

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**RICARDO DE AZAMBUJA**

**AVANÇOS NO DESEMPENHO DE  
CIRCUITOS ACOPLADOS  
INDUTIVAMENTE COM  
COMPENSAÇÃO CAPACITIVA E  
AJUSTE DA FREQUÊNCIA**

Porto Alegre  
2012



**RICARDO DE AZAMBUJA**

**AVANÇOS NO DESEMPENHO DE  
CIRCUITOS ACOPLADOS  
INDUTIVAMENTE COM  
COMPENSAÇÃO CAPACITIVA E  
AJUSTE DA FREQUÊNCIA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Valner João Brusamarello**

Porto Alegre  
2012



**RICARDO DE AZAMBUJA**

**AVANÇOS NO DESEMPENHO DE  
CIRCUITOS ACOPLADOS  
INDUTIVAMENTE COM  
COMPENSAÇÃO CAPACITIVA E  
AJUSTE DA FREQUÊNCIA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Valner João Brusamarello, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Fernando Rangel de Sousa, UFSC

Doutor pela Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications – Paris, França

Prof. Dr. Sérgio Luís Haffner, UFRGS

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Prof. Dr. Arturo Suman Bretas, UFRGS

Doutor pela Virginia Polytechnic Inst. and State University – Blacksburg, EUA

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. João Manuel Gomes da Silva Jr.

Porto Alegre, dezembro de 2012.



## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha esposa Daniele e ao meu filho Enrico, pois eles são a minha inspiração para vencer qualquer desafio.



## **AGRADECIMENTOS**

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFRGS, PPGEE, bem como a todos os seus professores.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Valner João Brusamarello, pela paciência, orientação e dedicação.

Ao Prof. Dr. Jéferson Vieira Flores, pelo apoio e incentivo que me deram coragem pra voltar a fazer aquilo que eu gosto.

Aos meus amigos e companheiros do LAPROC, pelas inúmeras conversas e discussões produtivas a respeito das nossas pesquisas.

Às funcionárias da Secretaria do PPGEE, pois são elas que mantêm tudo funcionando.

À CAPES pelo auxílio financeiro que me proporcionou os meios necessários para vencer mais essa etapa na minha vida.



## RESUMO

Neste trabalho, é apresentado um estudo sobre sistemas de transmissão de energia com o uso de bobinas fracamente acopladas magneticamente. A análise é feita levando-se em conta os efeitos parasitas dos componentes em um circuito equivalente considerando-se somente uma única frequência e o circuito já no regime estacionário. Esse circuito é alimentado por uma fonte de tensão senoidal e conectado a uma carga puramente resistiva por simplificação. São analisadas a potência de saída e a eficiência do circuito. Portanto um exercício de otimização dessas duas variáveis é desenvolvido ao longo desse trabalho com diferentes possíveis configurações. Um novo método de compensação do circuito utilizando quatro capacitores é apresentado. Além disso, é explorada a possibilidade de se melhorar ainda mais o resultado da compensação através do ajuste da frequência de ressonância. Inicialmente, o circuito básico sem compensação é analisado. A seguir, são desenvolvidas equações para as máximas eficiência e potência na saída para os circuitos contendo somente um capacitor de compensação. Também são demonstradas as configurações normalmente utilizadas para compensação com dois capacitores. Então a compensação de um circuito com quatro capacitores sem perdas é analisada. Finalmente, após serem adicionadas todas as perdas resistivas dos componentes do circuito, um método de busca é empregado para encontrar os valores ótimos (ou subótimos) dos capacitores que fazem o circuito alcançar a máxima eficiência ou potência na saída. Um algoritmo baseado no método Monte Carlo é apresentado de modo a obter boas soluções para o problema de otimização proposto e assim evitar a análise direta do intrincado sistema de equações resultantes da compensação com mais do que dois capacitores. Para verificar experimentalmente os resultados teóricos e das simulações foi construído um protótipo que possibilita uma variação linear e de maneira controlada do coeficiente de acoplamento entre as bobinas. Os resultados são comparados e, ainda, melhorados através do método da sintonia da frequência.

**Palavras-chave:** Transferência de energia, acoplamento indutivo, compensação, otimização, eficiência, Monte Carlo.



## ABSTRACT

In this work, we present a study of power transmission systems using magnetically loosely coupled coils. The analysis is done taking into account the effects of parasitic components in an equivalent circuit considering only a single frequency and the circuit already in the steady state. This circuit is powered by a sinusoidal voltage source and connected to a purely resistive load for simplification. Improvements in the output power and efficiency of the circuit are the main topic. So an exercise in optimization of these two variables is developed throughout this work with different possible configurations. A new compensation method using four capacitors of the circuit is presented. Moreover, the possibility is exploited to further improve the result of compensation by adjusting the resonance frequency. Initially, the basic circuit without compensation is analyzed. The following equations are designed for maximum efficiency and output power for the circuits containing only one compensation capacitor. Also, the settings normally used to offset two capacitors are presented. So the compensation of a circuit with four capacitors lossless is analyzed. Finally, are added all the resistive losses of the circuit components, an search method is employed to find the optimal values (or suboptimal) capacitors that make the circuit to achieve maximum efficiency or power output. An algorithm based on Monte Carlo method is presented to solve the proposed optimization problem and thus avoid direct analysis of the intricate system of equations resulting from the clearing of more than two capacitors. To experimentally verify the theoretical results of simulations a prototype was constructed which allows for linear variation and a controlled coefficient of coupling between the coils. The results are compared and, moreover, improved by the method of tuning the frequency.

**Keywords:** Inductive power transfer, compensation, electromagnetic coupling, optimization, Monte Carlo.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Circuito com duas bobinas acopladas magneticamente . . . . .	32
Figura 2:	Circuito da Figura 1 com perdas . . . . .	35
Figura 3:	Modelo equivalente do circuito da Figura 1 com adição de perdas e uma carga $Z_L$ . . . . .	36
Figura 4:	Circuito da Figura 1 com perdas . . . . .	37
Figura 5:	Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no secundário e resistência interna da fonte $R_S$ . . . . .	41
Figura 6:	Modelo equivalente T do circuito da Figura 5 . . . . .	41
Figura 7:	Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo . . . . .	41
Figura 8:	Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo . . . . .	42
Figura 9:	Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo após transformação série-paralelo . . . . .	43
Figura 10:	Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo após transformação série-paralelo e indicando a corrente $I_{RES2}$ que será minimizada . . . . .	44
Figura 11:	Gráfico da eficiência $\eta$ (equação 55) em função do valor de $C$ . . . . .	45
Figura 12:	Circuito da Figura 2 com capacitor série no secundário . . . . .	45
Figura 13:	Modelo equivalente T do circuito da Figura 12 . . . . .	46
Figura 14:	Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor série . . . . .	46
Figura 15:	Gráfico da eficiência $\eta$ (equação 63) em função do valor de $C$ . . . . .	47
Figura 16:	Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no primário . . . . .	48
Figura 17:	Modelo equivalente T do circuito da Figura 16 . . . . .	48
Figura 18:	Circuito equivalente refletido no primário com capacitor paralelo . . . . .	48
Figura 19:	Gráfico da potência na carga $P_{OUT}$ em função do valor de $C$ . . . . .	50
Figura 20:	Gráfico da eficiência $\eta$ (equação 73) em função do valor de $C$ . . . . .	51
Figura 21:	Circuito da Figura 2 com capacitor série no primário . . . . .	51
Figura 22:	Modelo equivalente T do circuito da Figura 21 . . . . .	51
Figura 23:	Circuito equivalente refletido no primário com capacitor série . . . . .	52
Figura 24:	Circuito da Figura 2 com capacitor série no primário e paralelo no secundário (SP) . . . . .	53
Figura 25:	Circuito da Figura 2 com capacitor série no primário e série no secundário (SS) . . . . .	54
Figura 26:	Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no primário e série no secundário (PS) . . . . .	54
Figura 27:	Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no primário e no secundário (PP) . . . . .	54

Figura 28:	Circuito da Figura 1 com capacitores paralelo e série no primário e no secundário . . . . .	56
Figura 29:	Modelo equivalente T do circuito da Figura 28 . . . . .	56
Figura 30:	Modelo equivalente T do circuito da Figura 28 após os cancelamentos . . . . .	56
Figura 31:	Circuito da Figura 2 com capacitores paralelo e série no primário e no secundário . . . . .	57
Figura 32:	Modelo equivalente T do circuito da Figura 32 . . . . .	57
Figura 33:	Diagrama de blocos do sistema apresentado em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013) . . . . .	59
Figura 34:	Algoritmo simplificado utilizado no sistema da Figura 33 . . . . .	59
Figura 35:	Imagem do protótipo construído para as medidas experimentais . . . . .	60
Figura 36:	Circuito da Figura 31 com disposição dos equipamentos utilizados para medição . . . . .	61
Figura 37:	Esquema para medição do $k$ desconsiderando as perdas . . . . .	62
Figura 38:	Esquema para medição do $k$ considerando as perdas . . . . .	62
Figura 39:	Comportamento da potência na saída $P_{OUT}$ do circuito sem compensação . . . . .	66
Figura 40:	Comportamento da eficiência $\eta$ do circuito sem compensação . . . . .	66
Figura 41:	Comportamento da tensão $V_L$ de pico no circuito sem compensação . . . . .	67
Figura 42:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ do circuito com capacitor paralelo no secundário . . . . .	67
Figura 43:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ do circuito com capacitor paralelo no secundário . . . . .	67
Figura 44:	Comportamento da tensão $V_L$ de pico no circuito com capacitor paralelo no secundário usando a mesma compensação da máxima potência na saída . . . . .	68
Figura 45:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ do circuito com capacitor série no secundário . . . . .	68
Figura 46:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ do circuito com capacitor série no secundário . . . . .	68
Figura 47:	Comportamento da tensão $V_L$ de pico no circuito com capacitor série no secundário usando a mesma compensação da máxima potência na saída . . . . .	69
Figura 48:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ do circuito com capacitor paralelo no primário . . . . .	69
Figura 49:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ do circuito com capacitor paralelo no primário . . . . .	69
Figura 50:	Comportamento da tensão $V_L$ de pico no circuito com capacitor paralelo no primário usando a mesma compensação da máxima potência na saída . . . . .	70
Figura 51:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ do circuito com capacitor série no primário . . . . .	70
Figura 52:	Comportamento da eficiência $\eta$ do circuito com capacitor série no primário usando a mesma compensação da máxima potência na saída . . . . .	70
Figura 53:	Comportamento da tensão $V_L$ de pico no circuito com capacitor série no primário usando a mesma compensação da máxima potência na saída . . . . .	71

Figura 54:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração PP . . . . .	73
Figura 55:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ da configuração PP . . . . .	73
Figura 56:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração PS . . . . .	74
Figura 57:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ da configuração PS . . . . .	74
Figura 58:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração SP . . . . .	74
Figura 59:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ da configuração SP . . . . .	74
Figura 60:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração SS . . . . .	75
Figura 61:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ da configuração SS . . . . .	75
Figura 62:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração com 4 capacitores baseado no circuito ideal . . . . .	76
Figura 63:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ da configuração com 4 capacitores baseado no circuito ideal . . . . .	76
Figura 64:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração com 4 capacitores . . . . .	77
Figura 65:	Comportamento da máxima eficiência $\eta$ da configuração com 4 capacitores . . . . .	78
Figura 66:	Comparação entre a potência máxima da compensação com 4 capacitores completa e os outros tipos . . . . .	79
Figura 67:	Comportamento do fator de potência na fonte quando na máxima eficiência $\eta$ da configuração com 4 capacitores . . . . .	79
Figura 68:	Comportamento do fator de potência na fonte quando na máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração com 4 capacitores . . . . .	79
Figura 69:	Comportamento da máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração com 4 capacitores - software comercial de otimização . . . . .	80
Figura 70:	Comportamento do fator de potência na fonte quando na máxima potência na saída $P_{OUT}$ da configuração com 4 capacitores - software comercial de otimização . . . . .	80
Figura 71:	Comportamento da máxima potência $P_{OUT}$ variando a frequência e com $R_L = 47\Omega$ na configuração com 4 capacitores . . . . .	80
Figura 72:	Comportamento da potência $P_{OUT}$ com $R_L = 47\Omega$ e $k = 0,04$ na configuração com 4 capacitores . . . . .	80
Figura 73:	Experimento sendo realizado na bancada do autor . . . . .	81



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Capacitores disponíveis no laboratório para os experimentos . . . . .	63
Tabela 2:	Valores dos capacitores para máx. potência usando a Tabela 1 . . . . .	64
Tabela 3:	Valores dos capacitores para máximas eficiência e potência com dois capacitores . . . . .	72
Tabela 4:	Resultados das simulações para o circuito com 4 capacitores calculados por Monte Carlo . . . . .	77
Tabela 5:	Valores dos capacitores para máxima potência usando valores da Tabela 1 . . . . .	82
Tabela 6:	Valores medidos conforme circuito da Figura 36 . . . . .	82



## **LISTA DE ABREVIATURAS**

CMT	Coupled Mode Theory
PP	Capacitor paralelo no primário e no secundário
PS	Capacitor paralelo no secundário e série no primário
PWM	Pulse Width Modulation
RLT	Reflected Load Theory
SP	Capacitor série no primário e paralelo no secundário
SS	Capacitor série no primário e no secundário
WPT	Wireless Power Transfer
ZPA	Zero Phase Angle



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\phi$	Ângulo entre a tensão e a corrente
$\eta$	Eficiência
$Q$	Fator de qualidade
$\phi_{12}$	Fluxo gerado na bobina 1 que atua na bobina 2
$\phi_1$	Fluxo que atua na bobina 1
$M$	Indutância mútua
$P_{OUT}$	Potência real disponível na saída do secundário
$P_{IN}$	Potência real fornecida pela fonte para o primário
$\omega$	Velocidade angular em radianos por segundo



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	25
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	27
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	31
<b>3.1</b>	<b>Introdução</b>	31
<b>3.2</b>	<b>Circuitos Magneticamente Acoplados</b>	31
3.2.1	Indutância Mútua	31
3.2.2	Coefficiente de acoplamento	34
3.2.3	Eficiência e Potência	35
<b>3.3</b>	<b>Método da força bruta ou busca exaustiva</b>	38
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	39
<b>4.1</b>	<b>Introdução</b>	39
<b>4.2</b>	<b>Compensação do circuito utilizando capacitores</b>	40
<b>4.3</b>	<b>Efeitos da compensação usando somente um capacitor</b>	40
4.3.1	Compensação com capacitor paralelo no secundário	40
4.3.2	Compensação com capacitor série no secundário	45
4.3.3	Compensação com capacitor paralelo no primário	47
4.3.4	Compensação com capacitor série no primário	51
<b>4.4</b>	<b>Circuitos com dois capacitores de compensação</b>	52
<b>4.5</b>	<b>Circuito com quatro capacitores de compensação</b>	53
4.5.1	Busca do ponto ótimo	57
<b>4.6</b>	<b>Ajuste pela variação da frequência</b>	58
<b>4.7</b>	<b>Experimentos com o uso do Protótipo</b>	59
4.7.1	Construção do equipamento para os experimentos	59
4.7.2	Como relacionar as variáveis medidas nos experimentos com o circuito teórico	61
4.7.3	Escolha dos valores dos capacitores	62
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	65
<b>5.1</b>	<b>Introdução</b>	65
<b>5.2</b>	<b>Simulações</b>	66
5.2.1	Circuito sem compensação	66
5.2.2	Circuitos compensados com o uso de somente um capacitor	66
5.2.3	Circuitos compensados com o uso de dois capacitores	71
5.2.4	Circuitos compensados com o uso de 4 capacitores	75
5.2.5	Ajuste através da variação da frequência	80

<b>5.3 Experimentos</b> . . . . .	81
<b>6 DISCUSSÕES E CONCLUSÃO</b> . . . . .	85
<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	87
<b>APÊNDICE A TABELAS</b> . . . . .	91

# 1 INTRODUÇÃO

Com os avanços da tecnologia de circuitos integrados, os dispositivos eletrônicos modernos obtiveram uma diminuição expressiva no consumo de energia. Porém, mesmo com todos esses progressos, as baterias não se tornaram menos importantes ou dispensáveis. Na verdade, nos dispositivos portáteis modernos, as baterias tornaram-se um dos componentes mais pesados (MUR-MIRANDA et al., 2010). Tomando como exemplo os dispositivos utilizados em implantes, uma bateria com pequenas dimensões e pouco peso é essencial. Em tais sistemas, a bateria tem um efeito direto na vida do usuário e um mau funcionamento seria um risco à vida do paciente (HARRISON, 2007). Também, como uma alternativa às baterias, o uso de cabos de alimentação traz problemas devido à manutenção e confiabilidade (SI; HU; MALPAS, 2008).

Um possível substituto às baterias ou cabos de alimentação é a transferência de energia por meio de bobinas magneticamente acopladas. Essa alternativa já foi amplamente empregada em diversas aplicações onde a transmissão de energia sem fio é uma necessidade, como em muitos dispositivos biomédicos (OLIVO; CARRARA; MICHELI, 2012; LI; BASHIRULLAH, 2007; HARRISON, 2007), sistemas de instrumentação (BOEIJ et al., 2008), entre outros (KIM et al., 2001; WANG; STIELAU; COVIC, 2005; BIELER et al., 2001). O sistema acoplado magneticamente é usualmente representado por duas indutâncias,  $L_1$  (no circuito primário) e  $L_2$  (no secundário), e uma indutância mútua muito pequena  $M$  (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013).

Grandes progressos foram feitos na última década no domínio da transferência de energia sem fio utilizando a ressonância para aumentar a eficiência do conjunto, sendo que em 2007 cientistas do MIT provaram a possibilidade de transferir, através de uma distância maior que 2 metros, até 60 watts com uma eficiência de 40% (KURS et al., 2007). Em (WANG; STIELAU; COVIC, 2005, 2000), são apresentadas quatro topologias para a transmissão de energia por acoplamento indutivo. Em todas elas apenas dois capacitores de compensação são utilizados. O termo *compensação* diz respeito a utilização de um capacitor em série ou em paralelo com a respectiva bobina de maneira a alcançar a ressonância. Em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013) os autores apresentam um link indutivo compensado por apenas um capacitor. Adicionalmente, um sistema controla a frequência do oscilador da fonte de alimentação por meio da comunicação sem fio disponibilizada pelo módulo de modo a ajustá-la para alcançar a máxima potência na carga. Uma outra técnica, também baseada numa compensação série-paralelo (SP) é proposta em (CHAO et al., 2007). Os autores em (KIANI; GHOVANLOO, 2012) apresentaram uma análise entre a teoria da carga refletida (do inglês *reflected load theory - RLT*) e a teoria do modo acoplado (do inglês *coupled-mode theory-CMT*) e uma compensação do sistema baseada numa configuração série-paralelo (SP). Embora muitos autores tenham abordado o problema através de diferentes métodos a complexidade das equações ainda é

um fator limitante na análise de um circuito compensado com dois ou mais capacitores.

Este trabalho busca utilizar os conhecimentos adquiridos em (BRUSAMARELLO et al., 2012) e (BRUSAMARELLO et al., 2013), porém ampliando as possíveis formas de compensação do circuito, para alcançar uma maior eficiência e transferência de potência. A solução apresentada para o aumento da eficiência do circuito e da potência na carga consiste na utilização da compensação por quatro capacitores e uma posterior sintonia da frequência de ressonância. Inicialmente, o circuito básico sem compensação é analisado. A seguir, são desenvolvidas equações para as máximas eficiência e potência na saída para os circuitos contendo somente um capacitor de compensação. Também são demonstradas as configurações normalmente utilizadas para compensação com dois capacitores. Então a compensação de um circuito com quatro capacitores sem perdas é analisada. Finalmente, após serem adicionadas todas as perdas resistivas dos componentes do circuito, um método de busca é empregado para encontrar os valores ótimos (ou subótimos) dos capacitores que fazem o circuito alcançar a máxima eficiência ou potência na saída. Neste trabalho, um algoritmo baseado no método de Monte Carlo é apresentado de modo a obter boas soluções para o problema de otimização proposto e assim evitar a análise direta do intrincado sistema de equações resultantes da compensação com mais do que dois capacitores. Para verificar experimentalmente os resultados teóricos e das simulações foi construído um protótipo que possibilita uma variação linear e de maneira controlada do coeficiente de acoplamento entre as bobinas. Os resultados são comparados e, ainda, melhorados através do método da sintonia da frequência apresentado em (BRUSAMARELLO et al., 2012) e (BRUSAMARELLO et al., 2013).

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma: no Capítulo 2 é apresentada uma breve revisão bibliográfica do tema; a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento do trabalho é apresentada no Capítulo 3; os desenvolvimentos teóricos necessários para a implementação e posterior verificação, através de simulações e experimentos práticos, da compensação com capacitores é apresentada no Capítulo 4; os resultados são apresentados e comparados no Capítulo 5, mas algumas tabelas com valores detalhados dos componentes encontrados são disponibilizadas no Apêndice A. Então as conclusões, discussões e trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 6.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No ano de 1902, Nikola Tesla deu entrada no pedido de patente (TESLA, 1914) para o seu *Apparatus for Transmitting Electrical Energy* recebendo-a, de No 1.119.732, em 1914. Nela, ele faz o uso de circuitos ressonantes para, nas suas palavras, "*transmitting electrical energy to a distance through the natural media*". Essa é a patente que deu origem aos estudos da transferência de energia sem fio e, por esse motivo, é citada em alguns dos artigos de maior destaque na área.

Neste trabalho, buscou-se dar ênfase para os artigos que utilizam a análise de circuitos através das indutâncias mútuas ou, conforme (KIANI; GHOVANLOO, 2012), *reflected load theory (RLT)*. A abordagem utilizada nesses artigos tem uma maior afinidade com a área da Engenharia Elétrica, ao contrário dos artigos mais conhecidos do MIT (KARALIS; JOANNOPOULOS; SOLJACIC, 2008; KURS et al., 2007) que utilizam a *coupled-mode theory (CMT)*. Nesse capítulo, serão apresentadas apenas as publicações mais importantes, mas muitas outras foram consultadas para o desenvolvimento deste trabalho e aparecerão no decorrer do texto.

Em (WANG; STIELAU; COVIC, 2000) é apresentado um modelo baseado na reflexão do secundário para o primário. O modelo utilizado é o da *indutância mútua* argumentando-se que no modelo convencional de transformador, não são considerados o acoplamento e a indutância de dispersão (*leakage inductance*). Devido ao fraco acoplamento é mostrada a necessidade de se fazer uma compensação no secundário. Porém, para diminuir a potência VA necessária na fonte, também é feita a compensação do primário. Mostra-se que, sem compensação no secundário, tanto a corrente quanto a tensão são dependentes da carga e a máxima potência transferida ocorre quando a resistência da carga é igual à impedância da indutância do secundário. Um ponto importante apresentado no exemplo final é o dado de que, no exemplo considerado, uma variação (devido ao aumento da temperatura, por exemplo) de 5% na capacitância do secundário causa uma queda de 10% na energia transferida entre primário e secundário.

Em (WANG; STIELAU; COVIC, 2005), os autores apresentam quatro topologias de circuito utilizadas na transferência de energia através do acoplamento indutivo. As topologias apresentadas são: compensação série do primário e secundário (SS), compensação série do primário e paralela do secundário (SP), compensação paralela no primário e secundário (PP) e, por fim, compensação paralela no primário e série no secundário (PS). É afirmado que a compensação do primário é normalmente feita para minimizar a potência VA exigida da fonte, deixando a tensão e corrente em fase devido ao ZPA (Zero-Phase-Angle) e a do secundário essencialmente para melhorar o rendimento da transmissão de energia. Chega-se a conclusão de que, teoricamente, a topologia do tipo (SS) é a melhor, pois a compensação do primário torna-a independente tanto da carga quanto do acoplamento. Porém, na prática, a topologia (PP) mostra-se a mais interessante por propiciar

maior corrente no primário e a característica de fonte de corrente, ou seja, corrente independente da carga no secundário torna-se uma melhor alternativa para o carregamento de baterias. Os autores justificam a escolha da frequência (20kHz) afirmando que a limitação abaixo de 100kHz é devido às perdas no chaveamento. Por fim, é apresentado um estudo de caso de um carregador de baterias para veículos elétricos capaz de fornecer 30kW de potência através de uma distância de 45mm, uma frequência nominal de 20kHz e corrente no primário de 150A usando uma topologia do tipo (PP). Esse carregador enquadra-se num acoplamento intermediário entre o fracamente ( $k < 0,2$ ) e o fortemente ( $k \geq 0,5$ ).

No artigo (CHAO et al., 2007) é apresentada uma abordagem de projeto para sistemas de potência fracamente acoplados indutivamente baseada na compensação série-paralelo (SP). São citadas algumas vantagens, destacando-se o isolamento elétrico, que teria uma aplicação útil em ambientes úmidos, de mineração ou prospecção de petróleo. Uma das alternativas expostas para a diminuição das perdas de chaveamento da etapa inversora do primário citada é a do chaveamento na passagem por zero ou na corrente zero. Também é mencionado que, para diminuir a potência VA do primário, é mais efetivo o uso da técnica do ZPA com a compensação através de um capacitor em série no caso de bobinas fracamente acopladas. Entretanto, os autores explicam que, com a ZPA, o sistema fica dependente da carga e da frequência tendo múltiplas possíveis soluções (bifurcação das frequências), sendo a solução clássica o controle da frequência no primário e o uso de um retificador com controle por PWM no secundário. Para aumentar a confiabilidade e diminuir custos, os autores propõem uma estratégia de controle feita somente no primário, mas mantendo o acoplamento  $k$  constante. Com a técnica aplicada, os autores obtiveram uma saída independente da carga e, caso ocorra a alteração dela, o ZPA da entrada pode ser reajustado com a variação da frequência e a manutenção do controle da saída através da técnica do PWM na entrada. No estudo de caso foi utilizado um acoplamento  $k = 0,645$ , que não se encaixa bem na definição de fracamente acoplado de outros autores como (ALEXANDER; SADIKU, 2009).

Destaque é dado para a dependência da eficiência em relação ao coeficiente de acoplamento e que esse último decai com o inverso do cubo da distância no artigo (MURMIRANDA et al., 2010). Também, conforme os autores desse artigo, a CMT utiliza uma outra constante que é chamada de *coeficiente de acoplamento magnético* (MURMIRANDA et al., 2010; CHAO et al., 2007) diferente do  $k$  usado na RLT. É afirmado que indutores com núcleo de ferrite têm indutâncias maiores do que aqueles com núcleo de ar, mas com isso são introduzidas as perdas no núcleo. Essas perdas podem ser modeladas como resistências em paralelo com as indutâncias. Portanto, com o uso de núcleos essas perdas necessariamente deverão ser incluídas no modelamento do circuito. Os resultados apresentados indicam que, para qualquer bobina, a maximização da frequência de ressonância aumenta a potência transferida e a eficiência dadas as restrições impostas pelos componentes parasitas.

Os autores em (LEE; LORENZ, 2011) investigam a aplicação de um sistema de transferência de energia sem fio para altas potências e com um coeficiente de acoplamento baixo. São apresentados dados que mostram que os circuitos são muito sensíveis a resistência série equivalente dos componentes quando operados em baixa frequência. É dito que devido às restrições de projeto, tais como tamanho e distância entre o primário e secundário, a auto-indutância e a indutância mútua não podem ser alteradas de maneira significativa. Logo a frequência de ressonância e as perdas do sistema são os parâmetros disponíveis para o projeto de sistemas de transmissão de energia sem fio eficientes. Apre-

sentam equações para as perdas por radiação e pelo efeito pelicular. Um dado destacado no artigo é que frequências de ressonâncias altas e baixos valores das resistências série equivalente são os pontos chave para uma alta eficiência e capacidade de transmissão de energia. A indutância mútua  $M$  é medida curto circuitando a bobina no secundário e medindo as correntes.

No artigo (KIANI; GHOVANLOO, 2012), é feita uma comparação entre a análise do problema de bobinas magneticamente acopladas através da RLT com a CMT dando grande ênfase para a eficiência da transferência de energia nesses sistemas com aplicações na área médica. São citados diversos autores que já trabalharam, nas últimas três décadas, no projeto e otimização de sistemas para transmissão de energia através de acoplamento indutivo - todos utilizando a análise de circuitos como base. Também é mostrado que a grande inovação dos físicos do MIT (KARALIS; JOANNOPOULOS; SOLJACIC, 2008; KURS et al., 2007) foi a utilização da CMT para aumentar a eficiência da transmissão em grandes distâncias através do uso de até quatro bobinas ressonantes. A CMT somente tem uma boa precisão se o coeficiente de acoplamento  $k$  é pequeno e o fator de qualidade das bobinas  $Q$  é grande. Porém, como a CMT reduz a ordem das equações diferenciais pela metade, comparado à RLT, ela pode ser útil para a análise do transiente em configurações com diversas bobinas acopladas. A análise de transiente do artigo considera as indutâncias referentes ao primário e ao secundário iguais, as capacitâncias de compensação do primário iguais as do secundário e as mesmas resistências de perdas para os dois enrolamentos. Além disso, o valor da carga é feito  $R_L = \infty$  o que limita a utilidade da mesma, mesmo assim o resultado final mostrou que a CMT não considerou as harmônicas, diferentemente da RLT e, assim, mostrou-se muito pouco precisa para esse caso. O artigo finaliza com as deduções referentes a sistemas com  $m$ -bobinas e compara os dados de experimentos práticos, que utilizaram bobinas feitas em placas de circuito impresso, com os valores teóricos calculados mostrando que, tanto a RLT como a CMT, são suficientemente precisos para o cálculo da eficiência da transmissão de energia.



## 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 3.1 Introdução

Para compreender e estudar o funcionamento de sistemas de transmissão de energia sem fio que utilizam acoplamento indutivo é necessário conhecer algumas leis básicas da eletrodinâmica e ferramentas de análise de circuitos. Portanto, considerando que os conhecimentos das leis de Faraday e Ampère são amplamente dominados, o início deste capítulo focará em uma breve revisão dos conceitos da teoria de circuitos magneticamente acoplados apresentando um modelo equivalente, a noção de indutância mútua, o significado do coeficiente de acoplamento e o cálculo da eficiência desse tipo de circuito, bem como das potências transferidas.

Além de analisar o problema da transmissão de energia por acoplamento indutivo com o uso da teoria de circuitos magneticamente acoplados, também serão abordados alguns métodos de pesquisa operacional para a otimização do funcionamento. Como esse tema é bastante extenso, neste trabalho será visto, de forma resumida, o método da força bruta ou busca exaustiva e um método baseado em Monte Carlo, que utilizará heurísticas próprias derivadas do problema estudado.

### 3.2 Circuitos Magneticamente Acoplados

#### 3.2.1 Indutância Mútua

Conforme (WILLIAM H. HAYT; KEMMERLY, 1973), indutância mútua ( $M$ ) é o resultado da ação de um fluxo magnético que atua sobre duas bobinas. Em (KRAUS; FLEISH, 1999) é definida como a razão entre a tensão gerada em um circuito ( $V_1$ ), pela taxa de variação da corrente ( $dI_2/dt$ ) em outro (equação 1).

$$M = \frac{V_1}{dI_2/dt} [H] \quad (1)$$

Em (ALEXANDER; SADIKU, 2009), a tensão induzida numa bobina com  $N$  espiras pode ser calculada pela equação 2.

$$V = N \frac{d\phi}{dt} [V] \quad (2)$$

Considerando-se que, para produzir um fluxo variando no tempo  $\phi$  é necessária uma corrente  $I$ , pela regra da cadeia, chega-se na equação 3.

$$V = N \frac{d\phi}{di} \frac{dI}{dt} [V] \quad (3)$$

Sendo, então, a indutância  $L$  definida pela equação 4.

$$L = N \frac{d\phi}{dI} [H] \quad (4)$$

Conforme (ALEXANDER; SADIKU, 2009), a equação 4 é chamada de *auto-indutância* já que o fluxo  $\phi$  gerado pela corrente  $I$  só diz respeito a própria bobina geradora.

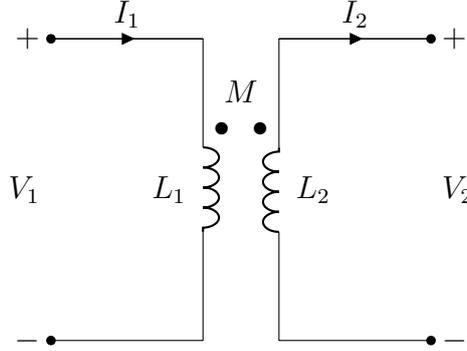


Figura 1: Circuito com duas bobinas acopladas magneticamente

Considerando-se o circuito da Figura 1, com duas bobinas 1 e 2, formadas por  $N_1$  e  $N_2$  espiras respectivamente. Como a corrente  $I_2 = 0$ , o fluxo total  $\phi_1$  emanado pela bobina 1 terá um componente  $\phi_{11}$  que interage somente com ela e um segundo  $\phi_{12}$  com a bobina 2 (equação 5).

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \quad (5)$$

Logo, a tensão induzida na bobina 1 ( $V_1$ ) será aquela da equação 6 e a induzida na bobina 2 ( $V_2$ ) da equação 7.

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} [V] \quad (6)$$

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} [V] \quad (7)$$

Lembrando que a corrente  $I_2 = 0$ , então os fluxos que geram as tensões  $V_1$  e  $V_2$  são gerados somente pela corrente  $I_1$  e a tensão induzida ( $V_1$ ) ficará conforme a equação 8.

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dI_1} \frac{dI_1}{dt} = L_1 \frac{dI_1}{dt} [V] \quad (8)$$

Enquanto que na bobina 2 ( $V_2$ ) será conforme a equação 9.

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dI_1} \frac{dI_1}{dt} \quad (9)$$

Porém, o termo  $N_2 \frac{d\phi_{12}}{dI_1}$  não corresponde à definição de auto-indutância da equação 4. Logo, é chamada de *indutância mútua* da bobina 2 em relação à bobina 1 (equação 10).

$$M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dI_1} \quad (10)$$

Fazendo-se o mesmo raciocínio, mas considerando a corrente  $I_1 = 0$  no circuito da Figura 1, chega-se à definição da indutância mútua da bobina 1 em relação a bobina 2 (equação 11).

$$M_{12} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dI_2} \quad (11)$$

Em (ALEXANDER; SADIKU, 2009), a demonstração de que  $M_{12} = M_{21} = M$  é apresentada pela energia acumulada nas bobinas 1 e 2 e, conforme (LIN, 1989), esse tipo de demonstração apresenta falhas. Já em (BRUSAMARELLO; BLAETH, 2012) essa mesma demonstração é feita utilizando-se conceitos de circuitos magnéticos equivalentes. Uma outra prova através da teoria de campos eletromagnéticos é utilizada em (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 1964). Iniciando-se pela tensão induzida ( $\varepsilon_1$ ) (equação 12).

$$\varepsilon_1 = -\frac{d}{dt} \int_{(1)} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, da = -\frac{d}{dt} \oint_{(1)} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s}_1 \quad (12)$$

Onde  $\mathbf{B}$  representa o campo magnético,  $\mathbf{n}$  é o vetor normal a superfície  $a$ ,  $\mathbf{A}$  é o vetor potencial e  $d\mathbf{s}_1$  é um elemento infinitesimal da bobina 1. Assumindo que  $\mathbf{A}$  na bobina 1 é devido a correntes na bobina 2 (equação 13).

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint_{(2)} \frac{I_2 d\mathbf{s}_2}{\mathbf{r}_{12}} \quad (13)$$

Sendo  $I_2$  a corrente na bobina 2,  $\mathbf{r}_{12}$  a distância do elemento  $d\mathbf{s}_2$  até o ponto na bobina 1 onde  $\mathbf{A}$  está sendo avaliado,  $\epsilon_0$  é a constante dielétrica do vácuo e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

Combinando as expressões, é possível expressar a tensão induzida na bobina 1 conforme a equação 14.

$$\varepsilon_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d}{dt} \oint_{(1)} \oint_{(2)} \frac{I_2 d\mathbf{s}_2}{\mathbf{r}_{12}} \cdot d\mathbf{s}_1 \quad (14)$$

E como  $I_2$  não depende de  $d\mathbf{s}_1$  ou  $d\mathbf{s}_2$ , a equação 14 pode ser reescrita conforme a equação 15 e a indutância mútua ( $M_{12}$ ) definida pela equação 16.

$$\varepsilon_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d}{dt} \oint_{(1)} \oint_{(2)} \frac{I_2 d\mathbf{s}_2 \cdot d\mathbf{s}_1}{\mathbf{r}_{12}} = M_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (15)$$

$$M_{12} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint_{(1)} \oint_{(2)} \frac{d\mathbf{s}_2 \cdot d\mathbf{s}_1}{\mathbf{r}_{12}} \quad (16)$$

Logo,  $M_{12}$  só depende da geometria e  $M_{12} = M_{21} = M$ .

Por definição, conforme (FEYNMAN; LEIGHTON; SANDS, 1964), potência elétrica instantânea ( $P$ ) é a tensão ( $V$ ) multiplicada pela corrente ( $I$ ) ou a derivada do trabalho ( $W$ ) em relação ao tempo ( $t$ ), equação 17.

$$P = VI = \frac{dW}{dt} \quad (17)$$

No caso de um indutor a equação pode ser reescrita conforme as equações 18, 19 e 20, sendo que a energia armazenada é  $\frac{1}{2}LI^2$ .

$$\frac{dW}{dt} = -L \frac{dI}{dt} I \quad (18)$$

$$dW = -LI dI \quad (19)$$

$$-W = U = \frac{1}{2}LI^2 \quad (20)$$

Sendo  $U$  a energia armazenada no indutor. Considerando agora as bobinas da Figura 1, a equação 17 pode ser reescrita como a equação 21.

$$U = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2 \quad (21)$$

Após algumas manipulações algébricas, obtém-se a equação 22.

$$U = \frac{1}{2}L_1\left(I_1 + \frac{M}{L_1}I_2\right)^2 + \frac{1}{2}\left(L_2 - \frac{M^2}{L_1}\right)I_2^2 \quad (22)$$

Dessa forma, fica claro que, independente dos valores de  $I_1$  e  $I_2$ , a energia ( $U$ ) é sempre positiva.

Definindo  $I_2$  conforme a equação 23, chega-se nas equações 24 e 25.

$$I_2 = -\frac{L_1}{M}I_1 \quad (23)$$

$$L_1L_2 > M^2 \quad (24)$$

$$M = k\sqrt{L_1L_2} \quad (25)$$

Onde  $k$  é uma constante chamada de *coeficiente de acoplamento* e seu valor varia de 0 a 1.

### 3.2.2 Coeficiente de acoplamento

É importante destacar que em transformadores com núcleo ferromagnético, a indutância de dispersão, ou aquela que não é acoplada ao secundário, é muito menor do que a mútua (WANG; STIELAU; COVIC, 2005). Normalmente, pode-se aproximar esse acoplamento como se 100% do fluxo do primário fosse acoplado ao secundário. Em outras palavras, o coeficiente de acoplamento pode ser aproximado como  $k = 1$ . Já nos dispositivos estudados neste trabalho, transformadores com núcleo a ar e fracamente acoplados, ocorre o contrário, sendo a indutância de dispersão dominante e o coeficiente de acoplamento, muitas vezes, assume valores até mil vezes menor do que no caso de transformadores com núcleo ferromagnético.

O coeficiente de acoplamento  $k$  carrega a informação de quanto do fluxo produzido por uma bobina interfere, ou acopla-se, na outra. Em (ALEXANDER; SADIKU, 2009), são definidos intervalos de valores do coeficiente  $k$  que recebem denominações especiais. Quando  $k = 1$  (todo o fluxo produzido por uma bobina está atravessando a outra) tem-se 100% de acoplamento e é dito que elas estão *perfeitamente acopladas* (*perfectly coupled*), para  $k < 0,5$  estão *fracamente acopladas* (*loosely coupled*) e para valores de  $k > 0,5$  *fortemente acopladas* (*tightly coupled*).

Em alguns artigos (CHEN et al., 2010; WANG; STIELAU; COVIC, 2005) os autores denominam como *fracamente acopladas* (*loosely coupled*) os casos quando  $k \ll 1$ . No artigo (WAFFENSCHMIDT; STARING, 2009), são utilizados termos como *fator de acoplamento bom* (*good coupling factor*) quando  $k = 0,5$  e *ruim* (*bad coupling factor*) com  $k = 0,05$ , demonstrando que não há uma definição aceita universalmente.

### 3.2.3 Eficiência e Potência

Nos sistemas de acoplamento indutivo, a eficiência ( $\eta$ ) é definida por (WAFFENSCHMIDT; STARING, 2009) como

$$\eta = \frac{1}{1 + \lambda} \quad (26)$$

$$\lambda = \frac{P_{LOSS}}{P_{OUT}} \quad (27)$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{P_{LOSS}}{P_{OUT}}} \quad (28)$$

Sendo assim, a eficiência ( $\eta$ ) é uma relação entre a potência na saída ( $P_{OUT}$ )<sup>1</sup> e as perdas ( $P_{LOSS}$ ). A equação 28, na verdade, é uma manipulação algébrica da relação

$$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} \quad (29)$$

sendo  $P_{IN} = P_{OUT} + P_{LOSS}$ .

A interpretação do cálculo da eficiência requer cuidado. No limite, quando a potência de saída tende a zero, a eficiência também vai para zero ( $\lim_{P_{OUT} \rightarrow 0} \eta = 0$ ), mas em algumas situações, valores altos de eficiência, conforme a equação 35 demonstra, surgem quando a potência de saída é extremamente pequena ou nula, conforme a equação 40. Nesses casos, o circuito não tem utilidade prática.

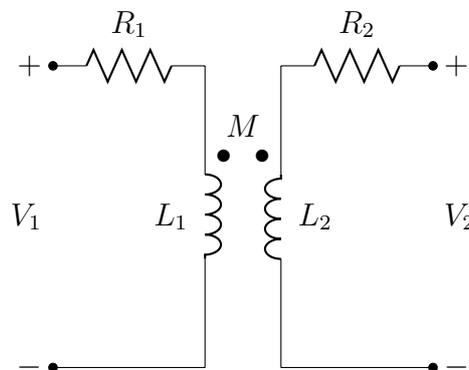


Figura 2: Circuito da Figura 1 com perdas

<sup>1</sup>Serão utilizados os termos da língua inglesa *IN*, *OUT* e *LOSS* para identificar as potências de entrada, saída e devido às perdas, respectivamente.

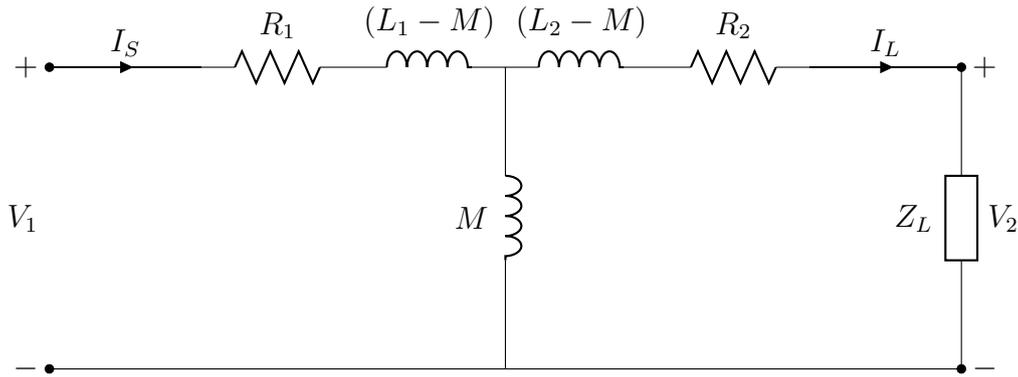


Figura 3: Modelo equivalente do circuito da Figura 1 com adição de perdas e uma carga  $Z_L$ .

Nos transformadores com núcleo ferromagnético, o acoplamento pode ser aproximado por  $k = 1$  e a eficiência fica, normalmente, acima de 90% (CHAPMAN, 1999). Porém, nos sistemas fracamente acoplados, por definição, os valores do coeficiente de acoplamento são sempre menores que 0,5 e, portanto, exigem algum tipo de correção, ou compensação, para aumentar a eficiência do circuito e a potência na saída (WANG; STIELAU; COVIC, 2000). Os valores de  $\eta$  e da potência na saída, na realidade, dependem também de outros parâmetros como, por exemplo, da resistência da carga, da impedância da fonte, da impedância vista pela fonte e dos parâmetros do quadripolo formado pelas duas bobinas (ZARGHAM; GULAK, 2012). Para o cálculo da eficiência é necessário saber a potência real dissipada nos elementos do circuito. Conforme (ALEXANDER; SADIKU, 2009), quando a corrente e a tensão são fasores, pode-se definir a potência complexa  $S = P + jQ$  (sendo  $P$  a potência real e  $Q$  a potência reativa) como na equação 30 e a potência real sendo definida pela equação 31.

$$S = \frac{1}{2} \mathbf{V} \mathbf{I}^* = \frac{1}{2} (\mathbf{I} \mathbf{Z}) \mathbf{I}^* = \frac{1}{2} \mathbf{Z} |\mathbf{I}|^2 \quad (30)$$

$$P_{real} = \Re\{S\} = \Re\left\{\frac{1}{2} \mathbf{Z} \mathbf{I} \mathbf{I}^*\right\} = \frac{1}{2} R |\mathbf{I}|^2 \quad (31)$$

Onde  $V$  é a tensão sobre o componente,  $I$  é a corrente que passa por esse componente,  $Z$  a impedância complexa e  $R$  a parte real de  $Z$ .

Quando se introduzem perdas no circuito da Figura 1 (resistores  $R_1$  e  $R_2$ ), o cálculo da eficiência pode ser feito, por exemplo, com o uso do modelo equivalente (NAHVI; EDMINISTER, 2003) visto na Figura 3. A partir das equações 29 e 31 chega-se na 32. Equacionando a corrente fornecida pela fonte  $I_S$  em função da corrente que passa pela carga  $I_L$ , considerando  $Z_L = R_L + X_L$  e fazendo  $X_L = 0$  é possível simplificar (equação 32) finalizando com a equação 33.

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} R_L |\mathbf{I}_L|^2}{\frac{1}{2} R_L |\mathbf{I}_L|^2 + \frac{1}{2} R_1 |\mathbf{I}_S|^2 + \frac{1}{2} R_2 |\mathbf{I}_L|^2} \quad (32)$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_1 ((R_2 + R_L)^2 + \omega^2 L_2^2)}{k^2 L_1 L_2 R_L \omega^2} + \frac{R_2}{R_L}} \quad (33)$$

Reescrevendo a equação 33, de forma a facilitar a visualização dos efeitos da frequência  $\omega$  e do coeficiente de acoplamento  $k$  na eficiência, obtém-se a equação 34.

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{L_2 R_1}{k^2 L_1 R_L} + \frac{R_1 (R_2 + R_L)^2}{k^2 L_1 L_2 R_L \omega^2} + \frac{R_2}{R_L}} \quad (34)$$

Percebe-se, também, que a máxima eficiência, quando somente a frequência pode ser variada, só é alcançada quando  $\omega \rightarrow \infty$  (equação 35).

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \eta = \frac{1}{1 + \frac{L_2 R_1}{k^2 L_1 R_L} + \frac{R_2}{R_L}} \quad (35)$$

É interessante destacar também que a eficiência, em um sistema onde ocorra a máxima transferência de potência, Figura 4, está limitada em 50%. Onde  $V_S$  é uma fonte ideal,  $Z_S$  a impedância da fonte real,  $Z_L$  a impedância da carga e  $Z_S^*$  é o conjugado de  $Z_S$ . Neste trabalho, por simplificação, o circuito será sempre alimentado por uma fonte ideal ( $V_S$ ) com uma resistência interna ( $R_S$ ) em série.

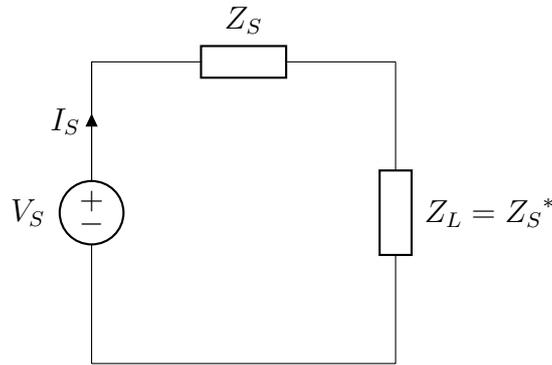


Figura 4: Circuito da Figura 1 com perdas

Considerando o circuito da Figura 3 e as equações 30 e 31, a potência na saída  $P_{OUT}$  pode ser definida conforme a equação 36.

$$P_{OUT} = \frac{1/2}{d_1 + d_2 + d_3} \quad (36)$$

Onde

$$d_1 = \frac{2R_1(R_2 + R_L)}{R_L V_S^2} \quad (37)$$

$$d_2 = \frac{R_1^2((R_2 + R_L)^2 + L_2^2 \omega^2)}{k^2 L_1 L_2 R_L V_S^2 \omega^2} \quad (38)$$

$$d_3 = \frac{L_1((R_2 + R_L)^2 + (-1 + k^2)^2 L_2^2 \omega^2)}{k^2 L_2 R_L V_S^2} \quad (39)$$

Analisando a potência na saída, conforme a equação 36, quando a frequência  $\omega$  aumenta muito ou tende ao infinito, constata-se que a potência diminui até ser nula (resultado que pode ser visto na equação 40).

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} P_{OUT} = \frac{1/2}{d_1 + d_2 + \infty} = 0 \quad (40)$$

Pela definição da eficiência na equação 29, pode-se chegar numa nova formulação (equação 41), onde leva-se em conta a eficiência e a potência na carga de uma maneira bastante simples. À essa nova equação será dado o nome de *Potência Eficiente*.

$$\eta Pot = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} P_{OUT} \quad (41)$$

A vantagem de utilizar a equação 41 (apesar de não haver sentido físico) ao invés das equações 29 e 36 seria, principalmente, a obtenção do máximo valor da potência na carga da maneira mais eficiente possível. Para algumas configurações dos parâmetros envolvidos, as equações da eficiência e da potência resultam num mesmo valor para os capacitores de compensação, porém, por exemplo, quando o circuito passa de  $k \ll 0,5$  para  $k > 0,5$  esses valores distanciam-se (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013).

Um dos problemas da abordagem através da potência eficiente (equação 41) é a complexidade das equações envolvidas, ficando impraticável a demonstração da solução algébrica neste trabalho por uma simples questão de falta de espaço. Por esse motivo, é necessário o uso de soluções numéricas, que serão abordadas no capítulo 5, onde os resultados numéricos e práticos serão apresentados.

### 3.3 Método da força bruta ou busca exaustiva

A busca exaustiva consiste em enumerar todas as possíveis combinações das variáveis de entrada. É um método muito simples de ser implementado e sempre encontra uma solução caso ela exista, porém o custo computacional desse método cresce rapidamente conforme o número de possibilidades aumenta podendo ocorrer uma explosão combinatória em muitos casos (BRABAZON; O'NEILL; MARINGER, 2011). Caso exista algum conhecimento específico do problema que possibilite a implementação de uma heurística que diminua o tamanho do conjunto de pontos a serem explorados é possível diminuir consideravelmente o custo computacional deste método. No caso desse trabalho, os valores para os quatro capacitores de compensação foram limitados as variações possíveis da série E24, conforme a IEC 60063 (PREFERRED NUMBER SERIES FOR RESISTORS AND CAPACITORS, 1963) e variando o multiplicador de  $1pF$  até  $100\mu F$ . Com isso tem-se 216 valores diferentes de capacitores e isso resulta em aproximadamente 2 bilhões de possibilidades de escolha. Fica claro no exemplo anterior dos capacitores que o custo de uma busca exaustiva vai depender do número de possíveis valores que a variável pode receber (chamado aqui de  $N$ ) e o número de variáveis envolvidas (chamado aqui de  $V$ ). Logo o custo pode ser definido pela equação 42.

$$C = N^V \quad (42)$$

Para ilustrar a forte dependência do custo em relação ao número de variáveis, pode ser calculado o custo de um lançamento de duas moedas. Nesse caso existem dois possíveis valores (cara ou coroa) e duas variáveis, logo a equação fica  $C = 2^2 = 4$ . Se ao invés de duas moedas forem lançadas dez a equação passa a ser  $C = 2^{10} = 1024$ . Com o aumento do número de variáveis existe a necessidade de se utilizar um método de busca que o custo não tenha uma dependência forte em relação ao número de variáveis.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 Introdução

Circuitos magneticamente acoplados, como o exemplo da Figura 2, apresentam baixo rendimento e baixa transferência de potência para coeficientes de acoplamento muito pequenos como, por exemplo, o valor base utilizado neste trabalho que é  $k = 0,04$ . Logo é indispensável algum tipo de *compensação* ou *alteração* no circuito para que o seu comportamento seja aperfeiçoado. Uma das formas de se melhorar o desempenho desse tipo de circuito, e que será explorada neste trabalho, é a introdução de capacitores para alcançar a ressonância. Essa técnica é amplamente conhecida na literatura (BRUSAMARELLO et al., 2012; WANG; STIELAU; COVIC, 2005; CHAO et al., 2007; KARALIS; JOANNOPOULOS; SOLJACIC, 2008). Diversas configurações básicas que serão utilizadas neste trabalho já foram estudadas em (WANG; STIELAU; COVIC, 2005; BRUSAMARELLO et al., 2012), porém sem o enfoque de comparar todas elas com um novo tipo de compensação, apresentada neste trabalho, que utiliza quatro capacitores no total.

Neste capítulo, inicialmente, serão estudados os efeitos das compensações na transferência de potência para a carga e eficiência. Os circuitos utilizados na Seção 4.3 terão somente um capacitor em cada configuração, para simplificar a análise e deixá-la mais intuitiva.

Com o embasamento das Seções 4.2 e 4.3 iniciais, serão estudados os casos onde mais de um capacitor esteja ativo ao mesmo tempo. Como nessas configurações as soluções algébricas tornam-se difíceis de serem avaliadas devido ao grande número de variáveis envolvidas e não linearidades, serão apresentados os métodos utilizados para encontrar os valores dos capacitores para os pontos ótimos, que na maior parte das vezes serão somente subótimos, das funções objetivo. Como funções objetivo serão utilizadas a potência na carga, a eficiência do circuito e a equação definida na Seção 3.2.3, onde tanto a potência como a eficiência são consideradas conjuntamente.

O capítulo será finalizado com uma seção descrevendo a construção do protótipo e os procedimentos utilizados no levantamento dos dados. Como a análise é feita através de modelos que representam o circuito real, são necessários alguns cuidados para que através de medidas indiretas, seja possível calcular os valores utilizados como, por exemplo, o coeficiente de acoplamento  $k$ .

Resultados numéricos e gráficos só serão apresentados neste capítulo, quando necessários, como motivação. No capítulo inteiramente dedicado aos resultados poderão ser vistos detalhadamente diversos gráficos, comparações e valores numéricos baseados nos dados levantados do protótipo.

Uma simplificação utilizada neste trabalho foi a consideração de somente uma única componente senoidal do sinal e o circuito já no regime permanente. Como os sinais

analisados na prática podem ser decompostos nas suas diversas componentes senoidais, a utilização de uma só dessas componentes e a consideração de que o circuito chegou no estado estacionário permite o uso da matemática e técnicas de circuitos fasoriais sem que isso invalide os resultados.

## 4.2 Compensação do circuito utilizando capacitores

Analisando a eficiência sem compensação (equação 35), fica claro que a eficiência máxima só será atingida quando  $\omega \rightarrow \infty$ . Porém, conforme a potência na saída (equação 36), o ponto de máxima eficiência será também o ponto de potência na saída nula. Portanto é necessária alguma alteração na topologia do circuito que possibilite a utilização de valores de  $\omega < \infty$  ou, para os casos práticos, valores que estejam dentro da faixa de frequências de trabalho dos equipamentos disponíveis para alimentar o circuito primário. No caso específico deste trabalho, a frequência central escolhida foi de  $50kHz$  devido às limitações dos equipamentos utilizados nos experimentos práticos e também para manter o mesmo padrão do artigo (BRUSAMARELLO et al., 2012). Uma alternativa, conforme já citado, é a colocação de capacitores no primário, no secundário ou em ambos. Assim, por meio do fenômeno da ressonância, é possível maximizar a eficiência e a potência resultando em circuitos com aplicações práticas. Esses capacitores serão modelados como uma capacitância  $C$  em série com um resistor representando as perdas intrínsecas  $R_C$ .

## 4.3 Efeitos da compensação usando somente um capacitor

Analisando os circuitos mais simples, com somente um capacitor, é possível ter uma ideia geral dos efeitos que esses geram na eficiência e na potência de saída do circuito. Dessa maneira cria-se uma base teórica para compreender melhor os efeitos quando mais de um capacitor de compensação é utilizado. Portanto, nessa seção, serão analisadas as seguintes configurações: circuito com um capacitor série na entrada; circuito com capacitor paralelo no secundário; circuito com capacitor série no secundário; circuito com capacitor paralelo no primário; circuito com capacitor série no primário. Inicialmente o cálculo do capacitor para a máxima potência na saída (simplificando  $Z_L = R_L$ ), baseada na equação 31, será analisado por ser mais intuitivo. Então o equacionamento para a máxima eficiência do circuito, baseada na equação 29, será apresentado.

### 4.3.1 Compensação com capacitor paralelo no secundário

Na Figura 5 pode ser visto um circuito com um capacitor de compensação colocado em paralelo com a carga (BRUSAMARELLO et al., 2012). Substituindo-se os indutores  $L_1$  e  $L_2$  interligados pela indutância mútua  $M$  pelo circuito equivalente T, chega-se ao circuito da Figura 6. Neste circuito, por simplificação, foi considerada a impedância interna da fonte puramente resistiva ( $R_S$ ).

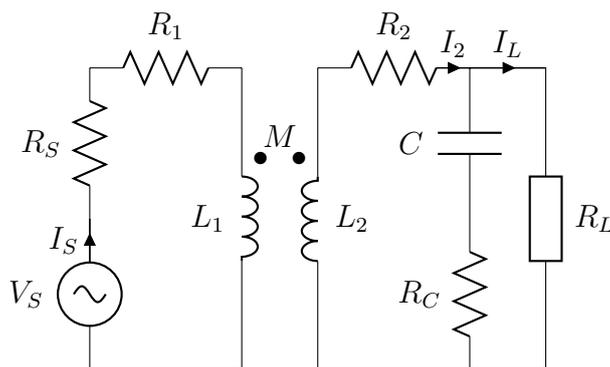


Figura 5: Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no secundário e resistência interna da fonte  $R_S$

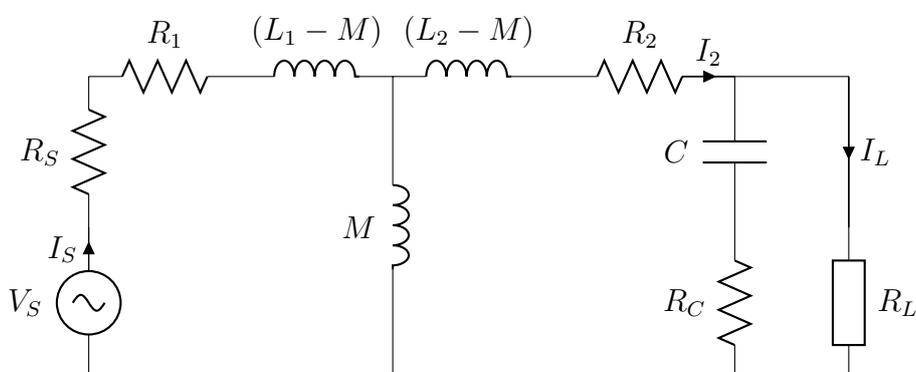


Figura 6: Modelo equivalente T do circuito da Figura 5

#### 4.3.1.1 Influência do capacitor paralelo no secundário na potência de saída

Após a reflexão de todos os componentes do primário para o secundário, chega-se no circuito da Figura 7. Nesse circuito, a motivação da colocação de um capacitor em paralelo com a carga é reduzir ao mínimo a parcela da corrente fornecida pela fonte de corrente equivalente  $I_{SEQ}$  (equação 43), que passa pela impedância equivalente  $Z_{EQ}$  (equação 44) vista no secundário. Para isso ocorrer, é necessário que, em uma determinada frequência fixa  $\omega_m$ , a impedância resultante da  $Z_{EQ}$  em paralelo com o capacitor  $C$  seja máxima, ou seja,  $Z_{EQ}$  e  $C$  estejam em ressonância.

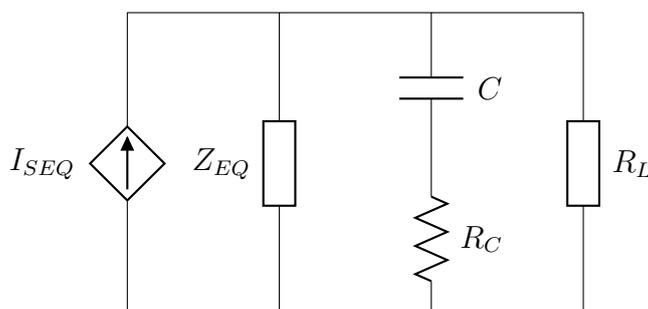


Figura 7: Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo

$$I_{SEQ} = \frac{j\omega_m MV_S}{R_2(R_1 + R_S) + j(L_1 R_2 + L_2(R_1 + R_S))\omega_m + (-L_1 L_2 + M^2)\omega_m^2} \quad (43)$$

$$Z_{EQ} = R_2 + \frac{\omega_m(-j\omega_m M^2 + L_2(R_1 + R_S + j\omega_m L_1))}{-j(R_1 + R_S) + L_1\omega_m} \quad (44)$$

A impedância equivalente  $Z_{EQ}$  pode ser separada em duas componentes em série: uma equivalente à resistência (equação 45) e outra à reatância (equação 46). Para facilitar a visualização da ressonância entre o capacitor e a parte reativa de  $Z_{EQ}$  é possível transformar  $Z_{EQ}$  em suas componentes  $R_{EQ}$  resistiva (equação 45) e  $X_{EQ}$  reativa (equação 46) equivalentes em paralelo resultando no circuito da Figura 8.

$$\Re\{Z_{EQ}\} = R_2 + \frac{M^2(R_1 + R_S)\omega_m^2}{(R_1 + R_S)^2 + L_1^2\omega_m^2} \quad (45)$$

$$\Im\{Z_{EQ}\} = (L_2 - M)\omega_m + \frac{M\omega_m((R_1 + R_S)^2 + L_1(L_1 - M)\omega_m^2)}{(R_1 + R_S)^2 + L_1^2\omega_m^2} \quad (46)$$

$$R_{EQ} = \frac{(R_2 + \frac{M^2(R_1+R_S)\omega_m^2}{(R_1+R_S)^2+L_1^2\omega_m^2})^2 + ((L_2 - M)\omega_m + \frac{M\omega_m((R_1+R_S)^2+L_1(L_1-M)\omega_m^2)}{(R_1+R_S)^2+L_1^2\omega_m^2})^2}{R_2 + \frac{M^2(R_1+R_S)\omega_m^2}{(R_1+R_S)^2+L_1^2\omega_m^2}} \quad (47)$$

$$X_{EQ} = \frac{(R_2 + \frac{M^2(R_1+R_S)\omega_m^2}{(R_1+R_S)^2+L_1^2\omega_m^2})^2 + ((L_2 - M)\omega_m + \frac{M\omega_m((R_1+R_S)^2+L_1(L_1-M)\omega_m^2)}{(R_1+R_S)^2+L_1^2\omega_m^2})^2}{(L_2 - M)\omega_m + \frac{M\omega_m((R_1+R_S)^2+L_1(L_1-M)\omega_m^2)}{(R_1+R_S)^2+L_1^2\omega_m^2}} \quad (48)$$

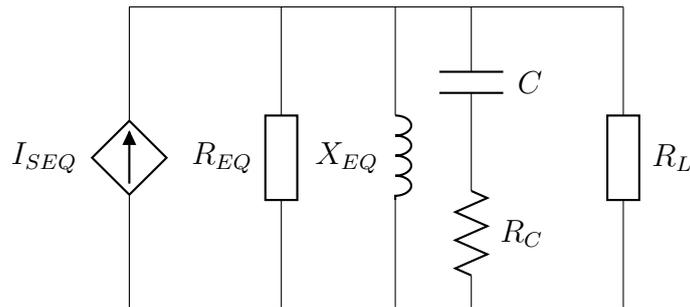


Figura 8: Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo

Com o desmembramento da impedância equivalente  $Z_{EQ}$  nas suas componentes  $R_{EQ}$  e  $X_{EQ}$  fica mais fácil, através da Figura 8, verificar que a corrente máxima disponível para a carga  $R_L$  ocorre quando o capacitor e a reatância entram em ressonância. Porém como o capacitor foi modelado por uma capacitância  $C$  em série com uma resistência equivalente  $R_C$  associada às perdas, os seus equivalentes paralelos  $R_{CP}$  e  $C_P$  (NAHVI; EDMINISTER, 2003) devem ser calculados pelas equações (49) e (50). Com essa transformação série-paralelo o circuito da Figura 8 passa a ter mais um resistor  $R_{CP}$  em paralelo com a carga conforme pode ser visto na Figura 9.

$$R_{CP} = R_C \left( 1 + \frac{1}{(\omega_m C R_C)^2} \right) \quad (49)$$

$$C_P = \frac{C}{1 + (\omega_m C R_C)^2} \quad (50)$$

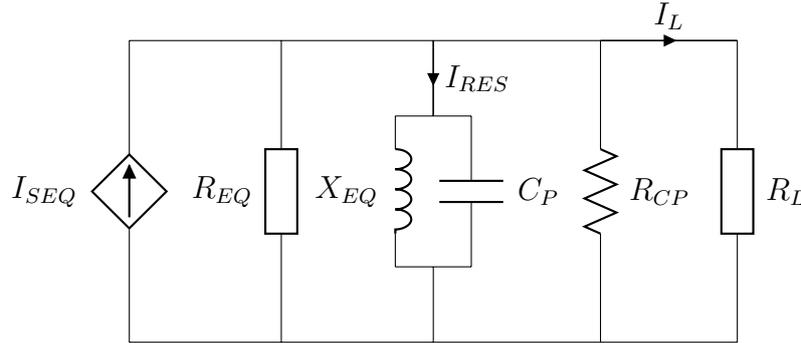


Figura 9: Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo após transformação série-paralelo

O valor do capacitor  $C_P$  (equação 50) que faz a corrente  $I_{RES}$  ser zero na frequência  $\omega_m$  (ou seja, na ressonância) pode ser calculado resolvendo a equação 51. O valor do capacitor  $C_P$  é obtido com a equação 52.

$$\frac{jX_{EQ} \frac{1}{j\omega_m C_P}}{jX_{EQ} + \frac{1}{j\omega_m C_P}} = \infty \quad (51)$$

$$C_P = \frac{1}{X_{EQ} \omega_m} \quad (52)$$

O resultado encontrado na equação 52 corresponde ao capacitor equivalente paralelo  $C_P$  que foi calculado utilizando a equação 50. Substituindo a equação 50 na equação 52 para encontrar o valor do capacitor ( $C_{maxPPO1}$ ) para a mínima corrente  $I_{RES}$ , chega-se na equação 53. A equação 53 corresponde ao valor do capacitor  $C$ , conforme a Figura 7, que faz a corrente  $I_{RES}$  (Figura 9) ser zero na frequência  $\omega_m$ .

$$C_{maxPPO1} = \frac{2}{\omega_m X_{EQ} + \sqrt{\omega_m^2 (-4R_C^2 + X_{EQ}^2)}} \quad (53)$$

Conforme a equação 49, o valor de  $R_{CP}$  depende da frequência e do valor da capacitância  $C$ . Portanto, é necessário verificar se ao fazer  $I_{RES} = 0$ , no circuito da Figura 8 quando a frequência for  $\omega_m$ , tem-se realmente a máxima corrente disponível para a carga. Para essa verificação, o problema passa a ser minimizar a corrente  $I_{RES2}$  que pode ser vista no circuito da Figura 10.

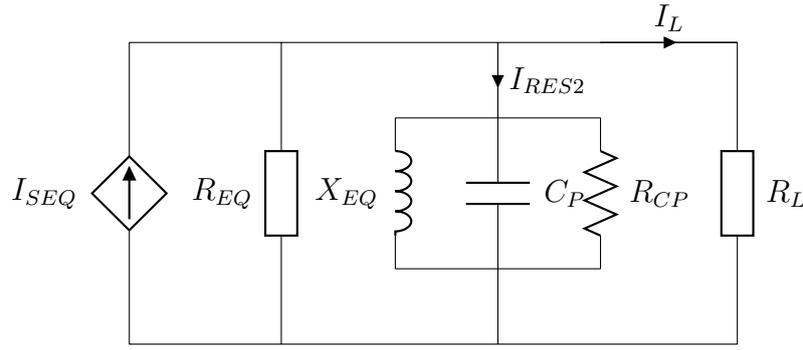


Figura 10: Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor paralelo após transformação série-paralelo e indicando a corrente  $I_{RES2}$  que será minimizada

Calculando o valor de  $C$  que minimiza a corrente  $I_{RES2}$  ( $C_{maxPPO2}$ ) é obtida a equação 54. Verifica-se, numericamente, que  $R_C^2 \ll X_{EQ}^2$ . Portanto, a resistência equivalente  $R_{CP}$  tem pouca influência no resultado, podendo ser desconsiderada.

$$C_{maxPPO2} = \frac{2}{\omega_m X_{EQ} + \sqrt{\omega_m^2 (4R_C^2 + X_{EQ}^2)}} \quad (54)$$

#### 4.3.1.2 Influência do capacitor paralelo no secundário na eficiência do circuito

Analisando o circuito da Figura 6 obtém-se a eficiência (equação 55). O valor do capacitor para a máxima eficiência ( $C_{maxEPO}$ ) em determinada frequência  $\omega_m$  pode ser encontrado derivando a eficiência (equação 55) em relação a  $C$ , igualando a zero, resolvendo a equação resultante e verificando se a derivada segunda é negativa. Devido ao grande número de termos das equações referentes às correntes do circuito, essas são apresentadas simplificada e na maioria das equações deste trabalho. Para simplificar o equacionamento foi criada uma nova variável  $R_{S1} = R_S + R_1$ . O resultado pode ser visto nas equações 56, 57, 58, 59 e 60.

$$\eta = \frac{R_L |\mathbf{I}_L|^2}{R_L |\mathbf{I}_L|^2 + R_{S1} |\mathbf{I}_S|^2 + R_2 |\mathbf{I}_2|^2 + R_C |\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_L|^2} \quad (55)$$

$$C_{maxEPO} = -P_1 (P_2 - \sqrt{P_3 + P_4}); \quad (56)$$

$$P_1 = \frac{1}{(2L_2 R_{S1} R_C^2 R_L \omega_m^2)} \quad (57)$$

$$P_2 = R_{S1} R_2 (2R_L R_C + R_2 (2R_C + R_L)) + L_2 (L_2 R_{S1} (2R_C + R_L) + k^2 L_1 (2R_2 R_C + (R_2 + R_C) R_L)) \omega_m^2 \quad (58)$$

$$P_3 = 4L_2^2 R_{S1}^2 R_C^2 R_L^2 \omega_m^2 \quad (59)$$

$$P_4 = (R_{S1} R_2 (2R_C R_L + R_2 (2R_C + R_L)) + L_2 (L_2 R_{S1} (2R_C + R_L) + k^2 L_1 (2R_2 R_C + (R_2 + R_C) R_L)) \omega_m^2)^2 \quad (60)$$

Para facilitar a visualização do comportamento da eficiência  $\eta$  em relação a  $C$ , é apresentado o gráfico (Figura 11) utilizando  $L_1 = 218,4\mu H$ ,  $L_2 = 311,4\mu H$ ,  $R_1 = 1,8\Omega$ ,  $R_2 = 2,276\Omega$ ,  $R_C = 0,1\Omega$ ,  $R_S = 0,1\Omega$ ,  $V_S = 5V_p$ ,  $f = 50kHz$ ,  $k = 0,04$  e  $R_L = 47\Omega$ .

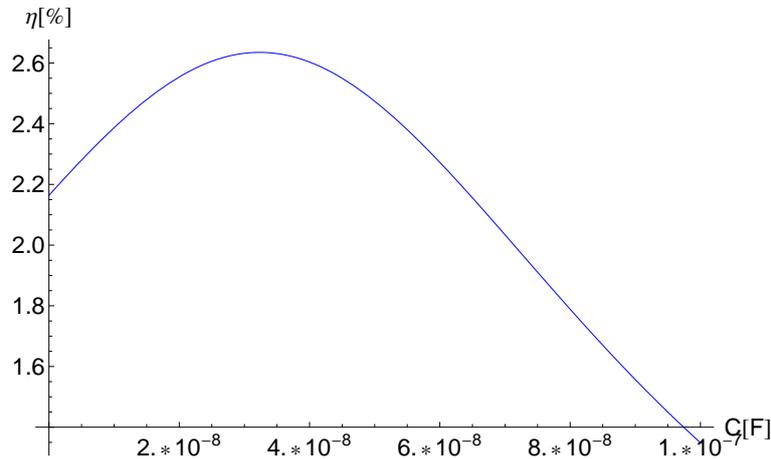


Figura 11: Gráfico da eficiência  $\eta$  (equação 55) em função do valor de  $C$

### 4.3.2 Compensação com capacitor série no secundário

Ao adicionar-se um capacitor de compensação em série com o secundário no circuito da Figura 1, obtém-se o circuito que pode ser visto na Figura 12. Trocando os indutores  $L_1$  e  $L_2$  por um circuito equivalente, obtém-se o circuito da Figura 13.

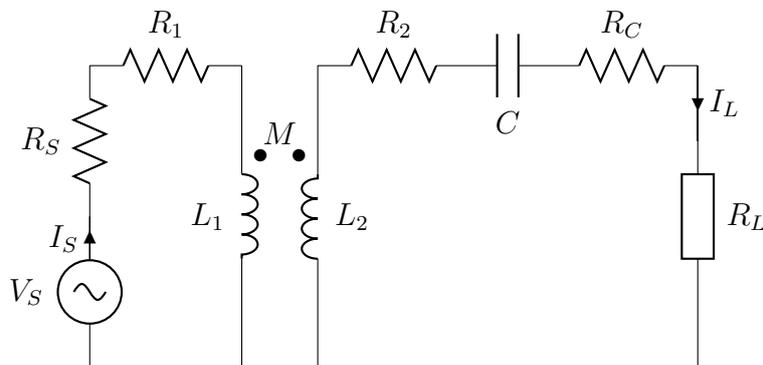


Figura 12: Circuito da Figura 2 com capacitor série no secundário

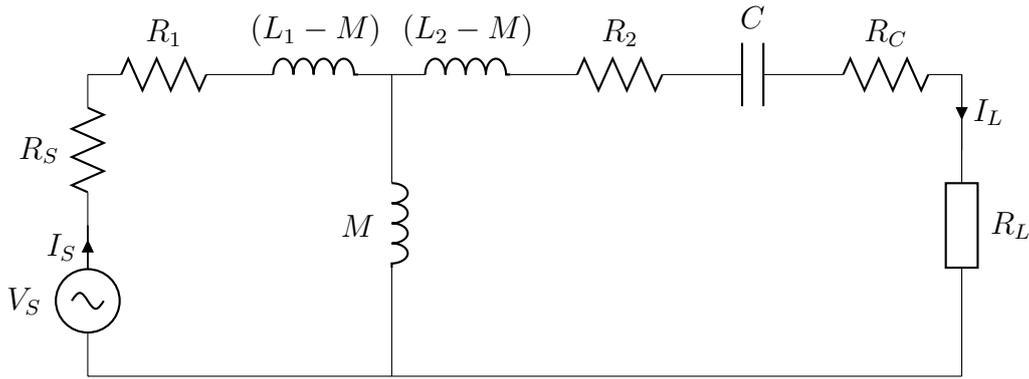


Figura 13: Modelo equivalente T do circuito da Figura 12

#### 4.3.2.1 Influência do capacitor série no secundário na potência de saída

Refletindo os componentes do primário para o secundário do circuito da Figura 12, obtém-se o que pode ser visto na Figura 14. Nessa situação, o desejado é que, numa determinada frequência  $\omega_m$ , a reatância resultante da capacitância  $C$  em série com  $X_{EQ}$  tenha um valor idealmente nulo, ou seja, que elas estejam em ressonância (BRUSAMARELLO et al., 2012). Desse modo a máxima corrente será disponibilizada para a carga.

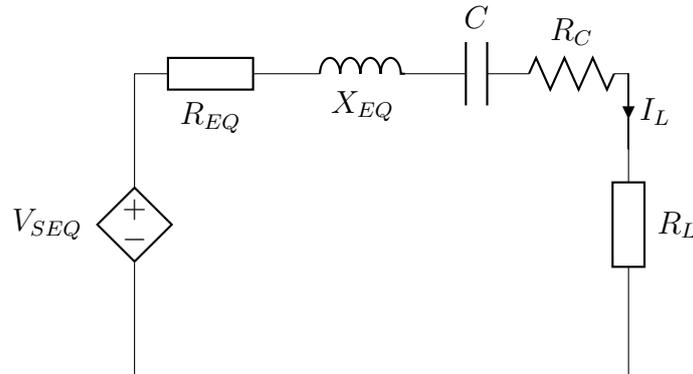


Figura 14: Circuito equivalente refletido no secundário com capacitor série

Para encontrar o valor de  $C$  para a máxima corrente  $I_L$  é necessário garantir que a soma da reatância referente a  $C$  e  $X_{EQ}$  anulem-se numa determinada frequência  $\omega_m$ . Logo, resolve-se a equação 61 em relação a  $C$  obtendo o valor da capacitância para a máxima corrente  $I_L$ . A solução da equação 61 está demonstrada na 62. O valor obtido ( $C_{maxPSO}$ ) é o que faz  $X_{EQ}$  e  $C$  entrarem em ressonância na frequência  $\omega_m$ . Para o cálculo de  $X_{EQ}$  é possível utilizar a equação 46. A componente  $R_{EQ}$  pode ser calculada pela equação 45 e a fonte de tensão  $V_{EQ}$  é uma simples transformação utilizando a fonte de corrente da equação 43 e a impedância da equação 44.

$$jX_{EQ} + \frac{1}{j\omega_m C} = 0 \quad (61)$$

$$C_{maxPSO} = \frac{1}{X_{EQ}\omega_m}; \quad (62)$$

#### 4.3.2.2 Influência do capacitor série no secundário na eficiência do circuito

Analisando o circuito da Figura 13 obtém-se a equação da eficiência (63). O valor do capacitor para a máxima eficiência em determinada frequência  $\omega_m$  pode ser encontrado derivando a equação da eficiência dessa configuração de circuito (63) em relação a  $C$ , igualando a zero e testando se a derivada segunda é negativa. Novamente, foi utilizada a simplificação com a substituição das variáveis:  $R_{S1} = R_S + R_1$ . O resultado pode ser visto na equação 64. Comparando essa equação com a 56 ( $C_{max_{EPO}}$ ) pode-se ver que agora o valor do capacitor  $C_{max_{ESO}}$  para a máxima eficiência não depende mais de  $k$ . Logo, é insensível a variações no acoplamento ou na carga. Analisando também o modelo equivalente da Figura 13 é possível perceber que com  $C = C_{max}$  a impedância referente ao indutor  $L_2$  numa determinada frequência  $\omega_m$  é cancelada pelo uso do capacitor e, assim, aumenta-se a corrente que passa pela carga.

$$\eta = \frac{R_L |\mathbf{I}_L|^2}{R_L |\mathbf{I}_L|^2 + R_{S1} |\mathbf{I}_S|^2 + (R_2 + R_C) |\mathbf{I}_L|^2} \quad (63)$$

$$C_{max_{ESO}} = \frac{1}{L_2 \omega_m^2}; \quad (64)$$

O comportamento da eficiência  $\eta$  em relação a  $C$ , é apresentado no gráfico (Figura 15) utilizando  $L_1 = 218,4\mu H$ ,  $L_2 = 311,4\mu H$ ,  $R_1 = 1,8\Omega$ ,  $R_2 = 2,276\Omega$ ,  $R_C = 0,1\Omega$ ,  $R_S = 0,1\Omega$ ,  $V_S = 5V_p$ ,  $f = 50kHz$ ,  $k = 0,04$  e  $R_L = 47\Omega$ .

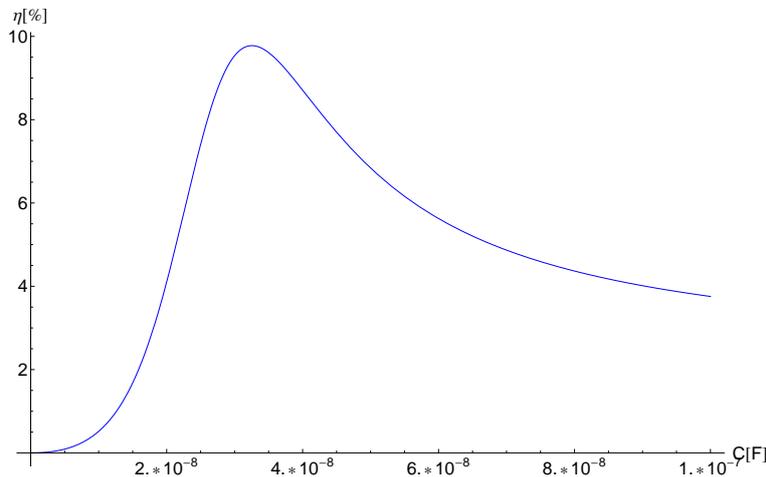


Figura 15: Gráfico da eficiência  $\eta$  (equação 63) em função do valor de  $C$

#### 4.3.3 Compensação com capacitor paralelo no primário

Um capacitor em paralelo com a fonte no primário é utilizado nesse tipo de compensação. Na Figura 16 pode ser visto um circuito com um capacitor adicionado em paralelo com a fonte. Com o uso de um circuito equivalente, obtém-se o apresentado na Figura 17.

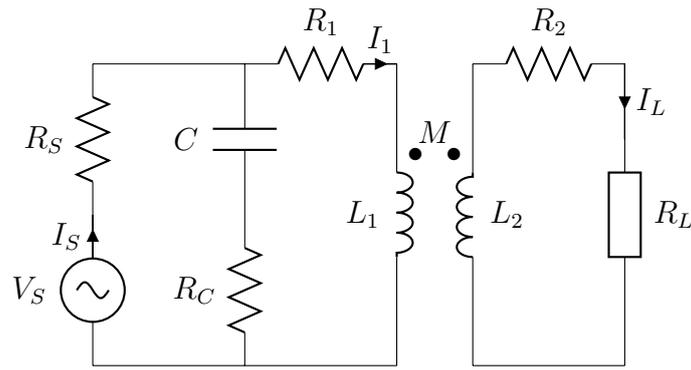


Figura 16: Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no primário

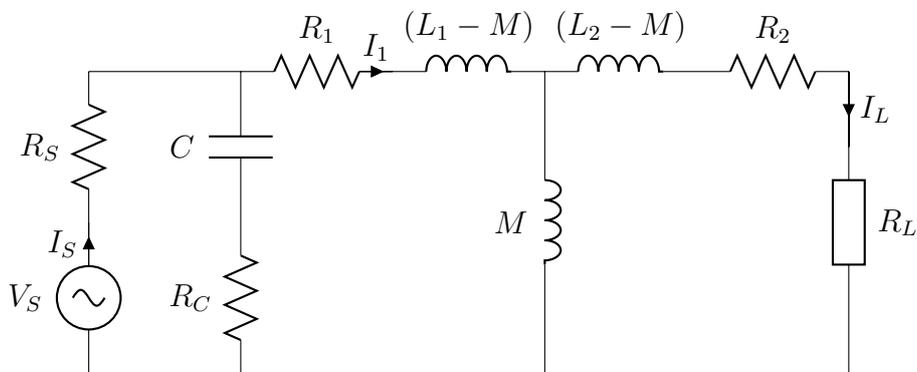


Figura 17: Modelo equivalente T do circuito da Figura 16

#### 4.3.3.1 Influência do capacitor paralelo no primário na potência de saída

Já na Figura 18, mostra-se o circuito equivalente com os componentes do secundário refletidos para o primário. Nas situações onde os componentes do secundário são refletidos para o primário, fica difícil, intuitivamente, entender o comportamento da corrente que passa pela carga  $R_L$ .

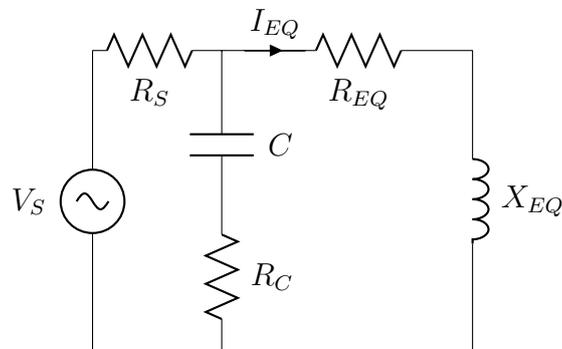


Figura 18: Circuito equivalente refletido no primário com capacitor paralelo

A impedância equivalente refletida para o primário  $Z_{EQ}$  (simplificando o problema considerando a carga  $Z_L$  somente uma resistência  $R_L$ ) pode ser calculada pela equação 65.

Separando-se a parte real e imaginária dessa impedância equivalente, é possível chegar na resistência e reatância equivalentes. O valor da resistência equivalente refletida para o primário é dado na equação 66 e o da reatância equivalente na equação 67.

$$Z_{EQ} = \frac{(R_L + R_2 + j\omega(L_2 - M))j\omega M}{(R_L + R_2 + j\omega(L_2 - M)) + j\omega M} + j\omega(L_1 - M) + R_1 \quad (65)$$

$$R_{EQ} = R_1 + \frac{M^2\omega^2(R_2 + R_L)}{L_2^2\omega^2 + (R_2 + R_L)^2} \quad (66)$$

$$X_{EQ} = L_1\omega - \frac{L_2M^2\omega^3}{L_2^2\omega^2 + (R_2 + R_L)^2} \quad (67)$$

O valor da corrente  $I_{EQ}$  pode ser calculado pela equação 68.

$$I_{EQ} = \frac{V_S(-j + CR_C\omega)}{R_S(-j + C\omega(R_C + R_{EQ} + jX_{EQ})) + (-j + CR_C\omega)(R_{EQ} + jX_{EQ})} \quad (68)$$

Como  $R_{EQ}$  e  $X_{EQ}$  dependem de  $R_L$ , não há um método intuitivo para encontrar o melhor valor para o capacitor  $C$ . Logo, para encontrar o valor de  $C$  que maximiza a corrente  $I_{EQ}$  ( $C_{maxI_{EQ}}$ ) é necessário resolver a equação 69 e verificar se a derivada segunda é negativa. Como resultado, chega-se nas equações 70, 71 e 72).

$$\frac{\partial |I_{EQ}|^2}{\partial C} = 0 \quad (69)$$

$$C_{maxI_{EQ}} = \frac{(2R_S X_{EQ})}{(\omega_m(R_S(R_{EQ}^2 + X_{EQ}^2) + P_2 + R_C^2 R_S \omega_m X_{EQ} P_1))} \quad (70)$$

$$P_1 = \sqrt{\frac{(R_{EQ}^2 + X_{EQ}^2)((R_{EQ}R_S + 2R_C(R_{EQ} + R_S))^2 + (2R_C + R_S)^2 X_{EQ}^2)}{R_C^4 R_S^2 \omega_m^2 X_{EQ}^2}} \quad (71)$$

$$P_2 = 2R_C(R_{EQ}(R_{EQ} + R_S) + X_{EQ}^2) \quad (72)$$

Para facilitar a visualização da corrente  $I_L$  que passa pela carga, também será utilizado o modelo da Figura 17, sendo  $I_{EQ} = I_1$ . Equacionando as correntes do nó que interliga as indutâncias  $(L_1 - M)$ ,  $M$  e  $(L_2 - M)$ , chega-se na igualdade  $I_L = I_{EQ} - I_M$ . Portanto, simplesmente com  $I_{EQ}$  máximo não é garantido ter um máximo também no  $I_L$ . Utilizando os mesmos procedimentos do cálculo de valor máximo de  $I_{EQ}$ , chega-se à conclusão, numericamente, que o valor de  $C$  é o mesmo para os dois. Então, a equação 70 fornece o valor de  $C$  ( $C_{maxI_{EQ}}$ ) que maximiza a corrente  $I_L$ .

Como no caso do capacitor em paralelo no primário não foi possível obter um modelo intuitivo para a máxima potência na carga, optou-se pelo uso de um gráfico. O comportamento da potência na carga  $P_{OUT}$  em relação a  $C$ , é apresentado no gráfico (Figura 19) utilizando  $L_1 = 218,4\mu H$ ,  $L_2 = 311,4\mu H$ ,  $R_1 = 1,8\Omega$ ,  $R_2 = 2,276\Omega$ ,  $R_C = 0,1\Omega$ ,  $R_S = 0,1\Omega$ ,  $V_S = 5V_p$ ,  $f = 50kHz$ ,  $k = 0,04$  e  $R_L = 47\Omega$ .

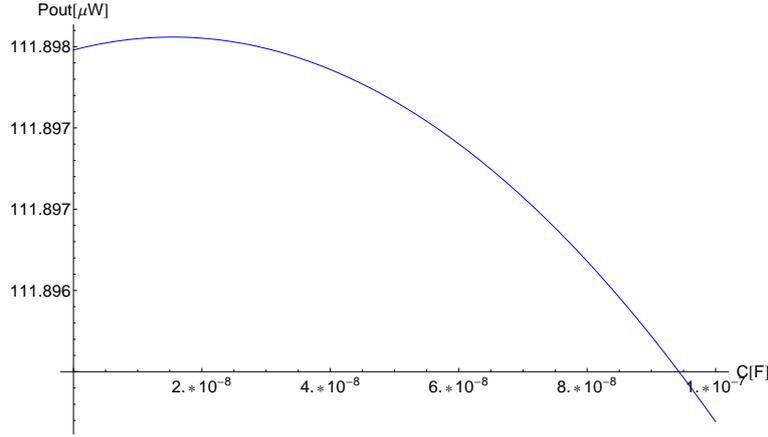


Figura 19: Gráfico da potência na carga  $P_{OUT}$  em função do valor de  $C$

#### 4.3.3.2 Influência do capacitor paralelo no primário na eficiência

Analisando o circuito da Figura 17, obtém-se a eficiência (equação 73). Novamente, a eficiência (equação 73) foi derivada em relação a  $C$  e depois igualada a zero para encontrar o valor da máxima eficiência em relação a  $C$ . Além disso, verificou-se a derivada segunda para confirmar que realmente era um ponto de máximo. Com isso, verificou-se que o valor do capacitor para a máxima eficiência ( $C_{max_{EPI}}$ ) na frequência escolhida  $\omega_m$  é dado pelas equações 74, 75, 76 e 77.

$$\eta = \frac{R_L |\mathbf{I}_L|^2}{R_L |\mathbf{I}_L|^2 + R_S |\mathbf{I}_S|^2 + R_C |\mathbf{I}_S - \mathbf{I}_1|^2 + R_1 |\mathbf{I}_1|^2 + R_2 |\mathbf{I}_L|^2} \quad (73)$$

$$C_{max_{EPI}} = \frac{P_1 - \sqrt{P_2}}{P_3} \quad (74)$$

$$P_1 = 2k^2 L_1 L_2 (R_1 R_C + R_S (R_1 + R_C)) (R_2 + R_L) \omega^2 + \\ R_1 (R_1 R_C + R_S (R_1 + 2R_C)) ((R_2 + R_L)^2 + L_2^2 \omega^2) + \\ L_1^2 (R_S + R_C) \omega^2 ((R_2 + R_L)^2 + (-1 + k^2)^2 L_2^2 \omega^2) \quad (75)$$

$$P_2 = (4L_1^2 R_S^2 R_C^2 \omega^2 ((R_2 + R_L)^2 - (k^2 - 1) L_2^2 \omega^2)^2 + (R_1 (R_1 R_C + \\ R_S (R_1 + 2R_C)) (R_2 + R_L)^2 + (L_2^2 R_1 (R_1 R_C + R_S (R_1 + 2R_C)) + \\ 2k^2 L_1 L_2 (R_1 R_C + R_S (R_1 + R_C)) (R_2 + R_L) + \\ L_1^2 (R_S + R_C) (R_2 + R_L)^2) \omega^2 + (k^2 - 1)^2 L_1^2 L_2^2 (R_S + R_C) \omega^4)^2) \quad (76)$$

$$P_3 = (2L_1 R_S R_C^2 \omega^2 (-(R_2 + R_L)^2 + (k^2 - 1) L_2^2 \omega^2)) \quad (77)$$

Mais uma vez, para facilitar a visualização do comportamento da eficiência  $\eta$  em relação a  $C$ , é apresentado no gráfico (Figura 20) utilizando  $L_1 = 218,4\mu H$ ,  $L_2 = 311,4\mu H$ ,  $R_1 = 1,8\Omega$ ,  $R_2 = 2,276\Omega$ ,  $R_C = 0,1\Omega$ ,  $R_S = 0,1\Omega$ ,  $V_S = 5Vp$ ,  $f = 50kHz$ ,  $k = 0,04$  e  $R_L = 47\Omega$ .

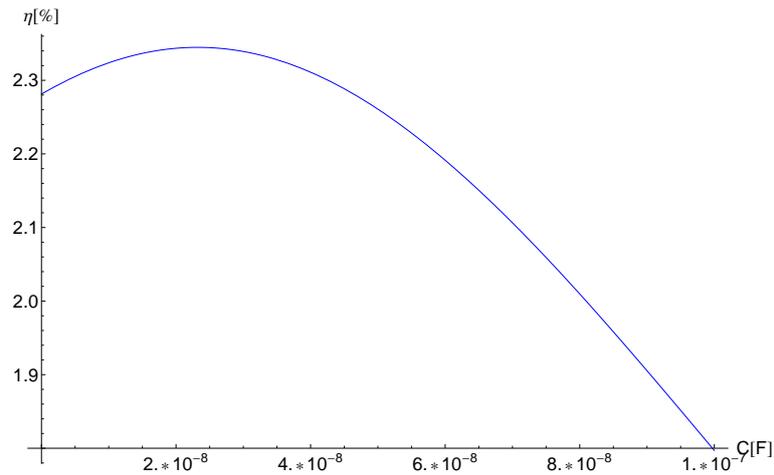


Figura 20: Gráfico da eficiência  $\eta$  (equação 73) em função do valor de  $C$

#### 4.3.4 Compensação com capacitor série no primário

O circuito com capacitor em série no primário conforme (WANG; STIELAU; COVIC, 2005), pode ser visto na Figura 21. Substituindo-se os indutores  $L_1$  e  $L_2$  interligados pela indutância mútua  $M$  pelo circuito equivalente T, chega-se ao circuito da Figura 22.

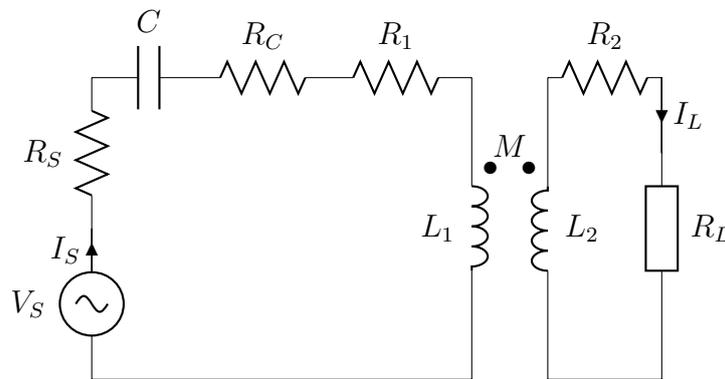


Figura 21: Circuito da Figura 2 com capacitor série no primário

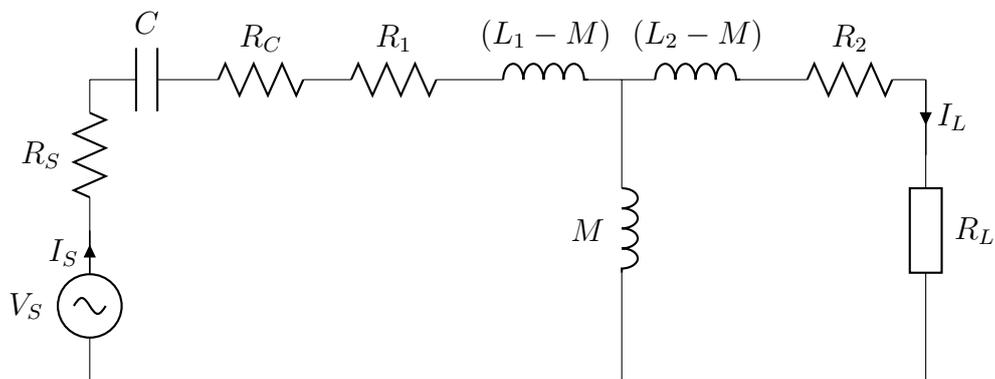


Figura 22: Modelo equivalente T do circuito da Figura 21

#### 4.3.4.1 Influência do capacitor série no primário na potência de saída

O circuito equivalente ao da Figura 22, mas com todos os componentes refletidos para o primário, é mostrado na Figura 23.

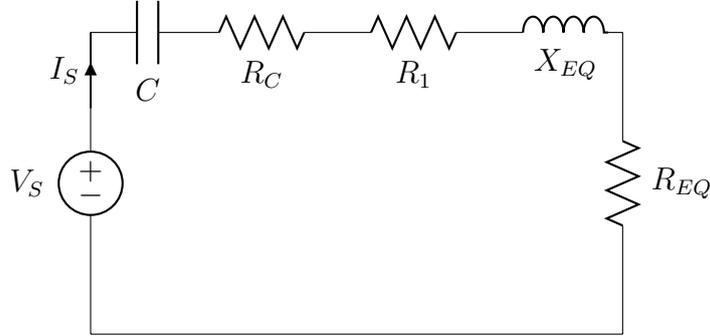


Figura 23: Circuito equivalente refletido no primário com capacitor série

Os valores de  $X_{EQ}$  e  $R_{EQ}$  podem ser calculados pelas equações 67 e 66, respectivamente. Através da equação 78, fica claro que para uma máxima corrente disponível para o secundário, é necessário que a impedância resultante do capacitor  $C$  em série com a reatância  $X_{EQ}$ , numa determinada frequência  $\omega_m$ , seja zero. Portanto, o valor de  $C$  pode ser calculado pela equação 79 ( $C_{maxPSI}$ ). Como a resistência equivalente vista no primário  $R_{EQ}$  independe de  $C$ , a máxima corrente  $I_L = I_S$  ocorrerá quando  $C = C_{maxPSI}$ .

$$I_S = \frac{V_S}{(R_1 + R_C + R_{EQ} - \frac{j}{C\omega} + jX_{EQ})} \quad (78)$$

$$C_{maxPSI} = \frac{1}{X_{EQ}\omega_m} \quad (79)$$

#### 4.3.4.2 Influência do capacitor série no primário na eficiência do circuito

Analisando o circuito da Figura 22, obtém-se a equação da eficiência (80). A derivada da eficiência (equação 80) em relação a  $C$  é zero. Portanto, o valor do capacitor não influencia a eficiência do circuito, mas o resistor  $R_C$  torna o circuito menos eficiente que a versão sem compensação devido às perdas extras. Através do circuito da Figura 22 ou mesmo comparando as equações 32 e 80, é possível verificar as perdas extras adicionadas pelo  $R_C$ .

$$\eta = \frac{R_L|\mathbf{I}_L|^2}{R_L|\mathbf{I}_L|^2 + (R_C + R_{S1})|\mathbf{I}_S|^2 + R_2|\mathbf{I}_L|^2} \quad (80)$$

## 4.4 Circuitos com dois capacitores de compensação

Após serem verificadas as vantagens das compensações com um capacitor, a possibilidade de aplicar os conceitos simultaneamente para o primário e o secundário levaram ao desenvolvimento de circuitos com dois capacitores de compensação. As configurações de compensação usando dois capacitores utilizadas neste trabalho foram as apresentadas em (WANG; COVIC; STIELAU, 2004). Nesse artigo, os autores definiram quatro tipos

de possíveis configurações com dois capacitores, sendo um no primário ( $C_1$ ) e outro no secundário ( $C_2$ ). As configurações definidas foram: capacitor série no primário e capacitor série no secundário (SS), capacitor série no primário e capacitor paralelo no secundário (SP), capacitor paralelo no primário e capacitor paralelo no secundário (PP) e capacitor paralelo no primário e capacitor série no secundário (PS). Nas Figuras 24, 25, 26 e 27 podem ser vistos os circuitos referentes às configurações SP, SS, PS e PP, respectivamente.

Com aumento do número de capacitores de compensação no circuito, as equações referentes à potência e à eficiência aumentam consideravelmente de complexidade. Sem o uso de simplificações, torna-se pouco intuitiva uma abordagem puramente analítica como a utilizada na Seção 4.2. Portanto, para evitar simplificações em relação à modelagem das perdas resistivas dos elementos que formam o circuito compensado, a partir de dois capacitores serão abordadas apenas implementações numéricas para verificar o comportamento do circuito.

Para o cálculo dos valores dos capacitores  $C_1$  e  $C_2$  que levam às máximas eficiência, potência na saída e potência eficiente, foram utilizados somente valores discretos de capacitores (conforme apresentado na Seção 3.3). Como esses circuitos serão usados como base de comparação com o circuito utilizando quatro capacitores, é importante que as restrições para os valores dos capacitores sejam as mesmas. Portanto, uma busca exaustiva foi implementada para encontrar as combinações ótimas. Esse tipo de busca foi escolhido porque o número de possíveis valores de capacitores comerciais utilizados neste trabalho é 216 e com dois capacitores, são apenas  $216^2$  combinações que resultam em 46.656 avaliações para se chegar no valor ótimo.

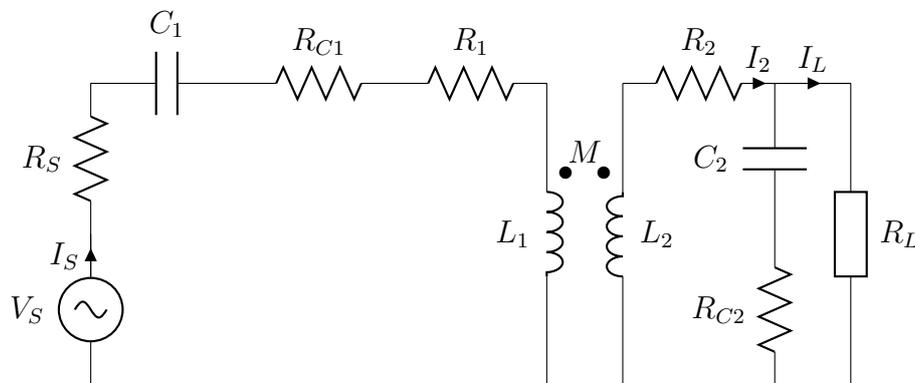


Figura 24: Circuito da Figura 2 com capacitor série no primário e paralelo no secundário (SP)

#### 4.5 Circuito com quatro capacitores de compensação

Em trabalhos anteriores (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013) e (WANG; COVIC; STIELAU, 2004), o circuito da Fig. 2 foi compensado para chegar a ressonância e melhorar a eficiência e a capacidade de transferência de energia para a carga. Capacitores de compensação foram introduzidos no circuito. No caso apresentado em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013), apenas um capacitor foi utilizado. Já em (WANG; COVIC; STIELAU, 2004), foram utilizados dois capacitores de compensação. Uma análise superficial do problema passa a ideia de que, quando o coeficiente de acoplamento é muito pequeno, com o uso de somente um capacitor no primário e outro no secundário seria

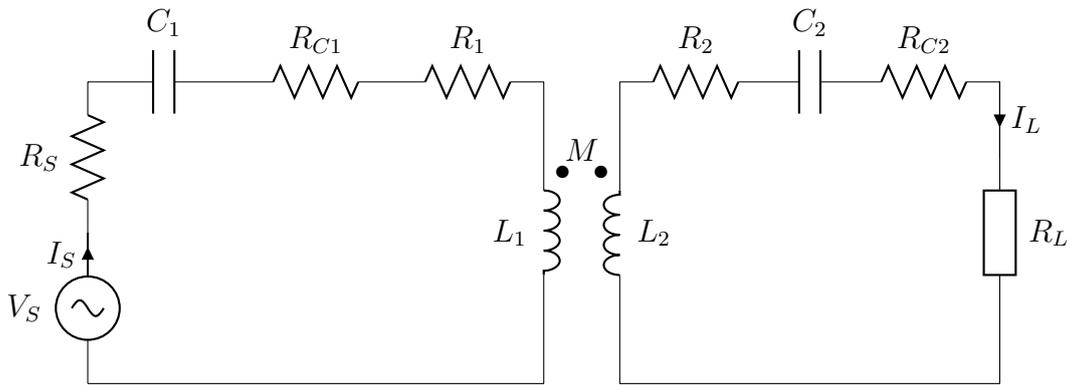


Figura 25: Circuito da Figura 2 com capacitor série no primário e série no secundário (SS)

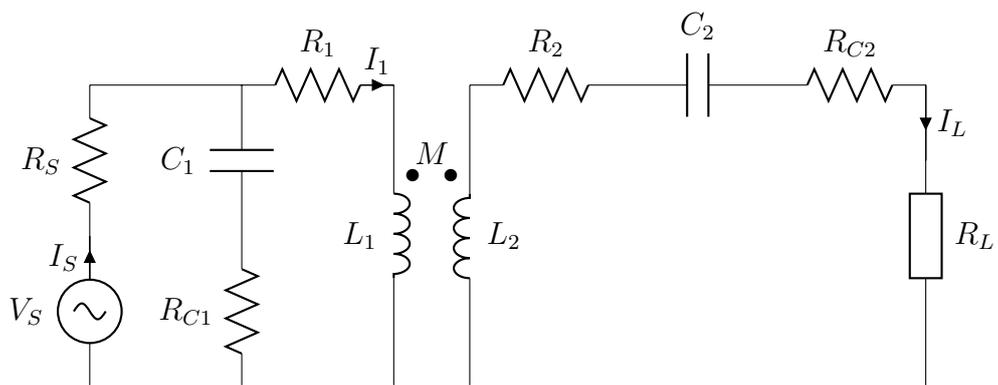


Figura 26: Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no primário e série no secundário (PS)

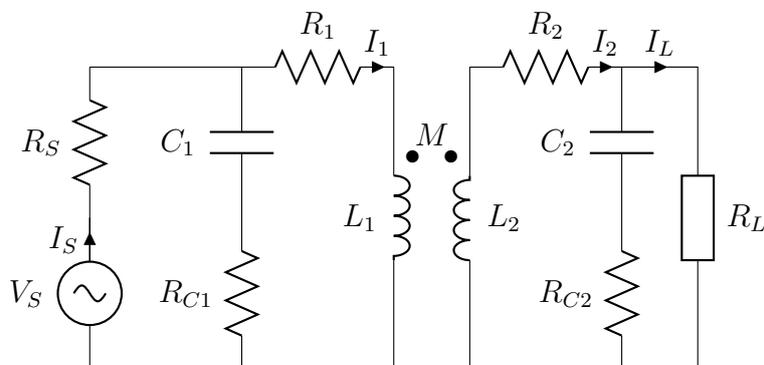


Figura 27: Circuito da Figura 2 com capacitor paralelo no primário e no secundário (PP)

possível alcançar as máximas eficiência e transferência de potência e a introdução de mais capacitores somente serviriam para diminuir a eficiência do circuito devido às perdas introduzidas pelas resistências parasitas. Isso ocorreria pois o primário e secundário estariam praticamente separados, já que a impedância relativa a  $M$  poderia ser aproximada por um curto-circuito e, assim as impedâncias devido ao  $L_1$  e  $L_2$  seriam facilmente canceladas tanto com um capacitor série quando por um capacitor em paralelo. Seguindo essa linha de raciocínio, os circuitos apresentados em (WANG; COVIC; STIELAU, 2004) não teriam margem para melhorias apenas com o uso de capacitores extras. Porém, os resultados obtidos mostram que é possível melhorar o desempenho com um maior número de capacitores. Quando os possíveis valores dos capacitores são restringidos a valores comerciais, o aumento do número de capacitores poderia atuar, por exemplo, como uma diversificação dos possíveis valores equivalentes devido às associações. Logo, por essa perspectiva, um maior número de graus de liberdade trariam benefícios em relação a um problema mais restrito.

Porém, sem a aproximação da impedância relativa ao  $M$  como um curto, uma outra abordagem bastante intuitiva seria o cancelamento de todas as reatâncias indutivas com o uso de quatro capacitores de compensação ( $C_1$ ,  $C_3$ ,  $C_3$  e  $C_4$ ) em um circuito formado somente por componentes ideais conforme pode ser visto nas Figuras 28 e 29. A utilização de quatro capacitores ao invés de três se justificaria levando em consideração um argumento de simetria e também que no circuito real não existe uma ligação física entre o primário e o secundário através de uma simples indutância  $M$  como ocorre no modelo T. Essa configuração de circuito pode ser vista nas Figuras 28 e 29. Na ressonância, a capacitância  $C_2$  (equação 82) cancela a indutância  $(L_1 - M)$ ,  $C_3$  (equação 83) a  $(L_2 - M)$  e  $C_1$  e  $C_4$  (equação 81 e 84), a indutância  $M$ . Isso deixaria a carga, numa situação ideal, diretamente conectada com a fonte de alimentação (Figura 30).

$$C_1 = \frac{1}{2M\omega^2} \quad (81)$$

$$C_2 = \frac{1}{(L_1 - M)\omega^2} \quad (82)$$

$$C_3 = \frac{1}{(L_2 - M)\omega^2} \quad (83)$$

$$C_4 = \frac{1}{2M\omega^2} \quad (84)$$

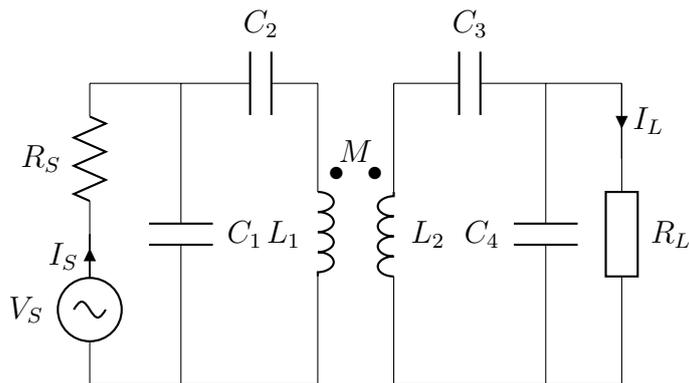


Figura 28: Circuito da Figura 1 com capacitores paralelo e série no primário e no secundário

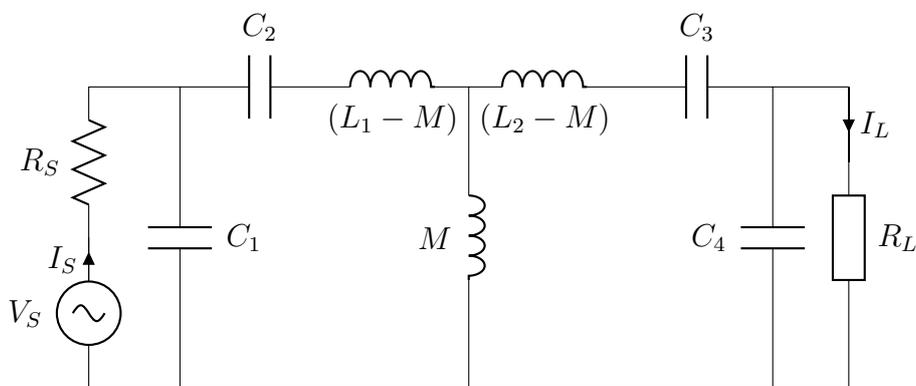


Figura 29: Modelo equivalente T do circuito da Figura 28

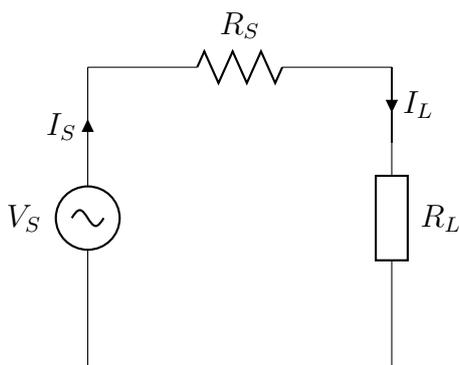


Figura 30: Modelo equivalente T do circuito da Figura 28 após os cancelamentos

Embora no circuito ideal os capacitores promovam o cancelamento de todas as reatâncias indutivas, quando os resistores de perda são adicionados à fonte de tensão ( $R_S$ ), aos capacitores ( $R_{C1}$ ,  $R_{C2}$ ,  $R_{C3}$  e  $R_{C4}$ ) e indutores ( $R_1$  and  $R_2$ ) o cancelamento deixa de existir. Apesar de existir uma função objetivo analítica (eficiência, potência na saída ou potência eficiente), é muito difícil encontrar uma solução analítica para o ponto ótimo

pois as equações das correntes do circuito tornam-se muito complicadas nessa configuração. Logo, a utilização de um método numérico para a busca do ponto ótimo se adequa muito bem a esse problema.

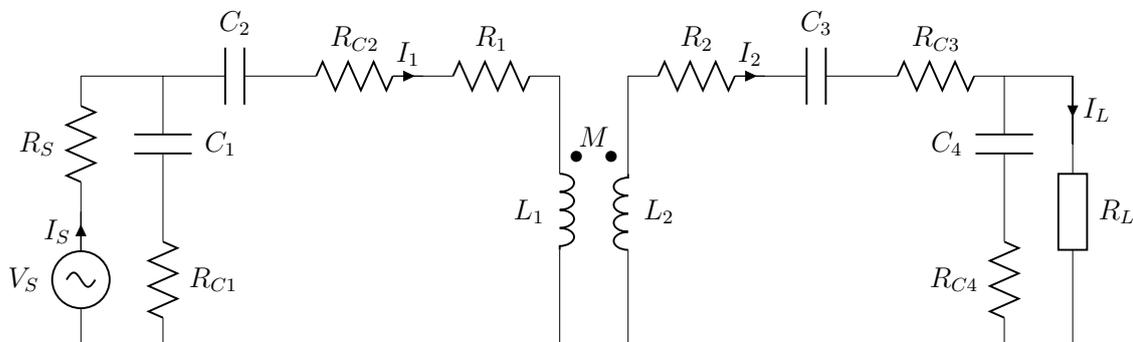


Figura 31: Circuito da Figura 2 com capacitores paralelo e série no primário e no secundário

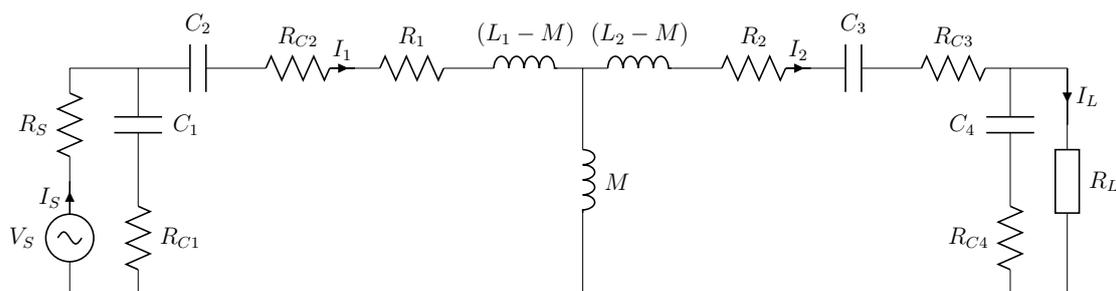


Figura 32: Modelo equivalente T do circuito da Figura 32

#### 4.5.1 Busca do ponto ótimo

O método mais simples de ser implementado para buscar os melhores valores dos capacitores seria uma busca exaustiva (TAHA, 2010), porém teria um custo computacional alto para varrer todos os possíveis valores variando os quatro capacitores. No caso deste trabalho o número de possíveis combinações para uma varredura completa ficaria em  $216^4 = 2.176.782.336$  combinações de valores. Um outro método fácil de ser implementado, e que foi usado neste trabalho, seria um algoritmo baseado em Monte Carlo. Conforme (BENDAT; PIERSOL, 2010), se fossem feitos infinitos experimentos definindo valores ao acaso para os capacitores, seria encontrado o conjunto ótimo. Com um número finito de tentativas é possível chegar o mais próximo quanto se queira do ponto ótimo, dependendo somente da capacidade computacional disponível. Para diminuir o tamanho do espaço de busca, foi necessário restringir os valores que os capacitores poderiam assumir. Agora, ao invés de um espaço contínuo de busca, tem-se somente 216 possíveis valores de capacitores baseados na série E24, conforme a IEC 60063 (PREFERRED NUMBER SERIES FOR RESISTORS AND CAPACITORS, 1963), multiplicados por  $10^{-12}$  até  $100 \times 10^{-6}$  e fixando as perdas resistivas em  $R_C = 0.1\Omega$  para os quatro capacitores (para simplificar o problema).

O algoritmo básico utilizado foi:

1. Inicializar  $best_{\eta} = 0$  e  $best_{P_{OUT}} = 0$
2. Aleatoriamente gerar os valores  $C_1, C_2, C_3$  e  $C_4$
3. Calcular  $\eta$  e  $P_{OUT}$
4. Testar se  $\eta$  e  $P_{OUT}$  são melhores que  $best_{\eta}$  e  $best_{P_{OUT}}$  respectivamente. Se um dos testes resultar em verdadeiro, guardar os valores dos capacitores calculados e atualizar a variável correspondente ao valor ótimo do parâmetro.
5. Repetir a partir de 2 até chegar no número máximo de iterações

Com os melhores valores calculados para os capacitores através do algoritmo acima é possível ainda fazer uma pequena busca exaustiva variando apenas os valores mais próximos desses pontos para tentar melhorar ainda mais os resultados. Outra alternativa é utilizar os valores calculados para inicializar algum software comercial de otimização.

#### 4.6 Ajuste pela variação da frequência

Nas seções anteriores sempre foi considerado que a frequência mantinha-se fixa. Com a frequência fixa, calculava-se os valores dos capacitores utilizados na compensação para tentar otimizar ao máximo a eficiência e a potência na saída. Conforme visto em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013), é possível melhorar o desempenho do circuito através do ajuste da frequência.

Nos desenvolvimentos feitos na Seção 4.3 também foi possível perceber a importância da sintonia do circuito para que os valores de máxima potência na saída e eficiência fossem alcançados. Usando como exemplo a equação 53, mostrada novamente nesta seção como a equação 85, fica claro que o valor do capacitor calculado para alcançar a máxima potência é também uma função da frequência  $\omega_m$ . Portanto, caso não seja possível utilizar o valor exato de capacitor encontrado, ou alguma das outras variáveis tenha seu valor alterado por quaisquer motivos, com uma alteração na frequência, na maioria das situações, é possível restaurar o funcionamento do circuito para aquele ao qual foi projetado. Nos casos em que não seja possível alcançar o ponto ótimo inicial, com o ajuste da frequência obtém-se o melhor ponto de funcionamento para a nova situação.

$$C_{max_{PPO1}} = \frac{2}{\omega_m X_{EQ} + \sqrt{\omega_m^2 (-4R_C^2 + X_{EQ}^2)}} \quad (85)$$

Em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013) essa possibilidade de ajuste da frequência foi explorada utilizando um sistema microprocessado com comunicação sem fio. Desse modo, foi possível que um microcontrolador localizado no secundário de um link indutivo enviasse detalhes a respeito dos parâmetros do circuito para que, no primário, um outro sistema microprocessado alterasse a frequência de alimentação até o ponto que um máximo fosse alcançado. Um diagrama de blocos desse sistema pode ser visto na Figura 33.

O microcontrolador (MCU) no dispositivo de medida monitora a bateria e comunica-se com o MCU responsável pelo controle e ajuste da frequência na base do carregador onde encontra-se a bobina do primário. O algoritmo utilizado é apresentado no diagrama da Figura 34. O MCU, que está junto à bobina no primário, inicializa o canal de comunicação com o MCU da bobina no secundário. Desse modo, o sistema de controle que se

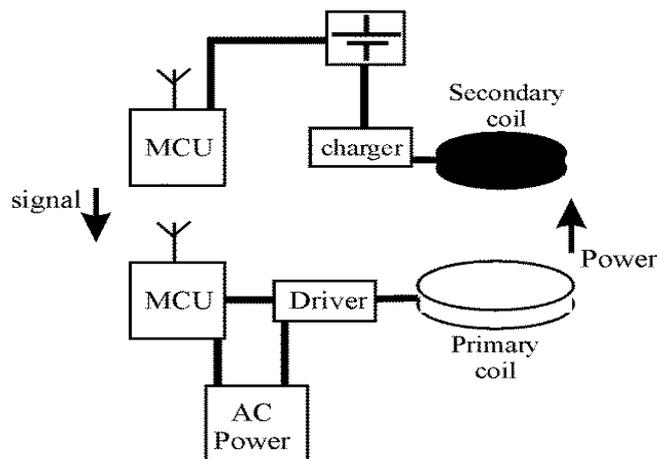


Figura 33: Diagrama de blocos do sistema apresentado em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013)

encontra no primário inicia uma varredura na frequência de modo sincronizado com as medições da potência na carga realizadas pelo sistema do secundário. As medidas efetuadas no secundário são enviadas através do canal de comunicação sem fio para o primário onde são comparadas com as anteriores. O algoritmo efetua a varredura na busca pelo ponto de ressonância e o adota assim que é encontrado.

Neste trabalho, os valores possíveis para os capacitores são discretos. Isso significa que dificilmente será possível encontrar componentes, para uma frequência fixa, que consigam alcançar o máximo da eficiência ou da potência. Logo, será utilizada a variação da frequência para que seja possível facilmente sintonizar o circuito final e assim melhorar ainda mais o seu desempenho.

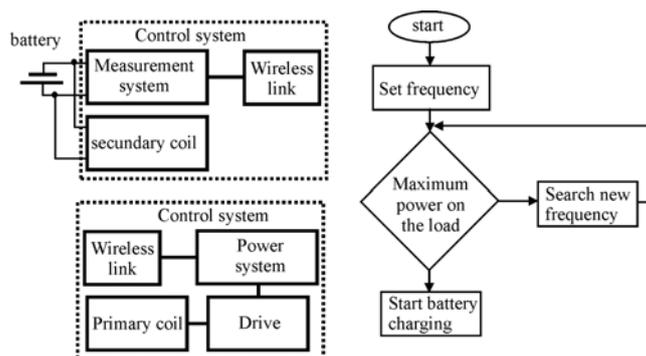


Figura 34: Algoritmo simplificado utilizado no sistema da Figura 33

## 4.7 Experimentos com o uso do Protótipo

### 4.7.1 Construção do equipamento para os experimentos

No intuito de verificar na prática os conceitos teóricos desenvolvidos neste trabalho foi desenvolvido um protótipo que facilitasse essas medidas. Com a experiência adquirida nos experimentos feitos para os artigos (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013) notou-se

que um sistema onde o alinhamento e, por conseguinte, o acoplamento fosse ajustável era necessário. Com tal equipamento, seria possível realizar facilmente medidas com repetibilidade no que diz respeito ao fator de acoplamento  $k$ . Para não interferir nas medidas, a estrutura do protótipo não poderia ser construída com materiais condutores ou ferromagnéticos. Buscando simplicidade, facilidade de aquisição e baixo custo, decidiu-se por construir o protótipo com componentes de PVC utilizados para realizar emendas em instalações hidráulicas. O uso de tais componentes gerou restrições em relação às dimensões das bobinas. Para não aumentar o custo, optou-se por evitar retrabalhos que fossem além do que era possível desenvolver no próprio laboratório utilizando uma pequena serra de arco. Uma foto do protótipo construído pode ser vista na Figura 35.

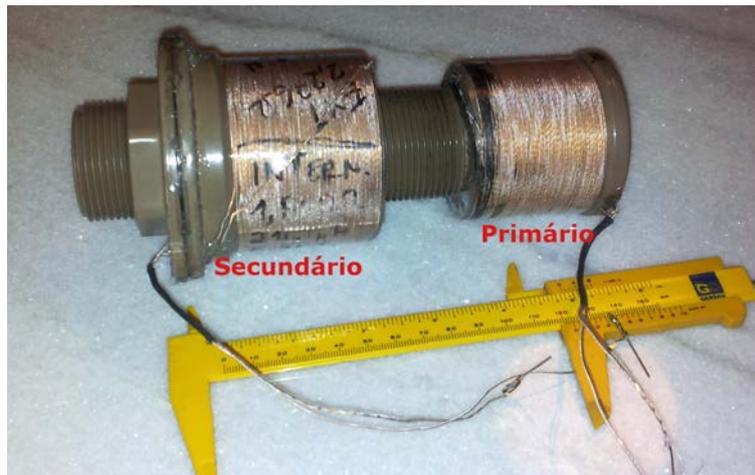


Figura 35: Imagem do protótipo construído para as medidas experimentais

A bobina do primário tem um diâmetro de  $58\text{mm}$  e um comprimento de  $47\text{mm}$ . É formada por 68 espiras de fio Litz 7x34 (AWG 34). As medidas, realizadas a  $100\text{kHz}$ , dessa bobina revelaram uma indutância  $L_1 = 218,4\mu\text{H}$ , resistência  $R_1 = 1,800\Omega$  e capacitância  $C_{L_1} = 11,593\text{nF}$ . Já a bobina do secundário tem um diâmetro de  $68\text{mm}$  e um comprimento de  $49\text{mm}$  com 74 espiras do mesmo fio. Os valores medidos para essa bobina foram  $L_2 = 311,4\mu\text{H}$ ,  $R_2 = 2,276\Omega$  e  $C_{L_2} = 8,134\text{nF}$ . A distância (ou *gap*) entre as bobinas quando o secundário encobre totalmente o primário é de  $5\text{mm}$  devido a espessura do material utilizado para a sua confecção. Os valores de  $k$  medidos variaram de 0,88 até 0,04 quando a bobina do secundário chegou ao final do curso da rosca do primário. Considerando a base da bobina do primário como o ponto zero, o deslocamento máximo possível do secundário foi de  $105\text{mm}$  e os pontos centrais das bobinas ficaram  $98\text{mm}$  afastados.

Para a confecção das bobinas, ao invés de um fio esmaltado, foi utilizado um cabo especial, comercialmente conhecido por fio Litz. A palavra *litz* deriva do alemão *litzendraht* que, em uma tradução livre para o português, significa *fio trançado*. Esse tipo de cabo tem como finalidade reduzir as perdas devido ao efeito pelicular (*skin effect*) e ao efeito de proximidade (*proximity effect*). O efeito pelicular ocorre pois, com o aumento da frequência em materiais condutores, a corrente passa a fluir cada vez mais densamente na superfície aumentando a resistência efetiva do condutor. Já no efeito de proximidade a resistência efetiva do condutor aumenta devido a influência dos campos magnéticos variáveis dos outros condutores próximos. Portanto, ao utilizar vários fios esmaltados (e assim isolados) o fio Litz consegue diminuir o aumento da resistência efetiva devido ao efeito

pelicular e, ao trançá-los num padrão especial, ele também diminui as perdas pelo efeito de proximidade.

#### 4.7.2 Como relacionar as variáveis medidas nos experimentos com o circuito teórico

Conforme pode ser visto na Figura 36, para efetuar as medidas necessárias para a validação dos resultados teóricos são necessárias três medições conjuntas. No primário é preciso medir os valores de pico da corrente fornecida pela fonte e da tensão além do ângulo entre elas. Já no secundário, devido à simplificação do problema considerando cargas somente resistivas, é possível fazer uma única medida da tensão de pico. Com essas três medidas, é possível calcular a potência real fornecida pela fonte ideal  $V_S$  e a disponível para a carga  $R_L$ .

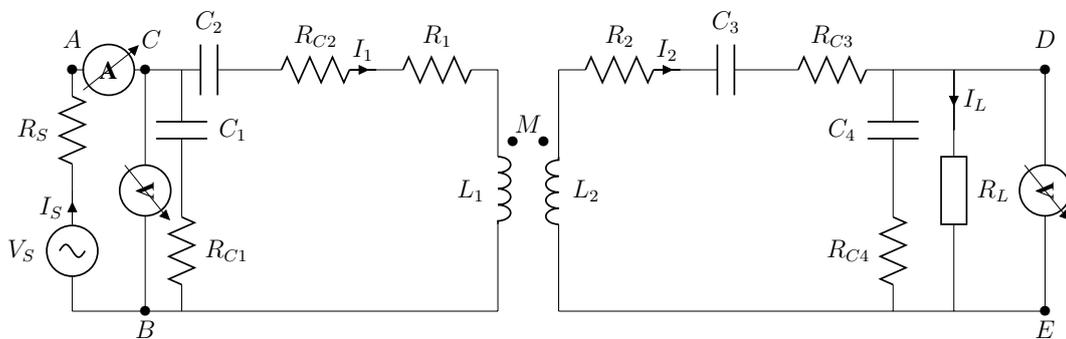


Figura 36: Circuito da Figura 31 com disposição dos equipamentos utilizados para medição

A tensão de pico na saída da fonte ( $V_{SP}$ ) pode ser diferente daquela utilizada nas simulações, desde que os resultados sejam ajustados. Isso se explica pois a eficiência  $\eta$  independe do valor de pico dessa tensão ( $V_{SP}$ ) e a tensão sobre a carga ( $V_{LP}$ ) é diretamente proporcional a essa tensão ( $V_{SP}$ ).

Não é possível medir diretamente o coeficiente de acoplamento  $k$  pois, como o próprio nome diz, é uma relação entre duas medidas e, também, adimensional. Conforme explicado na Seção 3.2.2, o coeficiente de acoplamento  $k$  carrega a informação de quanto do fluxo produzido por uma bobina interfere, ou acopla-se, na outra. Portanto, para a sua medida da maneira mais direta possível seria necessário a utilização de um gaussímetro. Como esse tipo de equipamento não estava disponível para a realização desse trabalho, foram desenvolvidas maneiras de medir o  $k$  utilizando somente medidas de tensão no primário e no secundário lembrando que o valor de  $k$  pode ser calculado através da relação  $M = k\sqrt{L_1L_2}$ .

O modo mais simples de realizar a medida do coeficiente de acoplamento é através da equação 86, desconsiderando todas as resistências de perdas dos componentes conforme mostrado na Figura 37. Nessa medida, o valor do  $k$  depende somente dos valores de pico das tensões medidas e das indutâncias das bobinas do primário e do secundário sendo insensível a frequência.

$$k = \frac{V_2}{V_1} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (86)$$

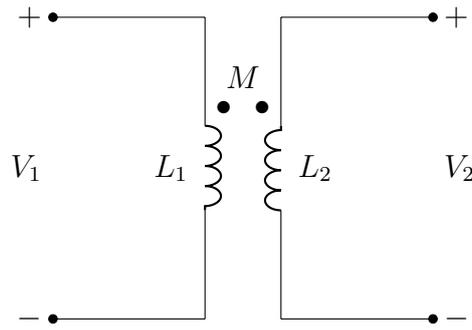


Figura 37: Esquema para medição do  $k$  desconsiderando as perdas

Por terem sido desconsideradas as perdas resistivas, a medida utilizando a equação 86 apresenta pequenos erros. Para ser possível mensurar esses erros é necessário realizar o equacionamento para o circuito com todas as perdas (Figura 38).

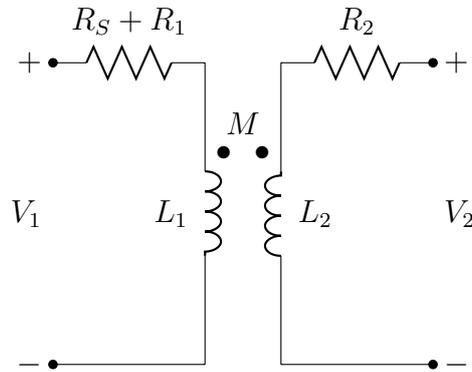


Figura 38: Esquema para medição do  $k$  considerando as perdas

Equacionando as tensões das malhas do circuito da Figura 38 de modo a isolar o  $k$ , obtém-se a equação 87.

$$k = \frac{V_2}{V_1} \sqrt{\frac{(R_S + R_1)^2 + \omega^2 L_1^2}{\omega^2 L_1 L_2}} \quad (87)$$

Caso  $(R_S + R_1)^2 \ll \omega^2 L_1^2$ , a equação 87 pode ser simplificada ficando exatamente igual a equação 86.

#### 4.7.3 Escolha dos valores dos capacitores

No laboratório utilizado para realizar os testes práticos não existiam todos os 216 valores de capacitores que serviram de base para as simulações. Também o valor medido da resistência série equivalente dos capacitores não era o mesmo utilizado nas simulações ( $R_C = 0,1\Omega$ ), mas em média muito maior. Os valores disponíveis no laboratório, bem como suas respectivas resistências série, estão listados na Tabela 1. Todos os valores informados nessa tabela foram medidos utilizando um medidor LCR. Foi utilizada a faixa de frequências recomendada no manual do equipamento ( $100kHz$ ). No total estavam disponíveis 23 possíveis capacitores para serem usados no experimento.

Tabela 1: Capacitores disponíveis no laboratório para os experimentos

	$C(F)$	$ESR(\Omega)$		$C(F)$	$ESR(\Omega)$
1	$49 \times 10^{-9}$	$450 \times 10^{-3}$	13	$4,8 \times 10^{-9}$	4,7
2	$1,373 \times 10^{-6}$	$20 \times 10^{-3}$	14	$4,4 \times 10^{-9}$	5
3	$386 \times 10^{-9}$	3,2	15	$106 \times 10^{-9}$	$400 \times 10^{-3}$
4	$384 \times 10^{-9}$	3,4	16	$48,6 \times 10^{-9}$	$400 \times 10^{-3}$
5	$835 \times 10^{-9}$	2,3	17	$49,5 \times 10^{-9}$	$400 \times 10^{-3}$
6	$842 \times 10^{-9}$	2	18	$46,6 \times 10^{-9}$	$800 \times 10^{-3}$
7	$320 \times 10^{-9}$	$80 \times 10^{-3}$	19	$1,877 \times 10^{-6}$	$30 \times 10^{-3}$
8	$186 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-3}$	20	$1,929 \times 10^{-6}$	$30 \times 10^{-3}$
9	$182 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-3}$	21	$1,97 \times 10^{-6}$	$40 \times 10^{-3}$
10	$191 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-3}$	22	$1,964 \times 10^{-6}$	$20 \times 10^{-3}$
11	$190 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-3}$	23	$1,94 \times 10^{-6}$	$20 \times 10^{-3}$
12	$4,4 \times 10^{-9}$	4,9	24	$4,9 \times 10^{-9}$	4,6

Para conseguir testar o método da compensação com quatro capacitores experimentalmente é necessário fazer a simulação considerando os valores da Tabela 1. Como as resistências série variam muito em capacitores comuns, é necessário que sejam levadas em consideração. Nesta simulação foi gerada uma tabela com todas as possíveis permutações de quatro capacitores e depois encontrados os valores máximos através de uma busca exaustiva. A escolha pela busca exaustiva foi devido ao baixo número de permutações, aproximadamente 255 mil. Nesse caso foi necessário usar permutações porque não seria possível repetir valores dos quais não houvesse um número suficiente de capacitores. O resultado da nova simulação para a máxima potência na saída, para diferentes cargas  $R_L$  e coeficientes de acoplamento  $k$  utilizando somente os valores da Tabela 1, pode ser visto na Tabela 2.

Tabela 2: Valores dos capacitores para máx. potência usando a Tabela 1

$k$	$R_L$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$P_{OUTMAX}$
0,004	6,8	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$1,1275 \times 10^{-3}$
0,004	47	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$6,15518 \times 10^{-3}$
0,004	270	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$12,3262 \times 10^{-3}$
0,004	470	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$11,0754 \times 10^{-3}$
0,004	1000	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$12,6373 \times 10^{-3}$
0,04	6,8	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$106,64 \times 10^{-3}$
0,04	47	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$460,922 \times 10^{-3}$
0,04	270	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$538,04 \times 10^{-3}$
0,04	470	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$615,118 \times 10^{-3}$
0,04	1000	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$588,789 \times 10^{-3}$
0,46	6,8	$4,4 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$49,5 \times 10^{-9}$	$4,4 \times 10^{-9}$	$551,979 \times 10^{-3}$
0,46	47	$4,4 \times 10^{-9}$	$49,5 \times 10^{-9}$	$1,964 \times 10^{-6}$	$4,4 \times 10^{-9}$	$567,71 \times 10^{-3}$
0,46	270	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$1,964 \times 10^{-6}$	$4,4 \times 10^{-9}$	$982,464 \times 10^{-3}$
0,46	470	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$1,964 \times 10^{-6}$	$4,4 \times 10^{-9}$	1,04449
0,46	1000	$48,6 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$1,964 \times 10^{-6}$	$4,4 \times 10^{-9}$	$874,077 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$4,4 \times 10^{-9}$	$191 \times 10^{-9}$	$1,964 \times 10^{-6}$	$4,4 \times 10^{-9}$	$875,85 \times 10^{-3}$
0,88	47	$4,4 \times 10^{-9}$	$1,373 \times 10^{-6}$	$1,877 \times 10^{-6}$	$182 \times 10^{-9}$	$728,122 \times 10^{-3}$
0,88	270	$4,4 \times 10^{-9}$	$1,373 \times 10^{-6}$	$1,94 \times 10^{-6}$	$182 \times 10^{-9}$	$476,804 \times 10^{-3}$
0,88	470	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$1,964 \times 10^{-6}$	$4,4 \times 10^{-9}$	$567,126 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$1,964 \times 10^{-6}$	$4,4 \times 10^{-9}$	$556,197 \times 10^{-3}$

## 5 RESULTADOS

### 5.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentadas todas as simulações e experimentos realizados. Com o uso destes dados, é possível comparar as diversas configurações apresentadas e, assim, conseguir mostrar as vantagens de se utilizar o uso de quatro capacitores de compensação e a sintonia da frequência. Os valores utilizados em todo este capítulo, quando não mencionado o contrário, serão aqueles referentes ao protótipo apresentado na Seção 4.7. Além dos valores referentes aos dados levantados do protótipo, serão utilizados como padrão uma fonte senoidal com tensão de pico  $V_S$  igual a  $5V$ , frequência de  $50kHz$  e uma resistência interna  $R_S$  de  $0,1\Omega$ . Em (WANG; STIELAU; COVIC, 2005), justifica-se o uso de frequências abaixo de  $100kHz$  devido às limitações impostas pelas perdas no chaveamento. Também, conforme o ICNIRP (International Committee on Non-Ionizing Radiation Protection), os níveis de exposição máximos seguros, relativos ao campo magnético, podem ser até  $100\times$  maiores quando utilizadas frequências menores ou iguais a  $100kHz$  comparados com frequências na faixa dos  $MHz$  (NON-IONIZING RADIATION PROTECTION, ICNIRP). A escolha da frequência de  $50kHz$  foi feita pois o equipamento disponível para os experimentos práticos apresenta uma queda na tensão muito acentuada, para valores mais altos. A resistência interna da fonte utilizada nas simulações é baseada na resistência  $R_{DS(ON)}$  dos *power mosfets*. Portanto acredita-se que com o  $R_S$  escolhido as perdas na fonte estarão dimensionadas acima do que as tecnologias atuais permitem alcançar e assim os resultados apresentados aqui serão conservativos.

Para facilitar as comparações, todas as configurações terão os seus valores de máxima eficiência, potência na saída e potência eficiente tabelados num mesmo padrão e exibidos no Apêndice A. Portanto, todas as tabelas terão os valores referentes aos coeficientes de acoplamento  $k$  de 0,004, 0,04, 0,46 e 0,88. Os resistores utilizados na carga  $R_L$  terão os mesmos valores utilizados em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013). Essas tabelas serão montadas utilizando somente os valores discretos de capacitores conforme apresentado na Seção 4.5.1. Apesar da potência eficiente ser um parâmetro importante para avaliar a eficiência conjuntamente com a capacidade de transmissão de energia, esses dados serão apresentados somente nas tabelas. Nos gráficos apresentados, quando os valores forem encontrados utilizando uma busca (exaustiva ou outra), os pontos realmente calculados serão destacados com um ponto vermelho, para diferenciá-los daqueles resultantes da interpolação realizada para a obtenção de uma superfície suave.

## 5.2 Simulações

### 5.2.1 Circuito sem compensação

Todo o estudo desenvolvido neste trabalho tem como base o desempenho do circuito original sem compensação (Figura 2). Portanto é necessária a verificação do comportamento desse circuito para que assim seja possível analisar os benefícios trazidos pela introdução dos capacitores de compensação. Na Figura 39 é possível ver o comportamento da potência na carga ( $P_{OUT}$ ) do circuito sem compensação quando o coeficiente de acoplamento  $k$  e a resistência da carga  $R_L$  variam.

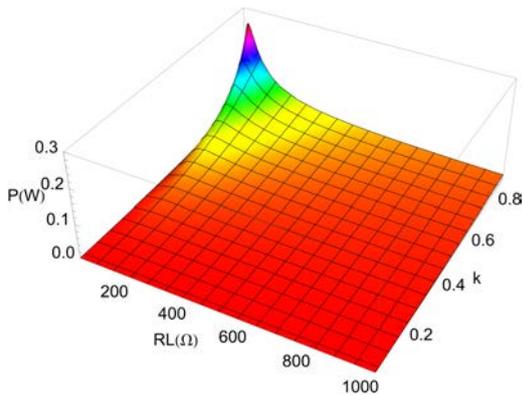


Figura 39: Comportamento da potência na saída  $P_{OUT}$  do circuito sem compensação

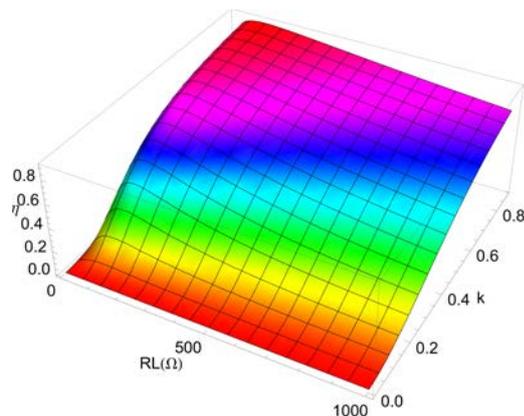


Figura 40: Comportamento da eficiência  $\eta$  do circuito sem compensação

A análise do gráfico (Figura 39) mostra que o aumento do  $k$  leva a um aumento da energia disponível para a carga. Na eficiência  $\eta$ , tem-se uma dependência ainda mais forte do acoplamento do que na potência na carga, como pode ser visto na Figura 40. Esse comportamento pode também ser confirmado pela equação 34, onde o coeficiente de acoplamento  $k$  aparece elevado ao quadrado.

Já na Figura 41, é possível ver a tensão de pico sobre a carga nessa mesma configuração de circuito. A tensão tem um comportamento praticamente linear com a variação do  $k$  a partir de um certo valor de  $R_L$ . Isso mostra que, após certo ponto, o circuito comporta-se como se não existisse carga e, assim, a tensão na saída será controlada somente pela indutância mútua  $M$ .

A visualização do comportamento do circuito através de gráficos, apesar de útil para verificar tendências, dificulta comparações pontuais de valores. Como a ideia deste trabalho é mostrar que um circuito compensado com quatro capacitores tem um melhor desempenho no que diz respeito à eficiência e potência na carga, então criou-se uma tabela com valores padrão de acoplamento  $k$  e resistência  $R_L$ . Com o uso dessa tabela serão comparados os resultados de todos os circuitos apresentados. Os valores máximos de eficiência, potência na saída e potência eficiente para o circuito sem compensação podem ser verificados na Tabela 7 (Apêndice A).

### 5.2.2 Circuitos compensados com o uso de somente um capacitor

#### 5.2.2.1 Compensação com capacitor paralelo no secundário

Após a introdução de um capacitor em paralelo com a carga (Figura 5) para efetuar a compensação, o circuito já apresenta claramente um desempenho melhorado. Na Fi-

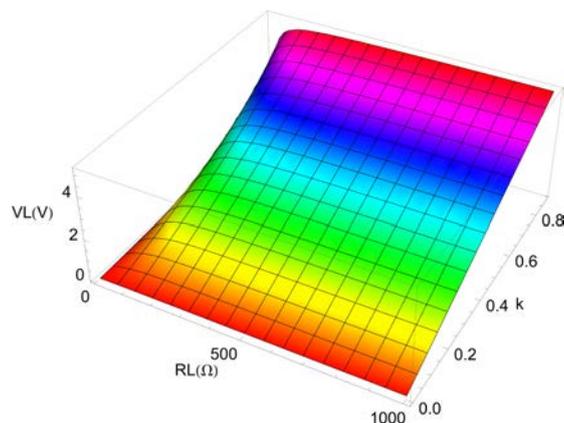


Figura 41: Comportamento da tensão  $V_L$  de pico no circuito sem compensação

Figura 42, é possível verificar o comportamento da máxima potência em relação à resistência de carga  $R_L$  e ao coeficiente de acoplamento  $k$  do circuito compensado utilizando um capacitor calculado conforme a equação 56.

Ao contrário do que acontecia no caso sem compensação (Figura 39), no circuito compensado a potência na carga quando o coeficiente de acoplamento é pequeno já é consideravelmente maior. Esse aumento pode ser comprovado pelos gráficos das Figuras 42 e 40 ou, também, comparando os valores nas Tabelas 7 e 8 (Apêndice A).

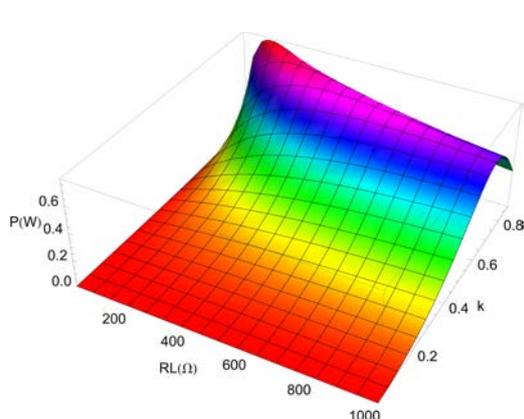


Figura 42: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  do circuito com capacitor paralelo no secundário

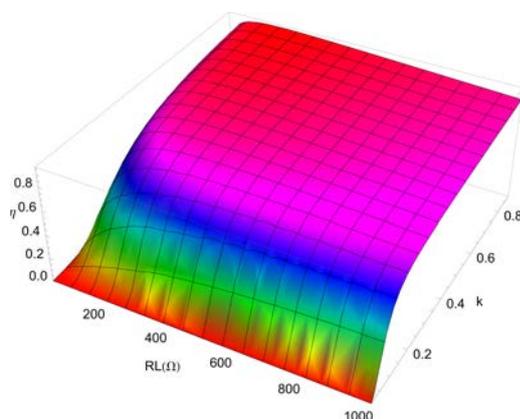


Figura 43: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  do circuito com capacitor paralelo no secundário

No caso da eficiência (Figura 44), também é notado um aumento desde os menores valores de  $k$  com pouca influência da carga  $R_L$ , quando comparado com o circuito sem compensação (Figura 40). Novamente, as comparações dos gráficos podem ser mais facilmente verificadas nas Tabelas 7 e 8 (Apêndice A).

A tensão sobre a carga  $R_L$  do caso compensado por capacitor paralelo no secundário pode ser vista no gráfico da Figura 44. Apesar de apresentar um valor de pico maior para praticamente todas as combinações de  $R_L$  e  $k$  em relação ao não compensado (Figura 41) mostra um comportamento bem mais dependente em relação ao valor da carga  $R_L$ .

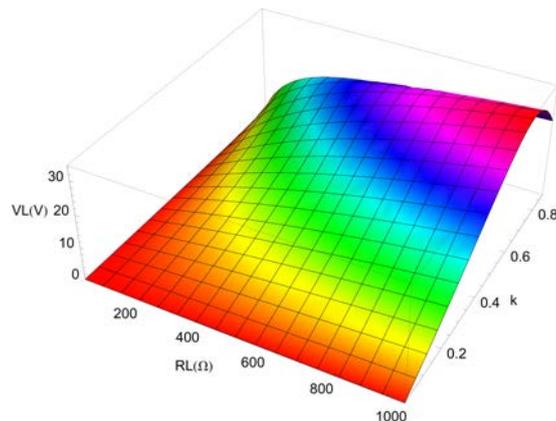


Figura 44: Comportamento da tensão  $V_L$  de pico no circuito com capacitor paralelo no secundário usando a mesma compensação da máxima potência na saída

#### 5.2.2.2 Compensação com capacitor série no secundário

Na configuração com capacitor série no secundário (Figura 12) as vantagens em relação ao circuito não compensado são menores do que aquelas da configuração paralelo (Figura 43). Como pode ser visto comparando-se os gráficos da Figura 45 e 39 (ou de maneira mais precisa através da Tabela 22), existe um aumento considerável da potência na saída, mas somente para alguns valores baixos da resistência da carga  $R_L$ .

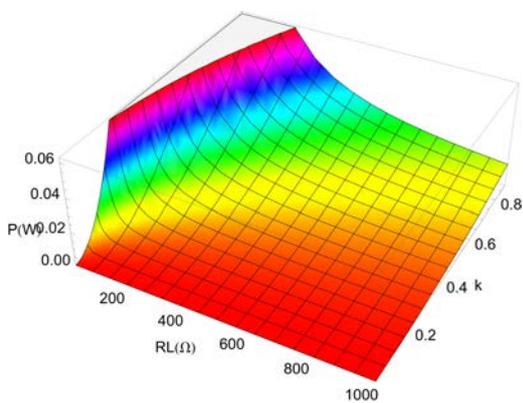


Figura 45: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  do circuito com capacitor série no secundário

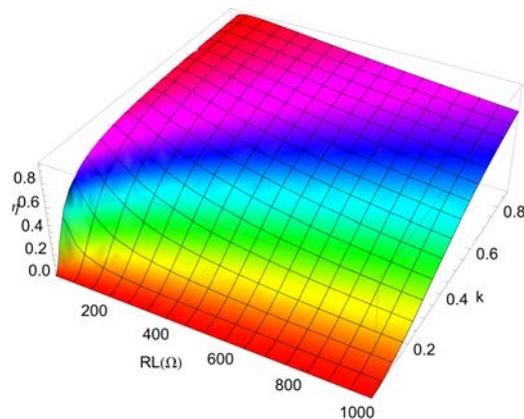


Figura 46: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  do circuito com capacitor série no secundário

Conforme a Figura 46, tal qual aconteceu com o comportamento da potência, a eficiência melhora muito para valores pequenos de  $k$ , juntamente com valores pequenos da resistência de carga  $R_L$ , em comparação com o resultado do circuito sem compensação (Figura 40).

A tensão sobre a carga (Figura 47) apresenta um comportamento bastante linear em relação à variação do  $k$  e praticamente não sofre influência das variações da carga  $R_L$  para valores acima de  $100\Omega$ . Mesmo analisando o circuito da Figura 14, esse resultado não é intuitivo, pois tanto a resistência equivalente refletida para o secundário  $R_{EQ}$  (que corresponde a equação 45), quanto a fonte de tensão controlada  $V_{SEQ}$  (que corresponde a multiplicação das equações 43 e 44), dependem de  $k$  de uma maneira não linear.

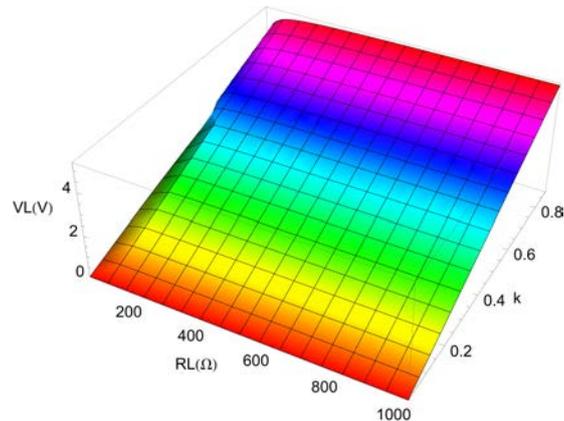


Figura 47: Comportamento da tensão  $V_L$  de pico no circuito com capacitor série no secundário usando a mesma compensação da máxima potência na saída

### 5.2.2.3 Compensação com capacitor paralelo no primário

O comportamento da potência na saída visto no gráfico da Figura 48 é muito semelhante ao do circuito sem compensação (Figura 40), porém alcançando valores maiores para coeficientes de acoplamentos  $k$  e resistências de carga  $R_L$  menores. O circuito equivalente a essa compensação pode ser visto na Figura 18.

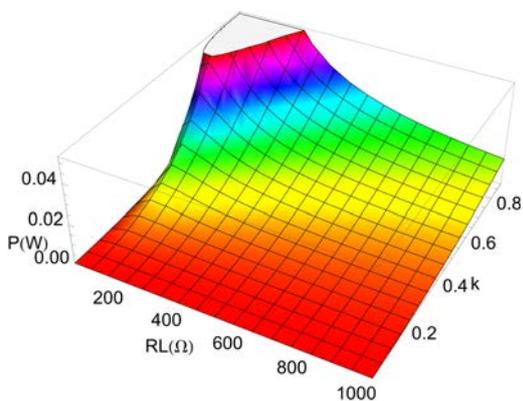


Figura 48: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  do circuito com capacitor paralelo no primário

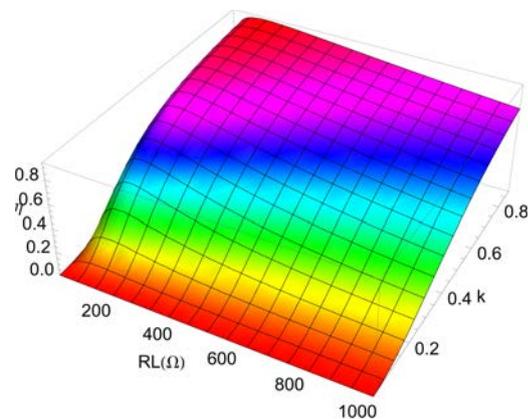


Figura 49: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  do circuito com capacitor paralelo no primário

A eficiência (Figura 49) comporta-se de forma muito semelhante aquela do circuito sem compensação (Figura 40). Entretanto, na compensação com capacitor paralelo no primário o circuito alcança níveis de eficiência maiores para valores menores de  $k$  quando comparado com o circuito não compensado.

No gráfico referente à tensão sobre a carga (Figura 50), é possível notar uma sensível diminuição da linearidade para valores de  $R_L$  abaixo de  $100\Omega$ . Esse mesmo comportamento ocorre de forma mais acentuada no gráfico da Figura 41 referente ao circuito não compensado.

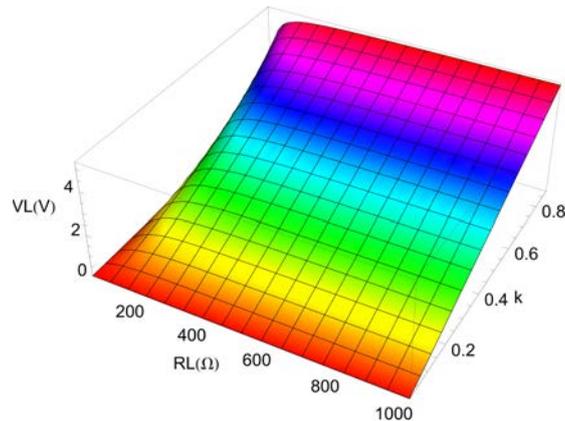


Figura 50: Comportamento da tensão  $V_L$  de pico no circuito com capacitor paralelo no primário usando a mesma compensação da máxima potência na saída

#### 5.2.2.4 Compensação com capacitor série no primário

Esse tipo de compensação tem uma grande vantagem em relação às anteriores: consegue que o ângulo entre a tensão e a corrente fornecida pela fonte seja sempre zero. Pelo circuito da Figura 23, essa afirmação é fácil de ser comprovada. Com a reatância equivalente em série com o capacitor de compensação é possível, na ressonância, cancelar essa reatância e, assim, a fonte passa a ter uma carga puramente resistiva. Também a potência fornecida para a carga (Figura 51) tem uma grande melhora, tal qual aconteceu no caso da compensação com capacitor paralelo no secundário, em relação ao gráfico da Figura 40, que corresponde ao circuito inicial sem capacitores.

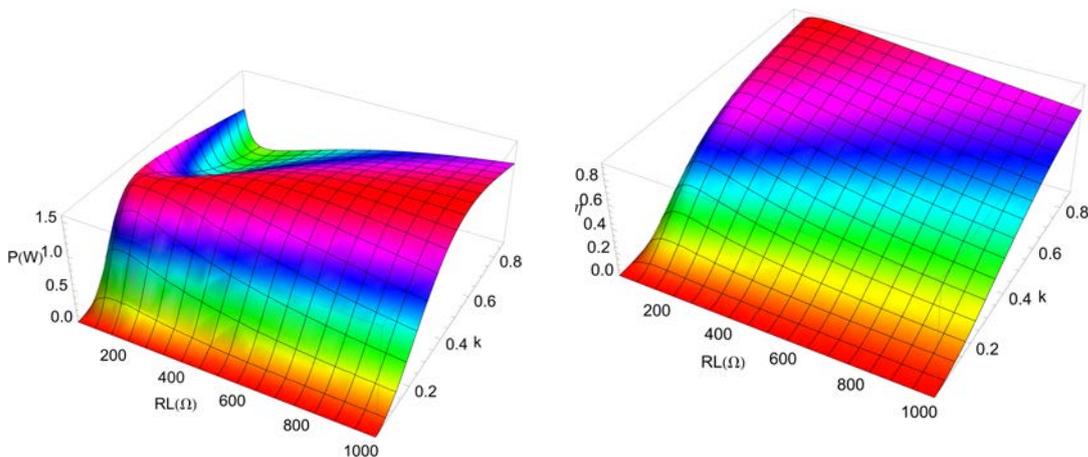


Figura 51: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  do circuito com capacitor série no primário

Figura 52: Comportamento da eficiência  $\eta$  do circuito com capacitor série no primário usando a mesma compensação da máxima potência na saída

Na Figura 52, é apresentada a eficiência do circuito com capacitor série no primário. Esse gráfico se aproxima muito daquele do circuito não compensado (Figura 40), demonstrando os efeitos de se adicionar uma resistência parasita em série com a fonte de tensão (circuito da Figura 23).

Ao se adicionar um capacitor em série com a fonte, é aumentada consideravelmente a não linearidade da tensão  $V_L$  (Figura 53) para a variação de  $R_L$  e  $k$ . Um aspecto negativo

do comportamento da tensão é que, dependendo da necessidade de regulação da tensão sobre a carga, um comportamento muito não linear exigiria um circuito regulador de tensão mais complexo para ser utilizado na saída do primário. Com isso, é possível que as perdas cresçam com o aumento do número de componentes diminuindo também a confiabilidade do sistema.

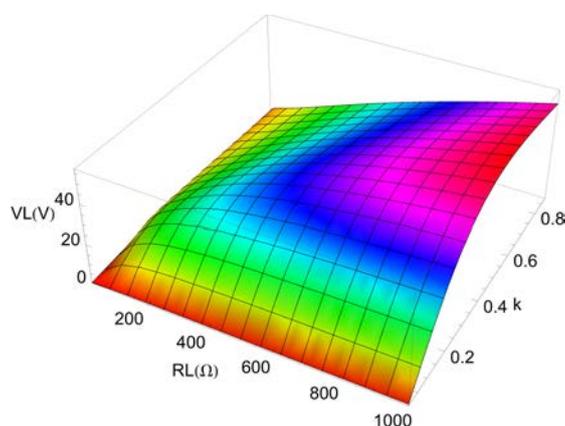


Figura 53: Comportamento da tensão  $V_L$  de pico no circuito com capacitor série no primário usando a mesma compensação da máxima potência na saída

### 5.2.3 Circuitos compensados com o uso de dois capacitores

No total são quatro tipos de configurações apresentadas aqui: paralelo-paralelo (PP), paralelo-série (PS), série-paralelo (SP) e série-série (SS). Nos circuitos com compensação utilizando dois capacitores, esses componentes foram calculados de maneira numérica, utilizando somente os 216 valores comerciais definidos na Seção 4.5.1, através de uma busca exaustiva. Portanto não é possível gerar os mesmos gráficos em três dimensões de forma contínua vistos nas seções anteriores pois não foi desenvolvida uma função analítica que relacione os melhores valores de  $C_1$  e  $C_2$  com as máximas eficiência, potência na saída e potência eficiente. No entanto, foi possível a geração de gráficos usando os pontos encontrados e uma interpolação para gerar a superfície. Para facilitar a visualização dos pontos realmente calculados, esses serão sobrepostos aos gráficos de superfície. Os valores calculados são os valores ótimos obtidos separadamente para a eficiência  $\eta$  e para a potência na saída  $P_{OUT}$ . Todos os valores calculados, bem como os capacitores encontrados, são apresentados na Tabela 3, onde as configurações que obtiveram os valores máximos para a mesma faixa de resistência e coeficiente de acoplamento estão destacados em negrito.

Intuitivamente, espera-se que os comportamentos sejam parecidos, em alguns aspectos, com aqueles dos circuitos equivalentes, mas que usam somente um capacitor. Logo, seguindo essa linha de raciocínio, a compensação PP deveria ter traços da compensação com um capacitor em paralelo no primário e também daquela com um capacitor paralelo no secundário e assim por diante.

Tabela 3: Valores dos capacitores para máximas eficiência e potência com dois capacitores

$k$	$R_L(\Omega)$	$C_{1\eta_{max}}$	$C_{2\eta_{max}}$	$\eta_{max}$	$C_{1P_{OUT_{max}}}$	$C_{2P_{OUT_{max}}}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	Tipo
0,004	6,8	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$4,22 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>22 \times 10^{-3}</math></b>	SS
0,004	6,8	$18 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$38 \times 10^{-6}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$199 \times 10^{-6}$	SP
0,004	6,8	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>4,56 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$22,5 \times 10^{-8}$	PS
0,004	6,8	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$41,1 \times 10^{-6}$	$1,1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$202 \times 10^{-9}$	PP
0,004	47	$2,2 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,03 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>5,39 \times 10^{-3}</math></b>	SS
0,004	47	$1,3 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$257 \times 10^{-6}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,34 \times 10^{-3}$	SP
0,004	47	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>1,12 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$5,49 \times 10^{-6}$	PS
0,004	47	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$278 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,37 \times 10^{-6}$	PP
0,004	270	$3 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$195 \times 10^{-6}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,02 \times 10^{-3}$	SS
0,004	270	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,33 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>6,92 \times 10^{-3}</math></b>	SP
0,004	270	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$211 \times 10^{-6}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,04 \times 10^{-6}$	PS
0,004	270	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>1,43 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$7,05 \times 10^{-6}$	PP
0,004	470	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$113 \times 10^{-6}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$591 \times 10^{-6}$	SS
0,004	470	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$2,1 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>11 \times 10^{-3}</math></b>	SP
0,004	470	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$122 \times 10^{-6}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$600 \times 10^{-9}$	PS
0,004	470	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>2,27 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$11,2 \times 10^{-6}$	PP
0,004	1000	$2,2 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$53,4 \times 10^{-6}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$279 \times 10^{-6}$	SS
0,004	1000	$9,1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$3,53 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>18,4 \times 10^{-3}</math></b>	SP
0,004	1000	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$57,8 \times 10^{-6}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$284 \times 10^{-9}$	PS
0,004	1000	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>3,82 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$18,8 \times 10^{-6}$	PP
0,04	6,8	$2,4 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$270 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b>1,02</b>	SS
0,04	6,8	$1,2 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$3,78 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$20,5 \times 10^{-3}$	SP
0,04	6,8	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>283 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$2,26 \times 10^{-3}$	PS
0,04	6,8	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$4,09 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$20,2 \times 10^{-6}$	PP
0,04	47	$3 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$93,3 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>454 \times 10^{-3}</math></b>	SS
0,04	47	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$25,1 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$133 \times 10^{-3}$	SP
0,04	47	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>100 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$549 \times 10^{-6}$	PS
0,04	47	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$27 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$137 \times 10^{-6}$	PP
0,04	270	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$19,2 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$98,8 \times 10^{-3}$	SS
0,04	270	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$116 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>569 \times 10^{-3}</math></b>	SP
0,04	270	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$20,7 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$104 \times 10^{-6}$	PS
0,04	270	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>124 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$707 \times 10^{-6}$	PP
0,04	470	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$11,2 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$58 \times 10^{-3}$	SS
0,04	470	$8,2 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$170 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>784 \times 10^{-3}</math></b>	SP
0,04	470	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$12,1 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$60 \times 10^{-6}$	PS
0,04	470	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>181 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,12 \times 10^{-3}$	PP
0,04	1000	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$5,32 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$27,7 \times 10^{-3}$	SS
0,04	1000	$1,6 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$245 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b>1,</b>	SP
0,04	1000	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$5,74 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$28,4 \times 10^{-6}$	PS
0,04	1000	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>259 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$1,89 \times 10^{-3}$	PP
0,46	6,8	$2,4 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$731 \times 10^{-3}$	$62 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-9}$	<b>1,16</b>	SS
0,46	6,8	$1,6 \times 10^{-12}$	$27 \times 10^{-9}$	$301 \times 10^{-3}$	$56 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	$695 \times 10^{-3}$	SP
0,46	6,8	$3 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>732 \times 10^{-3}</math></b>	$24 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$245 \times 10^{-3}$	PS
0,46	6,8	$30 \times 10^{-9}$	$27 \times 10^{-9}$	$315 \times 10^{-3}$	$20 \times 10^{-9}$	$39 \times 10^{-9}$	$4,27 \times 10^{-3}$	PP
0,46	47	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$890 \times 10^{-3}$	$43 \times 10^{-9}$	$10 \times 10^{-9}$	<b>1,37</b>	SS
0,46	47	$1,2 \times 10^{-12}$	$27 \times 10^{-9}$	$740 \times 10^{-3}$	$62 \times 10^{-9}$	$130 \times 10^{-9}$	$1,23$	SP
0,46	47	$20 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>894 \times 10^{-3}</math></b>	$16 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$70,7 \times 10^{-3}$	PS
0,46	47	$27 \times 10^{-9}$	$27 \times 10^{-9}$	$752 \times 10^{-3}$	$20 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$28,4 \times 10^{-3}$	PP
0,46	270	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$716 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-6}$	<b>1,29</b>	SS
0,46	270	$1 \times 10^{-12}$	$27 \times 10^{-9}$	$891 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	<b>1,29</b>	SP
0,46	270	$22 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$732 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$13,7 \times 10^{-3}$	PS
0,46	270	$18 \times 10^{-9}$	$27 \times 10^{-9}$	<b><math>895 \times 10^{-3}</math></b>	$20 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$130 \times 10^{-3}$	PP
0,46	470	$1,1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$598 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-6}$	<b>1,5</b>	SS
0,46	470	$1 \times 10^{-12}$	$27 \times 10^{-9}$	$877 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	<b>1,5</b>	SP
0,46	470	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$616 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$7,92 \times 10^{-3}$	PS
0,46	470	$15 \times 10^{-9}$	$27 \times 10^{-9}$	<b><math>880 \times 10^{-3}</math></b>	$22 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$187 \times 10^{-3}$	PP
0,46	1000	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$414 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-6}$	<b>1,44</b>	SS
0,46	1000	$1,8 \times 10^{-12}$	$27 \times 10^{-9}$	$810 \times 10^{-3}$	$43 \times 10^{-9}$	$9,1 \times 10^{-9}$	<b>1,49</b>	SP
0,46	1000	$24 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$433 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$3,75 \times 10^{-3}$	PS
0,46	1000	$13 \times 10^{-9}$	$27 \times 10^{-9}$	<b><math>813 \times 10^{-3}</math></b>	$27 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$247 \times 10^{-3}$	PP
0,88	6,8	$1,5 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$738 \times 10^{-3}$	$33 \times 10^{-9}$	$11 \times 10^{-9}$	<b>1,05</b>	SS
0,88	6,8	$1,5 \times 10^{-12}$	$20 \times 10^{-9}$	$532 \times 10^{-3}$	$200 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	$965 \times 10^{-3}$	SP
0,88	6,8	$1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>739 \times 10^{-3}</math></b>	$18 \times 10^{-9}$	$150 \times 10^{-9}$	$733 \times 10^{-3}$	PS
0,88	6,8	$82 \times 10^{-9}$	$18 \times 10^{-9}$	$543 \times 10^{-3}$	$62 \times 10^{-9}$	$130 \times 10^{-9}$	$164 \times 10^{-3}$	PP
0,88	47	$1,6 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$934 \times 10^{-3}$	$39 \times 10^{-9}$	$6,8 \times 10^{-9}$	<b>1,42</b>	SS
0,88	47	$1,2 \times 10^{-12}$	$20 \times 10^{-9}$	$881 \times 10^{-3}$	$470 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-9}$	$833 \times 10^{-3}$	SP
0,88	47	$6,8 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	<b><math>935 \times 10^{-3}</math></b>	$15 \times 10^{-9}$	$150 \times 10^{-9}$	$245 \times 10^{-3}$	PS
0,88	47	$30 \times 10^{-9}$	$18 \times 10^{-9}$	$884 \times 10^{-3}$	$27 \times 10^{-9}$	$130 \times 10^{-9}$	$634 \times 10^{-3}$	PP
0,88	270	$2,7 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$897 \times 10^{-3}$	$43 \times 10^{-9}$	$3,3 \times 10^{-9}$	<b>1,54</b>	SS
0,88	270	$1,6 \times 10^{-12}$	$20 \times 10^{-9}$	$939 \times 10^{-3}$	$910 \times 10^{-6}$	$130 \times 10^{-9}$	$600 \times 10^{-3}$	SP
0,88	270	$22 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$903 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$150 \times 10^{-9}$	$49,4 \times 10^{-3}$	PS
0,88	270	$11 \times 10^{-9}$	$20 \times 10^{-9}$	<b><math>941 \times 10^{-3}</math></b>	$1 \times 10^{-12}$	$130 \times 10^{-9}$	$618 \times 10^{-3}$	PP
0,88	470	$2,7 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$842 \times 10^{-3}$	$43 \times 10^{-9}$	$3,3 \times 10^{-9}$	<b>1,49</b>	SS
0,88	470	$1,2 \times 10^{-12}$	$20 \times 10^{-9}$	$921 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	$824 \times 10^{-3}$	SP
0,88	470	$22 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$852 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$150 \times 10^{-9}$	$28,8 \times 10^{-3}$	PS
0,88	470	$11 \times 10^{-9}$	$20 \times 10^{-9}$	<b><math>923 \times 10^{-3}</math></b>	$1 \times 10^{-12}$	$130 \times 10^{-9}$	$459 \times 10^{-3}$	PP
0,88	1000	$1,1 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$720 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-6}$	<b>1,25</b>	SS
0,88	1000	$2,4 \times 10^{-12}$	$20 \times 10^{-9}$	$863 \times 10^{-3}$	$47 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	<b>1,25</b>	SP
0,88	1000	$22 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$735 \times 10^{-3}$	$15 \times 10^{-9}$	$150 \times 10^{-9}$	$13,7 \times 10^{-3}$	PS
0,88	1000	$10 \times 10^{-9}$	$20 \times 10^{-9}$	<b><math>866 \times 10^{-3}</math></b>	$1 \times 10^{-12}$	$130 \times 10^{-9}$	$265 \times 10^{-3}$	PP

### 5.2.3.1 Configuração paralelo no primário e paralelo no secundário - PP

Na compensação utilizando capacitores em paralelo tanto no primário quanto no secundário (circuito da Figura 27), o comportamento apresentado pela eficiência e potência na saída foi muito parecido com aqueles dos circuitos com apenas um capacitor paralelo no primário (Figuras 49 e 48) ou no secundário (Figuras 43 e 42) para valores pequenos de  $R_L$ . No entanto, o circuito com dois capacitores teve um melhor desempenho quando a resistência da carga foi aumentada. O gráfico onde são apresentados os pontos de máxima potência na saída  $P_{OUT}$  em função da carga  $R_L$  e do coeficiente de acoplamento  $k$  pode ser visto na Figura 54. A máxima eficiência é apresentada na Figura 55. Comparando-se com os outros circuitos compensados com dois capacitores, é possível notar que a máxima eficiência (Figura 55) tem as mesmas características apresentadas pelo circuito SP (Figura 59).

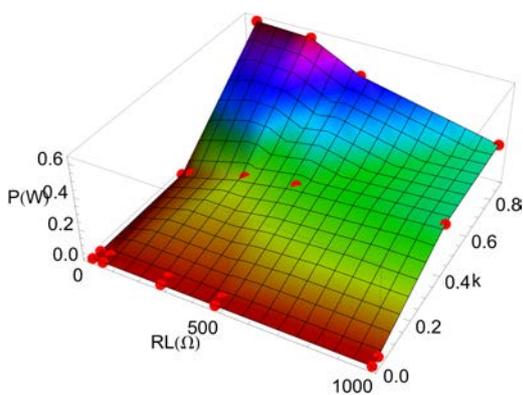


Figura 54: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração PP

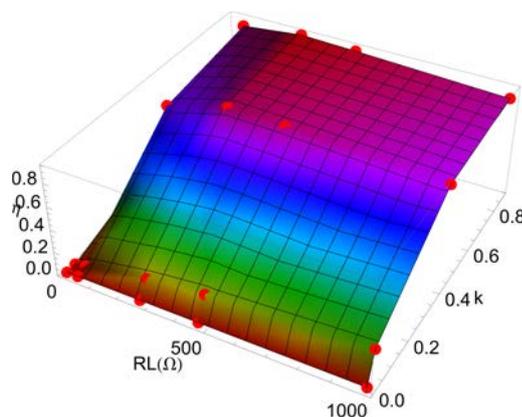


Figura 55: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  da configuração PP

### 5.2.3.2 Configuração paralelo no primário e série no secundário - PS

A máxima potência na saída (Figura 56) dos circuitos com compensação PS (Figura 26) comporta-se de um modo muito próximo aos circuitos da Figura 45 e 48. Também, comparando-se com os resultados da Figura 54, nota-se uma significativa piora no desempenho para resistências de carga maiores. O formato geral dos gráficos que apresentam o comportamento da máxima eficiência para o caso da configuração paralelo-série (Figura 57) tem as mesmas tendências fundamentais daqueles referentes aos circuitos com um capacitor paralelo no primário (Figura 49) e com capacitor série no secundário (Figura 46).

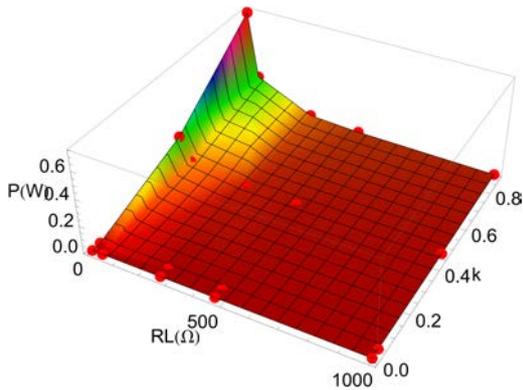


Figura 56: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração PS

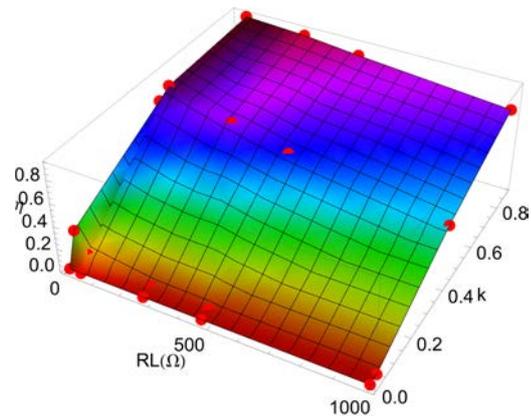


Figura 57: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  da configuração PS

### 5.2.3.3 Configuração série no primário e paralelo no secundário - SP

De todas as configurações com dois capacitores de compensação vistas até aqui, a que utiliza um capacitor série no primário e outro paralelo no secundário (Figura 58) apresenta o melhor desempenho. Isso é justificado pois, analisando o comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  (Figura 58), é possível verificar que, apesar de alguns pontos de baixa potência para valores de  $R_L$  e  $k$  pequenos, em todo o resto do espaço foi alcançado um aumento considerável na potência em relação ao PP e PS (Figuras 54 e 56). Mesmo quando compara-se com a configuração SS (Figura 60) que consegue manter uma região bastante linear para acoplamentos maiores, ainda assim a configuração SP apresenta um crescimento mais rápido da potência na saída para valores baixos de  $k$ . O comportamento da máxima eficiência (Figura 59) ficou muito parecido com aquela da configuração paralelo-paralelo (PP) que pode ser visto na Figura 55. Contudo, conforme a Figura 43, aparentemente esse comportamento da máxima eficiência é derivado do uso de um capacitor em paralelo no secundário.

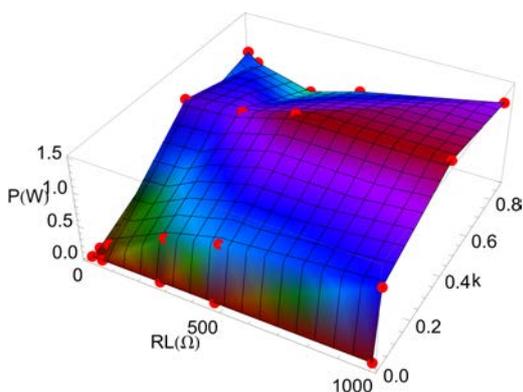


Figura 58: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração SP

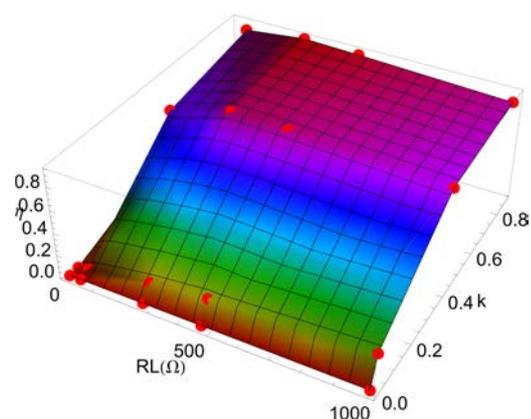


Figura 59: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  da configuração SP

### 5.2.3.4 Configuração série no primário e série no secundário - SS

A configuração SS tem um melhor desempenho que a SP para valores muito baixos da resistência da carga  $R_L$  e acoplamentos  $k$  pequenos, conforme pode ser visto nas Figuras 60 e 61 para o caso SS e 58 e 59 para o SP. Esse bom desempenho para valores

pequenos de  $R_L$  possivelmente seja herdado da configuração com somente um capacitor série no secundário (Figuras 45 e 46). Porém, para valores maiores de  $R_L$ , o comportamento tanto da máxima potência na saída quando da máxima eficiência são piores ou iguais aqueles verificados para a configuração SP.

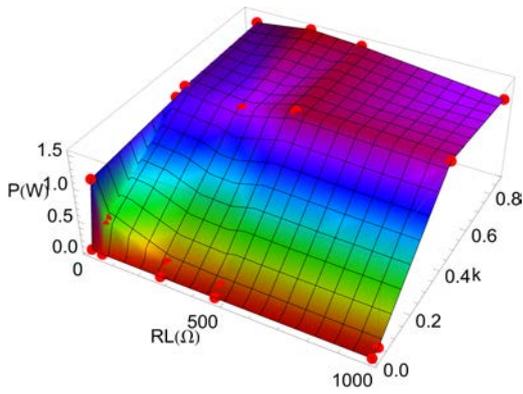


Figura 60: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração SS

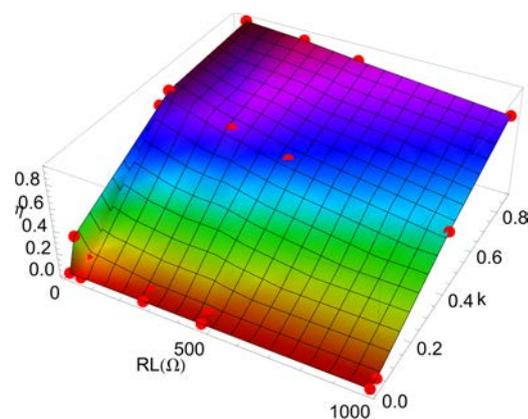


Figura 61: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  da configuração SS

## 5.2.4 Circuitos compensados com o uso de 4 capacitores

Do mesmo modo que ocorreu com os circuitos compensados com dois capacitores, os componentes foram calculados de maneira numérica, utilizando somente os 216 valores comerciais definidos na Seção 4.5.1. Para as simulações utilizando a consideração de um circuito ideal, os valores foram calculados analiticamente e depois arredondados para os valores comerciais mais próximos. Já no circuito completo, onde todas as perdas são consideradas, uma busca baseada no método de Monte Carlo foi utilizada na maioria dos casos. No caso do circuito completo, além dos gráficos demonstrando o comportamento da máxima potência na saída e da eficiência também foram analisados os valores correspondentes ao fator de potência na fonte de alimentação. Nas simulações do fator de potência, foram utilizados os valores de capacitores para a máxima potência e para a máxima eficiência para comparar os resultados. Ao final da seção são apresentadas comparações entre a compensação completa com quatro capacitores e as demais vistas anteriormente.

### 5.2.4.1 Compensação considerando o circuito ideal

A abordagem considerando um circuito ideal tem como motivação demonstrar que ela não traz os melhores resultados porque as perdas não podem simplesmente ser desconsideradas. Ao calcular os capacitores baseados numa possível ressonância diretamente com as indutâncias do circuito não foi obtido o comportamento esperado (no modelo do circuito ideal, Figura 29) do cancelamento, conforme as simulações comprovaram nas Figuras 62 e 63. Porém os resultados não foram de todo ruins no que diz respeito a máxima potência na saída com valores pequenos de  $R_L$  (Figura 62).

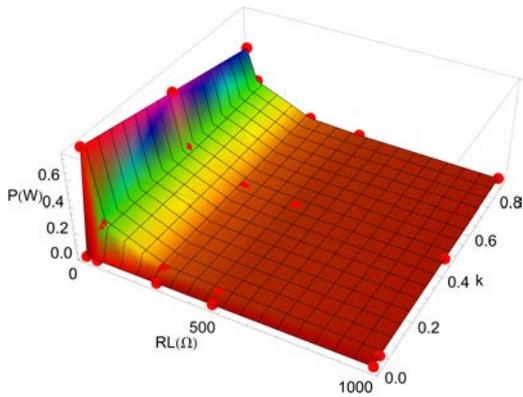


Figura 62: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração com 4 capacitores baseado no circuito ideal

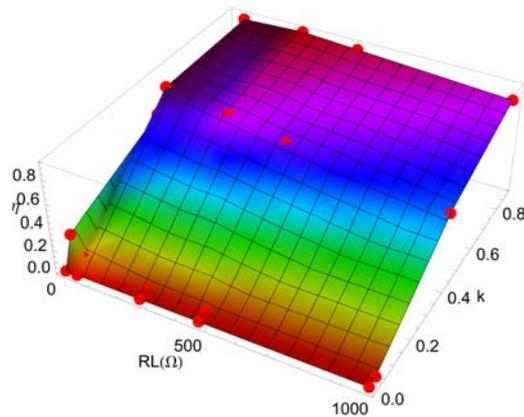


Figura 63: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  da configuração com 4 capacitores baseado no circuito ideal

#### 5.2.4.2 Compensação com valores calculados por meio de uma otimização

Um dos objetivos principais deste trabalho é verificar se a compensação, considerando todas as perdas e utilizando 4 capacitores, tem um desempenho melhor ou pior do que as tradicionalmente utilizadas. Esse desempenho pode ser medido através do comportamento da máxima potência na saída e também pela máxima eficiência do circuito. Portanto, nesta seção, os gráficos relativos a máxima potência (Figura 64) e máxima eficiência (Figura 65) serão exibidos ligeiramente maiores para facilitar a leitura. Na Figura 31, é possível ver o circuito completo utilizado, que usa quatro capacitores de compensação.

Iniciando com uma análise visual pela máxima potência na saída (Figura 64) é possível notar que quando são utilizados quatro capacitores praticamente não há dependência em relação ao valor da resistência da carga  $R_L$ . A partir de aproximadamente  $k = 0,04$  o comportamento em relação ao coeficiente de acoplamento forma uma superfície quase plana, indicando que os valores variam pouco. Através da leitura dos dados da Tabela 4, confirma-se a pequena variação da máxima potência em relação às variações do  $R_L$ . Também, pela leitura da tabela, é possível notar que a partir de  $k = 0,04$  a potência já supera  $1W$ , porém ela aumenta aproximadamente 50% até chegar em  $k = 0,88$ .

O gráfico da máxima eficiência (Figura 65) também apresenta pouca dependência em relação ao valor de  $R_L$ , mas isso já não acontece em relação ao coeficiente de acoplamento  $k$ . Fazendo uso novamente da Tabela 4, o valor da máxima eficiência com  $k = 0,04$  é de 0,282 e quando chega-se num acoplamento de 0,88, esse valor tem um aumento de mais de 300%, confirmando o que se observa no gráfico da Figura 65.

Nas Tabelas 20 e 22 (Apêndice A), são apresentados os valores máximos para a eficiência e potência na saída, respectivamente. Também são apresentados nas Tabelas 21 e 23 (Apêndice A) uma comparação desses valores relativos àqueles gerados pela configuração com quatro capacitores completa. Na grande maioria dos casos, a nova configuração apresentada neste trabalho foi igual ou melhor no que diz respeito à eficiência e potência na saída. Para os valores da potência na saída, não houve nenhum caso onde as outras configurações com menos capacitores obtivessem um desempenho melhor. No gráfico da Figura 66, são apresentados os valores comparativos em relação à potência na saída. No eixo das abscissas, os tipos de configuração estão numerados de 1 a 10, obedecendo a seguinte ordem:

1. Circuito ideal com 4 capacitores (4CapI)

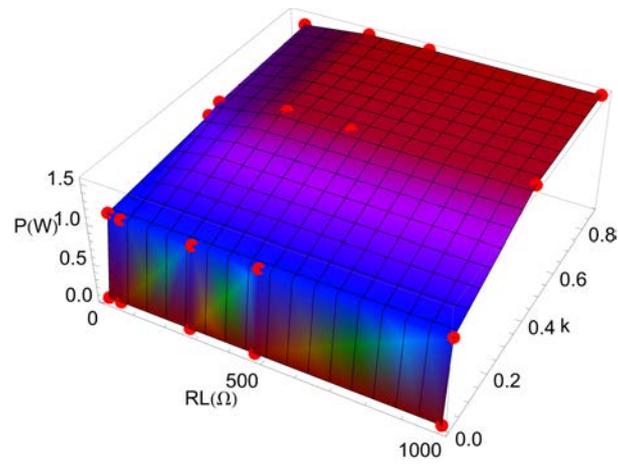


Figura 64: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração com 4 capacitores

Tabela 4: Resultados das simulações para o circuito com 4 capacitores calculados por Monte Carlo

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$
0,004	6,8	$4,91 \times 10^{-3}$	$24,8 \times 10^{-3}$	$119 \times 10^{-6}$
0,004	47	$5,4 \times 10^{-3}$	$27,3 \times 10^{-3}$	$144 \times 10^{-6}$
0,004	270	$5,43 \times 10^{-3}$	$25,7 \times 10^{-3}$	$128 \times 10^{-6}$
0,004	470	$5,41 \times 10^{-3}$	$27,4 \times 10^{-3}$	$145 \times 10^{-6}$
0,004	1000	$5,49 \times 10^{-3}$	$27,6 \times 10^{-3}$	$148 \times 10^{-6}$
0,04	6,8	$282 \times 10^{-3}$	1,02	$276 \times 10^{-3}$
0,04	47	$279 \times 10^{-3}$	$992 \times 10^{-3}$	$273 \times 10^{-3}$
0,04	270	$280 \times 10^{-3}$	$990 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$
0,04	470	$284 \times 10^{-3}$	1	$264 \times 10^{-3}$
0,04	1000	$282 \times 10^{-3}$	1	$256 \times 10^{-3}$
0,46	6,8	$731 \times 10^{-3}$	1,16	$465 \times 10^{-3}$
0,46	47	$892 \times 10^{-3}$	1,38	$801 \times 10^{-3}$
0,46	270	$890 \times 10^{-3}$	1,51	$892 \times 10^{-3}$
0,46	470	$875 \times 10^{-3}$	1,51	$881 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$806 \times 10^{-3}$	1,52	$840 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$738 \times 10^{-3}$	1,05	$501 \times 10^{-3}$
0,88	47	$934 \times 10^{-3}$	1,45	$646 \times 10^{-3}$
0,88	270	$938 \times 10^{-3}$	1,54	$796 \times 10^{-3}$
0,88	470	$920 \times 10^{-3}$	1,55	$896 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$861 \times 10^{-3}$	1,54	$900 \times 10^{-3}$

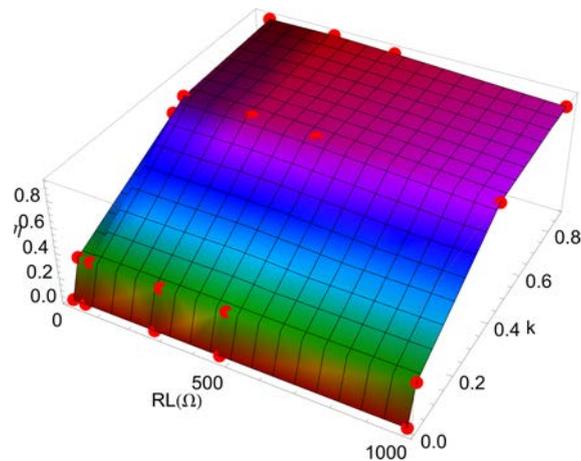


Figura 65: Comportamento da máxima eficiência  $\eta$  da configuração com 4 capacitores

2. Circuito com 2 capacitores na configuração PP (2Cap-PP)
3. Circuito com 2 capacitores na configuração PS (2Cap-PS)
4. Circuito com 2 capacitores na configuração SP (2Cap-SP)
5. Circuito com 2 capacitores na configuração SS (2Cap-SS)
6. Circuito com 1 capacitor série no primário (1Cap-SI)
7. Circuito com 1 capacitor paralelo no primário (1Cap-PI)
8. Circuito com 1 capacitor série no secundário (1Cap-SO)
9. Circuito com 1 capacitor paralelo no secundário (1Cap-PO)
10. Circuito sem capacitores de compensação (SemCap)

Como pode ser visto no gráfico da Figura 66, a ampla maioria dos pontos tem o valor abaixo de 0,8, ou seja, são no mínimo 20% piores do que o circuito com quatro capacitores apresentado neste trabalho. Os poucos pontos acima desse nível são referentes aos circuitos com 2 capacitores na configuração SP, com 2 capacitores na configuração SS e com 1 capacitor série no primário. Mesmo essas configurações de circuito não obtiveram valores acima de 1 no gráfico, demonstrando que nenhum outro circuito obteve um desempenho melhor do que o apresentado neste trabalho.

Além dos valores de máxima eficiência e máxima potência na saída, também foram estudados os comportamentos do fator de potência na fonte para o caso dos capacitores escolhidos para máxima eficiência (Figura 67) e para os capacitores referentes à máxima potência na saída (Figura 68). Pelos gráficos, fica fácil perceber que a máxima eficiência do circuito como um todo não corresponde à máxima eficiência da fonte (apesar da resistência interna da fonte  $R_S$  ter sido modelada junto ao circuito para os cálculos), tendo em vista que o fator de potência para a máxima eficiência foi, na maioria dos pontos, menor do que o relativo à máxima potência na saída.

No gráfico da Figura 68, que corresponde ao fator de potência na fonte quando são utilizados os capacitores calculados para a máxima potência na saída, aparece um *outlier*.

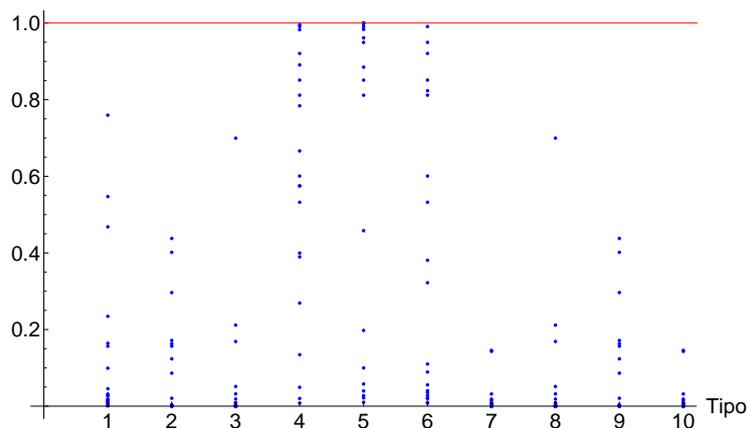


Figura 66: Comparação entre a potência máxima da compensação com 4 capacitores completa e os outros tipos

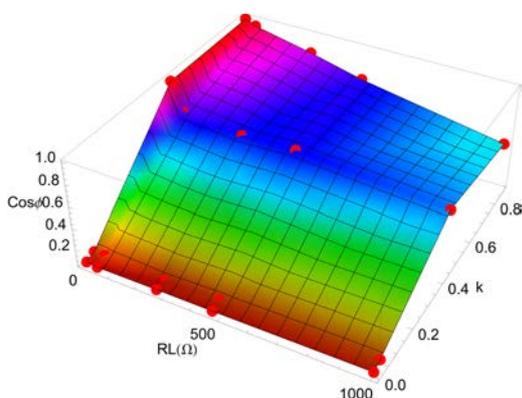


Figura 67: Comportamento do fator de potência na fonte quando na máxima eficiência  $\eta$  da configuração com 4 capacitores

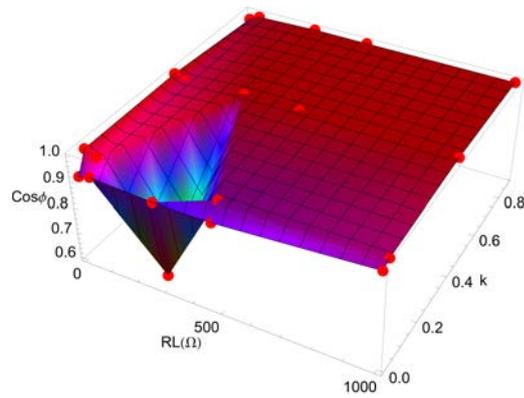


Figura 68: Comportamento do fator de potência na fonte quando na máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração com 4 capacitores

Nesse ponto, onde  $k = 0,04$  e  $R_L = 270\Omega$ , o fator de potência calculado foi de 0,6 enquanto nos pontos vizinhos está acima de 0,9.

Para verificar se esse ponto não foi fruto de algum problema numérico, foram gerados novos pontos, mas desta vez utilizando um software de otimização comercial, ao invés do método baseado em Monte Carlo, para diminuir o tempo necessário para a execução. Os resultados para a máxima potência na saída e fator de potência na fonte (nos pontos calculados para máxima potência) com maior resolução podem ser vistos nas Figuras 69 e 70. Como pode ser visto neste novo gráfico do fator de potência, a região que aparecia com um valor muito baixo na Figura 68 já aparece com um valor bem mais alto. Levando em consideração que o novo gráfico relativo à máxima potência (Figura 69) continua com um valor próximo àquele do gráfico da Figura 64, portanto pode ter ocorrido um problema numérico ou mesmo o software comercial ter encontrado um outro ponto que manteve a potência máxima aumentando o valor do fator de potência.

É interessante observar que, no gráfico da máxima potência (Figura 69), o software comercial de otimização teve dificuldades nos pontos próximos a  $k = 0,88$  e  $R_L =$

6,8 $\Omega$ , gerando valores menores do que aqueles encontrados usando o método de Monte Carlo (Figura 64).

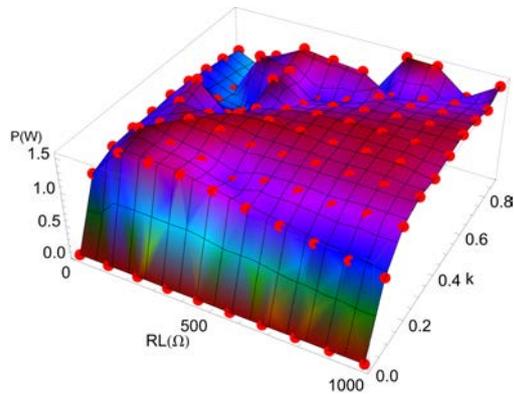


Figura 69: Comportamento da máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração com 4 capacitores - software comercial de otimização

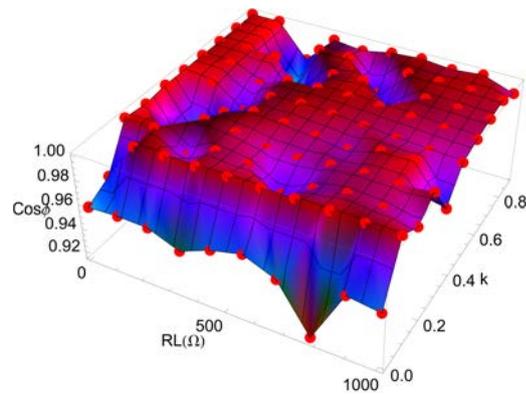


Figura 70: Comportamento do fator de potência na fonte quando na máxima potência na saída  $P_{OUT}$  da configuração com 4 capacitores - software comercial de otimização

### 5.2.5 Ajuste através da variação da frequência

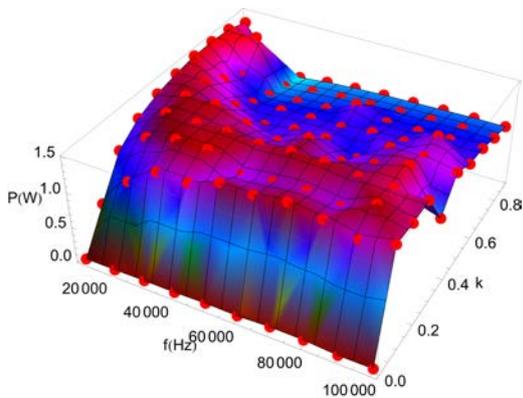


Figura 71: Comportamento da máxima potência  $P_{OUT}$  variando a frequência e com  $R_L = 47\Omega$  na configuração com 4 capacitores

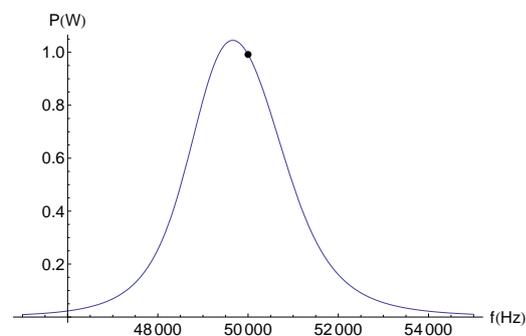


Figura 72: Comportamento da potência  $P_{OUT}$  com  $R_L = 47\Omega$  e  $k = 0,04$  na configuração com 4 capacitores

Na Figura 72 é possível ver o comportamento da potência na carga  $P_{OUT}$  quando  $R_L = 47\Omega$  e  $k = 0,04$ . Conforme já explorado em (BRUSAMARELLO et al., 2012, 2013) é possível, com uma sintonia fina da frequência, melhorar o desempenho do sistema ou mesmo corrigir possíveis desvios decorrentes de deterioração dos componentes, problemas no posicionamento, etc. O ponto indicado no gráfico corresponde a frequência de 50kHz e uma potência na saída de aproximadamente 990mW. Esse desvio do ponto máximo ocorreu pois não foi possível alcançá-lo usando somente os valores discretos de capacitores disponíveis. Ajustando a frequência para 49,662Hz é possível aumentar a potência  $P_{OUT}$  em quase 6%. Os valores dos capacitores calculados para a geração do gráfico da Figura 71 podem ser vistos na Tabela 24 (Apêndice A).

### 5.3 Experimentos

A importância das medições diretamente no protótipo é mostrar que os modelos matemáticos utilizados para os cálculos neste trabalho estão condizentes com a realidade. Para isso serão medidos alguns valores e comparados com aqueles gerados pelas simulações após o ajuste desses no que diz respeito a tensão de entrada, coeficiente de acoplamento e resistências. Na Figura 73 é possível ver uma foto da bancada com os equipamentos montados para o experimento. Os procedimentos realizados para a medição das variáveis envolvidas foram aqueles apresentados na Seção 4.7. Para a medição dos valores das resistências, indutâncias, capacitâncias e das respectivas resistências série equivalente foi utilizado um medidor LCR digital (Marca Hikari, modelo HX 120).



Figura 73: Experimento sendo realizado na bancada do autor

Seguindo o esquema apresentado na Figura 36, foram feitas as medidas relativas a corrente e tensão fornecidas pela fonte através do uso de dois canais de um osciloscópio digital. Para conseguir medir o ângulo entre  $V_S$  e  $I_S$ , o terminal do terra das ponteiros foi fixado na posição  $A$ . Assim a ponteira do canal 1 foi colocada no ponto  $B$  e a do canal 2 no ponto  $C$ . Para as medições da tensão sobre a carga foi necessário soltar a ponteira que estava com o terminal de terra conectado e fixá-la nos pontos  $D$  e  $E$ . O uso do terra no ponto  $A$  e após no ponto  $E$  foi possível porque o equipamento estava sem o aterramento ligado. O fabricante não recomenda esse tipo de utilização por colocar em risco o usuário no caso de uma falha. Esse arranjo foi necessário pois o osciloscópio digital utilizado (Marca Rigol, modelo DS1052E) só disponibiliza dois canais não isolados. Para uma correta medição com segurança seria necessário, no mínimo, um equipamento com dois canais isolados, mas o ideal seriam quatro canais para possibilitar medidas simultâneas inclusive com o uso de uma carga não resistiva. No ponto indicado no circuito da Figura 36 como um amperímetro, no circuito final, foi utilizado um resistor de  $0,2\Omega$ , aferido com o medidor LCR.

Como o osciloscópio utilizado necessitava de uma constante mudança de posição das ponteiros, uma medição mais completa com todos os valores do coeficiente de acoplamento utilizados nas simulações demoraria muito tempo e, possivelmente, aumentaria a possibilidade de falhas nas medidas devido ao excessivo manuseio do circuito. Portanto foram selecionados somente o conjunto de pontos referentes a  $k = 0,04$  da Tabela 2.

Esses valores são reproduzidos em parte na Tabela 5. Porém, como no circuito experimental alguns valores das variáveis medidas são diferentes daqueles usados durante todo este trabalho e, por esse motivo, também utilizados na simulação ( $R_L$ ,  $k$  e  $V_S$ ) e o valor da resistência da fonte  $R_S$  não foi medido, é necessário ajustar os cálculos da eficiência e potência de saída do circuito. As resistências de carga realmente utilizadas foram aquelas conforme a Tabela 6. O coeficiente de acoplamento  $k$  efetivamente medido foi de 0,035 e a tensão da fonte  $V_S$  deverá ser alterada para o valor correspondente a tensão  $V_{BA}$ . Fazendo  $R_S = 0,2$  é possível calcular a eficiência do circuito ( $\eta_{ADJ}$ ) a partir do ponto de medição  $BA$ . Os valores de eficiência ( $\eta_{ADJ}$ ) e a potência ( $P_{OUTADJ}$ ) da Tabela 5 foram calculados com essas considerações a respeito da resistência interna da fonte, coeficiente de acoplamento, tensão na entrada do circuito e resistências de carga.

Tabela 5: Valores dos capacitores para máxima potência usando valores da Tabela 1

$k$	$R_L(\Omega)$	$C_1(F)$	$C_2(F)$	$C_3(F)$	$C_4(F)$	$P_{OUTMAX}(W)$	$\eta_{ADJ}$	$P_{OUTADJ}(W)$
0,04	6,8	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$106,64 \times 10^{-3}$	$17,4633 \times 10^{-3}$	$4,7492 \times 10^{-3}$
0,04	47	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$460,922 \times 10^{-3}$	$87,3683 \times 10^{-3}$	$22,4766 \times 10^{-3}$
0,04	270	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$538,04 \times 10^{-3}$	$145,108 \times 10^{-3}$	$29,6284 \times 10^{-3}$
0,04	470	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$615,118 \times 10^{-3}$	$135,36 \times 10^{-3}$	$25,2471 \times 10^{-3}$
0,04	1000	$4,4 \times 10^{-9}$	$46,6 \times 10^{-9}$	$106 \times 10^{-9}$	$48,6 \times 10^{-9}$	$588,789 \times 10^{-3}$	$152,238 \times 10^{-3}$	$34,0329 \times 10^{-3}$

Inicialmente foram feitas as medidas com o circuito sem os capacitores de compensação para que fosse possível ajustar o valor do coeficiente de acoplamento para o mais próximo possível de 0,04. O valor do  $k$  calculado utilizando a equação 86 foi de 0,035 sendo igual ao da equação 87 considerando dois dígitos significativos. Conforme foi visto na Seção 4.7, o valor da tensão de saída na carga é proporcional a tensão de entrada. Portanto é possível efetuar medidas com valores diferentes daqueles simulados, desde que não gerem uma dissipação que possa elevar os valores das resistências medidas dos componentes. O gerador de funções utilizado nas medições tinha uma limitação em relação a tensão de saída para que gerasse uma senóide sem deformações. Portanto a tensão de entrada utilizada ( $V_{AB}$ ) foi uma senóide de  $2,5V_{P-P}$  numa frequência de  $50kHz$ . Porém, como pode ser visto na Tabela 6, conforme as medidas foram sendo feitas o valor da tensão sofria pequenos desvios. A fase entre a corrente  $I_S$  e a tensão  $V_S$  é apresentada na tabela como  $\phi$ .

Tabela 6: Valores medidos conforme circuito da Figura 36

$k$	$R_L(\Omega)$	$V_{DE}(V_P)$	$V_{BA}(V_P)$	$V_{CA}(V_P)$	$\phi(rad)$	$P_{OUT}(W)$	$\eta$
0,035	6,68	0,242	1,25	0,0830	0,314	$4,38353 \times 10^{-3}$	$17,7701 \times 10^{-3}$
0,035	45,76	1,22	1,27	0,0750	0,377	$16,2631 \times 10^{-3}$	$73,4548 \times 10^{-3}$
0,035	266	3,50	1,26	0,0610	0,415	$23,0263 \times 10^{-3}$	$130,933 \times 10^{-3}$
0,035	462	5,4	1,13	0,0700	0,302	$31,5584 \times 10^{-3}$	$167,131 \times 10^{-3}$
0,035	975	8,84	1,3	0,0690	0,302	$40,0747 \times 10^{-3}$	$187,153 \times 10^{-3}$

Comparando os valores medidos na Tabela 6 e aqueles apresentados na Tabela 5 (calculados utilizando o modelo matemático) constata-se que a tendência geral das medidas está correspondendo aos valores calculados. A única exceção diz respeito a  $R_L = 266\Omega$  que nas simulações apresenta valores de potência e eficiência maiores do que quando é

utilizada a resistência de  $462\Omega$  e nas medições apresentou valores menores. Esse mesmo circuito foi simulado através do SPICE apresentando praticamente os mesmos valores da Tabela 5. É provável que capacitâncias e resistências parasitas tenham sido a causa desse desvio numa das medições. Outra explicação para esse comportamento são as capacitâncias parasitas das próprias bobinas (Seção 4.7) que foram desconsideradas. Logo acredita-se que foi possível comprovar a eficácia dos resultados teóricos através das medições feitas nesse experimento.



## 6 DISCUSSÕES E CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram apresentadas diversas configurações de circuitos de compensação, como um meio de melhorar a eficiência e a energia disponível para a carga nos sistemas de transmissão de energia que utilizam bobinas fracamente acopladas indutivamente. Desenvolveu-se um circuito utilizando quatro capacitores de compensação. Essa nova configuração foi escolhida devido à possibilidade teórica do cancelamento completo das reatâncias num sistema de transmissão de energia por acoplamento indutivo ideal. Utilizou-se também a variação da frequência para, deste modo, ajustar o ponto de máxima potência na saída do circuito resultante.

Além das expressões analíticas apresentadas para as configurações que utilizam somente um capacitor, foram utilizados três métodos numéricos para se encontrar as melhores escolhas de valores para os capacitores de compensação: busca exaustiva, busca por Monte Carlo ou aleatória e através de um pacote comercial de otimização. O método da força bruta só é possível de ser empregado quando o tamanho do espaço da busca é limitado e de tal tamanho que os recursos computacionais disponíveis possibilitem a varredura de todos os pontos. Já no caso do Monte Carlo, a exigência computacional é diminuída drasticamente, mas não há garantia de se encontrar o ponto ótimo como no caso anterior. Porém, por ser um método onde os pontos calculados são distribuídos aleatoriamente (e no caso deste trabalho de forma uniformemente distribuída), ele sempre varre todo o espaço de busca dando uma melhor ideia do comportamento geral da função objetivo. Com o posterior uso de uma busca exaustiva localizada o método por Monte Carlo pode ser melhorado consideravelmente, porém neste trabalho essa segunda busca foi implementada apenas parcialmente e não foi utilizada em nenhum dos resultados apresentados.

Os resultados das simulações foram comparados com os do circuito sem compensação e também com as compensações clássicas que utilizam um ou dois capacitores. O método apresentado com a compensação do circuito com quatro capacitores obteve uma melhora significativa na eficiência e na energia disponibilizada para a carga na grande maioria dos casos estudados. Em relação ao circuito sem compensação, a melhora mínima da eficiência foi de 5% e a máxima foi de 123 vezes. A melhora da potência na carga, ainda relativa ao não compensado, variou de 687% a 124.000 vezes. Já na comparação com os circuitos clássicos, os resultados da eficiência variaram de -0,9% até 130 vezes e, os da potência na saída, de 0% até 123.000 vezes. Porém, é importante destacar que para os valores de acoplamento com  $k = 0,04$  e  $k = 0,004$  os resultados foram em média muito melhores. Outro ponto importante é que a energia disponível para a carga sempre foi igual ou maior do que aquelas apresentadas pelos circuitos sem compensação e compensados por um ou dois capacitores. Também ficou claro que o método de compensação apresentado neste trabalho foi o único que obteve um bom desempenho, tanto para a eficiência quanto para

a potência, para todas as combinações de carga  $R_L$  e coeficiente de acoplamento  $k$  testados. Contudo, o problema da otimização foi resolvido de maneira bastante simplificada e, assim, é possível que os pontos onde o sistema teve um desempenho pior ou igual ainda possam ser melhorados com o uso de um algoritmo de otimização mais apropriado. De acordo com o algoritmo baseado em Monte Carlo apresentado, no caso de existir somente um ponto ótimo, a chance de se acertá-lo é de  $\frac{1}{216^4}$  multiplicado pelo número de iterações feitas. Nos casos apresentados aqui, a otimização fez apenas um milhão de iterações, portanto as chances de ter acertado um ponto ótimo são menores do que 0,5%.

Para o teste prático da metodologia apresentada, construiu-se um protótipo que possibilita a variação linear do coeficiente de acoplamento. Com o uso desse equipamento foram feitos experimentos que reproduziram muito bem uma situação real, pois não haviam disponíveis todos os possíveis valores de capacitores utilizados nas simulações. Além disso, os valores das resistências série equivalentes desses componentes eram bem maiores do que aquela arbitrada ( $R_C = 0,1\Omega$ ). Mesmo assim, foi possível melhorar o funcionamento do sistema utilizando o método dos quatro capacitores e o ajuste da frequência.

Existe a possibilidade de se levar em consideração, além das capacitâncias, as perdas e também os parâmetros de projeto das indutâncias. Diferentes perdas para cada capacitor foram consideradas apenas nas simulações referentes ao experimento realizado neste trabalho, pois ficou claro que as tecnologias e as dimensões dos capacitores são fatores que influenciam as perdas e dificilmente se conseguirá que todos os valores apresentem a mesma resistência série equivalente.

Através da análise das tabelas geradas com os valores dos capacitores calculados, notou-se que, em alguns casos, os valores esbarravam nas capacitâncias mínimas possíveis ou os valores gerados eram puramente aleatórios (indicando que não fazia diferença em qual valor foi utilizado). Talvez isso indique a necessidade de se implementar, futuramente, a possibilidade da escolha de utilizar ou não o capacitor em uma determinada posição dando mais flexibilidade ao programa de otimização.

Outra questão levantada é o uso de valores contínuos para as variáveis otimizadas ao invés de valores discretos como os utilizados neste trabalho. Teoricamente, seria possível gerar através de associações quaisquer valores de capacitância, portanto esse estudo comprovaria se o uso de quatro capacitores melhorou pela configuração em si ou somente devido a uma maior variedade de valores derivados das associações entre eles.

As simulações desenvolvidas dependem das soluções de problemas de otimização na maioria das vezes de elevado custo computacional. Logo, uso de equipamentos com maior capacidade de processamento ou mesmo a formulação do problema em uma linguagem que possibilite uma maior eficiência no uso dos recursos da máquina poderia ajudar a melhorar o desempenho do sistema.

Nos primeiros artigos escritos no decorrer deste trabalho, foram feitos experimentos utilizando retificadores ao invés de uma carga puramente resistiva. Porém não realizou-se um estudo detalhado do efeito do uso de cargas não resistivas. Portanto, esse também é um possível campo a ser melhor explorado no futuro pois, na grande maioria das aplicações reais, as cargas não serão puramente resistivas como nas simplificações feitas neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. O. **Fundamentals of Electric Circuits**. 4th.ed. New York: McGraw-Hill, 2009.

BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. **Random Data: analysis and measurement procedures**. 4th.ed. New Jersey: Wiley, 2010.

BIELER, T. et al. Contactless power and information transmission. **IEEE Transactions On Industry Applications**, Chicago, v.38, n.5, p.1266–1272, Sept. 2001.

BOEIJ, J. de et al. Contactless power supply for moving sensors and actuators in high precision mechatronic systems with long-stroke power transfer capability in x-y plane. **Sensors and Actuators A: Physical**, New York, v.148, n.1, p.319–328, Nov. 2008.

BRABAZON, A.; O'NEILL, M.; MARINGER, D. **Natural Computing in Computational Finance: volume 4** (studies in computational intelligence). New York: Springer, 2011.

BRUSAMARELLO, V. J.; BLAUTH, Y. B. An analysis of  $k_{ii}$  coupling coefficients. **International Journal of Electrical Engineering Education**, Manchester, v.49, n.1, p.16–25, Jan. 2012.

BRUSAMARELLO, V. J. et al. A Study on Inductive Power Transfer with Wireless Tuning. In: INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT TECHNOLOGY CONFERENCE (I2MTC), 2012 IEEE INTERNATIONAL, 2012, Graz. **Proceedings...** New York: IEEE, 2012. p.1098 – 1103.

BRUSAMARELLO, V. J. et al. Power Transfer with an Inductive Link and Wireless Tuning. **IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement**, New York, 2013. No prelo.

CHAO, Y.-H. et al. A Primary-Side Control Strategy for Series-Parallel Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems. In: IEEE CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS AND APPLICATIONS, 2007. ICIEA 2007., 2., 2007, Harbin. **Proceedings...** New York: IEEE, 2007. p.2322 – 2327.

CHAPMAN, S. J. **Electric Machinery Fundamentals**. 3rd.ed. Boston: McGraw-Hill, 1999.

CHEN, C.-J. et al. A Study of Loosely Coupled Coils for Wireless Power Transfer. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, Brookline, v.57, n.7, July 2010.

FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. **The Feynman Lectures on Physics**. Reading: Addison-Wesley, 1964. v.2.

HARRISON, R. Designing efficient inductive power links for implantable devices. In: IEEE INTL. SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS (ISCAS 2007), 2007, New Orleans. **Proceedings...** New York: IEEE, 2007. p.2080–2083.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. **IEC 60063**: Preferred Number Series for Resistors and Capacitors. Worcester, 1963.

KARALIS, A.; JOANNOPOULOS, J.; SOLJACIC, M. Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer. **Annals of Physics**, New York, v.323, n.1, p.34–48, Jan. 2008.

KIANI, M.; GHOVANLOO, M. The Circuit Theory Behind Coupled-Mode Magnetic Resonance-Based Wireless Power Transmission. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, Brookline, v.59, n.8, Aug. 2012.

KIM, C.-G. et al. Design of a Contactless Battery Charger for Cellular Phone. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Brookline, v.48, p.1238–1247, 2001.

KRAUS, J. D.; FLEISH, D. A. **Electromagnetics with Applications**. 5th.ed. New York: McGraw-Hill, 1999.

KURS, A. et al. Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances. **Science**, Washington, v.317, p.83–86, 2007.

LEE, S.-H.; LORENZ, R. D. Development and Validation of Model for 95%-Efficiency 220-W Wireless Power Transfer Over a 30-cm Air Gap. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Brookline, v.47, p.2495–2504, 2011.

LI, P.; BASHIRULLAH, R. A wireless power interface for rechargeable battery operated medical implants. **IEEE Transactions on Circuits and Systems Part II : Express Briefs**, Brookline, v.54, n.10, p.912–916, Oct. 2007.

LIN, P.-M. Proof of  $M_{12} = M_{21}$  based on stored energy is incorrect. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, Brookline, v.36, n.9, p.1153–1158, Sept. 1989.

MUR-MIRANDA, J. O. et al. Wireless Power Transfer Using Weakly Coupled Magnetostatic Resonators. In: ENERGY CONVERSION CONGRESS AND EXPOSITION (ECCE), 2010 IEEE, 2010, Atlanta. **Proceedings...** New York: IEEE, 2010. p.4179–4186.

NAHVI, M.; EDMINISTER, J. A. **Schaum's Outline of Theory and Problems of Electric Circuits**. 4th.ed. New York: McGraw-Hill, 2003.

NON-IONIZING RADIATION PROTECTION (ICNIRP), I. C. on. Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic and electromagnetic fields. **Health Physics**, Philadelphia, v.74, n.4, 1998.

OLIVO, J.; CARRARA, S.; MICHELI, G. D. IronIC Patch: a wearable device for the remote powering and connectivity of implantable systems. In: INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT TECHNOLOGY CONFERENCE (I2MTC), 2012 IEEE INTERNATIONAL, 2012, Graz. **Proceedings...** New York: IEEE, 2012. p.286–290.

SI, P.; HU, A. P.; MALPAS, S. A Frequency Control Method for Regulating Wireless Power to Implantable Devices. **IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems**, Brookline, v.2, p.22–29, 2008.

TAHA, H. A. **Operations Research: an introduction**. 8th.ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.

TESLA, N. **Apparatus for transmitting electrical energy**. n.1,119,732. 1914.

WAFFENSCHMIDT, E.; STARING, T. Limitation of inductive power transfer for consumer applications. In: EUROPEAN CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS AND APPLICATIONS, 2009. EPE '09, 13., 2009, Barcelona. **Proceedings...** Brussels: EPE, 2009. p.1–10.

WANG, C.-S.; COVIC, G. A.; STIELAU, O. H. Power Transfer Capability and Bifurcation Phenomena of Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Brookline, v.51, p.148–157, 2004.

WANG, C.-S.; STIELAU, O.; COVIC, G. Load models and their application in the design of loosely coupled inductive power transfer systems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, 2000. PROCEEDINGS. POWERCON 2000, 2000, Perth. **Proceedings...** New York: IEEE, 2000. v.2, p.1053 – 1058.

WANG, C.-S.; STIELAU, O. H.; COVIC, G. A. Design Considerations for a Contactless Electric Vehicle Battery Charger. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Brookline, v.52, p.1308 – 1314, 2005.

WILLIAM H. HAYT, J.; KEMMERLY, J. E. **Análise de Circuitos em Engenharia**. 1.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1973.

ZARGHAM, M.; GULAK, P. G. Maximum Achievable Efficiency in Near-Field Coupled Power-Transfer Systems. **IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems**, London, v.6, n.3, p.228–245, June 2012.



## APÊNDICE A TABELAS

Tabela 7: Resultados das simulações para o circuito sem compensação

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$
0,004	6,8	$39,8 \times 10^{-6}$	$201 \times 10^{-9}$	$7,99 \times 10^{-12}$
0,004	47	$221 \times 10^{-6}$	$1,12 \times 10^{-6}$	$247 \times 10^{-12}$
0,004	270	$182 \times 10^{-6}$	$919 \times 10^{-9}$	$168 \times 10^{-12}$
0,004	470	$114 \times 10^{-6}$	$576 \times 10^{-9}$	$65,7 \times 10^{-12}$
0,004	1000	$55,7 \times 10^{-6}$	$281 \times 10^{-9}$	$15,7 \times 10^{-12}$
0,04	6,8	$3,96 \times 10^{-3}$	$20,1 \times 10^{-6}$	$79,8 \times 10^{-9}$
0,04	47	$21,6 \times 10^{-3}$	$112 \times 10^{-6}$	$2,42 \times 10^{-6}$
0,04	270	$17,9 \times 10^{-3}$	$91,9 \times 10^{-6}$	$1,65 \times 10^{-6}$
0,04	470	$11,3 \times 10^{-3}$	$57,6 \times 10^{-6}$	$650 \times 10^{-9}$
0,04	1000	$5,54 \times 10^{-3}$	$28,1 \times 10^{-6}$	$156 \times 10^{-9}$
0,46	6,8	$309 \times 10^{-3}$	$4,24 \times 10^{-3}$	$1,31 \times 10^{-3}$
0,46	47	$719 \times 10^{-3}$	$21 \times 10^{-3}$	$15,1 \times 10^{-3}$
0,46	270	$703 \times 10^{-3}$	$12,7 \times 10^{-3}$	$8,89 \times 10^{-3}$
0,46	470	$600 \times 10^{-3}$	$7,72 \times 10^{-3}$	$4,63 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$424 \times 10^{-3}$	$3,72 \times 10^{-3}$	$1,58 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$539 \times 10^{-3}$	$153 \times 10^{-3}$	$82,3 \times 10^{-3}$
0,88	47	$876 \times 10^{-3}$	$207 \times 10^{-3}$	$181 \times 10^{-3}$
0,88	270	$891 \times 10^{-3}$	$49,1 \times 10^{-3}$	$43,8 \times 10^{-3}$
0,88	470	$843 \times 10^{-3}$	$28,7 \times 10^{-3}$	$24,2 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$728 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$9,95 \times 10^{-3}$

Tabela 8: Resultados das simulações para o circuito com capacitor paralelo no secundário

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$
0,004	6,8	$40 \times 10^{-6}$	$202 \times 10^{-9}$	$8,07 \times 10^{-12}$
0,004	47	$271 \times 10^{-6}$	$1,37 \times 10^{-6}$	$370 \times 10^{-12}$
0,004	270	$1,4 \times 10^{-3}$	$7,05 \times 10^{-6}$	$9,83 \times 10^{-9}$
0,004	470	$2,21 \times 10^{-3}$	$11,2 \times 10^{-6}$	$24,7 \times 10^{-9}$
0,004	1000	$3,72 \times 10^{-3}$	$18,8 \times 10^{-6}$	$69,9 \times 10^{-9}$
0,04	6,8	$3,98 \times 10^{-3}$	$20,2 \times 10^{-6}$	$80,5 \times 10^{-9}$
0,04	47	$26,3 \times 10^{-3}$	$137 \times 10^{-6}$	$3,61 \times 10^{-6}$
0,04	270	$121 \times 10^{-3}$	$707 \times 10^{-6}$	$85,8 \times 10^{-6}$
0,04	470	$177 \times 10^{-3}$	$1,12 \times 10^{-3}$	$199 \times 10^{-6}$
0,04	1000	$254 \times 10^{-3}$	$1,89 \times 10^{-3}$	$480 \times 10^{-6}$
0,46	6,8	$310 \times 10^{-3}$	$4,27 \times 10^{-3}$	$1,32 \times 10^{-3}$
0,46	47	$748 \times 10^{-3}$	$28,4 \times 10^{-3}$	$21,1 \times 10^{-3}$
0,46	270	$894 \times 10^{-3}$	$130 \times 10^{-3}$	$110 \times 10^{-3}$
0,46	470	$879 \times 10^{-3}$	$187 \times 10^{-3}$	$149 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$812 \times 10^{-3}$	$247 \times 10^{-3}$	$163 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$540 \times 10^{-3}$	$164 \times 10^{-3}$	$86,9 \times 10^{-3}$
0,88	47	$884 \times 10^{-3}$	$634 \times 10^{-3}$	$438 \times 10^{-3}$
0,88	270	$941 \times 10^{-3}$	$618 \times 10^{-3}$	$207 \times 10^{-3}$
0,88	470	$923 \times 10^{-3}$	$459 \times 10^{-3}$	$104 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$865 \times 10^{-3}$	$265 \times 10^{-3}$	$32,1 \times 10^{-3}$

Tabela 9: Resultados das simulações para o circuito com capacitor série no secundário

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$
0,004	6,8	$4,44 \times 10^{-3}$	$22,5 \times 10^{-6}$	$99,9 \times 10^{-9}$
0,004	47	$1,09 \times 10^{-3}$	$5,49 \times 10^{-6}$	$5,97 \times 10^{-9}$
0,004	270	$206 \times 10^{-6}$	$1,04 \times 10^{-6}$	$213 \times 10^{-12}$
0,004	470	$119 \times 10^{-6}$	$600 \times 10^{-9}$	$71,4 \times 10^{-12}$
0,004	1000	$56,3 \times 10^{-6}$	$284 \times 10^{-9}$	$16 \times 10^{-12}$
0,04	6,8	$279 \times 10^{-3}$	$2,26 \times 10^{-3}$	$630 \times 10^{-6}$
0,04	47	$97,7 \times 10^{-3}$	$549 \times 10^{-6}$	$53,6 \times 10^{-6}$
0,04	270	$20,2 \times 10^{-3}$	$104 \times 10^{-6}$	$2,09 \times 10^{-6}$
0,04	470	$11,8 \times 10^{-3}$	$60 \times 10^{-6}$	$706 \times 10^{-9}$
0,04	1000	$5,59 \times 10^{-3}$	$28,4 \times 10^{-6}$	$159 \times 10^{-9}$
0,46	6,8	$732 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$166 \times 10^{-3}$
0,46	47	$893 \times 10^{-3}$	$70,7 \times 10^{-3}$	$62,5 \times 10^{-3}$
0,46	270	$727 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$9,91 \times 10^{-3}$
0,46	470	$610 \times 10^{-3}$	$7,92 \times 10^{-3}$	$4,83 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$426 \times 10^{-3}$	$3,75 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$739 \times 10^{-3}$	$733 \times 10^{-3}$	$439 \times 10^{-3}$
0,88	47	$935 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$220 \times 10^{-3}$
0,88	270	$902 \times 10^{-3}$	$49,4 \times 10^{-3}$	$44,3 \times 10^{-3}$
0,88	470	$848 \times 10^{-3}$	$28,8 \times 10^{-3}$	$24,3 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$730 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$9,97 \times 10^{-3}$

Tabela 10: Resultados das simulações para o circuito com capacitor paralelo no primário

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$
0,004	6,8	$40,9 \times 10^{-6}$	$201 \times 10^{-9}$	$8,21 \times 10^{-12}$
0,004	47	$227 \times 10^{-6}$	$1,12 \times 10^{-6}$	$254 \times 10^{-12}$
0,004	270	$187 \times 10^{-6}$	$919 \times 10^{-9}$	$172 \times 10^{-12}$
0,004	470	$117 \times 10^{-6}$	$576 \times 10^{-9}$	$67,5 \times 10^{-12}$
0,004	1000	$57,2 \times 10^{-6}$	$281 \times 10^{-9}$	$16,1 \times 10^{-12}$
0,04	6,8	$4,07 \times 10^{-3}$	$20,1 \times 10^{-6}$	$81,9 \times 10^{-9}$
0,04	47	$22,2 \times 10^{-3}$	$112 \times 10^{-6}$	$2,49 \times 10^{-6}$
0,04	270	$18,4 \times 10^{-3}$	$91,9 \times 10^{-6}$	$1,69 \times 10^{-6}$
0,04	470	$11,6 \times 10^{-3}$	$57,6 \times 10^{-6}$	$667 \times 10^{-9}$
0,04	1000	$5,69 \times 10^{-3}$	$28,1 \times 10^{-6}$	$160 \times 10^{-9}$
0,46	6,8	$314 \times 10^{-3}$	$4,24 \times 10^{-3}$	$1,33 \times 10^{-3}$
0,46	47	$724 \times 10^{-3}$	$21 \times 10^{-3}$	$15,2 \times 10^{-3}$
0,46	270	$708 \times 10^{-3}$	$12,7 \times 10^{-3}$	$8,96 \times 10^{-3}$
0,46	470	$606 \times 10^{-3}$	$7,72 \times 10^{-3}$	$4,68 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$430 \times 10^{-3}$	$3,72 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$543 \times 10^{-3}$	$153 \times 10^{-3}$	$82,9 \times 10^{-3}$
0,88	47	$877 \times 10^{-3}$	$207 \times 10^{-3}$	$182 \times 10^{-3}$
0,88	270	$894 \times 10^{-3}$	$49,1 \times 10^{-3}$	$43,9 \times 10^{-3}$
0,88	470	$847 \times 10^{-3}$	$28,7 \times 10^{-3}$	$24,3 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$734 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$10 \times 10^{-3}$

Tabela 11: Resultados das simulações para o circuito com capacitor série no primário

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$
0,004	6,8	$37,8 \times 10^{-6}$	$198 \times 10^{-6}$	$7,48 \times 10^{-9}$
0,004	47	$210 \times 10^{-6}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$231 \times 10^{-9}$
0,004	270	$173 \times 10^{-6}$	$904 \times 10^{-6}$	$157 \times 10^{-9}$
0,004	470	$108 \times 10^{-6}$	$567 \times 10^{-6}$	$61,5 \times 10^{-9}$
0,004	1000	$52,9 \times 10^{-6}$	$277 \times 10^{-6}$	$14,6 \times 10^{-9}$
0,04	6,8	$3,76 \times 10^{-3}$	$20,4 \times 10^{-3}$	$76,6 \times 10^{-6}$
0,04	47	$20,6 \times 10^{-3}$	$109 \times 10^{-3}$	$2,25 \times 10^{-3}$
0,04	270	$17 \times 10^{-3}$	$88,3 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$
0,04	470	$10,7 \times 10^{-3}$	$55,7 \times 10^{-3}$	$598 \times 10^{-6}$
0,04	1000	$5,27 \times 10^{-3}$	$27,4 \times 10^{-3}$	$144 \times 10^{-6}$
0,46	6,8	$300 \times 10^{-3}$	$695 \times 10^{-3}$	$208 \times 10^{-3}$
0,46	47	$710 \times 10^{-3}$	1,13	$805 \times 10^{-3}$
0,46	270	$692 \times 10^{-3}$	1,29	$892 \times 10^{-3}$
0,46	470	$588 \times 10^{-3}$	1,5	$881 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$411 \times 10^{-3}$	1,44	$593 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$532 \times 10^{-3}$	$965 \times 10^{-3}$	$513 \times 10^{-3}$
0,88	47	$872 \times 10^{-3}$	$467 \times 10^{-3}$	$407 \times 10^{-3}$
0,88	270	$887 \times 10^{-3}$	$586 \times 10^{-3}$	$520 \times 10^{-3}$
0,88	470	$837 \times 10^{-3}$	$824 \times 10^{-3}$	$690 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$718 \times 10^{-3}$	1,25	$901 \times 10^{-3}$

Tabela 12: Resultados das simulações para o circuito com dois capacitores - PP

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$	Tipo
0,004	6,8	$41,1 \times 10^{-6}$	$202 \times 10^{-9}$	$8,28 \times 10^{-12}$	PP
0,004	47	$278 \times 10^{-6}$	$1,37 \times 10^{-6}$	$380 \times 10^{-12}$	PP
0,004	270	$1,43 \times 10^{-3}$	$7,05 \times 10^{-6}$	$10,1 \times 10^{-9}$	PP
0,004	470	$2,27 \times 10^{-3}$	$11,2 \times 10^{-6}$	$25,3 \times 10^{-9}$	PP
0,004	1000	$3,82 \times 10^{-3}$	$18,8 \times 10^{-6}$	$71,8 \times 10^{-9}$	PP
0,04	6,8	$4,09 \times 10^{-3}$	$20,2 \times 10^{-6}$	$82,7 \times 10^{-9}$	PP
0,04	47	$27 \times 10^{-3}$	$137 \times 10^{-6}$	$3,71 \times 10^{-6}$	PP
0,04	270	$124 \times 10^{-3}$	$707 \times 10^{-6}$	$87,8 \times 10^{-6}$	PP
0,04	470	$181 \times 10^{-3}$	$1,12 \times 10^{-3}$	$203 \times 10^{-6}$	PP
0,04	1000	$259 \times 10^{-3}$	$1,89 \times 10^{-3}$	$489 \times 10^{-6}$	PP
0,46	6,8	$315 \times 10^{-3}$	$4,27 \times 10^{-3}$	$1,34 \times 10^{-3}$	PP
0,46	47	$752 \times 10^{-3}$	$28,4 \times 10^{-3}$	$21,2 \times 10^{-3}$	PP
0,46	270	$895 \times 10^{-3}$	$130 \times 10^{-3}$	$110 \times 10^{-3}$	PP
0,46	470	$880 \times 10^{-3}$	$187 \times 10^{-3}$	$149 \times 10^{-3}$	PP
0,46	1000	$813 \times 10^{-3}$	$247 \times 10^{-3}$	$163 \times 10^{-3}$	PP
0,88	6,8	$543 \times 10^{-3}$	$164 \times 10^{-3}$	$87,5 \times 10^{-3}$	PP
0,88	47	$884 \times 10^{-3}$	$634 \times 10^{-3}$	$438 \times 10^{-3}$	PP
0,88	270	$941 \times 10^{-3}$	$618 \times 10^{-3}$	$207 \times 10^{-3}$	PP
0,88	470	$923 \times 10^{-3}$	$459 \times 10^{-3}$	$104 \times 10^{-3}$	PP
0,88	1000	$866 \times 10^{-3}$	$265 \times 10^{-3}$	$32,1 \times 10^{-3}$	PP

Tabela 13: Resultados das simulações para o circuito com dois capacitores - PS

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$	Tipo
0,004	6,8	$4,56 \times 10^{-3}$	$22,5 \times 10^{-6}$	$103 \times 10^{-9}$	PS
0,004	47	$1,12 \times 10^{-3}$	$5,49 \times 10^{-6}$	$6,13 \times 10^{-9}$	PS
0,004	270	$211 \times 10^{-6}$	$1,04 \times 10^{-6}$	$219 \times 10^{-12}$	PS
0,004	470	$122 \times 10^{-6}$	$600 \times 10^{-9}$	$73,4 \times 10^{-12}$	PS
0,004	1000	$57,8 \times 10^{-6}$	$284 \times 10^{-9}$	$16,4 \times 10^{-12}$	PS
0,04	6,8	$283 \times 10^{-3}$	$2,26 \times 10^{-3}$	$640 \times 10^{-6}$	PS
0,04	47	$100 \times 10^{-3}$	$549 \times 10^{-6}$	$54,9 \times 10^{-6}$	PS
0,04	270	$20,7 \times 10^{-3}$	$104 \times 10^{-6}$	$2,14 \times 10^{-6}$	PS
0,04	470	$12,1 \times 10^{-3}$	$60 \times 10^{-6}$	$725 \times 10^{-9}$	PS
0,04	1000	$5,74 \times 10^{-3}$	$28,4 \times 10^{-6}$	$163 \times 10^{-9}$	PS
0,46	6,8	$732 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$166 \times 10^{-3}$	PS
0,46	47	$894 \times 10^{-3}$	$70,7 \times 10^{-3}$	$62,6 \times 10^{-3}$	PS
0,46	270	$732 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$9,98 \times 10^{-3}$	PS
0,46	470	$616 \times 10^{-3}$	$7,92 \times 10^{-3}$	$4,87 \times 10^{-3}$	PS
0,46	1000	$433 \times 10^{-3}$	$3,75 \times 10^{-3}$	$1,62 \times 10^{-3}$	PS
0,88	6,8	$739 \times 10^{-3}$	$733 \times 10^{-3}$	$439 \times 10^{-3}$	PS
0,88	47	$935 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$220 \times 10^{-3}$	PS
0,88	270	$903 \times 10^{-3}$	$49,4 \times 10^{-3}$	$44,4 \times 10^{-3}$	PS
0,88	470	$852 \times 10^{-3}$	$28,8 \times 10^{-3}$	$24,4 \times 10^{-3}$	PS
0,88	1000	$735 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$10 \times 10^{-3}$	PS

Tabela 14: Resultados das simulações para o circuito com dois capacitores - SP

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$	Tipo
0,004	6,8	$38 \times 10^{-6}$	$199 \times 10^{-6}$	$7,55 \times 10^{-9}$	SP
0,004	47	$257 \times 10^{-6}$	$1,34 \times 10^{-3}$	$346 \times 10^{-9}$	SP
0,004	270	$1,33 \times 10^{-3}$	$6,92 \times 10^{-3}$	$9,18 \times 10^{-6}$	SP
0,004	470	$2,1 \times 10^{-3}$	$11 \times 10^{-3}$	$23 \times 10^{-6}$	SP
0,004	1000	$3,53 \times 10^{-3}$	$18,4 \times 10^{-3}$	$64,9 \times 10^{-6}$	SP
0,04	6,8	$3,78 \times 10^{-3}$	$20,5 \times 10^{-3}$	$77,3 \times 10^{-6}$	SP
0,04	47	$25,1 \times 10^{-3}$	$133 \times 10^{-3}$	$3,34 \times 10^{-3}$	SP
0,04	270	$116 \times 10^{-3}$	$569 \times 10^{-3}$	$66,1 \times 10^{-3}$	SP
0,04	470	$170 \times 10^{-3}$	$784 \times 10^{-3}$	$133 \times 10^{-3}$	SP
0,04	1000	$245 \times 10^{-3}$	1	$245 \times 10^{-3}$	SP
0,46	6,8	$301 \times 10^{-3}$	$695 \times 10^{-3}$	$208 \times 10^{-3}$	SP
0,46	47	$740 \times 10^{-3}$	1,23	$805 \times 10^{-3}$	SP
0,46	270	$891 \times 10^{-3}$	1,29	$895 \times 10^{-3}$	SP
0,46	470	$877 \times 10^{-3}$	1,5	$881 \times 10^{-3}$	SP
0,46	1000	$810 \times 10^{-3}$	1,49	$842 \times 10^{-3}$	SP
0,88	6,8	$532 \times 10^{-3}$	$965 \times 10^{-3}$	$513 \times 10^{-3}$	SP
0,88	47	$881 \times 10^{-3}$	$833 \times 10^{-3}$	$471 \times 10^{-3}$	SP
0,88	270	$939 \times 10^{-3}$	$600 \times 10^{-3}$	$520 \times 10^{-3}$	SP
0,88	470	$921 \times 10^{-3}$	$824 \times 10^{-3}$	$690 \times 10^{-3}$	SP
0,88	1000	$863 \times 10^{-3}$	1,25	$901 \times 10^{-3}$	SP

Tabela 15: Resultados das simulações para o circuito com dois capacitores - SS

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$	Tipo
0,004	6,8	$4,22 \times 10^{-3}$	$22 \times 10^{-3}$	$92,6 \times 10^{-6}$	SS
0,004	47	$1,03 \times 10^{-3}$	$5,39 \times 10^{-3}$	$5,57 \times 10^{-6}$	SS
0,004	270	$195 \times 10^{-6}$	$1,02 \times 10^{-3}$	$199 \times 10^{-9}$	SS
0,004	470	$113 \times 10^{-6}$	$591 \times 10^{-6}$	$66,8 \times 10^{-9}$	SS
0,004	1000	$53,4 \times 10^{-6}$	$279 \times 10^{-6}$	$14,9 \times 10^{-9}$	SS
0,04	6,8	$270 \times 10^{-3}$	1,02	$275 \times 10^{-3}$	SS
0,04	47	$93,3 \times 10^{-3}$	$454 \times 10^{-3}$	$42,4 \times 10^{-3}$	SS
0,04	270	$19,2 \times 10^{-3}$	$98,8 \times 10^{-3}$	$1,89 \times 10^{-3}$	SS
0,04	470	$11,2 \times 10^{-3}$	$58 \times 10^{-3}$	$648 \times 10^{-6}$	SS
0,04	1000	$5,32 \times 10^{-3}$	$27,7 \times 10^{-3}$	$147 \times 10^{-6}$	SS
0,46	6,8	$731 \times 10^{-3}$	1,16	$499 \times 10^{-3}$	SS
0,46	47	$890 \times 10^{-3}$	1,37	$801 \times 10^{-3}$	SS
0,46	270	$716 \times 10^{-3}$	1,29	$895 \times 10^{-3}$	SS
0,46	470	$598 \times 10^{-3}$	1,5	$881 \times 10^{-3}$	SS
0,46	1000	$414 \times 10^{-3}$	1,44	$593 \times 10^{-3}$	SS
0,88	6,8	$738 \times 10^{-3}$	1,05	$501 \times 10^{-3}$	SS
0,88	47	$934 \times 10^{-3}$	1,42	$839 \times 10^{-3}$	SS
0,88	270	$897 \times 10^{-3}$	1,54	$808 \times 10^{-3}$	SS
0,88	470	$842 \times 10^{-3}$	1,49	$916 \times 10^{-3}$	SS
0,88	1000	$720 \times 10^{-3}$	1,25	$900 \times 10^{-3}$	SS

Tabela 16: Resultados das simulações para o circuito com 4 capacitores considerando componentes ideais

$k$	$R_L(\Omega)$	$\eta_{max}$	$P_{OUT_{max}}(W)$	$\eta P_{OUT_{max}}(W)$
0,004	6,8	$269 \times 10^{-6}$	$2,46 \times 10^{-3}$	$662 \times 10^{-9}$
0,004	47	$42,1 \times 10^{-6}$	$384 \times 10^{-6}$	$16,2 \times 10^{-9}$
0,004	270	$7,4 \times 10^{-6}$	$67,6 \times 10^{-6}$	$500 \times 10^{-12}$
0,004	470	$4,25 \times 10^{-6}$	$38,9 \times 10^{-6}$	$165 \times 10^{-12}$
0,004	1000	$2 \times 10^{-6}$	$18,3 \times 10^{-6}$	$36,6 \times 10^{-12}$
0,04	6,8	$262 \times 10^{-3}$	$774 \times 10^{-3}$	$203 \times 10^{-3}$
0,04	47	$89,1 \times 10^{-3}$	$233 \times 10^{-3}$	$20,7 \times 10^{-3}$
0,04	270	$18,2 \times 10^{-3}$	$45,2 \times 10^{-3}$	$823 \times 10^{-6}$
0,04	470	$10,6 \times 10^{-3}$	$26,2 \times 10^{-3}$	$278 \times 10^{-6}$
0,04	1000	$5,05 \times 10^{-3}$	$12,4 \times 10^{-3}$	$62,6 \times 10^{-6}$
0,46	6,8	$616 \times 10^{-3}$	$633 \times 10^{-3}$	$390 \times 10^{-3}$
0,46	47	$881 \times 10^{-3}$	$215 \times 10^{-3}$	$190 \times 10^{-3}$
0,46	270	$801 \times 10^{-3}$	$43,2 \times 10^{-3}$	$34,6 \times 10^{-3}$
0,46	470	$710 \times 10^{-3}$	$25,1 \times 10^{-3}$	$17,8 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$541 \times 10^{-3}$	$11,9 \times 10^{-3}$	$6,45 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$609 \times 10^{-3}$	$491 \times 10^{-3}$	$299 \times 10^{-3}$
0,88	47	$905 \times 10^{-3}$	$238 \times 10^{-3}$	$215 \times 10^{-3}$
0,88	270	$929 \times 10^{-3}$	$48,9 \times 10^{-3}$	$45,5 \times 10^{-3}$
0,88	470	$898 \times 10^{-3}$	$28,5 \times 10^{-3}$	$25,6 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$818 \times 10^{-3}$	$13,5 \times 10^{-3}$	$11,1 \times 10^{-3}$

Tabela 17: Valores dos capacitores para máxima eficiência da Tabela 4

$k$	$R_L(\Omega)$	$C_1(F)$	$C_2(F)$	$C_3(F)$	$C_4(F)$
0,004	6,8	$27 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-6}$	$33 \times 10^{-9}$	$510 \times 10^{-9}$
0,004	47	$22 \times 10^{-9}$	$18 \times 10^{-6}$	$36 \times 10^{-9}$	$300 \times 10^{-9}$
0,004	270	$24 \times 10^{-9}$	$3,9 \times 10^{-6}$	$43 \times 10^{-9}$	$130 \times 10^{-9}$
0,004	470	$24 \times 10^{-9}$	$4,7 \times 10^{-6}$	$51 \times 10^{-9}$	$91 \times 10^{-9}$
0,004	1000	$27 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-6}$	$68 \times 10^{-9}$	$62 \times 10^{-9}$
0,04	6,8	$24 \times 10^{-9}$	$390 \times 10^{-6}$	$33 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-9}$
0,04	47	$24 \times 10^{-9}$	$15 \times 10^{-6}$	$39 \times 10^{-9}$	$180 \times 10^{-9}$
0,04	270	$13 \times 10^{-9}$	$2,4 \times 10^{-6}$	$51 \times 10^{-9}$	$91 \times 10^{-9}$
0,04	470	$20 \times 10^{-9}$	$130 \times 10^{-6}$	$62 \times 10^{-9}$	$68 \times 10^{-9}$
0,04	1000	$24 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-6}$	$130 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$
0,46	6,8	$2,7 \times 10^{-9}$	$120 \times 10^{-6}$	$33 \times 10^{-9}$	$2 \times 10^{-9}$
0,46	47	$20 \times 10^{-9}$	$91 \times 10^{-6}$	$39 \times 10^{-9}$	$24 \times 10^{-9}$
0,46	270	$18 \times 10^{-9}$	$220 \times 10^{-6}$	$820 \times 10^{-6}$	$27 \times 10^{-9}$
0,46	470	$15 \times 10^{-9}$	$20 \times 10^{-6}$	$750 \times 10^{-6}$	$27 \times 10^{-9}$
0,46	1000	$13 \times 10^{-9}$	$10 \times 10^{-6}$	$910 \times 10^{-6}$	$27 \times 10^{-9}$
0,88	6,8	$2 \times 10^{-12}$	$470 \times 10^{-6}$	$33 \times 10^{-9}$	$680 \times 10^{-12}$
0,88	47	$6,8 \times 10^{-9}$	$270 \times 10^{-6}$	$33 \times 10^{-9}$	$820 \times 10^{-12}$
0,88	270	$11 \times 10^{-9}$	$470 \times 10^{-6}$	$470 \times 10^{-6}$	$20 \times 10^{-9}$
0,88	470	$11 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-6}$	$820 \times 10^{-6}$	$20 \times 10^{-9}$
0,88	1000	$11 \times 10^{-9}$	$430 \times 10^{-6}$	$910 \times 10^{-6}$	$20 \times 10^{-9}$

Tabela 18: Valores dos capacitores para máxima potência da Tabela 4

$k$	$R_L(\Omega)$	$C_1(F)$	$C_2(F)$	$C_3(F)$	$C_4(F)$
0,004	6,8	$18 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$470 \times 10^{-9}$
0,004	47	$47 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-9}$	$300 \times 10^{-9}$
0,004	270	$10 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$100 \times 10^{-9}$
0,004	470	$6,2 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$51 \times 10^{-9}$	$91 \times 10^{-9}$
0,004	1000	$220 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$62 \times 10^{-9}$	$68 \times 10^{-9}$
0,04	6,8	$110 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$24 \times 10^{-12}$
0,04	47	$300 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$39 \times 10^{-9}$	$180 \times 10^{-9}$
0,04	270	$2 \times 10^{-6}$	$47 \times 10^{-9}$	$62 \times 10^{-9}$	$68 \times 10^{-9}$
0,04	470	$68 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$91 \times 10^{-9}$	$51 \times 10^{-9}$
0,04	1000	$330 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$390 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-9}$
0,46	6,8	$270 \times 10^{-12}$	$62 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-9}$	$18 \times 10^{-9}$
0,46	47	$6,2 \times 10^{-12}$	$43 \times 10^{-9}$	$10 \times 10^{-9}$	$4,7 \times 10^{-9}$
0,46	270	$3,9 \times 10^{-12}$	$43 \times 10^{-9}$	$16 \times 10^{-9}$	$18 \times 10^{-9}$
0,46	470	$1,6 \times 10^{-12}$	$43 \times 10^{-9}$	$20 \times 10^{-9}$	$15 \times 10^{-9}$
0,46	1000	$39 \times 10^{-12}$	$43 \times 10^{-9}$	$82 \times 10^{-9}$	$10 \times 10^{-9}$
0,88	6,8	$6,2 \times 10^{-12}$	$33 \times 10^{-9}$	$11 \times 10^{-9}$	$1,5 \times 10^{-12}$
0,88	47	$2,2 \times 10^{-9}$	$39 \times 10^{-9}$	$6,8 \times 10^{-9}$	$16 \times 10^{-9}$
0,88	270	$1,3 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$3,3 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$
0,88	470	$5,6 \times 10^{-12}$	$43 \times 10^{-9}$	$4,3 \times 10^{-9}$	$4,3 \times 10^{-9}$
0,88	1000	$2,7 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$6,8 \times 10^{-9}$	$4,3 \times 10^{-9}$

Tabela 19: Valores dos capacitores para máxima potência eficiente da Tabela 4

$k$	$R_L(\Omega)$	$C_1(F)$	$C_2(F)$	$C_3(F)$	$C_4(F)$
0,004	6,8	$18 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$470 \times 10^{-9}$
0,004	47	$47 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-9}$	$300 \times 10^{-9}$
0,004	270	$10 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$100 \times 10^{-9}$
0,004	470	$6,2 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$51 \times 10^{-9}$	$91 \times 10^{-9}$
0,004	1000	$220 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$62 \times 10^{-9}$	$68 \times 10^{-9}$
0,04	6,8	$5,1 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	$22 \times 10^{-9}$
0,04	47	$300 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$39 \times 10^{-9}$	$180 \times 10^{-9}$
0,04	270	$1,2 \times 10^{-6}$	$47 \times 10^{-9}$	$56 \times 10^{-9}$	$75 \times 10^{-9}$
0,04	470	$2,4 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$62 \times 10^{-9}$	$68 \times 10^{-9}$
0,04	1000	$200 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$390 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-9}$
0,46	6,8	$27 \times 10^{-12}$	$68 \times 10^{-9}$	$82 \times 10^{-9}$	$30 \times 10^{-12}$
0,46	47	$6,2 \times 10^{-12}$	$56 \times 10^{-9}$	$200 \times 10^{-6}$	$18 \times 10^{-12}$
0,46	270	$10 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$120 \times 10^{-6}$	$4,7 \times 10^{-12}$
0,46	470	$1,8 \times 10^{-9}$	$47 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-6}$	$91 \times 10^{-12}$
0,46	1000	$24 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$330 \times 10^{-6}$	$10 \times 10^{-9}$
0,88	6,8	$330 \times 10^{-12}$	$200 \times 10^{-9}$	$620 \times 10^{-6}$	$13 \times 10^{-12}$
0,88	47	$1,3 \times 10^{-9}$	$39 \times 10^{-9}$	$6,8 \times 10^{-9}$	$6,8 \times 10^{-9}$
0,88	270	$91 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$3,9 \times 10^{-9}$	$110 \times 10^{-12}$
0,88	470	$430 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$4,7 \times 10^{-9}$	$620 \times 10^{-12}$
0,88	1000	$24 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-6}$	$3 \times 10^{-12}$

Tabela 20: Máximas eficiências de todas as configurações

$k$	$R_L(\Omega)$	4Cap	4CapId	2Cap-PP	2Cap-PS	2Cap-SP	2Cap-SS	1Cap-SI	1Cap-PI	1Cap-SO	1Cap-PO	SemCap
0,004	6,8	$4,91 \times 10^{-3}$	$269 \times 10^{-9}$	$41,1 \times 10^{-6}$	$4,56 \times 10^{-3}$	$38 \times 10^{-6}$	$4,22 \times 10^{-3}$	$37,8 \times 10^{-6}$	$40,9 \times 10^{-6}$	$4,44 \times 10^{-3}$	$40 \times 10^{-6}$	$39,8 \times 10^{-6}$
0,004	47	$5,4 \times 10^{-3}$	$42,1 \times 10^{-6}$	$278 \times 10^{-6}$	$1,12 \times 10^{-3}$	$257 \times 10^{-6}$	$1,03 \times 10^{-3}$	$210 \times 10^{-6}$	$227 \times 10^{-6}$	$1,09 \times 10^{-3}$	$271 \times 10^{-6}$	$221 \times 10^{-6}$
0,004	270	$5,43 \times 10^{-3}$	$7,4 \times 10^{-6}$	$1,43 \times 10^{-3}$	$211 \times 10^{-6}$	$1,33 \times 10^{-3}$	$195 \times 10^{-6}$	$173 \times 10^{-6}$	$187 \times 10^{-6}$	$206 \times 10^{-6}$	$1,4 \times 10^{-3}$	$182 \times 10^{-6}$
0,004	470	$5,41 \times 10^{-3}$	$4,25 \times 10^{-6}$	$2,27 \times 10^{-3}$	$122 \times 10^{-6}$	$2,1 \times 10^{-3}$	$113 \times 10^{-6}$	$108 \times 10^{-6}$	$117 \times 10^{-6}$	$119 \times 10^{-6}$	$2,21 \times 10^{-3}$	$114 \times 10^{-6}$
0,004	1000	$5,49 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-6}$	$3,82 \times 10^{-3}$	$57,8 \times 10^{-6}$	$3,53 \times 10^{-3}$	$53,4 \times 10^{-6}$	$52,9 \times 10^{-6}$	$57,2 \times 10^{-6}$	$56,3 \times 10^{-6}$	$3,72 \times 10^{-3}$	$55,7 \times 10^{-6}$
0,04	6,8	$282 \times 10^{-3}$	$262 \times 10^{-3}$	$4,09 \times 10^{-3}$	$283 \times 10^{-3}$	$3,78 \times 10^{-3}$	$270 \times 10^{-3}$	$3,76 \times 10^{-3}$	$4,07 \times 10^{-3}$	$279 \times 10^{-3}$	$3,98 \times 10^{-3}$	$3,96 \times 10^{-3}$
0,04	47	$279 \times 10^{-3}$	$89,1 \times 10^{-3}$	$27 \times 10^{-3}$	$100 \times 10^{-3}$	$25,1 \times 10^{-3}$	$93,3 \times 10^{-3}$	$20,6 \times 10^{-3}$	$22,2 \times 10^{-3}$	$97,7 \times 10^{-3}$	$26,3 \times 10^{-3}$	$21,6 \times 10^{-3}$
0,04	270	$280 \times 10^{-3}$	$18,2 \times 10^{-3}$	$124 \times 10^{-3}$	$20,7 \times 10^{-3}$	$116 \times 10^{-3}$	$19,2 \times 10^{-3}$	$17 \times 10^{-3}$	$18,4 \times 10^{-3}$	$20,2 \times 10^{-3}$	$121 \times 10^{-3}$	$17,9 \times 10^{-3}$
0,04	470	$284 \times 10^{-3}$	$10,6 \times 10^{-3}$	$181 \times 10^{-3}$	$12,1 \times 10^{-3}$	$170 \times 10^{-3}$	$11,2 \times 10^{-3}$	$10,7 \times 10^{-3}$	$11,6 \times 10^{-3}$	$11,8 \times 10^{-3}$	$177 \times 10^{-3}$	$11,3 \times 10^{-3}$
0,04	1000	$282 \times 10^{-3}$	$5,05 \times 10^{-3}$	$259 \times 10^{-3}$	$5,74 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$5,32 \times 10^{-3}$	$5,27 \times 10^{-3}$	$5,69 \times 10^{-3}$	$5,59 \times 10^{-3}$	$254 \times 10^{-3}$	$5,54 \times 10^{-3}$
0,46	6,8	$731 \times 10^{-3}$	$616 \times 10^{-3}$	$315 \times 10^{-3}$	$732 \times 10^{-3}$	$301 \times 10^{-3}$	$731 \times 10^{-3}$	$300 \times 10^{-3}$	$314 \times 10^{-3}$	$732 \times 10^{-3}$	$310 \times 10^{-3}$	$309 \times 10^{-3}$
0,46	47	$892 \times 10^{-3}$	$881 \times 10^{-3}$	$752 \times 10^{-3}$	$894 \times 10^{-3}$	$740 \times 10^{-3}$	$890 \times 10^{-3}$	$710 \times 10^{-3}$	$724 \times 10^{-3}$	$893 \times 10^{-3}$	$748 \times 10^{-3}$	$719 \times 10^{-3}$
0,46	270	$890 \times 10^{-3}$	$801 \times 10^{-3}$	$895 \times 10^{-3}$	$732 \times 10^{-3}$	$891 \times 10^{-3}$	$716 \times 10^{-3}$	$692 \times 10^{-3}$	$708 \times 10^{-3}$	$727 \times 10^{-3}$	$894 \times 10^{-3}$	$703 \times 10^{-3}$
0,46	470	$875 \times 10^{-3}$	$710 \times 10^{-3}$	$880 \times 10^{-3}$	$616 \times 10^{-3}$	$877 \times 10^{-3}$	$598 \times 10^{-3}$	$588 \times 10^{-3}$	$606 \times 10^{-3}$	$610 \times 10^{-3}$	$879 \times 10^{-3}$	$600 \times 10^{-3}$
0,46	1000	$806 \times 10^{-3}$	$541 \times 10^{-3}$	$813 \times 10^{-3}$	$433 \times 10^{-3}$	$810 \times 10^{-3}$	$414 \times 10^{-3}$	$411 \times 10^{-3}$	$430 \times 10^{-3}$	$426 \times 10^{-3}$	$812 \times 10^{-3}$	$424 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	$738 \times 10^{-3}$	$609 \times 10^{-3}$	$543 \times 10^{-3}$	$739 \times 10^{-3}$	$532 \times 10^{-3}$	$738 \times 10^{-3}$	$532 \times 10^{-3}$	$543 \times 10^{-3}$	$739 \times 10^{-3}$	$540 \times 10^{-3}$	$539 \times 10^{-3}$
0,88	47	$934 \times 10^{-3}$	$905 \times 10^{-3}$	$884 \times 10^{-3}$	$935 \times 10^{-3}$	$881 \times 10^{-3}$	$934 \times 10^{-3}$	$872 \times 10^{-3}$	$877 \times 10^{-3}$	$935 \times 10^{-3}$	$884 \times 10^{-3}$	$876 \times 10^{-3}$
0,88	270	$938 \times 10^{-3}$	$929 \times 10^{-3}$	$941 \times 10^{-3}$	$903 \times 10^{-3}$	$939 \times 10^{-3}$	$897 \times 10^{-3}$	$887 \times 10^{-3}$	$894 \times 10^{-3}$	$902 \times 10^{-3}$	$941 \times 10^{-3}$	$891 \times 10^{-3}$
0,88	470	$920 \times 10^{-3}$	$898 \times 10^{-3}$	$923 \times 10^{-3}$	$852 \times 10^{-3}$	$921 \times 10^{-3}$	$842 \times 10^{-3}$	$837 \times 10^{-3}$	$847 \times 10^{-3}$	$848 \times 10^{-3}$	$923 \times 10^{-3}$	$843 \times 10^{-3}$
0,88	1000	$861 \times 10^{-3}$	$818 \times 10^{-3}$	$866 \times 10^{-3}$	$735 \times 10^{-3}$	$863 \times 10^{-3}$	$720 \times 10^{-3}$	$718 \times 10^{-3}$	$734 \times 10^{-3}$	$730 \times 10^{-3}$	$865 \times 10^{-3}$	$728 \times 10^{-3}$

Tabela 21: Comparações das máximas eficiências de todas as configurações em relação ao circuito com 4 capacitores completo (arredondadas para 3 dígitos significativos)

$k$	$R_L(\Omega)$	4Cap	4CapId	2Cap-PP	2Cap-PS	2Cap-SP	2Cap-SS	1Cap-SI	1Cap-PI	1Cap-SO	1Cap-PO	SemCap
0,004	6,8	0,00491	18,3	120	1,08	129	1,16	130	120	1,11	123	123
0,004	47	0,0054	128	19,4	4,83	21	5,23	25,7	23,8	4,96	19,9	24,4
0,004	270	0,00543	734	3,79	25,7	4,09	27,8	31,3	29	26,4	3,89	29,8
0,004	470	0,00541	1270	2,38	44,3	2,58	47,9	49,9	46,2	45,5	2,45	47,4
0,004	1000	0,00549	2740	1,44	95	1,55	103	104	95,9	97,5	1,48	98,4
0,04	6,8	0,282	1,08	69,1	0,996	74,6	1,05	75	69,4	1,01	70,9	71,2
0,04	47	0,279	3,13	10,3	2,79	11,1	2,99	13,6	12,6	2,86	10,6	12,9
0,04	270	0,28	15,4	2,26	13,6	2,41	14,6	16,5	15,3	13,9	2,31	15,7
0,04	470	0,284	26,8	1,57	23,5	1,67	25,4	26,5	24,5	24,2	1,6	25,2
0,04	1000	0,282	55,8	1,09	49	1,15	53	53,5	49,5	50,4	1,11	50,8
0,46	6,8	0,731	1,19	2,32	0,999	2,43	1	2,44	2,33	0,999	2,36	2,37
0,46	47	0,892	1,01	1,19	0,997	1,21	1	1,26	1,23	0,999	1,19	1,24
0,46	270	0,89	1,11	0,995	1,22	0,999	1,24	1,29	1,26	1,23	0,996	1,27
0,46	470	0,875	1,23	0,994	1,42	0,998	1,46	1,49	1,44	1,44	0,995	1,46
0,46	1000	0,806	1,49	0,991	1,86	0,995	1,95	1,96	1,87	1,89	0,992	1,9
0,88	6,8	0,738	1,21	1,36	1	1,39	1	1,39	1,36	1	1,37	1,37
0,88	47	0,934	1,03	1,06	0,999	1,06	1	1,07	1,07	0,999	1,06	1,07
0,88	270	0,938	1,01	0,997	1,04	0,999	1,05	1,06	1,05	1,04	0,998	1,05
0,88	470	0,92	1,02	0,996	1,08	0,999	1,09	1,1	1,09	1,08	0,997	1,09
0,88	1000	0,861	1,05	0,994	1,17	0,998	1,2	1,2	1,17	1,18	0,995	1,18

Tabela 22: Máximas potências de todas as configurações

$k$	$R_L(\Omega)$	4Cap(W)	4CapId(W)	2Cap-PP(W)	2Cap-PS(W)	2Cap-SP(W)	2Cap-SS(W)	1Cap-SI(W)	1Cap-PI(W)	1Cap-SO(W)	1Cap-PO(W)	SemCap(W)
0,004	6,8	$24,8 \times 10^{-3}$	$2,46 \times 10^{-3}$	$202 \times 10^{-9}$	$22,5 \times 10^{-6}$	$199 \times 10^{-6}$	$22 \times 10^{-3}$	$198 \times 10^{-6}$	$201 \times 10^{-9}$	$22,5 \times 10^{-6}$	$202 \times 10^{-9}$	$201 \times 10^{-9}$
0,004	47	$27,3 \times 10^{-3}$	$384 \times 10^{-6}$	$1,37 \times 10^{-6}$	$5,49 \times 10^{-6}$	$1,34 \times 10^{-3}$	$5,39 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,12 \times 10^{-6}$	$5,49 \times 10^{-6}$	$1,37 \times 10^{-6}$	$1,12 \times 10^{-6}$
0,004	270	$25,7 \times 10^{-3}$	$67,6 \times 10^{-6}$	$7,05 \times 10^{-6}$	$1,04 \times 10^{-6}$	$6,92 \times 10^{-3}$	$1,02 \times 10^{-3}$	$904 \times 10^{-6}$	$919 \times 10^{-9}$	$1,04 \times 10^{-6}$	$7,05 \times 10^{-6}$	$919 \times 10^{-9}$
0,004	470	$27,4 \times 10^{-3}$	$38,9 \times 10^{-6}$	$11,2 \times 10^{-6}$	$600 \times 10^{-9}$	$11 \times 10^{-3}$	$591 \times 10^{-6}$	$567 \times 10^{-6}$	$576 \times 10^{-9}$	$600 \times 10^{-9}$	$11,2 \times 10^{-6}$	$576 \times 10^{-9}$
0,004	1000	$27,6 \times 10^{-3}$	$18,3 \times 10^{-6}$	$18,8 \times 10^{-6}$	$284 \times 10^{-9}$	$18,4 \times 10^{-3}$	$279 \times 10^{-6}$	$277 \times 10^{-6}$	$281 \times 10^{-9}$	$284 \times 10^{-9}$	$18,8 \times 10^{-6}$	$281 \times 10^{-9}$
0,04	6,8	1,02	$774 \times 10^{-3}$	$20,2 \times 10^{-6}$	$2,26 \times 10^{-3}$	$20,5 \times 10^{-3}$	1,02	$20,4 \times 10^{-3}$	$20,1 \times 10^{-6}$	$2,26 \times 10^{-3}$	$20,2 \times 10^{-6}$	$20,1 \times 10^{-6}$
0,04	47	$992 \times 10^{-3}$	$233 \times 10^{-3}$	$137 \times 10^{-6}$	$549 \times 10^{-6}$	$133 \times 10^{-3}$	$454 \times 10^{-3}$	$109 \times 10^{-3}$	$112 \times 10^{-6}$	$549 \times 10^{-6}$	$137 \times 10^{-6}$	$112 \times 10^{-6}$
0,04	270	$990 \times 10^{-3}$	$45,2 \times 10^{-3}$	$707 \times 10^{-6}$	$104 \times 10^{-6}$	$569 \times 10^{-3}$	$98,8 \times 10^{-3}$	$88,3 \times 10^{-3}$	$91,9 \times 10^{-6}$	$104 \times 10^{-6}$	$707 \times 10^{-6}$	$91,9 \times 10^{-6}$
0,04	470	1	$26,2 \times 10^{-3}$	$1,12 \times 10^{-3}$	$60 \times 10^{-6}$	$784 \times 10^{-3}$	$58 \times 10^{-3}$	$55,7 \times 10^{-3}$	$57,6 \times 10^{-6}$	$60 \times 10^{-6}$	$1,12 \times 10^{-3}$	$57,6 \times 10^{-6}$
0,04	1000	1	$12,4 \times 10^{-3}$	$1,89 \times 10^{-3}$	$28,4 \times 10^{-6}$	1	$27,7 \times 10^{-3}$	$27,4 \times 10^{-3}$	$28,1 \times 10^{-6}$	$28,4 \times 10^{-6}$	$1,89 \times 10^{-3}$	$28,1 \times 10^{-6}$
0,46	6,8	1,16	$633 \times 10^{-3}$	$4,27 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$695 \times 10^{-3}$	1,16	$695 \times 10^{-3}$	$4,24 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$4,27 \times 10^{-3}$	$4,24 \times 10^{-3}$
0,46	47	1,38	$215 \times 10^{-3}$	$28,4 \times 10^{-3}$	$70,7 \times 10^{-3}$	1,23	1,37	1,13	$21 \times 10^{-3}$	$70,7 \times 10^{-3}$	$28,4 \times 10^{-3}$	$21 \times 10^{-3}$
0,46	270	1,51	$43,2 \times 10^{-3}$	$130 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	1,29	1,29	1,29	$12,7 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$130 \times 10^{-3}$	$12,7 \times 10^{-3}$
0,46	470	1,51	$25,1 \times 10^{-3}$	$187 \times 10^{-3}$	$7,92 \times 10^{-3}$	1,5	1,5	1,5	$7,72 \times 10^{-3}$	$7,92 \times 10^{-3}$	$187 \times 10^{-3}$	$7,72 \times 10^{-3}$
0,46	1000	1,52	$11,9 \times 10^{-3}$	$247 \times 10^{-3}$	$3,75 \times 10^{-3}$	1,49	1,44	1,44	$3,72 \times 10^{-3}$	$3,75 \times 10^{-3}$	$247 \times 10^{-3}$	$3,72 \times 10^{-3}$
0,88	6,8	1,05	$491 \times 10^{-3}$	$164 \times 10^{-3}$	$733 \times 10^{-3}$	$965 \times 10^{-3}$	1,05	$965 \times 10^{-3}$	$153 \times 10^{-3}$	$733 \times 10^{-3}$	$164 \times 10^{-3}$	$153 \times 10^{-3}$
0,88	47	1,45	$238 \times 10^{-3}$	$634 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$833 \times 10^{-3}$	1,42	$467 \times 10^{-3}$	$207 \times 10^{-3}$	$245 \times 10^{-3}$	$634 \times 10^{-3}$	$207 \times 10^{-3}$
0,88	270	1,54	$48,9 \times 10^{-3}$	$618 \times 10^{-3}$	$49,4 \times 10^{-3}$	$600 \times 10^{-3}$	1,54	$586 \times 10^{-3}$	$49,1 \times 10^{-3}$	$49,4 \times 10^{-3}$	$618 \times 10^{-3}$	$49,1 \times 10^{-3}$
0,88	470	1,55	$28,5 \times 10^{-3}$	$459 \times 10^{-3}$	$28,8 \times 10^{-3}$	$824 \times 10^{-3}$	1,49	$824 \times 10^{-3}$	$28,7 \times 10^{-3}$	$28,8 \times 10^{-3}$	$459 \times 10^{-3}$	$28,7 \times 10^{-3}$
0,88	1000	1,54	$13,5 \times 10^{-3}$	$265 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	1,25	1,25	1,25	$13,7 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$	$265 \times 10^{-3}$	$13,7 \times 10^{-3}$

Tabela 23: Comparações das máximas potências de todas as configurações em relação ao circuito com 4 capacitores completo (arredondadas para 3 dígitos significativos)

$k$	$R_L(\Omega)$	4Cap	4CapId	2Cap-PP	2Cap-PS	2Cap-SP	2Cap-SS	1Cap-SI	1Cap-PI	1Cap-SO	1Cap-PO	SemCap
0,004	6,8	0,0248	10,1	123000	1100	125	1,13	126	124000	1100	123000	124000
0,004	47	0,0273	70,9	20000	4970	20,3	5,06	24,8	24400	4970	20000	24400
0,004	270	0,0257	381	3650	24800	3,72	25,2	28,4	28000	24800	3650	28000
0,004	470	0,0274	705	2450	45700	2,5	46,4	48,4	47600	45700	2450	47600
0,004	1000	0,0276	1510	1470	97400	1,5	98,9	99,9	98300	97400	1470	98300
0,04	6,8	1,02	1,32	50400	451	49,8	1	50,1	50600	451	50400	50600
0,04	47	0,992	4,26	7240	1810	7,44	2,18	9,08	8860	1810	7240	8860
0,04	270	0,99	21,9	1400	9540	1,74	10	11,2	10800	9540	1400	10800
0,04	470	1	38,2	893	16700	1,28	17,3	17,9	17400	16700	893	17400
0,04	1000	1	81	531	35400	1	36,3	36,6	35700	35400	531	35700
0,46	6,8	1,16	1,83	271	4,73	1,66	1	1,66	273	4,73	271	273
0,46	47	1,38	6,39	48,5	19,5	1,12	1	1,21	65,5	19,5	48,5	65,5
0,46	270	1,51	35,1	11,6	111	1,17	1,18	1,17	120	111	11,6	120
0,46	470	1,51	60,2	8,1	191	1,01	1,01	1,01	196	191	8,1	196
0,46	1000	1,52	127	6,14	405	1,02	1,05	1,05	407	405	6,14	407
0,88	6,8	1,05	2,14	6,39	1,43	1,09	1	1,09	6,87	1,43	6,39	6,87
0,88	47	1,45	6,09	2,28	5,92	1,74	1,02	3,1	6,99	5,92	2,28	6,99
0,88	270	1,54	31,5	2,49	31,1	2,57	1	2,63	31,3	31,1	2,49	31,3
0,88	470	1,55	54,3	3,37	53,8	1,88	1,04	1,88	53,9	53,8	3,37	53,9
0,88	1000	1,54	114	5,83	113	1,23	1,23	1,23	113	113	5,83	113,

Tabela 24: Tabela com capacitores calculados para a máxima potência na saída ( $R_L = 47$ ) e com acoplamento e frequência variáveis

$C_1(F)$	$C_2(F)$	$C_3(F)$	$C_4(F)$	$f(Hz)$	$k$	$P_{OUTMAX}(W)$
$620 \times 10^{-9}$	$1,2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	$1,3 \times 10^{-6}$	10000	$4 \times 10^{-3}$	$1,27744 \times 10^{-3}$
$180 \times 10^{-9}$	$620 \times 10^{-9}$	$750 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-9}$	13750	$40,5 \times 10^{-3}$	$222,118 \times 10^{-3}$
$270 \times 10^{-9}$	$390 \times 10^{-9}$	$470 \times 10^{-9}$	$560 \times 10^{-9}$	17500	$77 \times 10^{-3}$	$730,65 \times 10^{-3}$
$200 \times 10^{-9}$	$270 \times 10^{-9}$	$360 \times 10^{-9}$	$360 \times 10^{-9}$	21250	$113,5 \times 10^{-3}$	1,05988
$1,8 \times 10^{-12}$	$180 \times 10^{-9}$	$180 \times 10^{-9}$	$180 \times 10^{-9}$	25000	$150 \times 10^{-3}$	1,33887
$56 \times 10^{-9}$	$150 \times 10^{-9}$	$360 \times 10^{-9}$	$160 \times 10^{-9}$	28750	$186,5 \times 10^{-3}$	1,33968
$1,1 \times 10^{-12}$	$110 \times 10^{-9}$	$82 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-9}$	32500	$223 \times 10^{-3}$	1,4414
$1 \times 10^{-12}$	$91 \times 10^{-9}$	$330 \times 10^{-9}$	$430 \times 10^{-12}$	36250	$259,5 \times 10^{-3}$	1,41966
$1 \times 10^{-12}$	$68 \times 10^{-9}$	$24 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	40000	$296 \times 10^{-3}$	1,47175
$24 \times 10^{-9}$	$68 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-6}$	$30 \times 10^{-9}$	43750	$332,5 \times 10^{-3}$	1,33281
$1,3 \times 10^{-12}$	$47 \times 10^{-9}$	$15 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	47500	$369 \times 10^{-3}$	1,45756
$3 \times 10^{-9}$	$51 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-12}$	51250	$405,5 \times 10^{-3}$	1,25782
$33 \times 10^{-9}$	$36 \times 10^{-9}$	$7,5 \times 10^{-9}$	$1,2 \times 10^{-12}$	55000	$442 \times 10^{-3}$	1,25896
$150 \times 10^{-12}$	$30 \times 10^{-9}$	$8,2 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	58750	$478,5 \times 10^{-3}$	1,47653
$33 \times 10^{-9}$	$27 \times 10^{-9}$	$6,2 \times 10^{-9}$	$8,2 \times 10^{-9}$	62500	$515 \times 10^{-3}$	1,41065
$5,1 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$240 \times 10^{-9}$	$110 \times 10^{-9}$	66250	$551,5 \times 10^{-3}$	1,09824
$680 \times 10^{-12}$	$39 \times 10^{-9}$	$910 \times 10^{-6}$	$110 \times 10^{-9}$	70000	$588 \times 10^{-3}$	1,11979
$1 \times 10^{-12}$	$18 \times 10^{-9}$	$4,7 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	73750	$624,5 \times 10^{-3}$	1,38373
$91 \times 10^{-12}$	$16 \times 10^{-9}$	$4,7 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	77500	$661 \times 10^{-3}$	1,40556
$3,3 \times 10^{-9}$	$39 \times 10^{-9}$	$1,1 \times 10^{-6}$	$100 \times 10^{-9}$	81250	$697,5 \times 10^{-3}$	1,01703
$1 \times 10^{-12}$	$13 \times 10^{-9}$	$3,3 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-12}$	85000	$734 \times 10^{-3}$	1,27052
$2,7 \times 10^{-9}$	$43 \times 10^{-9}$	$1,3 \times 10^{-6}$	$100 \times 10^{-9}$	88750	$770,5 \times 10^{-3}$	$957,773 \times 10^{-3}$
$16 \times 10^{-9}$	$10 \times 10^{-9}$	$3,6 \times 10^{-9}$	$33 \times 10^{-9}$	92500	$807 \times 10^{-3}$	1,21125
$2,4 \times 10^{-9}$	$56 \times 10^{-9}$	$24 \times 10^{-6}$	$91 \times 10^{-9}$	96250	$843,5 \times 10^{-3}$	$901,691 \times 10^{-3}$
$750 \times 10^{-12}$	$75 \times 10^{-9}$	$1,2 \times 10^{-6}$	$91 \times 10^{-9}$	100000	$880 \times 10^{-3}$	$868,982 \times 10^{-3}$