Sessão 24
Matemática Aplicada B

198 **TÉCNICAS DE KRYLOV PARA RESOLVER SISTEMAS LINEARES.** *Luciana da Silva Azevedo, Rubén Panta Pazos (orient.)* (UNISC).

O objetivo é resolver $Ax = b$, sendo A uma matriz quadrada de ordem n, b um vetor de ordem n, e x é o vetor a ser resolvido. Os métodos de subespaços de Krylov servem para resolver o sistema linear e achar os autovalores de A . Aplicam-se a matrizes simétricas ou não simétricas. Os subespaços mais usados para projetar soluções em algoritmos iterativos são os espaços de Krylov. Para isso é escolhido o espaço gerado por f_0 : $K^m(A, f_0) = span\{f_0, \; Af_0, \; A^2 f_0, \; \ldots, \; A^{m-1} f_0\}$. A aproximação x_m para a solução x^*. é do tipo polinomial $x_m = x_0 + q_{m-1}(A) f_0$ sendo $q_{m-1}(A)$ um polinômio de grau $m - 1$ em A . Assim um método de subespaço de Krylov pode ser definido a partir de um vetor inicial qualquer v (em particular o mesmo vetor b): $K^m(A, v) = span\{v \; Av, \; A^2 v, \; \ldots, \; A^{m-1} v\}$. (1) Neste trabalho discutem-se particularmente dois algoritmos, o de Lanczos (L) e o de Gradiente Conjugado (GC).Estes métodos diferem no que refere as restrições sobre a matriz A (se for apenas simétrica ou também definida positiva). Quando A é simétrica e definida positiva, os dois métodos calculam o mesmo x_m. A seguinte tabela da um resumo das principais propriedades.

Método	Restrições sobre A	Armazenamento na etapa k-ésima	Produtos Ax em cada etapa	Critério de erro verificado por x_m
Lanczos (L)	nenhuma	kn	1	$(b - Ax_m) K^m(A, b)$
Gradiente Conjugado	Definida positiva	$4n$	1	

Ambos os dois métodos fornecem, na aritmética exata, a resposta exata em no máximo n etapas. Neste trabalho chegam-se a resultados mediante um sistema de computação algébrica e também com uma planilha eletrônica.