas estruturais, o método dos elementos finitos é bastante adotado, mas ele também é largamente utilizado na solução de problemas que não tem origem estrutural, como, por exemplo, em problemas de transferência de calor e de mecânica dos fluidos. Neste trabalho ele é aplicado na solução do problema de transferência de calor do concreto nas primeiras idades.

### 4.2.4 Equações de Transferência de Calor

Segundo Aurich (2009, p. 132), para fazer uma análise de transferência de calor em um corpo bidimensional e que sua condução de calor siga a Lei de Fourier, é possível afirmar que:

$$q_x = -k_x \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad q_y = -k_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

$q_x, q_y$ : fluxos de calor por unidade de área;

$\theta$ : temperatura do corpo;

$k_x, k_y$ : condutividades térmicas correspondentes aos eixos principais  $x, y$ .

Segundo Aurich (2009, p. 132), considerando o equilíbrio do fluxo de calor no interior do corpo, tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = -q^B \quad (\text{equação 5})$$

Onde

$q^B$  é a taxa de calor gerado por unidade de volume.

Segundo Aurich (2009, p. 132), na superfície do corpo, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\theta|_{S_\theta} = \theta^S \quad (\text{equação 6})$$

$$k_n \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{S_q} = q^S \quad (\text{equação 7})$$

Onde:

$\theta^S$ : temperatura conhecida na superfície  $S_\theta$ ;

$k_n$ : condutividade térmica do corpo;

$n$ : vetor unitário normal à superfície do corpo;

$q^S$ : fluxo de calor prescrito, que “entra” no corpo através da superfície  $S_q$ .

Há hipóteses a serem admitidas para a utilização das equações 5, 6 e 7. Uma delas é que as partículas que constituem o corpo estão em repouso. Logo estas expressões podem ser consideradas apenas para condução em sólidos.

A segunda hipótese é que a análise aplicada à transferência de calor pode ser desacoplada da análise de tensões. E a última, é que não existe mudança de fase do material em análise, e também não há efeitos de calor latente.

É possível considerar três condições de contorno na análise de transferência de calor:

- a) de temperatura: as temperaturas podem ser prescritas ou fixas, em determinados pontos ou superfícies do corpo;
- b) de fluxo de calor: podem ser prescritos fluxos de calor em determinados pontos ou superfícies do corpo;
- c) de contorno de convecção: a convecção pode ser incluída como condição de contorno.

Segundo Aurich (2009, p. 134), para a solução por elementos finitos do problema de transferência de calor, utiliza-se o princípio das temperaturas virtuais, dado pela equação 8:

$$\int_V \bar{\theta}^T k \theta' dV = \int_V \bar{\theta} q^B dV + \int_{S_q} \bar{\theta}^S q^S dS + \sum_i \bar{\theta}^i Q^i \quad (\text{equação 8})$$

Onde:

$$\theta^T = \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] \quad (\text{equação 9})$$

$$k = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \quad (\text{equação 10})$$

$Q^i$  = fluxos de calor concentrados.

Cada  $Q_i$  é equivalente ao fluxo de calor na superfície sobre uma área muito pequena. O traço sobre a temperatura  $\theta$  indica que uma distribuição de temperatura virtual está sendo considerada.

Segundo Aurich (2009, p. 134), deve-se destacar que o princípio das temperaturas estacionárias corresponde à condição estacionária da equação 11:

$$\Pi = \int_V \frac{1}{2} \left\{ k_x \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + k_y \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right\} dV - \int_V \theta q^B dV - \int_{S_q} \theta^S q^S dS - \sum_i \theta^i Q^i \quad (\text{equação 11})$$

Onde se tem:

$$\int_V \delta \theta^T k \theta^i dV = \int_V \delta \theta q^B dV + \int_{S_q} \delta \theta^S q^S dS + \sum_i \delta \theta^i Q^i \quad (\text{equação 12})$$

Onde  $\delta \theta$  pode ser arbitrada, mas deve ser zero na  $S_0$ .

### 4.3 ANÁLISE DO PROBLEMA DE DIFUSÃO DE UMIDADE

Segundo Aurich (2009, p. 143), é de grande importância conhecer a distribuição da umidade nas estruturas de concreto, pois a presença de umidade nos poros do concreto afeta a resistência, condutividade térmica e o grau de velocidade da hidratação. Para o caso mais geral de difusão, gases, líquidos e soluções são transportados através de um meio poroso segundo a Primeira Lei da Difusão de Fick. O Método dos Elementos Finitos é bastante utilizado na solução de problemas não estruturais, como a transferência de calor, neste capítulo ele é aplicado na solução do problema de difusão da umidade no interior do concreto nas primeiras idades.

#### 4.3.1 Primeira Lei da Difusão de Fick

Segundo Aurich (2009, p. 144), a Primeira Lei da Difusão de Fick é dada por:

$$Q = D(H) \cdot \frac{c_1 - c_2}{l} \cdot A \cdot t \quad (\text{equação 13})$$

Onde:

Q: quantidade de substância transportada (g);

$c_1 - c_2$ : diferença em concentração ( $\text{g}/\text{m}^3$ );

l: espessura da seção transposta (m);

A: área da seção transposta ( $\text{m}^2$ );

T: tempo (s);

D(H): coeficiente de difusão ( $\text{m}^2/\text{s}$ ).

### 4.3.2 Lei da Difusão de Fick Aplicada ao Concreto

Segundo Aurich (2009, p. 145), considerando a secagem do concreto como um fenômeno transiente, a equação de equilíbrio é dada pela equação 14:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D(H) \frac{\partial H}{\partial x} \right) \quad (\text{equação 14})$$

O volume do fluxo de água dentro do meio poroso, é dado por:

$$V = D(H) \cdot \frac{dH}{dx} \cdot A \cdot t \quad (\text{equação 15})$$

Onde:

V: volume de água fluindo ( $\text{m}^3$ );

D(H): coeficiente de difusão ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) da umidade relativa do poro H;

dH/dx: gradiente da umidade relativa do poro (m-1);

A: área da seção transposta ( $\text{m}^2$ );

t: tempo (s).

Segundo Aurich (2009, p. 145), para condições isotérmicas, o coeficiente de difusão pode ser expresso como função da umidade relativa do poro, sendo  $0 < H < 1$ , como se pode verificar na equação 16:



$$D(H) = D_1 \left( \alpha + \frac{1 - \alpha}{1 + \left( \frac{1 - H}{1 + H_c} \right)^n} \right) \quad (\text{equação 16})$$

Onde:

$D_1$ : máximo  $D(H)$  para  $H = 1$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ );

$D_0$ : mínimo  $D(H)$  para  $H = 0$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ );

$$\alpha = \frac{D_0}{D_1} \quad (\text{equação 17})$$

$H$ : umidade relativa do poro;

$H_c$ : umidade relativa do poro com  $D(H) = 0,5.D_1$ ;

$n$ : expoente.

### 4.3.3 Resolução Numérica

Segundo Aurich (2009, p. 147), a equação diferencial que governa o fenômeno de difusão de umidade é dada por:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = D(H) \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) \quad (\text{equação 18})$$

Onde:

$H = H(x, y, t)$ : a umidade relativa do poro é função da posição  $x$  e  $y$  considerada e da variável tempo  $t$ ;

$D(H)$ : coeficiente de difusão do material.

Segundo Aurich (2009, p. 148), considerando as condições de contorno da análise de difusão de umidade, tem-se que:

$$D(H) \frac{\partial H}{\partial n} = \alpha_m (H_e - H^s) \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

$\frac{\partial H}{\partial n}$

: gradiente de umidade na superfície;

$\alpha_m$ : fator de transferência de massa;

$H_e$ : umidade relativa nos poros junto à superfície do sólido;

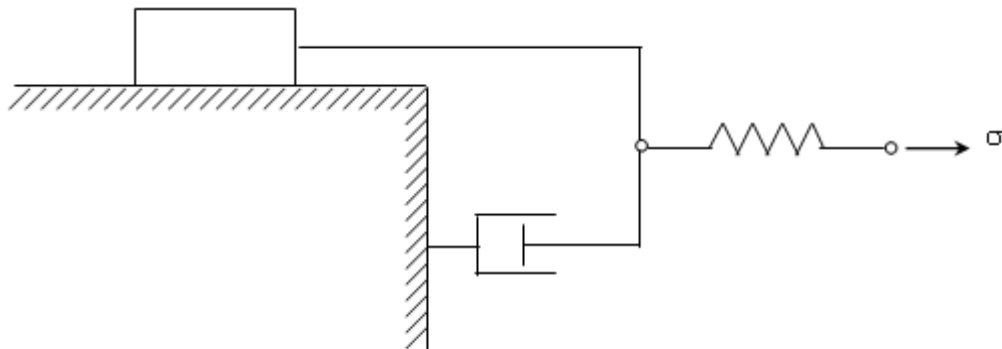
$H^s$ : umidade relativa do ambiente.

É possível verificar uma analogia entre as equações que descrevem o problema de difusão de umidade e de transferência de calor.

#### 4.4 ANÁLISE DO PROBLEMA MECÂNICO

A figura 4 mostra o modelo reológico que pode ser utilizado para a análise de um material elastoviscoplastico.

Figura 4 – Modelo elastoviscoplastico



(fonte: AURICH, 2009, p. 150)

Segundo Aurich (2009, p. 150), a mola linear proporciona uma resposta elástica instantânea. Sabendo que o amortecedor não sofre deformação instantânea, o elemento de atrito também apresentará deformação nula, porque os dois estão conectados em paralelo. Se a tensão corrente  $\sigma$  for maior que a tensão de plastificação  $\sigma_0$ , o elemento de atrito se torna ativo. O

excesso de tensão ( $\sigma - \sigma_0$ ) é absorvido gradativamente pelo amortecedor, caracterizando assim, o comportamento elastoviscoplastico do material. Para a análise do comportamento do concreto nas primeiras idades é necessário representar o comportamento de um material viscoelástico.

#### 4.4.1 Formulação do Comportamento Elastoplástico

Considerando uma análise tridimensional não linear e admitindo o material como isotrópico, homogêneo, de comportamento elastoviscoplastico, apresenta-se a seguir as formulações matemáticas.

Segundo Aurich (2009, p. 151), em problemas contínuos não lineares é aceitável que a deformação total, seja separada em duas componentes, uma elástica e outra viscoplastica, como mostra as equações 20 a 23:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_e\} + \{\varepsilon_{vp}\} \quad (\text{equação 20})$$

ou diferenciando em relação ao tempo t,

$$\left\{ \dot{\varepsilon} \right\} = \left\{ \dot{\varepsilon}_e \right\} + \left\{ \dot{\varepsilon}_{vp} \right\} \quad (\text{equação 21})$$

As tensões são produzidas unicamente pelas deformações elásticas:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon_e\} \quad (\text{equação 22})$$

Onde

[ D ] é a matriz constitutiva do material.

Tem-se uma superfície de plastificação expressa por:

$$F\langle\{\sigma\}\rangle - F_0\langle\kappa\rangle = 0 \quad (\text{equação 23})$$

Onde

$F_0$  é um valor de tensão de plastificação uniaxial, é função do parâmetro de endurecimento  $k$ . Se  $F < F_0$ , tem-se um comportamento elástico, se  $F = F_0$ , plástico, e se  $F > F_0$ , viscoplástico.

É necessário estabelecer uma lei específica para determinar as deformações viscoplásticas a partir do estado de tensões.

Segundo Aurich (2009, p. 157), a simplificação do modelo elastoviscoplástico que considera a tensão de plastificação nula, resulta no modelo de Maxwell. A utilização de um modelo reológico que considera uma mola em série com um amortecedor é muito simples para representar o comportamento real do concreto. Para poder programar este modelo reológico é utilizada a técnica de camadas superpostas.

#### 4.4.2 Modelo das Camadas

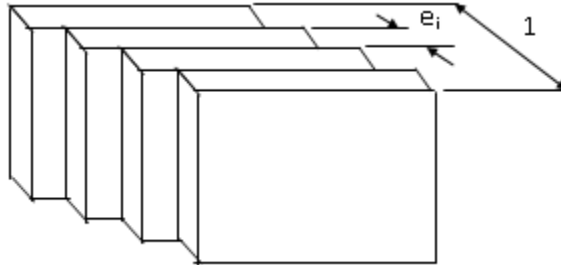
Segundo Aurich (2009, p. 158), o modelo que corresponde ao comportamento elastoviscoplástico, é constituído por uma mola em série com um elemento formado por um amortecedor viscoso em paralelo com um elemento de atrito. Porém o histórico de deformações com o tempo de vários materiais, assim como o concreto, não pode ser representada por um modelo elastoviscoplástico tão simples.

Uma maneira de representar o comportamento viscoelástico do concreto é considerando-o como sendo composto de várias camadas de materiais simples, cada uma destas apresentando a mesma deformação. O campo de tensões totais é obtido pela soma das contribuições de cada camada. Com a introdução de um número considerável de camadas superpostas pode-se reproduzir o comportamento experimental de materiais complexos, assim como o concreto. O que pode ser visto na figura 5.

Segundo Machado (2002, p 8), cada camada do modelo pode ter diferentes espessuras e comportamentos dos materiais. Como os nós em todas as camadas coincidem, em cada uma

delas tem-se a mesma deformação. Isto resulta em um campo de tensões  $\sigma_i$  diferente em cada camada.

Figura 5 – Analogia da técnica de camadas em duas dimensões



(fonte: AURICH, 2009, p. 159)

Segundo Machado (2002, p. 8), a contribuição de cada camada, para o campo de tensões totais  $\sigma$ , é dada por

$$\{\sigma\} = \sum_{i=1}^k \{\sigma_i\} e_i \quad (\text{equação 24})$$

Onde:

$k$  é o número de camadas do modelo.

$$\sum_{i=1}^k e_i = 1 \quad (\text{equação 25})$$

Onde:

$e_i$  é a espessura relativa de cada camada, isto é, sua espessura dividida pela espessura total.

Segundo Machado (2002, p. 9), a matriz de rigidez de cada elemento simples de concreto será obtida pela soma das contribuições de cada camada individualmente:

$$[K_{SS}] = \sum_{i=1}^k \int_v [B]^T [D]_i [B] dv \quad (\text{equação 26})$$

Onde

$[D]_i$  é a matriz constitutiva de cada camada.

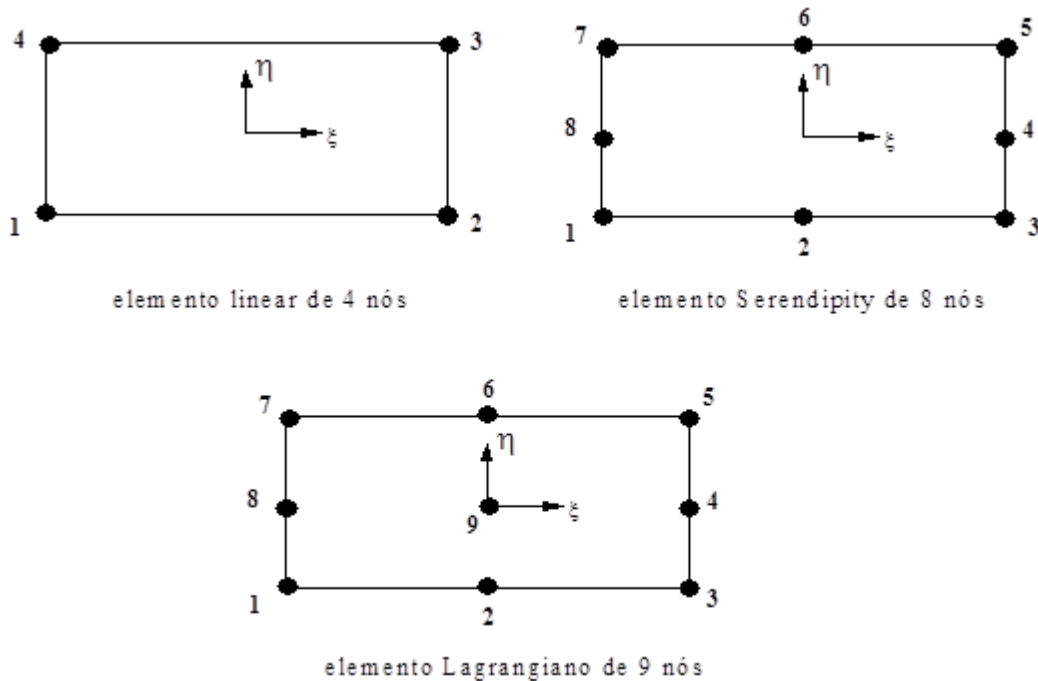
## 5 ANÁLISE DO CONCRETO NAS PRIMEIRAS IDADES

Neste capítulo é apresentado um algoritmo para análise do comportamento do concreto nas primeiras idades. Este modelo tem por objetivo acompanhar a evolução da fissuração, avaliando a elevação da temperatura, causada pelo calor de hidratação e a secagem da mesma, através da difusão da umidade no interior de estrutura, as tensões desenvolvidas, devidas à questão térmica e de difusão, e a problemas mecânicos.

### 5.1 ELEMENTOS FINITOS

O programa de simulação numérica utilizado permite a utilização de três elementos isoparamétricos quadrangulares para modelar os materiais, um deles linear e outros dois quadráticos. Estes elementos possuem quatro, oito e nove nós, com dois graus de liberdade em cada nó, como está ilustrado na figura 6.

Figura 6 – Elementos isoparamétricos quadrangulares



(fonte: AURICH, 2009, p. 190)

Segundo Aurich (2009, p. 190), o campo de deslocamentos, para o elemento linear, possui variação linear e o campo de deformações é constante ao longo dos lados do elemento. Já para os elementos de 8 e 9 nós, o campo de deslocamento possui variação quadrática e o de deformações possui variações lineares.

Segundo Aurich (2009, p. 190), as funções de interpolação (ou de forma), que têm como variáveis independentes as coordenadas normalizadas ( $\xi$ ,  $\eta$ ) e a numeração dos nós, conforme indicado na figura 6, são dependentes do tipo de elemento.

O autor ainda indica que, se elemento linear:

$$N_i = 1/4 (1 + \xi_0) (1 + \eta_0), \quad i = 1,2,3,4 \quad (\text{equação 27})$$

Onde

$\xi_0 = \xi \xi_i$ ,  $\eta_0 = \eta \eta_i$  e  $(\xi_i, \eta_i)$  são as coordenadas naturais do nó em consideração.

Se elemento quadrático da família Serendipity, para os nós de canto:

$$N_i = 1/4 (1 + \xi_0) (1 + \eta_0) (\xi_0 + \eta_0 - 1), \quad i = 1,3,5,7 \quad (\text{equação 28})$$

E para os nós de meio de lado:

$$N_i = \xi_i^2/2 (1 + \xi_0) (1 - \eta^2) + \eta_i^2/2 (1 + \eta_0) (1 - \xi^2), \quad i = 2, 4, 6, 8 \quad (\text{equação 29})$$

Se elemento quadrático de Lagrange, para os nós de canto:

$$N_i = 1/4 (\xi^2 + \xi_0) (\eta^2 + \eta_0), \quad i=1, 3, 5, 7 \quad (\text{equação 30})$$

Para os nós de meio de lado:



$$N_i = 1/2 \eta_i^2 (\eta^2 - \eta_0) (1 - \xi^2) + 1/2 \xi_i^2 (\xi^2 - \xi_0) (1 - \eta^2), \quad i=2,4,6,8 \quad (\text{equação 31})$$

Para o nó central:

$$N_i = (1 - \xi^2) (1 - \eta^2), \quad i = 9 \quad (\text{equação 32})$$

Segundo Aurich (2009, p. 191), trabalhando com elementos isoparamétricos, pode-se representar as coordenadas cartesianas (x, y), de um ponto no interior deste elemento, como mostra a equação 33:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ 0 & N_i \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 33})$$

Onde

$N_i$ : função de forma correspondente ao nó  $i$  do elemento de coordenadas cartesianas ( $x_i, y_i$ );  
 $n$  é o número de nós do elemento.

Segundo Aurich (2009, p. 192), a matriz de rigidez para o concreto é dada por:

$$[Kc] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (\text{equação 34})$$

e, pode ser calculada numericamente através da equação 35:

$$[Kc] = \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} [B_{ij}]^T [D] [B_{ij}] w_i w_j e_{ij} \det J \quad (\text{equação 35})$$

Onde:

$n^g$  é o número de pontos de integração em cada direção do elemento;

$[B_i j]$  é a matriz de relações deformações-deslocamentos calculadas no ponto de integração com coordenadas naturais  $(\xi_{i,j}, \eta_{i,j})$ .

A matriz constitutiva elástica para estado plano de tensão, dada pela equação 36:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (\text{equação 36})$$

Onde

E: módulo de elasticidade longitudinal;

$\nu$ : coeficiente de Poisson;

$w_i, w_j$ : fatores de peso;

$e_i j$ : espessura no ponto de integração;

det J: determinante da matriz Jacobiana do elemento.

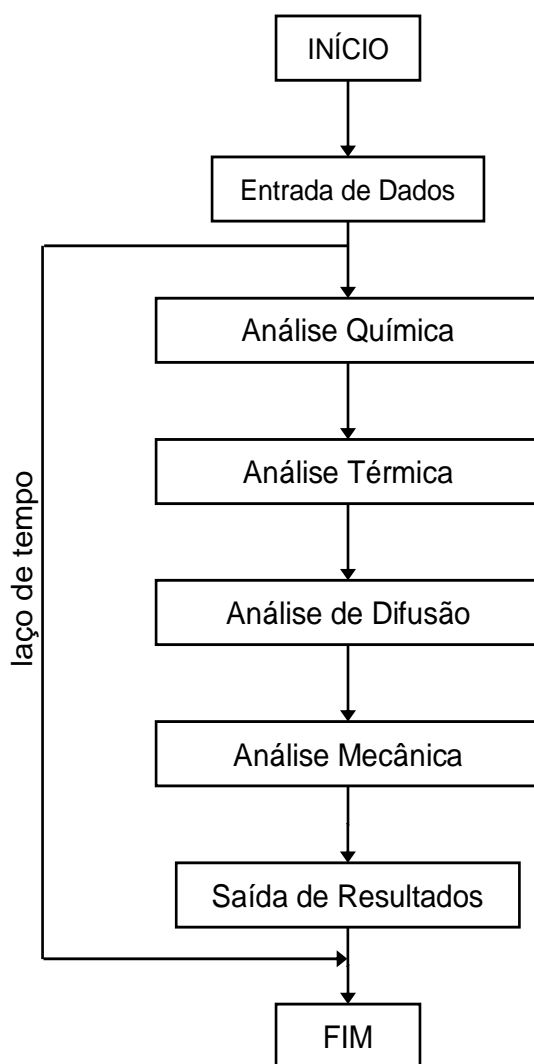
A matriz Jacobiana é calculada pela equação 37:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (\text{equação 37})$$

## 5.2 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

É possível entender o funcionamento do programa utilizado neste trabalho, através do fluxograma representado na figura 7.

Figura 7 – Fluxograma do algoritmo do programa



(fonte: AURICH, 2009, p. 193)

O programa utilizado no presente trabalho permite realizar diferentes tipos de análise, axissimétrica, estado plano de tensão e estado plano de deformação. Também é possível fazer a escolha entre os três tipos de elementos finitos, de 4, 8 ou 9 nós.

Na etapa de entrada de dados, é necessário introduzir o número de elementos que compõe a malha, as coordenadas de cada nó, suas conectividades e propriedades do material. É necessário escolher também o tipo de análise que será feita e o tempo a ser considerado na simulação.

Cada análise realizada pelo programa exige diferentes propriedades dos materiais que compõe o concreto, por este motivo é necessário especificar os dados de entrada de cada análise, o que é descrito no quadro 1.

Quadro 1 – Propriedades dos materiais utilizadas em cada análise

<b>ANÁLISE</b>	<b>PROPRIEDADES</b>
Química	Elevação adiabática da temperatura
Térmica	Coeficiente de condutividade térmica
	Coeficiente de convecção
	Capacidade térmica
Difusão de umidade	Coeficiente de difusão
	Fator de transferência de massa
Mecânica	Módulo de elasticidade
	Coeficiente de Poisson
	Resistencia à compressão

(fonte: AURICH, 2009, p. 195)

Na análise química é possível determinar através da curva de elevação adiabática da temperatura do concreto, o calor gerado pelas reações exotérmicas de hidratação do cimento. O calor por unidade de volume gerado no processo de hidratação do cimento é determinado na análise química, já na análise térmica este calor é transformado em valores nodais equivalentes. Sabendo que a temperatura da peça de concreto e do ambiente são diferentes, o programa considera o fluxo de calor gerado por esta diferença, calculando um valor nodal equivalente. A determinação da matriz que relaciona o calor nodal com a temperatura é determinada a partir dos coeficientes de condutividade térmica do material e da geometria da peça.

Para a análise da difusão de umidade, a consideração da distribuição da água em um meio poroso, e sua difusão no interior da peça é importante para determinar a retração, fluência e seus efeitos sobre tensões, deformações e aparecimento de fissuras. Sabendo desta importância, é relevante a aplicação das leis de difusão de Fick nesta etapa, anteriormente a da análise mecânica. Da mesma maneira que ocorre na análise térmica, é determinada a matriz

que relaciona as propriedades de difusibilidade do material e a geometria da peça. A partir dos valores equivalentes nodais de umidade relativa e da matriz, é calculado o valor nodal da umidade relativa.

A análise mecânica é a última a ser realizada, pois considera as temperaturas e umidades relativas que são determinadas nas etapas anteriores para determinar as deformações de origem térmica, por retração e por fluência.

Introduzidos todos os dados no programa, este processa as análises e gera um arquivo de dados. Este arquivo de dados é introduzido em um programa chamado GiD – *the personal pre and post processor* desenvolvido na Universidade da Cataluña que facilita a visualização dos resultados das análises por elementos finitos, este foi.

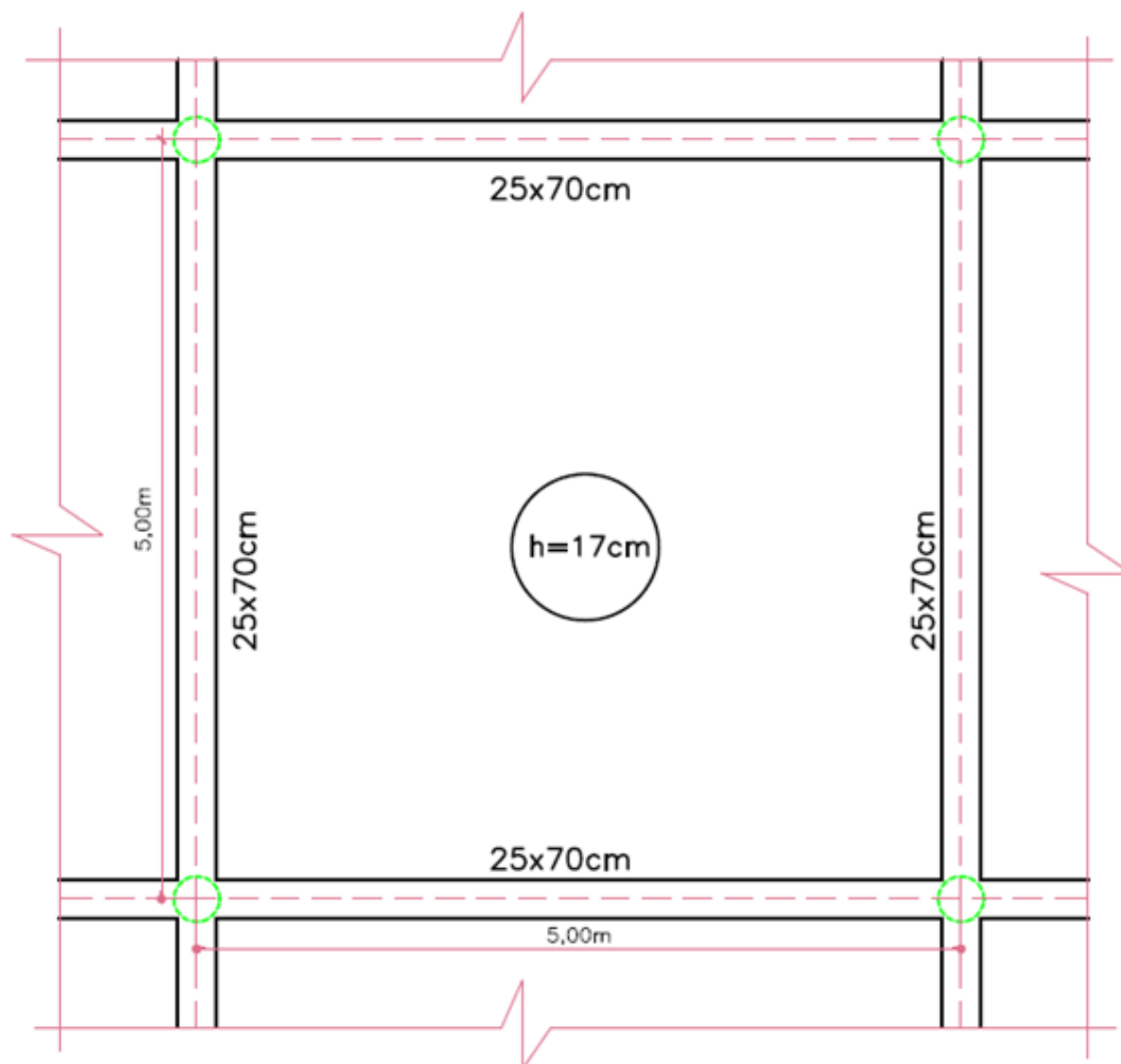
### 5.3 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Apresenta-se neste item, o objeto de estudo deste trabalho sendo uma aplicação numérica para as metodologias anteriormente descritas. Através do programa utilizado, é efetuado o acoplamento das análises térmica, de difusão de umidade e mecânica, simulando assim o comportamento do concreto.

#### 5.3.1 Objeto de Estudo

O objeto de estudo deste trabalho, é uma laje portante constituída de painéis quadrados de 5 metros de lado com espessura de 17 centímetros, apoiados em vigas de 25 centímetros de largura por 70 centímetros de altura, sendo que, estas por sua vez, estão apoiadas sobre estacas escavadas de concreto armado, a figura 8 mostra um desenho esquemático da geometria destes painéis. Esta laje é parte componente de um galpão de armazenagem, em fase de construção, do novo terminal de cargas do Aeroporto Internacional Salgado Filho. O galpão possui dimensões em planta de 180 metros de comprimento por 90 metros de largura, sendo este dividido em seis trechos, separados por juntas de dilatação de 2 centímetros, e será coberto por uma estrutura metálica posicionada a 10 metros de altura, cuja planta baixa é mostrada na figura 9.

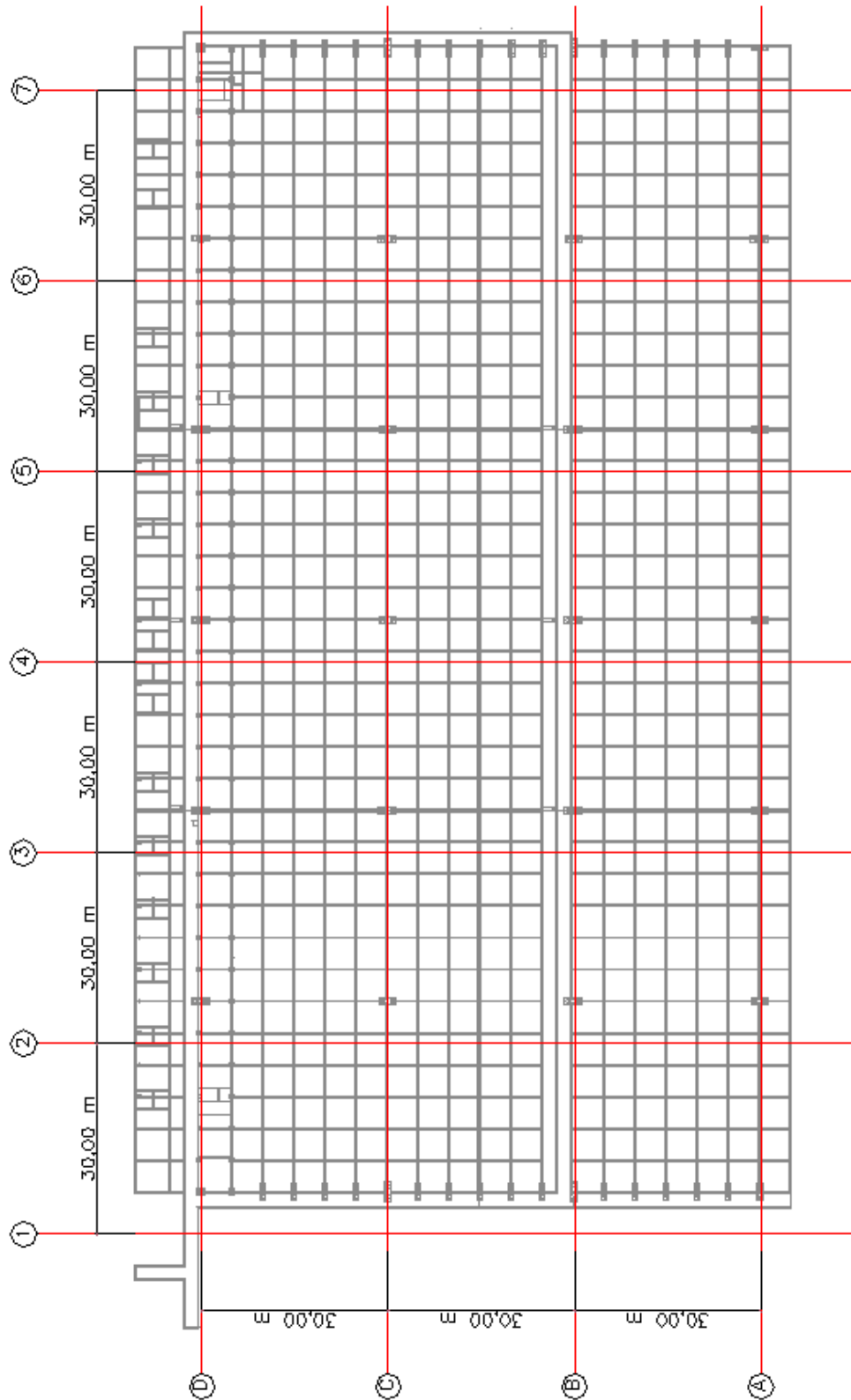
Figura 8 – Desenho da geometria dos painéis



(fonte: elaborado pelo autor)

A execução da laje se deu em várias fases, sendo sua concretagem realizada em faixas de diferentes dimensões e em diferentes datas, como está representado na figura 10. O lançamento do concreto das diferentes etapas de concretagem da laje foi executado com concreto bombeado, como mostra a figura 11. Para avaliação do comportamento do concreto desta laje nas primeiras idades, no âmbito do presente trabalho, optou-se por analisar apenas uma das fases de concretagem, sendo a fase escolhida a do dia 28/02/2012, com aproximadamente 1.100 metros quadrados e consumindo um volume de concreto de 190 metros cúbicos, a escolha desta etapa se deu, pois foi nesta que apareceram as primeiras fissuras.

Figura 9 – Planta baixa galpão de armazenagem



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 10 – Etapas de concretagem



(fonte: elaborado pelo autor)



Figura 11 – Lançamento do concreto



(fonte: foto do autor)

O controle tecnológico do concreto da laje foi realizado por meio de tabelas, nas quais foram registrados:

- a) data da concretagem;
- b) trecho executado;
- c) horário de chegada do caminhão de concreto;
- d) slump;
- e) volume de água adicionado ao concreto;
- f) volume de concreto do caminhão;
- g) número da nota fiscal;
- h) placa do caminhão.

Na tabela 1, estão registrados os dados do controle tecnológico da data em que foi executada a etapa em estudo neste trabalho.

Tabela 1 – Controle tecnológico do concreto

<b>CONTROLE TECNOLÓGICO DO CONCRETO</b>							
<b>DATA CONCRETAGEM</b>	<b>LAJE TRECHO</b>	<b>HORA</b>	<b>SLUMP (cm)</b>	<b>ÁGUA (litros)</b>	<b>CONCRETO (m<sup>3</sup>)</b>	<b>NOTA FISCAL</b>	<b>PLACA CAMINHÃO</b>
28/02/2012	Trecho 5	14:16	11	-	8	199740	IRU42XX
28/02/2012	Trecho 5	14:20	12	-	8	199741	IRQ00XX
28/02/2012	Trecho 5	14:23	10	20	8	199742	IRX80XX
28/02/2012	Trecho 5	15:14	10	-	8	199746	IPB01XX
28/02/2012	Trecho 5	15:18	12	-	8	199747	IPF26XX
28/02/2012	Trecho 5	15:09	12	-	8	199745	IPB27XX
28/02/2012	Trecho 5	15:24	10	-	8	199748	IRU42XX
28/02/2012	Trecho 5	16:19	10	-	8	199754	IRU42XX
28/02/2012	Trecho 5	16:40	12	-	8	199756	IRQ00XX
28/02/2012	Trecho 5	17:00	11	-	8	199758	IRX80XX
28/02/2012	Trecho 5	17:20	12	-	8	199762	IRP01XX
28/02/2012	Trecho 5	17:30	12	-	8	199766	IRQ00XX
28/02/2012	Trecho 5	17:58	12	-	8	199771	IPB27XX
28/02/2012	Trecho 5	18:10	10	-	8	199770	IPF26XX
28/02/2012	Trecho 5	18:10	11	-	8	199773	IRP40XX
28/02/2012	Trecho 5	18:01	12	-	8	199772	IRU42XX
28/02/2012	Trecho 5	18:20	11	-	8	199776	IOY28XX
28/02/2012	Trecho 5	18:35	9	50	8	199778	IRZ31XX
28/02/2012	Trecho 5	18:35	12	-	8	199777	IOY29XX
28/02/2012	Trecho 5	18:45	12	-	8	199780	INM25XX
28/02/2012	Trecho 5	19:00	12	-	8	199781	IRP44XX
28/02/2012	Trecho 5	19:08	10	-	8	199782	IRQ00XX
28/02/2012	Trecho 5	19:11	11	-	8	199784	IRX80XX
28/02/2012	Trecho 5	20:00	10	-	8	199791	IRZ31XX

(fonte: adaptado pelo autor)

A moldagem de corpos de prova é parte integrante do processo de controle tecnológico do concreto, auxiliando no acompanhamento da evolução da resistência do concreto. Para a etapa do dia 28/02/2012, foram moldados corpos de prova de 20 centímetros de altura e 10 centímetros de diâmetro para amostragem do concreto de 7 caminhões. A resistência característica à compressão do concreto requerida para laje era de 30 megapascais. Os rompimentos dos corpos de prova foram realizados em um laboratório montado no próprio canteiro de obras, nas idades de 7 e 28 dias, como mostra a figura 12. Após o rompimento dos corpos de prova, os resultados foram inseridos nas tabelas 2 e 3, conforme a idade de rompimento. Estes valores de resistência do concreto da laje são parâmetros necessários para a modelagem numérica da peça.

O próximo passo após a concretagem da laje é a cura do concreto, ela deve ser realizada de maneira a evitar a evaporação da água presente no mesmo. Uma cura correta garante assim, que haja água suficiente para completar as reações químicas responsáveis pelo aumento da resistência do concreto. A cura foi realizada com auxílio de mantas, que tem por função manter a água por um tempo maior sobre a superfície de concreto. Durante 7 dias estas mantas foram mantidas sobre o concreto, sendo molhadas sempre que necessário, a figura 13 traz uma ideia da execução da cura da laje em estudo.

Tabela 2 – Resultados dos rompimentos dos corpos de prova aos 7 dias

<b>CONTROLE TECNOLÓGICO DO CONCRETO - LAJE - 28/02/2012</b>						
<b>DATA RUPTURA</b>	<b>IDADE (dias)</b>	<b>SLUMP</b>	<b>CONCRETO (m<sup>3</sup>)</b>	<b>ÁGUA (litros)</b>	<b>NOTA FISCAL</b>	<b>RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO (MPa)</b>
06/03/2012	7	11	8	-	199740	30,56
06/03/2012	7	10	8	-	199746	28,78
06/03/2012	7	10	8	-	199748	27,76
06/03/2012	7	12	8	-	19766	29,28
06/03/2012	7	12	8	-	199772	26,99
06/03/2012	7	12	8	-	199780	26,74
06/03/2012	7	11	8	-	199784	21,9

(fonte: adaptado pelo autor)

Tabela 3 – Resultados dos rompimentos dos corpos de prova aos 28 dias

<b>CONTROLE TECNOLÓGICO DO CONCRETO - LAJE - 28/02/2012</b>						
<b>DATA RUPTURA</b>	<b>IDADE (dias)</b>	<b>SLUMP</b>	<b>CONCRETO (m<sup>3</sup>)</b>	<b>ÁGUA (litros)</b>	<b>NOTA FISCAL</b>	<b>RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO (MPa)</b>
27/03/2012	28	11	8	-	199740	44,31
27/03/2012	28	10	8	-	199746	39,98
27/03/2012	28	10	8	-	199748	39,98
27/03/2012	28	12	8	-	199766	35,91
27/03/2012	28	12	8	-	199772	35,65
27/03/2012	28	12	8	-	199780	46,09
27/03/2012	28	11	8	-	199784	29,54

(fonte: adaptado pelo autor)

Figura 12 – Rompimento de corpos de prova



(fonte: foto do autor)

O motivo pelo qual se escolheu estudar o comportamento da etapa de concretagem do dia 28/02/2012, foi o aparecimento de fissuras anterior à idade de 28 dias do concreto. A figura

14 mostra uma das fissuras formadas, e identificadas no dia 21/03/2012. Entendeu-se que seria importante ter uma ferramenta que fosse capaz de prever a formação de fissuras, já que estas, dependendo das suas dimensões, prejudicar o desempenho do concreto, permitindo a entrada de agentes agressivos.

Figura 13 – Cura do concreto



(fonte: foto do autor)

Figura 14 – Aparecimento de fissuras

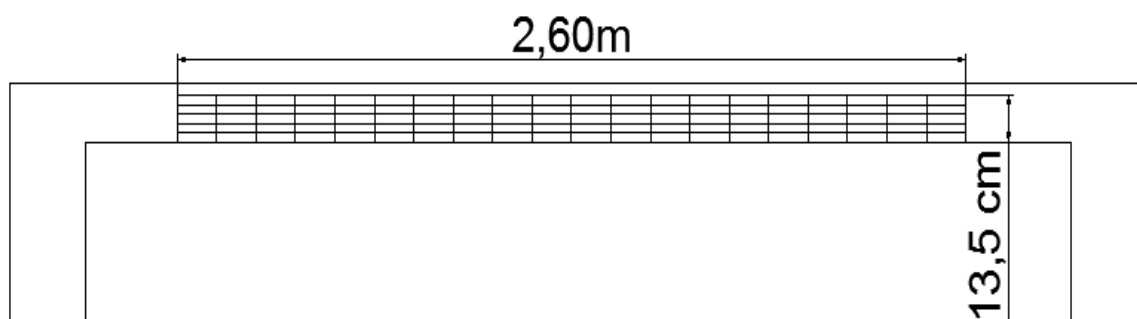


(fonte: foto do autor)

### 5.3.2 Geometria e Parâmetros Utilizados na Modelagem Computacional

Como mencionado anteriormente, decidiu-se para o âmbito deste trabalho utilizar a etapa de concretagem do dia 28/02/2012 para avaliar o comportamento do concreto nas primeiras idades. Para a modelagem computacional da laje, foi utilizada uma malha de elementos finitos com 100 elementos, como pode ser observado na figura 15. Cada um destes elementos possui 9 nós, tendo a malha um total de 451 nós. A malha abrange uma superfície formada apenas por concreto, considerando o aço presente na estrutura um elemento infinitamente rígido.

Figura 15 – Malha de elementos finitos



(fonte: elaborado pelo autor)

As condições de contorno adotadas para as análises térmica, de difusão de umidade e mecânica, são mostradas nas figuras 16, 17 e 18, respectivamente. Para a análise térmica optou-se por utilizar a maior temperatura ambiente do dia de 32 °C, considerando que a concretagem da etapa do dia 28/02/2012 foi executada ao longo do período da tarde. Para o valor de umidade do ar utilizou-se o valor de 55% sendo o menor valor ao longo do dia em questão. Este valor de umidade foi considerado apenas na superfície superior da laje, já que esta se encontra em contato com o solo. Os dados de temperatura ambiente e umidade do ar foram obtidos através do banco de dados do INMET – Instituto Nacional de Meteorologia. A opção de buscar estas informações em um banco de dados se deu, pois, não estavam disponíveis dados experimentais. Já para temperatura do solo foi adotou-se o valor de 17 °C como propõe Azenha (2004, p. 191).

Sabendo-se que para a análise termomecânica da etapa em estudo não estavam disponíveis dados experimentais sobre o coeficiente de convecção, a condutibilidade térmica e o calor específico do material, assim como a temperatura do solo, foram utilizados parâmetros

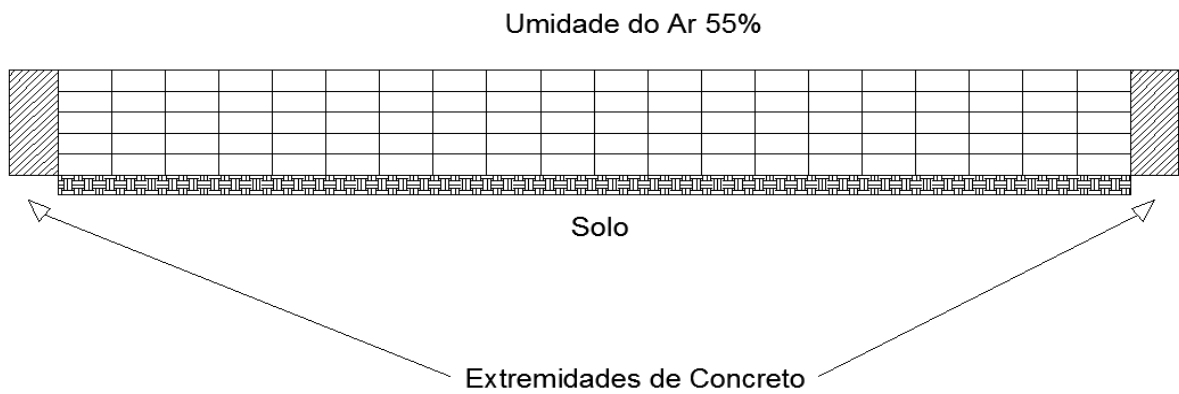
encontrados na literatura disponível. Os parâmetros utilizados na análise térmica, de difusão de umidade e mecânica, para a laje estudada, são demonstrados nas tabelas 3, 4 e 5.

Figura 16 – Condições de contorno análise térmica



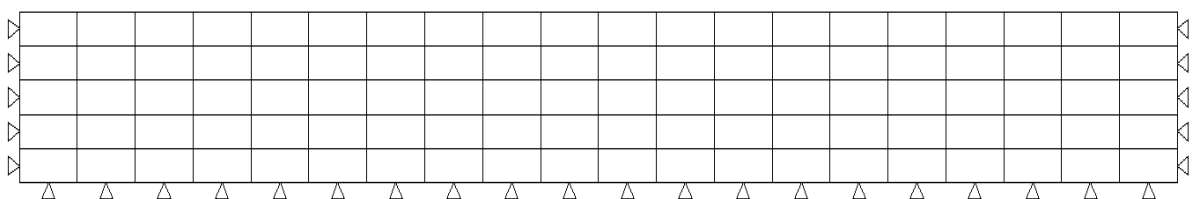
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 17 – Condições de contorno análise de difusão de umidade



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 18 – Condições de contorno análise mecânica



(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 4 – Propriedades térmicas

Condutividade térmica (kJ/cm.dia.°C)	2,33
Coefficiente de convecção (kJ/cm².dia.°C)	0,12
Capacidade térmica (kJ/cm³.dia)	1,16

(fonte: adaptado de AURICH, 2009)

Tabela 5 – Propriedades de difusão de umidade

Coefficiente de difusão (m²/s)	0,06048
Fator de transferência de massa	3,33

(fonte: adaptado de AURICH, 2009)

Tabela 6 – Propriedades mecânicas

Módulo de elasticidade (kN/cm²)	3500
Coefficiente de Poisson	0,2
Resistência à compressão (28 dias) (kN/cm²)	2,9

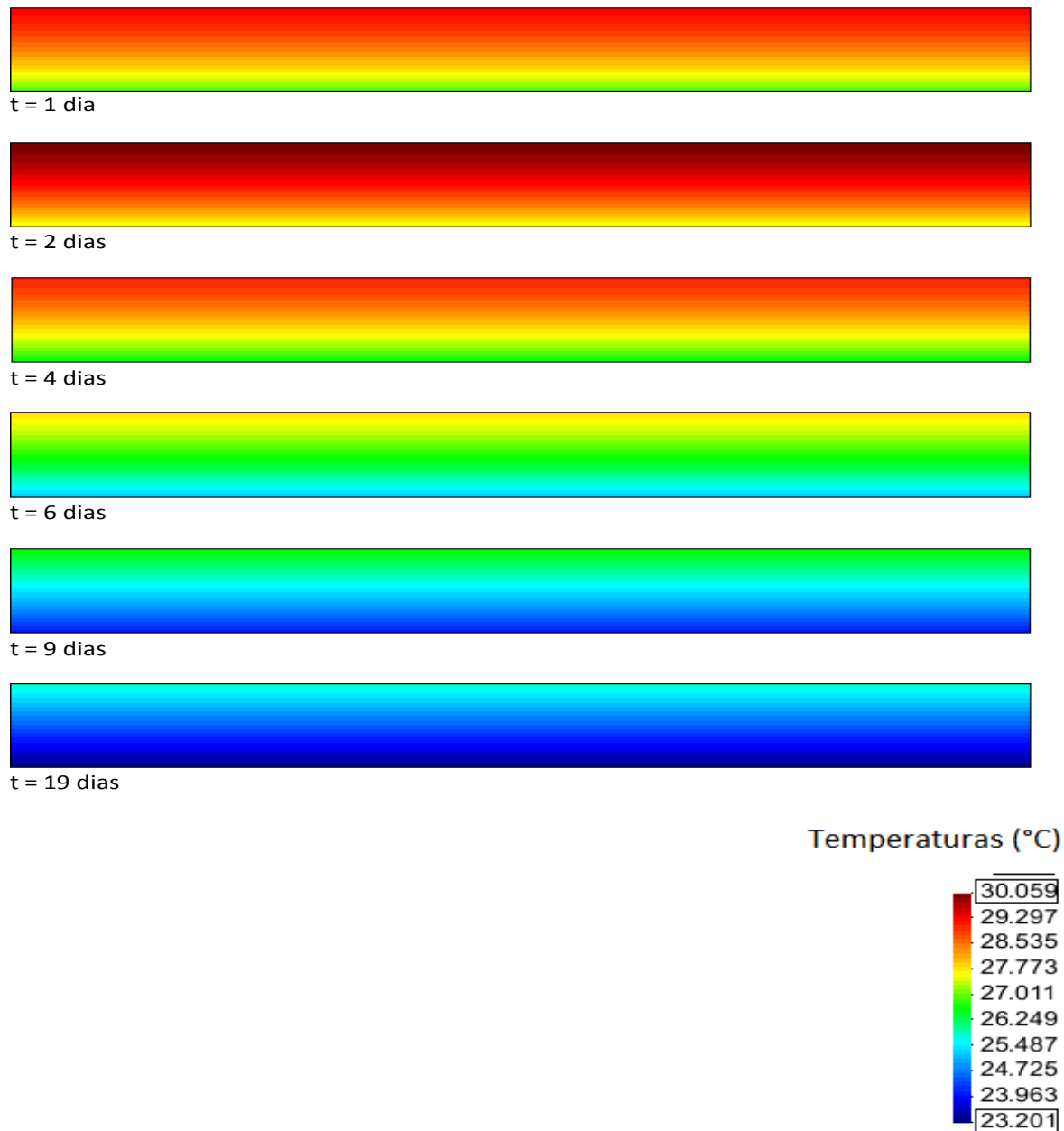
(fonte: adaptado de AURICH, 2009)



### 5.3.3 Resultados do Modelo Térmico

Em termos da evolução da temperatura da laje, pode-se observar na figura 19 que há uma variação da temperatura de 7 graus Celsius ao longo do tempo do período de 28 dias. Percebe-se que, passados 19 dias há um equilíbrio da temperatura no interior da peça, não havendo mais diferença entre as temperaturas das superfícies superior e inferior.

Figura 19 – Evolução das temperaturas

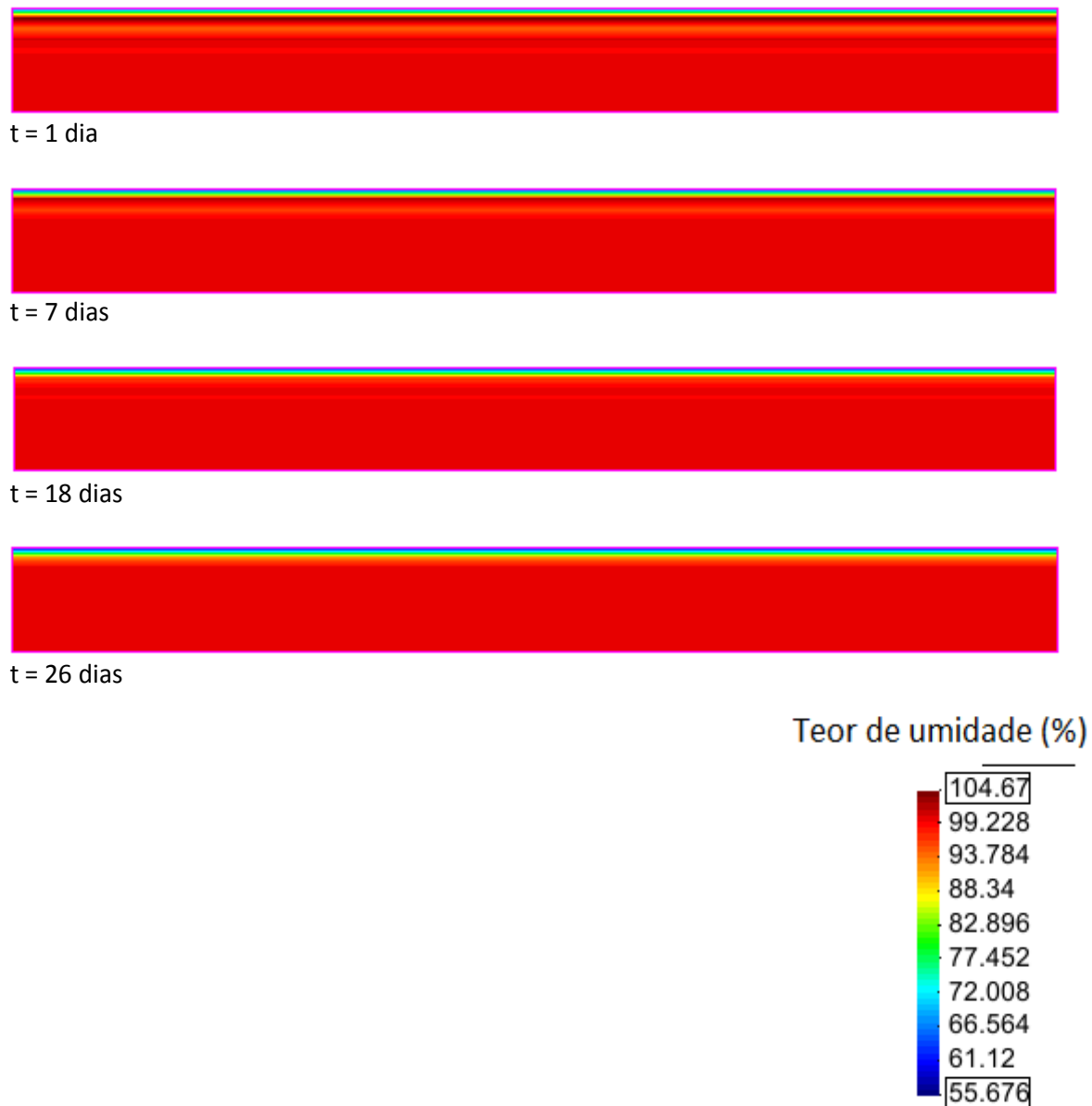


(fonte: elaborado pelo autor)

### 5.3.4 Resultados do Modelo de Difusão de Umidade

A evolução da difusão de umidade no interior da laje pode ser vista na figura 20, é possível visualizar que a secagem da peça ocorre do exterior para o interior. Percebe-se ainda, que há uma diferença entre a umidade na superfície e no interior da laje aos 26 dias.

Figura 20 – Evolução da difusão de umidade

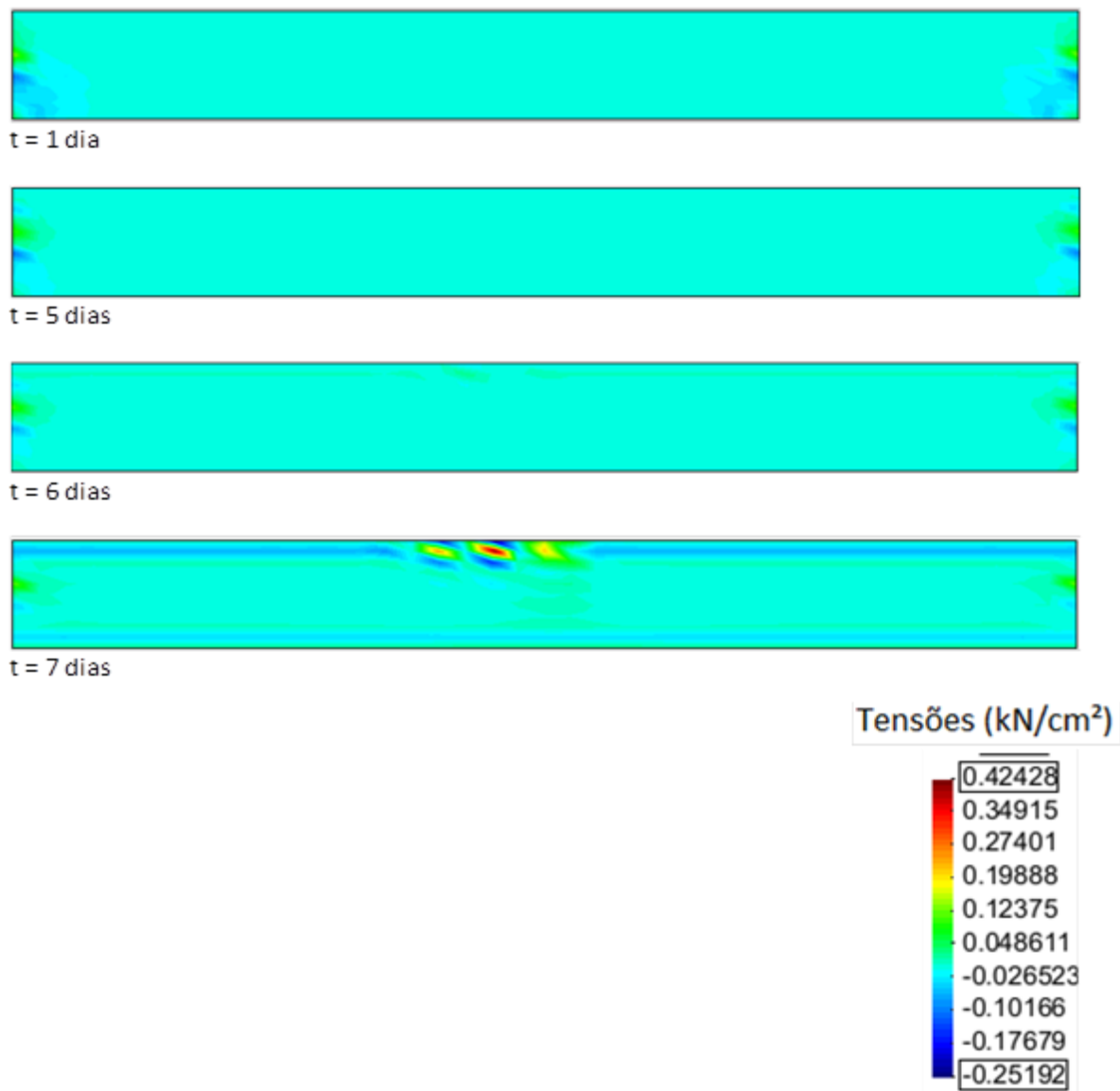


(fonte: elaborado pelo autor)

### 5.3.5 Resultados do Modelo Mecânico

A figura 21 mostra a evolução das tensões normais no interior da laje, considerando um estado plano de deformação. Verifica-se que aos 7 dias há uma zona de compressão na superfície da laje e adjacente a esta, há uma zona de tração suscetível à fissuração.

Figura 21 – Evolução das tensões



(fonte: elaborado pelo autor)

## 6 CONCLUSÕES

Considerando que este trabalho tem como objetivo avaliar a precisão dos modelos matemáticos de reproduzir o comportamento do concreto de uma laje nas primeiras idades, foi realizada uma análise computacional, baseada no método dos elementos finitos. Esta análise compreendeu os fenômenos químicos, térmicos, de difusão de umidade e mecânicos que se apresentam nas primeiras idades do concreto.

Na análise química determinou-se o calor gerado pelas reações exotérmicas de hidratação do cimento. Junto com esta elevação da temperatura, na análise térmica considerou-se o fluxo de calor gerado pela diferença de temperatura entre a laje e o ambiente. Já na análise de difusão de umidade considerou-se a distribuição da água no meio poroso. A análise mecânica foi a última a ser realizada, pois depende das temperaturas e umidades relativas que foram determinadas anteriormente para assim determinar as deformações de origem térmica, por retração e fluência.

Os resultados obtidos da modelagem computacional da laje em estudo foram comparados com o que foi verificado em obra. Do modelo térmico observou-se que houve uma variação na temperatura ao longo da espessura da laje, e passados 19 dias a temperatura já havia se uniformizado. Para a secagem da peça percebe-se que a ela se dá do exterior para o interior, e que após 26 dias ainda há diferença entre a umidade na superfície e no interior da laje. No modelo mecânico observou-se aos 7 dias uma tensão de compressão na superfície da laje e adjacente a esta, há uma zona de tensões de tração suficientes para causar as fissuras na laje.

Pelos resultados obtidos neste trabalho, é possível evidenciar que os modelos matemáticos utilizados dos podem reproduzir o comportamento do concreto da laje em estudo. Tendo como base que foi possível verificar que as tensões geradas são capazes de gerar fissuras na peça.

## REFERÊNCIAS

AURICH, M. **Simulação computacional do comportamento do concreto nas primeiras idades**. 2009. 248 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Departamento de Estruturas e Geotecnia, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

AZENHA, M. A. D. **Comportamento do betão nas primeiras idades: fenomenologia e análise termomecânica**. 2004. 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2004. Disponível em: <<http://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/11977>>. Acesso em: 13 dez. 2012.

MACHADO, M. A. S. **Aplicação do método dos elementos finitos para a análise elasto-viscoplástica de peças de concreto armado e protendido, submetidas a estados planos de tensão**. 2002. 143 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2444>>. Acesso em: 13 dez. 2012.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estruturas, propriedades e materiais**. 1. ed. (2. tiragem). São Paulo: Pini, 1994 (tiragem de 1999).

SILVOSO, M. M. **Modelagem numérica do concreto a poucas idades**. 2002. 72 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: <[http://wwwp.coc.ufrj.br/teses/mestrado/estruturas/2002/SILVOSO\\_MM\\_02\\_t\\_M\\_est.pdf](http://wwwp.coc.ufrj.br/teses/mestrado/estruturas/2002/SILVOSO_MM_02_t_M_est.pdf)>. Acesso em: 15 out. 2012.