

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de
Materiais (PPGEM)

**Introdução de parâmetros de controle de incertezas para
planejamento de lavra**

Luciano Nunes Capponi

Dissertação para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre (RS)

2012

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de
Materiais (PPGEM)

**Introdução de parâmetros de controle de incertezas para
planejamento de lavra**

Luciano Nunes Capponi

Dissertação para obtenção do título de Mestre em Engenharia

Trabalho realizado no Laboratório de Pesquisa Mineral e Planejamento Mineiro, Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de concentração: Tecnologia Mineral

Porto Alegre (RS)

2012

Essa dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia, área de concentração de Tecnologia Mineral e aprovado em sua forma final, pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Lemos Peroni

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Felipe C. Leite Costa (PPGEM / UFRGS)

Prof. Dr. Luis Eduardo de Souza (CSTM / UNIPAMPA)

Dr^a. Vanessa Cerqueira Koppe

Prof. Dr. Telmo Roberto Strohaecker

Coordenador do PPGEM

“Este trabalho é dedicado
A toda minha família,
meu pai em memória, à minha mãe,
aos meus irmãos, minha esposa Veruska
e meu filho Guilherme”

“Um homem com um relógio
sabe que horas são.
Um homem com dois relógios
não tem tanta certeza.”

Anônimo.

AGRADECIMENTO

Aos professores Rodrigo Lemos Peroni e João Felipe C. L. Costa pela acolhida junto ao Laboratório de Pesquisa Mineral e Planejamento Mineiro (LPM).

Em especial ao Dr. Rodrigo Lemos Peroni pela orientação na elaboração deste trabalho, pelos constantes ensinamentos e sobretudo, pela amizade.

À minha amada Veruska Bonete pelo apoio e compreensão durante toda trajetória, fundamental na realização deste trabalho.

Ao meu filho Guilherme pelos momentos de alegria e motivação, ingredientes essenciais para tornar este trabalho um prazer.

Ao meu irmão Fabiano Capponi, pelo amparo e suporte em períodos de grandes mudanças.

Aos colegas de trabalho Diego Campos Veiga e Carlos Henrique Arroyo pelas colaborações no período de conclusão da dissertação.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Minas (DEMIN) e do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM).

À empresa Vale Fertilizantes S.A. pelo apoio e disponibilidade das informações.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte concedido.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
1.1. INTRODUÇÃO	1
1.2. META DA DISSERTAÇÃO	3
1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA DISSERTAÇÃO	4
1.4. JUSTIFICATIVA	4
1.5. METODOLOGIA	5
1.6. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	6
CAPÍTULO 2	8
2.1. REVISÃO DA LITERATURA	8
2.2. CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE INCERTEZA DE TEORES	8
2.3. DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE TEORES UTILIZANDO SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA.....	13
2.4. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA	22
<i>Validação dos Resultados</i>	28
2.5. FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA.....	30
2.6. MEDIDAS DE INCERTEZA E DISPERSÃO	32
<i>Variância Condicional</i>	33
<i>Coefficiente de Variação Condicional</i>	34
<i>Intervalo Entre Quartil Condicional</i>	34
<i>Intervalo de Probabilidade e Confiança</i>	35
CAPÍTULO 3	36
3.1. PLANEJAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LAVRA	37
<i>Otimização de cava</i>	37
<i>Programação da Produção – sequenciamento de lavra</i>	40
3.2. PROJETO DE CAVA A CÉU ABERTO	43
3.3. OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DE LAVRA DE LONGO PRAZO.....	46
3.4. FORMULAÇÃO PARA QUANTIFICAÇÃO DO RISCO	50
CAPÍTULO 4	52
4.1. APRESENTAÇÃO DA ÁREA EM ESTUDO	52
4.2. GEOLOGIA REGIONAL	53
4.3. GEOLOGIA LOCAL	56
4.4. UNIDADES LITOLÓGICAS.....	57
4.5. UNIDADES TIPOLÓGICAS (INTEMPERISMO)	59
4.6. MINERALIZAÇÃO	59
4.7. REVISÃO DOS ARQUIVOS DE TOPOGRAFIA	61
4.8. MODELO LITOLÓGICO	62
4.9. REGULARIZAÇÃO DOS DADOS	66
4.10. ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS.....	67
<i>Mapa de Localização das Amostras</i>	67
<i>Dados Utilizados nas Estimativas</i>	68
<i>Definição dos Domínios Geoestatísticos</i>	68
<i>Variável principal - P₂O₅</i>	69
<i>Análise Estatística dos domínios</i>	70
4.11. NORMALIZAÇÃO DOS DADOS	71
<i>Verificação da Multinormalidade (Binormalidade)</i>	72
4.12. ANÁLISE DA CONTINUIDADE ESPACIAL PARA DADOS NORMALIZADOS	73
4.13. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA.....	75
4.14. VALIDAÇÃO DA ESTIMATIVA	80
<i>Variograma dos dados simulados</i>	80
<i>Histograma dos dados simulados</i>	83
4.15. PASSOS PARA CONSTRUÇÃO DO MODELO SIMULADO.....	85
<i>Mudança de Suporte</i>	87

4.16. A INCERTEZA DE TEORES NO MODELO SIMULADO	88
CAPÍTULO 5	91
5.1. PLANEJAMENTO MINEIRO INCORPORANDO A INCERTEZA GEOLÓGICA	91
5.2. CRITÉRIOS PARA O PLANEJAMENTO DE LAVRA	92
5.3. CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO BENEFÍCIO	92
<i>Definição de Custos e Preço</i>	<i>94</i>
<i>Parâmetros de Processo</i>	<i>95</i>
<i>Parâmetros de Produção</i>	<i>95</i>
<i>Parâmetros Geotécnicos.....</i>	<i>96</i>
<i>Parâmetros Hidrogeológicos (Drenagens).....</i>	<i>97</i>
5.4. CONSTRUÇÃO DA CAVA FINAL	98
5.5. ANÁLISE DE RISCO NO PLANEJAMENTO DE LAVRA	103
5.6. SEQUENCIAMENTO DE LAVRA	110
5.7. GERAÇÃO DOS AVANÇOS OPERACIONAIS.....	112
CAPÍTULO 6	116
6.1. CONCLUSÕES	116
6.2. TRABALHOS FUTUROS	118
6.3. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	120

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Instalação de cabo submarino: (a) Pesquisa do fundo oceânico (dados de profundidade) com espaçamento de 100m; (b) Estimativa por krigagem do comprimento do fundo oceânico; (c) Pesquisa contínua do comprimento do fundo oceânico (cenário real); (d) Simulação condicional baseado nos dados espaçados 100m, e o cenário real. Adaptado de Alfaro (1979).....	16
Figura 2.2 – Esquema representando um modelo simulado, onde se tem acesso à variabilidade de cada bloco e um modelo estimado, que fornece apenas o valor médio local. Adaptado de Godoy (1997).....	17
Figura 2.3 – Abordagem conceitual tradicional da análise de risco. Adaptado de Dowd, 1994, <i>apud</i> Peroni 2002.	18
Figura 2.4 – Estrutura da análise de risco em empreendimentos mineiros por simulação Adaptado de Dowd, 1994, <i>apud</i> Peroni, 2002.	19
Figura 2.5 – Incerteza ao considerar a quantificação para os vários componentes que afetam as decisões. Adaptado de Dimitrakopoulos <i>et al.</i> , 2001.	20
Figura 2.6 - Flutuações ergódicas de CYs(h) e Fs(z) resultantes de 13 realizações obtidas por simulação sequencial Gaussiana. (a): flutuações dos variogramas de realizações de um modelo de FR Gaussiana. (b): flutuações dos histogramas de cada realização em relação à distribuição normal de referencia. Adaptado de Bonato, 2000.....	29
Figura 3.1– Análise do fluxo de caixa descontado para 10 realizações de cavas aninhadas (<i>nested pit shells</i>). Modelo estimado e modelo independente de 100 simulações. Adaptado de Dimitrakopoulos, 2001.....	40
Figura 3.2– Desvio do teor atual krigado, e intervalo contendo 90% dos dados simulados. Adaptado de Godoy (2003).	42
Figura 3.3– Passos para o projeto de cava final por análise circular. Adaptado de Dagdelen, 1985, <i>Apud</i> Godoy, 2003.	44
Figura 4.1- Visão aérea da área em estudo.	52
Figura 4.2 - Mapa geológico regional da região em estudo, segundo Silva (2003).	55
Figura 4.3 - Perfil esquemático da jazida.	57
Figura 4.4 - Evolução vertical do P ₂ O ₅ , CaO e TiO ₂ no manto de intemperismo, com as zonas de concentração de titânio e fosfato. Adaptado de Valente (2004).	61
Figura 4.5 - Disposição dos perfis E-W e NE-SW construídos para o modelo geológico.	62
Figura 4.6 - Disposição dos perfis principais e secundários (auxiliares).	63
Figura 4.7 - Perfil com os polígonos gerados pela interpretação das litologias.....	64
Figura 4.8 - Exemplo da conexão dos polígonos e geração dos sólidos das litologias.....	64
Figura 4.9 - Modelo litológico final, com a construção de todos os sólidos das litologias.	65
Figura 4.10 - Disposição das litologias em seção horizontal (cota 1.230m) do modelo litológico.	65
Figura 4.11 - Histograma do comprimento entre amostras de testemunhos de sondagem – banco de dados original.....	66
Figura 4.12 - Localização das amostras selecionadas dentro do painel de lavra planejado para os próximos quinze anos.	68
Figura 4.13 - Dados de média versus desvio-padrão da variável P ₂ O ₅ para análise de agrupamento de domínios geostatísticos.....	69
Figura 4.14 - (a) Histograma dos dados desagrupados do DG1, (b) Histograma dos dados desagrupados do DG2, (c) Histograma dos dados desagrupados do DG3.	71
Figura 4.15 - (a) Histograma dos dados normalizados do DG1, (b) Histograma dos dados normalizados do DG2, (c) Histograma dos dados normalizados do DG3.	72
Figura 4.16 - (a) Semi-variograma DG1 na direção de N67,5°; (b) Semi-variograma DG1 na direção de N157,5°; (c) Semi-Variograma DG1 Vertical.	73
Figura 4.17 - (a) Semi-variograma DG2 na direção de N0°; (b) Semi-variograma DG2 na direção de N90°; (c) Semi-Variograma DG2 Vertical.....	74
Figura 4.18 - (a) Semi-variograma DG3 na direção de N0°; (b) Semi-variograma DG3 na direção de N90°; (c) Semi-Variograma DG3 Vertical.....	75
Figura 4.19 - Três realizações tomadas de maneira fortuita para a variável P ₂ O ₅ no domínio DG1, cota 1.230 m.	77
Figura 4.20 - Três realizações tomadas de maneira fortuita para a variável P ₂ O ₅ no domínio DG2, cota 1.230 m.	78

Figura 4.21 - Três realizações tomadas de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG3, cota 1.230 m.	79
Figura 4.22 - Validação da continuidade espacial para o modelo matemático inserido (cinza) nas principais direções de anisotropia junto ao DG1. Os modelos da simulação aleatórias executadas (preto).	81
Figura 4.23 - Validação da continuidade espacial para o modelo matemático inserido (cinza) nas principais direções de anisotropia junto ao DG2. Os modelos da simulação aleatórias executadas (preto).	82
Figura 4.24 - Validação da continuidade espacial para o modelo matemático inserido (cinza) nas principais direções de anisotropia junto ao DG3. Os modelos da simulação aleatórias executadas (preto).	83
Figura 4.25 - Validação dos histogramas selecionados de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG1.	84
Figura 4.26 - Validação dos histogramas selecionados de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG2.	84
Figura 4.27 - Validação dos histogramas selecionados de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG3.	85
Figura 4.28 - Fluxograma sumarizado das etapas do processo de construção do modelo simulado.	86
Figura 4.29- Modelo esquemático de agrupamento dos blocos.	86
Figura 4.30: Perfil contendo os domínios geoestatísticos carimbados no modelo.	88
Figura 4.31: Mapa de probabilidade para teor de P_2O_5 representando o valor esperado das simulações acima de 5% (cota 1.230m).	90
Figura 4.32: Mapa 3D de probabilidade para teor de P_2O_5 representando o valor esperado das simulações acima de 5% para a área em estudo.	90
Figura 5.1 - Fluxograma usado no cálculo da função benefício.	94
Figura 5.2- Limite da cava do plano de exaustão obtida através do NPV Scheduler.....	98
Figura 5.3- Massa total movimentada para as diferentes cavas simuladas.	100
Figura 5.4 - Curva de parametrização de teores gerada a partir das cavas matemáticas. ...	100
Figura 5.5- Massa total de minério planejada.	101
Figura 5.6- Fluxo de caixa descontado para as diferentes simulações.	101
Figura 5.7- Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 1230 m (altitude), otimizadas considerando o modelo simulado e a probabilidade acima do teor de corte. As seções verticais são representadas por AA'.....	102
Figura 5.8- Seção vertical (A',A) das cavas matemáticas, considerando os modelos simulados.	103
Figura 5.9 - Curva de risco para VPL	106
Figura 5.10 - Massa total movimentada para as diferentes cavas simuladas.	106
Figura 5.11- Massa de Minério total movimentada para as diferentes cavas considerando o fator de probabilidade.	107
Figura 5.12- Fluxo de caixa descontado incorporando o risco.....	107
Figura 5.13- Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 1230 m (altitude), otimizadas considerando o modelo simulado e a probabilidade acima do teor de corte. As seções verticais são representadas por AA'.....	108
Figura 5.14- Seção vertical (A', A) das cavas matemáticas finais, otimizadas considerando o modelo simulado e a probabilidade acima do teor de corte.	109
Figura 5.15- Curvas da quantidade de estéril vs minério acumulado para os <i>pushbacks</i> simulados.....	112
Figura 5.16- Valor médio dos teores para cada sequência de lavra referente as simulações realizadas (E-type e realizações).	113
Figura 5.17- Valor médio dos teores para cada sequência de lavra referente as simulações realizadas incorporando o risco geológico.....	114
Figura 5.18- Fluxo de caixa descontado para o sequenciamento utilizando os modelos simulados (cinza) e o valor esperado das simulações (vermelho).....	114
Figura 5.19- Análise de risco do fluxo de caixa para a sequência de lavra comparado ao valor esperado das simulações (vermelho).....	115

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Principais tipos de rocha encontrados no depósito.	58
Tabela 4.2 - Classificação das tipologias de intemperismo encontradas no depósito.....	59
Tabela 4.3: Cores e códigos utilizados para cada litologia.....	63
Tabela 4.4 – Parâmetros utilizados na simulação P_2O_5 (%).	76
Tabela 4.5 - Critério de Seleção para composição dos modelos simulados.....	77
Tabela 4.6 - Critério de Seleção para composição dos modelos simulados.....	78
Tabela 4.7 - Critério de Seleção para composição dos modelos simulados.....	79
Tabela 5.1 - Definição dos tipo de material.	93
Tabela 5.2 - Parâmetros de custo.	95
Tabela 5.3 - Parâmetros de processo.	95
Tabela 5.4 - Tabela com os parâmetros básicos para o planejamento de lavra.	96
Tabela 5.5 - Parâmetros geotécnicos da mina em estudo.	97
Tabela 5.6- Parâmetros para geração dos avanços operacionais.....	110
Tabela 5.7- Potencial de VPL para cada fase incorporando o risco geológico.	111

RESUMO

Desde a exploração até o planejamento de lavra, metodologias para quantificação do risco associado ao empreendimento mineiro podem melhorar drasticamente o processo de tomada de decisão. Pequenas variações nas condições de contorno de um projeto podem ter impacto significativo sobre o retorno final do mesmo. Dentro deste contexto, na mineração, a incerteza geológica é vista como um dos principais fatores que contribuem para o insucesso do projeto. A medição e gerenciamento do risco geológico na avaliação do projeto e tomada de decisão pode ser realizada em varias etapas do empreendimento mineiro, desde a quantificação dos recursos, sequenciamento de lavra até a exaustão das reservas. Além disso, a incerteza geológica pode ser traduzida no risco financeiro associado, proporcionando uma análise sobre a viabilidade econômica do empreendimento. A necessidade da quantificação da incerteza geológica já era reconhecida pela indústria de mineração desde a década de 1970, onde estimativas globais e locais eram consideradas insuficientes para a otimização do planejamento de produção, sequenciamento de lavra ou estratégias de homogeneização de pilhas. Desta forma, a simulação estocástica vem desempenhando um papel crucial na construção de modelos de incerteza de teores em depósitos minerais, proporcionando uma ferramenta para obter uma análise do risco associado.

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia que contribua para a construção de cenários de planejamento de lavra e avaliação do impacto provocado pelas incertezas geológicas fornecidas a partir de modelos simulados. As respostas buscadas, usando a abordagem sugerida, compreendem a definição de uma metodologia para controle e planejamento de lavra incorporando a incerteza local associada ao minério, avaliando a sensibilidade do retorno financeiro e o

impacto no planejamento de lavra, considerando variações e incertezas relacionadas ao modelo geológico e estimativa de teores.

ABSTRACT

From exploration to mine planning, methodologies for quantifying the risk associated with mining enterprise can dramatically improve decision making process. Small variations in the boundary conditions of a project may have significant impact on the final return of the same. Within this context, in mining, geological uncertainty is seen as a major factor contributing to the failure of the project. The need to quantify and manage the geological risk for project evaluation and decision making can be translated into the need to assess the geological risk of any parameter at all stages, from the resources quantification, mining sequencing to reserves exhaustion. In addition, the geological uncertainty can be translated into financial risk, providing an analysis of the economic feasibility of the project. However, the need for quantification of geological uncertainty was already recognized by the mining industry since the 1970, where local and global estimates were considered insufficient for the optimization of production planning, sequencing mining, strategies of homogenization. Thus, the stochastic simulation has played a crucial role in the construction of grade uncertainty models in mineral deposits, providing a tool to perform risk analysis.

This study aims to develop a methodology able to contribute in building scenarios of mine planning and evaluation of the impact caused by geological uncertainties supplied from simulated models. Answers searched using the suggested approach include understand the definition of a methodology to control and mine planning incorporating the local uncertainty associated with the ore, assessing the sensitivity of financial return and mine planning considering variations and uncertainty related to the geological model and grade estimation.

Capítulo 1

1.1. INTRODUÇÃO

As atividades de exploração, desenvolvimento, extração até o fechamento de mina dependem diretamente da capacidade de delinear, compreender, avaliar e planejar a forma de extrair os recursos minerais.

A definição de um modelo geológico e numérico robusto para um depósito mineral apresenta-se como uma ferramenta essencial para análise da qualidade do material *in situ* e no cálculo de tonelagens, com respectivos teores a movimentar. O conhecimento das reservas bem como do material presente em um painel de avanço projetado, permite uma avaliação e planejamento coerentes a partir de valores estimados, sua variabilidade e até mesmo a incerteza associada a esses, utilizando técnicas geoestatísticas (Matheron, 1971; David, 1977; Journel e Huijbregts, 1978).

Tradicionalmente, a operação de controle de teores e planejamento de lavra é feita utilizando-se um modelo de blocos gerado por um estimador tradicional, geralmente krigagem ordinária de blocos, a qual realiza a melhor estimativa (não tendenciosa e com menor erro) a partir das amostras disponíveis. No entanto, esse procedimento é incapaz de incorporar a incerteza associada à estimativa, sendo que a variabilidade dos valores estimados é menor que a variabilidade dos dados originais (Costa *et al.*, 1997).

Ao contrário da krigagem, os métodos de simulação geoestatística têm como objetivo reproduzir a variabilidade *in situ*, e a continuidade espacial dos dados originais, pela geração de imagens equiprováveis, condicionadas aos dados, que reproduzem as características estatísticas de 1ª e 2ª ordem dos dados amostrais. Deste modo, o grau de incerteza associado às estimativas pode ser avaliado (Goovaerts, 1997).

A proposta básica dos algoritmos de simulação geoestatística é permitir uma delimitação da amplitude de incerteza pela geração de múltiplas realizações de valores de atributos distribuídos no espaço, por um processo conhecido como simulação estocástica.

Essas realizações alternativas vão alimentar funções de transferência com diferentes graus de complexidade, permitindo obter-se uma distribuição de possíveis respostas, sendo que a amplitude de variação dessa distribuição caracteriza o que convencionou chamar de espaço de incerteza (Costa, 1997).

Os processos envolvidos em uma operação de lavra podem ser vistos como funções de transferência, que são modelos utilizados para descrição das operações ou sistemas reais (Peroni, 2002). Neste caso, um modelo de incertezas baseado em simulação estocástica permite avaliar a sensibilidade econômica do empreendimento com relação às incertezas dos teores e tonelagens, tanto para as superfícies e envoltórias matemáticas de lavra, quanto para o projeto e sequenciamento de longo prazo (Silva, 2008).

O planejamento da sequência ótima de produção pode ser considerado um procedimento complexo em função do número de variáveis e restrições envolvidas. Os processos envolvidos em operações de lavra são determinados primeiramente pela definição de uma cava final através de um algoritmo de otimização de cava, havendo uma extração lógica dos blocos do modelo (Whittle e Rozman, 1991; Peroni, 2002). Posteriormente é feita a determinação de uma sequência de extração dos

blocos definidos como pushback ou avanço de lavra, sendo possível verificar o impacto direto nos principais indicadores de desempenho, tais como fluxo de caixa e VPL. Vários métodos têm sido apresentados a fim de determinar uma sequência ótima de extração (Crawford e Davey, 1979; Mathieson, 1982; Dağdelen e François-Bongarçon, 1982; Whittle e Rozman, 1991; Seymour, 1995; Ramazan e Dağdelen, 1998; Tolwinski, 1998).

Diedrich (2012) afirma que as principais dificuldades encontradas na indústria mineral para a solução do sequenciamento ótimo de extração dos blocos a serem lavrados considerando a incerteza associada são:

(i) a quantidade de variáveis envolvidas nos processos de otimização estocástica (parâmetros e modelos simulados);

(ii) a complexidade na definição dos custos nas equações da função benefício relacionados ao desvio às metas (função de otimização estocástica);

(iii) a geração de cenários de produção operacionalmente executáveis dado o tempo necessário para o processo de otimização e capacidade computacional.

Este trabalho propõe o uso de simulação estocástica como método para avaliar as variações provocadas pela incerteza dos atributos que definem as reservas de minério e orientam o planejamento de lavra para sua extração.

1.2. META DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho tem como meta principal apresentar uma metodologia para análise da incerteza geológica que permita avaliar o impacto no planejamento de lavra, bem como a sensibilidade do retorno financeiro e do traçado de lavra a partir do mapeamento do espectro de incertezas

relacionados com elementos de caráter econômico e geológico. Além disso, propõe a introdução de perfil de risco associado aos blocos, determinando penalidades dentro do planejamento de lavra que serão transferidas para a função benefício do modelo e terão impacto nos resultados econômicos do empreendimento mineiro. A metodologia foi aplicada a um estudo de caso de um depósito de fosfato localizado na região central do Brasil.

1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação propõe atingir a sua meta cumprindo os seguintes objetivos específicos:

(i) modelar a incerteza de teores a um depósito específico utilizando algoritmos de simulação geoestatística, dentro de domínios irregulares, contidos dentro de envoltórias geológicas geradas pela combinação entre interpretações de seções;

(ii) avaliar a aplicabilidade do método proposto perante abordagens tradicionais de avaliação de recursos e planejamento de lavra;

(iii) comparar a resposta dos algoritmos segundo critérios econômicos;

(iv) avaliar o uso de um fator de análise de risco geológico e seu impacto sobre a viabilidade do projeto em condições de aceitação de risco a partir de probabilidades dadas pelo algoritmo de simulação.

1.4. JUSTIFICATIVA

O planejamento de lavra normalmente usa como *input* um único modelo estimado. Este modelo obtido por técnicas geoestatísticas ainda não fornece uma medida de incerteza sobre o parâmetro em consideração. A grande dúvida ao se planejar um sequenciamento de

lavra é se os teores que estão sendo considerados e, conseqüentemente, o valor econômico associado a cada um destes blocos é realmente o valor que será produzido. Então, é lógico pensar que se variações sobre os teores são esperadas variações sobre o planejamento da lavra também o serão. Este trabalho aborda a questão de forma probabilística e não determinística, como tem sido a prática na indústria. Além disso, propõe a introdução de perfil de risco associado aos blocos, determinando penalidades dentro do planejamento de lavra que serão transferidas para a função benefício do modelo e terão impacto no resultado econômico do empreendimento.

1.5. METODOLOGIA

A metodologia foi aplicada sobre uma jazida de fosfato localizada na região central do Brasil. Para tanto, selecionou-se um horizonte definido de 15 anos de lavra baseado no planejamento de lavra de longo prazo e, a partir do uso de simulação sequencial Gaussiana foram geradas um número determinado de realizações para o depósito. Para examinar as realizações, as mesmas foram classificadas usando-se uma rotina chamada RANKTRIM (Peroni, 2002). Os resultados foram exportados na forma de um arquivo texto contendo parâmetros como média e variância de cada um dos cenários de simulação classificados em ordem ascendente da menor para a maior média.

A análise deste resultado permitiu a seleção de cenários distintos para avaliação da incerteza, com cada uma das realizações selecionadas caracterizando um provável cenário do depósito, por construção, a partir do uso da simulação geoestatística. Cada modelo é uma representação possível do depósito, reproduzindo os parâmetros média e variância dos dados originais, assim como sua continuidade espacial expressa pelo variograma.

O pós-processamento, obtido a partir da rotina POSTSIM da *GSlib*, permitiu que fossem avaliados os cenários de forma conjunta e global. Um dos resultados é de particular interesse, chamado E-type da simulação, já que corresponde à esperança matemática dos teores de cada bloco do depósito em questão, construído a partir da média aritmética de cada um dos blocos das 50 realizações. Este modelo assemelha-se muito com modelos estimados usando técnicas de krigagem ordinária, sendo então assumido como modelo de referência (caso base) para as análises de variação de teores e de sensibilidade.

Os arquivos de resultados, E-type e cenários simulados individualmente, foram adicionados de coordenadas e importados para o *software DATAMINE Studio 3* (DMS), para valorização dos blocos conforme uma função benefício estabelecida. Após esta etapa, cada um dos cenários selecionados foi importado ao *software NPV Scheduler*®, para avaliar o resultado econômico frente ao processo de otimização de cava e sequenciamento de lavra. Durante a etapa de otimização da cava foi incorporado um fator de risco para penalizar os blocos com base na probabilidade das 50 realizações apresentarem-se acima do teor de corte determinado. Nesse sentido, para aplicação da incerteza, ou incerteza acima de um valor considerado inadequado, foram considerados estéreis avaliando o impacto desta aversão ou afinidade ao risco para diferentes cenários de incerteza geológica.

1.6. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos, que estão organizados da seguinte maneira:

(i) o Capítulo 1 apresenta a proposta deste estudo e a justificativa para realização do trabalho;

(ii) o Capítulo 2 revisa a teoria de simulação estocástica e descreve os passos necessários à obtenção da distribuição de teores em blocos de lavra, por meio de simulação sequencial Gaussiana;

(iii) o Capítulo 3 revisa as teorias envolvidas no planejamento de lavra a serem aplicadas como função de transferência pela alimentação de modelos gerados por simulação estocástica;

(vi) o Capítulo 4 descreve um estudo de caso, efetuado com o banco de dados de um depósito mineral localizado no centro do Brasil. Apresenta a modelagem do atributo de qualidade por simulação estocástica para geração de múltiplos modelos equiprováveis para interpretação do espectro de incerteza;

(v) o Capítulo 5 desenvolve o planejamento de lavra com auxílio das informações contidas nos modelos simulados, aborda a discussão dos resultados obtidos;

(vi) o Capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas pelo trabalho e propõe ainda avanços à serem implementados com trabalhos futuros a partir dos ensaios realizados com a metodologia proposta e a aplicação sobre um caso de estudo real.

Capítulo 2

2.1. REVISÃO DA LITERATURA

A presente revisão bibliográfica objetiva posicionar o leitor no contexto geral da relevância e aplicação da gestão do risco geológico em projetos de mineração a céu aberto, abordando trabalhos que quantificam o impacto de incertezas e a análise de risco associado ao planejamento de lavra. Os próximos capítulos apresentam a revisão de dois elementos fundamentais: (i) construção dos modelos de incerteza de teores e (ii) técnicas de otimização do projeto e sequenciamento da produção em lavra a céu aberto. Neste capítulo são apresentados os trabalhos de pesquisa anterior, desenvolvimentos na quantificação da incerteza geológica e sua aplicação em problemas relacionados à mineração.

2.2. CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE INCERTEZA DE TEORES

Matheron (1973) propôs simulação estocástica condicional como um método capaz de fornecer uma avaliação quantitativa da variabilidade *in situ* e incerteza de atributos geológicos, tais como as concentrações de minerais (ou valores de teores), que são distribuídos espacialmente em uma jazida. A idéia está baseada na representação dos fenômenos geológicos como uma distribuição no espaço de um ou mais atributos que tenham seus valores como uma função da sua localização. Qualquer valor de atributo, em qualquer posição, é interpretado como resultado da realização de uma variável aleatória (RV). Os valores dos atributos em

várias localidades podem ser interpretados como os resultados de uma função aleatória (RF) (Kolmogorov, 1950). Isaaks e Srivastava (1989), citados por Diedrich (2012), comentam que a função aleatória proporciona ferramentas para estimar valores de variáveis em locais não conhecidos, desde que sejam feitas algumas inferências às características estatísticas do fenômeno. Assim como as RV's, que possuem diversos resultados possíveis, as RF's também apresentam diversos resultados possíveis ou realizações, sendo caracterizadas pela sua função de distribuição cumulativa multivariada ou *cdf* (*cumulative density function*) (Goovaerts, 1997).

Baseado no contexto de que a simulação consiste em reproduzir as realizações do modelo de RF, visto que cada uma dessas realizações representa uma possível *cdf* para o depósito, ela é dita condicional caso reproduza a distribuição univariada dos dados em suas posições e também a função de correlação espacial (variograma ou função covariância) entre as amostras. Considerando múltiplas realizações do atributo amostral que foi reproduzido, é possível quantificar a incerteza sobre a distribuição espacial de atributos geológicos.

Na década de 70, a simulação não condicional foi utilizada em vários campos da engenharia, especialmente em engenharia elétrica. Journel (1974) introduziu a simulação condicional geoestatística como uma técnica de dois passos para simular atributos geológicos. A sua abordagem foi primeiro a geração de uma simulação não condicional, e, em seguida, a condição à simulação, de modo que as amostras honrassem os dados utilizados para gerar a simulação.

O método de simulação por Bandas Rotativas (Matheron, 1971, 1973; Journel, 1974) se refere à simulação geoestatística condicional como uma técnica de duas etapas para simular atributos geológicos. Sua abordagem foi, primeiramente, usada como simulação não condicional. Após, foi executado o condicionamento dos dados através das amostras usadas

para gerar as simulações, como apresentado na literatura acima. O método por Bandas Rotativas foi proposto como uma forma rápida e eficiente de gerar as simulações necessárias não condicionais. O método começa com simulações unidimensionais em linhas e, após, é executada a projeção dessas simulações para o espaço. As principais desvantagens desse método eram os artefatos, tais como bandas ou faixas, que são produzidos pelo número finito de linhas utilizadas na simulação. Também contribui como desvantagem a necessidade de derivação dos modelos de covariância unidimensional a partir de modelos de duas ou três dimensões. Ultimamente, há uma série de *softwares* regularmente usados na mineração que minimizam ou até acabam com tais desvantagens.

Dentro das ciências da terra, métodos fractais têm sido amplamente utilizados na simulação de diferentes fenômenos, tais como distribuições de porosidade e sistemas de fraturas (Hewett e Behrens, 1988). Os modelos utilizados têm como objetivo desenvolver uma maneira de replicar a estrutura espacial de um conjunto de dados como um todo, ao invés de fornecer estimativas confiáveis de um atributo em locais específicos. Enquanto a teoria dos fractais tem sido amplamente utilizada na simulação de diversos fenômenos naturais, tem sido muito pouco usada em problemas de mineração, tais como estimativa de blocos em minério de modelos 3D do corpo ou a estimativa de reservas recuperáveis (Costa, 1997).

O método LU (Lower-Uper) de simulação condicional de decomposição desenvolvido por Davis (1987) é uma extensão da decomposição LU da matriz de covariância para a geração de realizações do campo Gaussiano (Anderson, 1984), sendo aplicado tanto para variáveis categóricas quanto para contínuas. O método LU realiza condicionamento simultâneo com a simulação em execução e, semelhante ao método de Bandas Rotativas, utiliza o modelo multiGaussiano. As vantagens do método são a simplicidade para implementação e

consideração intrínseca das anisotropias. O método é bastante eficaz para a produção de muitas realizações.

No final dos anos 80, Alabert (1987) e Journel e Alabert (1989) propuseram a Simulação Sequencial dos Indicadores (SIS). O método é baseado na decomposição em distribuições univariadas a partir da distribuição de probabilidade multivariada (Rosenblatt, 1952). A abordagem dos indicadores inicia com a seleção do número de classes e seus valores, e cada parte de informação é codificada em um vetor de probabilidades cumulativas. Isso motivou o desenvolvimento de uma série de algoritmos de simulação conhecidos como métodos sequenciais.

Logo depois, Isaaks (1990) introduziu a Simulação Sequencial Gaussiana (sGs), que se tornou um dos algoritmos mais utilizados para a simulação condicional de atributos contínuos no domínio da avaliação dos recursos naturais (Dimitrakopoulos, 1994; Dimitrakopoulos, 1999). Em outras palavras, o método de sGs é caracterizado pela aplicação do algoritmo sequencial às distribuições condicionais univariadas locais (resultantes da decomposição de uma particular função de distribuição de probabilidade (*fdp*) multivariada Gaussiana), controlada por uma distribuição de probabilidade (*dp*) multivariada Gaussiana, caracterizada por uma função de covariância.

A Simulação dos campos de probabilidades desenvolvida por Srivastava (1992) e Froidevaux (1993) tem como ideia básica amostrar as diferentes *ccdf's* (*cumulative conditional density functions*) em campos de probabilidade (*p-field*) utilizando números aleatórios autocorrelacionados (*p-values*) de maneira que os valores resultantes simulados reproduzam o modelo de covariância. A maior diferença entre os métodos de campos de probabilidade e os algoritmos sequenciais está na estimativa das distribuições condicionais locais de probabilidade (*dclp*); nos campos de probabilidade, essas são estimadas apenas uma vez e são condicionadas somente aos dados originais, diferentemente dos métodos sequenciais

onde os dados previamente simulados são adicionados ao conjunto de dados amostrais.

A maioria dos desenvolvimentos recentes da simulação condicional dependem de técnicas de otimização combinatória. Tais técnicas são desenvolvidas a partir de analogias com processos naturais. Um exemplo é a Simulação Sequencial Annealing desenvolvida por Farmer (1991) e Deutsch (1992), que se refere a algoritmos baseados no princípio de relaxamento estocástico. Uma situação inicial é gradualmente perturbada até que as restrições sejam contempladas e haja uma solução objetiva. O processo é executado honrando as estatísticas univariadas e função de covariância, além de honrar os pontos amostrais nas suas posições. A partir do momento que é definida uma função objetivo, o processo de otimização modifica sistematicamente o campo simulado até que os *inputs* iniciais atinjam o valor da função objetivo, retendo a realização com valor aceitável de desvio em relação aos parâmetros estabelecidos. Esse tipo de simulação é conceitualmente simples e oferece grande flexibilidade com relação às restrições da função objetivo. Contudo, o processo de otimização demanda bastante tempo computacional, pois esse é realizado através de tentativas e erros. A grande vantagem do método é a flexibilidade na reprodução das características de interesse.

Verly (1993) desenvolveu o algoritmo de Simulação Sequencial Gaussiana Conjunta, que se estende à técnica de simulação sequencial de um atributo para vários atributos interdependentes. A principal vantagem dos métodos sequenciais sobre a decomposição LU é a sua capacidade de gerar simulações de domínios muito maiores; no entanto, foi demonstrado que a sGs é uma implementação específica iterativa de decomposição LU (Luo, 1998).

Diversos outros métodos foram introduzidos fornecendo algoritmos projetados para simular os atributos contínuos e categóricos incluindo Simulação Espectral (Borgman *et al.*, 1984), Simulação Gaussiana

Truncada (Matheron *et al.*, 1987), Simulação Não Estacionária (Dimitrakopoulos, 1990), Simulação Booleana (Damsleth *et al.*, 1992).

Outras técnicas de otimização combinatória têm sido desenvolvidas recentemente, assim como algoritmos de crescimento (Wang, 1995), as redes neurais (Dowd e Sarac, 1994; Caers, 1998) e abordagens empíricas multipontos (Guardiano e Srivastava, 1993; Strebelle, 2001).

2.3. DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE TEORES UTILIZANDO SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA

A idéia básica da simulação estocástica é acessar a incerteza associada à estimativa, antes mesmo de tentar alguma predição sobre os valores da própria variável. Os métodos de simulação são menos interessados na minimização do erro localmente, no entanto procuram produzir realizações que honrem as feições globais dos dados originais, como o histograma (média e variância) e a continuidade espacial. A medida da diferença entre várias realizações, que em média reproduzem as feições globais dos dados originais, permite quantificar a incerteza da estimativa (Costa, 1997).

A simulação estocástica tem-se revelado um método útil para resolver uma gama de problemas que vão da física nuclear até a previsão econômica. A repetição das operações lógico-matemáticas do modelo sobre as variáveis de entrada (que obedecem a determinadas leis de distribuição de probabilidades) torna possível a obtenção de uma distribuição das resultantes possíveis de determinada variável e sobre esta retirar conclusões, que podem ir desde a simples descrição da variável até a previsão do seu comportamento em determinadas condições. Em um depósito mineral são consideradas como variável de entrada as variáveis regionalizadas que obedecem a uma lei de distribuição de probabilidades e a uma função de covariância.

Deutsch & Journel (1998) indicaram que a simulação estocástica é o processo de construir realizações igualmente prováveis das variáveis aleatórias componentes de um modelo de função aleatória. Cada uma das realizações, também conhecidas como imagens estocásticas, deve refletir as propriedades impostas no modelo de função aleatória. As simulações podem ser ditas condicionais quando assumem nos pontos amostrais os mesmos valores que aqueles observados, ou seja, o modelo simulado é dito condicionalmente simulado se ele honrar os valores nos pontos amostrados e reproduzir as mesmas características da dispersão dos dados originais. Neste caso, a média, a variância e a covariância (variograma) devem representar o modelo.

A simulação estocástica condicional é a ferramenta para geração de modelos de blocos para um depósito mineral baseado e condicionado aos mesmos valores e estatísticas dos dados originais. Esses modelos representam o mesmo depósito e são todos condicionados a reproduzir os dados originais e, portanto, passam a ser representações igualmente prováveis do verdadeiro depósito. Uma série de modelos simulados do depósito pode representar ou capturar a incerteza sobre a descrição do verdadeiro depósito mineral, ou seja, a intensidade de incerteza associada às estimativas pode ser avaliada.

A simulação condicional foi inicialmente desenvolvida para corrigir o efeito de suavização mostrado nos mapas produzidos por algoritmos de krigagem. Os mapas produzidos por krigagem são construídos por médias ponderadas móveis dos dados originais, e possuem uma menor variabilidade espacial que os dados usados para a estimativa. Segundo Deutsch & Journel (1998), a simulação difere da krigagem ou de qualquer outro algoritmo de interpolação por dois aspectos principais:

(i) na maioria dos algoritmos de interpolação, incluindo krigagem, o objetivo é gerar a melhor estimativa local da variável, sendo assim única e alheia à estatística resultante das estimativas quando tomadas juntas;

Na simulação, a reprodução das estatísticas (histograma e variograma) e características globais tem prioridade em relação à acuracidade local.

(ii) com a exceção da hipótese de um modelo Gaussiano de erros ter sido assumido, a krigagem fornece apenas uma medida incompleta da acuracidade local, e nenhuma apreciação da acuracidade conjunta quando muitas locações são consideradas juntas. As simulações são desenvolvidas especificamente para fornecer as medidas de acuracidade, tanto locais quanto globais. Estas medidas são dadas pelas diferenças entre L valores simulados alternativos em qualquer localização (acuracidade local) ou os L campos simulados alternativos (acuracidade global ou conjunta).

Segundo Journel & Huijbregts (1978), os objetivos da simulação e da estimativa são, normalmente, incompatíveis. Como mostra a Figura 2.1 mesmo que a curva dos valores estimados $Z^*(x)$ é, em média, mais próxima da curva real $Z_0(x)$, a curva dos valores simulados $Z^*_{sc}(x)$ é a melhor reprodução das flutuações da curva real. A curva dos valores estimados é preferível para locação e a estimativa de recursos, enquanto que a curva de simulação é preferível para o estudo de dispersão das características destas reservas, considerando que a curva real só é conhecida realmente nos pontos amostrados X_a .

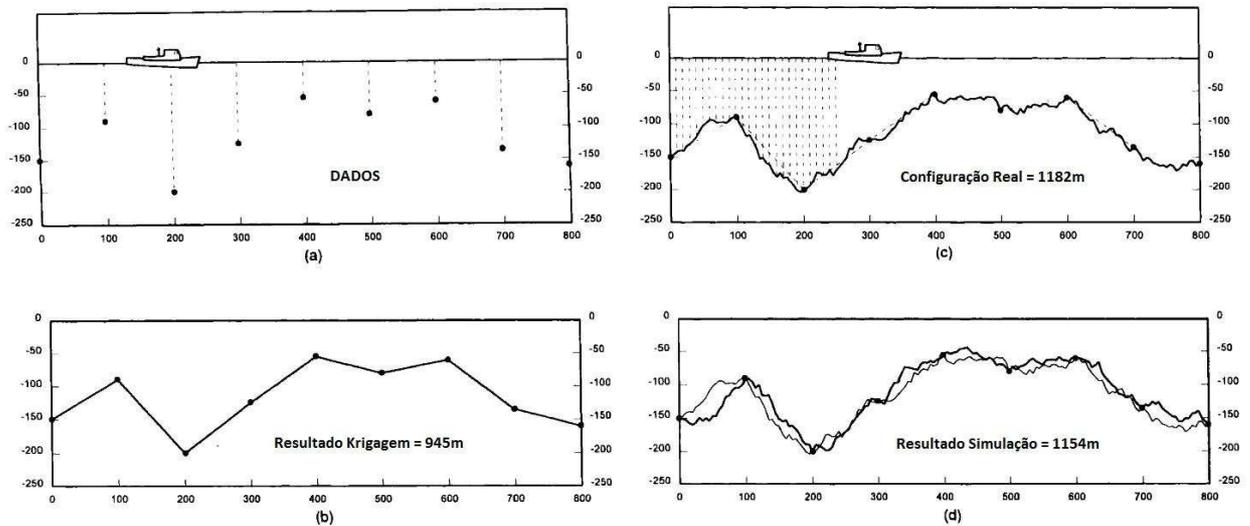


Figura 2.1 - Instalação de cabo submarino: (a) Pesquisa do fundo oceânico (dados de profundidade) com espaçamento de 100m; (b) Estimativa por krigagem do comprimento do fundo oceânico; (c) Pesquisa contínua do comprimento do fundo oceânico (cenário real); (d) Simulação condicional baseado nos dados espaçados 100m, e o cenário real. Adaptado de Alfaro (1979).

Tradicionalmente, a operação de controle de teores e planejamento de lavra é feita, utilizando-se um modelo de blocos gerados por um estimador tradicional, geralmente krigagem ordinária de blocos, a qual realiza a melhor estimativa (não tendenciosa e com menor erro) a partir das amostras disponíveis. No entanto, este procedimento é incapaz de incorporar a incerteza associada à estimativa, sendo a variabilidade dos valores estimados menor que a variabilidade dos dados originais (Costa, *et. al.*, 1997).

Diferente da krigagem, os métodos de simulação geoestatística têm como objetivo reproduzir a variabilidade *in situ*, e a continuidade espacial dos dados originais, pela geração de imagens equiprováveis, condicionadas aos dados, que reproduzem as características estatísticas de 1ª e 2ª ordem dos dados amostrais. Desse modo, a intensidade de incerteza associada às estimativas pode ser avaliada (Goovaerts, 1997). A Figura 2.2 esquematiza os resultados típicos obtidos por simulação e estimativa para um painel de lavra constituído, por exemplo, de 12 blocos.

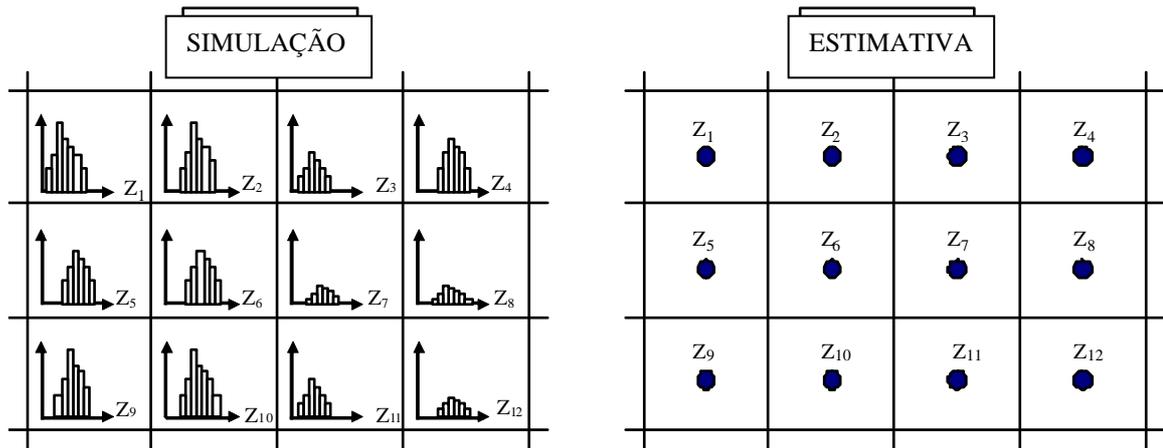


Figura 2.2 – Esquema representando um modelo simulado, onde se tem acesso à variabilidade de cada bloco e um modelo estimado, que fornece apenas o valor médio local. Adaptado de Godoy (1997).

Peroni (2002) apresenta uma série de técnicas selecionadas e outras abordagens para os problemas da construção de modelos geológicos por simulação estocástica de forma a acessar a incerteza de teores. Uma abordagem baseada na análise de risco para uma avaliação de um projeto considera as incertezas para modelar a distribuição das possíveis respostas, transformadas em resultados financeiros, utilizando uma gama de possíveis valores para cada variável primária do atributo considerado. A Figura 2.3 ilustra conceitualmente como as maiores incertezas de um projeto mineiro em um estágio de viabilidade podem ser relacionadas utilizando métodos de análise de risco padrão.

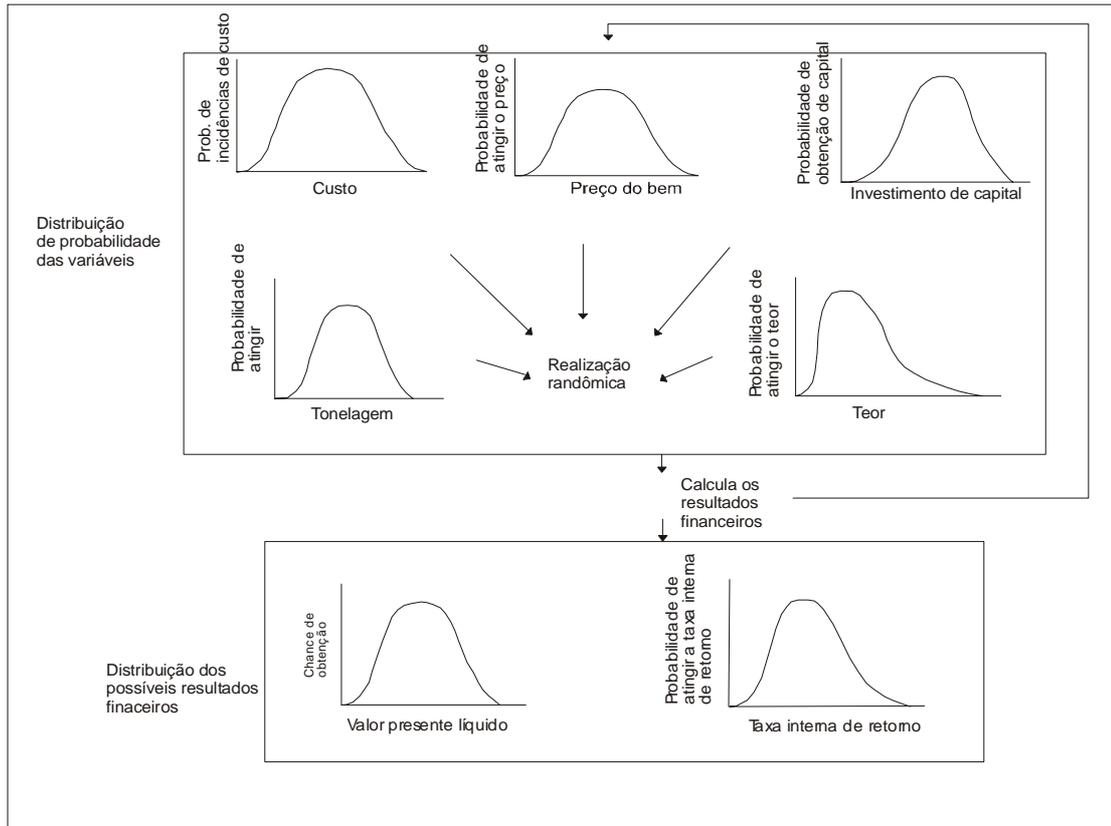


Figura 2.3 – Abordagem conceitual tradicional da análise de risco. Adaptado de Dowd, 1994, apud Peroni 2002.

Esse método modela a distribuição de respostas econômicas (avaliadas por critérios de rentabilidade), tomando repetidas realizações da distribuição de probabilidade de cada variável e recalculando o modelo econômico para cada caso. O modelo econômico médio e a probabilidade de alcançar esse valor são dados pela própria distribuição modelada a partir das múltiplas alternativas geradas. O maior problema desta abordagem é que as relações entre as variáveis não são consideradas, mesmo porque estas são bastante complexas e não podem ser facilmente conduzidas aplicando-se correlações ou outras funções matemáticas entre as distribuições das variáveis (Thwaites, 1998).

Uma abordagem mais adequada para a análise de risco para projetos mineiros foi proposta por Dowd (1994). A Figura 2.4 ilustra a técnica e os principais componentes desse método.

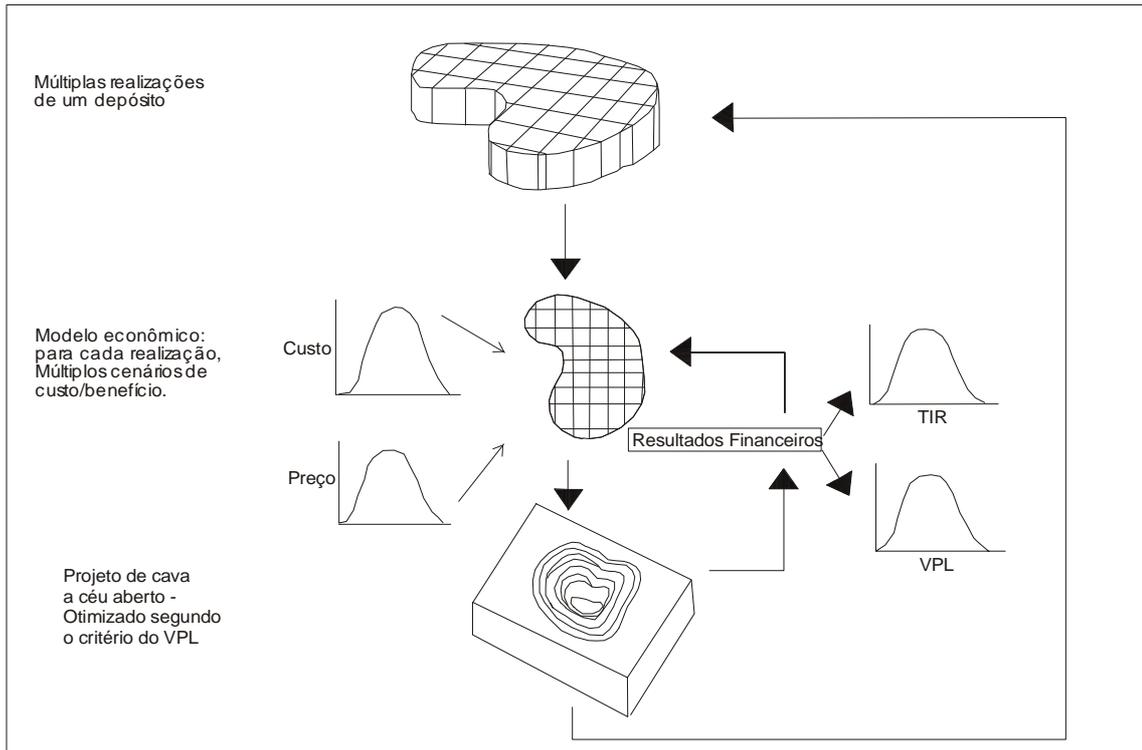


Figura 2.4 – Estrutura da análise de risco em empreendimentos mineiros por simulação Adaptado de Dowd, 1994, *apud* Peroni, 2002.

O conceito dessa abordagem é simples e direto:

- (i) estabelecer um modelo de teores, custo e preços;
- (ii) desenvolver um projeto de mina e sequenciar a lavra baseado nesse cenário;
- (iii) calcular o retorno financeiro, avaliado pelo critério de rentabilidade selecionado e armazenar esse valor;
- (iv) repetir o processo *n* vezes variando o modelo geológico de teor/qualidade, e os valores de custo e benefício a cada iteração. Diferentes modelos são gerados usando métodos de simulação geoestatística;
- (v) usar os resultados econômicos para construir uma distribuição de respostas para a viabilidade do projeto.

Essa abordagem se mostra bastante interessante uma vez que são utilizadas técnicas de simulação geoestatística para avaliar o impacto sobre o planejamento da lavra. A abordagem dada por esse trabalho utiliza os conceitos propostos por Dowd (1994), porém incorpora ainda a

comparação da sensibilidade dos resultados econômicos ao método de simulação.

A Figura 2.5 apresenta a interpretação probabilística proporcionada por modelos de incerteza, o que aumenta as chances de contemplar o valor verdadeiro porém desconhecido, de maneira a beneficiar a avaliação do bem e conseqüentes decisões de projeto.

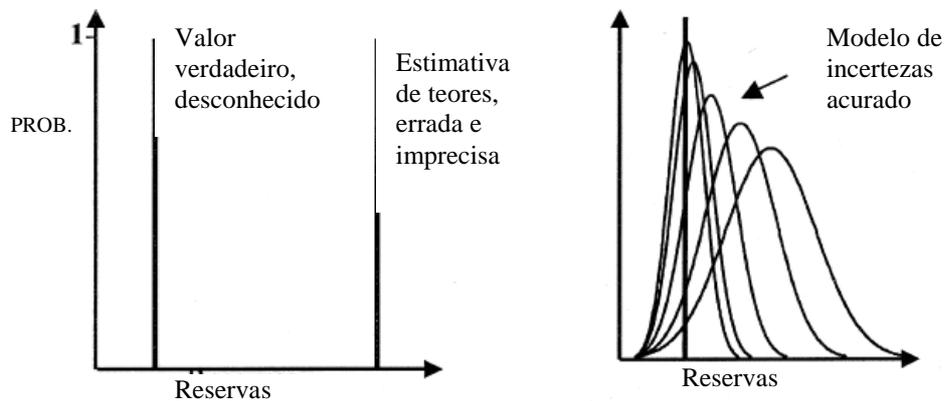


Figura 2.5 – Incerteza ao considerar a quantificação para os vários componentes que afetam as decisões. Adaptado de Dimitrakopoulos *et al.*, 2001.

Quando se espera que um modelo mapeie as flutuações espaciais, considerando-as mais importantes do que a acuracidade local de um modelo faz-se uso de técnicas de simulação estocástica. Simulação condicional (Journel, 1974) tem sido cada vez mais utilizada na indústria mineira para informar a incerteza e aumentar o entendimento de risco. A interpretação de controles geológicos, distribuição de teores, continuidade de mineralização e espaçamento dos dados, junto com o algoritmo de simulação selecionado têm influência na interpretação da variabilidade (Deutsch, 1998; Goovaerts, 1997; Coombes *et al.*, 2000).

A vantagem da utilização de simulação estocástica sobre métodos clássicos ou geoestatísticos de estimativa (IQD, Krigagem) é que esta permite a reprodução dos parâmetros estatísticos (histograma, variograma) inferidos a partir dos dados. Conseqüentemente, os modelos ou realizações têm uma aparência mais realista do que um mapa

atenuado gerado por métodos de estimativa (Goovaerts, 1998; Chilès & Delfiner, 1999).

A distribuição dos valores (histograma) correspondentes a um conjunto de realizações fornece uma medida de incerteza resultante da falta de conhecimento do fenômeno e propriedades físicas a serem modeladas. Esta distribuição, freqüentemente referida como espaço de incerteza, pode ser utilizada na análise de risco ou no processo de tomada de decisões. Simulação pode ser executada utilizando um variado número de técnicas, as quais diferem nos fundamentos dos modelos de função randômica (multiGaussianos ou não paramétricos), na quantidade de informação que pode ser levada em consideração e dos requerimentos computacionais. (Myers, 1996; Srivastava, 1996; Deutsch & Journel, 1998) Como enfatizado por Goovaerts (1998), resultados específicos gerados por um algoritmo não podem ser completamente reproduzidos por outro, conseqüentemente a escolha de um algoritmo de simulação torna-se chave na caracterização do fenômeno ou propriedade em estudo.

Atualmente algoritmos de simulação que utilizam propriedades de modelos de função randômica (RF) multigaussianas tendem a gerar realizações que não apresentam correlação significativa dos valores extremos; (Goovaerts, 1998; Gómez-Hernández & Wen, 1994; Journel & Alabert, 1989) assim como o algoritmo de simulação sequencial Gaussiana (sGs) conduz a interpretações otimistas estreitando o espaço de variabilidade dos modelos. Porém os algoritmos multigaussianos apesar de suas restrições são os mais aceitos e utilizados na indústria mineral.

Simulação estocástica fornece uma maneira de incorporar vários tipos de incerteza na predição de um sistema de resposta. Normalmente, apenas pouca informação está disponível a respeito do parâmetro de interesse, mas a função de transferência requer um mapa detalhado da distribuição espacial deste parâmetro. Amostragem exaustiva necessária para obter tal mapa é usualmente inviável, uma alternativa é gerar

realizações do campo randômico que compartilhem a informação do parâmetro de interesse.

2.4. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA

A simulação sequencial Gaussiana é derivada da simulação estocástica, proposta originalmente por Johnson (1987). Ela está baseada no princípio de que o valor da variável randômica $Z(x)$ pode ser selecionado da distribuição condicional dos dados, respeitando a covariância para a localização de x . Simulação sequencial estende esse processo com a inclusão de todos os dados na vizinhança de x , isto é, os dados originais e aqueles previamente simulados.

Uma variável regionalizada $Z(x)$ é interpretada como uma realização de uma Função Randômica (FR). Essa FR é caracterizada por uma função de distribuição (histograma) e uma função de covariância ou modelo variográfico (variograma). A idéia de simulação consiste em gerar outras realizações $z_s(x)$ a partir da FR, honrando os dados originais.

O método de simulação sequencial é baseado na decomposição de uma função de distribuição multivariada (*fdm*) em uma seqüência de distribuições condicionais univariadas (Journel & Alabert, 1989, Isaaks, 1990, Deutsch & Journel, 1992). Considera-se que os valores da variável randômica $Z(x)$ possam ser determinados a partir da distribuição condicional. A *fdm* multivariada $f(x_1, \dots, x_n; z_1, \dots, z_n)$ pode ser expressa, com a ajuda da recursividade do axioma de Bayes, como:

$$\begin{aligned}
 f(x_1, \dots, x_n; z_1, \dots, z_n) &= f(x_1; z_1) \\
 &\times f(x_2; z_2 | Z(x_1) = z_1) \\
 &\times \dots \\
 &\times f(x_n; z_n | Z(x_\alpha) = z_\alpha, \alpha = 1, \dots, n-1) \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

Para o desenvolvimento do método, todas as distribuições condicionais univariadas da equação 2.1 devem ser conhecidas. Uma realização $z(x)$ da FR, $Z(x)$ pode ser construída por uma seqüência de seleções aleatórias para cada uma das n distribuições condicionais. Cada valor obtido da seleção aleatória é usado para condicionar a próxima distribuição univariada. O processo termina quando a última distribuição univariada é condicionada e randomicamente amostrada. Os passos para simulação sequencial são sumarizados como segue (Deutsch & Journal, 1996):

(i) uma realização z_1 da variável aleatória $Z(x_1)$ é obtida por uma seleção aleatória de um valor da distribuição marginal $f(x_1; z_1)$;

(ii) então, a realização z_1 é usada para condicionar a distribuição de $Z(x_2)$;

(iii) depois, uma realização z_2 da variável $Z(x_2)$ é obtida por uma seleção aleatória de um valor da distribuição condicional $f(x_2; z_2 | Z(x_1) = z_1)$;

(iv) as realizações z_1 , e z_2 são então usadas para condicionar a distribuição de $Z(x_3)$;

(v) a realização z_3 da variável $Z(x_3)$ é selecionada aleatoriamente da distribuição condicional $f(x_3; z_3 | Z(x_2) = z_2, Z(x_1) = z_1)$;

(vi) a seqüência de seleções aleatórias é feita até que a última distribuição $f(x_n; z_n | Z(x_\alpha) = z_\alpha, \alpha = 1, \dots, n-1)$ seja completamente condicionada. Então, uma realização z_n da variável $Z(x_n)$ é aleatoriamente selecionada desta distribuição.

O princípio sequencial pode ser aplicado tanto em atributos contínuos como em atributos categóricos (Goovaersts, 1997). O conjunto de n valores $z(x_\alpha)$ constitui uma realização da FR $Z(x)$ nas n posições x_α . Se um conjunto amostral inicial existir, isto é, $z(x_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, k$ com $k \ll n$, então a seqüência de passos apresentada anteriormente deve começar pelo passo $k+1$. A distribuição condicional $f(x_{k+1}; z_{k+1} | Z(x_\alpha) = z_\alpha, \alpha =$

1,...,k) é determinada e o primeiro valor randômico $z(x_{k+1})$ deverá ser selecionado dela.

Para que este algoritmo possa ser utilizado na prática, uma seqüência completa de distribuições condicionais para uma dada fdm deve ser conhecida. Vários métodos podem ser usados para gerar a distribuição condicional univariada, entre eles a krigagem simples (KS) no caso de uma FR normal multivariada, $Y(x)$. Outros métodos utilizados são a krigagem ordinária (KO), a krigagem de probabilidades, a krigagem dos indicadores e a cokrigagem dos indicadores (Matheron, 1963; Sullivan, 1984; Alabert, 1987; Isaaks, 1990; Journel, 1994). Na teoria é requerido o uso de KS; somente em casos onde for encontrado um número grande de dados originais vizinhos ao ponto onde será feita a estimativa, pode-se usar OK, sem o risco de expandir os valores das estimativas além do intervalo dos dados originais. Nesse trabalho foi utilizado o método de OK para gerar a distribuição condicional univariada.

A distribuição condicional univariada da FR normal multivariada $Y(x)$ com função covariância $CY(h)$ é normal, com a média condicional exatamente igual a da estimativa por KS e a variância condicional exatamente igual a correspondente variância da KS (Journel e Huijbregts).

$$E\{Y(x_0) | (n)\} = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Y(x_{\alpha}) + \left(1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}\right) E\{Y(x)\} \quad (2.1)$$

$$Var\{Y(x_0) | (n)\} = Var\{Y(x)\} - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Cov(x_0, x_{\alpha}) \quad (2.2)$$

onde λ_{α} representa os pesos obtidos pelo sistema de krigagem simples.

O método de simulação sequencial Gaussiana é uma extensão da aplicação da equação 2.1 em uma função aleatória estacionária com distribuição Gaussiana multivariada $Y(x)$, com os seguintes parâmetros:

$$\text{Média:} \quad E\{Y(x)\} = m = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{Covariância:} \quad E\{Y(x_0)Y(x_\alpha)\} - m^2 = \text{Cov}(x_\alpha, x_0)$$

$$\text{Variância:} \quad \text{VAR}\{Y(x)\} = \sigma^2 = 1$$

O objetivo da simulação sequencial Gaussiana é construir uma realização $Y_s(x)$ que reproduza os parâmetros estatísticos de $Y(x)$ descritos acima. As funções de distribuição condicional locais necessárias para a simulação de cada um dos n valores $y_s(x)$ são modeladas pelos valores locais de m e σ^2 , onde m é uma combinação linear dos dados condicionantes (dentro da vizinhança de x) que minimiza variância da estimativa.

Seleciona-se aleatoriamente, usando métodos de Monte Carlo, um valor da função de distribuição condicional local definida por m e σ^2 , constituindo uma realização local $y_s(x_\alpha)$. Como o conjunto de n realizações locais $y_s(x_\alpha)$ é determinado sequencialmente a partir da distribuição condicional univariada, ele reproduz $CY(h)$ em $Y_s(x)$.

Infelizmente, geralmente os dados encontrados em geociências não apresentam-se sob a forma de uma distribuição normal multivariada. Para que se possa aplicar a metodologia descrita, se faz necessária uma transformação dos dados iniciais condicionantes $z(x_\alpha)$ $\alpha = 1, \dots, n$ do tipo:

$$y(x_\alpha) = \phi[z(x_\alpha)] \quad , \quad \alpha = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

onde ϕ é a função de normalização definindo os valores obtidos para $y(x_\alpha)$ como normais com $m = 0$ e $\sigma^2 = 1$.

A normalização dos dados não é condição suficiente para que esses dados tenham uma distribuição normal multivariada. Uma das formas de verificar se essa distribuição é multivariada consiste em observar se a função de distribuição de uma combinação de pares de valores $Y(x), Y(x+h) \forall h$ é uma distribuição normal bivariada. Detalhada descrição

desse processo pode ser encontrada em (Deutsch & Journel, 1996). Se a condição de binormalidade não é assegurada, outros processos para a determinação das funções de distribuição condicional locais devem ser considerados, por exemplo, o algoritmo de simulação sequencial baseado em indicadores (Alabert, 1987, Isaaks, 1990).

As realizações $y_s(x)$ devem ser então transformadas em realizações $z_s(x)$ através da função inversa ϕ^{-1} .

$$z_s(x_\alpha) = \phi^{-1}[y_s(x_\alpha)], \quad \alpha = 1, \dots, n \quad (2.5)$$

onde ϕ^{-1} é a função inversa da função de normalização dada pela equação 2.4.

Os passos para simulação sequencial Gaussiana de uma variável contínua $z(x)$ modelada por uma FR, $Z(x)$ são (Deutsch e Journel, 1996):

(i) determinar uma função de distribuição univariada FR que seja representativa de toda a área de estudo, e não somente da amostragem $z(x)$. Desaninhamento pode ser necessária, se os dados forem preferencialmente amostrados; suavização com extrapolação também pode ser necessária;

(ii) efetuar a normalização de $z(x)$ e obter $y(x)$ segundo a função de normalização descrita pela equação 2.4;

(iii) verificar se a distribuição de $y(x)$ é normal bivariada (Deutsch e Journel, 1996,).

Se uma FR normal multivariada pode ser adotada para $y(x)$, proceder com a rotina SGSIM de simulação sequencial, isto é:

(i) definir um caminho aleatório que passe por todos os nós da malha a ser simulada (não necessariamente regular). Na vizinhança de cada ponto x_α a ser simulado, selecionar um conjunto de dados vizinhos

condicionantes, incluindo dados provenientes da amostragem, $y(x)$ e aqueles pontos previamente simulados, $y_s(x)$;

(ii) determinar os parâmetros m e σ^2 da função de distribuição condicional local na posição x_α , com a função de covariância de $y(x)$ e o estimador SK;

(iii) selecionar aleatoriamente um valor $y_s(x_\alpha)$ dessa função de distribuição condicional local;

(iv) adicionar o valor simulado $y_s(x_\alpha)$ ao banco de dados condicionante;

(v) passar para o próximo ponto a ser simulado e repetir o procedimento até que todos os pontos desejados sejam simulados;

(vi) fazer a transformação inversa dos valores normais simulados $y_s(x)$ em valores no domínio da variável original $z(x)$, seguindo a função definida pela equação 2.5. Extrapolações das classes extremas e interpolações das classes intermediárias são usualmente utilizadas (Deutsch e Journel, 1996).

O procedimento descrito gera uma única realização $Y_s(x)$. Nas aplicações mais comuns de simulação ao planejamento de lavra são necessárias várias realizações e, para tanto, o algoritmo descrito deve repetir os passos (iv) e (v) tantas vezes quantas forem as realizações desejadas.

O caminho aleatório que passa por todos os nós do *grid* na simulação sequencial é mantido para todas as realizações. Dessa maneira, o tempo computacional é consideravelmente reduzido, visto que os N sistemas de krigagem, um para cada nó x_{α_i} , precisam ser resolvidos somente uma vez. Entretanto, seria melhor sob o ponto de vista teórico usar um caminho aleatório para cada realização (Goovaerts, 1997).

VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

As discrepâncias entre as realizações e o modelo estatístico adotado são referidas como flutuações ergódicas. A Figura 2.6a mostra as flutuações dos variogramas de treze realizações de um modelo de FR Gaussiana. Já a Figura 2.6b apresenta as flutuações dos histogramas de cada realização em relação à distribuição normal de referência.

Uma FR estacionária $Z(x)$ possui média ergódica se as correspondentes médias das suas realizações $m(l) \forall l$, tenderem à média m de $F(z)$. Essa noção de ergodicidade pode ser estendida a $CY(h)$ e $F(z)$. Note que a única garantia que a teoria de simulação provê é de que esses parâmetros sejam reproduzidos pela combinação de um grande número de simulações. Quanto menos ergódica for a FR em questão, mais realizações serão necessárias para atingir o valor esperado (Deutsch e Journel, 1996).

Realizações estocásticas produzem modelos estocásticos que diferem entre si permitindo uma avaliação das flutuações globais e locais. O algoritmo de simulação sequencial Gaussiana tem por objetivo gerar realizações que reproduzam os parâmetros estatísticos das amostras condicionantes. Surge a questão: quantas realizações devem ser geradas de modo que uma medida de flutuações (incerteza) possa ser feita?

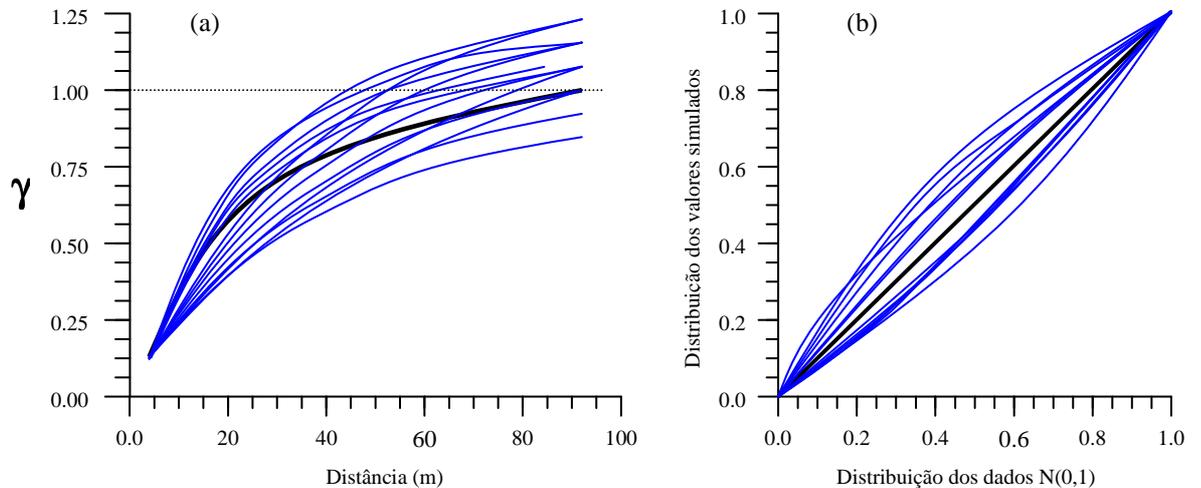


Figura 2.6 - Flutuações ergódicas de $CYs(h)$ e $Fs(z)$ resultantes de 13 realizações obtidas por simulação sequencial Gaussiana. (a): flutuações dos variogramas de realizações de um modelo de FR Gaussiana. (b): flutuações dos histogramas de cada realização em relação à distribuição normal de referência. Adaptado de Bonato, 2000.

Vários fatores controlam as flutuações ergódicas, dentre eles:

(i) *o algoritmo usado para gerar as realizações*: conforme o algoritmo usado, as flutuações ergódicas podem variar sua amplitude de flutuação. Por exemplo, para um modelo Gaussiano de FR o intervalo de flutuação mostra-se menor do que para um modelo tipo krigagem dos indicadores, usando-se os mesmos dados de referência (Deutsch e Journel, 1996);

(ii) *a quantidade de dados condicionantes*: quanto mais dados são usados para condicionar as realizações, as estatísticas das realizações tornam-se crescentemente mais similares às estatísticas adotadas. A definição dos critérios de busca define quais os dados (iniciais e simulados) que devem ser considerados dentro da vizinhança de cada ponto a ser simulado;

(iii) *os parâmetros do variograma e o tamanho da malha de simulação*: flutuações ergódicas dos variogramas das realizações são geralmente notadas quando o alcance de continuidade do modelo

variográfico é grande em relação ao tamanho da área simulada, particularmente se o efeito pepita (nugget effect) relativo é pequeno;

(iv) *número de realizações*: o número de realizações a ser gerado por uma simulação está relacionado com as flutuações nos parâmetros $CYs(h)$ e $Fs(z)$ obtidos através das realizações. Deve-se começar com um número pequeno de simulações e incrementar esse número até que $CYs(h)$ e $Fs(z)$ possam ser caracterizados como ergódicos;

(v) *transformação dos dados*: a transformação dos dados simulados para a escala original deve ser rigorosamente controlada para evitar que surjam valores fora dos limites mínimo e máximo definidos pelos dados condicionantes.

Quando as flutuações ergódicas são muito discrepantes, mesmo com a seleção ótima de parâmetros para a simulação de um dado domínio, é recomendável que as realizações sejam descartadas e outras geradas. Outra alternativa é descartar somente as realizações que não apresentam boa reprodução dos modelos estatísticos adotados, atentando para a possível redução dessas flutuações mascarando as características dos dados iniciais (Goovaerts, 1997).

Em caso de baixa densidade amostral e/ou presença de amostragem preferencial, como os modelos estatísticos são inferidos a partir dos dados disponíveis, haverá flutuações ergódicas associadas intrinsecamente à incerteza na estatística das amostras.

2.5. FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

Uma função de transferência é um modelo numérico que representa uma operação ou sistema real. Uma operação mineira pode ser vista como uma função de transferência, onde certos parâmetros de interesse podem ser processados para que se obtenha uma distribuição de respostas. A seleção dos parâmetros de interesse pode ser formulada como um

problema de otimização, no qual o objetivo é minimizar custos ou, analogamente, maximizar o lucro.

A especificação de uma função de transferência depende do problema que está sendo considerado. Na prática, as entradas para qualquer função de transferência são simulações condicionais dos parâmetros de interesse (Isaaks, 1990).

A especificação de uma função de transferência depende ou está sujeita a uma consideração criteriosa do problema em questão e necessitam de parâmetros específicos de interesse para análise ou otimização como, por exemplo:

(i) maximização do VPL;

(ii) dedução do fluxo de caixa na otimização da cava.

Os dados de saída das funções de transferência fornecem parâmetros de interesse a serem analisados e medidos, tomando-se as decisões a partir dos parâmetros de resposta como, por exemplo:

(i) o controle do teor e classificação do minério em uma mina de ouro;

(ii) avaliação das reservas recuperáveis, otimização da mina e dos cortes de lavra, planejamento à curto prazo e projeto do *stope*;

(iii) controle da variabilidade de alimentação de planta de beneficiamento.

Como as funções de transferência são, geralmente, não-lineares:

(i) um modelo de blocos médio pode não prover um mapa espacial médio de respostas de incerteza;

(ii) um critério para a descrição do depósito talvez não seja bem definido. A técnica de simulação selecionada para construir o modelo deve ser avaliada em termos do mapa de incerteza de resposta.

Cautela deve ser adotada na análise dos resultados de estudos de casos de complexos processos mineiros, assim como suas predições. Esses resultados podem ser bastante razoáveis, mas não necessariamente capturam todos os aspectos do corpo de minério relacionados à sua incerteza.

Pode-se realizar um estudo sobre um determinado parâmetro e seu efeito em diferentes algoritmos como, por exemplo, um parâmetro de interesse no processo mineiro. Com isso pode-se selecionar um algoritmo adequado que forneça um mapa de incerteza que proporcione resultados satisfatórios.

Outros exemplos de operações mineiras que podem ser modeladas por funções de transferência incluem: controle de teores (Glacken, 1996; Srivastava *et al.*, 1992; Godoy, 2003), programas de amostragem adicional (Isaaks, 1990), custos de diluição mediante variações de parâmetros de lavra (Dimitrakopoulos, 1997), planejamento a curto prazo (Costa *et al.*, 1997), determinação de cava final ótima (Rossi & Van Brunt, 1997), reservas recuperáveis (Costa, 1997), determinação das dimensões ótimas de unidades seletivas de lavra e números de painéis de avanço simultâneos.

2.6. MEDIDAS DE INCERTEZA E DISPERSÃO

Os modelos probabilísticos são considerados como resultado de algum processo aleatório obtido através de realizações de variáveis aleatórias (RV). As variáveis aleatórias são variáveis cujos valores são gerados aleatoriamente através de algum mecanismo probabilístico (Isaaks & Srivastava, 1989). Se a distribuição de probabilidade de uma

variável aleatória for conhecida, pode-se calcular e fazer inferências sobre as características estatísticas dessa variável.

A simulação condicional é uma metodologia que, simultaneamente, considera e reproduz as estatísticas dos dados originais e continuidade espacial da jazida. Uma parte fundamental da metodologia é o uso de estatísticas para medidas de incerteza que são derivados da função de distribuição condicional (*cdf*) da série $z(u)$ de teores de um bloco em uma localização u dentro do depósito. Medidas básicas incluem a variância condicional, o coeficiente de variação condicional, faixas de percentil e intervalo de probabilidade.

VARIÂNCIA CONDICIONAL

A variância condicional (CV) mede o espalhamento da curva da função de distribuição condicional (*cdf*) relacionado ao seu valor médio e é dada por:

$$CV(u) = \sum_{k=1}^{k+1} [\bar{Z}_k - Z_E^*(u)]^2 \cdot [F(u; Z_k) - F(u; Z_{k-1})] \quad (2.6)$$

onde,

Z_k , $k=1, \dots, K$, são K valores de *threshold* discretizando o intervalo de variação dos z -valores;

\bar{Z}_k é a média da classe $Z_{k-1}, (Z_{k-1}, Z_k)$ que no caso de um modelo de estimativa linear intraclasse corresponde à: $\bar{Z}_k = (Z_{k-1} + Z_k) / 2$;

$Z_E^*(u)$ é o valor esperado da *cdf* aproximado por uma soma discreta;

$F(u, Z)$ é uma função de valores de teores Z para uma determinada localização u :

$$Z_E^*(u) = \sum_{k=1}^{k+1} \bar{Z}_k \cdot [F(u; Z_k) - F(u; Z_{k-1})] \quad (2.7)$$

A variância condicional define o espalhamento em torno da média, que é dependente da média das classes \bar{Z}_k .

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO CONDICIONAL

O coeficiente de variação condicional (CCV) ou desvio padrão condicional relativo corresponde ao desvio-padrão condicional racionalizado pela média. Uma vantagem do CCV é que esse expressa diretamente a variabilidade como uma porcentagem da média, assim filtrando efeitos proporcionais. Esse é calculado da seguinte maneira:

$$CV(u) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{k+1} [\bar{Z}_k - Z_E^*(u)]^2 \cdot [F(u; Z_k) - F(u; Z_{k-1})]}{Z_e^*(u)}} \quad (2.8)$$

Através do coeficiente de variação condicional, é possível verificar o grau de representatividade da média relativo ao conjunto de dados, sendo utilizado para comparar a variabilidade de grupos de dados com ordem de magnitude e com unidades de medidas distintas.

Um coeficiente de variação condicional superior a 50% sugere alta dispersão em torno da média, o que indica heterogeneidade dos dados. Quanto maior for esse valor, maior a imprecisão associada à estimativa da média.

INTERVALO ENTRE QUARTIL CONDICIONAL

O intervalo entre quartil condicional (IEQ) é definido como a diferença entre o quartil superior ($q_{0,75}$) e o inferior ($q_{0,25}$) da distribuição:

$$IEQ(u) = q_{0,75}(u) - q_{0,25}(u) = F^{-1}(u; 0,75) - F^{-1}(u; 0,25) \quad (2.9)$$

Ao contrário do CV e CCV, o IEQ e suas variações (percentil) não são afetadas pela magnitude dos teores na *cdf*, não sendo sensíveis aos valores extremos. O IEQ e suas variações podem também ser escalonados pela média ou mediana da *cdf* correspondente.

INTERVALO DE PROBABILIDADE E CONFIANÇA

A probabilidade de um valor desconhecido (u) estar dentro de um intervalo $(a, b]$, definido como intervalo de probabilidade ou intervalo de confiança, é calculado como a diferença entre os valores ($F(u; b|n)$) da curva da função de densidade cumulativa (*ccdf*) para os valores do intervalo b e a (Goovaerts, 1997):

$$\text{Prob}\{Z(u) \in (a, b] | n\} = F(u; b|n) - F(u; a|n) \quad (2.10)$$

Ajustando-se o limite superior do valor b do intervalo para $+\infty$, resulta a probabilidade de um determinado valor exceder o valor a :

$$\text{Prob}\{Z(u) \in (a, +\infty] | n\} = \text{Prob}\{Z(u) > a | n\} = 1 - F(u; a|n) \quad (2.11)$$

Outra maneira similar para expressar-se a probabilidade de ocorrência é pela definição de um intervalo de confiança através do cálculo dos valores de percentil ($q_{0,95}, q_{0,05}$) na localização u da *cdf* correspondente. O intervalo entre percentis (IEP) pode ser expresso da seguinte maneira:

$$IEP(u) = q_{0,95}(u) - q_{0,05}(u) = F^{-1}(u; 0,95) - F^{-1}(u; 0,05) \quad (2.12)$$

Capítulo 3

Whittle (2010) define que um projeto de cava final bem como o sequenciamento de lavra em mina a céu aberto são processos de tomada de decisão que levam a um plano realista e rentável para a extração do recurso mineral explorado. O planejamento pode ser realizado para uma gama de intervalos de tempo que vão desde o curto prazo (por exemplo, a próxima mudança de avanço de lavra) até o longo prazo (por exemplo, a extração rentável durante toda a vida útil da mina).

Neste caso, a excelência de um planejamento mineiro envolve tomar boas decisões no projeto da cava, no sequenciamento da lavra, na taxa de produção, no método de beneficiamento, na seleção do tipo de minério, no método de lavra, etc. Todas estas decisões têm de ser feitas ao mesmo tempo e em condições de grande incerteza, como a seguir:

(i) os parâmetros geotécnicos estão bem entendidos? Será que as condições da geometria dos taludes são seguras para garantir a estabilidade?

(ii) os recursos foram bem mapeados e atendem às expectativas? O minério disponível vai responder aos métodos de processamento planejados?

(iii) quais serão os preços de *commodities* e os custos no próximo ano? Ou em 30 anos?

Este capítulo aborda uma revisão dos trabalhos passados e desenvolvimentos recentes na otimização do projeto e da sequência de produção de lavra a céu aberto associado à incerteza geológica.

3.1. PLANEJAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LAVRA

O processo de programação de produção a céu aberto é a determinação de uma sequência de produção no tempo que envolve pelo menos a remoção de dois tipos de materiais: minério e estéril. De acordo com Halatchev (2002), a programação de uma sequência otimizada de produção no processo de lavra depende das características geológicas do depósito, condições de lavra, tecnologias de processamento e parâmetros econômicos associados ao espaço e tempo. Se o cronograma de produção maximiza o lucro total do projeto, sujeito às condições técnicas, econômicas e ambientais, esse é dito como ideal. As combinações possíveis de produção de minério e de estéril (REM - relação estéril/minério) e a taxa de produção de minério que atenda aos requisitos de alimentação do moinho são duas grandes limitações técnicas envolvidas na determinação do sequenciamento de lavra.

OTIMIZAÇÃO DE CAVA

A otimização matemática de cava é realizada com o uso de uma função-objetivo, que visa a maximização do lucro gerado pela cava, calculada com o valor acumulado de todo o material (minério e estéril) extraído. A inclusão ou exclusão do material que fará parte do esboço da cava final otimizada depende necessariamente de variáveis de decisão (tempo) e restrições (ângulo do talude e espaço físico) que devem ser obedecidas.

(David *et al.*, 1974) apresentou um dos primeiros trabalhos que descreve uma aplicação de simulação condicional de otimização de cava. A idéia era usar um modelo de simulação para prever desvios prováveis a partir dos resultados previstos em um plano de lavra para um caso base,

o que era desenvolvido em um modelo de blocos estimado. A abordagem começa pela geração de um caso base limite a céu aberto em um modelo de jazida estimada utilizando o algoritmo Korobov (Korobov, 1974). O mesmo algoritmo foi então utilizado para produzir um limite de cava a céu aberto com base num modelo simulado. Ao comparar os resultados, foi possível avaliar como o resultado previsto para a cava era susceptível a um modelo de blocos refletindo a verdadeira variabilidade espacial na distribuição dos teores. É importante notar que este trabalho foi a primeira demonstração de como a análise de risco poderia ser aplicada na otimização de cava a céu aberto. A necessidade de recursos computacionais excessivos atrasou o desenvolvimento deste assunto por quase vinte anos.

Com o advento de poder de computação, mais barato e maior capacidade de armazenamento, novos estudos envolvendo o uso de simulações condicionais em otimização de cava a céu aberto foram desenvolvidos. Por exemplo, Dowd e Sarac (1994) propuseram um método que combinando modelos simulados com os preços dos metais simulados e custos operacionais produziam uma série de cavas, cada uma das quais foi utilizada para produzir um sequenciamento alternativo de produção. O resultado é uma distribuição de valores possíveis para o desempenho do projeto com indicadores como taxa interna de retorno, valor presente líquido e tempo de retorno. O real significado destas distribuições é questionável, já que estão baseadas em limites de cavas distintas e não fornecem uma avaliação geral dos riscos para os indicadores chave, além da incerteza ser dada tanto para a jazida quanto para as variáveis financeiras.

Outros desenvolvimentos foram focados na utilização de simulação condicional como uma forma de avaliar a sensibilidade econômica associada ao projeto de cava final com base na incerteza de teores. Esta aplicação foi primeiramente apresentada por Rossi e Van Brunt (1997) e mais recentemente por Dimitrakopoulos (2001) e Farrelly (2002). Nestes

casos, o Whittle 4D[®], que é uma implementação comercial do algoritmo Lerchs-Grossmann 3D (Lerchs e Grossmann, 1965), é considerado como uma função de transferência, que pode ser usada para traduzir múltiplos modelos condicionais em uma avaliação quantitativa do risco. O procedimento gera uma gama de resultados das alternativas para o processo de otimização original, o qual é baseado em um único modelo estimado.

Este tipo de análise de risco permite que o responsável pelo planejamento de lavra avalie as prováveis faixas de minério contido e os principais indicadores econômicos. A Figura 3.1 apresenta, graficamente, o fluxo de caixa descontado para uma determinada série de cavas aninhadas comparando as previsões com base no modelo original estimado para os calculados para 100 alternativas de modelos simulados. Se o número de 40 cavas é considerado o limite de cava final, o total do fluxo de caixa descontado, calculado usando o modelo original estimado, corresponde a US\$20 milhões. A distribuição do fluxo de caixa calculado para os modelos simulados indica que é mais provável que o fluxo de caixa seja menor do que o obtido utilizando o modelo de estimativa. O fluxo de caixa considerando a média durante as simulações é 16,5 US\$, o que indica que a estimativa superestima o processo de fluxo de caixa total em aproximadamente 20%. A distribuição de fluxos de caixa indica que há 90% de chance de que o fluxo de caixa seja menor que US\$ 19M de valor presente líquido.

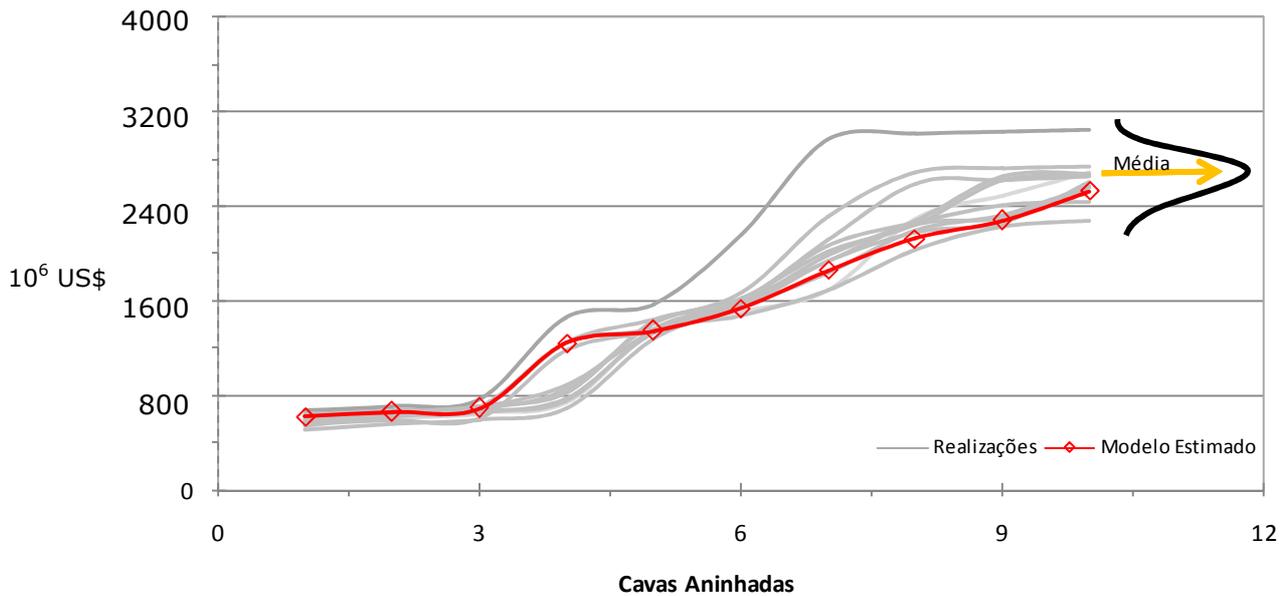


Figura 3.1– Análise do fluxo de caixa descontado para 10 realizações de cavas aninhadas (*nested pit shells*). Modelo estimado e modelo independente de 100 simulações. Adaptado de Dimitrakopoulos, 2001.

Rossi (1999) apresentou um exemplo de um pequeno depósito, onde havia uma desvantagem sobre as onças totais de 26% no potencial explorável estimado a partir do modelo de reservas recuperáveis do bloco e um de 12% acima potencial, dada a informação de perfuração atual. Estes limites de confiança foram grandes o suficiente para justificar a continuação da perfuração em áreas mais profundas da cava planejada, onde a maioria do minério de alta qualidade foi localizado. Aplicações deste conceito podem incluir a necessidade de avaliar a incerteza dos teores de blocos próximos do fundo do cava proposta. Frequentemente, minas a céu aberto são aprofundadas por alguns compostos de alto teor, que são responsáveis para a produção de uma área com estimativas de alto teor de bloco.

PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO – SEQUENCIAMENTO DE LAVRA

Programação da produção a céu aberto é o desenvolvimento da sequência de extração que conduz, a partir das condições iniciais do depósito, para os limites finais da cava. A programação da produção pode ser distinguida como de longo e curto prazo. A otimização da sequência de produção é geralmente realizada por meio de técnicas de pesquisa

operacional tais como a programação linear (Kim, 1967; Johnson, 1968; Ramani, 1970), programação inteira mista (Gershon, 1983a; Barbaro e Ramani, 1986) e de programação dinâmica (Onur e Dowd, 1993; Seymour, 1994; Tolwinski, 1998). Estas técnicas não são capazes de avaliar de forma direta a incerteza de teores. A aplicação na otimização da cava a partir da utilização de simulações condicionais ainda restringe-se à análise de sensibilidade durante o sequenciamento de produção comparando-se a modelos estimados. Ravenscroft (1992a) sugeriu que, em vez de concentrar-se em fornecer estimativas de sensibilidade em blocos individuais e ser confrontado com dificuldades em combiná-las, esta poderia ocorrer ao mesmo tempo em modelos condicionalmente simulados que proporcionariam uma medida da sensibilidade no sequenciamento da lavra em relação a incerteza de teores. Isto poderia ser usado para prever as flutuações da taxa de alimentação do moinho para a produção em diferentes períodos ou dar intervalos de confiança para a tonelagem de material no estoque de teor médio em qualquer dado momento. A Figura 3.2 mostra o exemplo apresentado por Ravenscroft (1992b). Em uma área que envolve 50 blocos de forma irregular, cada um representando um período de programação individual, o mesmo esquema se aplica a cada uma dos 100 cenários de modelos simulados e para um modelo krigado. Para avaliar o possível erro que possa ser gerado em cada bloco, os quantis inferiores e superiores a 95% dos 100 valores simulados para cada bloco foram calculados. Estes limites de probabilidade são representados como uma diferença percentual da produção real indicando valores próximos de zero em 90% dos casos.

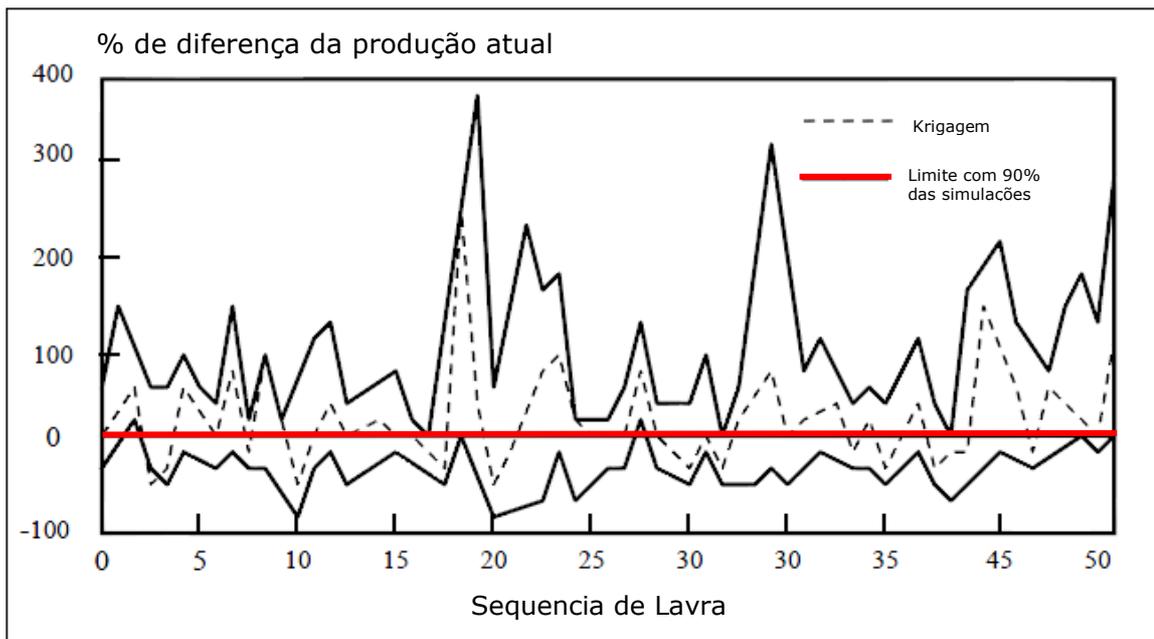


Figura 3.2– Desvio do teor atual krigado, e intervalo contendo 90% dos dados simulados. Adaptado de Godoy (2003).

O valor da produção cai fora dos limites de probabilidade, em seis casos gerados a partir de 50 realizações, sugerindo uma aproximação razoavelmente satisfatória. A Figura 3.2 mostra também alguns casos (em períodos de 3, 4 e 18), onde o valor krigado também cai fora dos limites, e a posterior a verificação dos resultados estabeleceram que a krigagem estimada para estes blocos poderia ser motivo de preocupação. A metodologia assume uma abordagem estática para o sequenciamento de mina, que pode não ser ideal. Smith e Dimitrakopoulos (1999) propuseram uma abordagem em uma série 'ideal' para o sequenciamento gerado, um para cada modelo simulado. Se um bloco foi extraído no mesmo período para todas as programações distintas, então a probabilidade de que esse bloco seja realmente minerado neste período é de 100%. Assim, um nível de probabilidade do bloco pode ser calculado e indica um padrão de lavra que reduz o impacto da incerteza do depósito sobre o sequenciamento da produção. A abordagem não oferece um programa de produção que minimiza o risco de atingir as previsões econômicas, mas permite que o planejador possa sinalizar esses blocos ou

regiões onde o grau de incerteza indica o nível de risco em não atingir metas de produção e, portanto, merecem mais atenção.

Este tipo de informação pode ajudar a equipe de planejamento de lavra a adotar algum padrão de sequenciamento de lavra que produza um planejamento mais robusto no que diz respeito à incerteza do teor. Outra aplicação interessante da simulação condicional à programação de produção foi apresentado por Dimitrakopoulos e Li (2000), onde o objetivo era a redução do efeito da incerteza e de risco geológico na exploração de jazidas de carvão subterrâneas.

A abordagem utiliza a simulação condicional para quantificar a incerteza de falha, o que é então integrado ao projeto *longwall*. Isto pode reduzir consideravelmente o potencial tempo de inatividade imprevisto e perdas devido a falhas, aumentando a recuperação de carvão e alcançando melhores resultados técnicos e econômicos.

3.2. PROJETO DE CAVA A CÉU ABERTO

A determinação do sequenciamento ótimo, como expansão vertical e lateral da cava está baseada na obtenção do máximo retorno financeiro possível, sendo conhecida como um problema de otimização de cava a céu aberto. A solução para o problema de otimização é relacionada à requisitos específicos, tais como o ângulo médio de taludes e restrições de precedência. Na verdade, a taxa de desconto financeiro considerada pelo processo de otimização estará associada ao período em que o bloco será extraído. Assim, uma sequência de programação de lavra deve ser desenvolvida a fim de realmente otimizar o contorno da cava final.

Infelizmente, os limites da cava final são necessários para que se desenvolva uma sequência de lavra e, até o momento, nenhum método foi desenvolvido a ponto de permitir que este processo seja gerado durante otimização de cava (Whittle e Rozman, 1991). Em vez disso, uma

mina a céu aberto é concebida usando uma análise circular, como mostrado na Figura 3.3.

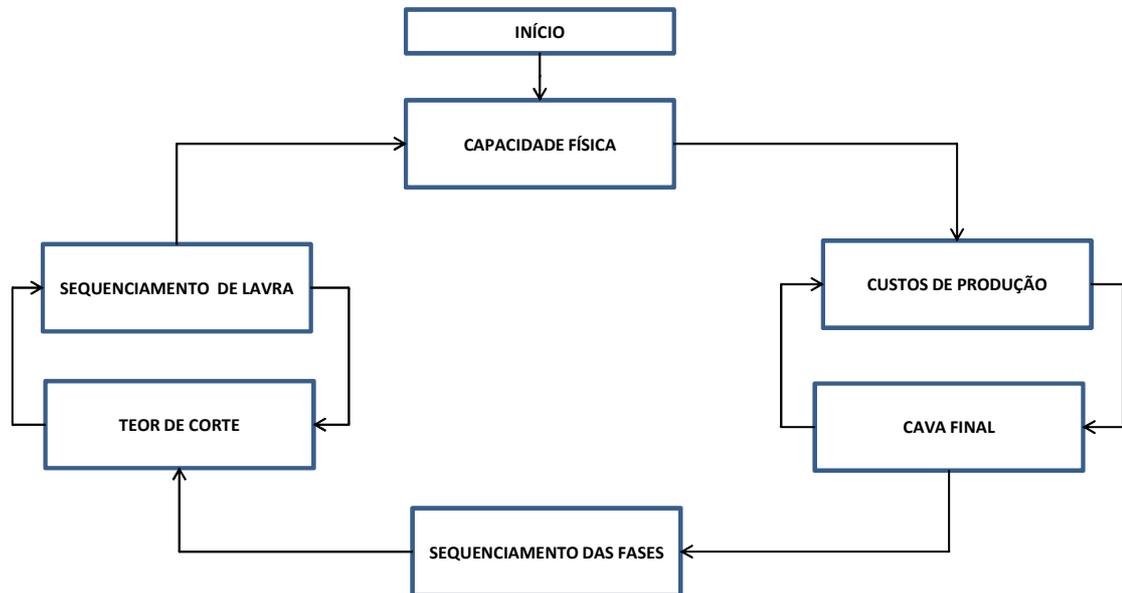


Figura 3.3– Passos para o projeto de cava final por análise circular. Adaptado de Dagdelen, 1985, Apud Godoy, 2003.

O processo começa por assumir capacidades físicas e custos de produção. Em seguida, o contorno da cava ou cava final, é obtido através de um algoritmo *ultimate open pit*.

Existem dois tipos de algoritmos para encontrar a cava final (Hochbaum e Chen, 2000):

(i) métodos heurísticos, como os cones flutuantes, que não garantam a entrega de uma solução ótima e;

(ii) algoritmos de otimização verdadeiros que são matematicamente comprovados para encontrar os melhores limites finais de cava. Existem apenas dois métodos na classe de otimização verdadeiros. Estes são o algoritmo Lerchs-Grossmann (Lerchs e Grossmann, 1965) e o algoritmo de fluxo de rede desenvolvida pela Johnson (1968). Variantes construídas em torno do algoritmo Lerchs-Grossmann se tornaram o padrão na indústria de mineração (Seymour, 1995). Durante a década de 1990, várias limitações práticas nas implementações do algoritmo de LG foram

resolvidas ou pela evolução dos algoritmos (por exemplo, Dowd e Onur (1993); Whittle e Rozman (1991)) ou pela introdução de recursos computacionais mais rápidos. Uma revisão abrangente sobre a evolução de algoritmos que geram o limite da cava é apresentada em Hochbaum e Chen (2000).

Após o limite da cava final definido, o próximo passo consiste em dividir os recursos contidos em volumes menores chamados "cortes" ou "estágios". Esses cortes definem as expansões da cava que podem ser combinadas em uma sequência de extração. A definição destes cortes tem um impacto direto sobre os principais indicadores de desempenho do projeto, tais como fluxo de caixa anual e VPL.

Vários métodos têm sido apresentados tentando determinar a sequência ótima de extração. O método mais popular utilizado atualmente é o uso repetido de um algoritmo da cava final que altera sucessivamente o teor de corte ou o preço do metal (Crawford e Davey, 1979; Mathieson, 1982). Este produzirá um conjunto de cavas aninhadas que representam os contornos da cava, onde cada desenho sucessivo é um teor de corte mais elevado ou maior preço de metal do que a cava anterior. O valor presente líquido (VPL) ou algum outro critério pode então ser utilizado em combinação com restrições de lavra para selecionar os contornos que constituem uma cava ótima (Whittle e Rozman, 1991).

Outros métodos aplicados incluem o de parametrização dupla (Dagdelen e Francois-Bongarcon, 1982) para maximizar as quantidades de metal contido dentro de cada avanço, o método Vallet para maximizar a receita por tonelada de cada valor do avanço (Seymour, 1995) com a mínima relação estéril:minério e com o objetivo de minimizar a proporção de extração em cada avanço (Ramazan e Dagdelen, 1998).

Depois de desenhar os cortes, a etapa seguinte consiste em determinar o cronograma de produção. Programação da produção a céu aberto é o desenvolvimento de uma sequência dos períodos de extração

que conduzem, a partir das condições iniciais do depósito, para o último desenho de cava. O sequenciamento determina a vida útil da mina e, portanto, inclui os fluxos de caixa, custos operacionais, custos de capital e receita.

De acordo com a duração do sequenciamento, ele pode ser classificado como longo prazo e curto prazo. O planejamento de lavra de longo prazo está preocupado em garantir uma sequência ótima, que maximize o VPL, a produção de minério, relação estéril:minério e investimento significativos, geralmente até o final da vida útil da mina, em intervalos ou períodos que variam de três meses a um ano. O sequenciamento de lavra de curto prazo, por outro lado, está preocupado com o desenvolvimento de períodos de extração do minério e do estéril em uma base diária, semanal ou mensal, que está em conformidade com as restrições impostas pela programação de longo prazo, capacidades de plantas, restrições de inventário, utilização de equipamentos e outras situações existentes na mineração.

3.3. OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DE LAVRA DE LONGO PRAZO

O desenvolvimento de uma sequência ótima de produção em minas a céu aberto é um procedimento complexo devido ao grande número de variáveis e restrições envolvidas.

Técnicas de programação linear e dinâmica são muito populares entre os trabalhos de pesquisa operacional (PO) aplicadas ao sequenciamento de lavra de longo prazo. Muito esforço tem sido dedicado à resolver o problema de programação e sequenciamento ótimo de cava, mas não houve muito sucesso no desenvolvimento de um método de programação que permita obter os melhores resultados na maximização do valor presente líquido dentro de um projeto de mineração (Ramazan, 2001).

A programação linear (LP) tem sido uma das técnicas mais antigas e aplicada para otimizar o planejamento da produção e problemas de

blendagem na mineração (Kim, 1967; Johnson, 1968; Ramani, 1970; Halatchev & Dimitrakopoulos, 1999). No entanto, existe uma grande desvantagem nesta abordagem. Ela não fornece uma solução ótima, uma vez que verdadeiramente gera blocos fracionários que podem violar as restrições de precedência (Gershon, 1983b).

Johnson (1968) desenvolveu um modelo matemático para resolver o problema do sequenciamento de lavra de longo prazo, incluindo o valor da receita no tempo e tipos de processamento distintos. Ele aplicou o princípio de decomposição de *Dantzig-Wolfe* para decompor a formulação complexa em um problema mestre e alguns problemas menores subdivididos. O problema principal é uma formulação de programação linear para o problema de blendagem. A sua função é a de escolher uma combinação de possibilidades de lavra para cada período, satisfazendo as condições de restrição e maximizando os lucros totais. A solução do problema mestre garante que este seja o "ideal" entre os consecutivos planejamentos de lavra enquanto o problema é subdividido e resolvido através de uma rede que maximiza o algoritmo de fluxo de caixa, desenvolvendo a sequência de lavra para cada período. Porém, as limitações geradas em função do tempo computacional foram difíceis de serem superadas e a indústria de mineração não foi capaz de aplicar esta técnica com a tecnologia disponível.

Dagdelen (1985) decompôs o sequenciamento complexo com multi períodos de tempo para um único período que pudesse ser resolvido usando os melhores métodos de projeto de cava final, tais como o algoritmo de fluxo máximo. O método de sub-gradiente foi utilizado para encontrar os parâmetros lagrangianos em sua formulação matemática.

Onur e Dowd (1993), Seymour (1994) e Tolwinski (1998) apresentaram abordagens com base em métodos de programação dinâmica para otimizar a programação da produção usando máximo valor presente líquido como critério de otimização. Ao contrário das técnicas de

programação linear, não existe uma formulação padrão matemática. Em programação dinâmica, as equações têm de ser desenvolvidas especificamente para cada caso individual. Programação dinâmica dá os melhores resultados entre as soluções alternativas selecionadas, mas não considera todas as alternativas possíveis e não resulta em uma verdadeira solução ideal para maximizar o VPL de um projeto. Outro problema com esta técnica é a limitação no número total de variáveis e restrições, impondo limites na aplicação de modelos em problemas reais relacionados ao planejamento de lavra a céu aberto (Fytas *et al.*, 1987).

Gershon (1983b) e Barbaro e Ramani (1986) propuseram programação inteira mista (MIP) para otimizar os modelos de longo prazo relacionados à programação de produção. MIP é uma variação de programação inteira para problemas que requerem apenas algumas variáveis inteiras. As restantes variáveis contínuas estão autorizadas a assumir qualquer valor não inferior a zero. A formulação do problema de programação como MIP permite bloqueios parciais e serem minerados somente os blocos cujos blocos precedentes foram completamente removidos. Isso representa uma vantagem em relação à utilização de programação linear. Ainda existe uma grande desvantagem a esta abordagem. Caso o número de variáveis necessárias para formular o problema de programação em um depósito real seja demasiadamente grande, é difícil resolver a formulação dentro de um tempo razoável.

Para superar este problema, Ramazan (2001) propôs uso do algoritmo de árvore fundamental, que se destina a unidades de lavra de agregados ou de blocos, a fim de diminuir o número de variáveis necessárias. O método tem apresentado resultados promissores para um estudo de caso realizado em um depósito de multi mineral. No entanto, a abordagem requer mais testes e exposição a restrições de lavra distintas e situações particularmente relacionadas ao desenvolvimento da operação.

Há três principais desvantagens compartilhadas por todos os métodos de otimização da programação e planejamento de lavra de longo prazo disponíveis:

(i) a exigência de uma determinação paramétrica dos avanços físicos. Quando a distribuição de teores no corpo de minério não é uniforme, é possível ter uma maior diferença entre dois cortes adjacentes. Esta diferença de tamanho pode fazer com que o assim chamado "Problema lacuna" que pode resultar em uma solução que está longe do ótimo. (Ramazan, 1996; Wang e Sevim, 1993) propuseram uma abordagem para solucionar o problema, à limitação de tamanho de cortes. Infelizmente, o método é baseado em programação dinâmica e como tal nem sempre dá o maior fluxo de receita;

(ii) a incapacidade de produzir programações de produção praticamente viáveis. É necessário um procedimento de análise posterior, a fim de proporcionar acesso a equipamento e ajustes no projeto. Neste caso, inevitavelmente conduz-se à uma solução de *status* subotimizado;

(iii) a incerteza geológica não é levada em conta pelas abordagens de otimização disponíveis. Apesar da investigação contínua para uma solução ótima buscando a resolução de problemas relacionados ao planejamento de lavra de longo prazo o que pode ser observado na literatura atualmente é que as soluções disponíveis ainda confiam em métodos heurísticos. Todos os métodos trabalham com cortes inicialmente projetados e métodos heurísticos para gerar o maior número possível de períodos viáveis que se encontram especificados em restrições operacionais para cada período de tempo. A partir desses períodos viáveis, a melhor sequência é escolhida com base no maior VPL.

As situações de cenários não-otimizados sobre a definição de corte e suavização da sequências de lavra e também a incapacidade de gerar programações de produção totalmente ótimas está na agenda dos grupos de pesquisa da área por muito tempo. Do lado da indústria, os

engenheiros parecem estar mais preocupados com o fato de que as produções alvo não são muitas vezes realizadas devido à má avaliação dos recursos, que pode ter um impacto direto sobre o sucesso do projeto de mineração. Isso reflete uma necessidade clara para o desenvolvimento de novos métodos capazes de levar em conta a incerteza geológica como parte do processo de otimização.

3.4. FORMULAÇÃO PARA QUANTIFICAÇÃO DO RISCO

O método proposto para a quantificação do risco envolve a utilização de simulação estocástica para produzir uma série de modelos de teores para o atributo estudado contendo 50 realizações utilizando todos dados disponíveis de sondagem. Como os modelos simulados representam um possível depósito "real", o modelo krigado da jazida pode ser avaliado em termos da sua capacidade de prever com precisão a realidade e analisado como referência ou caso base. Neste caso, foi utilizado como referência aos modelos simulados o valor esperado das 50 realizações E-Type.

Mais especificamente, o método prossegue como se segue:

(i) gerar um modelo do depósito (o "real" depósito) utilizando simulação estocástica com base nas informações geológicas;

(ii) reblocar os pontos no modelo simulado do depósito para o mesmo tamanho dos blocos no modelo original;

(iii) definir um modelo de referência;

(iv) calcular a probabilidade do valor de referência ser maior do que o teor de corte, comparando-o aos valores simulados no depósito;

(v) rodar a função objetivo carimbando os blocos dentro dos limites determinados para a incerteza geológica;

(vi) apresentar o resumo dos resultados graficamente ilustrando a diferença esperada entre a média das simulações (valor de referência) e o atributo simulado para os possíveis valores.

O risco será expresso como uma probabilidade de se obter um determinado nível de um indicador técnico, sendo normalmente visualizado através de curvas de distribuição que podem ser obtidas por intermédio das simulações numéricas. Posteriormente, é avaliado o impacto na VPL do empreendimento.

Para este trabalho, adotou-se percentual P_{60} para um "cenário arrojado", P_{70} e P_{80} para um "cenário provável ou médio" e P_{90} para um "cenário conservador".

O termo "cenário provável" é usado como uma expressão geral que garanta uma quantidade de minério considerada mais próxima da quantidade realmente necessária para atingir o sucesso da operação. Se forem utilizados métodos probabilísticos, este termo geralmente será uma medida da tendência central da distribuição de incerteza (mais frequente/moda, mediana/ P_{50} ou média). Os termos "cenário conservador" e "cenário arrojado" fornecem variações da faixa de incerteza na estimativa mais provável.

Capítulo 4

4.1. APRESENTAÇÃO DA ÁREA EM ESTUDO

Nesse capítulo, são apresentados, além da contextualização da área de estudo, os aspectos geológicos locais e regionais relevantes ao estudo geoestatístico, bem como a forma de desenvolvimento das medidas de estatística descritiva das variáveis de trabalho.

As informações que compõem o banco de dados utilizado nessa dissertação foram disponibilizadas pela Vale Fertilizantes S.A. e foram obtidas ao longo dos últimos 40 anos de consecutivas campanhas de sondagem na região. A base de dados selecionada para a aplicação da metodologia advém de um depósito de fosfato, localizado na região central do Brasil, onde o parâmetro principal de estudo é a variável P_2O_5 , (Figura 4.1).

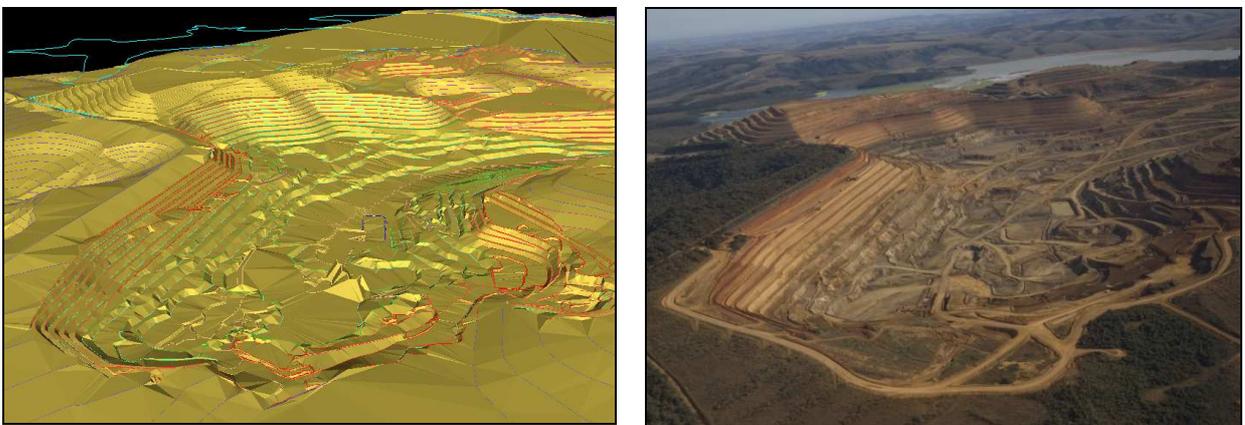


Figura 4.1- Visão aérea da área em estudo.

4.2. GEOLOGIA REGIONAL

A região em estudo, situa-se entre as Serras da Bocaina e da Canastra, compreendendo a porção sudoeste da Província Tocantins, da qual a Faixa Brasília faz parte. A Faixa Brasília representa um cinturão de dobras e cavalgamentos do período Neoproterozóico (790 – 600 Ma) resultado de diversos processos de colagem de segmentos crustais provenientes da fragmentação do Supercontinente Rodínia (Silva, 2003) desenvolvido na margem ocidental do Cratón do São Francisco (Valeriano *et al.*, 1995).

As unidades litológicas da região, encaixantes ao Complexo Alcalino de Tapira, correspondem à área tipo do Grupo Canastra, definido por Barabosa (1955), *apud* Barbosa *et al.* 1970. O Grupo Canastra é uma sequência metassedimentar, com metamorfismo de fácies xisto verde (zonas da clorita e granada), e idade modelo Sm-Nd de 2,2 Ga (Seer, 1999). Segundo Seer (1999), é uma sequência depositada em ambiente marinho plataformar e constitui aparentemente um ciclo marinho regressivo, marcado por predomínio de quartzitos.

O Grupo Canastra foi dividido por Silva (2003), em três camadas imbricadas tectonicamente e separadas por falhas de empurrão. As escamas inferior e intermediária são correlacionadas ao Grupo Canastra e a escama superior ao Grupo Araxá (Figura 4.2).

A camada inferior apresenta na base quartzo-muscovita xistos intercalados por muscovita xistos, que, em direção ao topo, passam gradativamente a grafita-muscovita xistos. Estas rochas são sobrepostas por quartzo-muscovita xistos, com intercalação de quartzitos. No topo ocorrem quartzitos puros e micáceos, com intercalação de quartzo xisto. Estas rochas apresentam metamorfismo de fácies xisto-verde inferior a médio (zona da clorita e biotita), com associações minerais de clorita, muscovita, quartzo, biotita, cloritóide e albita.

A camada intermediária apresenta granada-grafita-muscovita xistos de granulação fina, intercalados a xistos grafitosos e granada-biotita-muscovita xistos, que marcam a base deste pacote. São sobrepostos por granada-grafita xistos, que passam gradativamente a granada-mica xistos pouco grafitosos. No topo, ocorrem quartzitos com intercalações métricas de quartzo xistos, muscovita xistos e quartzitos micáceos. Ocorrem ainda associações minerais de granada, clorita, biotita, muscovita, quartzo e albita, indicando metamorfismo de fácies xisto verde superior (zona da granada).

A camada superior, correlacionada ao Grupo Araxá, apresenta como litotipo mais freqüente granada-mica xistos, com camadas métricas de granada-quartzo xistos e rochas metaultramáficas. A assembléia metamórfica (granada, clorita, biotita, muscovita, quartzo, oligoclásio) das rochas desta escama indica metamorfismo de fácies anfíbolito inferior.

Segundo Brod (1999), os filitos e quartzitos do Grupo Canastra foram deformados em estrutura dômica, assim como fenitizados e termalmente afetados pela intrusão do complexo alcalino-carbonatítico. Os efeitos termais e metasomáticos, entretanto, foram restritos aos quartzitos e muito próximos (poucas centenas de metros) ao contato com a intrusão.

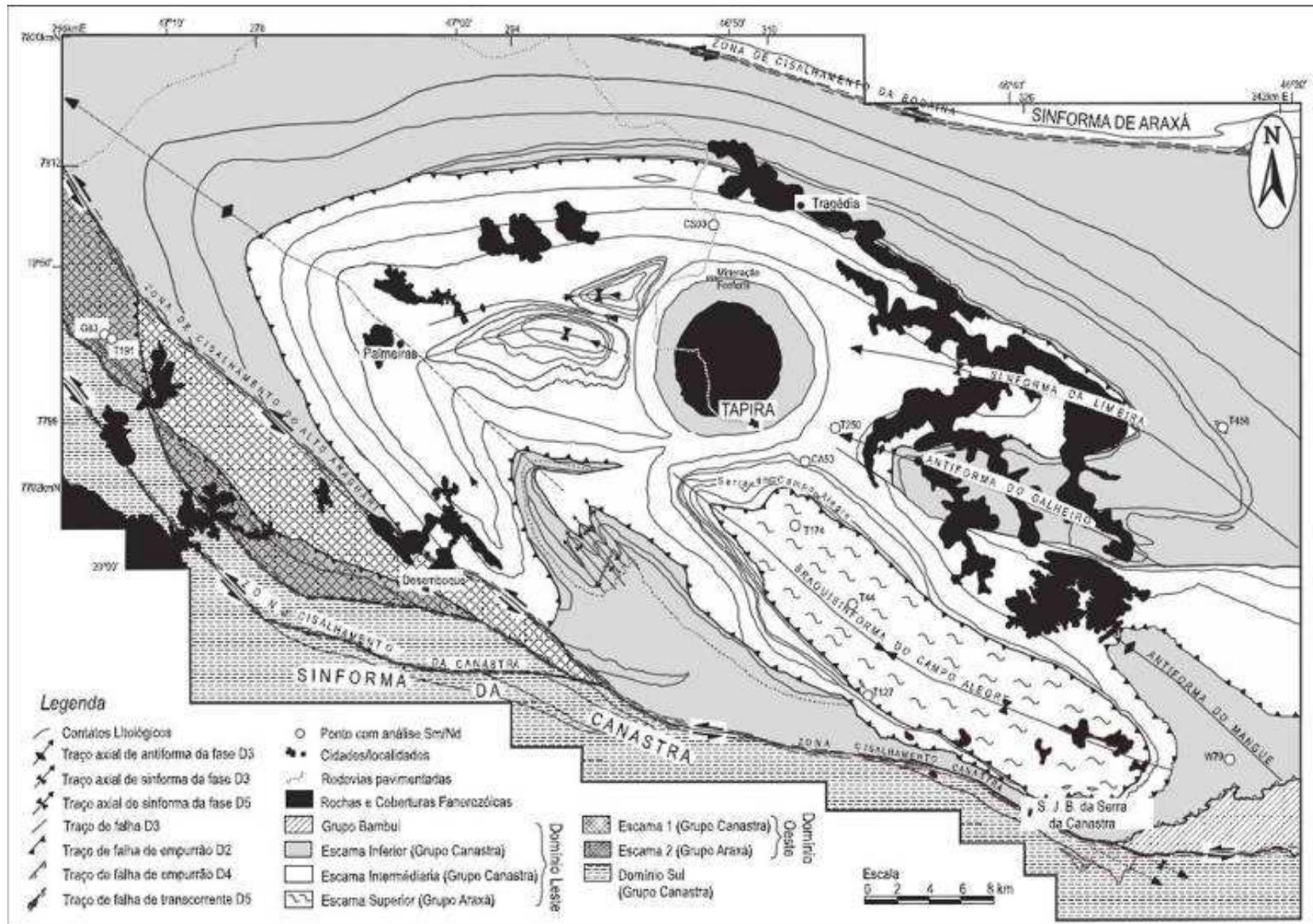


Figura 4.2 - Mapa geológico regional da região em estudo, segundo Silva (2003).

4.3. GEOLOGIA LOCAL

O complexo mineiro estudado representa uma intrusão alcalina ultramáfica-carbonatítica, relacionada ao intenso magmatismo ultrapotássico do Cretáceo Superior que gerou a Província Ígnea do Alto Paranaíba (Gibson *et al.*, 1995). Sonoki & Garda (1988) relatam idades K-Ar em mica de 85,6 e 87,2 Ma.

A chaminé abrange uma área subcircular de aproximadamente 35 km², com extensões aproximadas de 7,4 e 6,0 km eixos N-NE e W-NW respectivamente. O contato do corpo intrusivo com a encaixante é bastante vertical e irregular.

O complexo é constituído principalmente por piroxenitos (bebedouritos), carbonatitos e foscóritos, e contém importantes depósitos minerais de fosfato e titânio, sendo atualmente minerado para apatita (Brod *et al.*, 2004). Os depósitos de apatita e anatásio estão situados no espesso manto de intemperismo que se desenvolveu sobre as rochas alcalinas, como resultado da existência de um anel de quartzitos que circunda a estrutura dômica do complexo.

A concentração supergênica destes minerais se deu por solubilização e lixiviação de componentes mais instáveis contidos nas rochas originais, tais como carbonato e minerais máficos. Nos horizontes mais superficiais, onde a lixiviação foi mais intensa, a apatita foi parcialmente transformada em fosfato secundário, mas em porções mais profundas permaneceu no manto de intemperismo como um mineral resistido. O anatásio é um produto de alteração intempélica originado a partir da descalcificação da perovskita (CaTiO₃) existente na rocha original.

De acordo com o perfil esquemático da jazida (Figura 4.3), o fosfato está localizado sob duas camadas superpostas: a primeira de estéril, com uma espessura entre 30 e 40 metros, e a outra, de minério de titânio medindo entre 25 e 30 metros.

Brod (1999) estabeleceu um arcabouço petrológico detalhado para o complexo de Tapira com base em estudos de química mineral, geoquímica de rocha total e geologia isotópica. Segundo o autor, o complexo de Tapira é composto de uma Série Silicática Plutônica, composta de wehrlitos, piroxenitos (bebedouritos) e sienitos, e uma série carbonatítica, composta de calcita-carbonatitos, calcita-dolomita carbonatitos e dolomita carbonatitos. Posteriormente, Brod *et al.* (2005) sugeriram, com base em dados de química mineral, que parte dos wehrlitos poderia ser, na verdade, cumulados formados a partir de um magma foscorítico.

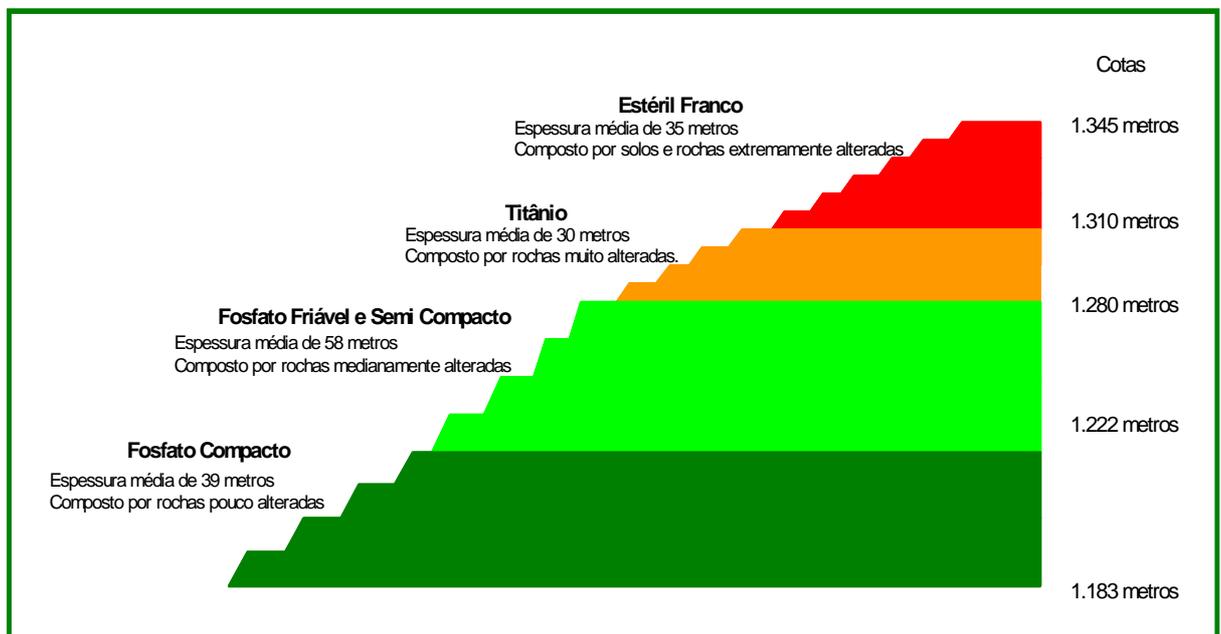


Figura 4.3 - Perfil esquemático da jazida.

4.4. UNIDADES LITOLÓGICAS

Os principais tipos de rocha encontrados na jazida estão expostos na Tabela 4.1, que apresenta a terminologia utilizada e uma breve descrição das litologias que serviram de base para o modelo geológico:

Tabela 4.1 - Principais tipos de rocha encontrados no depósito.

SIGLA	LITOLOGIA	DESCRIÇÃO
CAP	Caapeamento	<i>Materiais estéreis (não mineralizados) em fosfato e/ou titânio que inclui solo, argila, turfa, canga e laterita.</i>
BEB	Série Bebedourítica	<i>Grupo de rochas silicáticas que inclui piroxenito, bebedourito e flogopitito, dentre outros que apresentem $\geq 50\%$ de piroxênio e/ou contenham perovskita. O termo flogopitito abrange a rocha ígnea ou metassomática constituída por $\geq 50\%$ de flogopita ou vermiculita, incluindo o antigo glimerito e o lamprófiro.</i>
FCR	Série Foscorítica	<i>Grupo de rochas constituídas por variações modais em apatita, magnetita e silicatos magnesianos (olivina e/ou flogopita), que inclui foscorito, nelsonito, apatitito, magnetitito e dunito.</i>
CBN	Série Carbonatítica	<i>Abrange os calciocarbonatitos e os magnesiocarbonatitos.</i>
SIE	Sienito	<i>Inclui as rochas ígneas saturadas (quartzo ausente ou subordinado) formadas por K feldspato predominando sobre plagioclásio, e minerais ferromagnesianos como biotita e hornblenda. Sienito (plutônico) e traquito (equivalente vulcânico).</i>
DNT	Dunito	<i>Inclui as rochas silicáticas básicas ricas em olivina como peridotito, picrito, dunito e wherlito.</i>
SLX	Silexito	<i>Rochas ricas em sílex ou quartzo secundário de consistência bastante compacta e alta dureza.</i>
FEN	Fenito	<i>Rochas encaixantes alteradas quimicamente devido às reações com os fluidos alcalinos provenientes da colocação do domo.</i>
OUT	Outros	<i>Quaisquer tipos de rocha como feldspatoidito, milonito, anfibolito, serpentinito, dentre outras, que não se encaixem em nenhum dos grupos supracitados.</i>
ENC	Rocha Encaixante	<i>Inclui quartzito, folhelho, xisto, rocha sedimentar, dentre outras que representem rochas originadas em período anterior ao da formação do complexo alcalino e/ou que estejam situadas externamente a esse.</i>

4.5. UNIDADES TIPOLÓGICAS (INTEMPERISMO)

Os intensos processos de intemperismo que afetaram o Complexo de Tapira geraram um manto de alteração bastante espesso sobre as rochas da intrusão. Os diferentes horizontes, mostrados na Tabela 4.2, foram classificados como tipologias de acordo com a intensidade de alteração ocasionadas às rochas ao longo do perfil intempérico.

Tabela 4.2 - Classificação das tipologias de intemperismo encontradas no depósito.

SIGLA	TIPOLOGIA (INTEMPERISMO)	DESCRIÇÃO
ALOT	Aloterita	<i>Horizonte intempérico mais superior do manto de intemperismo. Material extremamente intemperizado em que podem ser identificados alguns minerais, mas não estruturas primárias. É estéril em mineralização de fosfato.</i>
ISALT	Isalterita	<i>Horizonte intempérico logo abaixo da aloterita. Material intemperizado que mantém preservadas algumas feições da rocha original. Apresenta-se mineralizado a fosfato quando possuir rochas formadas por apatita.</i>
RA	Rocha Alterada Semi-compacta	<i>Horizonte intempérico logo abaixo da isalterita. Material rochoso semi-intemperizado cujo grau de coesão permite a sua desagregação manual com dificuldade. A cor em geral é cinza ou verde.</i>
	Rocha Alterada Compacta	<i>Horizonte intempérico também logo abaixo da isalterita. A diferença em relação ao anterior é que este é mais coeso, por isso só se desagrega por meio mecânico, com martelo, por exemplo.</i>
RFR	Rocha Fresca	<i>Horizonte intempérico logo abaixo da rocha alterada, portanto é o horizonte de base. Rocha que não apresenta nenhum vestígio de alteração intempérica. Também pode ser chama da de rocha sã.</i>

4.6. MINERALIZAÇÃO

De acordo com Brod (1999), concentrações econômicas de titânio, fosfato, nióbio, terras raras e vermiculita estão associadas com o manto de alteração intempérica. Na evolução do processo de intemperismo, inicialmente, pela lixiviação dos elementos móveis, ocorre uma concentração da apatita, enquanto o titânio permanece sob a forma de perovskita, sem apresentar grande concentração. Com o avanço do

processo, a perovskita transforma-se em anatásio, que vai se concentrando residualmente, enquanto a apatita vai sendo transformada em minerais secundários, do grupo da crandalita, de solubilidade reduzida e, por esta razão, de baixo valor econômico. Desta forma, na parte intermediária superior do perfil, ocorre uma zona rica em titânio e pobre em fosfato apatítico, que se constitui em minério de titânio, enquanto na parte intermediária inferior do perfil as proporções se invertem, observando-se uma concentração de fosfato apatítico, associado a teores mais modestos de titânio, sob a forma tanto de perovskita como de anatásio. Desta forma, o intemperismo tende a formar duas concentrações minerais, de importância econômica superpostas, uma de titânio na parte superior e outra de fosfato apatítico na parte inferior (Figura 4.4).

O processo de mineralização foi desenvolvido a partir do Terciário, favorecido pelo clima tropical, pela estrutura bem fraturada e pela heterogeneidade da rocha matriz e da granulometria (Cruz & Cheney, 1976 *apud* Ferrari, 2000). Por outro lado, acredita-se que também a erosão mecânica tenha sido limitada, não prejudicando as acumulações minerais (Lindemayer, 1978 e Soubiéz *et al.*, 1991 *apud* Ferrari, 2000).

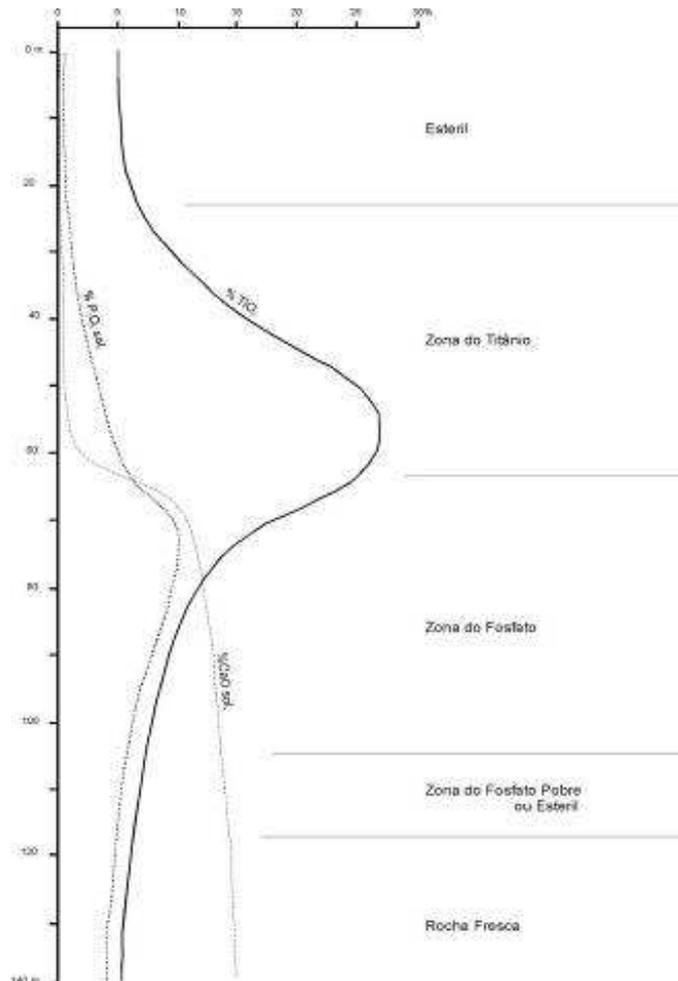


Figura 4.4 - Evolução vertical do P_2O_5 , CaO e TiO_2 no manto de intemperismo, com as zonas de concentração de titânio e fosfato. Adaptado de Valente (2004).

4.7. REVISÃO DOS ARQUIVOS DE TOPOGRAFIA

A base topográfica utilizada para todas as avaliações de volume representa a configuração topográfica da área ao final do mês de setembro de 2011.

A topografia original foi toda revisada e restituída através de digitalização de cartas topográficas, com curvas de nível espaçadas verticalmente a cada 5 m, especialmente nos locais de menor detalhamento e nas áreas que sofreram interferências da atividade de mineração, tais como cavas, barragens e depósitos.

4.8. MODELO LITOLÓGICO

Para a individualização das litologias, foram construídos perfis verticais ao longo de toda a malha de sondagem. Como a malha não apresenta regularidade, tanto no espaçamento quanto na direção dos eixos, os perfis foram projetados de forma a abranger o maior número possível de sondagens de acordo com a direção e o espaçamento da malha do local.

Portanto, de forma generalizada, foram construídos perfis de direção NE-SW na metade norte do domo, onde existe uma densidade amostral maior, e perfis de direção E-W na metade sul do domo alcalino, onde as amostras estão mais espaçadas (Figura 4.5).

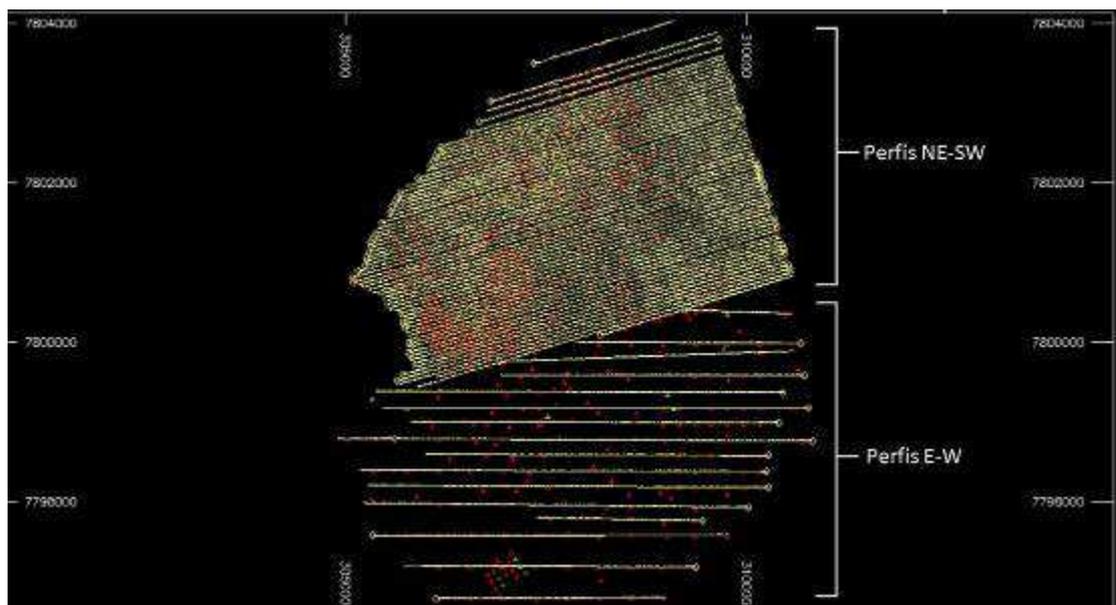


Figura 4.5 - Disposição dos perfis E-W e NE-SW construídos para o modelo geológico.

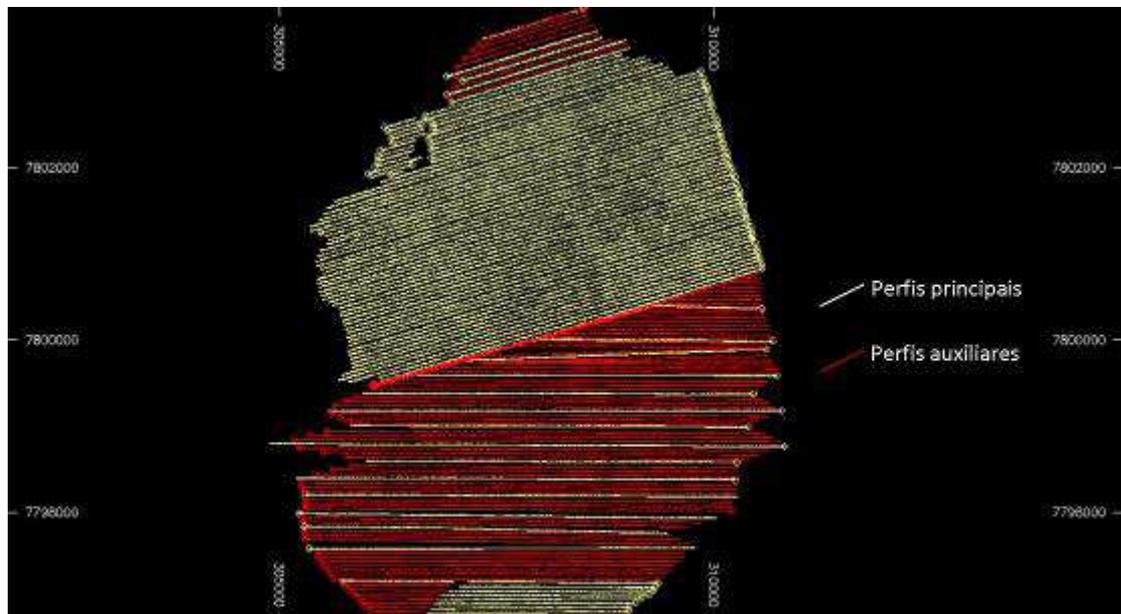
Primeiramente, foram construídas as interpretações de topo dos perfis, ou seja, linhas projetadas na topografia original, que serviram de base para a construção das poligonais dos litotipos.

A partir destas linhas de referências, foram criados os polígonos de interpretação para cada litologia. Os códigos e cores utilizadas para cada litologia estão descritas na Tabela 4.3:

Tabela 4.3: Cores e códigos utilizados para cada litologia

Código	Sigla	Litologia	Cor (Padrão DM)
LITO=0	CAP	Capeamento	(9)
LITO=1	BEB	Bebedourito	(38)
LITO=2	FCR	Foscorito	(3)
LITO=3	CBN	Carbonatito	(6)
LITO=4	SIE	Sienito	(31)
LITO=5	DNT	Dunito	(57)
LITO=6	SLX	Silexito	(13)
LITO=7	FEN	Fenito	(53)
LITO=9	ENC	Encaixante	(28)

Devido à grande variação do espaçamento da malha amostral, foi necessária a utilização de perfis secundários ou auxiliares em locais onde a malha é menos adensada, facilitando assim a união dos polígonos interpretados (Figura 4.6).

**Figura 4.6 - Disposição dos perfis principais e secundários (auxiliares).**

Para cada litologia, foi criado um arquivo contendo todos os polígonos gerados na interpretação geológica. A partir da junção destes polígonos, foram gerados os sólidos para cada litologia (Figura 4.7 a Figura 4.10).

Apenas para a litologia Bebedourito, foi adotado um critério diferente, por se tratar da litologia de maior ocorrência. Os polígonos deste litotipo foram gerados por último, sempre sotopostos à litologia Capeamento e envolvendo todos os outros litotipos contidos dentro destes polígonos.

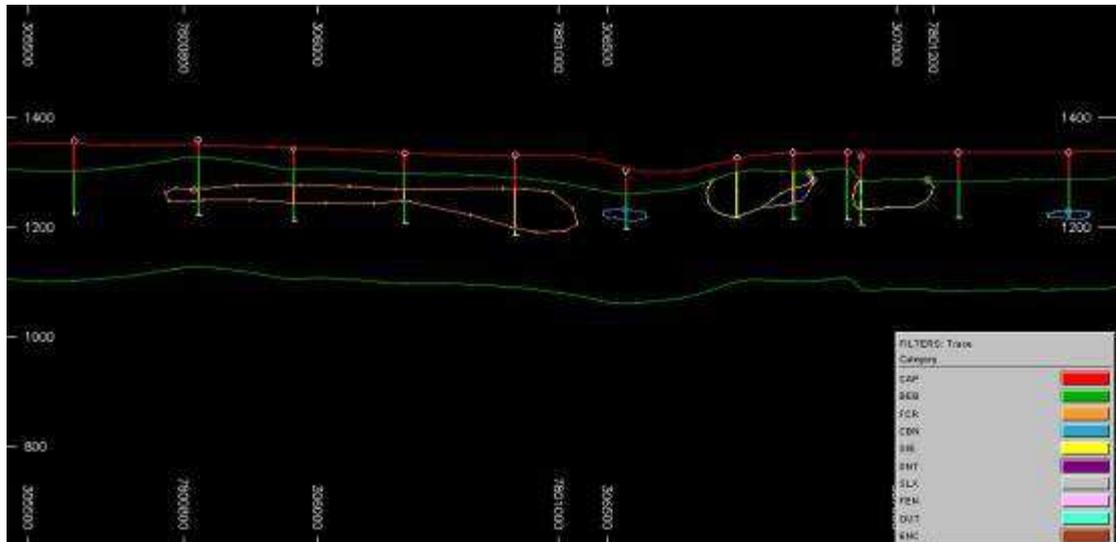


Figura 4.7 - Perfil com os polígonos gerados pela interpretação das litologias.

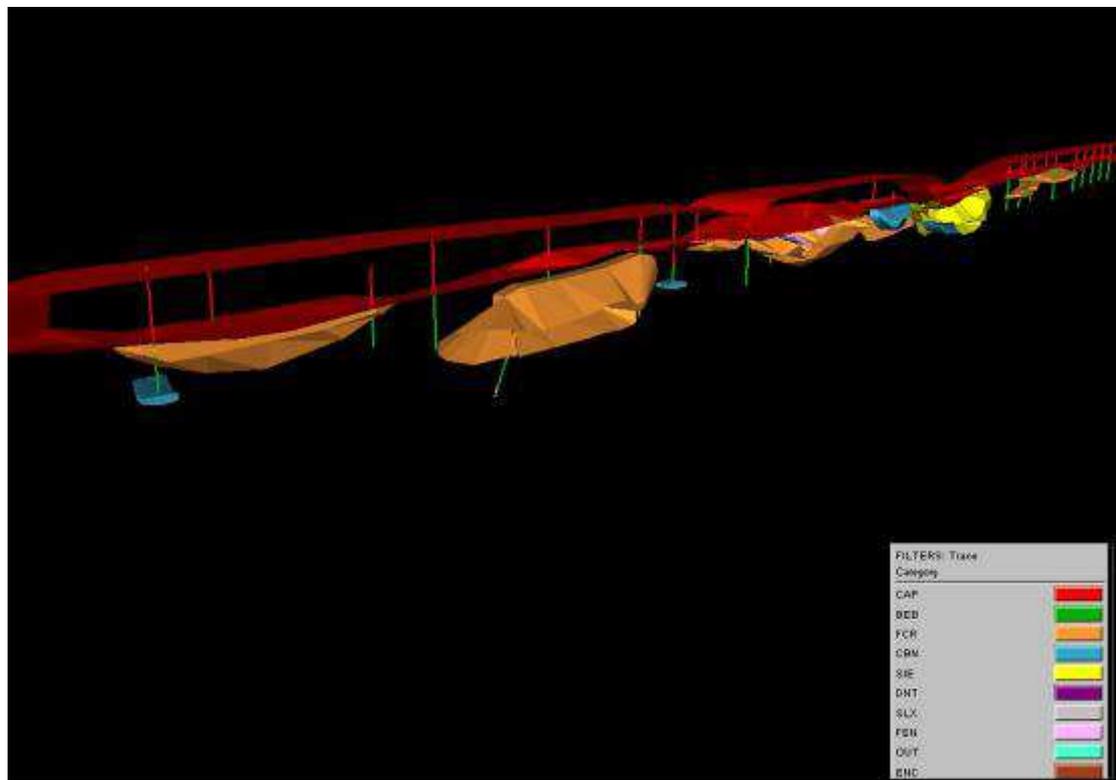


Figura 4.8 - Exemplo da conexão dos polígonos e geração dos sólidos das litologias.

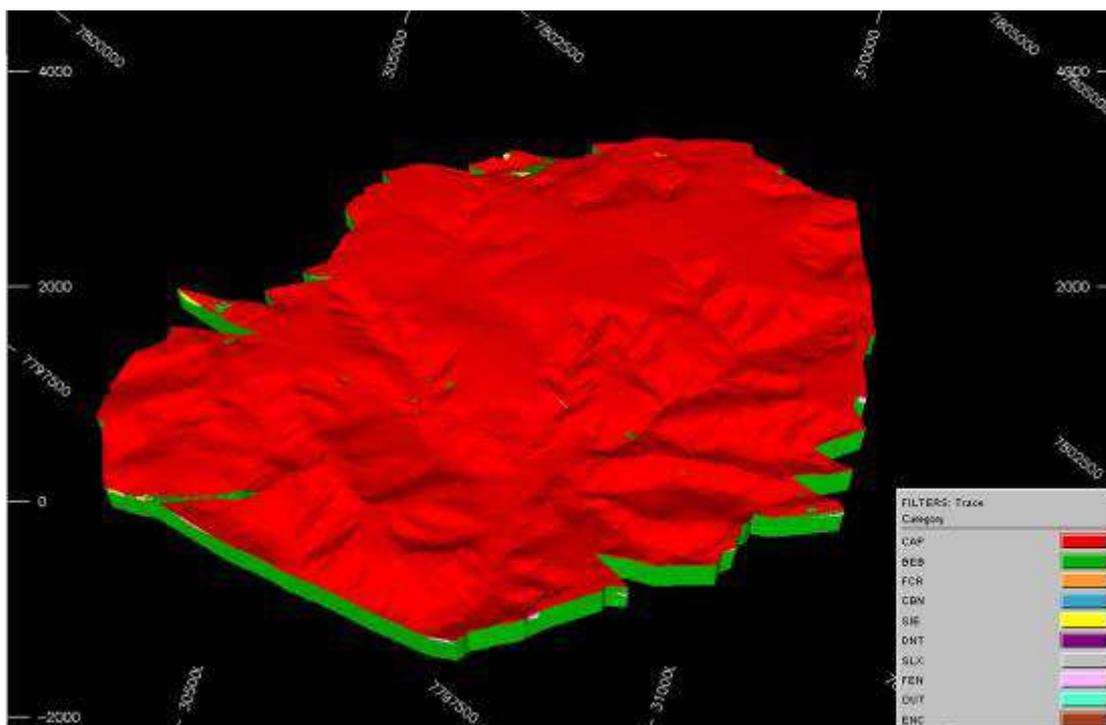


Figura 4.9 - Modelo litológico final, com a construção de todos os sólidos das litologias.

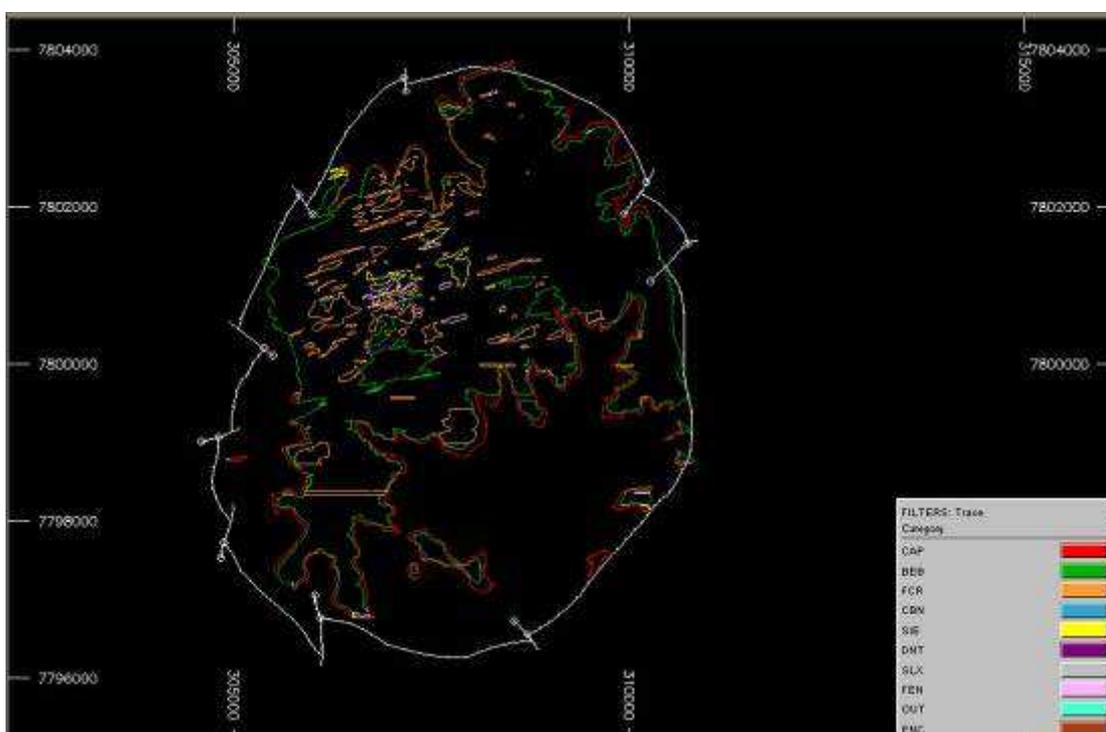


Figura 4.10 - Disposição das litologias em seção horizontal (cota 1.230m) do modelo litológico.

4.9. REGULARIZAÇÃO DOS DADOS

O banco de dados de sondagem apresenta uma variação de suporte amostral, que deve ser a unidade básica de amostragem sobre a qual a variável é medida. Para corrigir esse problema, foi necessário efetuar uma regularização do suporte amostral, que consta de uma operação de calcular uma média ponderada dos teores com seus respectivos comprimento nos intervalos amostrais ao longo dos furos a fim de obter amostras (teores) com o mesmo comprimento. Inicialmente, as amostras com intervalo abaixo de 0,5 m e acima de 7,0 m foram descartadas do banco de dados (por não serem passíveis de regularização no comprimento de amostra escolhido, i.e. 5 metros) e, em seguida, os intervalos remanescentes foram regularizados de 5 em 5 metros.

A Figura 4.11 apresenta o histograma do comprimento de espaçamento das amostras de sondagem. Observa-se que o intervalo entre quartis apresenta-se entre 2 m e 5 m respectivamente, demonstrando que o intervalo de 5 m é um intervalo bastante freqüente. Além disto, justifica-se, pois corresponde a um múltiplo da altura de bloco e conseqüentemente da bancada de operação, o que auxilia na validação das estimativas.

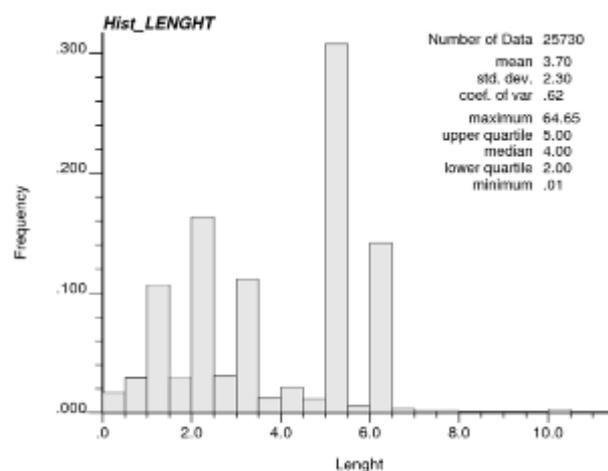


Figura 4.11 - Histograma do comprimento entre amostras de testemunhos de sondagem – banco de dados original.

É importante salientar que a redução de tamanho de amostra não é uma operação possível. Assumir que um intervalo de 15 m, por exemplo, com resultado de 10 % para P_2O_5 , não necessariamente significa que as três amostras de 5 m possuem os mesmos 10%, ou seja, a redução do comprimento não pode ser realizada. No entanto, a composição para comprimentos maiores pode ser feita a partir de uma média ponderada entre o comprimento das amostras a serem combinadas e seus respectivos resultados analíticos, que foi a metodologia utilizada neste caso.

4.10. ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS

Nesta etapa do trabalho, foi apresentada a metodologia de separação e agrupamento das unidades de estimativa, bem como os critérios de interpolação utilizados. Os principais parâmetros estatísticos dos dados foram calculados e analisados para se conhecer detalhadamente a distribuição dos óxidos nos diversos litotipos.

MAPA DE LOCALIZAÇÃO DAS AMOSTRAS

A Figura 4.12 mostra a localização das amostras rebatidas em um plano horizontal e a posição relativa dos furos no interior do domínio litológico Foscorito. Dentro do domínio litológico foscorito, ainda selecionou-se a área que representa os próximos quinze anos de lavra.

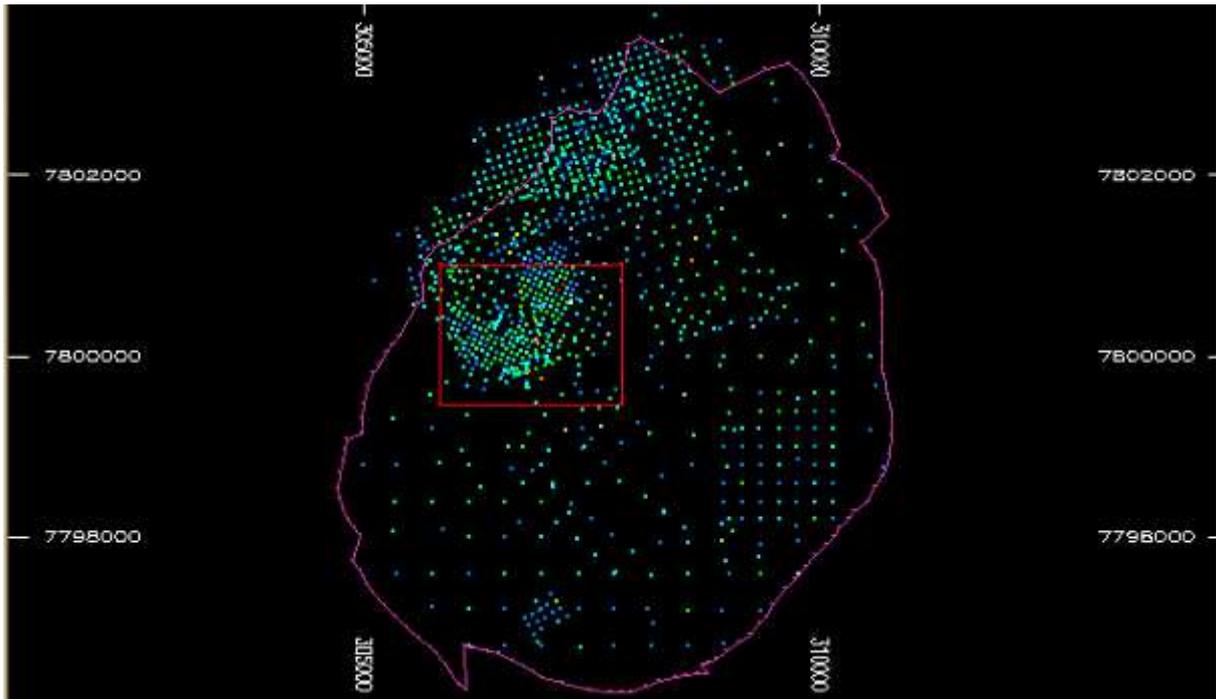


Figura 4.12 - Localização das amostras selecionadas dentro do painel de lavra planejado para os próximos quinze anos.

DADOS UTILIZADOS NAS ESTIMATIVAS

Esse trabalho abrangeu a estimativa apenas do óxido P_2O_5 , considerado o principal parâmetro para o controle de lavra. A base de dados analisada compreendeu 18.239 análises de P_2O_5 , sendo estas amostras utilizadas para a realização das simulações. Entretanto, a área foi limitada a um horizonte de dez anos de lavra, principalmente em função da limitação do tamanho do modelo de blocos gerado.

DEFINIÇÃO DOS DOMÍNIOS GEOESTATÍSTICOS

Domínios geoestatísticos (DG's) são agrupamentos de domínios litológicos que por possuírem semelhanças geológicas e ou estatísticas foram considerados como pertencentes a uma região do depósito contendo características em comum. A definição desses domínios foi baseada em análise exploratória dos dados considerando resultados da estatística básica e interpretações geológicas. Assim sendo, foi feita a migração dos domínios litológicos modelados para os domínios geoestatísticos, para cada óxido de interesse.

VARIÁVEL PRINCIPAL - P_2O_5

Existem nove domínios litológicos na mina em estudo, que são: CAP, FCR, CBN, DNT, BEB, SIE, SLX, FEN e ENC. Para a avaliação dos teores de P_2O_5 desses domínios, foram feitas análises e interpretações geológicas e estatísticas.

Os valores de P_2O_5 em cada domínio foram analisados a partir de estatísticas básicas utilizando os resultados dos cálculos da média, variância, mediana, máximo, mínimo e número de dados, além de histogramas de frequência e gráficos de média versus desvio-padrão (Figura 4.13).

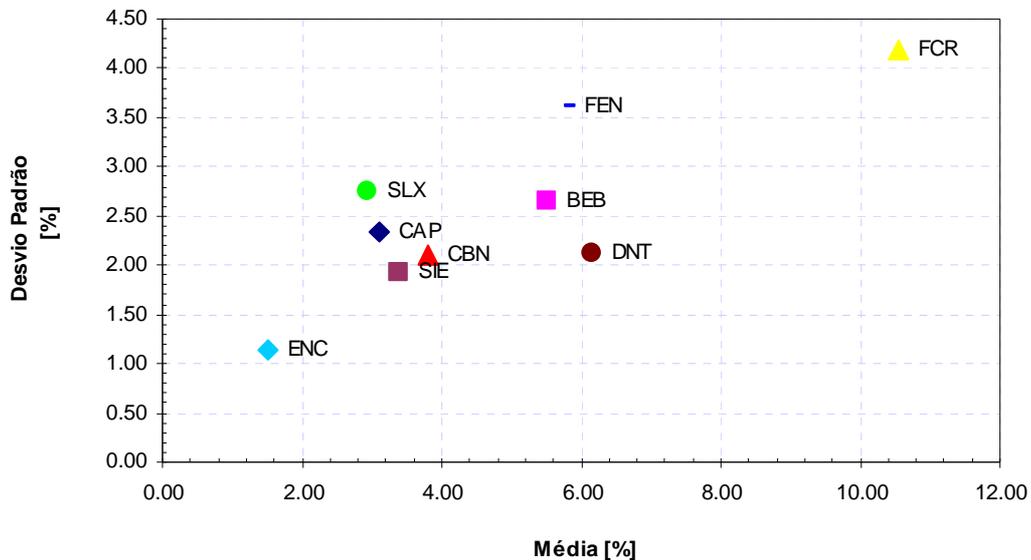


Figura 4.13 - Dados de média versus desvio-padrão da variável P_2O_5 para análise de agrupamento de domínios geostatísticos.

O domínio litológico **FCR** engloba os grupos das rochas portadoras de apatita, magnetita, olivina (transformada em óxidos/hidróxidos de Fe devido às alterações intempéricas) e, em menor quantidade, flogopita. Estatisticamente, o domínio litológico FCR apresenta média dos valores de P_2O_5 igual a 10,54%, sendo essa média a maior de todos os domínios litológicos. Devido a essas peculiaridades, tal domínio litológico foi individualizado como um único domínio geostatístico, denominado **DG1**.

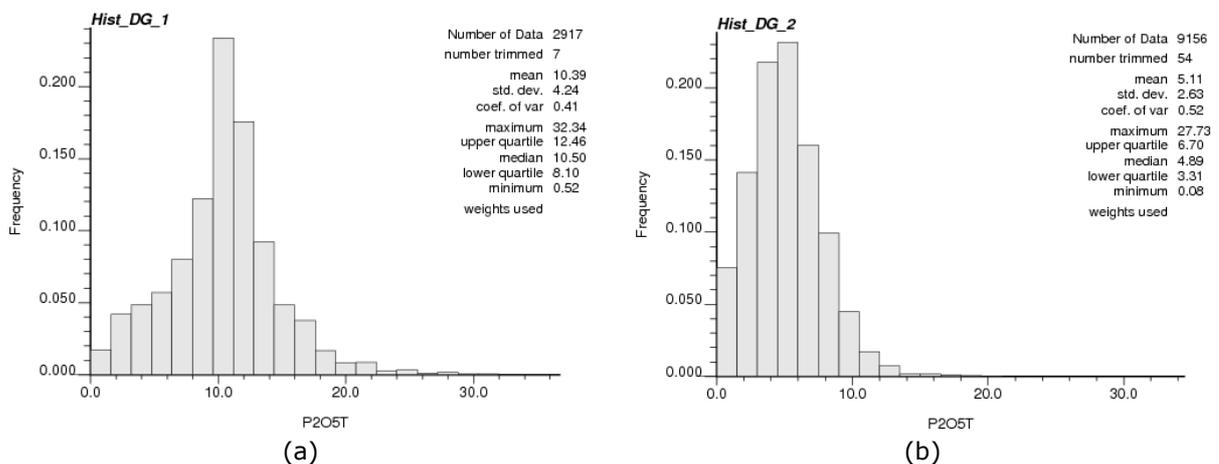
Os domínios litológicos **DNT, BEB, e FEN** englobam as rochas da série bebedourítica, cuja assembléia mineralógica é formada essencialmente por olivina, flogopita, perovskita, magnetita, e apatita. De um domínio para o outro, ocorre uma variação na proporção modal desses minerais, que reflete em suas respectivas composições químicas globais. Os teores médios de P_2O_5 desses domínios são similares, 6,15%, 5,50% e 5,76%, respectivamente. Por essas razões, eles foram agrupados no domínio geoestatístico denominado **DG2**.

Os domínios litológicos **CAP, CBN, SIE e SLX**, apesar de geologicamente distintos em termos de mineralogia, ocorrência e associações, apresentam a importante característica em comum de serem estéreis para P_2O_5 . Seus teores médios são, respectivamente, 3,09%, 3,80%, 3,40% e 2,95%. Por essa razão, foram tratados como um único domínio geoestatístico, denominado **DG3**.

O domínio litológico **ENC** foi desconsiderado na migração para os domínios geoestatísticos, pois engloba apenas as rochas encaixantes estéreis.

ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DOMÍNIOS

Foi elaborada a análise estatística para os dados desagrupados para o **DG1, DG2 e DG3** da variável P_2O_5 . Os histogramas gerados e os principais parâmetros estatísticos são mostrados na Figura 4.14 (a), (b) e (c).



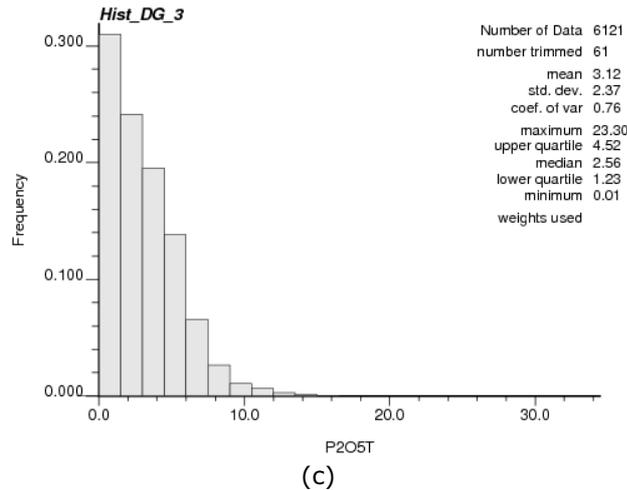
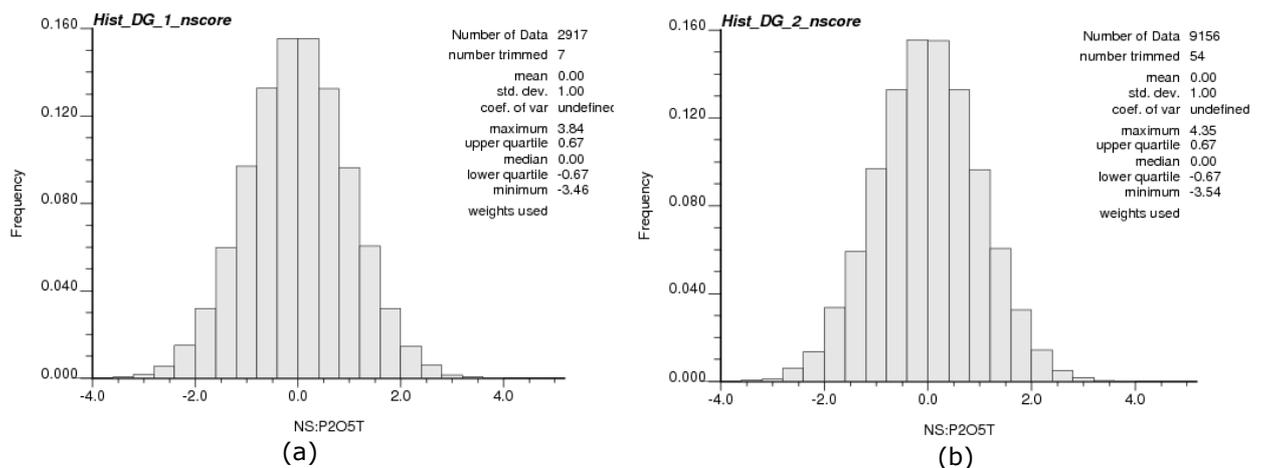


Figura 4.14 - (a) Histograma dos dados desagrupados do DG1, (b) Histograma dos dados desagrupados do DG2, (c) Histograma dos dados desagrupados do DG3.

4.11. NORMALIZAÇÃO DOS DADOS

Utilizando o programa para transformação Gaussiana (normalização) disponível na *GSLib* chamado *nscore* (Deutsch & Journel, 1998), foram normalizados os dados em termos da variável P_2O_5 . A Figura 4.15 apresenta o histograma dos dados normalizados e o resumo estatístico, certificando a primeira condição necessária para que uma função randômica seja multivariada normal, é que sua função de distribuição condicional univariada seja normal.



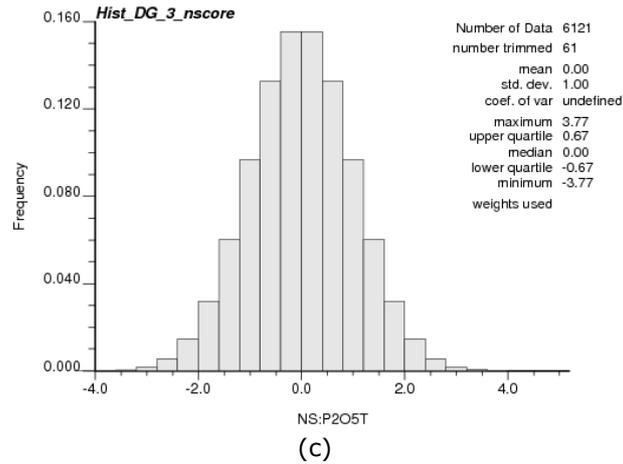


Figura 4.15 - (a) Histograma dos dados normalizados do DG1, (b) Histograma dos dados normalizados do DG2, (c) Histograma dos dados normalizados do DG3.

VERIFICAÇÃO DA MULTINORMALIDADE (BINORMALIDADE)

A simples normalização da distribuição amostral não garante que o modelo de função aleatória seja multinormal. Esse procedimento garante apenas a normalidade univariada da distribuição condicional local de probabilidade (*dclp*), sendo necessária então a verificação de normalidade nos demais estados da *dclp*. Então, sendo constatada a binormalidade através de procedimentos de verificação, fica assumida como válida a utilização do modelo multivariado Gaussiano $G(u; \gamma | (n))$.

Existem vários testes capazes de verificar a binormalidade da distribuição condicional local de probabilidade, sendo que neste trabalho será usada a relação (equação 4.1) madograma (Euclidiano) $\gamma_1(h)$ e o variograma $\gamma_2(h)$. A equação (4.2) apresenta essa relação cujo resultado deve se aproximar à constante 0,564 e deve ser verificada para diversas distâncias h (*lags*), nas localizações u definidas, onde:

$$\frac{\gamma_1(h)}{\sqrt{\gamma_2(h)}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,564 \quad (4.1)$$

Onde

$$2\gamma_1 = E\{[Y(u+h) - Y(u)]\} \text{ e } 2\gamma_2 = E\{[Y(u+h) - Y(u)]^2\} \quad (4.2)$$

Desta forma, a relação variograma/madograma para diversos *lags*, que devem apresentar resultados aproximados a $1/0,564 \approx 1,773$, validando a hipótese de binormalidade.

4.12. ANÁLISE DA CONTINUIDADE ESPACIAL PARA DADOS NORMALIZADOS

De acordo com o método de simulação sequencial Gaussiana, a continuidade espacial utilizada deve ser a continuidade espacial dos dados no espaço gaussiano (normal). Neste caso, utilizou-se as rotinas disponíveis na *GSLib* dos programas GAMV, a Figura 4.16 à 4.18 apresenta os variogramas dos dados normalizados.

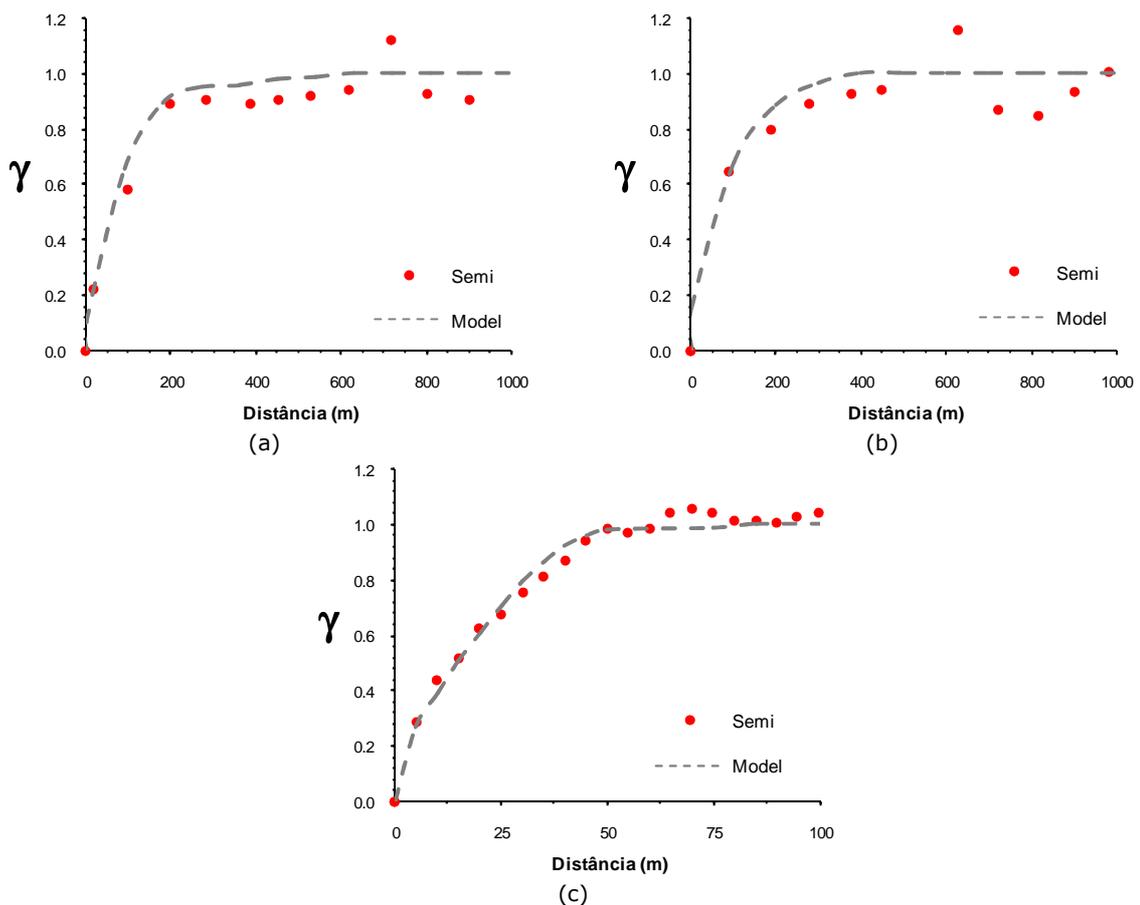


Figura 4.16 - (a) Semi-variograma DG1 na direção de N67,5°; (b) Semi-variograma DG1 na direção de N157,5°; (c) Semi-Variograma DG1 Vertical.

A equação (4.3) apresenta o modelo de continuidade espacial ajustado para os dados normalizados do **DG1**.

$$\gamma(h_x, h_y, h_z) = 0,15 + 0,55\text{Sph}\left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{189}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{162}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{48}\right)^2}\right) + 0,35\text{Sph}\left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{459}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{408}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{62}\right)^2}\right) \quad (4.3)$$

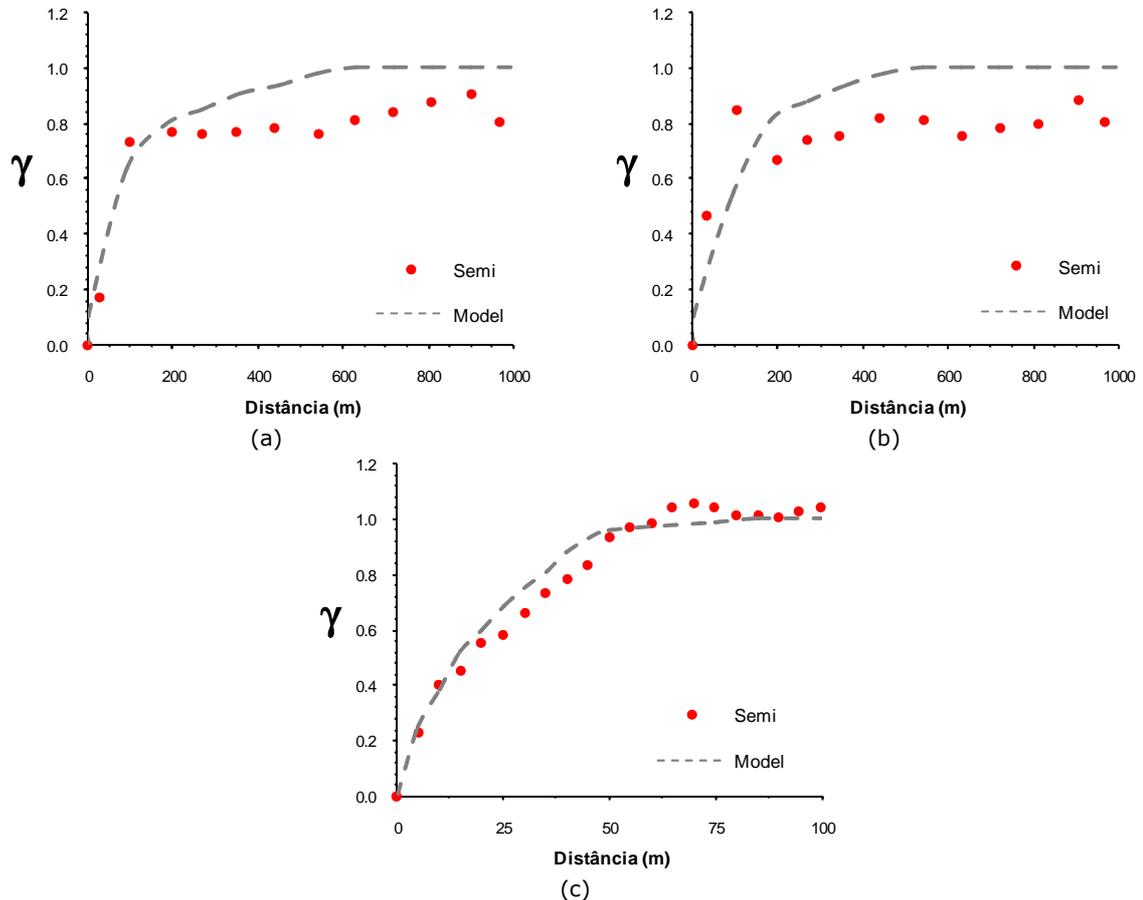


Figura 4.17 - (a) Semi-variograma DG2 na direção de N0°; (b) Semi-variograma DG2 na direção de N90°; (c) Semi-Variograma DG2 Vertical.

A equação (4.4) apresenta o modelo de continuidade espacial ajustado para os dados normalizados do **DG2**.

$$\gamma(h_x, h_y, h_z) = 0,1 + 0,55\text{Sph}\left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{195}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{195}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{38}\right)^2}\right) + 0,35\text{Sph}\left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{570}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{570}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{48}\right)^2}\right) \quad (4.4)$$

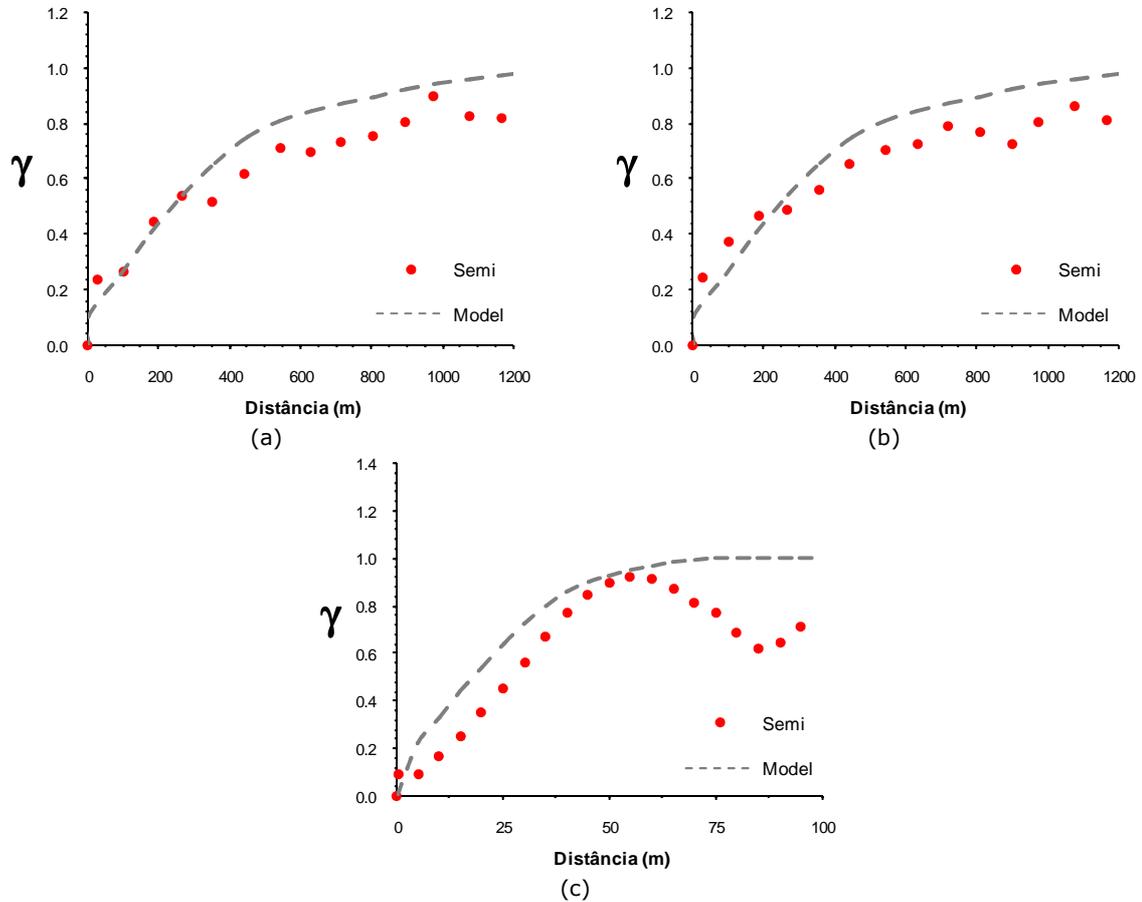


Figura 4.18 - (a) Semi-variograma DG3 na direção de N0°; (b) Semi-variograma DG3 na direção de N90°; (c) Semi-Variograma DG3 Vertical.

A equação (4.5) apresenta o modelo de continuidade espacial ajustado para os dados normalizados do **DG3**.

$$\gamma(h_x, h_y, h_z) = 0,1 + 0,5 \text{Sph} \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{570}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{570}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{48}\right)^2} \right) + 0,4 \text{Sph} \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{1480}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{1480}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{80}\right)^2} \right) \quad (4.5)$$

4.13. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA

A simulação geoestatística tem se tornado uma ferramenta em crescente utilização para a avaliação de incertezas (Peroni, 2002). Isto é realizado com a construção de múltiplos modelos equiprováveis do depósito que reproduzam o histograma e o variograma dos dados condicionantes. Assim sendo, esses modelos honram a variabilidade

especial dos depósitos obtida a partir dos dados amostrais. Para a construção dos cenários equiprováveis da variável P_2O_5 , utilizou-se as rotinas disponíveis na *GSLib* dos programas SGSIM. Foram geradas 50 realizações por meio de simulação sequencial Gaussiana (sGs). Os dados condicionantes correspondem a 1169 amostras de litologias distintas dentro painel de lavra planejado para os próximos quinze anos. Dentre as 50 realizações produzidas pelo algoritmo de sGs, foram selecionados apenas dez modelos para representar o espaço simulado.

O processo de simulação do modelo de recursos do depósito em estudo foi realizado com uma discretização dos blocos de 12.5mN x 12.5mE x 2.5mRL. A Tabela 4.4 apresenta os parâmetros utilizados durante o processo de simulação.

Tabela 4.4 – Parâmetros utilizados na simulação P_2O_5 (%).

DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS	DG1	DG2	DG3
Nº Aleatório seed	69069	69069	69069
Nº de Simulações	50	50	50
Nº Mínimo de amostras	2	2	2
Nº Máximo de amostras	64	64	64
Nº de nós simulados para uso	16	16	16
Nº Mínimo por octante	0	0	0
Máximo raio de busca [m]	460	570	1480
Tipo	SK	SK	SK

Para examinar as realizações, elas foram classificadas usando-se uma rotina chamada RANKTRIM. Os resultados são exportados na forma de um arquivo texto contendo os parâmetros da média e variância de cada um dos cenários de simulação classificados em ordem ascendente da menor para a maior média.

A análise deste resultado permitiu a seleção de 10 possíveis cenários para avaliação da incerteza. Cada uma das realizações selecionadas (assim como as demais) caracteriza um provável cenário do depósito. Cada modelo é uma representação possível do depósito por ser um retrato matemático/estatístico do mesmo, reproduzindo os parâmetros como a

média e variância dos dados originais assim como sua continuidade espacial expressa pelo variograma. Essas realizações foram selecionadas segundo critério exposto na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Critério de Seleção para composição dos modelos simulados.

Cod.	Realização	Critério Seleção DG1	Média (P_2O_5)	Variância
SIM1	35	Realização com menor média	10,37	18,12
SIM2	20	Realização com maior média	11,35	19,37
SIM3	46	Realização com menor variância	10,44	16,26
SIM4	26	Realização com maior variância	10,71	19,77
SIM5	37	Realização selecionada ao acaso	10,41	16,62
SIM6	41	Realização com a mediana das médias	10,79	18,74
SIM7	5	Realização com média mais próxima dos dados originais	10,40	17,76
SIM8	10	Realização selecionada ao acaso	10,49	18,09
SIM9	49	Realização selecionada ao acaso	10,95	18,09
SIM10	30	Realização selecionada ao acaso	10,84	18,04

Para o **DG1**, a Figura 4.19 apresenta o mapa de simulação da menor média, maior média e menor variância, selecionadas conforme critério apresentado na Tabela 4.5.

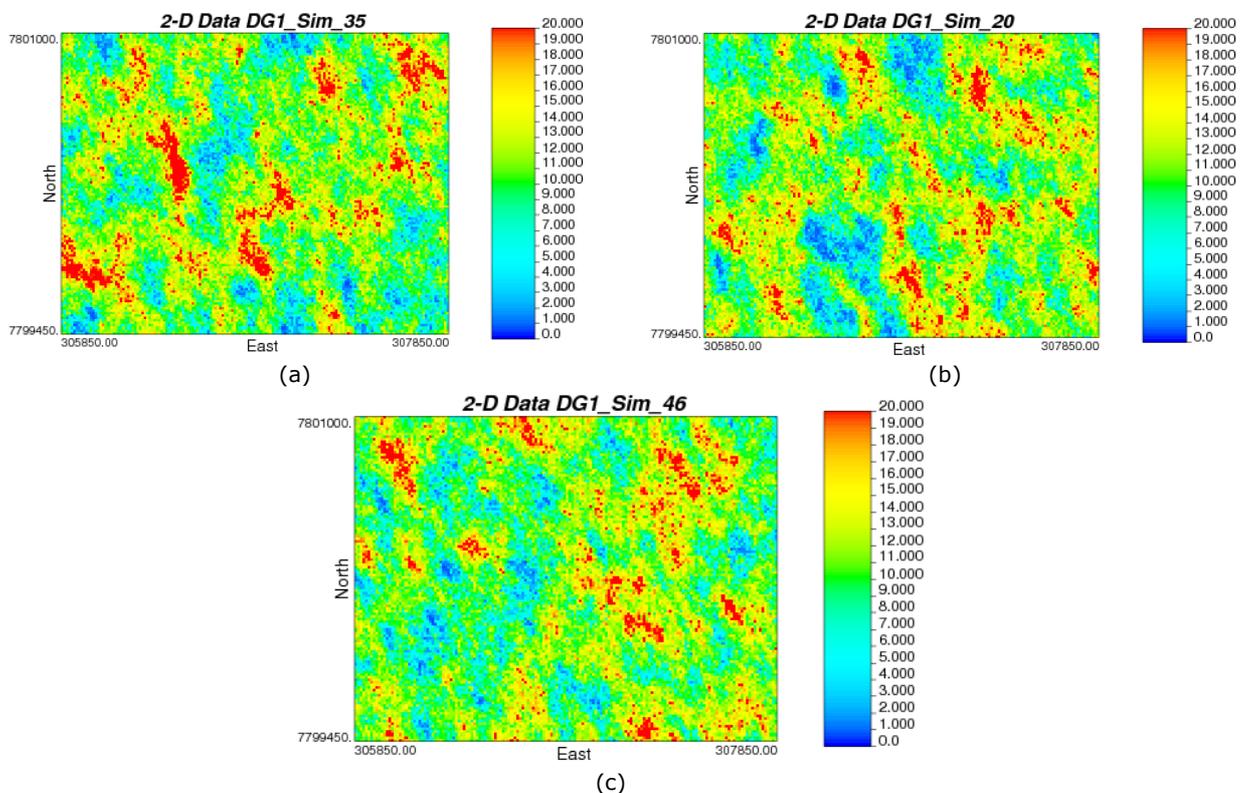


Figura 4.19 - Três realizações tomadas de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG1, cota 1.230 m.

A Tabela 4.6 apresenta os resultados dos cenários selecionados para o domínio geostatístico 2 (**DG2**).

Tabela 4.6 - Critério de Seleção para composição dos modelos simulados.

Cod.	Realização	Critério Seleção DG2	Média (P_{2O_5})	Variância
SIM1	35	Realização com menor média	4,90	7,11
SIM2	21	Realização com maior média	5,57	7,10
SIM3	19	Realização com menor variância	5,14	6,61
SIM4	17	Realização com maior variância	5,32	8,32
SIM5	15	Realização selecionada ao acaso	5,10	6,80
SIM6	6	Realização com a mediana das médias	5,24	7,39
SIM7	22	Realização com a média mais próxima dos dados originais	5,12	7,57
SIM8	10	Realização selecionada ao acaso	5,08	7,66
SIM9	37	Realização selecionada ao acaso	5,05	7,08
SIM10	20	Realização selecionada ao acaso	5,17	6,78

Para o **DG2**, a Figura 4.20 apresenta o mapa de simulação da menor média, maior média e menor variância, selecionadas conforme critério apresentado na Tabela 4.6.

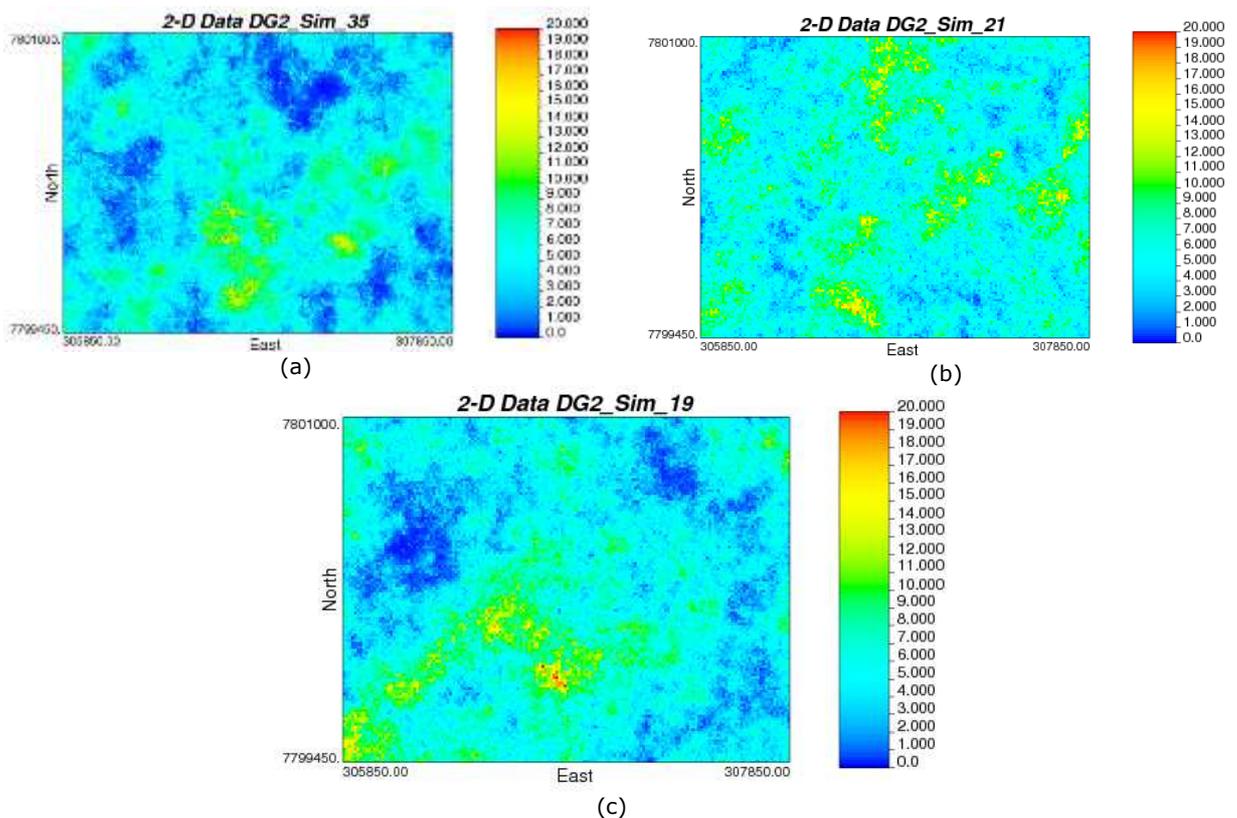


Figura 4.20 - Três realizações tomadas de maneira fortuita para a variável P_{2O_5} no domínio DG2, cota 1.230 m.

A Tabela 4.7 apresenta os resultados dos cenários selecionados para o domínio geostatístico 3 (**DG3**).

Tabela 4.7 - Critério de Seleção para composição dos modelos simulados.

Cod.	Realização	Critério Seleção DG3	Média (P_2O_5)	Variância
SIM1	13	Realização com menor média	3,04	4,29
SIM2	6	Realização com maior média	4,22	6,14
SIM3	13	Realização com menor variância	3,04	4,29
SIM4	1	Realização com maior variância	3,87	6,66
SIM5	16	Realização selecionada ao acaso	3,29	5,21
SIM6	37	Realização com a mediana das médias	3,47	5,33
SIM7	26	Realização com a média mais próxima dos dados originais	3,18	4,46
SIM8	22	Realização selecionada ao acaso	3,41	4,79
SIM9	11	Realização selecionada ao acaso	3,65	5,99
SIM10	42	Realização selecionada ao acaso	3,23	4,61

Para o **DG3**, a Figura 4.21 apresenta o mapa de simulação da menor média, maior média e menor variância, selecionadas conforme critério apresentado na Tabela 4.7.

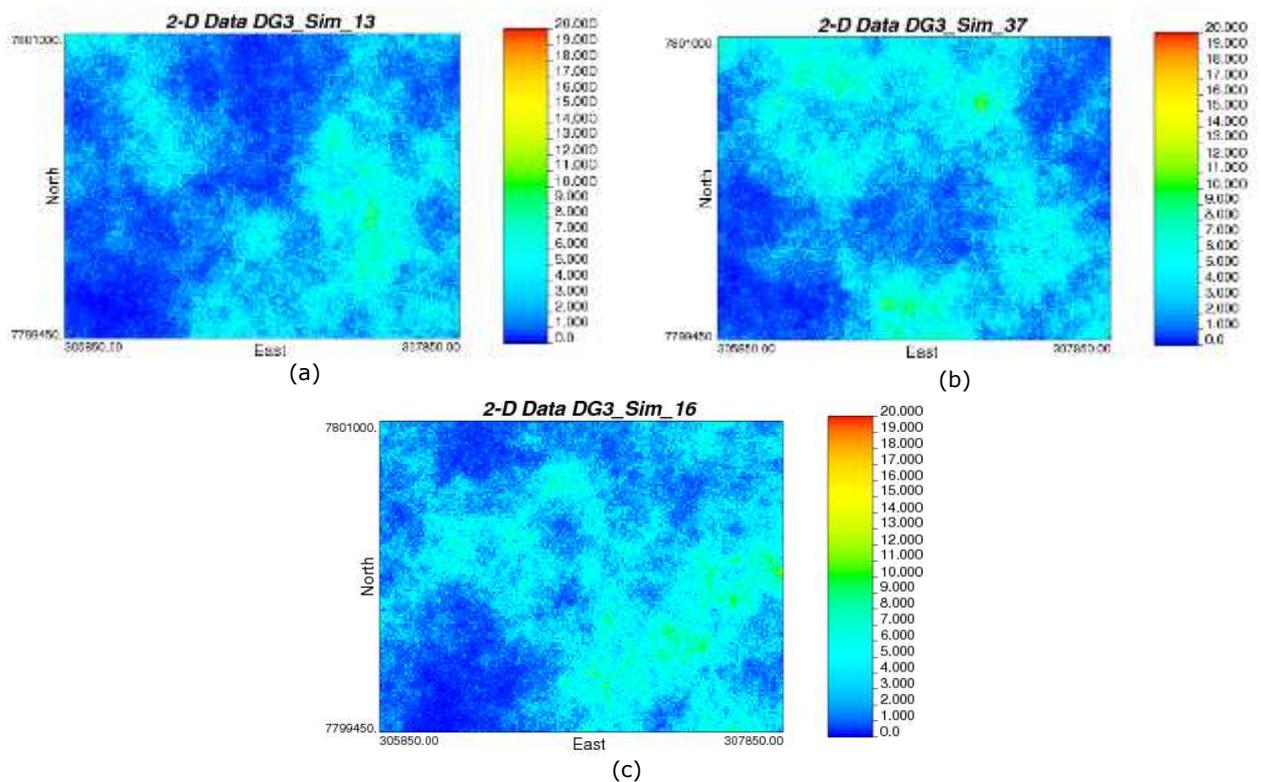


Figura 4.21 - Três realizações tomadas de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG3, cota 1.230 m.

4.14. VALIDAÇÃO DA ESTIMATIVA

Após a obtenção dos modelos simulados, mas antes de prosseguir com o pós-processamento e uso dos mesmos para estimar a incerteza no processo de avaliação de recursos, foi executada a validação das simulações geradas, para verificar a reprodutibilidade do variograma e histograma dos dados originais.

VARIOGRAMA DOS DADOS SIMULADOS

Análogo ao processo anterior, para validar o variograma de cada modelo simulado foi utilizada a rotina GAMV da *GSLib*. Nas Figura 4.22 à Figura 4.24 são apresentados os variogramas experimentais dos dados simulados por sGs a partir de 10 realizações aleatórias. Como mostra a figura, os variogramas experimentais de cada realização reproduzem os modelos de continuidade espacial da variável de trabalho, principalmente nos primeiros *lags* e as curvas desses variogramas ficam em torno da curva dos modelos.

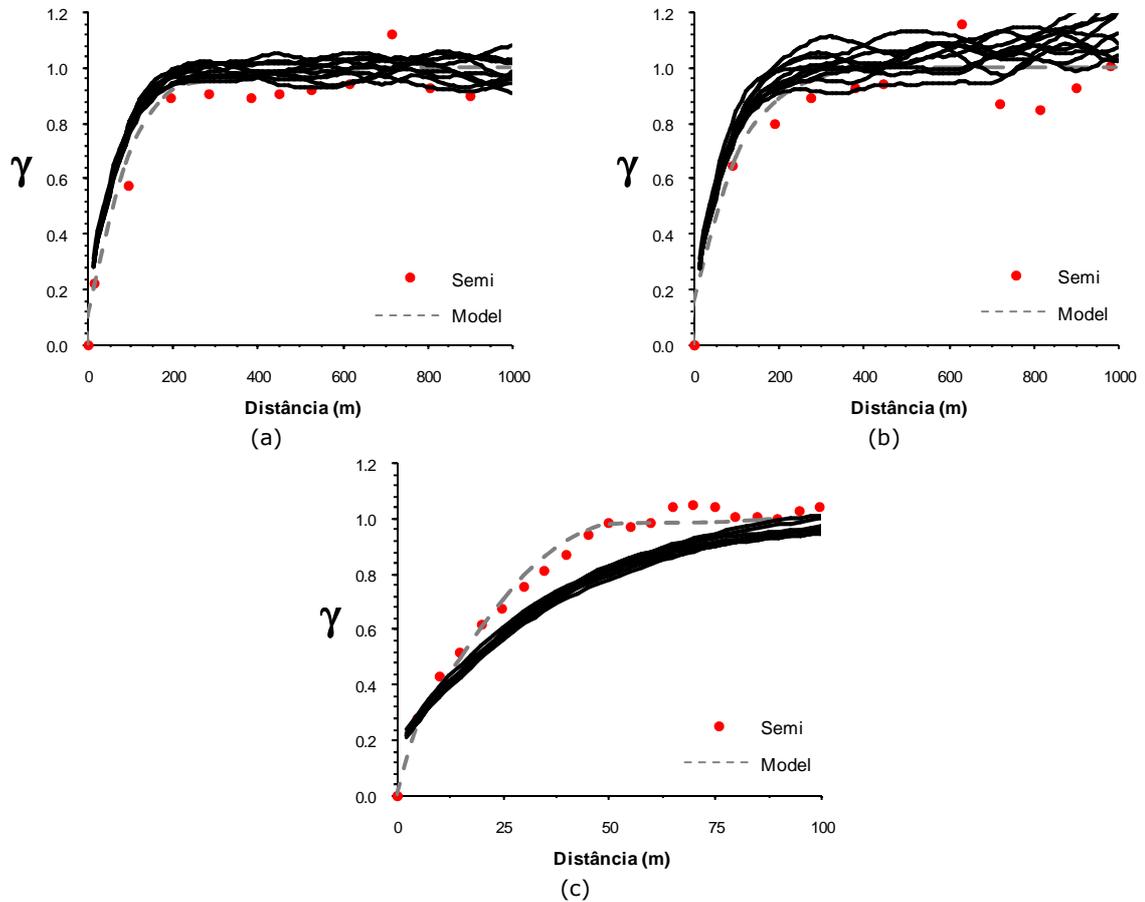


Figura 4.22 – Validação da continuidade espacial para o modelo matemático inserido (cinza) nas principais direções de anisotropia junto ao DG1. Os modelos da simulação aleatórias executadas (preto).

Com base nos resultados apresentados durante o processo de validação do **DG1**, observou-se uma baixa reprodução dos modelos simulados. Esta parca reprodução pode ser atribuída à utilização de todas as amostras do banco de dados para a realização da simulação comparada a uma única área selecionada para os modelos simulados.

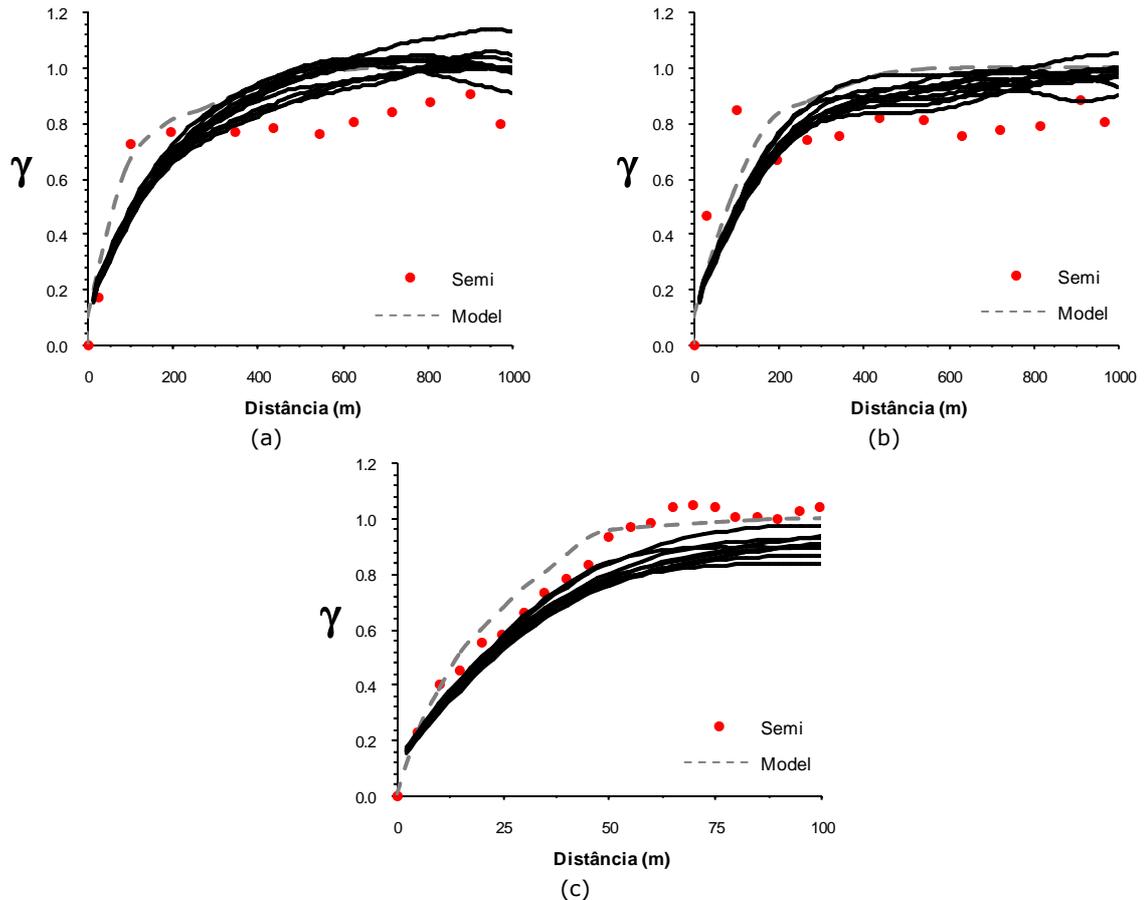


Figura 4.23 - Validação da continuidade espacial para o modelo matemático inserido (cinza) nas principais direções de anisotropia junto ao DG2. Os modelos da simulação aleatórias executadas (preto).

Da mesma forma, para o processo de validação do **DG2**, observa-se uma baixa reprodução dos modelos simulados. Também atribuída à utilização de todas as amostras do banco de dados para a realização da simulação comparada a uma única área selecionada para os modelos simulados.

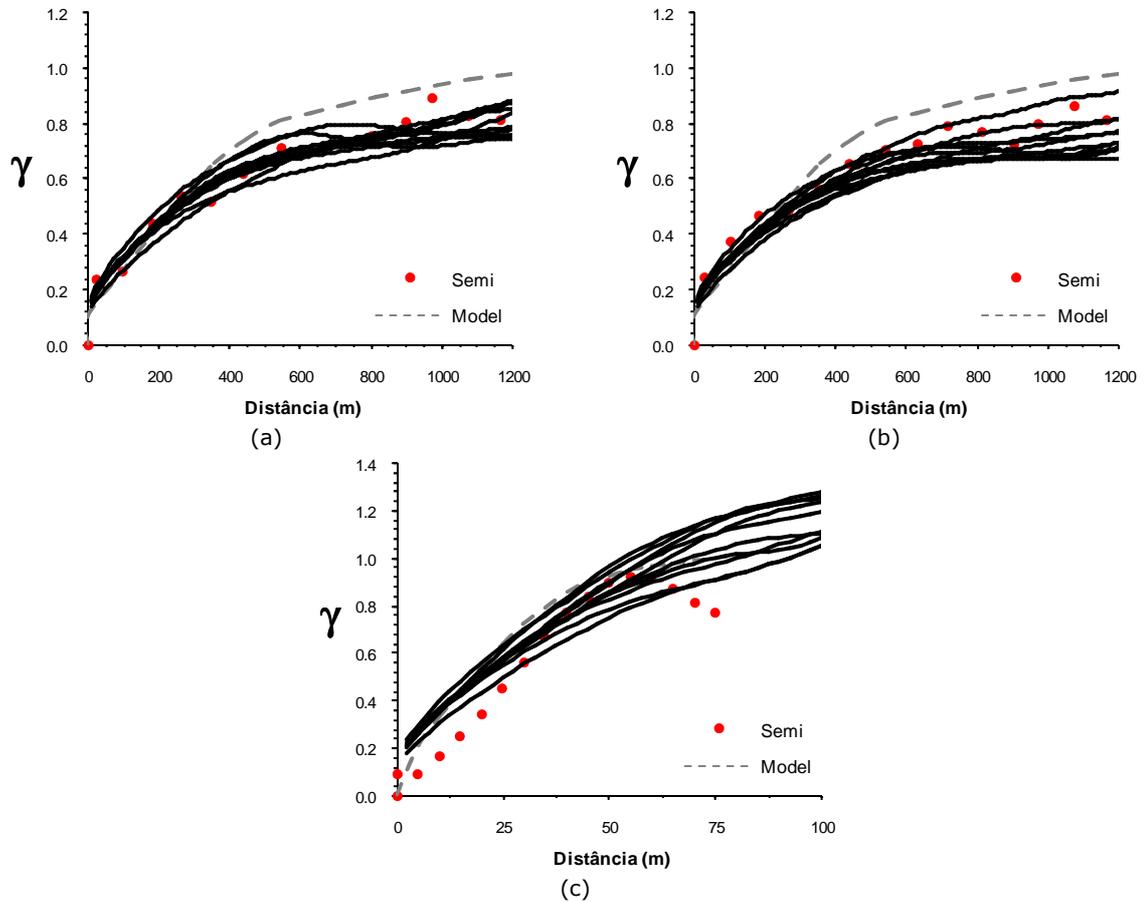


Figura 4.24 - Validação da continuidade espacial para o modelo matemático inserido (cinza) nas principais direções de anisotropia junto ao DG3. Os modelos da simulação aleatórias executadas (preto).

Para o processo de validação do **DG3**, observa-se uma boa reprodução dos modelos simulados.

HISTOGRAMA DOS DADOS SIMULADOS

A validação da simulação é realizada para verificar a reprodutibilidade dos momentos de primeira e segunda ordem obtidos a partir dos dados condicionantes. As Figura 4.25, 4.26 e 4.27 apresentam os histogramas relativos a alguns cenários das cinquenta realizações geradas para cada agrupamento de litologias.

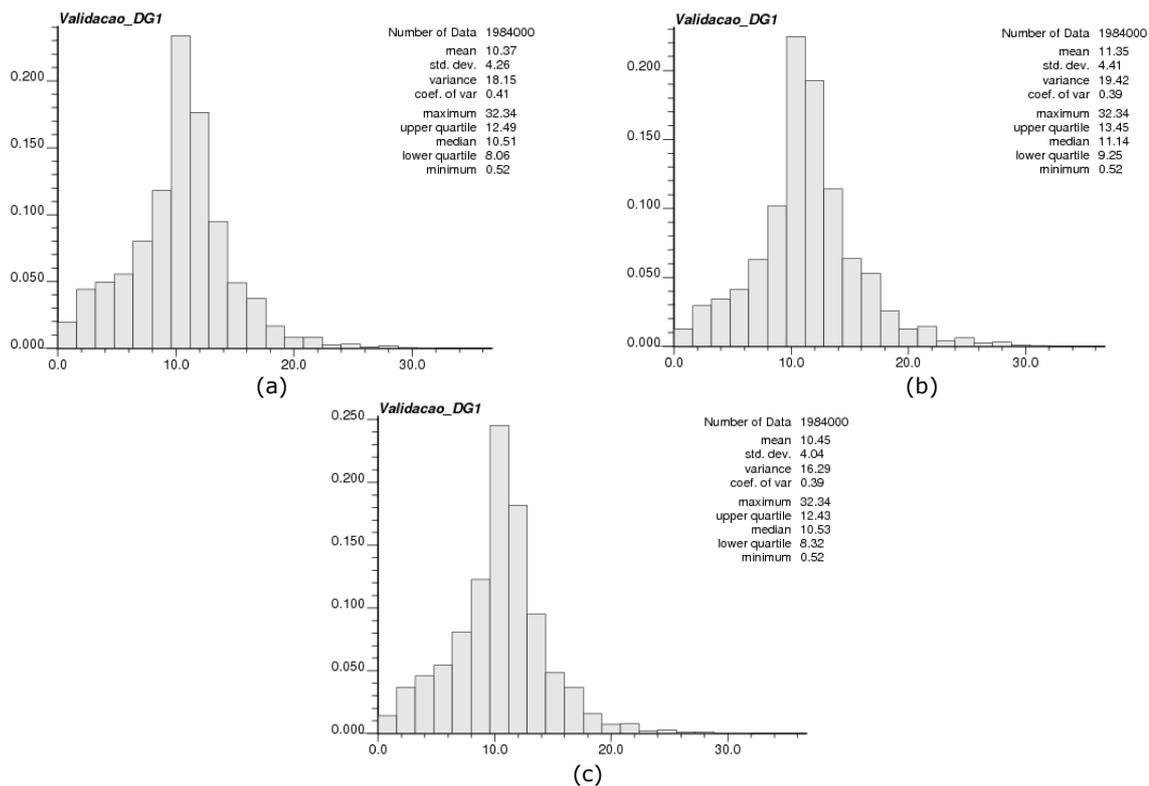


Figura 4.25 - Validação dos histogramas seleccionados de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG1.

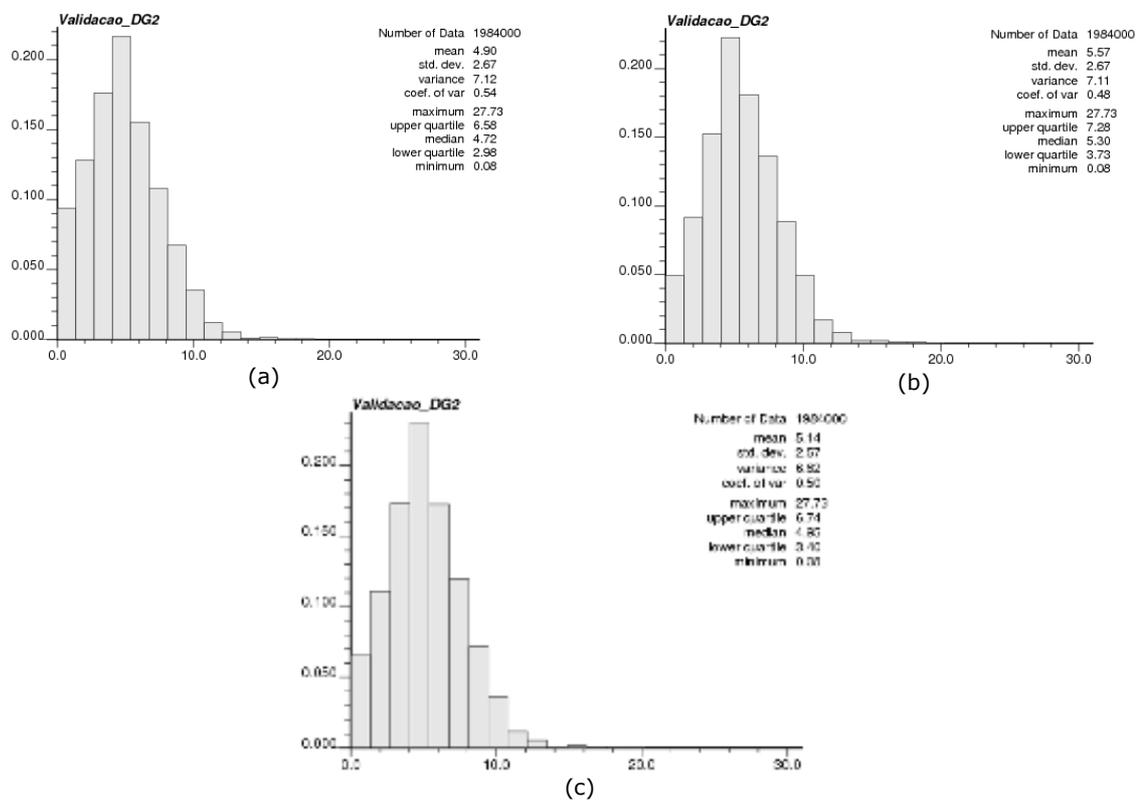


Figura 4.26 - Validação dos histogramas seleccionados de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG2.

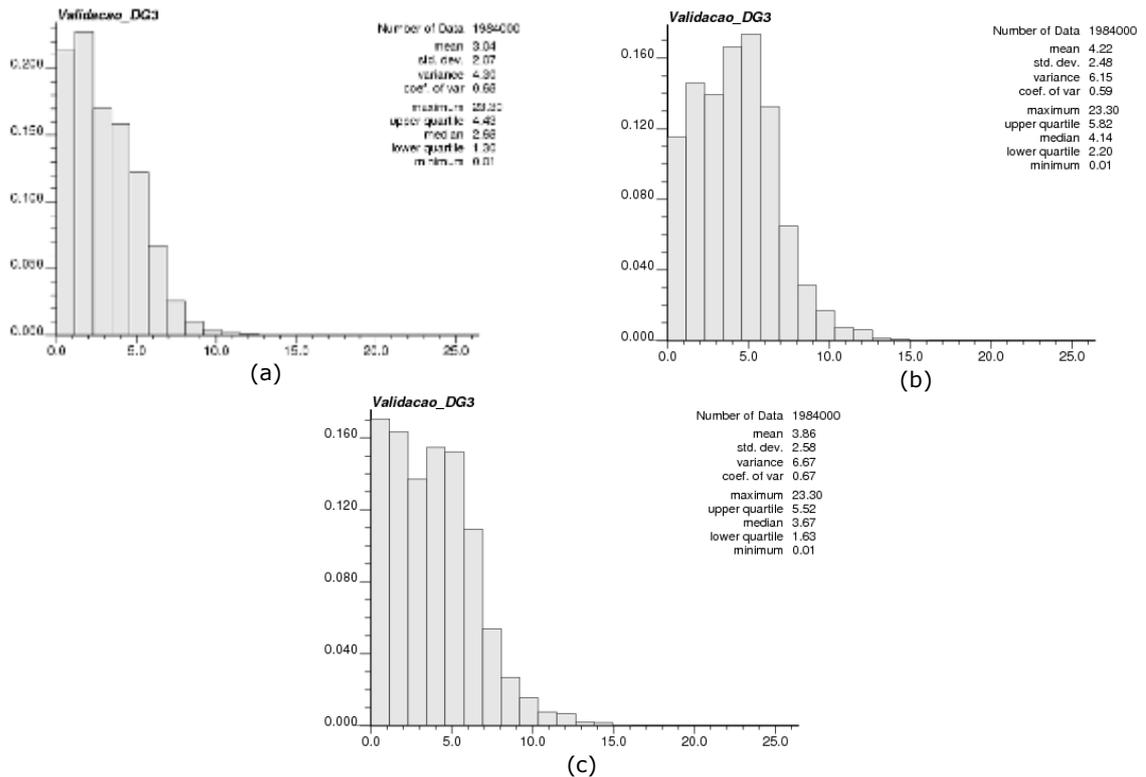


Figura 4.27 - Validação dos histogramas selecionados de maneira fortuita para a variável P_2O_5 no domínio DG3.

Tanto os histogramas, como os variogramas das imagens simuladas foram considerados satisfatório quanto à reprodutibilidade do histograma e variogramas característicos dos dados condicionantes. Maior esforço na seleção dos parâmetros deve ser analisado para aumentar a aderência dos dados simulados.

4.15. PASSOS PARA CONSTRUÇÃO DO MODELO SIMULADO

A sequência operacional utiliza a rotina de simulação sequencial Gaussiana (sGs). Conforme a rotina, o resultado é um vetor de dados contendo todas as realizações geradas. Segue-se com o pós-processamento para geração do cenário da média de referência, representado pelo E-type (média das realizações simuladas) e posteriormente a adição de coordenadas para importação e análise em *software* específico de mineração, conforme Figura 4.28.

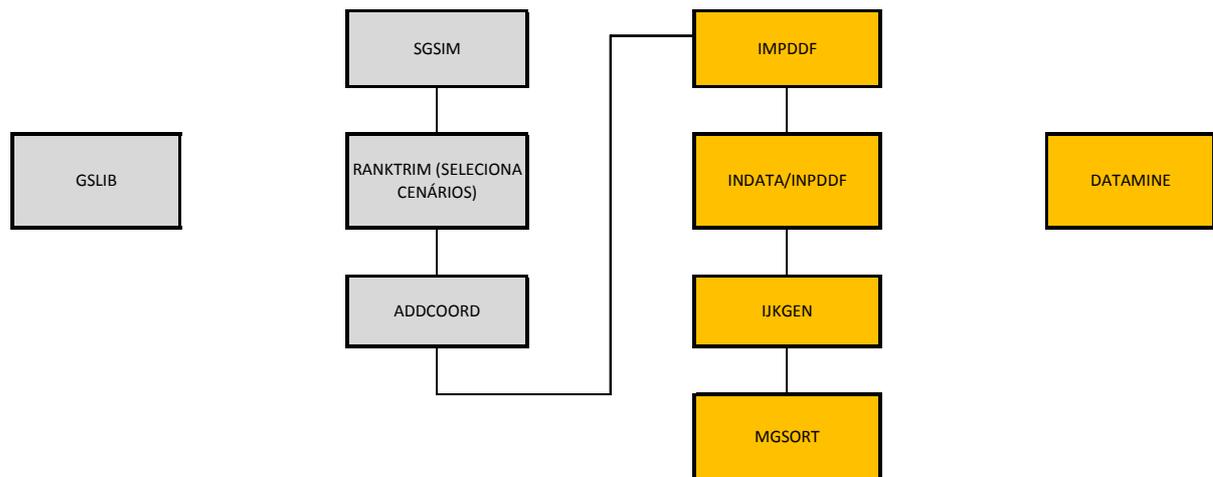


Figura 4.28 - Fluxograma resumido das etapas do processo de construção do modelo simulado.

Posteriormente à etapa de importação de cada modelo simulado, os mesmos foram agrupados obedecendo aos critérios de classificação definidos pela rotina RANKTRIM, ou seja, os modelos obtidos com as respectivas realizações que continham a menor média para o **DG1**, **DG2** e **DG3** foram adicionados em um único modelo cujo cenário deveria reproduzir a menor média global. A Figura 4.29 apresenta um modelo esquemático de agrupamento dos blocos de acordo com o critério de classificação das simulações.

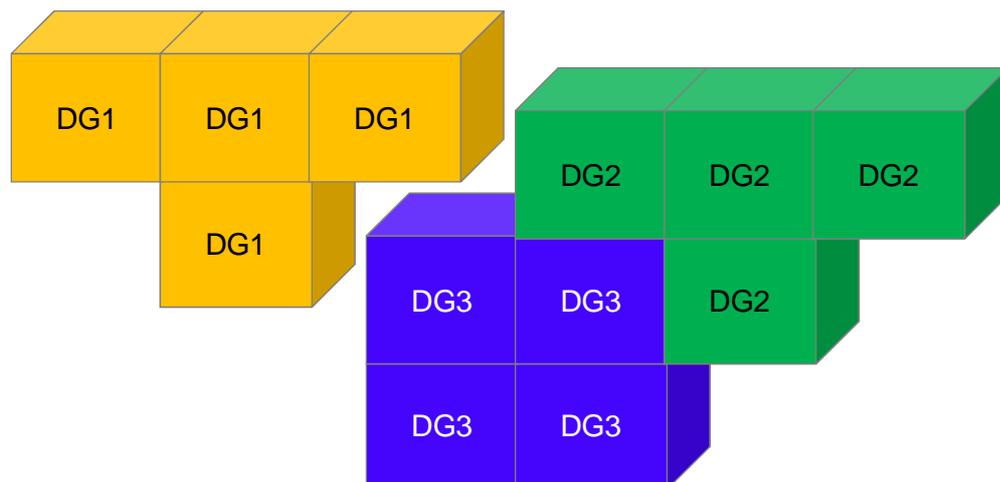


Figura 4.29– Modelo esquemático de agrupamento dos blocos.

Desta forma, o processo de construção do modelo de blocos utilizado para análise dos cenários de planejamento de lavra, obedeceu as seguintes etapas:

(i) realização das 50 simulações para cada domínio geoestatístico utilizando a rotina SGSIM da *GSlib*;

(ii) classificação das simulações utilizando a rotina RANKTRIM da *GSlib*;

(iii) seleção de 10 simulações com base na classificação obtida ou selecionada aleatoriamente;

(iv) agrupamento dos modelos de acordo com o critério de classificação para cada uma das 10 simulações e obtenção dos modelos finais.

MUDANÇA DE SUPORTE

Peroni (2002) apresenta que uma função de transferência extremamente útil corresponde ao conceito de mudança de suporte, onde o teor médio correspondente ao volume de cada unidade seletiva de lavra é determinado pela média dos teores pontuais contidos nesse volume. Se aplicarmos essa função de transferência a um número de realizações equiprováveis de um painel de lavra, em suporte pontual, um número equivalente de respostas contendo teores no suporte das unidades será obtido.

Para este trabalho, os modelos simulados em cada domínio geoestatístico, com uma discretização dos blocos de 12.5mN x 12.5mE x 2.5mRL, foi adicionado ao modelo existente contendo blocos de 25mN x 25mE x 10mRL. A Figura 4.30 apresenta o modelo agrupado com a legenda dos domínios geoestatísticos utilizados em cada simulação.

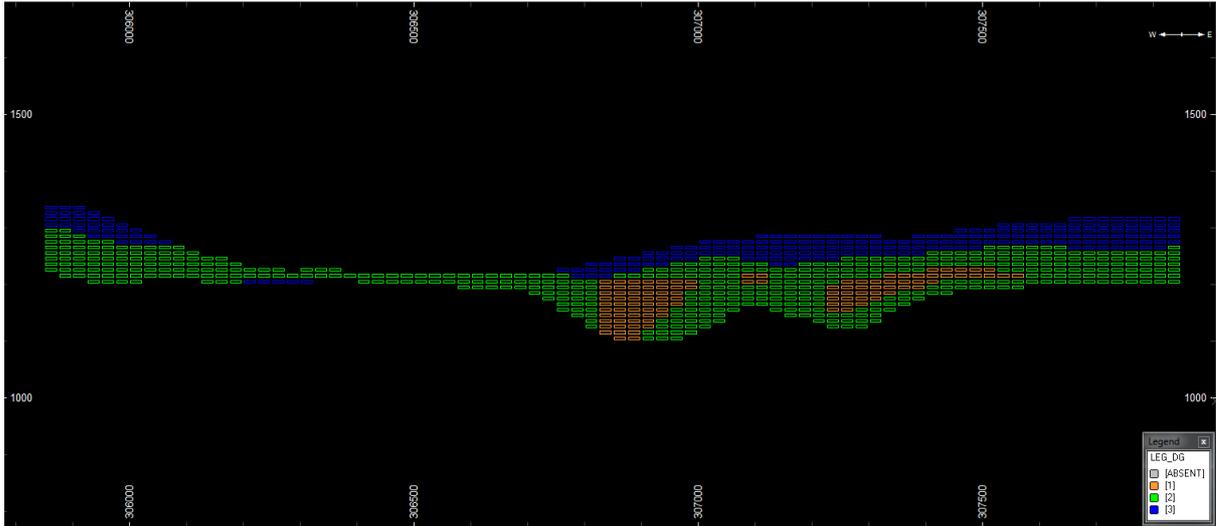


Figura 4.30: Perfil contendo os domínios geostatísticos carimbados no modelo.

Neste caso, os blocos simulados já foram agrupados de acordo com o critério de classificação das simulações e reblocados, conforme o modelo de blocos padrão utilizado na mina de Tapira.

4.16. A INCERTEZA DE TEORES NO MODELO SIMULADO

O pós-processamento (POSTSIM) permite que sejam avaliados os cenários de forma conjunta e global, sendo que um dos resultados é de particular interesse. O chamado E-type da simulação que corresponde à esperança matemática dos teores de cada bloco do depósito em questão, construído a partir da média aritmética de cada um dos blocos de cada cenário. Este modelo se assemelha muito com modelos estimados usando técnicas de krigagem ordinária, sendo assim foi assumido como modelo de referência para as análises de variação de teores e de sensibilidade. Uma segunda informação produzida a partir do pós-processamento da simulação refere-se à probabilidade de um determinado bloco assumir um valor acima de um teor de interesse por exemplo. Para o caso específico, o teor de particular interesse é o teor de corte do depósito (para o depósito em questão, foi assumido como 5%). Assim, foi calculada a probabilidade de cada um dos blocos assumirem teores acima deste valor de corte definido. A Figura 4.31 apresenta o mapa de probabilidade de teores de P_2O_5 acima de um teor de corte determinado a partir dos

valores das 50 realizações. Essa informação permite que se faça uma análise de áreas do depósito onde a lavra será conduzida com maior risco ou flutuabilidade em função da elevada incerteza associada a esses setores. A origem da incerteza pode estar associada tanto à carência de dados em uma determinada porção da jazida, pela própria variabilidade intrínseca do depósito ou na pior situação por ambos, tornando de difícil controle determinados avanços de lavra, mesmo com a adição de mais informações para controlar o planejamento de lavra. A legenda apresentada na Figura 4.31 mostra em tons azuis mais intensos áreas onde a probabilidade do teor assumir valores acima de 5% é extremamente baixa. Consequentemente, são zonas de baixa incerteza e também de baixos teores que provavelmente serão incluídas como blocos estéréis dentro do planejamento e destinadas aos depósitos de estéril. As áreas com tonalidades alaranjadas e vermelhas intensas por outro lado também são áreas de baixa incerteza, pois apresentam probabilidades acima de 80% de terem seus teores acima do corte definido de 5%. As zonas de elevada incerteza estão justamente associadas à tonalidades verdes onde as probabilidades navegam de 40 a 60% (0,4 a 0,6 na legenda). Essas áreas são de principal interesse, pois representam o potencial de incorporação ou perdas de reservas ao realizar o planejamento de longo prazo ou áreas que durante um planejamento de curto prazo podem representar oscilações nos resultados de produção.

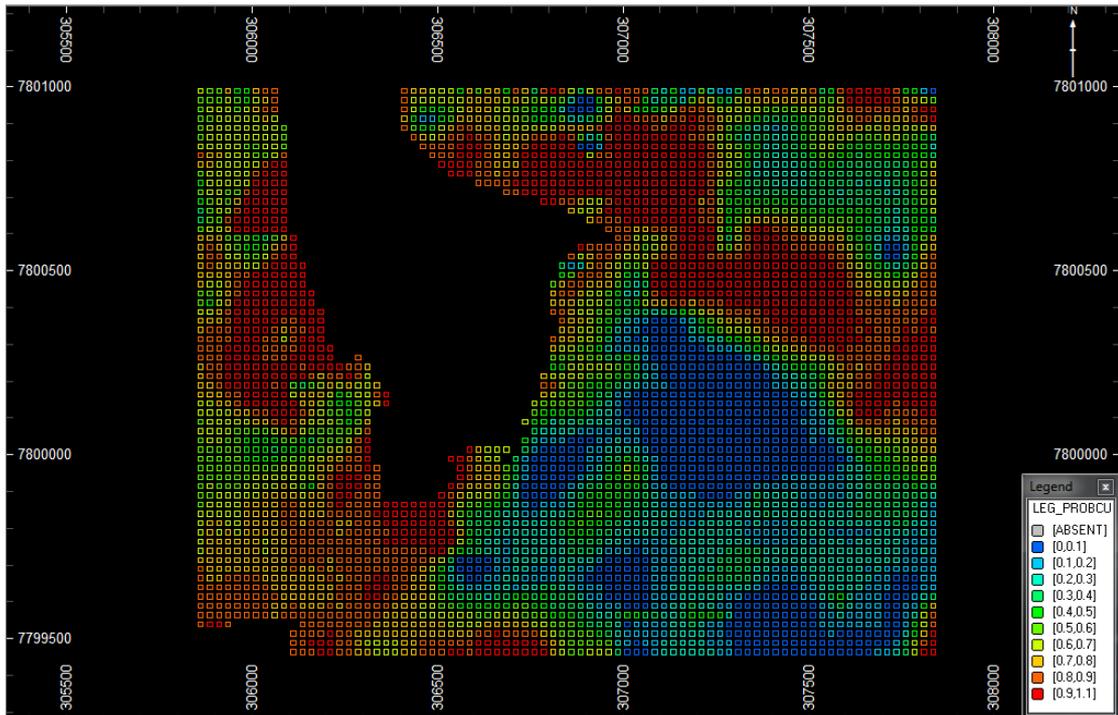


Figura 4.31: Mapa de probabilidade para teor de P_2O_5 representando o valor esperado das simulações acima de 5% (cota 1.230m).

Considerando que a Figura 4.31 apresentou apenas a imagem de um plano, a Figura 4.32 agora apresenta uma vista em perspectiva da área em estudo, onde observa-se as frentes de lavra em desenvolvimento. A legenda é dada pela probabilidade acima do teor de corte considerado como 5% em P_2O_5 calculado a partir das 50 realizações.

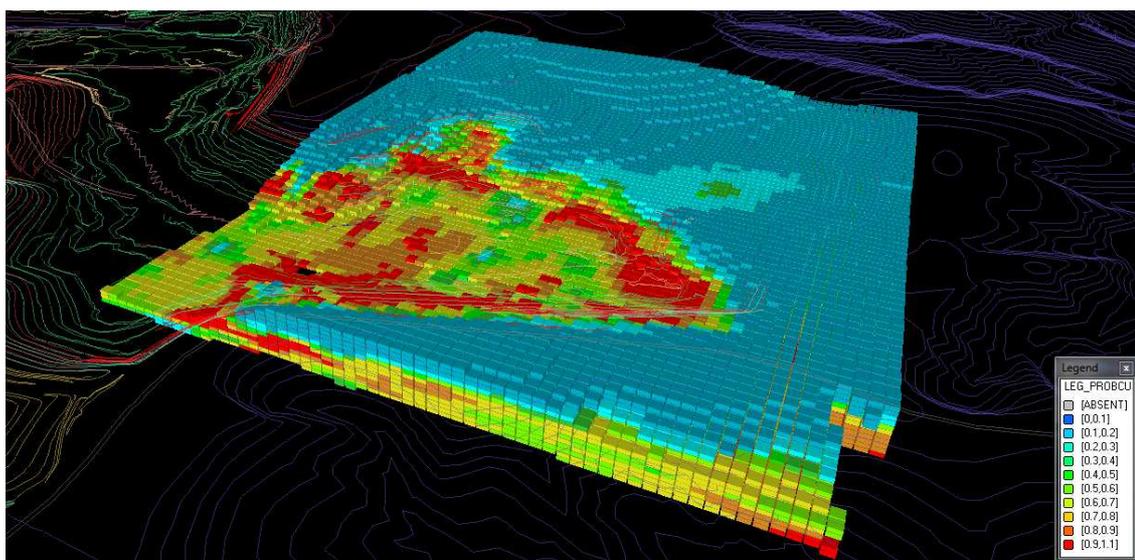


Figura 4.32: Mapa 3D de probabilidade para teor de P_2O_5 representando o valor esperado das simulações acima de 5% para a área em estudo.

Capítulo 5

5.1. PLANEJAMENTO MINEIRO INCORPORANDO A INCERTEZA GEOLÓGICA

Este capítulo apresenta uma aplicação das metodologias descritas nos capítulos 2 e 3. A partir do uso de simulação sequencial Gaussiana, foram geradas 50 realizações para os teores de P_2O_5 do depósito em estudo, na sequência selecionou-se os 10 cenários considerados estratégicos para o planejamento de lavra e gerado os modelos econômicos com base na função benefício construída para o planejamento de longo prazo. A partir desta etapa o modelo econômico foi importado *para realização da otimização de cava* no *software NPV Scheduler 4.0* para determinação das superfícies finais que maximizam o fluxo de caixa descontado dentro da área em estudo. A próxima etapa foi dada pelo sequenciamento de lavra com base nas cavas matemáticas geradas. O objetivo principal foi apresentar o impacto no planejamento de lavra da incerteza geológica obtida na variação dos teores de P_2O_5 utilizando simulação estocástica. Além do impacto medido pela variação nos cenários possíveis obtidos a partir da simulação estocástica, foi introduzido o conceito de aceitação (ou aversão) ao risco. Esse critério envolve a adoção de um valor de risco ou incerteza que a empresa está disposta a assumir na análise de viabilidade de seu projeto no aspecto relacionado unicamente com a incerteza geológica. Temos aqui colocado então como produtos: a geração de um cenário médio representado pela esperança matemática E-Type dos teores dos blocos, a apreciação de cenários extremos como delimitadores de

variação do projeto e ainda a incorporação de critérios de tolerância ao risco. Essas informações conjugadas permitem que seja delineado um plano de lavra ou uma gama de planos, contendo a variação do tamanho do depósito a ser lavrado, ou reportado como reservas, ou para delimitar a viabilidade de projeto sob diferentes permissividades ao risco.

5.2. CRITÉRIOS PARA O PLANEJAMENTO DE LAVRA

O planejamento de lavra requer a consideração de muitas variáveis e suas complexas inter-relações, como por exemplo: características físicas e químicas dos materiais a serem minerados, condições da superfície (vegetação, drenagens, construções, estradas), estruturas geológicas, seletividade das operações de lavra, razão de produção, localização dos níveis de aquífero, geometria e continuidade do depósito, relações de estéril:minério, clima e restrições políticas da área do depósito, seleção de equipamentos, etc.

Na mina em estudo, o método de lavra empregado é denominado lavra de meia encosta, e tipicamente se desenvolve de forma concomitante em cinco frentes distintas. Para o estudo de caso apresentado, selecionou-se um horizonte de lavra aproximadamente 15 anos definido no planejamento de lavra de longo prazo e já existente na mina. Nessa área, a lavra vem sendo desenvolvida em bancos de 10,0 m de altura, perfazendo uma altura máxima de aproximadamente 130,0 m considerando o fundo de cava atual.

5.3. CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO BENEFÍCIO

A construção da função benefício é fundamental para a valorização dos blocos e atribuição de valores econômicos aos blocos de lavra seja ele estéril ou minério. Para blocos reconhecidamente estéreis, a função representa apenas custos e para blocos dentro da zona mineralizada temos custos também, mas, adicionalmente, as receitas obtidas pelo minério contido no bloco. Neste trabalho, os custos de lavra são

apresentados em função da distância média de transporte, sendo eles obtidos a partir do resultado hipotético dos custos a fim de garantir a confidencialidade dos dados da empresa. Em função da unidade de lavra já encontrar-se em operação, não foram consideradas etapas de desenvolvimento bem como custos de investimentos.

A Tabela 5.1 apresenta a definição dos tipos de materiais utilizados na função benefício. Esta por sua vez, apresenta o material considerado minério todo o bloco com teor de P_2O_5 maior do que 5%, demais tipologias e teores inferiores ao teor de corte de 5% são consideradas estéreis neste trabalho e variações nos resultados da função benefício são distinguidas para o critério de distância média de transporte inserida na função benefício.

Tabela 5.1 - Definição dos tipo de material.

TIPO DE MATERIAL	ID	PARÂMETROS
Estéril Franco	10	$P_2O_5 < 5,0\%$ e $TiO_2 < 10,0\%$
Recurso Titânio	20	$P_2O_5 < 5,0\%$ e $TiO_2 > 10,0\%$
Minério	30	$P_2O_5 > 5,0\%$ e $TiO_2 > 10,0\%$

Na determinação das reservas e do desenvolvimento das cavas finais, foram considerados apenas os blocos dos materiais denominados ID=30, com benefício maior do zero, os materiais denominados ID=10 e ID=20, no processo de valorização econômica, foram considerados como estéreis.

O fluxograma apresentado na Figura 5.1 descreve a sequência de atividades e decisões realizadas para a construção da função benefício.

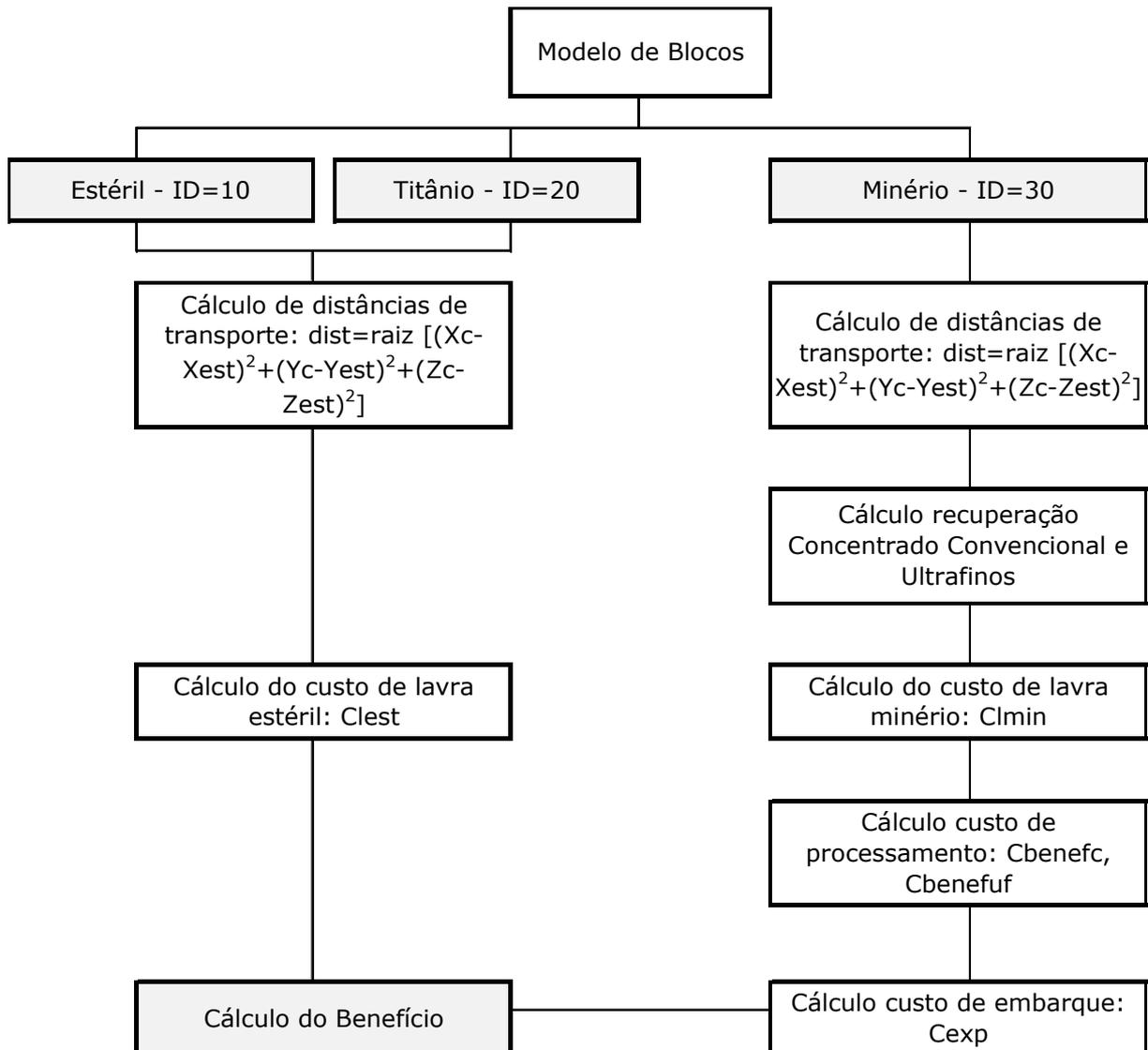


Figura 5.1 - Fluxograma usado no cálculo da função benefício.

DEFINIÇÃO DE CUSTOS E PREÇO

Os custos foram obtidos a partir de dados históricos de produção e neles foi aplicado um fator de correção com o objetivo de preservar as informações da empresa. Os custos utilizados neste documento são "funções" de custos, que se dividem em custos fixos e variáveis e são projetados com base em variáveis econômicas, químicas, físicas e de desempenho. A estrutura de custos e preço de concentrado fosfático utilizada para a construção da função benefício deste projeto é apresentada na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Parâmetros de custo.

DESCRIÇÃO		Valor
Custo de Lavra (*)	R\$/t _{rom}	9,84
Custo de Beneficiamento	R\$/t _{conc.}	79,52
Preço de Venda	R\$/t _{conc.}	300,00

(*) – Custo variável em função da DMT.

PARÂMETROS DE PROCESSO

O principal parâmetro de processo utilizado na determinação da cava final foi a recuperação metalúrgica para o concentrado convencional, obtida a partir do histórico da usina de beneficiamento. Com base neste parâmetro (Tabela 5.3), no teor de concentrado e no teor de alimentação obtido a partir das estimativas dos blocos, foram encontradas as recuperações em massa geradas para cada bloco de lavra.

Tabela 5.3 - Parâmetros de processo.

DESCRIÇÃO	%
Recuperação Metalúrgica	62,3
Teor de Concentrado	35,8

Conforme comentado anteriormente, assim como para a lavra, também para a concentração dos fosfatos foram considerados apenas os blocos identificados como ID=30 para minérios a serem processados. Os demais materiais foram considerados como estéreis para fins de valorização econômica na função benefício e, na sequência, a determinação da cava econômica.

PARÂMETROS DE PRODUÇÃO

As cavas otimizadas foram estabelecidas com o uso do *software NPV Scheduler* ®, usando os parâmetros determinados pela função benefício. No modelo de blocos, estão contidos os dados de teor de P₂O₅%, TiO₂%, densidade, distâncias de transporte, recuperação em massa, custos de lavra e beneficiamento, bem como o resultado econômico gerado por cada bloco.

A taxa de produção do minério planejado para a lavra foi determinada em função da produção de 16.000.000 t por ano de ROM, a um teor de corte de 5,0% de P₂O₅. O concentrado é planejado com teor de 35,8% de P₂O₅, utilizando os parâmetros de recuperação metalúrgica determinada em 62,3% de P₂O₅. Cabe ressaltar, que os dados de recuperação metalúrgica foram extraídos a partir de dados históricos do atual processo de beneficiamento de concentração de rocha fosfática. Os parâmetros gerais utilizados para determinação das cavas matemáticas e posteriormente no sequenciamento de lavra estão descritos na Tabela 5.4:

Tabela 5.4 - Tabela com os parâmetros básicos para o planejamento de lavra.

DESCRIÇÃO		PARÂMETROS
Alimentação Usina	t/ano	16.000.000
Teor de corte de P ₂ O ₅	%	5,00
Umidade Média	%	14,00
Teor de Concentrado	%	35,80
Recuperação Metalúrgica	%	62,30

O planejamento da lavra foi elaborado em função da topografia de setembro de 2011. O planejamento e sequenciamento de lavra foram determinados com base nos avanços de lavra obtidos através do modelo estimado por krigagem ordinária até seu limite final, buscando o melhor aproveitamento do minério durante toda a evolução da lavra, considerando provada a possibilidade de sequenciamento da cava final. Esse cenário de referência foi selecionado para avaliar as incertezas no planejamento usando técnicas de simulação geoestatística.

PARÂMETROS GEOTÉCNICOS

Para a geração de uma cava final, é muito importante a determinação do contexto geomecânico do depósito. Na definição do contexto geomecânico, são incorporadas informações de diferentes origens, que consideram parâmetros geológicos, hidrogeológicos, geometria de lavra,

etc. Os parâmetros geotécnicos foram gerados em função de estudo realizado na área alvo, sendo que os principais parâmetros utilizados estão apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Parâmetros geotécnicos da mina em estudo.

Geometria de corte				
Frentes	Tipo de material	Parâmetros sugeridos pela Geoconsultoria		
		Ângulo individual de talude	Berma (m)	Altura banco (m)
Todas as frentes	Argilas secas	59°	11 / 12	10
	Titânio seco	59°	11 / 12	10
	Titânio e fosfato saturados	45°	20	10
	Fosfato friável seco	75°	20	10
	Fosfato semicompacto a compacto	75°	20	10

Para a construção das cavas foram utilizados os seguintes dados, tendo como base os parâmetros definidos em relatório geotécnico (Geoconsultoria, 2005):

- (i) ângulo de face=59°;
- (ii) altura de Bancada =10 m;
- (iii) largura de Berma (minério) = 20 m;
- (iv) largura de Berma (estéril – Aloterito) = 11 m.

PARÂMETROS HIDROGEOLÓGICOS (DRENAGENS)

Nas áreas em estudo, a drenagem natural ocorre até a cota 1210 m. Assim, quando a lavra atingir cotas abaixo desta, haverá necessidade de rebaixamento do lençol freático.

Para este trabalho, não foram considerados estudos de rebaixamento de nível freático, bem como projeto de drenagem superficial.

5.4. CONSTRUÇÃO DA CAVA FINAL

Na construção da cava ótima, foram definidos os limites máximos de mineração e o sequenciamento de lavra para obter o melhor resultado econômico de aproveitamento da jazida em um avanço de lavra contemplado no planejamento de lavra de longo prazo. A Figura 5.2 apresenta os limites utilizados para geração das cavas finais dentro de um intervalo de aproximadamente 15 anos de operação de lavra. A linha rosa apresenta o limite da mineralização, a linha laranja representa o limite da cava atual e a linha vermelha apresenta o limite da área para o estudo em questão. Este limite reduzido para área em estudo foi determinado principalmente pelo número de blocos gerados na simulação, que leva a um alto tempo de processamento computacional. A área de lavra delineada atende os próximos quinze anos com base no planejamento de longo prazo.

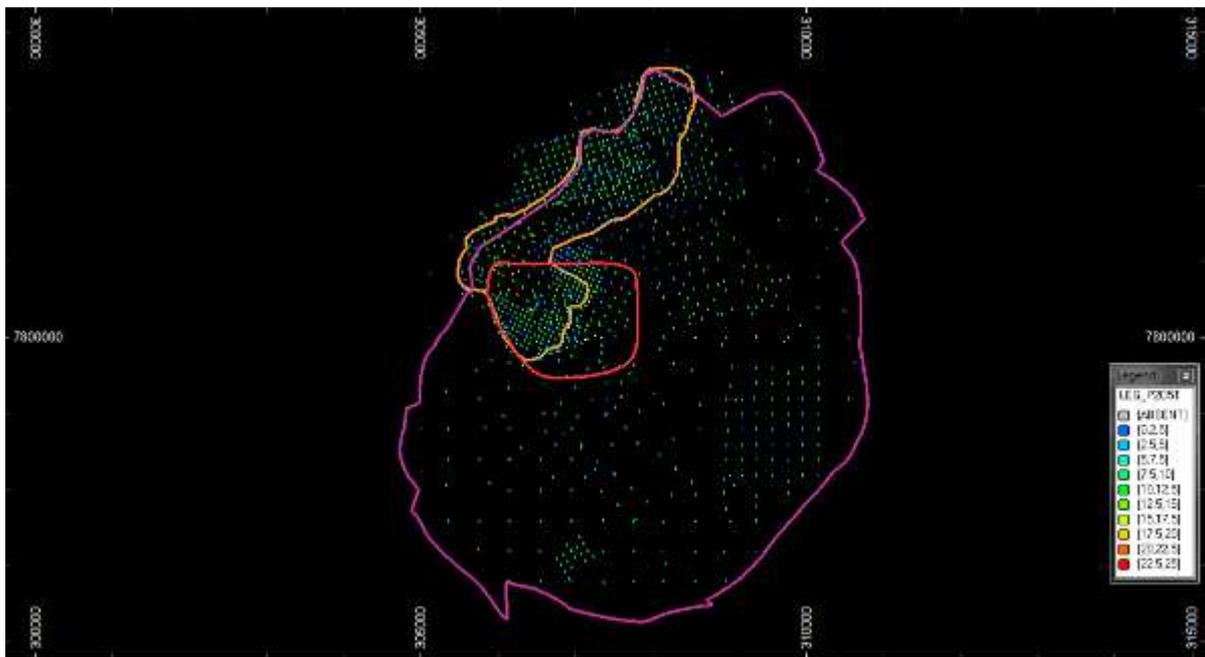


Figura 5.2- Limite da cava do plano de exaustão obtida através do NPV Scheduler.

As principais informações de entrada para o software foram dadas por: topografia inicial, modelo de recursos, dados geotécnicos, preço de venda de longo prazo da rocha fosfática e as estimativas dos custos de processo.

Como os valores obtidos pela otimização são de caráter teórico, esses devem ser considerados como parte de uma análise mais global. O limite máximo recomendado da extração (cava final) é o resultado da análise integrada, que incorpora os resultados da própria otimização, das condicionantes físicas (limites legais, ambientais, restrições de lavra, etc.) relacionadas ao projeto, mais as informações e revisões do planejamento da lavra e do desenho do projeto operacional.

A cava final pode ser definida como a cava matemática obtida pelo algoritmo de Lerchs-Grossman (Lerchs-Grossmann, 1965), que é aquela que fornece o maior valor líquido, não descontado, para um conjunto de parâmetros econômicos e ângulos de talude definidos.

Nesse caso, a função de transferência leva em consideração uma série de cavas obtidas a partir do processo de otimização para cada simulação selecionada. O procedimento gera uma distribuição de respostas ou um intervalo de resultados alternativo para as reservas contidas e indicadores econômicos. As curvas em cinza representam os cenários simulados selecionados para mapear a incerteza associada ao depósito e a curva em vermelho o resultado obtido para o cenário calculado a partir da média das realizações E-Type, que seria o resultado semelhante ao estimado por krigagem. As curvas das simulações foram colocadas propositalmente todas na mesma cor pois justamente essa é a contribuição da simulação, onde todos os cenários são possíveis realizações do depósito. Observa-se a dispersão dos cenários em torno do valor esperado E-Type.

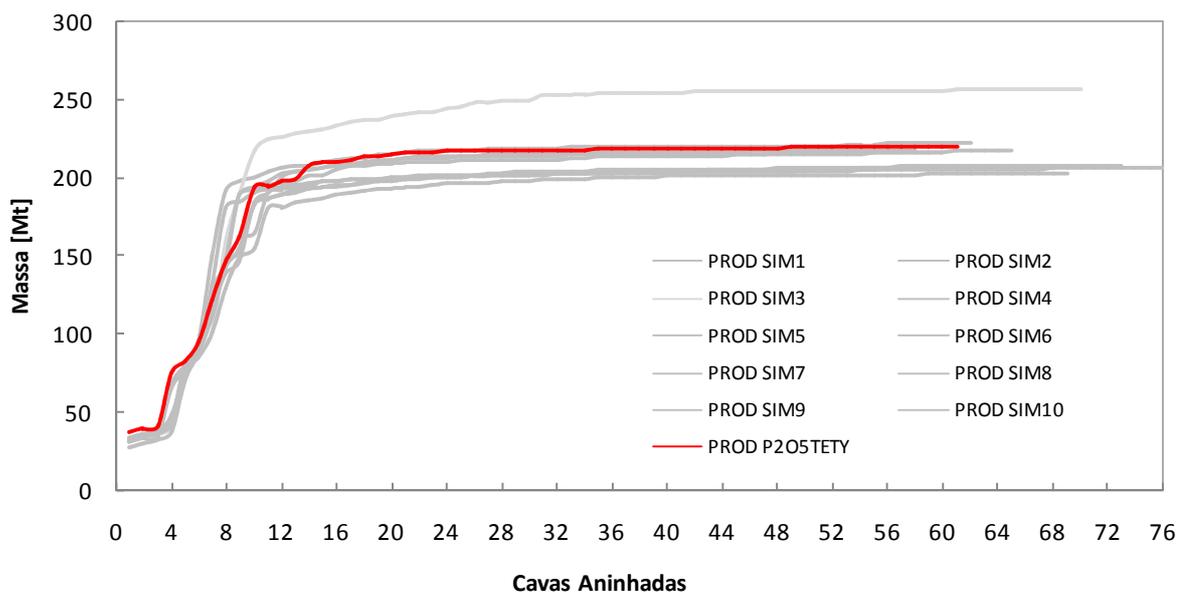


Figura 5.3– Massa total movimentada para as diferentes cavas simuladas.

A Figura 5.4 apresenta, a partir de cada simulação gerada, a curva de parametrização contemplando a distribuição das massas e teores médios contidos dentro das cavas matemáticas.

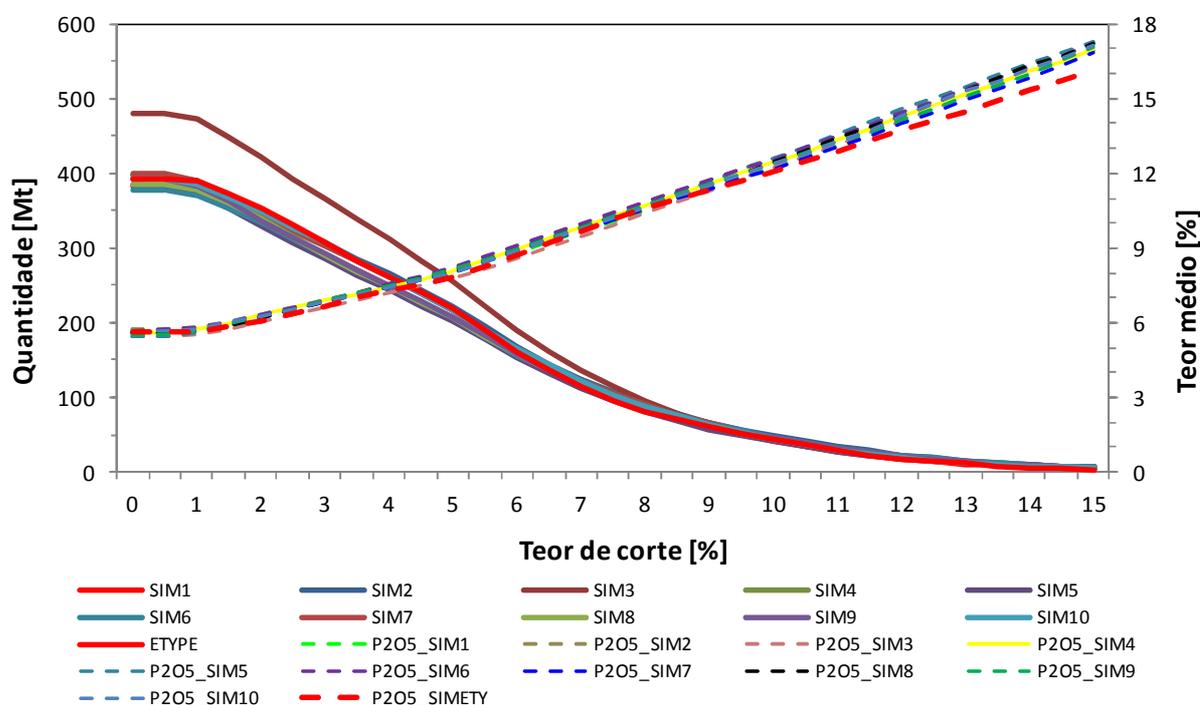


Figura 5.4 - Curva de parametrização de teores gerada a partir das cavas matemáticas.

O gráfico da Figura 5.5 apresenta a massa total de minério prevista para as simulações selecionadas. Observa-se uma diferença relativa de 16,36 % no valor máximo gerado na simulação 03 quando comparado a

média das simulações E-Type. Da mesma forma, foi encontrada uma diferença relativa de -8,18% no valor mínimo gerado na simulação 05 quando comparado a média das simulações E-Type.

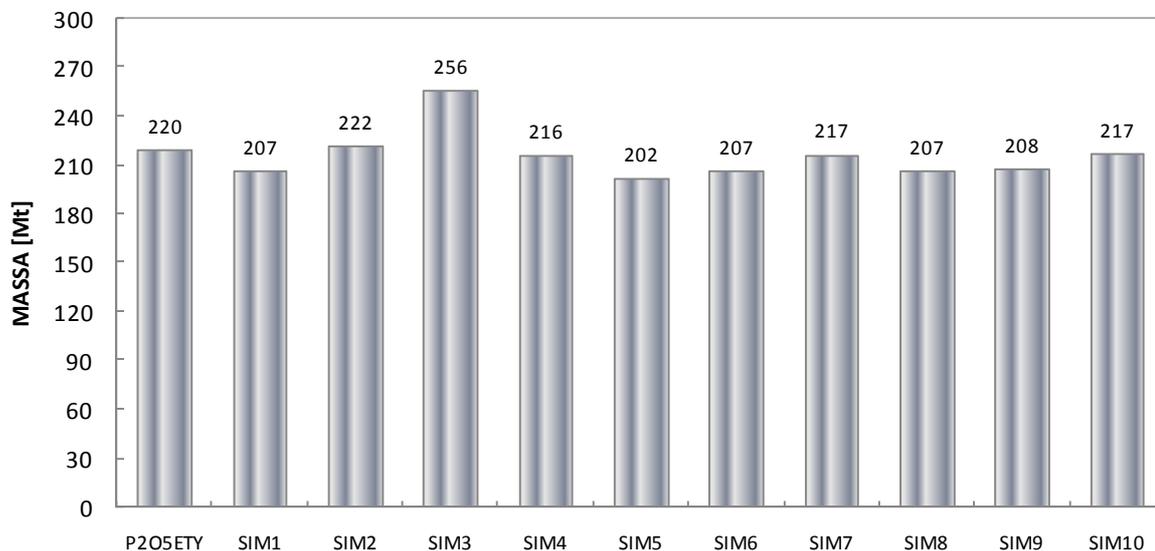


Figura 5.5– Massa total de minério planejada.

A Figura 5.6 apresenta a tonelage do minério prevista para cada uma das simulações ao longo do processo de otimização. Nesse caso, a função de transferência leva em consideração uma série de cavas obtidas a partir do processo de otimização para as simulações selecionadas. O procedimento gera uma distribuição de respostas ou um intervalo de resultados alternativo para as reservas contidas e indicadores econômicos.

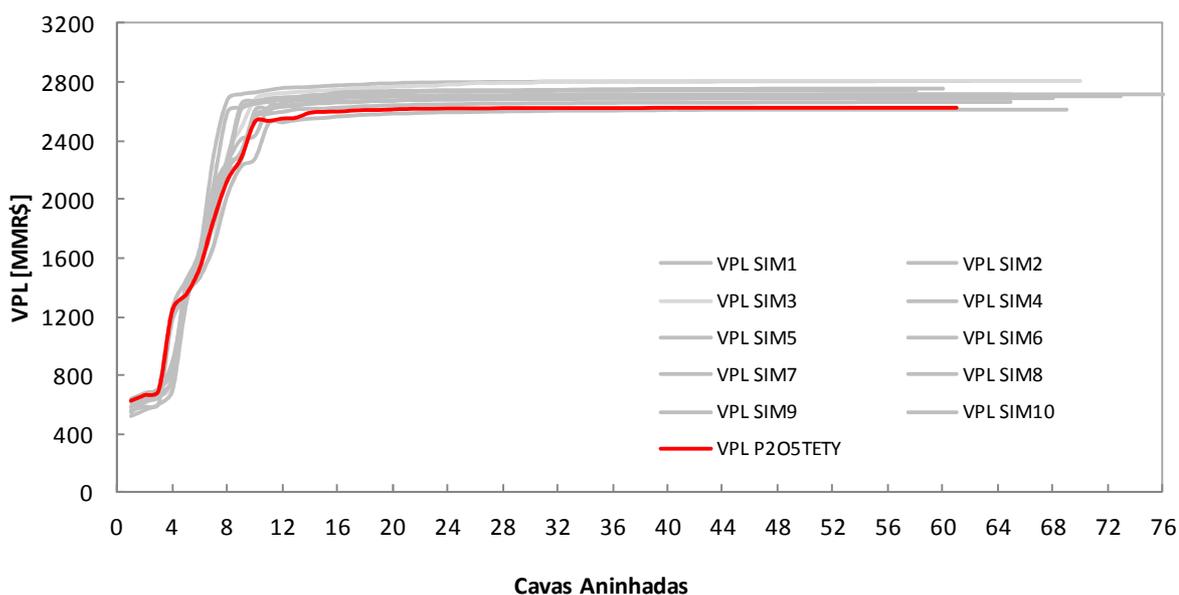


Figura 5.6– Fluxo de caixa descontado para as diferentes simulações.

Através da avaliação da cava resultante da otimização do modelo de valor esperado E-Type é possível verificar a possibilidade de aumento da cava final com relação a cava esperada. A quantidade de cavas ótimas proveniente das simulações dos teores proporciona a possibilidade de melhor definição do desenho operacional da cava final, revelando áreas potenciais de grande variabilidade e com risco associado ao valor do projeto.

A Figura 5.7 apresenta, em seção horizontal, o impacto dos resultados do processo de otimização para os modelos simulados em vermelho, E-Type no desenho da cava matemática.

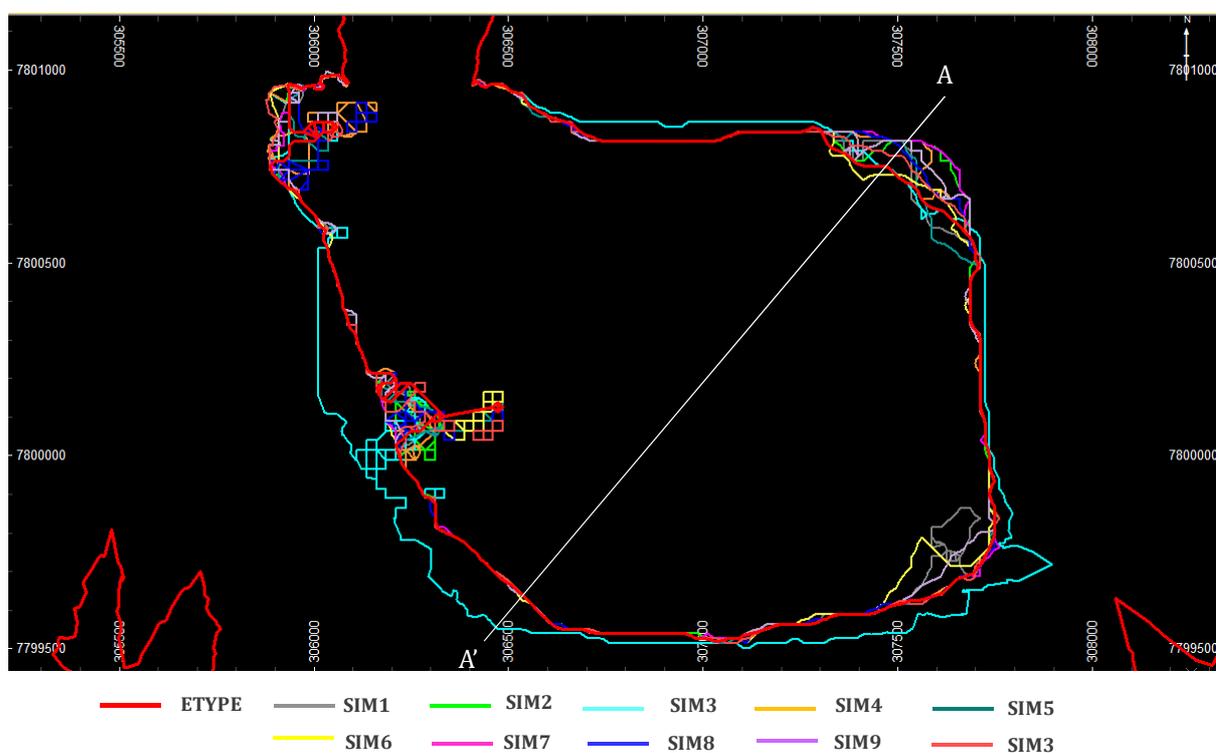


Figura 5.7- Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 1230 m (altitude), otimizadas considerando o modelo simulado e a probabilidade acima do teor de corte. As seções verticais são representadas por AA'.

A Figura 5.8 apresenta, em seção vertical, o impacto dos resultados do processo de otimização para os modelos simulados. Pode-se observar que a expansão vertical da cava para o E-type, em vermelho, é conservadora quando comparado às demais cavas simuladas.

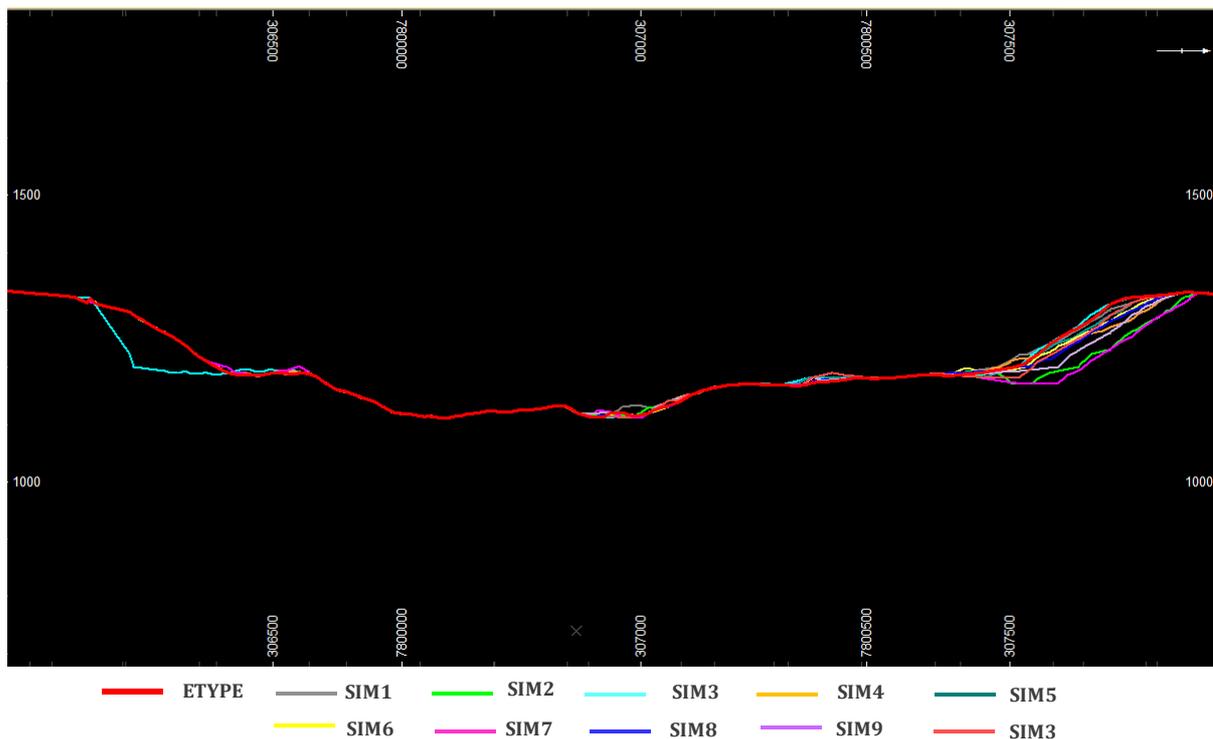


Figura 5.8- Seção vertical (A',A) das cavas matemáticas, considerando os modelos simulados.

5.5. ANÁLISE DE RISCO NO PLANEJAMENTO DE LAVRA

Na fase de planejamento da lavra, as incertezas relativas à quantidade e qualidade do minério a ser lavrado, bem como o retorno financeiro da exploração serão fundamentais, pois definirão a sequência de como será extraído com o objetivo de maximizar os ganhos do empreendimento. O processo de planejamento é complexo, pois envolve um grande número de variáveis incertas com forte dependência dos resultados estratégicos de produção, premissas econômicas e hipóteses de diversas naturezas. Dependendo da etapa de desenvolvimento do projeto, a análise de risco permitirá a tomada de decisões, tais como:

(i) investir em informações adicionais: incorporação de novas amostras, realização de novos testes de processamento, revisão dos limites e restrições de áreas alvo até a revisão do processo de concentração do minério;

(ii) iniciar o desenvolvimento e operação de lavra, vinculando a recomendações baseadas no modelo de cenários prováveis;

(iii) iniciar o desenvolvimento da área e investir em informações simultâneas. Caso de projetos muito atrativos, mesmo no cenário mínimo, para o qual se deseja reduzir a dispersão dos indicadores econômicos;

(iv) decidir pelo abandono definitivo do projeto ou o seu adiamento para a espera de novos avanços tecnológicos ou melhoria do cenário econômico.

Nesta etapa do trabalho, foram avaliados, dentro dos cenários simulados, considerando minério apenas aqueles com probabilidade de 60%, 70%, 80% e 90% acima do teor de corte determinado a partir do valor esperado das simulações.

Paralelo a este processo, foi gerado o campo denominado (Probcut) que avalia a probabilidade da distribuição de teores, gerados a partir das 50 realizações, apresentar-se acima do teor de corte determinado, neste caso acima de 5% em P_2O_5 .

Os arquivos de resultados E-type e Probcut foram adicionados de coordenadas e importados para o software DATAMINE Studio 3[®] (DMS) para valorização dos blocos conforme a função benefício. Dentro da função benefício, foi ainda incorporado um fator de risco que penaliza os blocos com probabilidade baixa de estarem acima do teor de corte adotado. Nesse sentido, para aplicação da incerteza, ou probabilidade de se obter um valor abaixo de um valor considerado inadequado, foram considerados estéreis avaliando o impacto desta aversão ou afinidade ao risco para diferentes cenários de incerteza geológica.

Conforme descrito no Capítulo 2, o conceito de aplicação de quantificação de incertezas e análise de risco adotado neste trabalho foi dado por:

(i) P_{90} – cenário conservador – significa que o valor do atributo do bloco tem 90% de probabilidade de ser maior que o teor de corte determinado;

(ii) P_{80} – cenário médio – significa que o valor do atributo do bloco tem 80% de probabilidade de ser maior que o teor de corte determinado;

(iii) P_{70} – cenário médio – significa que o valor do atributo do bloco tem 70% de probabilidade de ser maior que o teor de corte determinado;

(iv) P_{60} – cenário arrojado – significa que o valor do atributo do bloco tem 60% de probabilidade de ser maior que o teor de corte determinado.

Após a valorização dos blocos, cada um dos cenários selecionados foi novamente importado ao programa de otimização para avaliar o resultado econômico que cada um produz frente ao processo de otimização de cava e sequenciamento de lavra.

A Figura 5.9 demonstra um exemplo de curva de distribuição do VPL (curva de risco) para um determinado período, construída através da classificação dos resultados em ordem decrescente e probabilidade acumulada de ocorrência. Adotou-se, neste caso, o percentual P_{90} para a estimativa otimista, P_{70} para a estimativa provável e P_{60} para a estimativa pessimista.

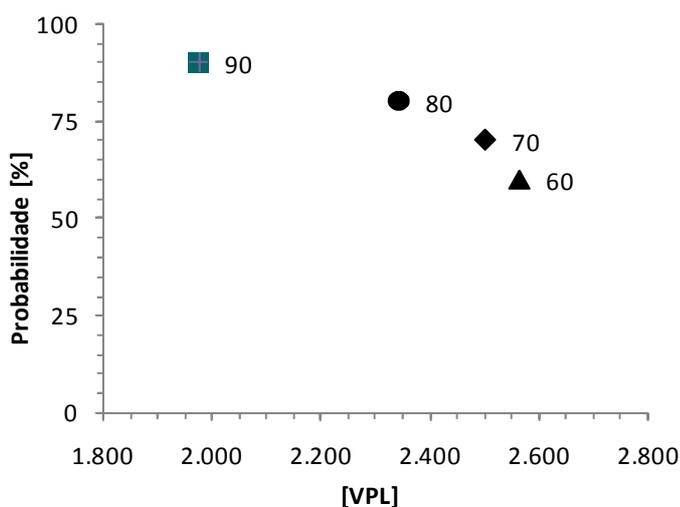


Figura 5.9 - Curva de risco para VPL

A Figura 5.10 apresenta a tonelagem do minério prevista para cada uma das simulações ao longo do processo de otimização considerando o risco associado.

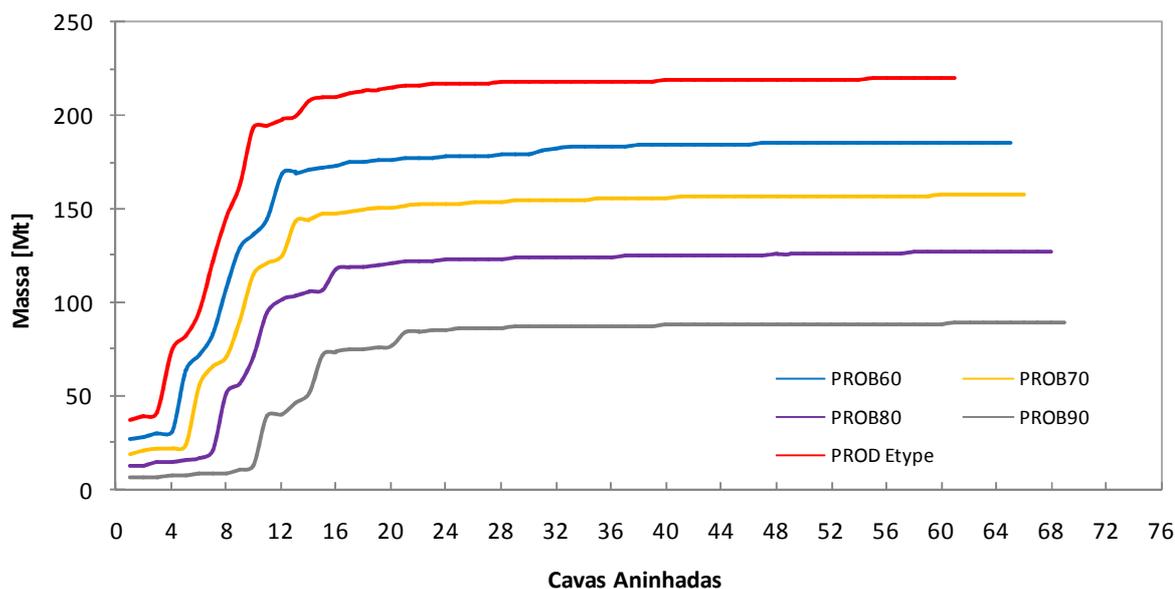


Figura 5.10 - Massa total movimentada para as diferentes cavas simuladas.

A variação das massas de minério geradas nas cavas matemáticas cuja definição é baseada nos modelos que apresentam valores com probabilidade maior do que P_{60} , P_{70} , P_{80} e P_{90} relativos à função-objetivo definida (cava com maior VPL) são apresentados na Figura 5.11. Observa-se uma diferença relativa de até 60,0% na massa esperada quando

comparada a massa dos blocos com 90,0% de probabilidade dos blocos assumirem valores acima do teor de corte estipulado.

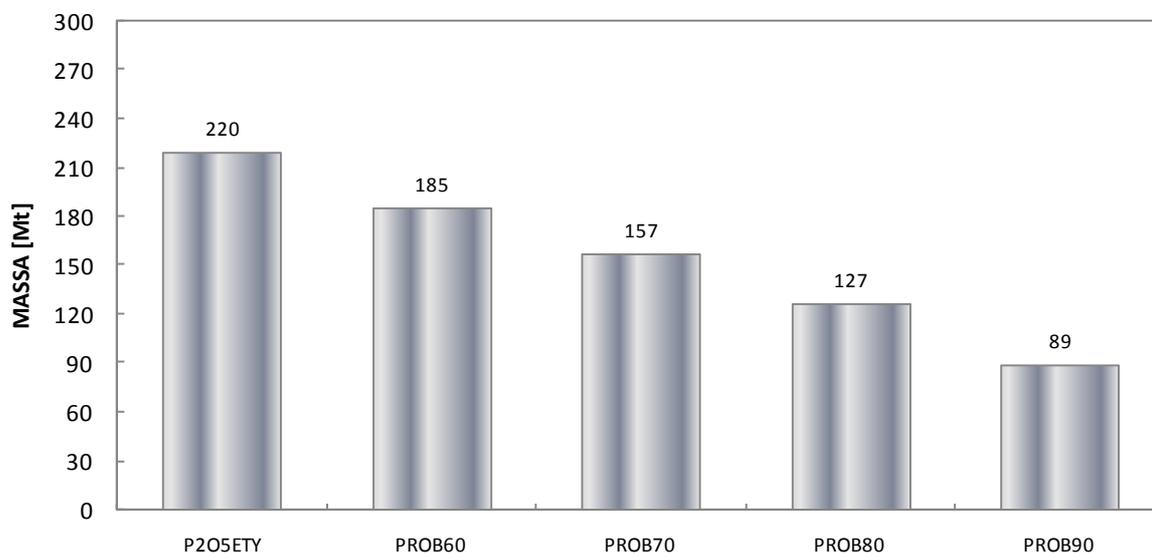


Figura 5.11– Massa de Minério total movimentada para as diferentes cavas considerando o fator de probabilidade.

A variação do VPL, gerada a partir da incorporação do risco, na construção da cava final pode ser vista na Figura 5.12.

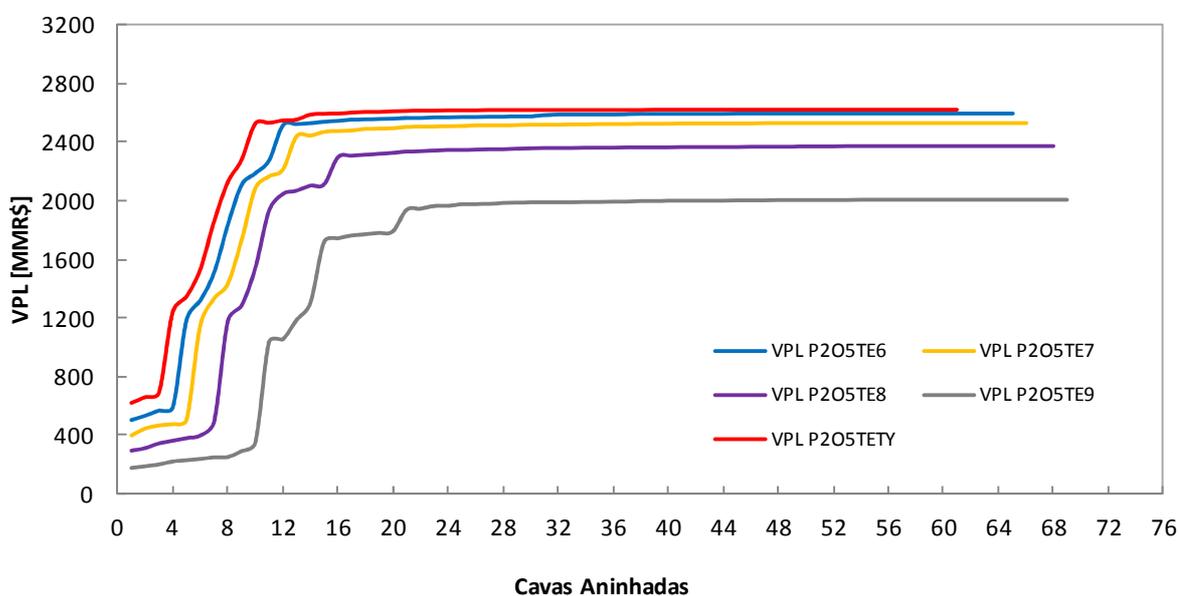


Figura 5.12– Fluxo de caixa descontado incorporando o risco.

O impacto da quantificação do risco associado à incerteza geológica gerada a partir das simulações selecionadas pode ser observado no desenho da cava matemática visto na Figura 5.13. O perfil A-A' indica uma variação nos limites de fundo da cava para a região nordeste da área

analisada (Figura 5.14). Esta incerteza indica uma probabilidade maior dos teores apresentarem-se próximos ao teor de corte. Pode-se observar, por exemplo, áreas que para o cenário do E-Type são abrangentes em termos de extensão em área, mas que para cenários de baixa aceitação ao risco recuam e evidenciam as áreas de borda com alta incerteza.

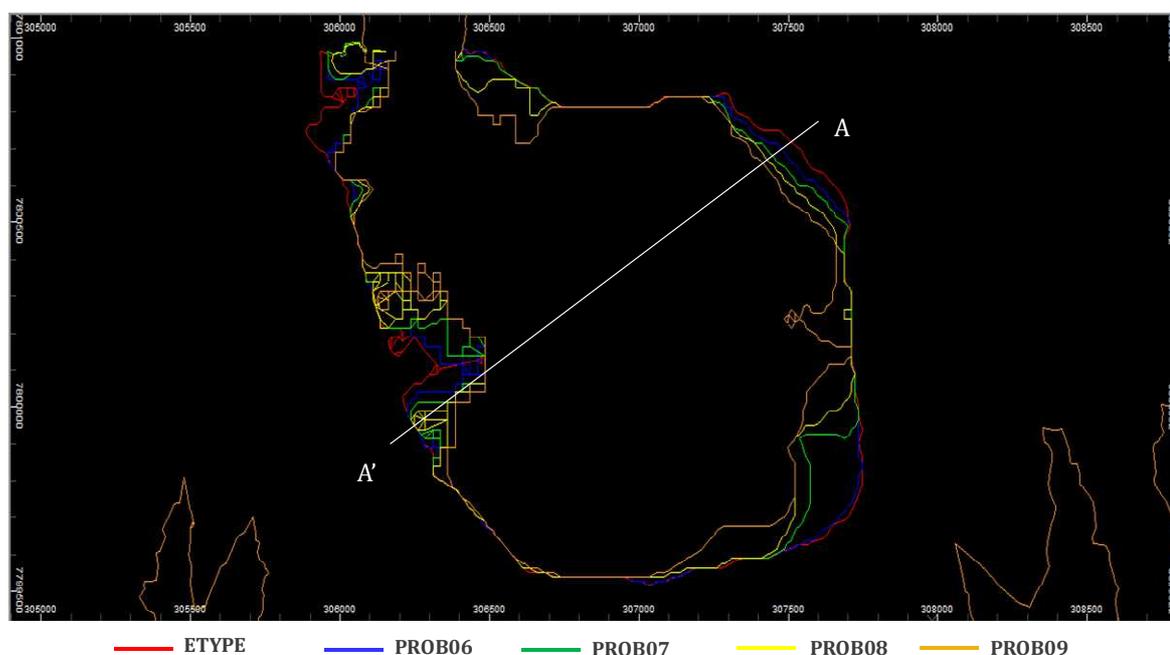


Figura 5.13- Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 1230 m (altitude), otimizadas considerando o modelo simulado e a probabilidade acima do teor de corte. As seções verticais são representadas por AA'.

De forma similar, na Figura 5.14 o aprofundamento da cava é efetuado conforme os critérios de aversão/aceitação ao risco, evidenciando novamente áreas em que o depósito possui incertezas elevadas associadas aos blocos.

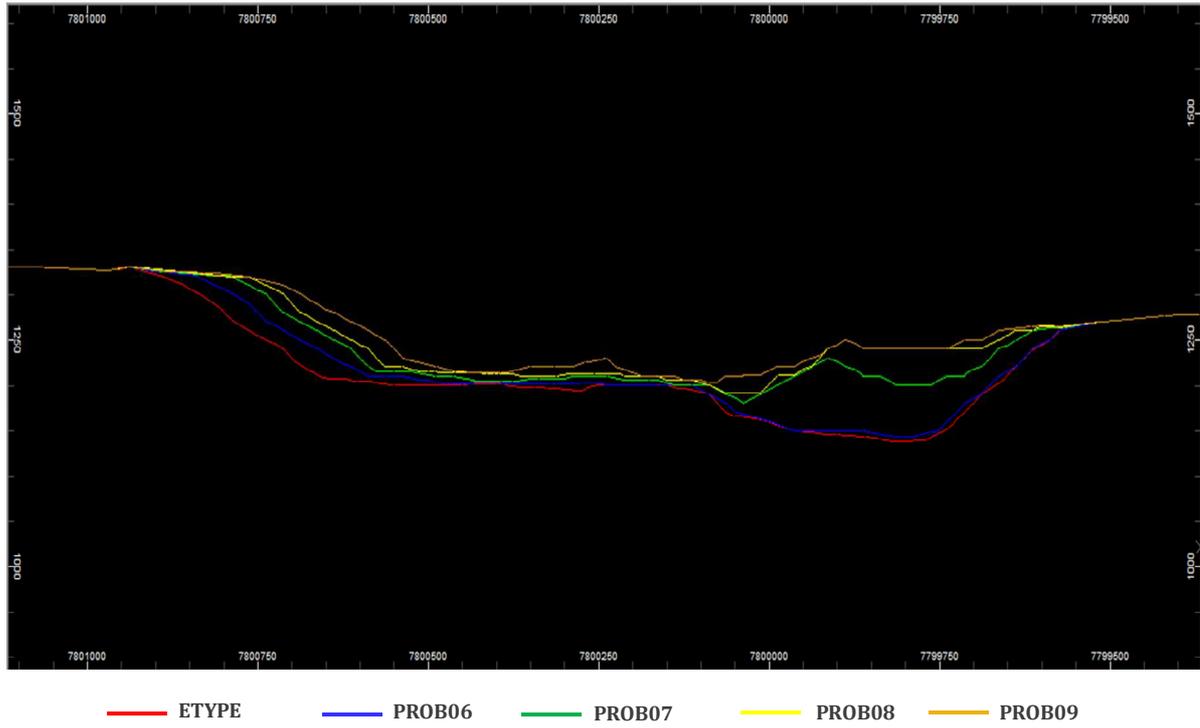


Figura 5.14- Seção vertical (A', A) das cavas matemáticas finais, otimizadas considerando o modelo simulado e a probabilidade acima do teor de corte.

5.6. SEQUENCIAMENTO DE LAVRA

Segundo Peroni (2002), o avanço operacional ou frequentemente citado na literatura (Hustrulid & Kuchta, 1995) como *pushback*, *cut-back*, *stage* ou até mesmo *phase*, pode ser definido como o estágio na fase de expansão da mina que pode ser desenvolvido na prática e minerado de acordo com a sequência de extração respeitando os parâmetros geométricos determinados. Além disso, cada avanço deve satisfazer as condições de acesso, o que significa que os limites de um *pushback* e seu predecessor devem estar separados por uma distância mínima, a menos que esses limites coincidam com os limites da cava ótima final.

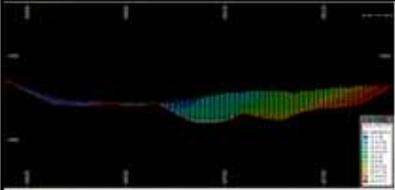
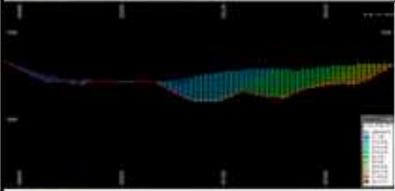
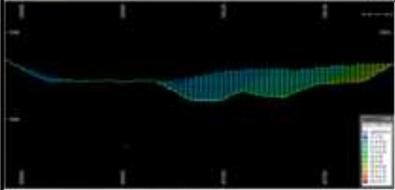
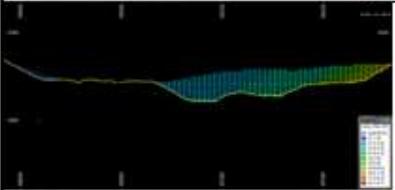
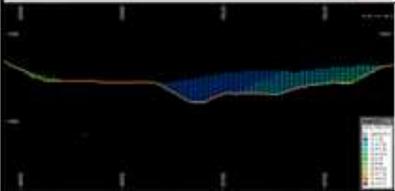
Dentro das configurações e restrições possíveis para a geração dos avanços operacionais permitidos pelo *software*, foi estabelecida uma série de parâmetros. A fim de garantir uma igualdade de condições para os resultados gerados em todos os cenários analisados, mantiveram-se as configurações para todos os casos, conforme apresentado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6- Parâmetros para geração dos avanços operacionais.

DESCRIÇÃO		PARÂMETROS
Número máximo de puschbacks	-	20
Último puschback atinge a cava final	-	sim
Estende avanço com precedentes	-	sim
Espaço de acesso entre avanços	[m]	20
Massa de minério em cada avanço	[t]	16.000.000

O quadro apresentado na Tabela 5.7 mostra o impacto no VPL gerado, a partir da incorporação do risco geológico no sequenciamento das fases.

Tabela 5.7- Potencial de VPL para cada fase incorporando o risco geológico.

Desenho de cava	Fase	VPL Potencial (MR\$)										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	E-Type	411	274	591	271	297	296	144	234	65	28	2611
	PROB60	404	839	300	301	293	380	55	-	-	-	2572
	PROB70	412	782	546	371	322	76	-	-	-	-	2510
	PROB80	386	824	342	419	319	63	-	-	-	-	2353
	PROB90	939	694	246	102	-	-	-	-	-	-	1981

As quantidades acumuladas de minério vs estéril por fase, gerados para cada caso analisado, bem como para o valor esperado das simulações E-Type se encontram representados na Figura 5.15. Nesta figura, pode-se observar que o gradiente da curva de produção é a relação estéril:minério da mina no período. Desta forma, pode-se assumir que a relação estéril minério está diretamente ligada à probabilidade do teor de P_2O_5 ser maior que o teor de corte determinado. Observa-se, que a vinculação do critério de incerteza não possui resultado semelhante às abordagens tradicionais de parametrização de preços ou custos (*revenue factor* ou *cost factor*), onde normalmente temos na relação de incremento

de cava, cavas pequenas com baixas REMs e cavas maiores com altas REMs. Aqui, justamente se inverteu a situação, pois para o cenário de alta certeza, foi viabilizada uma cava pequena com alta REM.

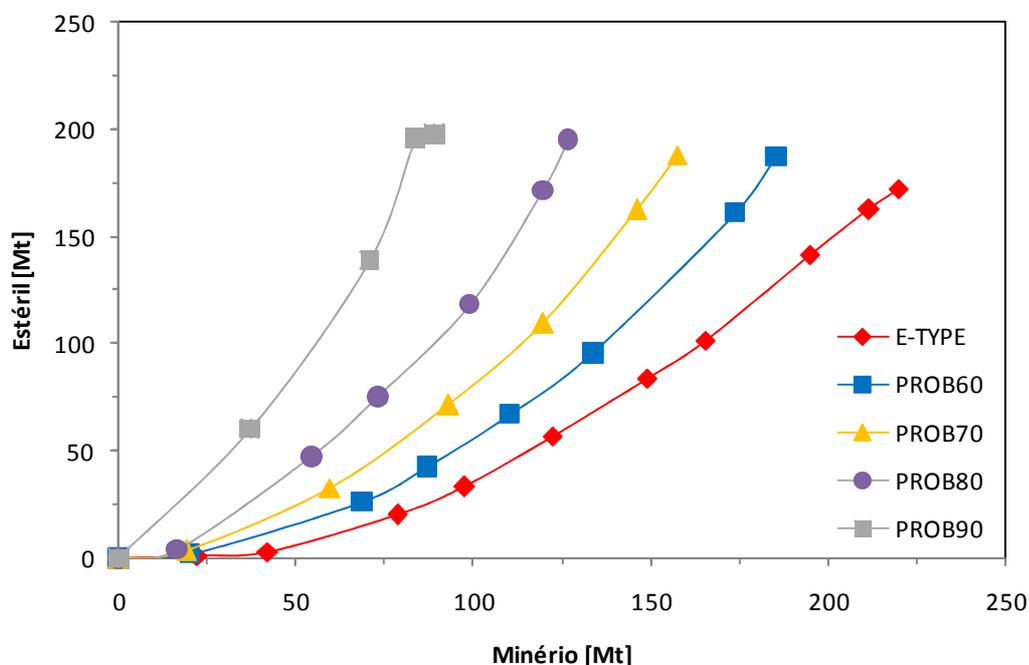


Figura 5.15- Curvas da quantidade de estéril vs minério acumulado para os pushbacks simulados.

5.7. GERAÇÃO DOS AVANÇOS OPERACIONAIS

Os estudos de análise de risco apresentados neste trabalho foram realizados em cavas otimizadas que servem como base para as fases e, conseqüentemente, para o plano de lavra ao longo da vida da mina, gerando informações valiosas sobre as quantidades prováveis de minério e teores de P_2O_5 contidos na cava final. Um resultado importante é a percepção de que os requisitos de alimentação dos teores de minério na usina não serão atingidos em todas as possíveis etapas de programação da produção. Da mesma forma, a relação estéril:minério apresenta variações ao longo da vida útil das reservas.

Desta forma, fixou-se os limites de variação do teor P_2O_5 na alimentação da planta e relação estéril:minério com o objetivo de alcançar

valores próximos a realidade das operações de lavra, a Figura 5.16 apresenta a variação até a exaustão.

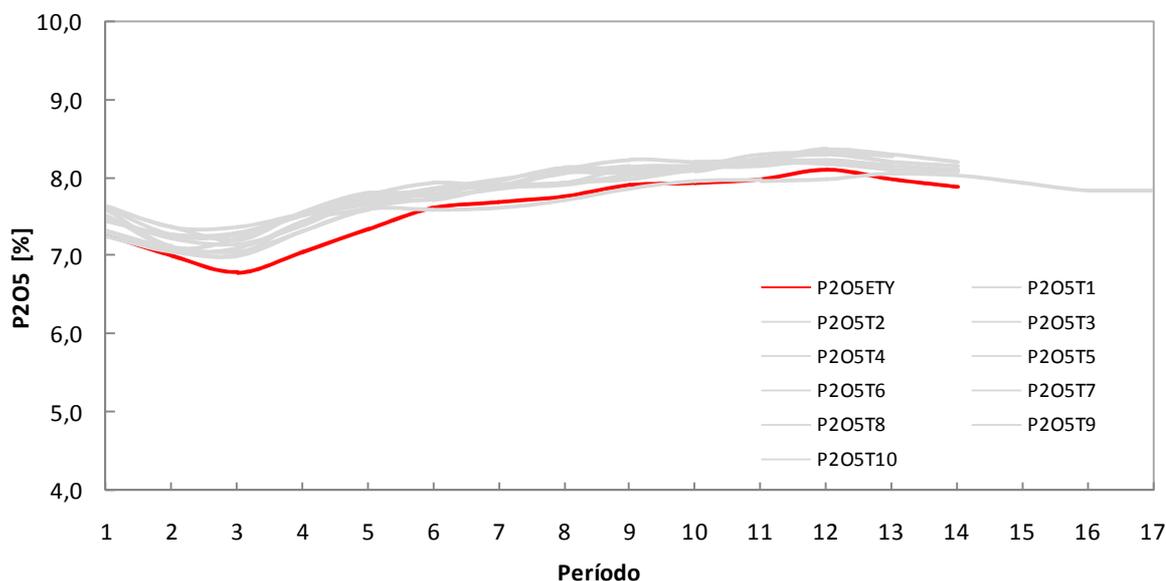


Figura 5.16- Valor médio dos teores para cada sequencia de lavra referente as simulações realizadas (E-type e realizações).

O impacto na variação dos teores ao longo do sequenciamento de lavra com o risco associado à probabilidade dos teores estarem acima do teor de corte é apresentado na Figura 5.17. Observa-se um aumento gradativo nos teores em função do risco associado. Ou seja, na medida que formos restringindo a aceitação ao risco, temos que para o caso de estudo selecionado, os teores são relacionados a teores cada vez mais elevados para viabilizar a cava.

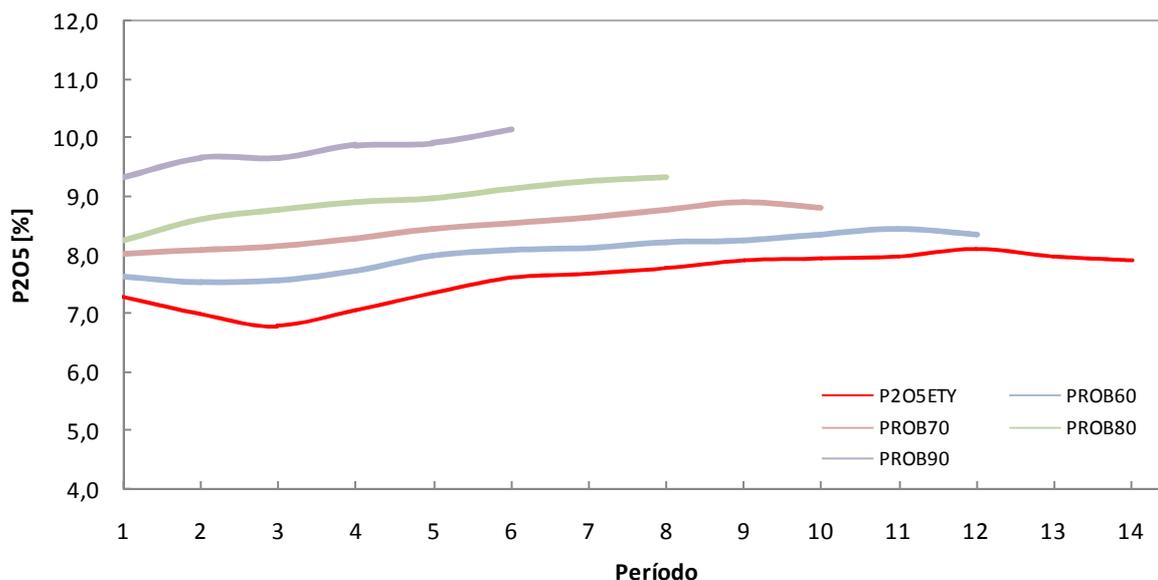


Figura 5.17- Valor médio dos teores para cada sequência de lavra referente as simulações realizadas incorporando o risco geológico.

A variação no VPL gerado a partir das simulações selecionadas pode ser observada na Figura 5.18. Neste caso, está apresentado em vermelho o valor presente líquido descontado ao longo da vida útil da reservas atendendo as restrições determinadas no sequenciamento de lavra.

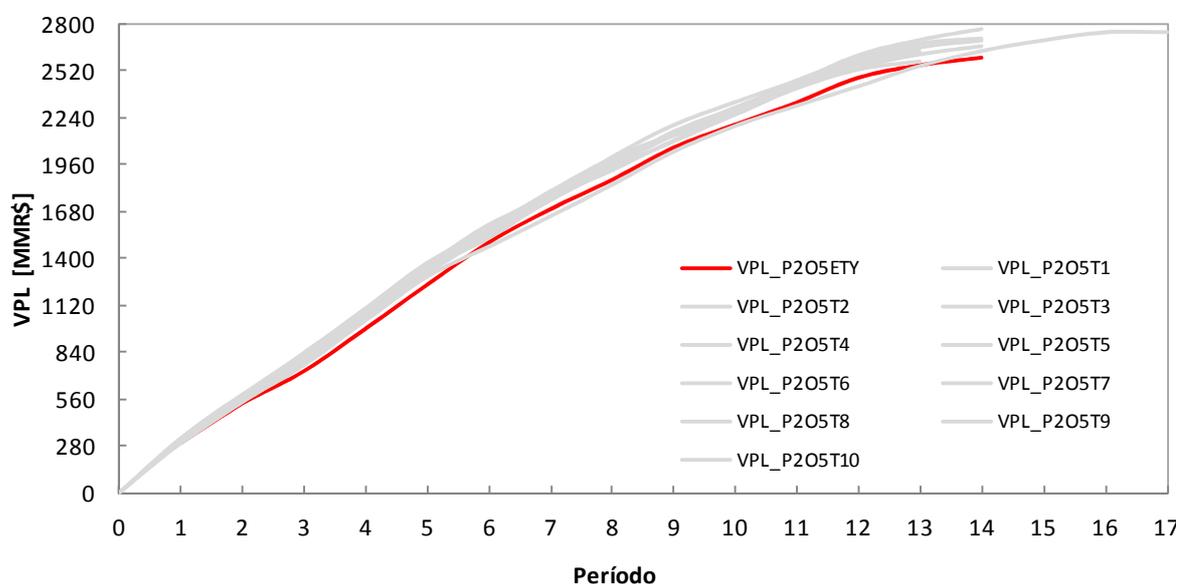


Figura 5.18- Fluxo de caixa descontado para o sequenciamento utilizando os modelos simulados (cinza) e o valor esperado das simulações (vermelho).

Da mesma forma, a Figura 5.19 apresenta a variação no VPL gerado a partir das simulações selecionadas. Observa-se uma variação de 619MR\$ quando comparado o VPL gerado no sequenciamento com

probabilidade acima de 90,0% do teor de corte em relação ao VPL esperado.

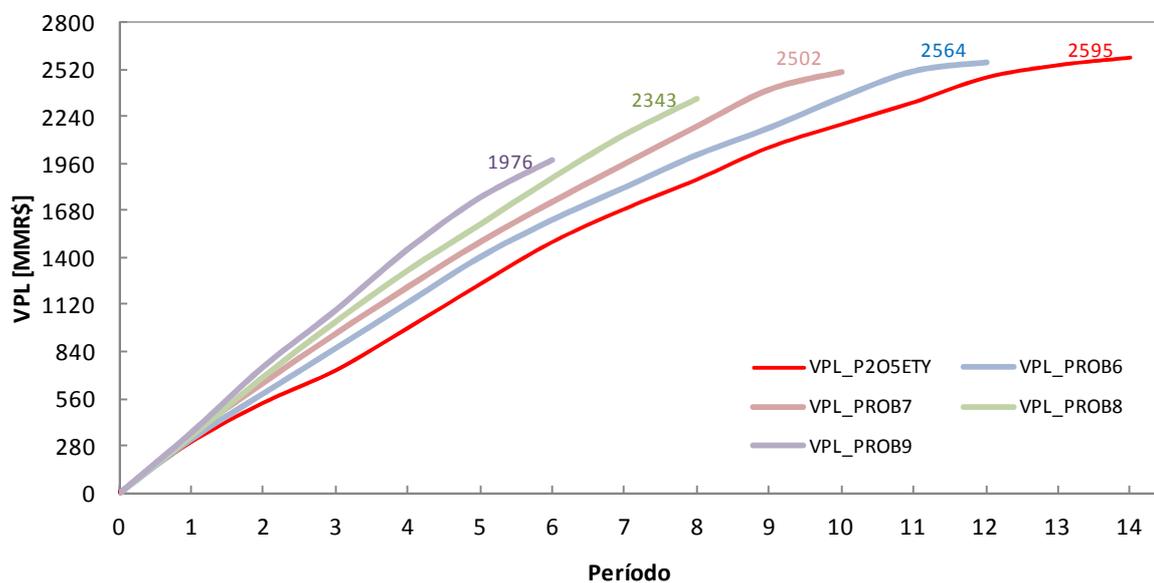


Figura 5.19- Análise de risco do fluxo de caixa para a sequência de lavra comparado ao valor esperado das simulações (vermelho).

Capítulo 6

6.1. CONCLUSÕES

A aplicação de técnicas de simulação geoestatística demonstrou ser uma ferramenta indispensável para uma abordagem de incerteza sobre variáveis geológicas. Avaliações tradicionalmente feitas pela indústria mineira contemplam análises de sensibilidade sobre parâmetros também incertos, casos de custos, preços de venda, desempenho do processo, entre outros.

A incorporação dessa variabilidade permite avaliar os impactos nas etapas de planejamento de lavra. Apesar de ter sido definido um horizonte de planejamento com base no modelo de blocos gerado por técnicas de estimativa por krigagem, os impactos nos avanços operacionais (*pushbacks*) puderam ser notados e possivelmente frente a essa perspectiva o próprio plano pudesse ser alterado em função das diferenças apresentadas por modelos equiprováveis. No entanto, a finalidade não era essa alteração do plano e sim a mensuração do impacto que essas variações teriam no resultado do projeto. Isso foi mapeado e comprovado que a variabilidade de teores é definitivamente um aspecto relevante de natureza incerta a ser considerado (em função da carência de dados, variabilidade intrínseca ao depósito, qualidade da informação, etc.) podendo representar, para o caso estudado, até 10% no resultado econômico do projeto para a área delimitada. Isso em se tratando de cenários extremos e equiprováveis.

Outro aspecto que se mostrou relevante a partir da aplicação da metodologia foi a observação do comportamento do depósito sob os cenários de aversão/aceitação ao risco. O risco no estudo foi medido pela probabilidade de um determinado bloco assumir um valor maior que o teor de corte de 5% de P_2O_5 . Na medida em que foi sendo reduzida a aceitação ao risco, restaram parcelas do depósito associadas a áreas de teores mais elevados onde a incerteza realmente era menor, seja pela própria presença de dados amostrais ou pela característica do depósito.

A introdução do parâmetro incerteza conjugado com o critério risco propicia que a empresa defina abordagens de lavra do seu projeto minimizando os erros com um menor investimento em amostragens sendo que determinado cenário já proporciona um resultado muito próximo do que seria o resultado esperado para o projeto. Essa conclusão pode ser retirada da comparação entre o cenário do plano realizado sobre o modelo do E-Type em relação aos planos com probabilidades progressivas.

A introdução do fator de risco permite ainda definir áreas que devem ser melhor amostradas para que sejam incorporadas em um horizonte de planejamento mais relacionado com médio e curto prazo.

Conforme a meta e os objetivos propostos no capítulo dessa dissertação e após as análises finais dos resultados apresentados neste trabalho, pode-se concluir que:

(i) para a construção do modelo de incertezas de teores dentro de domínios irregulares, foram realizadas simulações condicionais da variável em estudo utilizadas na composição da função-objetivo. As simulações foram devidamente validadas, considerando sua utilização adequada como realização de modelos equiprováveis representativos do depósito e controle do risco associado;

(ii) foi considerado como caso base para a análise de incertezas o valor médio das simulações, assemelhando-se aos métodos de estimativa tradicionalmente utilizados na indústria de mineração;

(iii) a utilização do modelo de incertezas de teores na composição da função objetivo permitiu a quantificação das flutuações dos teores com base nos critérios econômicos de geração da cava final e sequenciamento de lavra;

(iv) a contribuição da abordagem baseada no risco, que pode ser usada para a otimização da programação de produção de minas a céu aberto, representa a simplificação do uso de modelos simulados no gerenciamento do risco no processo mineiro.

6.2. TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados obtidos com esse estudo sugere-se como desenvolvimento futuro:

(i) variar outras formas de quantificar o risco medido pela probabilidade e avaliar a capacidade de um determinado bloco assumir o valor da categoria ao qual foi classificado e verificar o impacto sobre o critério econômico utilizado e sobre as reservas, agregando a informação de múltiplos modelos equiprováveis em um único modelo probabilístico;

(ii) implementar uma matriz de risco incorporando a análise de sensibilidade a partir de outras variáveis relevantes ao impacto no resultado do projeto, tais como: Preço do concentrado, custo de produção, recuperação metalúrgica e identificar quais terão maior peso na tomada de decisão quando analisado o risco do empreendimento;

(iii) aplicar a metodologia a outros tipos de depósitos minerais para investigar se as respostas produzidas por diferentes algoritmos de

simulação realmente são tênues e ainda se o espaço de incertezas entre cenários extremos apresenta intervalos mais discrepantes do que os apresentados pelos resultados do trabalho;

(iv) operacionalizar a metodologia a ponto de ser implementada no processo de produção e tomada de decisão para lavra do bloco a ser minerado;

(v) investigar qual o melhor critério de atribuição de probabilidades para modelos representativos, especialmente os que apresentam valores negativos de VPL e quantificar a dependência da quantidade de atributos combinados nessa escolha de probabilidades

(vi) aplicar uma prévia análise de sensibilidade de parâmetros geológicos e econômicos antes da quantificação das incertezas geológicas para avaliar o grau de flexibilidade do processo no tratamento desses atributos.

6.3. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alabert, F.G., 1987. **The practice of fast conditional simulations through the LU decomposition of the covariance matrix**, *Mathematical Geology*. Volume 19, Number 5, pp 369-386.

Alabert, F.G., 1987. **Stochastic imaging of spatial distributions using hard and soft information**. MSc thesis, Stanford University, Stanford, 197p.

Alfaro, M., 1979. **Etude de la robustesse des simulations de fonctions aléatoires**. Doctoral thesis, E.N.S. des Mines de Paris.

Anderson, T.W., 1984. **An Introduction to Multivariate Statistical Analysis**. John Wiley & Sons, New York. 704p.

Barbaro, R.W. and Ramani, R.V., 1986. **Generalized multiperiod MIP model for production scheduling and processing facilities selection and location**, *Mining Engineering*. February 1986, pp 107-114.

Barbosa, O., 1955. **Guia de Excursões do IX Congresso da Sociedade Brasileira de Geologia**. Sociedade Brasileira de Geologia, p. 3-5.

Barbosa, O.; Braun, O.P.G.; Dyer, R.C. e Cunha, C.A.B.R., 1970. **Geologia da Região do Triângulo Mineiro. Boletim da Divisão de Fomento da Produção Mineral**, DNPM, Bol. 135, 140 p.

Bonato, F.S., 2000. **Planejamento de Lavra com Auxílio de Simulação Geoestatística**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 87p.

Borgman, L., Taheri, M. and Hagan, R., 1984. **Three-dimensional, frequency-domain simulations of geological variables. Geostatistics for Natural Resources Characterization**, South Lake Tahoe, D. Reidel Publishing, pp 517-541. 176

Brod, J.A. ,1999. **Petrology and Geochemistry of the Tapira Alkaline Complex, Minas Gerais State, Brazil**. Durham, Department of Geological Sciences. University of Durham.

Brod, J.A., Ribeiro, C.C., Gaspar, J.C., Junqueira-Brod, T.C., Barbosa, E.S.R., Riffel, B.F., Silva, J.F., Chaban, N., Ferrarri, A.J.D. 2004. **Geologia e Mineralizações dos Complexos Alcalino-Carbonatíticos da Província Ígnea do Alto Paranaíba**. In: 42º Congresso Brasileiro de Geologia, Araxá, Minas Gerais, Excursão 1: 1-29 (CD-ROM).

Caers, J., 1998. **Stochastic simulation with neural networks**. Stanford Center for Reservoir Forecasting, Annual Meeting, v11, Stanford, 66p.

Chiles, J.P., 1984. **Simulation of a nickel deposit: Problems encountered and practical solutions: in Verly, G., David, M., Journel, A. and Marechal, A.** (Eds.) *Geostatistics for Natural Resources Characterization*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, pp 1015-1030.

Chilés, J.P. and Delfiner, P., 1999. **Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty**. John Wiley & Sons, New York, 695p.

Coombes, J., G., 2000. Thomas, I. Glacken e V. Snowden. **Conditional Simulation - Which Method for Mining?** Geostats 2000, Cape Town. CDRom.

Costa, J.F., 1997. **Developments in Recoverable Reserves Estimation and Ore Body Modelling**, Ph.D. Thesis, The University of Queensland, Austrália, 333p.

Costa, J.F., Koppe, J.C. e Zingano, A.C., 1997. **Uncertainty Analysis of Stripping Ratio and Enhanced Coal Mine Planning**, in Proceedings of the MineIT'97 - First International Conference on Information Technologies in the Minerals Industry (Internet), Athens, Greece.

Crawford, J.T. and Davey, R.K., 1979. **Case study in open pit limit analysis**. Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME, pp 310-318.

Cruz, F.F.; CHENEY, T.M., 1976. **Recursos de fosfato no complexo carbonatítico de Tapira**, Minas Gerais. In: CONGR. BRAS. GEOL., 29, Ouro Preto, SBG, v.1, p.89-107.

Damsleth, E., Tjolsen, C.B., Omre, H. and Haldorsen, H.H., 1992. **A 2-stage stochastic model applied to a North-Sea reservoir**. Journal of Petroleum Technology, Volume 44, Number 4, pp 402-408.

Dagdelen, K., 1985. **Optimum Multi-Period Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parametrization**. PhD thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, 222p.

Dagdelen, K. and Francois-Bongarcon, D., 1982. **Towards the complete double parameterization of recovered reserves in open pit mining**. 17th APCOM Symposium, SME-AIME, Denver, Colorado, pp 288-296. 177.

David, M., Dowd, P. and Korobov, S., 1974. **Forecasting Departure from Planning in Open Pit design and Grade Control**. 12th APCOM Symposium, SME-AIME, Colorado School of Mines, pp F131-F153.

David, M., 1977. **Geostatistical Ore Reserve Estimation**. Elsevier Scientific Publisher, Amsterdam, 364p.

Davis, M., 1987. **Production of conditional simulations via the small LU decomposition of the covariance matrix**. *Mathematical Geology*, Volume 19, Number 2, pp 91-98.

Deutsch, C.V., 1992. **Annealing techniques applied to reservoir modeling and the integration of geological and engineering (well test) data**. PhD thesis, Stanford University, Stanford, 306p.

Deutsch, C. V. , 1998. **Cleaning Categorical Variable (Lithofacies) Realizations with Maximum a-posteriori Selection**. *Computers & Geosciences*, 24 (6): pp. 551-562.

Deutsch, C. V. and A. G. Journel, 1992. **Annealing techniques applied to the integration of geological and engineering data**. Stanford, Stanford Centre for Reservoir Forecasting.

Deutsch, C.V. & Journel, A.G., 1996. **GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide**, Oxford University Press, New York, 360p.

Deutsch, C.V. and Journel, A.G., 1998. **GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide**. Oxford University Press, New York, 368p.

Diedrich, C., 2012. **Incorporação da variabilidade dos teores para análise de risco de recursos minerais e sequenciamento de lavra**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 188p.

Dimitrakopoulos, R., 1994. **Geostatistics for the Next Century**. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 497p.

Dimitrakopoulos, R., 1998. **Conditional simulation algorithms for modelling orebody uncertainty in open pit optimisation**, *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*. Number 12, pp 173-179.

Dimitrakopoulos, R., 1999. **Uncertainty models, risk analysis and optimisation of mining operations.** International Symposium on Geostatistical Simulations for the Mining Industry. Perth, Australia, WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland, CD-ROM.

Dimitrakopoulos, R. and Li, S., 2000. **Conditional simulation of faults and uncertainty assessment in longwall coal mining.** Geostat 2000 - 6th International Geostatistical Congress, Cape Town, Geostatistical Association of South Africa, pp 692-703.

Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C.T. and Godoy, M., 2001. **I'd rather be approximately right than precisely wrong: Grade uncertainty, risk effects, and Decision making in open pit design.** Strategic Mine Planning Conference, Perth, Whittle Programming Ltd., pp 45-42.

Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C.T. and Godoy, M., 2002. **Moving forward from traditional optimisation: Grade uncertainty and risk effects in open pit mine design.** Transcript of the Institute of Mining and Metallurgy, Volume Section A: Minerals Industry, Number 111, pp A82-A89.

Dimitrakopoulos, R. and Ramazan, S., 2004. **Uncertainty based production scheduling in open pit mining.** SME Transactions, vol. 316, p.106-112.

Dowd, P.A., 1994. **Risk assessment in reserve estimation and open pit planning,** Transcript of the Institute of Mining and Metallurgy. Volume Section A: Minerals Industry, Number 103, pp A148-A154.

Dowd, P.A., 1997. **Risk in mineral projects: analysis, perception and management.** Transcript of the Institute of Mining and Metallurgy, Volume Section A: Minerals Industry, Number 106, pp A6-A18.

Dowd, P.A., and Sarac, C., 1994. **An extension of the LU decomposition method of simulation**. In Geostatistical Simulations, M. Armstrong and P. A. Dowd, eds. Kluwer, Dordrecht, Netherlands, 23-36.

Dowd, P.A., and Onur, A., 1992. **Optimizing open pit design and sequencing**. APCOM, Tucson, AZ. 179.

Farrelly, C.T., 2002. **Risk Quantification in Ore Reserve Estimation and Open Pit Mine Planning**. MSc thesis, The University of Queensland, Brisbane, 150p.

Farmer, C., 1988. **The generation of stochastic fields of reservoir parameters with specified geostatistical distributions**. In S. Edwards and P. R. King, editors, Mathematics in Oil Production, pp 235-252. Clarendon Press, Oxford.

Farmer, C.L., 1991. **Numerical rocks. The Mathematical Generation of Reservoir Geology**, New York, Oxford University Press, pp 437-447.

Froidevaux, R., 1993. **Probability field simulation. Geostatistics Troia 92**, Troia, Kluwer Academic Publishers, pp 73-84.

Fytas, K., Pelly, C. and Calder, P. 1987. **Optimization of open pit short- and long-range production scheduling**. CIM Bulletin, Volume 80, Number No.904, pp. 55-61.

Geoconsultoria, 2005. **Taludes de Mina – Depósitos de Estéril - Relatório técnico Fosfertil**, FF21-RT-03 - Rev. 01.

Gershon, M.E., 1983a. **Mine scheduling optimization with mixed integer programming**. Mining Engineering, April 1983, pp 351-354.

Gershon, M.E., 1983b. **Optimal mine production scheduling: evaluation of large scale mathematical programming approaches.** International Journal of Mining Engineering, Volume 1, pp 315-329.

Gibson, S. A., Thompson, R. N., Leonardos, O. H., Dickin, A. P., Mitchell, J. G., 1995. **The Late Cretaceous impact of the Trindade mantle plume: evidence from large-volume, mafic, potassic magmatism in SE Brazil.** J. Petrol.36 (1), p. 189-229.

Glacken, I.M. 1996. **Change of Support by Direct Conditional Block Simulation.** MSc thesis, Stanford University, Stanford, 130p.

Glacken, I. and Morley, C., 2003. **Leading practice in Resource and Reserve reconciliation.** Unpublished paper prepared for Placer Dome Inc.

Godoy, M. C., 1997. **Minimização de perdas em Operações de Lavra Seletiva Incorporando a Incerteza da Estimativa no Controle de Teores.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 91p.

Godoy, M. C., 2003. **The effective management of geological risk in long-term production scheduling of open pit mines.** PhD thesis, 256 p, The University of Queensland, Brisbane.

Gómez-Hernández, J. and X. Wen, 1994. **To be or not to be multiGaussian? That is the question.** Stanford, Stanford Center for Reservoir Forecasting.

Goovaerts, P. 1997. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation.** Oxford University Press, New York, 483 p.

Goovaerts, P., 1998. **Impact of the simulation Algorithm, Magnitude of Ergodic Fluctuations and Number of Realizations on the Spaces of Uncertainty of Flow Properties.** Stanford, Stanford University.

Guardiano, F.B. and Srivastava, M.R., 1993. **Multivariate geostatistics: Beyond bivariate moments.** Geostatistics Troia '92, Troia, Kluwer Academic Publishers, pp 793-804.

Halatchev, R., 2002. **The Time Aspect of the Optimum Long-Term Open Pit Production Sequencing.** 30th. Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Littleton, SME.

Halatchev, R. & Dimitrakopoulos, R., 1999. **General optimisation and uncertainty assessment of open pit design and production scheduling** ARC/SPIRT C89804477. Report No. N-5992, WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland, 216p.

Hewett, T. A., and Behrens, R.A., 1988. **Conditional simulation of reservoir heterogeneity with fractals.** SPE paper 18326, 63rd Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Houston, Texas, 645-660.

Hochbaum, D.S., and Chen, A., 2000. **Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the open-pit mining problem.** Operations Research, Volume 48, Number 6, pp 894-914.

Hustrulid, W., Kuchta, M, 2006. **Open pit planning and design.**, 2nd Edition, Volume 1 - Fundamentals, London.

Hustrulid, W. and Kuchta, M., 1995. **Open Pit Mining Planning & Design.** A.A. Balkema, Rotterdam, 636p. 181

Isaaks, E.H. and Srivastava, M.R., 1989. **Applied Geostatistics.** Oxford University Press, New York, 561p.

Isaaks, E. H., 1990. The **application of Monte Carlo methods to the analysis of spatially correlated data**. Unpublished Ph.D. thesis, Stanford University, Stanford, Calif.

Johnson, M.E., 1987. **Multivariate Statistical Simulation**. John Wiley & Sons, New York, 212p.

Johnson, T.B., 1968. **Optimum Open Pit Mine Production Scheduling**. PhD thesis, University of California, Berkeley, 120p.

Journel, A. G., 1974. "**Geostatistics for Conditional Simulation of Orebodies**." *Economic geology*, 69: 673-680.

Journel, A.G., 1994. **Geostatistics and Reservoir Geology, in Stochastic Modeling and Geostatistics. Principles, Methods, and Case Studies**, (Yarus, J.M. and Chambers, R.L., eds), Published by American Association of Petroleum Geologists, AAPG Computer Applications in Geology, N° 3, Tulsa, USA, pp. 19-20.

Journel, A.G., and F. Alabert, 1989. **Non-Gaussian data expansion in the Earth Sciences**. *Terra Nova*, 1(2), 123-134.

Journel, A. G. & Huikbregts, C. J. 1978. **Mining Geostatistics**, Academic Press, London, 600 p.

Kim, Y.C., 1967. **Mathematical Programming Analysis of Mine Planning Problems**. PhD thesis, The Pennsylvania State University, University Park, 246p.

Kim, Y.C., 1978. Open Pit Limit Analysis. **Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry**, SME-AIME., pp 297-303. 182

Kolmogorov, A.N., 1950. **Foundations of the theory of probability**. Chelsea Publishing Co., New York, 84p.

Korobov, S., 1974. **Method for determining ultimate open pit limits.** Technical Report ED 74-R-4, Department of Mineral Engineering, Ecole Polytechnique, Montreal.

Krige, D., 1951. **A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand.** MSc thesis, University of South Africa, Witwatersrand.

Lerchs, H. and Grossmann, L., 1965. **Optimum design of open-pit mine.** CIM Transactions, Volume LXVIII, CIM, Montreal, pp 17-24.

Lindenmayer, Z.G., (1978) – **A Chaminé Carbonatítica de Tapira e sua Mineralização a Titânio, Fosfato e Nióbio.** Salvador, UFBa. 37 p.

Luo, X. 1998. **Spatiotemporal stochastic models for earth science and engineering applications.** PhD thesis, McGill University, Montreal, 177p.

Matheron, G. 1963. **Principles of geostatistics,** Economic Geology, Volume 58, pp. 1246-1266.

Matheron, G. 1971. **Principles The Theory of Regionalized Variables and its Applications,** Les Cahiers du CMM. Fasc. No. 5, ENSMP, Paris, 211 p.

Matheron, G., 1973. **The intrinsic random functions and their applications,** **Advances in Applied Probability.** Volume 5, pp 439-468.

Matheron, G., H. Beucher, C. de Fouquet, A. Galli, D. Guerillot, and C. Ravenne, 1987. **Conditional simulation of the geometry of fluviodeltaic reservoirs.** SPE paper # 16753.

Mathieson, G.A., 1982. **Open pit sequencing and scheduling.** Honolulu, Hawaii, SMEAIME, pp 1-15.

Myers, D. E., 1996. "**Choosing and Using Simulation Algorithms.**" Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences, Fort Collins, U.S. Department of Agriculture.

Onur, A. and Dowd, P.A., 1993. **Open pit optimisation - Part 2: Production scheduling and inclusion of roadways.** Transactions Institution of Mining and Metallurgy (Sect. A: Min. Industry), Volume 101, pp A104-108.

Peroni, R.L., 2002. **Análise de Sensibilidade do Sequenciamento de Lavra em Função da Incerteza do Modelo Geológico.** Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 126p.

Pilger, G. G., 2000. "**Crítérios para Locação Amostral Baseados em Simulação Estocástica.**" Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 127p.

Ramani, R.V., 1970. **Mathematical Programming Applications in the Crushed Stone Industry.** PhD thesis, The Pennsylvania State University, Universtity Park.

Ramazan, S., 1996. **A New Push Back Design Algorithm in Open Pit Mining.** MSc thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, 164p.

Ramazan, S., 2007. **The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines.** European Journal of Operations Research, 177 pp 1153-1166.

Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R., 2007. **Stochastic optimization of long-term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation.** In, Orebody Modelling and Strategic Mine Planning: Uncertainty and risk management 185 models, The Australian Institute of Mining and Metallurgy, Spectrum vol. 14, 2nd Edition, pp. 385-392.

Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R. 2004a. **Traditional and new mip models for production scheduling with in-situ grade variability.** International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment 18(2) 85-98.

Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R. 2004b. **Recent applications of operations research and efficient MIP formulations in open pit mining.** SME Transactions 316 73 – 78.

Ramazan, S. and Dagdelen, K. 1998. **A new push back design algorithm in open pit mining.** Proceedings of the 17th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, Calgary, Canada, A.A. Balkema, Rotterdam, pp 119-124.

Ravenscroft, P.J. 1992a. **Recoverable reserve estimation by conditional simulation.** Case histories and methods in mineral resources evaluation, Geological Society of London, pp 289-298.

Ravenscroft, P.J. 1992b. **Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation.** Transcripts of Institution of Mining and Metallurgy, Number 101, pp A104- A108.

Ravenscroft, P.J. 1994. **Conditional simulation for mining: Practical implementation in an industrial environment.** In Armstrong, M. and Dowd, P. (Eds.) Geostatistical Simulations. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp 79-87.

Rosenblatt, M. 1952. **Remarks on multivariate transformation.** *Annals of Mathematical Statistics*, Number 23, pp 470-472.

Rossi, M.E. and Parker, H.M. 1994. **Estimating recoverable reserves: Is it hopeless?** In Dimitrakopoulos, R. (Ed.) Geostatistics for the Next Century, Montreal, Canada, Kluwer Academic Publishers, pp 259-276.

Rossi, M.E. and Van Brunt, B.H. 1997. **Optimizing conditionally simulated orebodies with Whittle 4D**. Optimizing with Whittle 97, Perth, Whittle Programming Pty Ltd, pp 119-128.

Rossi, M.E. 1999. **Uncertainty and risk models for decision-making processes**. 28th APCOM Symposium, SME-AIME, Golden, Colorado School of Mines, pp 185- 195. 186 SEER, H.J. (1999) – **Evolução tectônica dos grupos Araxá, Ibiá e Canastra na sinforma de Araxá-MG**. Tese de Doutorado. UNB-IG. Brasília, 267 p.

Seymour, F., 1994. **Finding the mining sequence and cutoff-grade schedule that maximizes net present value**. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc Transactions, Volume 298, pp 1880-1884.

Seymour, F., 1995. **Pit limit parameterization from modified 3D Lerchs-Grossmann algorithm**. SME Annual Meeting '95, Denver, USA, Society for Mining Metallurgy and Exploration, pp 1-11.

Silva, C.H., 2003. **Mapa Geológico da Faixa Brasília da Região de Tapira, SW de Minas Gerais**. UNESP.

Silva, N. C. S., 2008. **Metodologia de planejamento estratégico de lavra incorporando riscos e incertezas para a obtenção de resultados operacionais. Tese de Doutorado** - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo, 118p.

Smith, M. and Dimitrakopoulos, R., 1999. **Influence of deposit modelling on mine production scheduling**. International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, Volume 13, pp 173-178.

Srivastava, R.M., Hartzell, D.R. and Davis, B.M. 1992. **Enhanced metal recovery through improved grade control**. 23rd APCOM Symposium, Littleton, pp 243- 249.

Srivastava, M.R. 1992. **Reservoir characterization with probability field simulation**. 67th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Washington, SPE, pp 927-938.

Srivastava, R. M., 1996. **An overview of Stochastic Spatial Simulation**. Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences, Fort Collins, U.S. Department of Agriculture.

Sonoki, I.K. & Garda, G.M., 1988. **Idades K-Ar de rochas alcalinas do Brasil Meridional e Paraguai Oriental: compilação e adaptação às novas constantes de decaimento**. Boletim IGUSP.Série Científica, v. 19, p. 63-85.

Strebelle, S., 2001. **Sequential simulation drawing structures from training images**. PhD thesis, Stanford University, Stanford, 316p.

Sullivan, J., 1984. **Conditional recovery estimation through probability kriging - theory and practice**. In Verly, G., David, M., Journel, A. and Marechal, A. (Eds.) Geostatistics for natural resource characterisation. Reidel Publishing Company, Dordrecht, pp 365-384. 187.

Thwaites, A. M., 1998. "**Assessment of Geological Uncertainty for a Mining Project**." 27th APCOM.

Tolwinski, B., 1998. **Scheduling production for open pit mines**. 27th APCOM Symposium, IMM, London, England, pp 651-662.

Valente, J., 2004. **Laudo Técnico/2004 para avaliação da jazida (mina) denominada TAPIRA**. Relatório Interno – Fosfértil S.A.

Valeriano, C.M. et al., 1995. **Evolução Estrutural do Domínio Externo da Faixa Brasília no Sudoeste de Minas Gerais: Registro de uma Tectônica Pré-brasiliana**. Revista Brasileira de Geociências. V25.

Verly, G., 1993. **Sequential Gaussian cosimulation: A simulation method integrating several types of information.** Geostatistics Troia 92, Troia, Kluwer Academic Publishers, pp 543-554.

Wang, Q. and Sevim, H., 1993. **An alternative to parameterization in finding a series of maximum metal pits for production scheduling.** 24th APCOM Symposium, SME-AIME, Littleton, pp 168-175.

Wang, L., 1995. **Modeling complex reservoir geometries with multiple-point statistics.** Stanford Center for Reservoir Forecasting, Annual Meeting, v8, Stanford, 46p.

Whittle, J., 1993. **Four-D Whittle Open Pit Optimisation Software** - User Manual. Whittle Programming Pty Ltd, Melbourne, 389p.

Whittle, J. and Rozman, L., 1991. **Open pit design in 90's.** Proceedings Mining Industry Optimisation Conference, AusIMM, Sydney.

Whittle, P., 1963. **Stochastic processes in several dimensions.** Bulletin International Statistical Institute, Volume 40, pp 974-994. 188.