

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**Simulação analítica da dispersão de substâncias radioativas liberadas na  
atmosfera por usinas nucleares pelo método GILTT**

por

Guilherme Jahnecke Weymar

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Setembro de 2012

**Simulação analítica da dispersão de substâncias radioativas liberadas na  
atmosfera por usinas nucleares pelo método GILTT**

por

Guilherme Jahnecke Weymar

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Marco Túlio Menna Barreto de Vilhena

Co-Orientador: Prof. Dra. Daniela Buske

Aprovada por:

Prof. Dr. Francisco Fernando Lamego Simões Filho (CNEN/IEN)

Prof. Dr. Rogério Marczak (UFRGS/PROMEC)

Prof. Dr. Rubem Mário Figueiró Vargas (PUC-RS/PGETEMA)

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 27 de Setembro de 2012

## AGRADECIMENTOS

Agradeço

A Deus por permitir-me dar mais um passo em minha vida profissional;

A meus pais Brunilda e Luis, e meus irmãos Adriza, Lislaine, Luis Junior e Iraciara, pelo amor incondicional, carinho, paciência que me deram não somente durante a realização desta dissertação, mas no decorrer de toda a minha vida;

Aos professores Daniela Buske e Marco T. M. B. de Vilhena pela dedicação, paciência, confiança e amizade durante a orientação desta dissertação;

Aos professores Régis Quadros e Bardo E. J. Bodmann, pelas sugestões e pela amizade durante a realização deste trabalho;

A minha avó e meus tios pela ajuda e companhia, neste período de minha vida;

À banca, composta por Francisco F. L. S. Filho, Rogério Marczak e Rubem M. F. Vargas que aceitaram o convite que lhes foi feito e, dessa forma, colaboraram para conclusão deste trabalho;

Ao CNPq pelo apoio financeiro e ao PROMEC representado em seu corpo de funcionários e docentes;

E a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

## RESUMO

Simulação analítica da dispersão de substâncias radioativas liberadas na atmosfera por usinas nucleares pelo método GILTT

Tendo em vista o atual renascimento do Programa Nuclear Brasileiro, o presente objetivo é estudar a dispersão de poluentes em possíveis cenários de emissões acidentais. Para tanto, apresenta-se a solução analítica para a equação de advecção-difusão tridimensional transiente, com perfil de vento e coeficientes de difusão turbulenta variáveis com a altura, que modelam a dispersão de poluentes na atmosfera. A equação é resolvida pela combinação da transformada de Laplace e da técnica GILTT (*Generalized Integral Laplace Transform Technique*). São consideradas duas situações de liberação de poluente radioativo na atmosfera: controlada e acidental. Para o caso de uma liberação controlada, o modelo é avaliado em condições moderadamente instáveis usando o experimento de Angra dos Reis. São apresentados os resultados numéricos e estatísticos, comparando os resultados obtidos com dados experimentais. Como um exemplo de liberação acidental foi simulado o acidente de Fukushima-Daiichi utilizando dados obtidos por um modelo de mesoescala.

## **ABSTRACT**

Analytical simulation of the dispersion of radioactive substances released into the atmosphere by nuclear power plants using the GILTT method

Given the current revival of the Brazilian Nuclear Program, the present goal is study the dispersion of pollutants in possible scenarios of accidental releases. Therefore, we present an analytical solution for the three-dimensional transient advection-diffusion equation, with variable wind field and turbulent diffusion coefficients depending on height, that model the dispersion of pollutants in the atmosphere. The equation is solved combining the Laplace transform and GILTT technique (Generalized Integral Laplace Transform Technique). Two situations of radioactive pollutant release in the atmosphere are considered: controlled and accidental. For the case of a controlled release, the model is evaluated at moderately unstable conditions using the experiment of Angra dos Reis. Numerical results and statistical comparisons between the results obtained and experimental data are shown. As an example of accidental release was simulated the Fukushima-Daiichi accident using data obtained from a mesoscale model.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ADVECÇÃO-DIFUSÃO</b> .....	<b>8</b>
2.1	Modelo físico-matemático .....	8
2.1.1	<i>Solução da Equação de Advecção-Difusão</i> .....	11
<b>3</b>	<b>DADOS PARA AVALIAÇÃO DA PERFORMANCE DO MODELO E RESULTADOS NUMÉRICOS</b> .....	<b>20</b>
3.1	Índices Estatísticos .....	20
3.2	Liberação Controlada: O experimento de Angra dos Reis (Brasil) .....	22
3.2.1	<i>Coefficiente de Difusão</i> .....	24
3.2.2	<i>Perfil do Vento</i> .....	25
3.2.3	<i>Parâmetro de dispersão lateral</i> .....	25
3.2.4	<i>Resultados Numéricos</i> .....	26
3.3	Liberação Acidental: Acidente de Fukushima-Daiichi (Japão) .....	34
3.3.1	<i>Coefficiente de Difusão</i> .....	36
3.3.2	<i>Perfil do Vento</i> .....	39
3.3.3	<i>Resultados Numéricos</i> .....	41
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</b> .....	<b>44</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>46</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

### 1. Caracteres Arábicos

$ADMM$	Advection Diffusion Multilayer Method
$a_k$	pesos da Quadratura de Gauss
$B$	matriz de coeficientes do problema transformado
$\bar{c}$	concentração média do contaminante passivo ( $g/m^3$ )
$c'$	componente turbulenta da concentração de um contaminante ( $g/m^3$ )
$C_o$	concentrações observadas experimentalmente ( $Bq/m^3$ )
$C_p$	concentrações previstas pelo modelo ( $Bq/m^3$ )
$\bar{C}_o$	média aritmética das concentrações observadas experimentalmente
$\bar{C}_p$	média aritmética das concentrações previstas pelo modelo
$CLP$	camada limite planetária
$COR$	coeficiente de correlação
$D$	matriz diagonal dos autovalores da matriz $F$ de coeficientes do problema transformado
$E$	matriz de coeficientes do problema transformado
$EDO$	equações diferenciais ordinárias
$F$	matriz de coeficientes do problema transformado, onde $F = B^{-1}E$
$FA2$	fator de dois
$FA5$	fator de cinco
$FB$	fração de inclinação
$FS$	desvio fracional padrão
$F_i^E(n)$	espectro de energia Euleriano normalizado
$F_i^E(0)$	espectro de energia Euleriano normalizado em $n = 0$
$f_c$	força de Coriolis ( $f_c = 10^{-4}$ )
$f_{mi}^*$	frequência normalizada do pico espectral
$f_{mi}$	frequência reduzida com a velocidade média do vento $\bar{u}$ na camada de mistura
$(f_m)_v$	componente vertical da frequência normalizada do pico espectral

<i>GIADMT</i>	Generalized Integral Advection-Diffusion Multilayer Technique
<i>GILTT</i>	Generalized Integral Laplace Transform Technique
<i>GILTTG</i>	Generalized Integral Laplace Transform Technique with Gaussian- $y$
<i>GITT</i>	Generalized Integral Transform Technique
$h$	altura da camada limite planetária
$H_s$	altura da fonte ( $m$ )
$I$	matriz Identidade
$K$	número de pontos da Quadratura de Gauss
$K_x$	coeficiente de difusão na direção $x$ ( $m^2/s$ )
$K_y$	coeficiente de difusão na direção $y$ ( $m^2/s$ )
$K_z$	coeficiente de difusão na direção $z$ ( $m^2/s$ )
$K_\alpha$	coeficiente de difusão onde $\alpha$ indica as direções $x$ , $y$ e $z$ ( $m^2/s$ )
$K_1$	coeficiente de difusão avaliado na altura $z_1$
$\mathbb{K}$	matriz diagonal dos coeficientes de difusão
$L$	comprimento de Monin-Obukhov ( $m$ )
$\vec{L} = (L_x, L_y, h)$	vetor posição dos limites do domínio do problema
<i>NMSE</i>	erro quadrático médio normalizado
$p_k$	raízes da Quadratura de Gauss
$Q$	intensidade da fonte ( $g/s$ )
$q_v$	função estabilidade
$\vec{r}_s = (0, y_0, H_s)$	vetor posição da fonte
$S$	termo fonte
$S_i^E(n)$	espectro Euleriano dimensional
$S_{ib}^E(n)$	espectro Euleriano dimensional de flutuação
$S_{is}^E(n)$	espectro Euleriano dimensional de cisalhamento
$t$	variável temporal ( $s$ )
$u$	componente da velocidade do vento na direção $x$ ( $m/s$ )
$u'$	componente turbulenta do vento na direção $x$ ( $m/s$ )
$\bar{u}$	velocidade média do vento na direção $x$ ( $m/s$ )



$\bar{u}_1, \bar{u}(10)$	velocidade média horizontal do vento na altura 10m ( $m/s$ )
$u_*$	velocidade de fricção ( $m/s$ )
$\overline{u'c'}$	fluxo turbulento do contaminante na direção longitudinal ( $g/sm^2$ )
$v$	componente da velocidade do vento na direção $y$ ( $m/s$ )
$v'$	componente turbulenta do vento na direção $y$ ( $m/s$ )
$\bar{v}$	velocidade média do vento na direção $y$ ( $m/s$ )
$\overline{v'c'}$	fluxo turbulento do contaminante na direção latitudinal ( $g/sm^2$ )
$V_g$	velocidade de deposição ( $m/s$ )
$w$	componente da velocidade do vento na direção $z$ ( $m/s$ )
$w'$	componente turbulenta do vento na direção $z$ ( $m/s$ )
$\bar{w}$	velocidade média do vento na direção $z$ ( $m/s$ )
$w_*$	escala de velocidade convectiva ( $m/s$ )
$\overline{w'c'}$	fluxo turbulento do contaminante na direção vertical ( $g/sm^2$ )
<i>WRF</i>	Weather Research and Forecasting
$x$	distância longitudinal da fonte ( $m$ )
$X$	matriz dos autovetores da matriz $F$ de coeficientes do problema transformado
$X^*$	distância adimensional
$y$	distância latitudinal da fonte ( $m$ )
$Y_m$	autofunção do problema de Sturm Liouville
$Y(x, r)$	vetor de incógnitas do problema transformado
$z$	altura acima da superfície ( $m$ )
$z_l$	altura predeterminada, geralmente a altura da camada superficial ( $m$ )
$z_r, z_1$	altura de referência (10m)
$z_0$	comprimento de rugosidade aerodinâmico ( $m$ )
$3D - GILTT$	Three-dimensional Generalized Integral Laplace Transform Technique

## 2. Caracteres Gregos

$\alpha_l, \beta_m$	autovalores dos problemas de Sturm Liouville
$\delta$	função delta de Dirac
$\epsilon_b$	taxa de dissipação convectiva da energia cinética turbulenta
$\epsilon_s$	taxa de dissipação mecânica da energia cinética turbulenta
$\kappa$	constante de Von Kármán
$\lambda$	constante de decaimento do poluente radioativo
$\xi$	vetor representado por $\xi = X^{-1}Y(0, r)$
$\varpi$	escala de comprimento para a qual a concentração de poluente é praticamente homogênea
$\sigma$	desvio padrão
$\sigma_o$	desvio padrão observado
$\sigma_p$	desvio padrão predito
$\sigma_v$	desvio padrão Euleriano da velocidade turbulenta longitudinal
$\sigma_y$	parâmetro de dispersão lateral
$\sigma_\theta$	desvio padrão de direção horizontal do vento ( <i>graus</i> )
$\sigma_{ib}^2$	variância mecânica
$\sigma_i^2$	variância Euleriana do campo de vento turbulento
$\sigma_{is}^2$	variância convectiva
$\Phi_{\epsilon_s}$	função taxa de dissipação dimensional de cisalhamento
$\varphi$	índice que indica uma combinação perfeita entre o modelo e os resultados experimentais
$\psi_l$	autofunção do problema de Sturm Liouville
$\psi_\epsilon$	função taxa de dissipação molecular
$\Psi_{\epsilon_b}$	função taxa de dissipação dimensional de flutuação

## ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Esquema ilustrativo representando a dispersão de contaminantes para o caso bidimensional (X-Z).....	12
3.1	Mapa Topográfico do experimento de Angra dos Reis.....	22
3.2	Gráfico da concentração em função da distância para os cinco experimentos. .	27
3.3	Gráfico de espalhamento dos dados observados experimentalmente de concentração (Co) em comparação com os resultados de concentração do modelo (Cp) para o experimento de Angra dos Reis; linhas sólidas indicam um FA2, linhas pontilhadas um FA5.....	32
3.4	Regressão linear para os resultados dos modelos GILTTG e 3D-GILTT.....	34
3.5	Imagem da usina nuclear de Fukushima-Daiichi. ....	35
3.6	Gráfico do perfil de coeficiente de difusão.....	39
3.7	Temperatura potencial e perfil de vento médio para o local do acidente.....	41
3.8	Visualização do potencial da temperatura na superfície velocidades ( $u_{10}, v_{10}$ ) e isolinhas de concentração de poluente para o dia 12.03.11 às 08h e 16h, respectivamente.....	42
3.9	Concentração máxima local da substância radioativa próxima à superfície ao redor da usina nuclear, com escala logarítmica. ....	43

## ÍNDICE DE TABELAS

3.1	Parâmetros meteorológicos do experimento de Angra dos Reis [Biagio et al., 1985] [Gryning et al., 1987]. . . . .	23
3.2	Concentrações geradas pelos modelos GILTTG e 3D-GILTT para os experimentos 1 e 2. . . . .	28
3.3	Concentrações geradas pelos modelos para experimento 3. . . . .	29
3.4	Concentrações geradas pelos modelos para experimento 4. . . . .	30
3.5	Concentrações geradas pelos modelos para experimento 5. . . . .	31
3.6	Avaliação estatística do modelo. . . . .	31
3.7	Regressão linear dos modelos GILTTG e 3D-GILTT utilizando os cinco experimentos de Angra. . . . .	33
3.8	Regressão linear e os índices estatísticos dos modelos GILTTG e 3D-GILTT, para o experimento 2 e 3 no terceiro período. . . . .	33

## 1 INTRODUÇÃO

A segurança tem sido um fator extremamente importante desde o início do desenvolvimento de reatores nucleares. Embora a construção e a operação das usinas nucleares sejam monitoradas e regulamentadas por conselhos de pesquisa da área, um acidente, mesmo que improvável, é possível. O perigo potencial de um acidente em uma usina nuclear é a exposição à radiação. Tal exposição poderia ocorrer da liberação de material radioativo da usina ao meio ambiente, usualmente caracterizada pela formação de uma pluma (nuvem radioativa). A área que a liberação radioativa pode afetar é determinada pela quantidade de material liberado pela usina, direção e velocidade do vento e condições meteorológicas (tais como chuva, neve etc.) que poderiam dirigir rapidamente o material radioativo para o solo, resultando num aumento da deposição de radionuclídeos [Moreira et al., 2005d]. Assim, a predição do comportamento de um poluente radioativo no ambiente atmosférico, na eventualidade de acidentes, tornou-se um assunto de grande importância.

O aquecimento e/ou resfriamento da terra provoca variação da temperatura e do vento na camada limite. Esta variação faz com que a substância que é emitida na atmosfera se disperse através da difusão turbulenta. Sendo assim, o transporte das partículas é dominado na horizontal pelo vento médio (advecção) e na vertical pela turbulência. E como consequência, o transporte e a dispersão de poluentes na atmosfera é, geralmente, descrito pela equação de advecção-difusão.

Um modelo de dispersão capaz de estimar a concentração de um poluente radioativo na atmosfera é de grande importância para a prevenção de impactos ambientais. Assim, a formulação de planos de emergência é baseada nos possíveis cenários de concentrações no ar e, portanto, requer modelos matemáticos de dispersão de contaminantes na atmosfera capazes de relacionar as causas (fontes) com os relativos efeitos (concentração de poluente). No caso de um acidente em uma usina nuclear o modelo é capaz de identificar os locais onde a concentração deste poluente traz risco de morte a um ser vivo, podendo assim fazer um isolamento desta área. Portanto, um modelo de dispersão é uma expressão matemática que

tem como objetivo expressar os efeitos da atmosfera sobre o poluente.

Através de modelos matemáticos é possível prever ou simular o campo de concentração de contaminantes em acidentes em concordância com planos de ação de segurança para a população. O uso apropriado dos modelos de transporte e difusão na atmosfera deve ser baseado no estudo de sua capacidade de representar situações reais corretamente. Quando possível, é recomendada a avaliação para testar a sua capacidade quando usado com os dados e cenários topográficos e meteorológicos típicos da área a ser analisada [Moreira et al., 2007].

Na estimativa do campo de concentração de poluentes na baixa atmosfera, emprega-se, normalmente, a equação de advecção-difusão, que é obtida a partir da parametrização dos fluxos turbulentos na equação da continuidade, sendo que os modelos Eulerianos de dispersão têm como característica a solução desta. Sob certas condições, pode-se obter expressões para o campo de concentração que sejam funções da emissão de poluentes, de variáveis meteorológicas e de parâmetros de dispersão da pluma [Pasquill e Smith, 1983].

Na literatura é encontrada uma grande variedade de soluções numéricas da equação de advecção-difusão [Nieuwstadt e Van Ulden, 1978] [Lamb, 1978] [Carvalho, 1996]. Por outro lado, é crescente nos últimos anos o interesse pela solução desta equação de maneira analítica. As soluções analíticas levam em conta explicitamente todos os parâmetros de um problema, de modo que suas influências podem ser confiavelmente investigadas e é possível facilmente obter-se o comportamento assintótico da solução, que, por vezes, é difícil gerar via cálculos numéricos.

De fato, a primeira solução da equação de advecção-difusão é conhecida como a solução Gaussiana. Neste tipo de solução, o coeficiente de difusão e a velocidade do vento são considerados constantes com a altura, e são utilizadas as condições de contorno de fluxo nulo de poluentes na parte inferior e superior da camada limite planetária (CLP):

$$K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad em \quad z = 0, \quad e \quad z \rightarrow \infty \quad (1.1)$$

A partir da solução Gaussiana, surgiram na literatura os modelos não Gaussianos, ou seja, o campo de vento e o coeficiente de difusão são variáveis com altura.

[Roberts, 1923] apresentou uma solução bidimensional para fontes ao nível do solo, nos casos em que a velocidade do vento e o coeficiente de difusão vertical  $K_z$  ( $m^2/s$ ) seguem

leis de potência como uma função da altura. Isto é:

$$\bar{u} = \bar{u}_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^m \quad ; \quad K_z = K_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^n \quad (1.2)$$

sendo  $z_1$  a altura na qual  $\bar{u}_1$  e  $K_1$  são avaliados,  $m$  é um expoente que está relacionado com a instabilidade atmosférica e  $n$  está relacionado com a rugosidade da superfície, os expoentes variam entre 0 e 1 [Irwin, 1979].

Em 1955, uma solução bidimensional válida para fontes elevadas, mas somente com perfis lineares de  $K_z$ , foi obtida por [Rounds, 1955]. A equação bidimensional de transporte e difusão, sendo  $\bar{u}$  e  $K_z$  funções de potência da altura, com os expoentes destas funções seguindo a lei conjugada de Schmidt (expoente do vento =  $1 - K_z$ ) que foi resolvida por [Smith, 1957b]. [Smith, 1957a] também apresentou uma solução para o caso de  $\bar{u}$  constante, mas com o seguinte  $K_z$ :

$$K_z = K_0 z^\alpha (h - z)^\beta \quad (1.3)$$

em que  $K_0$  é uma constante,  $\alpha$  e  $\beta$  valem 0 ou 1 de acordo com a altura da camada limite  $h$ .

Em [Scriven e Fisher, 1975], é apresentada a solução com  $\bar{u}$  constante e  $K_z$  como:

$$K_z \equiv z \quad \text{para} \quad 0 \leq z \leq z_t \quad \text{e} \quad K_z = K_z(z_t) \quad \text{para} \quad z_t \leq z \leq h \quad (1.4)$$

na qual  $z_t$  ( $m$ ) é uma altura predeterminada (geralmente a altura da camada superficial). Esta solução permite (como condições de contorno) um fluxo líquido de material para o solo:

$$K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = V_g \bar{c} \quad (1.5)$$

em que  $V_g$  é a velocidade de deposição ( $m/s$ ). A solução de Scriven e Fisher tem sido amplamente usada no Reino Unido para o transporte de longa escala de poluentes. Em [Fisher, 1975], a deposição de enxofre sobre Reino Unido, Suécia e o resto da Europa foi comparada e verificou-se que a contribuição Britânica na deposição sobre a parte rural da Suécia foi, aproximadamente, metade da contribuição da Suécia.

[Yeh e Huang, 1975] e [Berlyand, 1975] publicaram soluções bidimensionais para fontes elevadas com  $\bar{u}$  e  $K_z$  seguindo perfis de potência, mas para uma atmosfera sem contorno superior ( $K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0$  em  $z = \infty$ ). Estas soluções foram obtidas em termos de funções de

Green. Já em 1978, Demuth apresentou uma solução, dada em termos de funções de Bessel, para uma camada verticalmente limitada ( $K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0$  em  $z = h$ ). A solução de Berlyand tem sido usada na Rússia. Na Itália, quatro modelos baseados nas soluções de [Yeh e Huang, 1975], [Berlyand, 1975] e [Demuth, 1978] têm sido adotados: KAPPAG [Tirabassi et al., 1986], KAPPAG-LT [Tirabassi et al., 1989], CISP [Tirabassi e Rizza, 1992] e MAOC [Tirabassi e Rizza, 1993].

Com a aplicação da teoria da similaridade de *Monin-Obukhov* à difusão, [Van Ulden, 1978] derivou uma solução para a difusão vertical a partir de fontes contínuas próximas ao solo, supondo que  $\bar{u}$  e  $K_z$  seguem os perfis de similaridade. Seus resultados são similares aos de Roberts [Roberts, 1923], mas ele obteve um modelo para fontes não superficiais, mas aplicável para fontes dentro da camada superficial. Um modelo que utiliza esta solução é o SPM [Tirabassi e Rizza, 1995].

Nieuwstadt, em 1980, apresentou uma solução para um problema unidimensional dependente do tempo, utilizando os polinômios de Legendre. Esta solução [Nieuwstadt, 1980] foi um caso particular da solução de [Smith, 1957a]. Um ano depois, [Nieuwstadt e Haan, 1981] estendeu esta solução, utilizando os polinômios de Jacobi, para o caso de crescimento da altura da camada limite. Catalano [Catalano, 1982], por sua vez, estendeu a solução para o caso de perfis de vento vertical não-zero.

Em 1996 foram desenvolvidos por [Sharan et al., 1996a] [Sharan et al., 1996b] modelos matemáticos para a dispersão tridimensional atmosférica. Foram utilizados coeficientes de difusão constantes e parametrizações em termos da distância da fonte respectivamente. As soluções são apresentadas em termos de funções de Bessel e combinações lineares da função de Green.

[Lin e Hildeman, 1997] estendeu as soluções de Demuth para o caso de deposição seca no solo. Estas soluções foram apresentadas em termos de funções modificadas de Bessel. Recentemente, [Brown et al., 1997] derivou, a partir da solução de Yeh e Huang, equações para liberações de fontes pontuais para os primeiros quatro momentos da distribuição de concentração vertical e para a magnitude e localização da concentração máxima no solo.

Pode-se observar que diversos métodos são aplicados para encontrar soluções analíticas da equação de advecção-difusão. Neste trabalho, são de interesse particular as soluções analíticas obtidas através da aplicação da técnica da transformada de Laplace e da técnica da



transformada integral generalizada. O teorema de Cauchy-Kowalewsky garante a existência e unicidade de uma solução analítica para a equação de advecção-difusão [Courant e Hilbert, 1989]. Sabe-se que as soluções analíticas podem ser expressas na forma integral ou como uma formulação em série. Estas soluções são matematicamente equivalentes [Moreira et al., 2010b] e, assim, a seguir, será dado enfoque aos modelos que utilizam essas técnicas para obter a solução analítica da equação de advecção-difusão.

A técnica ADMM (*Advection Diffusion Multilayer Method*) vem sendo amplamente utilizada na resolução da equação de advecção-difusão para simular a dispersão de poluentes na atmosfera [Vilhena et al., 1998], [Degrazia et al., 2001], [Moreira et al., 2004], [Moreira et al., 2005a], [Moreira et al., 2005b], [Moreira et al., 2005d], [Moreira et al., 2006b] e [Buligon et al., 2006]. A ideia básica do método ADMM é baseada na discretização da CLP em  $N$  subcamadas. Em cada subcamada a equação de advecção-difusão é resolvida pela técnica da transformada de Laplace considerando-se valores médios para o coeficiente de difusão e perfil de vento. Assim, o problema com coeficiente variável foi substituído por um conjunto de problemas com coeficientes constantes (coeficientes médios) acoplados por condições de continuidade de concentração e fluxo de contaminante nas interfaces. A solução em cada subcamada é obtida pelo uso da transformada de Laplace com inversão numérica. Esta solução semi-analítica é dada em forma integral e uma revisão do método ADMM pode ser encontrada em [Moreira et al., 2006b].

Em 2006, surgiu o método GIADMT (*Generalized Integral Advection-Diffusion Multilayer Technique*) [Costa et al., 2006], resolvendo a equação tridimensional de advecção-difusão de forma semi-analítica. Para tanto, foi utilizada a técnica da transformada integral generalizada (GITT) na variável  $y$  do problema, e o problema bidimensional resultante foi resolvido pelo método ADMM, discretizando a CLP. A aplicação do método GIADMT pode ser encontrada nos trabalhos [Costa et al., 2006], [Vilhena et al., 2008], [Costa et al., 2010] e [Costa et al., 2012].

A GITT é um método híbrido analítico-numérico [Cotta, 1993], [Cotta e Mikhaylov, 1997] derivado da transformação integral clássica [Mikhaylov e Özisik, 1984] para problemas lineares de difusão. A GITT vem sendo utilizada na solução de diferentes classes de problemas lineares e não-lineares de difusão e advecção-difusão [Cheroto et al., 1999], [Liu et al., 2000], [Cataldi et al., 2000], [Ribeiro et al., 2000], [Ribeiro et al., 2002], [Magno et al., 2002],

[Pereira et al., 2002], [Alves et al., 2002], [Velloso et al., 2003], [Storch e Pimentel, 2003], [Velloso et al., 2004], [Storch e Pimentel, 2005] e [Cotta e Barros, 2007].

A aplicação da técnica GITT em problemas de poluição atmosférica, de forma totalmente analítica, é ainda recente e tal procedimento recebe o nome de GILTT (*Generalized Integral Laplace Transform Technique*). Para a solução de problemas diferenciais parciais, esta técnica de transformação integral combina uma expansão em série com uma integração. Na expansão, é usada uma base trigonométrica determinada com o auxílio de um problema auxiliar. A integração é feita em todo o intervalo da variável transformada, fazendo proveito da propriedade de ortogonalidade da base usada na expansão. Este procedimento resulta em um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO), que, uma vez solucionado, é facilmente invertido para a obtenção do resultado da equação original. O problema transformado é resolvido analiticamente pela técnica da transformada de Laplace e diagonalização. A técnica GILTT é analítica no sentido de que nenhuma aproximação é feita ao longo da derivação da solução, à exceção do erro de truncamento da solução em série.

Muitos avanços foram obtidos no estudo da dispersão de poluentes utilizando o método GILTT para a solução da equação de advecção-difusão bidimensional. Por outro lado a generalização da solução bidimensional citada, inicialmente foi realizada assumindo como solução a função Gaussiana na direção  $y$  (este método recebe o nome de GILTTG). Como ilustração, cita-se: [Wortmann et al., 2005], [Moreira et al., 2006a], [Buske et al., 2007a], [Buske et al., 2007b], [Tirabassi et al., 2008], [Buske et al., 2008b], [Tirabassi et al., 2009], [Moreira et al., 2009a], [Moreira et al., 2009b], [Buske et al., 2010] e [Schuch et al., 2011].

Em 2009, surgiu o método GILTT tridimensional (3D-GILTT) que foi aplicado a uma classe abrangente de problemas de dispersão de poluentes na atmosfera, incluindo problemas que consideram o coeficiente de dispersão dependente do tempo. Maiores detalhes podem ser encontrados nos trabalhos: [Buske et al., 2009a], [Buske et al., 2009b], [Buske et al., 2011b], [Buske et al., 2011c], [Buske et al., 2012a], [Buske et al., 2012b] e [Vilhena et al., 2012b].

Cumprе observar que a metodologia proposta, também foi aplicada para a simulação de poluentes radioativos na atmosfera em cenário de acidente, e os resultados comparados com aqueles de experimentos e da literatura, entre os quais é citado o método ADMM. Os

principais trabalhos envolvendo soluções analíticas para dispersão de poluentes radioativos na atmosfera foram: [Petersen et al., 2005], [Moreira et al., 2005d], [Buske et al., 2006], [Moreira et al., 2007], [Buske et al., 2008a], [Moreira et al., 2010a], [Buske et al., 2011a] [Rizza et al., 2011a] e [Vilhena et al., 2012a].

Cabe ressaltar que, para conhecimento, a aplicação da metodologia GILTT para a determinação da dispersão de poluente no experimento de Angra dos Reis foi restrita aos três primeiros experimentos. Neste trabalho, motivados pela modelagem do experimento completo de Angra dos Reis, o método GILTT é aplicado a todos os experimentos, incluindo todos os períodos, e os resultados são comparados com aqueles obtidos pelo método GILTTG com objetivo de estudar o possível efeito da turbulência homogênea ou não homogênea na direção  $y$ . É utilizado em primeira aproximação, a lei da potência para o campo de vento em Angra I, bem como os dados obtidos por um modelo de mesoescala WRF (*Weather Research and Forecasting*) [Mellor e Yamada, 1982] para o caso do acidente de Fukushima-Daiichi. Para a parametrização da turbulência é utilizado um coeficiente de difusão instável, obtido por [Degrazia et al., 1997] para Angra dos Reis e uma parametrização para o ciclo de 24 horas [Rizza et al., 2011b] no caso de Fukushima-Daiichi. Para atingir o objetivo proposto, o trabalho é organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 2, será apresentado o modelo matemático de poluição atmosférica e o método de solução da equação de advecção-difusão tridimensional transiente. Já no Capítulo 3, serão descritos o experimento de Angra dos Reis, o acidente de Fukushima e as parametrizações da turbulência. Neste mesmo capítulo, serão apresentados os resultados numéricos e estatísticos obtidos com o modelo. Encontram-se no Capítulo 4 a conclusão e as perspectivas de trabalhos futuros.

## 2 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ADVECÇÃO-DIFUSÃO

Neste capítulo, são apresentadas a formulação matemática de um modelo de dispersão para poluentes radioativos e a sua solução. O equacionamento matemático clássico é dado pela equação de advecção-difusão [Moura et al., 1995].

### 2.1 Modelo físico-matemático

O equacionamento da difusão atmosférica pode ser obtido pela aplicação da equação de conservação de massa (equação da continuidade). Considerando uma espécie genérica  $c$  que se conserve na atmosfera, tem-se:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(uc)}{\partial x} + \frac{\partial(vc)}{\partial y} + \frac{\partial(wc)}{\partial z} + S = 0 \quad (2.1)$$

considerando  $S$  o termo fonte e  $u$ ,  $v$  e  $w$  as componentes das velocidades instantâneas do vento ( $m/s$ ) nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente. Observa-se que na equação (2.1) o campo da velocidade apresenta a componente  $u$  dependendo unicamente da altura ( $z$ ) e as componentes  $v$  e  $w$  são nulas, o que permite escrever:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial(cu)}{\partial x} + \frac{\partial(cv)}{\partial y} + \frac{\partial(cw)}{\partial z}$$

Sabendo que fluxos turbulentos são altamente irregulares, quase randômicos e imprevisíveis de detalhes. Assim, a turbulência é manifestada de forma irregular, randômica como as flutuações na velocidade, temperatura e concentrações escalares em torno de seus valores principais.

Nos modelos matemáticos de difusão e turbulência, todas as variáveis de interesse são geralmente expressadas como a soma das suas médias (denotado aqui por uma barra superior) e flutuações (denotadas pelas linhas) com o objetivo de definir equações para a

evolução média das variáveis:

$$u = \bar{u} + u' \quad (2.1a)$$

$$v = \bar{v} + v' \quad (2.1b)$$

$$w = \bar{w} + w' \quad (2.1c)$$

$$c = \bar{c} + c' \quad (2.1d)$$

Este processo é também conhecido como decomposição de Reynolds [Stull, 1988].

Substituindo as equações (2.1a), (2.1b), (2.1c) e (2.1d) na equação (2.1) e utilizando as regras da decomposição de Reynolds [Arya, 2003], a equação de advecção-difusão transiente que descreve as concentrações a partir de uma fonte contínua pode ser escrita como [Stull, 1988]:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'c'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'c'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial z} + S = 0 \quad (2.2)$$

assim,  $\bar{c}$  denota a concentração média do contaminante passivo ( $g/m^3$ ) e  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  e  $\bar{w}$  são respectivamente as componentes cartesianas do vento médio ( $m/s$ ) orientado nas direções  $x$  ( $-\infty < x < \infty$ ),  $y$  ( $-\infty < y < \infty$ ) e  $z$  ( $0 < z < h$ ), em que  $h$  é a altura da CLP. Os termos  $\overline{u'c'}$ ,  $\overline{v'c'}$  e  $\overline{w'c'}$  representam, na mesma ordem, o fluxo turbulento do contaminante ( $g/sm^2$ ) nas direções longitudinal, latitudinal e vertical. O termo referente à difusão molecular pode ser negligenciado porque a turbulência domina os processos de transporte e dispersão.

Observa-se que a equação (2.2) apresenta quatro variáveis desconhecidas (os fluxos turbulentos  $\overline{u'c'}$ ,  $\overline{v'c'}$  e  $\overline{w'c'}$  e a concentração média  $\bar{c}$ ), desta maneira, não pode ser resolvida diretamente levando ao chamado problema de fechamento da turbulência [Stull, 1988].

Uma das maneiras mais utilizadas para solucionar o problema de fechamento da equação de advecção-difusão (2.2) é baseada na hipótese de transporte por gradiente (ou teoria K) que, em analogia com a lei de Fick da difusão molecular, assume que o fluxo turbulento de concentração é proporcional à magnitude do gradiente de concentração média

[Seinfeld e Pandis, 1997]. Assim:

$$\overline{u'c'} = -K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad (2.3)$$

$$\overline{v'c'} = -K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \quad (2.4)$$

$$\overline{w'c'} = -K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \quad (2.5)$$

em que  $K_x$ ,  $K_y$  e  $K_z$  são os coeficientes de difusão turbulenta ( $m^2/s$ ) nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente. No fechamento de primeira ordem, toda a informação da complexidade da turbulência está contida nesses coeficientes de difusão.

As equações (2.3), (2.4) e (2.5), combinadas com a equação da continuidade de massa (2.2), levam à equação de advecção-difusão. Assim, para um sistema de coordenadas cartesianas a equação pode ser escrita [Blackadar, 1997]:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) + S \quad (2.6)$$

Do lado esquerdo da equação (2.6), o primeiro é o termo dependente do tempo contabilizando situações não estacionárias, e os três termos restantes descrevem o transporte devido à advecção. Já no lado direito, os três primeiros termos representam a difusão turbulenta, e o termo  $S$  representa uma fonte. A equação de advecção-difusão (2.6) forma a base da maioria dos modelos de dispersão de poluentes na atmosfera e permite coordenadas temporal e espacial para a difusão anisotrópica e para a variação dos coeficientes de difusão como uma função da concentração. A justificativa da equação (2.6) para concentrações médias é dada em [Seinfeld e Pandis, 1997] e [Arya, 1999].

Embora a simplicidade do fechamento K de difusão turbulenta tenha conduzido ao uso difundido desta teoria como base matemática para simular a dispersão de poluentes, esta tem seus próprios limites [Arya, 1999]. A teoria K funciona bem quando a difusão do material dispersado é muito maior do que o tamanho dos turbilhões envolvidos no processo difusivo, ou seja, para grandes tempos de viagem [Mangia et al., 2002].

### 2.1.1 Solução da Equação de Advecção-Difusão

Neste trabalho, o poluente emitido na atmosfera é um elemento radioativo. Tal elemento, por ter excesso de partículas ou de cargas, tende a estabilizar-se emitindo algumas partículas, este fenômeno é entendido como radiação. Neste modelo, considera-se que quando o elemento radioativo emite radiação, ele decaia para um elemento estável.

Consideremos um experimento de dispersão de poluentes radioativos na atmosfera, no qual uma fonte aérea libera material radioativo mais leve do que o ar. Este é abandonado sem empuxo a partir de uma torre com altura  $H_s$ , que emite poluente com intensidade  $Q$  a uma taxa constante, supondo o fechamento Fickiano para a turbulência. Aqui,  $\bar{c}$  representa a concentração média do contaminante (em unidades de  $g/m^3$ ),  $\vec{v} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$  é a velocidade média do vento (em  $m/s$ ), e o domínio de interesse é um cubo com  $\vec{0} \leq \vec{r} \leq \vec{L}$ , em que a notação significa  $\vec{0} = (0, 0, 0)$ ,  $\vec{r} = (x, y, z)$  e  $\vec{L} = (L_x, L_y, h)$ , na qual  $h$  (unidade  $m$ ) é altura da CLP. A fonte de emissão é aproximada por uma fonte pontual com taxa de emissão constante  $Q$  (em  $g/s$ ) na posição  $\vec{r}_s = (0, y_0, H_s)$ .

A equação de advecção-difusão escrita de uma forma geral é dada por:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \bar{c} = \nabla \cdot (\mathbb{K} \cdot \nabla) \bar{c} + S \quad (2.7)$$

sendo  $\mathbb{K}$  a matriz dos coeficientes de difusão,  $\mathbb{K} = \text{diag}(K_x, K_y, K_z)$ .

A equação (2.7) está sujeita às condições de contorno de Von Neumann de fluxo zero nas faces do cubo:

$$\mathbb{K} \cdot \nabla \bar{c} = 0 \quad (2.8)$$

a condição inicial de concentração é nula.

$$\bar{c} = 0 \quad \text{em } t = 0, \quad \forall \vec{r} = (x, y, z) \neq \vec{r}_s \quad (2.9)$$

e a condição de fonte é representada por deltas de Dirac.

$$(\vec{v} \cdot \vec{x}) \bar{c} |_{r=r_0} \vec{x} = Q \delta(y - y_0) \delta(z - H_s) \vec{x} \quad (2.10)$$

onde  $\vec{x} = (1, 0, 0)$  e  $\vec{r}_0 = (0, y, z)$ .

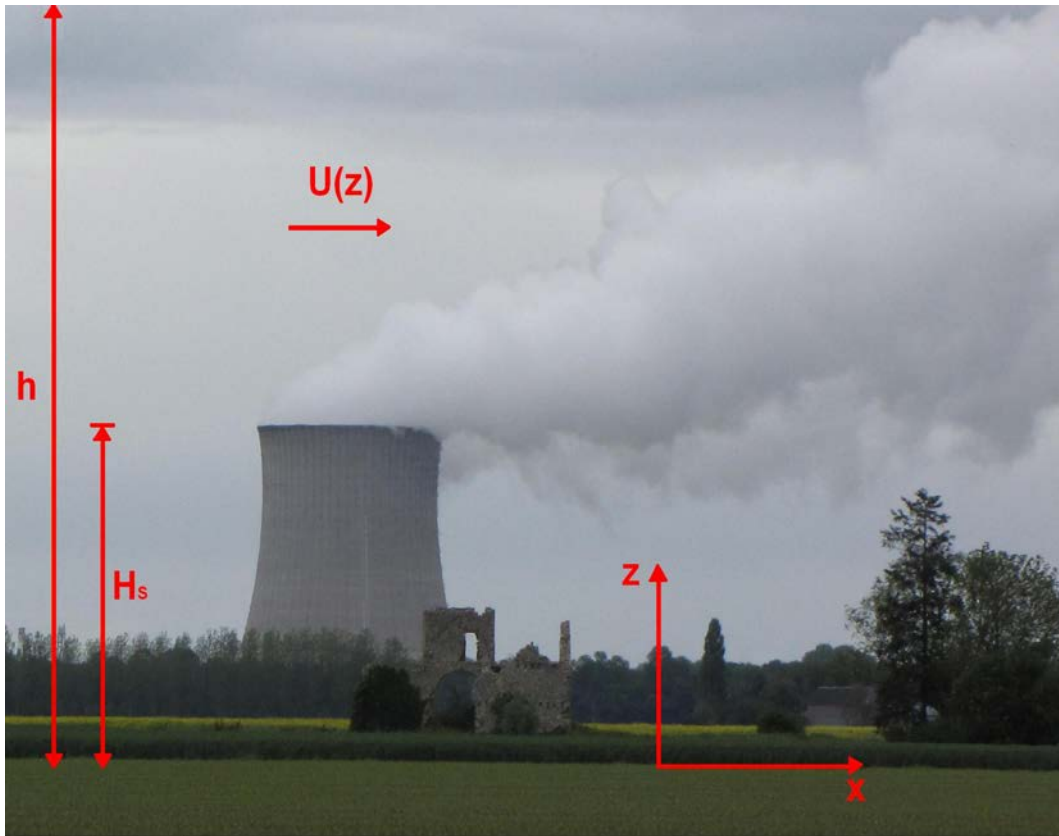


Figura 2.1 – Esquema ilustrativo representando a dispersão de contaminantes para o caso bidimensional (X-Z).

Reescrevendo, tem-se que a equação de advecção-difusão tridimensional transiente que determina a concentração de um poluente radioativo é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}(x, y, z, t)}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}(x, y, z, t)}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}(x, y, z, t)}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}(x, y, z, t)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial \bar{c}(x, y, z, t)}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial \bar{c}(x, y, z, t)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}(x, y, z, t)}{\partial z} \right) - \lambda \bar{c}(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

em que  $\lambda$  é a constante de decaimento radioativo.

A técnica 3D-GILTT [Buske et al., 2010] é utilizada para resolver a equação (2.11). O método espectral é inicialmente aplicado na variável  $y$ . Para tanto, é feita a escolha de



um problema auxiliar de Sturm-Liouville, representado aqui por:

$$\begin{aligned} Y_m''(y) + \beta_m^2 Y_m(y) &= 0 & \text{em } 0 \leq y \leq L_y \\ Y_m'(y) &= 0 & \text{em } y = 0 \text{ e } y = L_y \end{aligned}$$

A solução deste problema de Sturm-Liouville são autofunções ortogonais, dadas por  $Y_m(y) = \cos(\beta_m y)$  e  $\beta_m = \frac{m\pi}{L_y}$  (com  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ), que são os autovalores associados [Özsisik, 1974].

Expandindo a concentração de poluente em série em termos das autofunções, tem-se:

$$\bar{c}(x, y, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{c}_m(x, z, t) Y_m(y) \quad (2.12)$$

Substituindo a expansão (2.12) em (2.11) e aplicando o operador integral,  $\int_0^{L_y} (\ ) Y_n(y) dy$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial t} \int_0^{L_y} Y_m(y) Y_n(y) dy + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial x} \int_0^{L_y} Y_m(y) Y_n(y) dy + \right. \\ & \quad \left. + \bar{v} \bar{c}_m(x, z, t) \int_0^{L_y} Y_m'(y) Y_n(y) dy + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial z} \int_0^{L_y} Y_m(y) Y_n(y) dy + \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial x} \right) \int_0^{L_y} Y_m(y) Y_n(y) dy - \bar{c}_m(x, z, t) \int_0^{L_y} K_y' Y_m'(y) Y_n(y) dy + \right. \\ & \quad \left. + \beta_m^2 \bar{c}_m(x, z, t) \int_0^{L_y} K_y Y_m(y) Y_n(y) dy - \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial z} \right) \int_0^{L_y} Y_m(y) Y_n(y) dy + \right. \\ & \quad \left. + \lambda \bar{c}_m(x, z, t) \int_0^{L_y} Y_m(y) Y_n(y) dy \right] = 0 \quad (2.13) \end{aligned}$$

Escrevendo as integrais que aparecem na equação acima da forma:

$$\int_0^{L_y} Y_m(y) Y_n(y) dy = \zeta_{n,n}$$

$$\int_0^{L_y} Y_m'(y) Y_n(y) dy = \theta_{n,n}$$

$$\int_0^{L_y} K_y Y_m(y) Y_n(y) dy = \gamma_{m,n}$$

$$\int_0^{L_y} K_y Y_m'(y) Y_n(y) dy = \eta_{m,n}$$

reescrevendo, obtém-se:

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \zeta_{n,n} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial t} + \zeta_{n,n} \bar{u} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial x} + \theta_{n,n} \bar{v} \bar{c}_m(x, z, t) + \zeta_{n,n} \bar{w} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial z} + \right. \\ \left. - \zeta_{n,n} \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial x} \right) - \eta_{m,n} \bar{c}_m(x, z, t) + \gamma_{m,n} \beta_m^2 \bar{c}_m(x, z, t) + \right. \\ \left. - \zeta_{n,n} \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial z} \right) + \zeta_{n,n} \lambda \bar{c}_m(x, z, t) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Algumas hipóteses simplificativas:

- A advecção é dominante na direção do eixo- $x$ , portanto o termo difusivo na mesma variável é negligenciado  $\left[ \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \gg \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) \right]$ ;
- A direção do vento é orientada no eixo- $x$ , portanto as demais componentes são nulas  $[\vec{v} = (\bar{u}, 0, 0)]$ ;
- O coeficiente de difusividade turbulenta lateral,  $K_y$ , é função somente da variável  $z$ .

Dividindo a equação (2.14) por  $\int_0^{L_y} Y_m^2(y) dy$  [Özisik, 1974] e aplicando as hipóteses simplificativas (que resultam em:  $\eta_{m,n} = 0$  e  $\gamma_{m,n} = K_y \beta_m^2$ ), tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \zeta_{n,n} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial t} + \zeta_{n,n} \bar{u} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial x} + \zeta_{n,n} (K_y \beta_m^2 + \lambda) \bar{c}_m(x, z, t) + \right. \\ \left. - \zeta_{n,n} \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial z} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Truncando a série (2.15) em um valor conveniente  $M$ , obtém-se  $\bar{c}_m = (\bar{c}_0, \bar{c}_1, \dots, \bar{c}_M)$ ,

ou seja:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{c}_0}{\partial t} \\ \frac{\partial \bar{c}_1}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial \bar{c}_M}{\partial t} \end{bmatrix} + \bar{u} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{c}_0}{\partial x} \\ \frac{\partial \bar{c}_1}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial \bar{c}_M}{\partial x} \end{bmatrix} + \\
& -K_z \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \bar{c}_0}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 \bar{c}_1}{\partial z^2} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 \bar{c}_M}{\partial z^2} \end{bmatrix} - K'_z \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{c}_0}{\partial z} \\ \frac{\partial \bar{c}_1}{\partial z} \\ \vdots \\ \frac{\partial \bar{c}_M}{\partial z} \end{bmatrix} + \\
& + (\beta_m^2 K_y + \lambda) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{c}_0 \\ \bar{c}_1 \\ \vdots \\ \bar{c}_M \end{bmatrix} = 0
\end{aligned}$$

O que leva a um conjunto de  $M + 1$  equações advectiva-difusivas bidimensionais:

$$\frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial x} = K_z \frac{\partial^2 \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial z^2} + K'_z \frac{\partial \bar{c}_m(x, z, t)}{\partial z} - (\beta_m^2 K_y + \lambda) \bar{c}_m(x, z, t) \quad (2.16)$$

A solução da equação bidimensional transiente de advecção-difusão é resolvida utilizando a GILTT. Para resolver a equação (2.16), primeiramente é aplicada a transformada de Laplace na variável temporal,  $t$ , e usando a condição inicial (2.9), tem-se:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{C}_m(x, z, r)}{\partial x} = K_z \frac{\partial^2 \bar{C}_m(x, z, r)}{\partial z^2} + K'_z \frac{\partial \bar{C}_m(x, z, r)}{\partial z} - \lambda^* \bar{C}_m(x, z, r) \quad (2.17)$$

onde  $\lambda^* = \beta_m^2 K_y + \lambda + r$ , e  $\bar{C}_m$  denota a transformada de Laplace na variável  $t$  ( $\bar{C}_m(x, z, r) = \mathcal{L}\{\bar{c}_m(x, z, t); t \rightarrow r\}$ ), e  $r$  é complexo.

O problema estacionário (2.17) tem solução bem conhecida utilizando o método GILTT [Wortmann et al., 2005], [Buske, 2008] e [Moreira et al., 2009b]. Seguindo o procedimento adotado nas referências [Wortmann et al., 2005], [Buske, 2008] e [Moreira et al., 2009b], expande-se a concentração em termos das autofunções de um problema de Sturm-

Liouville:

$$\bar{C}_m(x, z, r) = \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, r) \psi_l(z) \quad (2.18)$$

cuja solução é  $\psi_l(z) = \cos(\alpha_l z)$ , onde  $\alpha_l = \frac{l\pi}{h}$  (com  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) [Özsisik, 1974] representa as autofunções e os respectivos autovalores do problema de Sturm-Liouville associado:

$$\begin{aligned} \psi_l''(z) + \alpha_l^2 \psi_l(z) &= 0 & \text{em } 0 < z < h \\ \psi_l'(z) &= 0 & z = 0 \text{ e } z = h \end{aligned}$$

Substituindo a equação (2.18) na (2.17), e recordando que do problema de Sturm-Liouville obtemos  $\psi_l''(z) + \alpha_l^2 \psi_l(z) = 0$ , ou seja,  $\psi_l''(z) = -\alpha_l^2 \psi_l(z)$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \bar{u} \sum_{l=0}^L \frac{\partial \bar{C}_{m,l}(x, r)}{\partial x} \psi_l(z) + K_z \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, r) \alpha_l^2 \psi_l(z) - K'_z \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, r) \psi_l'(z) + \\ + \lambda^* \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, r) \psi_l(z) = 0 \end{aligned}$$

Aplicando o operador integral  $\int_0^h (\ ) \psi_j(z) dz$  na equação acima, obtém-se:

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^L \frac{\partial \bar{C}_{m,l}(x, r)}{\partial x} \int_0^h \bar{u} \psi_l(z) \psi_j(z) dz + \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, r) \alpha_l^2 \int_0^h K_z \psi_l(z) \psi_j(z) dz + \\ - \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, r) \int_0^h K'_z \psi_l'(z) \psi_j(z) dz + \lambda^* \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, r) \int_0^h \psi_l(z) \psi_j(z) dz = 0 \quad (2.19) \end{aligned}$$

Escrevendo a equação (2.19) em forma matricial, tem-se:

$$BY'(x, r) + EY(x, r) = 0 \quad (2.20)$$

Aqui,  $Y(x, r)$  é o vetor das componentes  $\bar{C}_{m,l}(x, r)$ , e  $B = (b_{l,j})$  e  $E = (e_{l,j})$  as matrizes cujas entradas, respectivamente, são:

$$b_{l,j} = \int_0^h \bar{u} \psi_l(z) \psi_j(z) dz$$

$$e_{l,j} = \alpha_l^2 \int_0^h K_z \psi_l(z) \psi_j(z) dz - \int_0^h K'_z \psi'_l(z) \psi_j(z) dz + \lambda^* \int_0^h \psi_l(z) \psi_j(z) dz$$

Multiplicando a equação (2.20) pela matriz inversa de B, tem-se:

$$Y'(x, r) + FY(x, r) = 0 \quad (2.21)$$

em que F é dada por  $F = B^{-1}E$ . Notemos que a equação (2.21) é uma EDO homogênea.

A EDO (2.21) foi resolvida analiticamente pela técnica da transformada de Laplace e diagonalização [Wortmann et al., 2005], [Buske, 2008] e [Moreira et al., 2009b], ou seja, aplicando a transformada de Laplace na variável  $x$  ( $\bar{Y}(s, r) = \mathfrak{L}\{Y(x, r); x \rightarrow s\}$ ):

$$s\bar{Y}(s, r) - Y(0, r) + F\bar{Y}(s, r) = 0 \quad (2.22)$$

onde  $Y(0, r) = \bar{C}_{m,l}(0, r)$ .

Aplicando o mesmo procedimento anterior à equação (2.10), obtém-se  $Y(0, r)$ :

$$Y(0, r) = \bar{C}_{m,l}(0, r) = B^{-1} \frac{Q}{r} \psi_j(H_s) Y_m(y_0)$$

Diagonalizando a matriz  $F$ , ou seja,  $F = XDX^{-1}$ , onde  $D$  é a matriz diagonal dos autovalores e  $X$  é a matriz dos autovetores associados, segue:

$$(sI + XDX^{-1})\bar{Y}(s) = Y(0)$$

na qual  $I = XX^{-1}$  é a matriz identidade. Após algumas manipulações algébricas, obtém-se:

$$\bar{Y}(s) = X(sI + D)^{-1} \xi \quad (2.23)$$

onde  $\xi = X^{-1}Y(0, r)$ , sendo encontrado resolvendo a equação  $X\xi = Y(0, r)$  via decomposição LU.

Aplicando a transformada inversa de Laplace na equação (2.23):

$$Y(x, r) = X\mathfrak{L}^{-1}\{(sI + D)^{-1}; s \rightarrow x\}\xi$$

É observado que os elementos das matrizes  $sI + D$  e  $(sI + D)^{-1}$  são respectivamente:

$$sI + D = \begin{bmatrix} s + d_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s + d_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s + d_I \end{bmatrix}$$

$$(sI + D)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+d_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+d_2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{s+d_I} \end{bmatrix}$$

assim, pode-se obter  $\mathfrak{L}^{-1}\{(sI + D)^{-1}; s \rightarrow x\}$ , calculando a transformada inversa de Laplace de cada elemento da matriz  $(sI + D)^{-1}$ , ou seja:

$$\mathfrak{L}^{-1}\{(sI + D)^{-1}; s \rightarrow x\} = \begin{bmatrix} e^{-d_1x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-d_2x} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{-d_Ix} \end{bmatrix} = G(x)$$

Portanto:

$$Y(x, r) = XG(x)\xi = \bar{C}_{m,l}(x, r) \quad (2.24)$$

Uma vez que o vetor é obtido, a solução para a concentração do poluente dada pela equação (2.18) está bem determinada. Nenhuma aproximação é feita durante a derivação da solução, e, assim, a equação (2.18) é exata exceto pelo erro de truncamento. Cabe lembrar que esta solução é válida para qualquer perfil de  $u$ ,  $w$ ,  $K_x$  e  $K_z$  sejam eles constantes ou funções dependentes da altura [Buske, 2004], [Moreira et al., 2005c], [Wortmann et al., 2005].

Uma vez que os coeficientes da solução em série (2.18) estão determinados, há condições de inverter a solução pela transformada de Laplace. Este procedimento resulta:

$$\bar{c}_m(x, z, t) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{l=0}^L \int_0^h \bar{C}_{m,l}(x, r) \psi_l(z) e^{rt} dr. \quad (2.25)$$

Cabe salientar que nenhuma aproximação numérica foi feita durante a derivação da solução até aqui, exceto o truncamento do somatório da equação (2.18).

Devido à impossibilidade de determinar as singularidades do integrando que aparece no lado direito da equação acima, não se pode aplicar o Teorema dos Resíduos para avaliar analiticamente a integral. Assim, na sequência, será apresentada uma solução aproximada da integral acima usando inversão numérica.

Uma solução aproximada da integral, que aparece na equação (2.25), pode ser obtida invertendo numericamente a concentração transformada  $\bar{C}(x, z, r)$  pelo método da quadratura de Gauss-Legendre [Stroud e Secrest, 1966]. Assim:

$$\bar{c}_m(x, z, t) = \sum_{k=0}^K \frac{p_k}{t} a_k \sum_{l=0}^L \bar{C}_{m,l}(x, \frac{p_k}{t}) \psi_l(z) \quad (2.26)$$

onde  $a_k$  e  $p_k$  são os pesos e as raízes da Quadratura Gaussiana, respectivamente, e são tabulados em [Stroud e Secrest, 1966], e  $K$  é o número considerado de pontos da Quadratura Gaussiana.

Uma vez que  $\bar{c}_m(x, z, t)$  é conhecida, inicia a posição de escrever a solução final tridimensional da equação de advecção-difusão do problema (2.11) que é dada pela equação (2.12):

$$\bar{c}(x, y, z, t) = \sum_{m=0}^M \bar{c}_m(x, z, t) Y_m(y) \quad (2.27)$$

### 3 DADOS PARA AVALIAÇÃO DA PERFORMANCE DO MODELO E RESULTADOS NUMÉRICOS

O uso apropriado dos modelos de transporte e difusão na atmosfera deve ser baseado no estudo das suas capacidades de representarem corretamente situações reais. Quando possível, é recomendada a avaliação para testar a sua capacidade quando usado com os dados e cenários topográficos e meteorológicos típicos da área a ser analisada [Moreira et al., 2007].

Neste capítulo, inicialmente estão descritos os índices estatísticos utilizados para a avaliação dos modelos. Em seguida, são apresentados os dados para o caso de uma liberação controlada de trítio durante o experimento de Angra dos Reis [Biagio et al., 1985], a parametrização utilizada para os coeficientes de difusão, o perfil do vento, as expressões para o parâmetro de dispersão lateral e os resultados numéricos. Para o caso de uma liberação acidental de poluentes, consideramos o caso do acidente de Fukushima-Daiichi.

Cientes da complexidade do terreno de Angra dos Reis e tendo em vista a dificuldade de treinamento adequado no prazo de uma dissertação de mestrado, para permitir o acoplamento da solução 3D-GILTT com um modelo de mesoescala, tipo WRF, foi optado por considerar, em uma primeira aproximação, que o campo de vento é descrito pela lei da potência. Cumpre também informar que neste trabalho foi utilizado a parametrização da turbulência de Degrazia [Degrazia et al., 1997] para Angra dos Reis e de Rizza [Rizza et al., 2011b] para o acidente de Fukushima-Daiichi no Japão. Para o caso do acidente de Fukushima-Daiichi foram utilizados os dados de campo de vento obtido por Rizza, usando o código WRF \*.

#### 3.1 Índices Estatísticos

Para a comparação entre os dados de concentração simulados nos modelos com os dados observados no experimento de Angra dos Reis foram utilizados índices estatísticos da

---

\*Agradeço ao professor Dr. Umberto Rizza pelos dados fornecidos.



literatura. Para a elaboração desta análise estatística, emprega-se um programa desenvolvido por Hanna em 1989 [Hanna, 1989]. Estes índices estatísticos são recomendados para validação e comparação de modelos, pela Agência de Proteção Ambiental Americana (USEPA), pela Força Aérea Americana (US Air Force), pelo Instituto Americano do Petróleo (API), bem como pela comunidade científica da área de dispersão de poluentes na atmosfera após o Workshop “*Operational Short-Range Atmospheric Dispersion Models for Environmental Impact Assessments in Europe*” realizado na Bélgica em 1994.

As notações utilizadas para os índices  $o$  e  $p$  indicam, respectivamente, as quantidades observadas e previstas,  $\bar{C}$  é a concentração de poluentes, e  $\sigma$  é o desvio padrão.

Os índices estatísticos aplicados são definidos do seguinte modo:

1. Erro quadrático médio normalizado:  $NMSE = \frac{(\overline{C_o - C_p})^2}{\overline{C_o C_p}}$   
informa sobre todos os desvios entre as concentrações dos modelos e as concentrações observadas. É uma estatística adimensional e seu valor deve ser o menor possível para um bom modelo.
2. Coeficiente de correlação:  $COR = \frac{(\overline{C_o - \bar{C}_o})(\overline{C_p - \bar{C}_p})}{\sigma_o \sigma_p}$   
descreve o grau de associação ou concordância entre as variáveis. Para um boa performance o seu valor deve ser 1.
3. Fator de dois: FA2  
fração de dados (%) que estão entre  $0,5 \leq \frac{C_p}{C_o} \leq 2$
4. Fator de cinco: FA5  
fração de dados (%) que estão entre  $0,2 \leq \frac{C_p}{C_o} \leq 5$
5. Fração de Inclinação:  $FB = \frac{\overline{C_o - C_p}}{0,5(\overline{C_o + C_p})}$   
informa a tendência do modelo de superestimar ou subestimar as concentrações observadas. O valor ótimo é zero.
6. Desvio fracional padrão:  $FS = 2 \frac{\sigma_o - \sigma_p}{\sigma_o + \sigma_p}$   
O valor ótimo é zero.

### 3.2 Liberação Controlada: O experimento de Angra dos Reis (Brasil)

O experimento de dispersão de Angra I é descrito em [Biagio et al., 1985]. Consistiu na liberação controlada de vapor d'água tritiada radioativa a partir de uma torre meteorológica de 100 m de altura, próxima à usina nuclear na praia de Itaorna em Angra dos Reis, durante cinco dias, de 28 de novembro a 4 de dezembro de 1984. O tempo total de emissão foi de 90 min. para cada experimento, sendo todos os casos em torno de meio-dia. A coleta do vapor d'água foi realizada sobre placas de alumínio em localizações numeradas (conforme a Figura 3.1) em três subseqüentes períodos de 20 min. cada, 30 min. após o início da liberação.

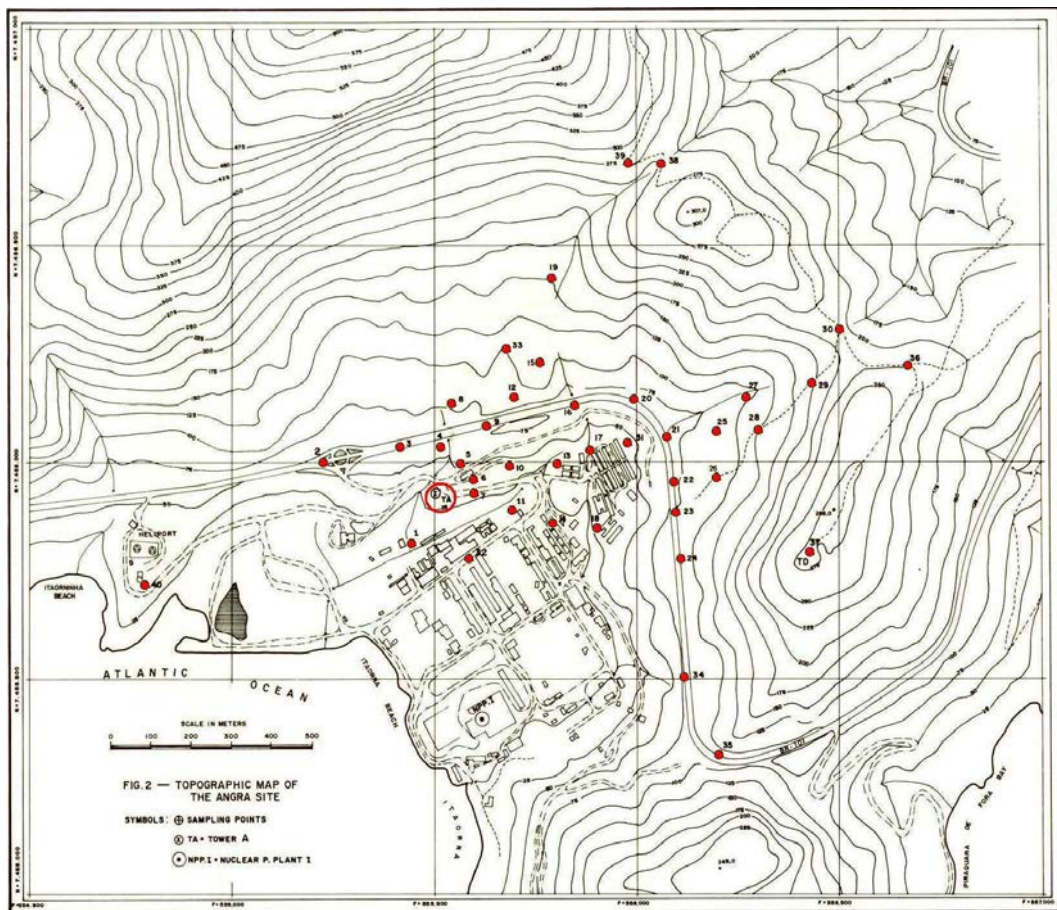


Figura 3.1 – Mapa Topográfico do experimento de Angra dos Reis.

Ao longo do experimento, quatro torres meteorológicas coletaram os dados meteorológicos relevantes (velocidade do vento, umidade etc.). Velocidade e direção do vento foram

medidas em três níveis, 10, 60 e 100  $m$ , junto com o gradiente de temperatura entre 10 e 100  $m$ . Alguns dados adicionais de umidade relativa foram disponíveis em alguns dos pontos de amostragem e foram usados para calcular a concentração de água tritiada radioativa no ar (após medir a radioatividade das amostras coletadas). Todos os detalhes relevantes, bem como as condições meteorológicas sinópticas durante a campanha de dispersão estão também descritos em [Biagio et al., 1985]. Cabe salientar que o terreno da região de Angra dos Reis é um terreno montanhoso e perto da costa oceânica, sendo assim um terreno altamente complexo. Na Figura (3.1), é possível observar os locais dos pontos de coleta do experimento, assim como as curvas de níveis do terreno e a localização da fonte (denotada por TA).

A Tabela (3.1) mostra os dados meteorológicos dos cinco experimentos (realizados nos dias 28, 29 e 30 de novembro e 01 e 04 de dezembro respectivamente) utilizados no modelo para obter os resultados numéricos. Na Tabela (3.1),  $\bar{u}(10)$  é a velocidade de referência a 10 metros de altura ( $m/s$ ),  $u_*$  representa a velocidade de fricção ( $m/s$ ),  $L$  é o comprimento de Monin-Obukhov ( $m$ ),  $w_*$  é a escala de velocidade convectiva vertical ( $m/s$ ),  $h$  é a altura da CLP ( $m$ ) e  $Q$  é a taxa de emissão da fonte ( $MBq/s$ ).

Tabela 3.1 – Parâmetros meteorológicos do experimento de Angra dos Reis [Biagio et al., 1985] [Gryning et al., 1987].

Experimento	Período	$\bar{u}(10)$ ( $ms^{-1}$ )	$u_*$ ( $ms^{-1}$ )	$w_*$ ( $ms^{-1}$ )	$L$ ( $m$ )	$h$ ( $m$ )	$Q$ ( $MBqs^{-1}$ )
1	1	1,83	0,32	0,46	-809,51	965,09	20,46
	2	2,43	0,42	0,60	-1056,86	1259,98	20,46
	3	2,76	0,48	0,69	-1214,26	1447,64	20,46
2	1	2,59	0,44	0,63	-1108,58	1321,64	25,34
	2	2,21	0,38	0,55	-966,91	1152,75	25,34
	3	2,18	0,38	0,54	-951,17	1133,98	25,34
3	1	2,21	0,38	0,55	-966,91	1152,75	20,46
	2	1,97	0,34	0,49	-861,23	1026,75	20,46
	3	2,61	0,46	0,66	-1146,81	1367,21	20,46
4	1	1,23	0,21	0,31	-539,67	643,40	24,34
	2	1,01	0,18	0,25	-440,73	525,44	24,34
	3	1,05	0,18	0,26	-456,47	544,21	24,34
5	1	1,95	0,34	0,49	-854,48	1018,71	31,32
	2	1,54	0,27	0,39	-674,59	804,24	31,32
	3	2,61	0,45	0,65	-1137,81	1356,49	31,32

Os dados meteorológicos apresentados na Tabela (3.1) são calculados por equações

obtidas na literatura. A rugosidade utilizada foi  $z_0 = 1 \text{ m}$  (de acordo com [Martano, 1992]). O comprimento de Monin-Obukhov pode ser escrito como [Zannetti, 1990]:

$$L = -\frac{h}{\kappa} \left( \frac{u_*}{w_*} \right)^3 \quad (3.1)$$

onde  $\kappa$  é a constante de Von-Kármán ( $\kappa \approx 0,4$ ) e  $w_* \approx 0,25\bar{u}$  em condições neutras [Briggs, 1992]. A velocidade de fricção  $u_*$  é obtida em condições de turbulência neutra pela expressão  $u_* = \frac{k\bar{u}}{\ln(\frac{z_r}{z_0})}$ , onde  $z_r = 10 \text{ m}$  (altura de referência) e  $\bar{u}$  é a velocidade do vento. A altura da CLP  $h$  é obtida da relação  $h = 0,3 \frac{u_*}{f_c}$  [Zilitinkevich, 1972] [Zilitinkevich et al., 1999], na qual  $f_c = 10^{-4}$  (força de Coriolis).

### 3.2.1 Coeficiente de Difusão

Em problemas de difusão atmosférica, a escolha de uma parametrização turbulenta representa uma decisão fundamental para modelar a dispersão de poluentes. A partir de um ponto de vista físico, uma parametrização da turbulência é uma aproximação da natureza no sentido que os modelos matemáticos recebem uma relação aproximada que substitui um termo desconhecido. A confiabilidade de cada modelo depende fortemente da maneira como os parâmetros são calculados e relacionados ao entendimento da CLP [Mangia et al., 2002].

Na literatura encontram-se diversas e variadas formulações para o coeficiente de difusão turbulento vertical [Ulke, 2000] [Seinfeld e Pandis, 1997]. Pelos bons resultados encontrados na literatura [Moreira et al., 2009b], são escolhidas as seguintes parametrizações para os coeficientes de difusão vertical e lateral sugeridos por [Degrazia et al., 1997], derivados de [Batchelor, 1949], para condições convectivas:

$$K_z = 0,22w_*h \left( \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{3}} \left( 1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{3}} \left[ 1 - e^{-\frac{4z}{h}} - 0,0003e^{\frac{8z}{h}} \right] \quad (3.2)$$

$$K_y = \frac{\sqrt{\pi}\sigma_v}{16(f_m)_v q_v} \quad (3.3)$$

em que  $\sigma_v$  é o desvio padrão Euleriano da velocidade turbulenta longitudinal dado por:

$$\sigma_v^2 = \frac{0,98c_v}{(f_m)_v^{\frac{2}{3}}} \left( \frac{\psi_\epsilon}{q_v} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{z}{h} \right)^{\frac{2}{3}} w_*^2 \quad (3.4)$$

onde  $(f_m)_v = 0,16$  é a componente vertical da frequência normalizada do pico espectral,  $q_v = 4,16\frac{z}{h}$  é a função estabilidade,  $\psi_\epsilon$  é a função taxa de dissipação molecular expressada como [Hojstrup, 1982] [Caughey, 1982]:

$$\psi_\epsilon^{1/3} = \left[ \left(1 - \frac{z}{h}\right)^2 \left(\frac{z}{-L}\right)^{-2/3} + 0,75 \right]^{1/2} \quad (3.5)$$

### 3.2.2 Perfil do Vento

Em uma primeira aproximação para descrever o campo de vento para a simulação da dispersão de poluentes, a equação utilizada para a parametrização do vento é descrita por uma lei de potência expressa pela seguinte equação [Panofsky e Dutton, 1984]:

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_1} = \left(\frac{z}{z_1}\right)^\alpha \quad (3.6)$$

na qual  $\bar{u}$  e  $\bar{u}_1$  são as velocidades médias horizontais do vento nas alturas  $z$  e  $z_1$ , e  $\alpha$  é um expoente que está relacionado com a intensidade da turbulência [Irwin, 1979]. O experimento de Angra dos Reis foi conduzido sob condição de estabilidade convectiva (ou seja, foi realizado durante o dia) e o expoente utilizado foi  $\alpha = 0,1$ .

### 3.2.3 Parâmetro de dispersão lateral

O resultado obtido com a solução GILTT proposta é comparado com a solução GILTT bidimensional, considerando turbulência homogênea na direção  $y$  descrita pela função Gaussiana. Portanto, o valor máximo de concentração obtido pelo método GILTTG é descrito como:

$$\bar{c}(x, 0, 0, t) = \frac{\bar{c}(x, 0, t)}{\sqrt{2\pi\sigma_y}} \quad (3.7)$$

Considerando pequenas variações da direção do vento em relação à posição dos receptores, é utilizada a seguinte parametrização para  $\sigma_y$ :

$$\frac{\sigma_y}{h} = \left(\frac{0,26X^*}{1 + 0,91X^*}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.8)$$

onde  $X^*$  é a distância adimensional definida por  $X^* = xw_*/uh$ .

Para o caso de grande variação da direção do vento é considerado o seguinte valor

de  $\sigma_y$ :

$$\frac{\sigma_y}{x} = \sigma_\theta (1 + 0,031x^{0,46})^{-1} \quad (3.9)$$

onde  $\sigma_\theta = 15$  [Blackadar, 1997] para condições instáveis/neutras.

### 3.2.4 *Resultados Numéricos*

Nesta seção, serão apresentados os resultados numéricos e estatísticos obtidos com os modelos GILTTG e 3D-GILTT. Para a obtenção da concentração de poluentes para o experimento de Angra dos Reis foram utilizadas as parametrizações da turbulência e os dados meteorológicos discutidos nos itens acima. O código computacional para obtenção dos resultados foi desenvolvido em linguagem de programação Fortran 90.

Na Figura (3.2) é observada a concentração de poluentes gerada pelo método 3D-GILTT em função da distância para todos os experimentos de Angra dos Reis para um tempo de uma hora. É possível observar no gráfico que as concentrações tendem a se homogeneizar à medida que se afastam da fonte. Após a análise destes gráficos, foram utilizadas nas simulações as distâncias em  $x$  a partir das quais tem-se concentração de poluente positivas.

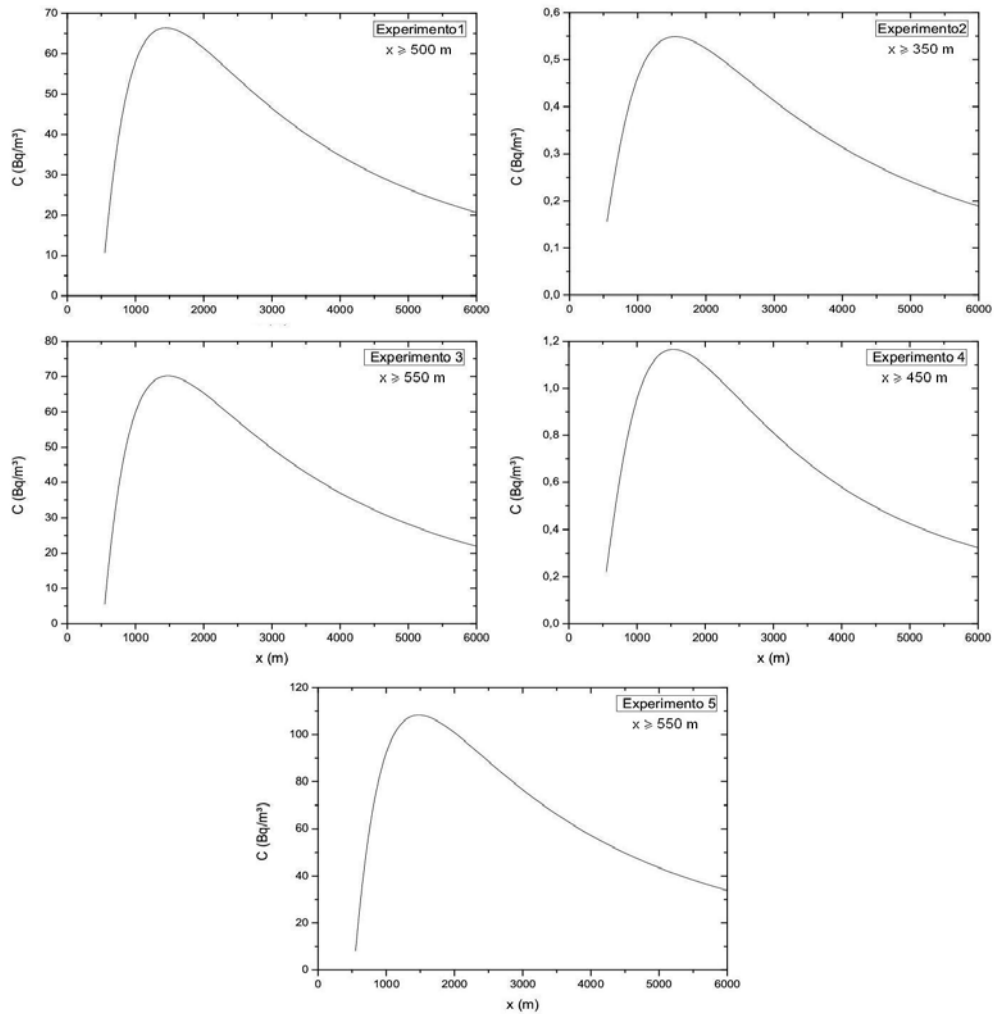


Figura 3.2 – Gráfico da concentração em função da distância para os cinco experimentos.

Nas Tabelas (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5) são apresentados os resultados da concentração de poluente obtidos pelos modelos GILTTG e 3D-GILTT, comparados com os obtidos experimentalmente. São utilizados os cinco experimentos, considerando todos os períodos. Nota-se que os resultados obtidos pelo modelo 3D-GILTT estão mais próximos dos dados experimentais do que os do modelo GILTTG. A justificativa para isto reside no fato de que a turbulência na direção  $y$  não é homogênea, hipótese esta assumida no modelo GILTTG.

A Tabela(3.6) apresenta os resultados dos índices estatísticos [Hanna, 1989] para o experimento de Angra dos Reis. Pode-se observar que as concentrações previstas pelo

modelo 3D-GILTT reproduzem de forma mais satisfatória as obtidas experimentalmente quando comparadas com o modelo GILTTG. Cabe salientar que as simulações não levam em conta a complexidade da topografia do terreno.

Tabela 3.2 – Concentrações geradas pelos modelos GILTTG e 3D-GILTT para os experimentos 1 e 2.

Experimento	Período	Distância(m)	Co(Bq/m <sup>3</sup> )	Cp (Bq/m <sup>3</sup> )	
				GILTTG	3D-GILTT
1	2	960	21,49	63,64	62,14
1	3	610	0,47	0,09	0,96
1	3	970	0,35	0,27	0,59
1	3	1070	0,39	0,29	0,53
1	3	935	76,85	54,07	55,90
2	1	960	149,38	75,04	75,93
2	2	565	27,33	34,48	125,62
2	2	1070	0,53	0,48	0,78
2	2	1200	4,23	0,51	0,69
2	2	960	77,41	92,16	81,50
2	3	565	9,27	0,17	1,38
2	3	610	0,58	0,21	1,29
2	3	600	0,50	0,20	1,31
2	3	700	0,53	0,29	1,15
2	3	815	0,61	0,37	1,00
2	3	970	0,54	0,45	0,85
2	3	1070	0,86	0,48	0,77
2	3	500	0,55	0,12	1,52
2	3	750	0,39	0,32	1,08
2	3	935	0,40	0,43	0,88
2	3	960	97,17	93,80	81,02



Tabela 3.3 – Concentrações geradas pelos modelos para experimento

3.

Experimento	Período	Distância(m)	Co(Bq/m <sup>3</sup> )	Cp (Bq/m <sup>3</sup> )	
				GILTTG	3D-GILTT
3	1	565	14,53	27,20	103,43
3	1	610	16,98	34,77	97,75
3	1	600	11,39	33,12	98,96
3	1	705	3,56	0,22	0,95
3	1	700	18,50	48,62	87,92
3	1	815	6,80	0,29	0,84
3	1	970	7,05	0,36	0,71
3	1	1070	21,42	82,03	61,10
3	1	500	25,61	16,07	112,79
3	1	750	0,72	0,25	0,91
3	1	935	0,73	0,35	0,74
3	1	960	38,97	75,73	67,45
3	1	915	34,09	72,36	70,40
3	2	565	118,16	39,04	102,18
3	2	610	48,71	45,97	97,49
3	2	600	18,00	44,43	98,36
3	2	635	3,42	0,22	1,00
3	2	705	27,26	59,96	88,22
3	2	700	12,70	59,27	88,67
3	2	815	23,18	73,62	79,25
3	2	970	32,85	87,41	69,11
3	2	1070	37,01	93,27	63,47
3	2	500	37,58	29,56	110,88
3	2	750	2,40	0,30	0,89
3	2	935	2,57	0,40	0,75
3	2	935	6,54	0,40	0,75
3	2	960	81,79	86,70	69,54
3	2	915	79,95	83,22	72,48
3	3	565	155,27	8,92	93,83
3	3	610	70,34	17,39	87,66
3	3	600	31,09	15,58	89,15
3	3	635	0,98	0,10	0,95
3	3	705	38,89	32,44	77,07
3	3	700	24,09	31,74	77,57
3	3	815	48,95	45,52	67,25
3	3	970	36,22	57,68	56,74
3	3	1070	33,50	62,61	51,36
3	3	750	0,85	0,18	0,81
3	3	935	1,22	0,26	0,64
3	3	935	2,03	0,26	0,64
3	3	960	19,61	57,08	57,33
3	3	915	18,02	54,08	60,12

Tabela 3.4 – Concentrações geradas pelos modelos para experimento

4.

Experimento	Período	Distância(m)	Co(Bq/m <sup>3</sup> )	Cp (Bq/m <sup>3</sup> )	
				GILTTG	3D-GILTT
4	1	565	111,91	41,91	85,32
4	1	610	119,01	61,76	83,65
4	1	600	48,27	57,42	79,24
4	1	635	16,96	72,38	80,38
4	1	705	59,56	100,09	86,48
4	1	700	58,29	98,22	86,15
4	1	815	64,95	136,64	90,91
4	1	970	82,95	173,39	90,99
4	1	1070	94,65	189,06	88,98
4	1	500	125,17	12,31	73,48
4	1	750	3,50	0,51	0,85
4	1	935	3,44	0,74	0,90
4	1	1200	41,83	201,90	85,13
4	1	935	37,91	166,51	91,39
4	1	960	71,20	171,50	91,13
4	2	565	70,20	55,78	69,43
4	2	610	56,50	79,83	78,92
4	2	600	36,12	74,56	77,01
4	2	635	8,73	0,39	0,75
4	2	705	50,78	126,81	92,40
4	2	700	35,94	124,50	91,87
4	2	815	50,53	172,25	100,42
4	2	970	65,03	218,71	103,63
4	2	1070	71,27	238,96	102,81
4	2	500	22,74	20,36	50,87
4	2	750	5,03	0,63	0,92
4	2	935	4,50	0,92	1,02
4	2	1200	24,34	256,10	99,87
4	2	935	12,87	209,93	103,48
4	2	960	90,91	216,30	103,61
4	3	565	12,92	64,74	67,27
4	3	610	4,20	0,36	0,66
4	3	600	9,32	0,34	0,64
4	3	635	1,95	0,41	0,71
4	3	705	16,15	161,67	95,45
4	3	700	2,83	0,54	0,82
4	3	970	21,73	210,15	99,11
4	3	1070	38,75	228,42	98,21
4	3	500	14,57	33,94	49,34
4	3	750	2,02	0,63	0,88
4	3	935	1,59	0,89	0,97
4	3	1200	37,47	243,99	95,35
4	3	935	7,26	0,89	0,97
4	3	960	59,47	207,97	99,11

Tabela 3.5 – Concentrações geradas pelos modelos para experimento 5.

Experimento	Período	Distância(m)	Co(Bq/m <sup>3</sup> )	Cp (Bq/m <sup>3</sup> )	
				GILTTG	3D-GILTT
5	1	565	38,86	57,99	174,17
5	1	610	42,53	69,31	153,28
5	1	600	7,75	0,30	1,63
5	1	705	4,46	0,42	1,46
5	1	700	3,37	0,41	1,46
5	1	815	10,77	114,44	124,24
5	1	500	48,06	42,42	173,63
5	1	960	33,14	135,82	109,36
5	2	565	15,66	57,86	127,11
5	2	610	15,36	74,74	127,01
5	2	600	3,72	0,31	1,25
5	2	705	7,77	0,48	1,24
5	2	700	6,04	0,47	1,25
5	2	815	16,65	139,48	119,37
5	2	970	7,13	0,79	1,12
5	2	1070	7,04	0,86	1,06
5	2	500	24,77	33,25	125,21
5	2	960	38,64	169,96	111,23
5	3	565	2,77	0,06	1,65
5	3	610	4,80	0,12	1,53
5	3	600	1,70	0,11	1,55
5	3	705	1,67	0,23	1,32
5	3	700	0,79	0,22	1,33
5	3	815	3,91	0,33	1,14
5	3	970	4,96	0,42	0,94
5	3	1070	3,28	0,47	0,85
5	3	1200	1,05	0,50	0,75
5	3	960	52,67	87,94	88,36
5	3	825	0,54	0,34	1,12
5	3	1620	0,56	0,54	0,53
5	3	2270	0,87	0,49	0,35

Tabela 3.6 – Avaliação estatística do modelo.

Modelo	NMSE	COR	FA2	FA5	FB	FS
GILTTG	2,82	0,46	0,32	0,67	-0,62	-0,69
3D-GILTT	1,44	0,59	0,38	0,80	-0,59	-0,37

É importante ressaltar que os resultados encontrados podem ser considerados razoáveis

levando em consideração a aproximação feita para o campo de vento, que não é aproximação satisfatória para a topografia de Angra dos Reis. Por isso pretende-se melhorar estes resultados considerando os valores encontrados para o perfil de vento por códigos de mesoescala, os quais se espera que incorpore as informações da topografia do terreno.

A Figura (3.3) apresenta o diagrama de espalhamento dos dados observados e preditos das concentrações ao nível do solo utilizando o modelo GILTTG e 3D-GILTT respectivamente. Um modelo ideal seria aquele cuja concentração gerada seja a mesma que a medida experimentalmente. Assim, os pontos desse gráfico estariam sobre a reta identidade. O gráfico confirma, assim como as tabelas acima, que as concentrações preditas pelo modelo 3D-GILTT reproduzem satisfatoriamente as obtidas experimentalmente.

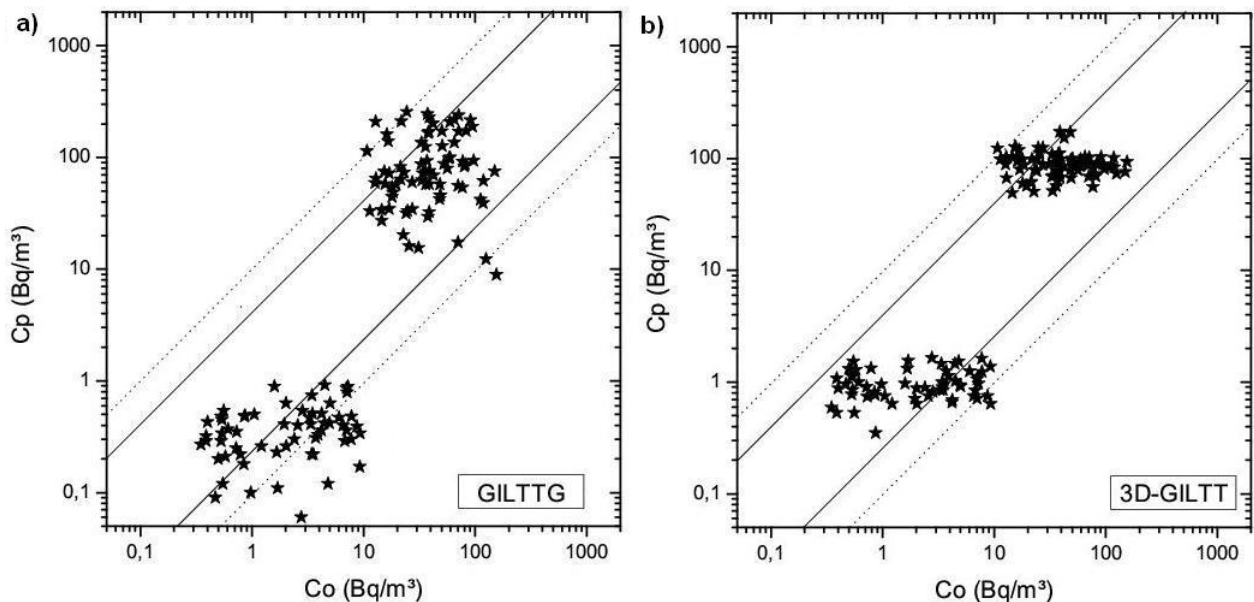


Figura 3.3 – Gráfico de espalhamento dos dados observados experimentalmente de concentração ( $C_o$ ) em comparação com os resultados de concentração do modelo ( $C_p$ ) para o experimento de Angra dos Reis; linhas sólidas indicam um FA2, linhas pontilhadas um FA5.

Adicionalmente, são expressados os valores preditos em função dos observados, obtidos por ambos os modelos GILTTG e 3D-GILTT, por uma regressão linear (ver a Figura 3.4), onde o gráfico que tiver a intersecção mais próxima da origem e a inclinação

mais próxima da unidade é a melhor aproximação. Para tanto, foi introduzido um índice  $\varphi = \sqrt{(a-1)^2 + (\frac{b}{\bar{C}_o})^2}$  com  $\bar{C}_o = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_{oi}$  que, se for idêntico a zero, indica uma combinação perfeita entre o modelo e os resultados experimentais. Aqui  $a$  é a inclinação,  $b$  é a intersecção,  $C_{oi}$  é a concentração dos dados experimentais e  $\bar{C}_o$  é a sua média aritmética. Uma vez que a experiência é de caráter estocástico, enquanto que as propriedades estocásticas estão escondidas nos parâmetros do modelo, as flutuações influentes estão presentes. A título de curiosidade, são apresentados também os resultados existentes na literatura [Buske et al., 2011a] para os modelos GILTTG e 3D-GILTT, que utilizaram apenas os experimentos 2 e 3 no terceiro período (quando a pluma de poluente já estava totalmente dispersa).

Tabela 3.7 – Regressão linear dos modelos GILTTG e 3D-GILTT utilizando os cinco experimentos de Angra.

Modelo	Regressão Linear	$\varphi$
GILTTG	$\bar{C}_p = 0,95\bar{C}_o + 26,53$	0,95
3D-GILTT	$\bar{C}_p = 0,86\bar{C}_o + 27,61$	0,99

Tabela 3.8 – Regressão linear e os índices estatísticos dos modelos GILTTG e 3D-GILTT, para o experimento 2 e 3 no terceiro período.

Modelo	Regressão Linear	$\varphi$	NMSE	COR	FA2	FA5	FB	FS
GILTTG	$\bar{C}_p = 1,16\bar{C}_o + 7,01$	0,43	1,34	0,67	0,53	0,96	-0,44	-0,54
3D-GILTT	$\bar{C}_p = 0,69\bar{C}_o + 3,26$	0,36	0,38	0,83	0,88	1,00	0,13	0,18

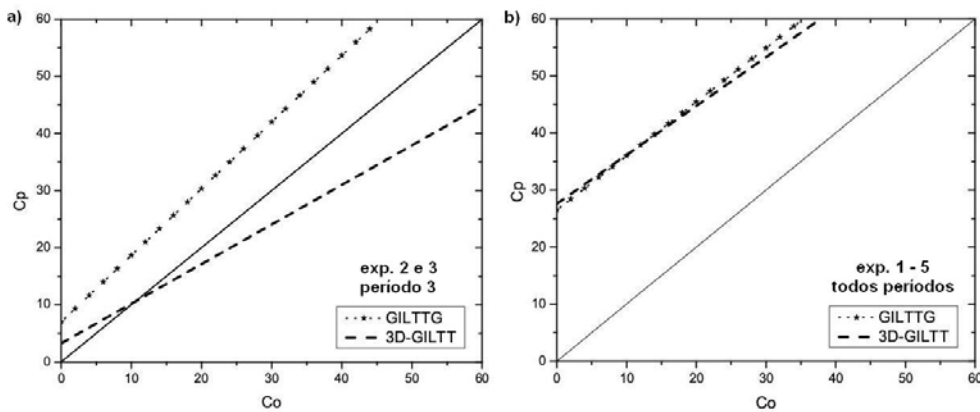


Figura 3.4 – Regressão linear para os resultados dos modelos GILTTG e 3D-GILTT.

Pela Tabela (3.8), pode-se observar que o índice  $\varphi$  é menor para o caso em que a pluma está totalmente dispersa, o mesmo pode ser observado na Figura (3.4).

### 3.3 Liberação Acidental: Acidente de Fukushima-Daiichi (Japão)

O terremoto de 8,9 graus na escala Richter e o tsunami que abalaram o Japão no dia 11 de março de 2011 provocaram danos na usina nuclear de Fukushima-Daiichi (com coordenadas de latitude e longitude:  $37^{\circ}25'17''N, 141^{\circ}1'57''E$ ), causando vazamento de radiação considerável na atmosfera e no mar, localizada na região nordeste da ilha.

No momento do terremoto, 11 usinas localizadas na região entraram em processo de desligamento. Como parte do procedimento, os reatores precisam ser resfriados, uma vez que a fissão nuclear permanece ocorrendo mesmo após a interrupção na geração de energia. Cerca de uma hora depois do tremor, a usina de Fukushima foi atingida pelo tsunami. O sistema de resfriamento foi danificado e os técnicos japoneses passaram a adotar medidas alternativas, como injeção de água do mar nos reatores. Mesmo assim, três explosões sucederam-se. Segundo o governo japonês, houve vazamento radioativo, mas os reatores “estariam preservados”. Os níveis de radiação no entorno da usina superaram em oito vezes o limite de segurança, forçando a evacuação da população em um raio de 20 *km* ao redor da usina [Ampudia, 2011].

A poluição radioativa do meio ambiente e do mar foi causada principalmente pe-



Figura 3.5 – Imagem da usina nuclear de Fukushima-Daiichi.

la liberação direta de água contaminada da usina. Uma liberação em menor grau de radionuclídeos contribuiu para a poluição atmosférica a partir de uma pluma em que os radionuclídeos foram transportados pelos ventos sobre o mar durante e após a sequência do acidente.

Enquanto que a atenção principal foi dada aos efeitos globais das consequências do acidente, o que é relevante para ações preventivas relacionadas à proteção da população no Japão e em outros países afetados, menos atenção foi dada para a dispersão de contaminante radioativo liberado no entorno da usina. Tal informação é essencial para o planejamento e a realização de ações que se concentram em limitar e controlar os picos radioativos. Uma vez que as doses de radiação dentro e ao redor dos reatores nucleares não são apenas fatais para os seres humanos, mas também podem ser destrutivos para máquinas controladas à distância, o processo de dispersão de contaminantes é essencial, a fim de estimar a taxa de dose de origem através de medições efetuadas nas redondezas.

A fim de analisar as consequências das descargas radioativas mencionadas acima,

modelos de dispersão atmosférica são necessários. Estes têm de ser ajustados usando parâmetros específicos e condições meteorológicas da região considerada e que estarão sujeitos à topografia local. Para tanto, no presente estudo, foram utilizados dados de uma simulação de mesoescala por WRF [Rizza et al., 2011b] que disponibiliza características advectiva-difusivas no espaço-tempo para o local de Fukushima-Daiichi durante alguns dias após o desastre.

Nesta seção, será apresentado um modelo que permite implementar de antemão as simulações mencionadas anteriormente pela utilização de um sistema híbrido. Em uma primeira etapa, os parâmetros meteorológicos locais são determinados usando a próxima geração do sistema de previsão numérica de tempo de mesoescala WRF. O sistema de previsão contém um sistema de assimilação de três dimensões de dados e é adequado para aplicações abaixo da mesoescala até a microescala. A segunda etapa faz o papel de simular o processo de dispersão em uma microescala, isto é, no ambiente dentro de um raio de vários décimos de quilômetro.

A fim de ilustrar a adequação da formulação discutida para simular a dispersão de contaminantes na camada limite atmosférica, pode-se avaliar o desempenho da solução e simular a dispersão de substâncias radioativas em torno da usina nuclear de Fukushima-Daiichi.

### 3.3.1 *Coefficiente de Difusão*

Uma vez que a coerência da abordagem da teoria-K depende fundamentalmente da determinação do coeficiente de difusão considerado na estrutura da turbulência da CLP nos seus respectivos regimes de estabilidade, é utilizada uma parametrização para os coeficientes de difusividade turbulenta com base nos parâmetros micrometeorológicos que foram extraídos a partir das simulações do modelo de mesoescala WRF, que permitiram levar em conta a topografia realista do local. Este coeficiente é válido para todas as condições de estabilidade, ou seja, 24 horas.

Com base na teoria de Taylor [Taylor, 1921], Batchelor [Batchelor, 1950] propôs que, sob a hipótese de turbulência homogênea, o coeficiente de difusão pode ser expresso como:

$$K_\alpha = \frac{d}{dt} \left( \frac{\sigma_\alpha^2}{2} \right) = \frac{\sigma_i^2 \beta_i}{2\pi} \int_0^\infty F_i^E(n) \frac{\sin(2\pi n t \beta_i^{-1})}{n} dn, \quad (3.10)$$



onde  $\alpha = (x, y, z)$  e  $i = u, v, w$ ,  $F_i^E(n)$  é o valor do espectro de energia Euleriano normalizado pela variância da velocidade Euleriana, e  $\sigma_i^2$  corresponde à variância Euleriana do campo de vento turbulento. Seguindo [Wandel e Kofoed-Hansen, 1962],  $\beta_i = \left(\frac{\pi U^2}{16\sigma_i^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ . Para grandes tempos de viagem de difusão ( $t \rightarrow \infty$ ), a função de filtro na integral da equação (3.10) seleciona  $F_i^E(n)$  na origem do espaço de frequência, tal como a taxa de dispersão torna-se independente do tempo de viagem da fonte, e pode ser expressada como uma função de propriedades locais de turbulência:

$$K_\alpha = \frac{\sigma_i^2 \beta_i F_i^E(0)}{4} \quad (3.11)$$

na qual  $F_i^E(0)$  é o valor do espectro de energia Euleriano normalizado em  $n = 0$ . Deste modo, o coeficiente de difusão está diretamente associado à energia contida nos turbilhões que são as principais contribuições para o transporte turbulento. A fim de utilizar a equação (3.11), é preciso encontrar uma forma analítica para o espectro Euleriano adimensional. Suponha-se, aqui, que a distribuição espectral de energia cinética turbulenta é uma superposição de componentes de flutuação e de cisalhamento. Tal modelo de energia cinética turbulenta pode ser avaliado como uma boa aproximação para a CLP real, em que a produção de turbulência é devido a ambos os mecanismos [Hojstrup, 1982] [Moeng e Sullivan, 1994]. Nestas condições, pode-se escrever o espectro Euleriano dimensional como  $S_i^E(n) = S_{ib}^E(n) + S_{is}^E(n)$ , em que os subscritos  $b$  e  $s$  representam flutuação e cisalhamento respectivamente.

Uma forma analítica para o espectro dimensional em turbulência convectiva tem sido relatada em [Degrazia et al., 1997]

$$S_{ib}^E(n) = \frac{0.98c_i \left(\frac{nz}{\bar{u}}\right)}{n (f_{mi}^*)^{\frac{5}{3}} \left(1 + 1.5 \frac{nz}{f_{mi}^* \bar{u}}\right)} \Psi_{cb}^{\frac{2}{3}} \left(\frac{z}{z_i}\right)^{\frac{2}{3}} w_*^2, \quad (3.12)$$

enquanto que para a turbulência mecânica [Degrazia e Moraes, 1992]

$$S_{is}^E(n) = \frac{1.5c_i \left(\frac{nz}{\bar{u}}\right)}{n (f_{mi}^*)^{\frac{5}{3}} \left(1 + 1.5 \frac{nz}{f_{mi}^* \bar{u}}\right)} \Phi_{cs}^{\frac{2}{3}} u_*^2 \quad (3.13)$$

onde  $\Psi_{cb} = \frac{\epsilon_b h}{w_*^3}$  e  $\Phi_{cs} = \frac{\epsilon_s z}{u_*^3}$  são as funções de taxas de dissipações dimensionais,  $\epsilon_b$  e  $\epsilon_s$  são as taxas de dissipação convectiva e mecânica da energia cinética turbulenta,  $f_{mi}^*$  é a frequência normalizada dos picos espectrais, independentemente da estratificação, e  $f_{mi}$  é a frequência

reduzida com a velocidade média do vento  $\bar{u}$  na camada de mistura.

O espectro adimensional  $F_i^E(n)$  na equação (3.11) é obtido através da normalização do espectro dimensional com a variância total,  $\sigma_i^2 = \int_0^\infty S_i^E(n)dn$ , isto é:

$$F_i^E(n) = \frac{S_i^E}{\sigma_i^2} = \frac{S_{ib}^E(n) + S_{is}^E(n)}{\sigma_i^2} . \quad (3.14)$$

A variância total da velocidade do vento é obtida pela soma das variâncias mecânica e convectiva.

$$\sigma_i^2 = \int_0^\infty (S_{ib}^E(n) + S_{is}^E(n)) dn = \sigma_{ib}^2 + \sigma_{is}^2 \quad (3.15)$$

Fazendo uso das equações (3.10), (3.12), (3.13) e (3.14), acaba-se com:

$$K_\alpha = \frac{\beta_i}{4} (S_{ib}^E(0) + S_{is}^E(0)) \quad (3.16)$$

que para a componente  $w$ , torna-se:

$$K_z = \frac{\beta_i}{4} \left( \frac{0.98c_w \left(\frac{z}{\bar{u}}\right)}{n(f_{mw}^*)^{\frac{5}{3}}} \Psi_{cb}^{\frac{2}{3}} \left(\frac{z}{z_i}\right)^{\frac{2}{3}} w_*^2 + \frac{1.5c_w \left(\frac{z}{\bar{u}}\right)}{n(f_{mw})^{\frac{5}{3}}} \Phi_{\epsilon s}^{\frac{2}{3}} w_*^2 \right) \quad (3.17)$$

Com base nos dados meteorológicos de mesoescala, pode-se determinar os coeficientes de difusividade turbulenta para cada hora específica. No gráfico espaço-tempo (Figura (3.6)), é apresentado o coeficiente de difusividade turbulenta vertical adimensional calculado pela equação (3.17) para quatro dias subsequentes. A Figura (3.6) mostra de uma forma simples a estrutura espacial e temporal deste coeficiente. Ainda, analisando a figura nota-se que os valores máximos são atingidos durante o dia, como uma consequência da forte mistura convectiva diurna e de uma altura adimensional da ordem de  $[0, 4; 0, 7]$ . Durante a noite, a mistura é reduzida em consequência da formação da camada limite estável devido à inversão do fluxo de calor.

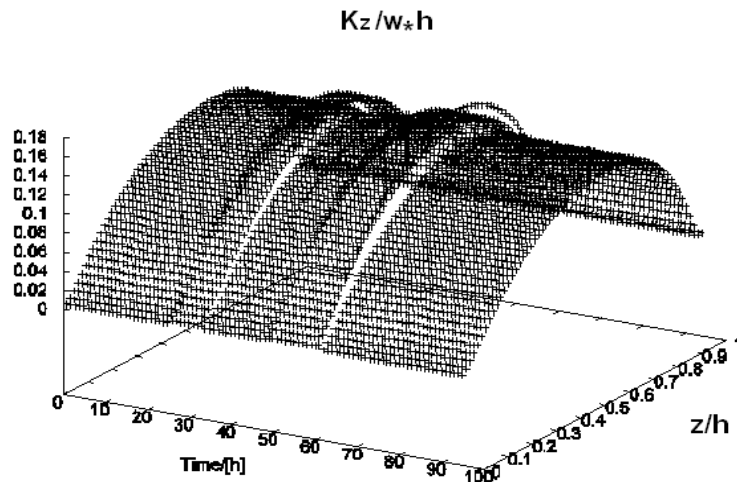


Figura 3.6 – Gráfico do perfil de coeficiente de difusão.

### 3.3.2 Perfil do Vento

O perfil de vento utilizado nas simulações foi gerado pelo modelo de mesoescala WRF. As simulações no modelo de mesoescala foram realizadas pelo Dr. Umberto Rizza do Centro Nacional de Pesquisa Italiano CNR (ISAC/CNR - Lecce).

O simulador WRF é um sistema numérico de mesoescala para a previsão do tempo, que apresenta múltiplos núcleos dinâmicos e um sistema de assimilação de dados variacional tridimensional. O simulador oferece múltiplas opções físicas que podem ser combinadas de várias maneiras. Uma vez que este estudo concentra-se na implementação de uma interface com um modelo para a CLP, os recursos relacionados à orografia do WRF foram de suma importância, mais especificamente as opções físicas da superfície da terra e da CLP foram as escolhidas para o presente estudo. No WRF, quando um regime da CLP é ativado, uma difusão vertical específica é desativada com a suposição de que o regime da CLP irá lidar com este processo. O esquema da CLP de Mellor-Yamada-Janjic deriva os coeficientes de difusão turbulenta e a altura da camada limite das estimativas da energia cinética turbulenta através de todos os regimes de turbulência atmosférica [Mellor e Yamada, 1982].

Duas grades foram utilizadas para a simulação do modelo mesoescala de WRF. A

grade exterior tem uma extensão da ordem de metade do raio da terra, de modo que uma parte significativa do domínio de grande escala geológica de interesse está incluída. A grade interna está centrada no ponto de interesse, isto é, o centro da usina onde normalmente o reator nuclear está localizado. A simulação pode, em princípio, conter uma sequência de dias ou até de meses. Os dados micrometeorológicos são extraídos no ponto central da grade interior do WRF. O modelo espectral precisa dessas quantidades para o cálculo dos coeficientes de difusividade turbulenta.

Para o perfil de vento foram utilizados os dados obtidos pelo modelo WRF. No gráfico (3.7) pode-se ver os dados da temperatura potencial e do perfil de vento médio no local depois do acidente. Estes dados foram gerados para o período de 12 a 15 de março com um intervalo de três em três horas, totalizando 31 gráficos, sendo alguns deles mostrados na figura.

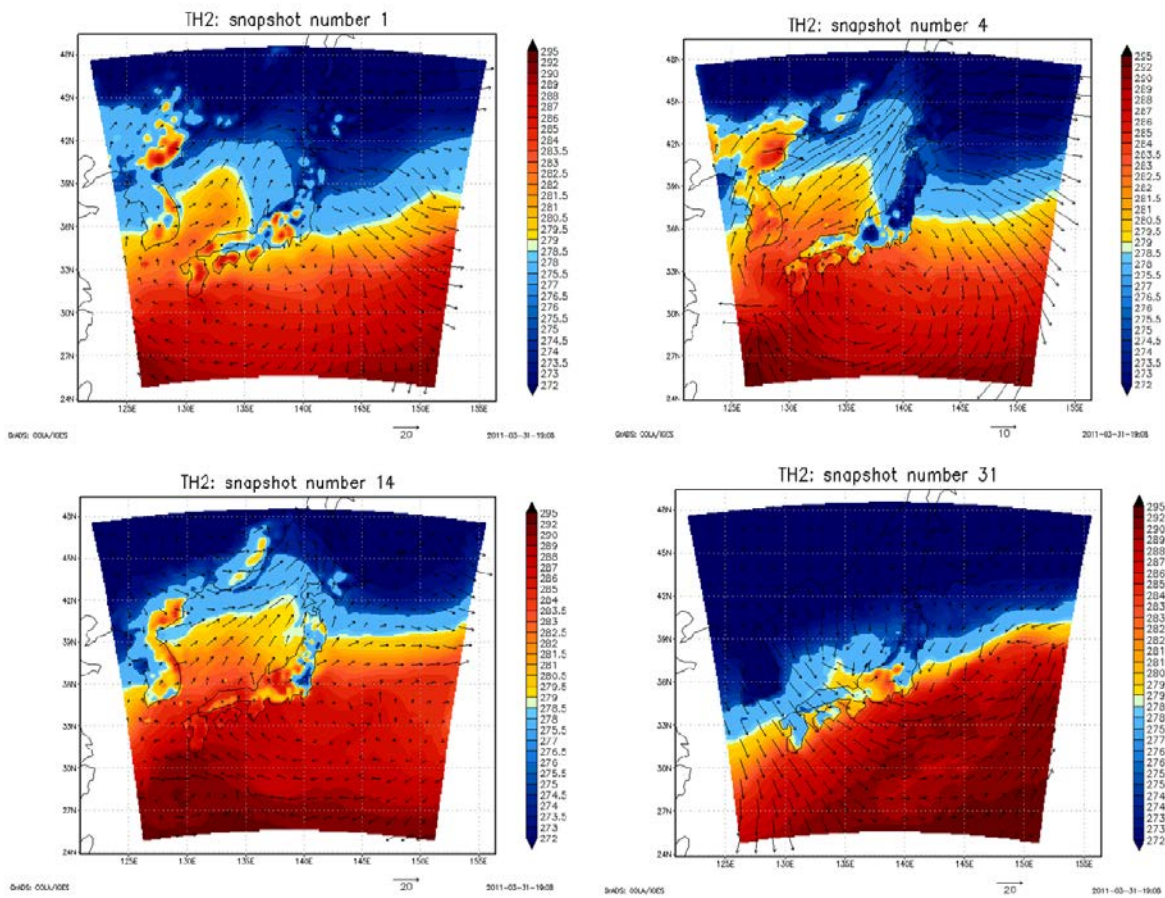


Figura 3.7 – Temperatura potencial e perfil de vento médio para o local do acidente.

### 3.3.3 Resultados Numéricos

Nesta seção, serão apresentados resultados preliminares para o modelo híbrido WRF/3D-GILTT. Cabe salientar que não foi possível obter as concentrações reais do poluente em torno da usina devido à impossibilidade de medição por causa do alto nível de radiação. Assim, a solução é válida para distâncias suficientemente longe da fonte, e esses resultados são uma estimativa do pior dos casos. Na Figura (3.8) há a apresentação da temperatura, das velocidades ( $u_{10}$ ,  $v_{10}$ ) e das isolinhas de concentração para o dia 12/03/2011 às 08h e às 16h respectivamente. No gráfico, os dados de temperatura e velocidades foram obtidos pelo WRF e as isolinhas de concentração pelo modelo 3D-GILTT. Do gráfico das isolinhas de concentração pode-se observar que o poluente tende a se homogeneizar com o passar do

tempo. Além disso, nota-se que às 08h o poluente está mais concentrado na região da usina do que às 16h.

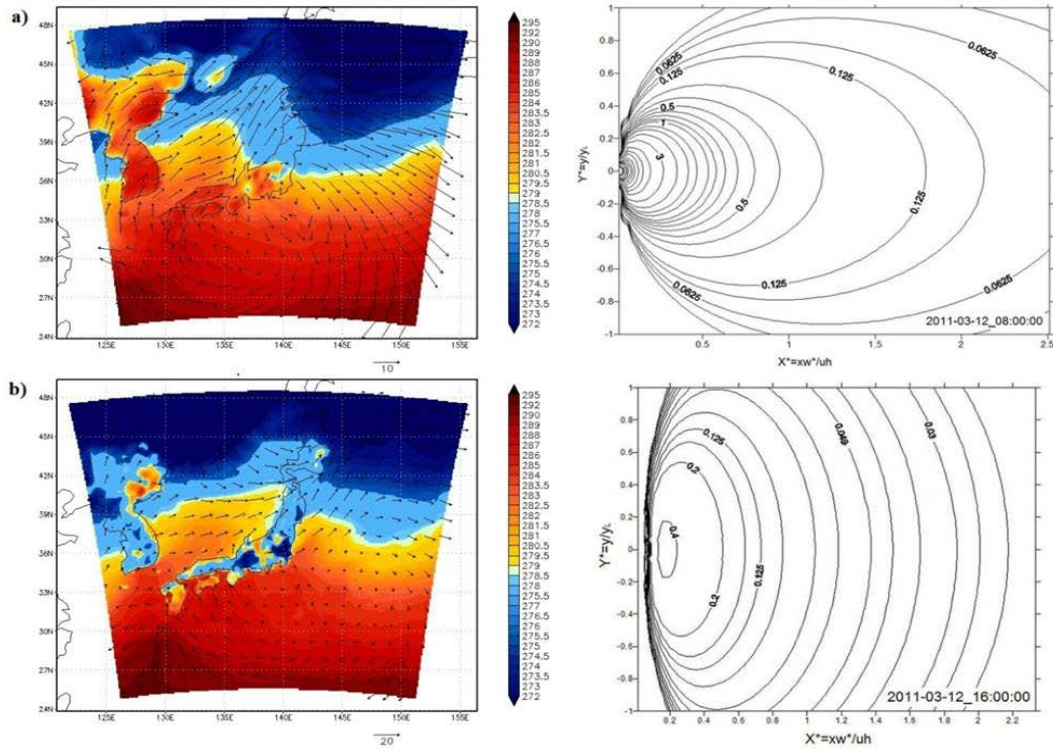


Figura 3.8 – Visualização do potencial da temperatura na superfície velocidades  $(u_{10}, v_{10})$  e isolinhas de concentração de poluente para o dia 12.03.11 às 08h e 16h, respectivamente.

Na sequência, é mostrada a concentração de poluente radioativo próximo à superfície na região da usina nuclear. A Figura (3.9) mostra a localização da pluma para 3, 48 e 96 horas após o início da liberação do poluente com uma escala logarítmica. O centro da usina nuclear está localizado no centro do gráfico. A costa é praticamente na direção norte-sul que é paralela ao eixo- $y$  no gráfico com o oceano do lado direito. Após o início da liberação do poluente, o vento médio apontou na direção do oceano enquanto que depois de três dias o vento soprou em direção ao sul, ou seja, na direção de Tokyo.

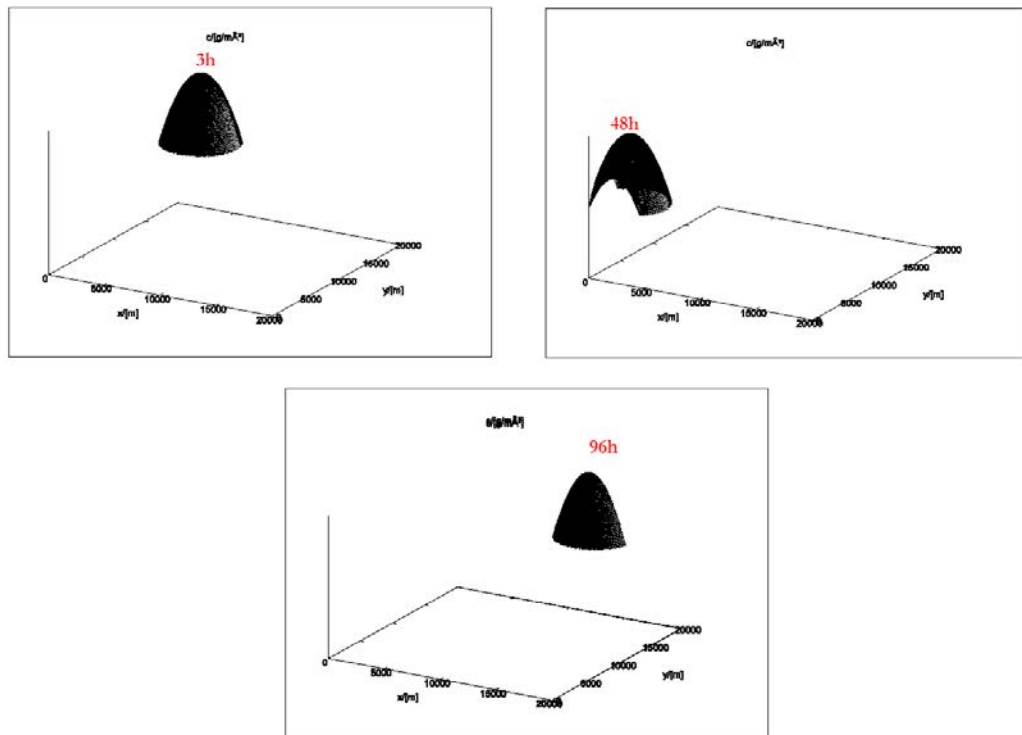


Figura 3.9 – Concentração máxima local da substância radioativa próxima à superfície ao redor da usina nuclear, com escala logarítmica.

## 4 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

O presente trabalho foi baseado em uma abordagem Euleriana para determinar a dispersão de contaminantes radioativos na CLP. Para este fim, o problema de fechamento da equação de advecção-difusão foi resolvido supondo que o fluxo turbulento de concentração seja proporcional à magnitude do gradiente de concentração média (teoria K). É ciente o fato de que o fechamento K tem seus limites intrínsecos de modo que se gostaria de remover essas inconsistências. No entanto, comparações de dados experimentais com previsões obtidas por esta abordagem têm demonstrado que existem cenários nos quais esses limites não se manifestam significativamente. Usa-se este fato como justificativa, juntamente com a sua simplicidade computacional, para executar as simulações com base na teoria K.

Uma vez que a coerência da aproximação K depende fundamentalmente da determinação do coeficiente de difusão, considerando a estrutura turbulenta da CLP nos seus respectivos regimes, para o caso de emissão acidental, foram elaboradas parametrizações para o coeficiente de difusão com base nos parâmetros micrometeorológicos que foram extraídos das simulações do modelo de mesoescala WRF, que permite levar em conta a topografia e a vizinhança da região do reator em consideração. A aproximação proposta aqui para a determinação do coeficiente de difusão é baseada na teoria de difusão estatística de Taylor e em propriedades espectrais da turbulência. A hipótese de um espectro de turbulência contínuo e variâncias permite que a parametrização seja contínua em todas as elevações e condições de estabilidade que vão desde uma condição convectiva a uma neutra, e de uma condição neutra a uma estável, de modo que a simulação de um ciclo diurno completo seja possível. Simular a micrometeorologia para um curto período do acidente da usina nuclear de Fukushima pode ser considerado um primeiro passo em uma direção onde o impacto da contaminação do material radioativo no local pode ser simulado e avaliado durante todo o período do acidente até hoje. Assim, o presente trabalho pode ser entendido como um caminho para um desenvolvimento de um programa mais amplo, que simula a dispersão de um material radioativo utilizando recursos analíticos, ou seja, soluções. A longo prazo, pretende-se construir uma



biblioteca que permita prever o transporte de material radioativo na CLP, que se estende da micro para a mesoescala.

Além disso, o teorema de Cauchy-Kowalewski [Courant e Hilbert, 1989] garante que a solução proposta seja uma solução válida para o problema discutido, uma vez que o problema é um caso especial do teorema já mencionado, de modo que a existência e a unicidade estão garantidas.

Para a validação do modelo, enfrenta-se a desvantagem, pois a maioria das medições é ao nível do solo de modo que se poderia pensar que uma descrição bidimensional seria suficiente, entretanto, a presente análise mostra claramente a influência da dimensão adicional. Enquanto que na abordagem bidimensional a tendência das concentrações preditas é superestimar os valores observados, este não é o caso para os resultados da descrição tridimensional, principalmente porque esta não assume que a turbulência seja homogênea. Além disso, a solução da equação de advecção-difusão discutida aqui é mais geral do que mostrada no presente contexto, de modo que uma vasta gama de aplicações é possível. Especialmente outras hipóteses para o campo de velocidade e a matriz de difusão são possíveis.

Finalmente, focaliza-se a atenção futura para as melhorias do modelo. Inicialmente, devem ser procuradas outras condições de estabilidade e parametrizações da turbulência. Ainda, deve-se focar em diferentes aplicações da metodologia proposta.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alves, L. S., Cotta, R. M., and Pontes, J., 2002. "Stability analysis of natural convection in porous cavities through integral transforms", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 45, pp. 1185–1195.

Ampudia, R., 2011, "**Entenda o acidente nuclear em Fukushima, no Japão**", Site Nova Escola.

Arya, P., 2003. "A review of the theoretical bases of short-range atmospheric dispersion and air quality models", **Proc. Indian Natn Sci. Acad.**, vol. 69A, pp. 709–724.

Arya, S. P., 1999. "**Air pollution meteorology and dispersion**". Oxford University Press, New York.

Batchelor, G. K., 1949, "**Diffusion in a field of homogeneous turbulence, Eulerian analysis**", pages 437–450. Australian Journal of Scientific Research 2.

Batchelor, G. K., 1950, "**The application of the similarity theory of turbulence to atmospheric diffusion**", volume 76, pages 133–146. Quart. J. Royal Meteor. Soc.

Berlyand, M., 1975. "**Contemporary problems of atmospheric diffusion and pollution of the atmosphere**". Translated version by NERC, USEPA, Raleigh, NC, USA.

Biagio, R., Godoy, G., Nicoli, I., and Thomas, P., 1985, First atmospheric diffusion experiment campaign at the Angra site. Technical Report KfK 3936, Karlsruhe and CNEN 1201, Rio de Janeiro.

Blackadar, A. K., 1997. "**Turbulence and diffusion in the atmosphere: lectures in Environmental Sciences**". Springer-Verlag.

Briggs, G. A., 1992. "Plume dispersion in the convective boundary layer. Part II: analyses of CONDORS field experimental data", **Journal of Applied Meteorology**, vol. 32, pp. 1388–1425.

Brown, M. J., Arya, S. P., and Snyder, W., 1997. "Plume descriptors from a non-Gaussian concentration model", **Atmospheric Environment**, vol. 31, pp. 183–189.

Buligon, L., Moreira, D. M., and Vilhena, M. T., 2006. "Uma solução semi-analítica da dispersão de poluentes com a equação do telégrafo e fluxo contra-gradiente", **Revista Brasileira de Meteorologia**, vol. 21, pp. 77–85.

Buske, D., 2004. "**Solução analítica da equação de difusão-advecção pelo método GILTT aplicada à dispersão de poluentes atmosféricos**", Dissertação de mestrado, Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, UFRGS.

Buske, D., 2008. "**Solução GILTT bidimensional em geometria cartesiana: Simulação da dispersão de poluentes na atmosfera**", Tese de doutorado, Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, UFRGS, Porto Alegre.

Buske, D., Moreira, D., and Vilhena, M., 2008a. "Three-dimensional simulation of radioactive pollutant in the atmosphere from nuclear power plant", **Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences**.

Buske, D., Quadros, R., Vilhena, M., and Moreira, D., 2009a. "Simulação analítica da dispersão analítica de poluentes atmosféricos tridimensional", **Revista Ciência e Natura**, pages 29–32.

Buske, D., Vilhena, M., Bodmann, B., Segatto, C. F., and Tirabassi, T., 2011a. "A general advection-diffusion model for radioactive substance dispersion released from nuclear power plants", **International Conference on Mathematics and Computational Methods Applied to Nuclear Science and Engineering**.

Buske, D., Vilhena, M., and Moreira, D., 2009b. "A 3D analytical solution of the advection-diffusion equation applied to pollutant dispersion in atmosphere", **Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica**.

Buske, D., Vilhena, M. T., Bodmann, B., and Tirabassi, T., 2012a, "**Analytical Model for Air Pollution in the Atmospheric Boundary Layer**", volume 1, pages 39–58. Air Pollution - Book 1, Organized by: M. Khare.

Buske, D., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., and Bodmann, B., 2008b, "**An analytical solution for the steady-state two-dimensional diffusion-advection-deposition model by the GILTT approach**", pages 27–36. Integral Methods in Science and Engineering: Techniques and Applications, Organized by: C. Constanda; S. Potapenko, Birkhauser, Boston.

Buske, D., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., and Brauer, C. R., 2006. "The GILTT solution for the Tritium dispersion simulation in the PBL from the ANGRA I nuclear power plant", **Proceedings of the International Youth Nuclear Congress, Stockholm, Sweden and Olkiluoto, Finland.**

Buske, D., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., and Tirabassi, T., 2007a. "An analytical solution of the advection-diffusion equation considering non-local turbulence closure", **Environmental Fluid Mechanics**, vol. 7, pp. 43–54.

Buske, D., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., and Tirabassi, T., 2007b. "Simulation of pollutant dispersion for low wind conditions in stable and convective planetary boundary layer", **Atmospheric Environment**, vol. 41, pp. 5496–5501.

Buske, D., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., and Tirabassi, T., 2010, "**An Analytical Solution for the Transient Two-dimensional Advective-Diffusion Equation with Non-Fickian Closure in Cartesian Geometry by the General Integral Transform Technique**", volume 2, pages 33–40. Integral Methods in Science and Engineering: Techniques and Applications, Organized by: C. Constanda; M. E. Pèrez, Birkhauser, Boston.

Buske, D., Vilhena, M. T., Segatto, C. F., and Quadros, R. S., 2011b, "**A General Analytical Solution of the Advection-Diffusion Equation for Fickian Closure**", volume 1, pages 25–34. Integral Methods in Science and Engineering: Techniques and Applications, Organized by: C. Constanda; P. Harris, Birkhauser, Boston.

Buske, D., Vilhena, M. T., Tirabassi, T., and Bodmann, B., 2012b. "Air pollution steady-state advection-diffusion equation: the general three-dimensional solution", **Journal of Environmental Protection**, vol. 4, pp. 1–10.

Buske, D., Vilhena, M. T., Tirabassi, T., Quadros, R., and Segatto, C. F., 2011c. "Modelo analítico tridimensional de dispersão de poluentes na camada limite atmosférica", **Revista Ciência e Natura**, vol. 1, pp. 115–118.

Carvalho, D. L., 1996. "**Um estudo numérico da dispersão de poluentes na camada limite convectiva**", Dissertação de mestrado, Mestrado em Meteorologia, USP.

Catalano, G. D., 1982. "An analytical solution to the turbulent diffusion equation with mean vertical wind", **Southeastern Sem. Thermal**, pages 143–151.

Cataldi, M., Margalho, M., Velloso, M., and Pimentel, L., 2000. "Estudo do transporte de poluentes na região da camada de superfície sob diversas condições de estabilidade atmosférica", **Proceedings do XI Congresso Brasileiro de Meteorologia**, vol. 1, pp. 2890–2899.

Caughey, S. J., 1982, "**Diffusion in the convective boundary layer**". Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling, Edited by F.T.M. Nieuwstadt and H. Van Dop, Reidel, Boston.

Cheroto, S., Mikhailov, M. D., Kakaç, S., and Cotta, R. M., 1999. "Periodic laminar forced convection: solution via symbolic computation and integral transforms", **International Journal of Thermal Sciences**, vol. 38, pp. 613–621.

Costa, C., Vilhena, M. T., Moreira, D. M., and Tirabassi, T., 2006. "Semi-analytical solution of the steady three-dimensional advection-diffusion equation in the planetary boundary layer", **Atmospheric Environment**, vol. 40(29), pp. 5659–5669.

Costa, C. P., Tirabassi, T., and Vilhena, M. T., 2010, "**A Closed-Form Formulation for Pollutant Dispersion in the Atmosphere**", volume 2, pages 141–150. Integral Methods in Science and Engineering: Computational Methods, Organized by: C. Constanda; M. E. Pèrez, Birkhauser, Boston.

Costa, C. P., Tirabassi, T., Vilhena, M. T., and Moreira, D. M., 2012. "A general formulation for pollutant dispersion in the atmosphere", **Journal of Engineering Mathematics**, vol. 74, pp. 159–173.

Cotta, R. and Mikhaylov, M., 1997. "**Heat Conduction Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation**". John Wiley & Sons, Baffins Lane, Chichester, England.

Cotta, R. M., 1993. "**Integral transforms in computational heat and fluid flow**". CRC Press, Boca Raton, Florida.

Cotta, R. M. and Barros, F. P. J., 2007. "Integral transforms for three-dimensional steady turbulent dispersion in rivers and channels", **Applied Mathematical Modelling**, vol. 31, pp. 2719–2732.

Courant, R. and Hilbert, D., 1989. "**Methods of Mathematical Physics**". John Wiley & Sons.

Degrazia, G. and Moraes, O., 1992. "A model for eddy diffusivity in a stable boundary layer", **Boundary-Layer Meteorology**, vol. 58, pp. 205–214.

Degrazia, G. A., Moreira, D. M., and Vilhena, M. T., 2001. "Derivation of an eddy diffusivity depending on source distance for vertically inhomogeneous turbulence in a convective boundary layer", **Journal of Applied Meteorology**, pages 1233–1240.

Degrazia, G. A., Velho, H. F. C., and Carvalho, J. C., 1997. "Nonlocal exchange coefficients for the convective boundary layer derived from spectral properties", **Contributions to Atmospheric Physics**, pages 57–64.

Demuth, C. A., 1978. "Contribution to the analytical steady solution of the diffusion equation for line sources", **Atmospheric Environment**, vol. 12, pp. 1255–1258.

Fisher, B. A., 1975. "The long range transport of sulphur dioxide", **Atmospheric Environment**, vol. 9, pp. 1063–1070.

Gryning, S., Holtslag, A., Irwing, J., and Silversten, B., 1987. "Applied dispersion modelling based on meteorological scaling parameters", **Atmospheric Environment**, vol. 21(1), pp. 79–89.

Hanna, S. R., 1989. "Confidence limit for air quality models as estimated by bootstrap and jackknife resampling methods", **Atmospheric Environment**, vol. 23, pp. 1385–1395.

Hojstrup, J., 1982. "Velocity spectra in the unstable boundary layer", **Journal of Atmospheric Sciences**, vol. 39, pp. 2239–2248.

Irwin, J. S., 1979. "A theoretical variation of the wind profile power-law exponent as a function of surface roughness and stability", **Atmospheric Environment**, vol. 13, pp. 191–194.

Lamb, R. G., 1978. "A numerical study of dispersion from an elevated point source in the convective planetary boundary layer", **Atmospheric Environment**, vol. 12, pp. 1297–1304.

Lin, J. S. and Hildeman, L. M. A., 1997. "A generalized mathematical scheme to analytically solve the atmospheric diffusion equation with dry deposition", **Atmospheric Environment**, vol. 31, pp. 59–71.

Liu, C., Szecsody, J., Zachara, J., and Ball, W., 2000. "Use of the generalized integral transform method for solving equations of solute transport in porous media", **Advances in Water Resources**, vol. 23, pp. 483–492.

Magno, R. N., Macêdo, E. N., and Quaresma, J. N., 2002. "Solutions for the internal boundary layer equations in simultaneously developing flow of power-law fluids within parallel plates channels", **Chemical Engineering Journal**, vol. 87, pp. 339–350.

Mangia, C., Moreira, D. M., Schipa, I., Degrazia, G. A., Tirabassi, T., and Rizza, U., 2002. "Evaluation of a new eddy diffusivity parametrisation from turbulent eulerian spectra in different stability conditions", **Atmospheric Environment**, vol. 36, pp. 67–76.

Martano, 1992. "**Dinâmica de fluxo turbulento sobre relevo e aplicação à difusão em pequena escala na camada limite atmosférica**", Tese de doutorado, Departamento de Física, PUC.

Mellor, G. L. and Yamada, T., 1982, "**Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems**", volume 20, pages 851–875. *Reviews of Geo. and Space Phys.*

Mikhaylov, M. and Özisik, 1984. "**Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion**". John Wiley & Sons, New York.

Moeng, C. H. and Sullivan, P. P., 1994. "A comparison of shear and buoyancy driven planetary boundary layer flows", **Journal of Atmospheric Sciences**, vol. 51, pp. 999–1022.

Moreira, D., Vilhena, M. T., Soares, P. M. M., and Dorado, R. M., 2010a. "Tritium dispersion simulation in the atmosphere by the integral transform technique using micrometeorological parameters generated by large eddy simulation", **International Journal of Nuclear Energy Science and Technology**, vol. 5, pp. 11–24.

Moreira, D. M., Carvalho, J. C., and Tirabassi, T., 2005a. "Plume dispersion simulation in low wind conditions in stable and convective boundary layers", **Atmospheric Environment**, vol. 39(20), pp. 3643–3650.

Moreira, D. M., Ferreira Neto, P. V., and Carvalho, J. C., 2005b. "Analytical solution of the Eulerian dispersion equation for nonstationary conditions: development and evaluation", **Environmental Modelling and Software**, vol. 20, pp. 1159–1165.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., and Buske, D., 2009a, "**On the GILTT Formulation for Pollutant Dispersion Simulation in the Atmospheric Boundary Layer**", volume 1, pages 179–202. *Air Pollution and Turbulence: Modeling and Applications*, Organized by: D. Moreira; M. Vilhena, CRC Press, Boca Raton - Flórida.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Buske, D., and Tirabassi, T., 2006a. "The GILTT solution of the advection-diffusion equation for an inhomogeneous and nonstationary PBL", **Atmospheric Environment**, vol. 40, pp. 3186–3194.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Buske, D., and Tirabassi, T., 2009b. "The state-of-art of the GILTT method to simulate pollutant dispersion in the atmosphere", **Atmospheric Research**, vol. 92, pp. 1–17.



Moreira, D. M., Vilhena, M. T., and Carvalho, C., 2007. "Tritium dispersion simulation in the atmosphere from ANGRA I Nuclear Power Plant", **International Journal of Nuclear Energy Science and Technology**, vol. 3, pp. 118–130.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Carvalho, C., and Degrazia, G. A., 2004. "Analytical solution of the advection-diffusion equation with nonlocal closure of the turbulent diffusion", **Environmental Modelling and Software**, vol. 20(10), pp. 1347–1351.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Tirabassi, T., Buske, D., and Costa, C. P., 2010b. "Comparison between analytical models to simulate pollutant dispersion in the atmosphere", **International Journal of Environment and Waste Management**, vol. 6, pp. 327–344.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Tirabassi, T., Buske, D., and Cotta, R. M., 2005c. "Near source atmospheric pollutant dispersion using the new GILTT method", **Atmospheric Environment**, vol. 39, pp. 6289–6294.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Tirabassi, T., and Carvalho, C., 2005d. "A semi-analytical model for the Tritium dispersion simulation in the PBL from the ANGRA I nuclear power plant", **Ecological Modelling**, vol. 189(3-4), pp. 413–424.

Moreira, D. M., Vilhena, M. T., Tirabassi, T., Costa, C., and Bodmann, B., 2006b. "Simulation of pollutant dispersion in atmosphere by the Laplace transform: the ADMM approach", **Water, Air and Soil Pollution**, vol. 177, pp. 411–439.

Moura, A., Vilhena, M., and Degrazia, G., 1995. "Solução analítica para a dispersão vertical turbulenta em uma camada limite estável", **Proceedings do Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica**.

Nieuwstadt, F. T. M., 1980. "An analytical solution of the time-dependent, one-dimensional diffusion equation in the atmospheric boundary layer", **Atmospheric Environment**, vol. 14, pp. 1361–1364.

Nieuwstadt, F. T. M. and Haan, B. J., 1981. "An analytical solution of the one-dimensional diffusion equation in a non-stationary boundary layer with an application to inversion rise fumigation", **Atmospheric Environment**, vol. 15, pp. 845–851.

Nieuwstadt, F. T. M. and Van Ulden, A. P., 1978. "A numerical study on the vertical dispersion of passive contaminants from a continuous source in the atmospheric surface layer", **Atmospheric Environment**, vol. 12, pp. 2119–2124.

Özisik, M., 1974. "**Heat Conduction**". John Wiley & Sons, New York, 2 edition.

Panofsky, H. A. and Dutton, J. A., 1984. "**Atmospheric Turbulence**". John Wiley & Sons, New York.

Pasquill, F. and Smith, F. B., 1983. "**Atmospheric Diffusion**". Halsted Press, New York, 3 edition.

Pereira, L. M., Guerrero, J. S., Brazão, N., and Cotta, R. M., 2002. "Compressible flow and heat transfer in ultracentrifuges hybrid analysis via integral transforms", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 45, pp. 99–112.

Petersen, C., Vilhena, M., Moreira, D., and Carvalho, J. C., 2005. "Simulação da dispersão de tritium em Angra I utilizando o modelo ADMM e o MM5", **International Nuclear Atlantic Conference**.

Ribeiro, M., Cataldi, M., Guerrero, J., and Pimentel, L., 2000. "Estudo da dispersão de poluentes na atmosfera via transformação integral", **Proceedings do XI Congresso Brasileiro de Meteorologia**, vol. 1, pp. 2969–2975.

Ribeiro, M., Ferreira, M., Guerrero, J., and Pimentel, L., 2002. "Efeito do mecanismo de reação química sobre o transporte de contaminantes na região da camada limite atmosférica", **Proceedings do XII Congresso Brasileiro de Meteorologia**.

Rizza, U., Buske, D., Bodmann, B., and Vilhena, M. T., 2011a. "An advection-diffusion model for radioactive substance dispersion released from the Fukushima-Daiichi nuclear power plant", **Revista Ciência e Natura**, vol. 1, pp. 91–94.

Rizza, U., Vilhena, M. T., Bodmann, B., Degrazia, G. A., and Mangia, C., 2011b. "Micrometeorological dispersion parametrization for short range air pollution modelling in the site of nuclear power plant", **International Journal of Nuclear Energy Science and Technology**.

Roberts, O. F. T., 1923. "The teorical scattering of smoke in a turbulent atmosphere", **Proceedings of the Royal Society of London**, vol. 104, pp. 640–648.

Rounds, W., 1955. "Solutions of the two-dimensional diffusion equation", **American Geophysical Union**, vol. 36, pp. 395–405.

Schuch, D., Weymar, G. J., Furtado, I., Quadros, R. S., and Buske, D., 2011. "Simulação da dispersão de poluentes na camada limite atmosférica incluindo o efeito da deposição seca no solo", **Revista Ciência e Natura**, vol. 1, pp. 127–130.

Scriven, R. A. and Fisher, B. A., 1975. "The long range transport of airborne material and its removal by deposition and washout - II - The efect of turbulent diffusion", **Atmospheric Environment**, vol. 9, pp. 59–69.

Seinfeld, J. H. and Pandis, S. N., 1997. "**Atmospheric chemistry and physics of air pollution**". John Wiley & Sons, New York.

Sharan, M., Singh, M. P., and Yadav, A. K., 1996a. "A mathematical model for the dispersion in low winds with eddy diffusivities as linear functions of downwind distance", **Atmospheric Environment**, vol. 30, pp. 1137–1145.

Sharan, M., Singh, M. P., Yadav, A. K., Agarwal, P., and Nigam, S., 1996b. "A mathematical model for dispersion of air pollutants in low winds conditions", **Atmospheric Environment**, vol. 30, pp. 1209–1220.

Smith, F. B., 1957a, Convection-diffusion processes below a stable layer. Technical Report 1048, Meteorological Research Committee, London.

Smith, F. B., 1957b. "The diffusion of smoke from a continuous elevated point source into a turbulent atmosphere", **Journal of Fluid Mechanics**, vol. 2, pp. 49–76.

Storch, R. and Pimentel, L., 2003. "Desenvolvimento de um modelo eulariano de dispersão de poluentes atmosféricos via GITT e modelos algébricos para os fluxos turbulentos", **Revista Ciência e Natura**, pages 103–106.

Storch, R. and Pimentel, L., 2005. "Atmospheric dispersion simulation via generalized integral transform technique and sign-count method", **Revista Ciência e Natura**, pages 277–280.

Stroud, A. H. and Secrest, D., 1966. "**Gaussian quadrature formulas**". Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall Inc.

Stull, R. B., 1988. "**An Introduction to Boundary Layer Meteorology**". Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holanda.

Taylor, G. I., 1921, "**Diffusion by continuous movement**", volume 2, pages 196–211. Proc. Lond. Math. Soc.

Tirabassi, T., Buske, D., Moreira, D. M., and Vilhena, M. T., 2008. "A two-dimensional solution of the advection-diffusion equation with dry deposition to the ground", **Journal of Applied Meteorology and Climatology**, vol. 47, pp. 2096–2104.

Tirabassi, T. and Rizza, U., 1992. "An analytical model for a screen evaluation of the environmental impact from a single point source", **II Nuovo Cimento**, vol. 15c, pp. 181–190.

Tirabassi, T. and Rizza, U., 1993. "An air pollution model for complex terrain", **Proceeding of Air Pollution conference, Monterrey, México**, pages 149–156.

Tirabassi, T. and Rizza, U., 1995. "A practical model for the dispersion of skewed puffs", **Journal of Applied Meteorology**, vol. 34, pp. 989–993.

Tirabassi, T., Tagliazucca, M., and Paggi, P., 1989. "A climatological model of dispersion in an inhomogeneous boundary layer", **Atmospheric Environment**, vol. 23, pp. 857–862.

Tirabassi, T., Tagliazucca, M., and Zannetti, P., 1986. "A non-Gaussian plume dispersion model: description and evaluation against tracer measurements", **JAPCA**, vol. 36, pp. 592–596.

Tirabassi, T., Tiesi, A., Buske, D., Vilhena, M. T., and Moreira, D. M., 2009. "Some characteristics of a plume from a point source based on analytical solution of the

two-dimensional advection-diffusion equation”, **Atmospheric Environment**, vol. 43, pp. 2221–2227.

Ulke, A. G., 2000. ”New turbulent parameterisation for a dispersion model in the atmospheric boundary layer”, **Atmospheric Environment**, vol. 34, pp. 1029–1042.

Van Ulden, A. P., 1978. ”Simple estimates for vertical diffusion from sources near ground”, **Atmospheric Environment**, vol. 12, pp. 2125–2129.

Velloso, M., Barbarioli, A., Guerrero, J., and Pimentel, L., 2003. ”Desenvolvimento de um modelo computacional para estudo do efeito do mecanismo de deposição sobre a dispersão de poluentes atmosféricos”, **Revista Ciência e Natura**, pages 25–28.

Velloso, M. F., Storch, R. B., Perez Guerrero, J. S., and Pimentel, L. C., 2004. ”Estudo do transporte de poluentes na camada limite atmosférica a partir de dois modelos algébricos para o coeficiente de difusão turbulenta e transformação integral”, **Proceedings do XIII Congresso Brasileiro de Meteorologia**.

Vilhena, M., Rizza, U., Degrazia, G., Mangia, C., Moreira, D., and Tirabassi, T., 1998. ”An analytical air pollution model: Development and evaluation”, **Contributions to Atmospheric Physics**, vol. 71, pp. 315–320.

Vilhena, M. T., Bodmann, B., Rizza, U., and Buske, D., 2012a, ”**On an analytical model for the radioactive contaminant release in the atmosphere from nuclear power plants**”, volume 1, pages 1–20. Nuclear Power, Organized by: W. Ahmed.

Vilhena, M. T., Buske, D., Degrazia, G. A., and Quadros, R. S., 2012b. ”An analytical model with temporal variable eddy diffusivity applied to contaminant dispersion in the atmospheric boundary layer”, **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, vol. 391, pp. 2576–2584.

Vilhena, M. T., Costa, C. P., Moreira, D. M., and Tirabassi, T., 2008. ”A semi-analytical solution for the three-dimensional advection-diffusion equation considering non-local turbulence closure”, **Atmospheric Research**, vol. 1, pp. 63–69.

Wandel, C. F. and Kofoed-Hansen, O., 1962, "**On the Eulerian-Lagrangian Transform in the Statistical Theory of Turbulence**", volume 67, pages 3089–3093. *J. Geo. Research*.

Wortmann, S., Vilhena, M. T., Moreira, D., and Buske, D., 2005. "A new analytical approach to simulate the pollutant dispersion in the PBL", **Atmospheric Environment**, vol. 39, pp. 2171–2178.

Yeh, G. and Huang, C., 1975. "Three-dimensional air pollutant modelling in the lower atmosphere", **Boundary-Layer Meteorology**, vol. 9, pp. 381–390.

Zannetti, P., 1990. "**Air Pollution Modeling**". Computational Mechanics Publications, Southampton.

Zilitinkevich, S. S., 1972. "On the determination of the height of the Ekman boundary layer", **Boundary-Layer Meteorology**, vol. 3, pp. 141–145.

Zilitinkevich, S. S., Gryanik, V. M., Lykossov, V. N., and Mironov, D. V., 1999. "Third-order transport and nonlocal turbulence closures for convective boundary layers", **Journal of Atmospheric Sciences**, vol. 56, pp. 3463–3477.