

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTIMATIVA DA VIDA EM FADIGA DE COMPONENTES DE IMPLEMENTOS  
RODOVIÁRIOS ATRAVÉS DE MÉTODOS ESPECTRAIS

por

André Alaniz Cesário

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, maio de 2012

ESTIMATIVA DA VIDA EM FADIGA DE COMPONENTES DE IMPLEMENTOS  
RODOVIÁRIOS ATRAVÉS DE MÉTODOS ESPECTRAIS

por

André Alaniz Cesário  
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Aprovada por

Prof. Dr. Alexandre Viecelli  
CCET / UCS

Prof. Dr. Márcio Walber  
FEAR / UPF

Prof. Dr. Rogério José Marczak  
PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 28 de maio de 2012.

*Dedico este trabalho a minha família  
aos meus amigos  
em especial a Cezar Cesário Netto (in Memoriam)*



## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais João e Lirba, pelo amor, carinho, dedicação, por serem grandes exemplos, e por nunca terem poupado esforços na minha educação.

Ao meu irmão Angelo, pelo incentivo, companheirismo e amizade, desde os tempos de útero.

A Marta, pelo carinho, compreensão, paciência e por ter sido uma grande parceira desde o começo deste trabalho.

Aos meus amigos, por compreenderem os diversos convites rejeitados, especialmente nos últimos meses.

Ao colega e amigo Joel Ciapparini, pelos conhecimentos compartilhados e pelos incontáveis telefonemas acerca das nossas respectivas dissertações.

Aos amigos Giovanni, Luiz, Fabiano e Daniel pela ajuda em muitos dos assuntos presentes nesta dissertação, mas especialmente pelo interesse em contribuir.

Ao professor orientador Walter Jesus Paucar Casas, pela assistência prestada durante o desenvolvimento deste trabalho.

A GUERRA por acreditar neste trabalho e pelos equipamentos disponibilizados.

Aos colegas e amigos de empresa, em especial aos que tiveram participação determinante na realização deste: Cezar, Sandro, Bruna, Carlos, Edson e Caumo.

Ao PROMEC e a UFRGS pela qualidade do ensino público e gratuito oferecido.

A Deus, por tudo.

## RESUMO

Cerca de 60% do total de cargas transportadas no país, utilizam-se do modal rodoviário, ainda que apenas 13,5% das estradas do país sejam pavimentadas, e, destas 48% possuam algum tipo de deficiência. Inseridas neste contexto, estão as quase 1300 fabricantes de implementos rodoviários, veículos destinados especificamente ao transporte dessas cargas. O cenário evidencia a concorrência existente neste segmento. Para manterem-se competitivas, estas empresas devem oferecer produtos com maior qualidade, durabilidade, segurança e a um custo competitivo. Uma das etapas do desenvolvimento que mais consome recursos destas empresas são as avaliações de durabilidade dos seus respectivos produtos e, neste intuito, as ferramentas de simulação numérica são importantes aliadas, pois permitem estimar a vida em fadiga dos mesmos ainda na fase de concepção, reduzindo custos em garantias, protótipos e tempo despendido no desenvolvimento de um novo produto. A vida em fadiga dos componentes e estruturas metálicas pode ser definida através de duas principais abordagens: domínio do tempo ou domínio da frequência, também chamado de métodos espectrais. Esta abordagem apresenta tanto excitações quanto respostas em termos de Densidade Espectral de Potência - PSD, enquanto a abordagem no domínio do tempo apresenta excitações e respostas em termos de históricos temporais. O uso de métodos espectrais possui como vantagens a redução do esforço computacional, melhor entendimento do comportamento dinâmico da estrutura, além de permitir a análise de trechos representativos das pistas por onde o implemento trafega. O presente trabalho apresenta uma metodologia para estimativa da vida em fadiga de componentes de implementos rodoviários, além de um estudo de caso, utilizando métodos espectrais. A solução do problema faz uso de acelerações aquisitadas em pistas de asfalto e estrada de chão e estes valores são utilizados como dados de entrada na estimativa da vida em fadiga do componente em estudo. Efeitos das tensões médias e critérios de multiaxialidade também foram abordados.

Palavras-chave: Fadiga; domínio da frequência; simulação numérica; procedimentos experimentais; implementos rodoviários.

## **ABSTRACT**

About 60% of the total cargo transported in the country makes use of highways, however only 13.5% of the country's roads are paved, and 48% of them have some type of disability. Inserted in this context there are approximately 1300 manufacturers of road implements, vehicles designed specifically to the transport of cargo. The scenario highlights the competition in this segment. In order to remain competitive, that companies must offer products with higher quality, durability, safety and lower cost. One of development the stages that consumes more resources from these companies is the durability evaluation of their products and, in this aim, numerical simulation tools are important allies, as they allow to estimate the fatigue life of them, still in the design phase, reducing costs in guarantees, prototypes and the time spent in the development of a new product. The fatigue life of components and metallic structures can be defined by two main approaches: the time domain and the frequency domain or spectral method. This spectral approach has both excitations and responses in terms of the Power Spectral Density - PSD, while the time domain approach involves the excitations and responses in terms of some history of time. The use of spectral methods have the advantage of reducing the computational effort, a better understanding of the dynamic behavior of the structure, and allows the analysis of more representative sections of tracks where the implement travels. This work uses one specific methodology for fatigue life assessment of components of road implements, besides a study of some particular case, using spectral methods. The solution of the problem makes use of experimental accelerations measured in paved and unpaved roads, where they are used as input data in the fatigue life assessment of the component in study. Mean stress effects and multiaxial stresses criteria were also considered.

**Keywords:** Fatigue; frequency domain; numerical simulation; experimental procedures; road implement.

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Generalidades	1
1.2 Objetivos da Pesquisa	6
1.3 Organização do Trabalho	9
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>11</b>
2.1 Generalidades	11
2.2 Fadiga no Domínio da Frequência	11
<b>3. TRATAMENTO DE SINAIS E ANÁLISE DE RESPOSTA</b>	<b>19</b>
3.1 Generalidades	19
3.2 Descrição de Dados Físicos	19
3.2.1 Processo Aleatório Estacionário Ergódico	20
3.2.2 Função Densidade de Probabilidade - <i>Probability Density Function</i> - PDF	22
3.2.3 Transformada de Fourier	25
3.2.4 Função de Autocorrelação	27
3.2.5 Função de Correlação Cruzada	27
3.2.6 Densidade Espectral de Potência - <i>Power Spectral Density Function</i> - PSD	28
3.2.7 Espectro Cruzado de Potência - <i>Cross Spectral Density Function</i> - CSD	29
3.2.8 Transformada Rápida de Fourier - <i>Fast Fourier Transform</i> - FFT	30
3.2.9 PSD Estimada Via FFT	32
3.2.10 CSD Estimada Via FFT	32
3.3 Instrumentação	33
3.3.1 Frequência de Nyquist e <i>Aliasing</i>	33
3.3.2 Escala de Frequências	35
3.3.3 Janela de Dados	35
3.3.4 Acelerômetros	38
3.3.4.1 Acelerômetros Capacitivos	39
3.4 Função Resposta em Frequência	40
3.4.1 Função Resposta em Frequência para Sistemas com 1GDL	40
3.4.2 Função Resposta em Frequência para Sistemas com NGDL	42



3.4.3	Resposta em PSD	47
<b>4.</b>	<b>ANÁLISE DE VIDA EM FADIGA</b>	<b>49</b>
4.1	Generalidades	49
4.2	Nucleação, Propagação e Fratura	50
4.3	Critérios de Projeto	52
4.4	Vida Total	52
4.4.1	Método Tensão x Vida	53
4.4.2	O Limite de Fadiga	53
4.4.3	Influência das Tensões Médias	56
4.4.4	Carregamentos Multiaxiais	59
4.4.5	Método Deformação x Vida	61
4.5	Fadiga Sob Solicitações Aleatórias	63
4.5.1	Critério de Acúmulo de Dano de Palmgren - Miner	63
4.5.2	Influência da Sequência do Carregamento	65
4.5.3	Análise no Domínio do Tempo	67
4.5.4	Análise no Domínio da Frequência	68
4.5.4.1	Histórico no Tempo e PSDs	69
4.5.4.2	Momentos Espectrais	70
4.5.4.3	Parâmetros Extraídos dos Momentos	71
4.5.4.4	Solução no Domínio da Frequência - Caso Geral	72
4.5.4.5	Solução de Banda Estreita - <i>Narrow Band</i>	74
4.5.4.6	Fatores de Correção Empíricos	75
4.5.4.7	Solução Empírica de Dirlik	79
4.5.4.8	Tensões Médias no Domínio da Frequência	81
4.5.4.9	Tensões Multiaxiais no Domínio da Frequência	82
<b>5.</b>	<b>ESTUDO DE CASO: SUPORTE DE CONES</b>	<b>86</b>
5.1	Generalidades	86
5.2	Procedimentos Experimentais	88
5.2.1	Generalidades	88
5.2.2	Instrumentação e Configuração dos Experimentos	88
5.2.2.1	Frequência de Amostragem	91
5.2.2.2	Tempo de Aquisição de Dados	91

5.2.3	Coleta de Dados de Pistas	92
5.2.3.1	Resultados: PSDs de Aceleração	95
5.3	Simulações Numéricas	96
5.3.1	Generalidades	96
5.3.2	Geração do Modelo de Elementos Finitos	96
5.3.3	Análise Modal	98
5.3.3.1	Condições de Contorno	98
5.3.3.2	Resultados	99
5.3.4	Análise Harmônica – Função Resposta em Frequência	102
5.3.5	Análise Estática	103
5.3.5.1	Condições de Contorno	103
5.3.5.2	Resultados	103
5.4	Estimativa da Vida em Fadiga	104
5.4.1	PSDs de Tensões	107
5.4.2	Resultados: Vida em Fadiga	110
5.4.3	Influência das Tensões Médias	116
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b>	<b>120</b>
6.1	Conclusões	120
6.1.1	Aquisição dos Dados de Aceleração	120
6.1.2	Estimativa da Vida em Fadiga do Componente Suporte de Cones	121
6.2	Sugestões	122
<b>7.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>124</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$2N_f$	: número de reversões de carga até a falha	
$A_0$	: coeficiente da série de Fourier	
$A_k$	: coeficiente da série de Fourier	
$a_n$	: coeficientes das janelas	
$b$	: expoente de Basquin ou expoente de resistência a fadiga	
$B_k$	: coeficiente da série de Fourier	
$c$	: expoente de ductilidade à fadiga, amortecimento do sistema	
$c_i$	: amortecimento generalizado para o modo $i$	
$C_k$	: coeficiente da série de Fourier na forma complexa	
$C_{xy}(f)$	: função densidade espectral coincidente	
$D$	: dano por fadiga	
$Dir(\omega)$	: matriz dos cossenos diretores dos 3 eixos principais	
$D_n$	: constante do modelo de Dirlik	
$E$	: módulo de elasticidade	(N/mm <sup>2</sup> )
$E[0]$	: expectativa de zeros com cruzamento positivo por unidade de tempo	
$E[D]$	: expectativa de dano	
$E[D]_{C\&D}$	: expectativa de dano dado pelo modelo de Chaudhury & Dover	
$E[D]_{NB}$	: expectativa de dano dado pelo modelo de banda estreita	
$E[D]_{OC}$	: expectativa de dano dado pelo modelo de Ortiz e Chen	
$E[D]_{ST}$	: expectativa de dano dado pelo modelo de Steinberg	
$E[D]_{TB}$	: expectativa de dano dado pelo modelo de Tovo e Benasciutti	
$E[D]_W$	: expectativa de dano dado pelo modelo de Wirsching e Light	
$E[P]$	: expectativa de picos por unidade de tempo	
$f_i$	: força generalizada para o modo $i$	(N)
$f_k$	: frequências discretas da FFT	(Hz)
$g$	: aceleração da gravidade	(m/s <sup>2</sup> )
$G_x(f)$	: densidade espectral de potência unilateral	
$G_{xy}(f)$	: espectro cruzado de potência unilateral	
$\tilde{G}_{xy}(f_k)$	: PSD estimada pela FFT nas frequências discretas	
$\tilde{G}_x(f)$	: PSD estimada pela FFT	
$\tilde{G}_x(f_k)$	: CSD estimada pela FFT nas frequências discretas	
$h$	: espaçamento entre pontos da variável aleatória	(s)
$H(i\omega)$	: Função Resposta em Frequência - FRF	
$k$	: constante do material, rigidez da mola do sistema	(N/m)
$k_i$	: rigidez generalizada para o modo $i$	
$m$	: fator de inclinação, massa	(kg)
$m_i$	: massa generalizada para o modo $i$	
$m_n$	: momento espectral ou momento de área da PSD	
$n$	: ponto de dado	
$N$	: pontos de dados da janela, pontos da variável aleatória	
$N_f$	: número de repetições deste ciclo para falha	
$N_{f S_m=0}$	: número de ciclos para falha com tensão média nula	
$P$	: probabilidade	
$p(S)_T$	: PDF de Tunna	
$p(t)$	: excitação senoidal da FRF, excitação do sistema	
$p(x)$	: Função Densidade de Probabilidade - PDF	

$P(\omega)$	: excitação da FRF	
$Q$	: constante do modelo de Dirlik	
$Q_{xy}(f)$	: função densidade espectral quadratura	
$R$	: constante do modelo de Dirlik	
$R_x$	: função de autocorrelação	
$R_{xy}$	: função de correlação cruzada	
$S$	: variação de tensão	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{Im}$	: tensão média efetiva	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_a$	: tensão alternada ou tensão de amplitude	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{a S_m=0}$	: tensão de amplitude para um carregamento alternado	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{ae}$	: amplitude da tensão efetiva	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{AMP}$	: critério da máxima tensão principal absoluta	
$S_e$	: limite de fadiga, tensão efetiva em fadiga multiaxial	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{eqC\&D}$	: tensão equivalente do modelo de Chaudhury & Dover	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{eqHanc}$	: tensão equivalente do modelo de Hancock	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{eqStein}$	: tensão equivalente do modelo de Steinberg	(N/mm <sup>2</sup> )
$S'_f$	: coeficiente de resistência a fadiga	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_m$	: tensão média	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_n$	: tensões principais	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{na}$	: tensões amplitudes principais	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{nm}$	: tensões médias principais	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_{nm}(\omega)$	: tensões normais e cisalhante no plano crítico	
$S_{PC}$	: critério do plano crítico	
$S(\omega)$	: tensor de tensões em frequência	
$S_{princ}(\omega)$	: tensões principais em frequência	
$S_{TS}$	: tensão de ruptura do material	(N/mm <sup>2</sup> )
$S_x(f)$	: densidade espectral de potência bilateral	
$S_{xy}(f)$	: espectro cruzado de potência bilateral	
$S_y$	: resistência ao escoamento do material	(N/mm <sup>2</sup> )
$\bar{S}_m$	: tensão média efetiva	(N/mm <sup>2</sup> )
$T$	: período de avaliação da PDF	(s)
$t$	: tempo	(s)
$t_l$	: tempo do processo aleatório	(s)
$X(\omega)$	: resposta da FRF	
$X(f, T)$	: FFT de dados aleatórios	
$x(t)$	: resposta senoidal da FRF, transformada inversa de Fourier de $X(\omega)$	
$X(\omega)$	: transformada de Fourier de $x(t)$	
$X_k$	: FFT discreta	
$x_m$	: constante do modelo de Dirlik	
$y_n$	: fatores de participação modais	
$Z$	: constante do modelo de Dirlik	
$\Gamma$	: função Gamma	
$\gamma$	: fator de irregularidade	
$\Delta f$	: intervalo de frequências do espectro	
$\Delta \varepsilon/2$	: amplitude de deformação total	
$\Delta \varepsilon_e/2$	: amplitude de deformação elástica	
$\Delta \varepsilon_p/2$	: amplitude de deformação plástica	
$\Delta \omega$	: espaçamento entre funções periódicas adjacentes	
$\varepsilon'_f$	: coeficiente de ductilidade à fadiga	
$\lambda$	: autovalores do sistema	

$\sigma_x$	: desvio padrão do processo aleatório	
$\phi_i$	: autovetores	
$\Psi_x^2$	: média quadrática do processo aleatório	
$\omega$	: frequência angular	(rad/s)
$\omega_k$	: frequência do $k$ -ésimo harmônico da série de Fourier	(rad/s)
$\phi$	: ângulo do cálculo das tensões do plano crítico	(°)
$ H(f) $	: fator ganho	
$\mu_x$	: média do processo aleatório no instante de tempo $t_1$	
$[C]$	: matriz de amortecimento global do sistema	
$[K]$	: matriz de rigidez global do sistema	
$[M]$	: matriz de massa global do sistema	
$\{F(t)\}$	: vetor de carregamentos do sistema	
$\{U\}$	: vetor de deslocamentos do sistema	
$\{U_0(t)\}$	: vetor das amplitudes de oscilação	

### Abreviações

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AMP	Critério da Máxima Tensão Principal Absoluta
ANFIR	Associação Nacional dos Fabricantes de Implementos Rodoviários
ANTT	Agência Nacional de Transportes Terrestres
CAD	Computer Aided Design
CNT	Confederação Nacional dos Transportes
COPPEAD	Centro de Estudos em Logística/UFRJ
CSD	Cross Spectral Density
DNER	Departamento Nacional de Estradas de Rodagem
DNIT	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes
FFT	Transformada Rápida de Fourier
FRF	Função Resposta em Frequência
G7	Grupo dos Sete Países Mais Ricos do Mundo
GDL	Grau de Liberdade
GDL	Graus de liberdade
IBP	Instituto Brasileiro de Petróleo, Gás e Biocombustíveis
IPEA	Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
PAC	Programa de Aceleração do Crescimento
PDF	Probability Density Function

PNLT Plano Nacional de Logística e Transportes  
PSD Power Spectral Density

## Índice de Figuras

Figura 1.1 – Principais modais de transporte utilizados no mundo	1
Figura 1.2 – Distribuição dos modais de transporte no Brasil	2
Figura 1.3 – Distribuição dos modais de transporte no Brasil: atual e perspectivas	3
Figura 1.4 – Densidade da malha rodoviária em diversos países do mundo	4
Figura 1.5 – Classificação do pavimento das estradas brasileiras	4
Figura 1.6 – Famílias de implementos rodoviários e participação no mercado nacional	5
Figura 1.7 – Implemento rodoviário do tipo bitrem tanque	6
Figura 2.1 – PDF de picos para sinal de banda estreita segue uma distribuição de Rayleigh	12
Figura 2.2 – Conservadorismo da solução de banda estreita	12
Figura 3.1 – Classificação de dados determinísticos	19
Figura 3.2 – Classificação de dados aleatórios	20
Figura 3.3 – Conjunto de funções amostra formando um processo aleatório	21
Figura 3.4 – Amostra temporal de um sinal aleatório	22
Figura 3.5 – PDF para um processo Gaussiano	24
Figura 3.6 – Processo de banda larga com distribuição Gaussiana	24
Figura 3.7 – Medição de correlação cruzada	27
Figura 3.8 – PSD bilateral e unilateral	29
Figura 3.9 – Amostragem de um sinal contínuo	31
Figura 3.10 – Fenômeno de mascaramento de frequência, ou <i>aliasing</i>	34
Figura 3.11 – Filtro passa-baixa ideal.	35
Figura 3.12 – Vazamento espectral – <i>Spectral leakage</i>	36
Figura 3.13 – Curvas das principais equações de janelas de dados	37
Figura 3.14 – Desenho esquemático de um acelerômetro capacitivo	39
Figura 3.15 – Sistema massa, mola, amortecedor de 1GDL	41
Figura 3.16 – FRF relacionando uma entrada de força com saída de tensão para um nó	47
Figura 3.17 – Sistema com múltiplas entradas	48
Figura 4.1 – Crescimento de uma trinca por fadiga	51
Figura 4.2 – Intrusões e extrusões criadas pelas bandas de cisalhamento	51
Figura 4.3 – Estágios de formação de uma trinca	52
Figura 4.4 – Nomenclatura para parâmetros de tensão utilizados na vida em fadiga	53
Figura 4.5 – Ciclos de carregamento: a) alternado, b) pulsante e c) repetido	54
Figura 4.6 – Curva S-N típica	54

Figura 4.7 – Contribuições de iniciação e propagação de trinca na vida em fadiga de um corpo de prova	56
Figura 4.8 – Curvas S-N típicas para diferentes valores de tensão média	57
Figura 4.9 – Curvas de vida constante para carregamentos com tensão média diferente de zero	57
Figura 4.10 – Curva de deformação total x vida obtida pela superposição das curvas de deformação elástica e plástica	62
Figura 4.11 – Blocos de carregamento com amplitude constante e curva S - N	64
Figura 4.12 – Quatro diferentes tipos de sobrecarga: (a) tração, (b) compressão - tração, (c) tração - compressão, (d) compressão	66
Figura 4.13 – Propagação de trinca para diferentes tipos de sobrecarga: (a) tração, (b) compressão - tração, (c) tração - compressão, (d) compressão	66
Figura 4.14 – Relação entre domínio do tempo e domínio da frequência	68
Figura 4.15 – PSD	69
Figura 4.16 – Históricos no tempo e PSDs	69
Figura 4.17 – Cálculo dos Momentos de Área da PSD	71
Figura 4.18 – Expectativa de zeros com cruzamento positivo e expectativa de picos	72
Figura 4.19 – Curva típica de uma PDF	73
Figura 4.20 – Limitação no Método banda estreita (a) Banda estreita, (b) banda larga, (c) Conservadorismo da solução para banda larga	75
Figura 4.21 – Histograma de <i>rainflow</i> e solução de banda estreita: tensões médias ignoradas	81
Figura 4.22 – Método do Plano Crítico	84
Figura 5.1 – a) Componente instrumentado e b) componente simulado	86
Figura 5.2 – Fluxograma de análise	87
Figura 5.3 – Posicionamento do acelerômetro	88
Figura 5.4 – Sistema de aquisição de dados HBM MGCplus	89
Figura 5.5 – Acelerômetro Capacitivo Silicon Designs 2210-025	89
Figura 5.6 – Imagem da tela do software HBM Catman®	90
Figura 5.7 – Efeito da Janela de Hanning no sinal original	92
Figura 5.8 – Trecho de estrada de chão onde foram coletadas acelerações	92
Figura 5.9 – Aceleração coletada em estrada de chão	93
Figura 5.10 – Trecho de estrada de asfalto onde foram coletadas acelerações	94
Figura 5.11 – Aceleração coletada em estrada de asfalto	94
Figura 5.12 – PSD de aceleração obtida a partir de medições em estrada de chão	95



Figura 5.13 – PSD de aceleração obtida a partir de medições em estrada de asfalto	95
Figura 5.14 – Geometria em sólido e em superfície, após extração das superfícies médias	97
Figura 5.15 – Malha de Elementos Finitos e massa concentrada dos cones	97
Figura 5.16 – Cone de sinalização segundo NBR 15071	98
Figura 5.17 – Região com todos os GDL restritos	99
Figura 5.18 – Aresta com todos os GDL restritos	99
Figura 5.19 – FRF em termos de Tensão/g	102
Figura 5.20 – Panorama de tensões de Von Mises no componente	104
Figura 5.21 – Análises realizadas no presente trabalho	105
Figura 5.22 – Curva S-N típica encontrada em ensaios de aços estruturais	106
Figura 5.23 – Curva representativa do material utilizado nas análises	106
Figura 5.24 – Nó crítico da estrutura	108
Figura 5.25 – PSDs de tensões para solitação de estrada de chão	109
Figura 5.26 – PSDs de tensões para solitação de estrada de asfalto	110
Figura 5.27 – Resultados: Análises 3, 6 e 7 em destaque	112
Figura 5.28 – Distribuição de vida, em segundos, para a análise número 3	113
Figura 5.29 – Distribuição de vida, em segundos, para a análise número 6	114
Figura 5.30 – Distribuição de vida, em segundos, para a análise número 7	115
Figura 5.31 – Análises utilizadas para verificação da influência das tensões médias	116
Figura 5.32 – Resultado de vida em fadiga da análise 1	117
Figura 5.33 – Resultado de vida em fadiga da análise 2	118
Figura 5.34 – Nós mais críticos em termos de vida em fadiga	118

## Índice de Tabelas

Tabela 3.1 – Coeficientes das principais equações de janelas de dados.....	37
Tabela 5.1 – Características do acelerômetro utilizado.....	90
Tabela 5.2 – Modos e frequências naturais de vibração da estrutura.....	100
Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas do material utilizado.....	105
Tabela 5.4 – Resultados de vida em fadiga.....	111
Tabela 5.5 – Influência das tensões médias.....	119

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Generalidades

A evolução do homem e a expansão da região onde atuava eram limitados pelo uso das próprias mãos como meio de transporte dos seus bens. Este cenário começou a mudar a partir do uso de animais para este fim, possibilitando maior mobilidade, além de utilizar estes animais como forma de sustento. Mais tarde, desenvolvimentos no transporte como a invenção da roda, construção de estradas e ferrovias e o surgimento do automóvel, permitiram ao homem explorar e habitar novas regiões, firmando domínio de alguns povos sobre outros, dando curso ao progresso da civilização [Santos, 2010].

Segundo Tedesco et al., 2011, a importância da atividade de transporte é indiscutível para qualquer economia, uma vez que os deslocamentos são fundamentais nas atividades econômicas. É por meio do transporte que a força de trabalho e os insumos chegam aos seus destinos, possibilitando produzir e distribuir serviços, bens e tecnologia, contribuindo com o desenvolvimento.

Quando se aborda especificamente o transporte de cargas, os principais modos (ou modalidades) de transporte praticados ao redor do mundo são: aéreo, dutoviário, ferroviário, hidroviário e rodoviário. Em países com grande extensão territorial, é maior a demanda pela modalidade ferroviária, enquanto que os países com menores dimensões utilizam-se principalmente do modal rodoviário, conforme a Figura 1.1.

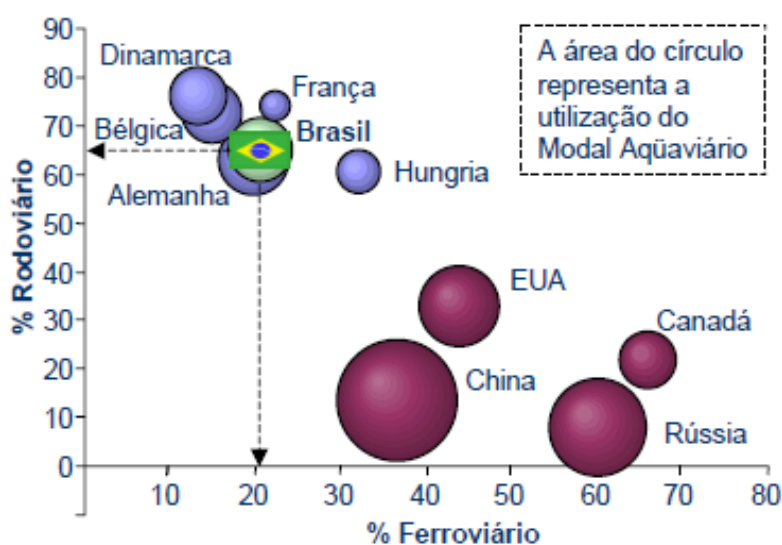


Figura 1.1 – Principais modais de transporte utilizados no mundo

Fonte: CNT e COPPEAD, 2011.

O Brasil, apesar de ser o quinto maior país do mundo em extensão territorial, apresenta valores percentuais de utilização do modal rodoviário compatíveis com países como a Dinamarca, que possui área territorial similar a do estado do Espírito Santo, quinto menor estado brasileiro.

A partir de 1920 houve a priorização de investimentos públicos no desenvolvimento da infraestrutura rodoviária. Nesta época, o lema do presidente Washington Luís era: "Governar é Abrir Estradas" [CNT e COPPEAD, 2011]. Desde a década de 1950 observa-se, mundialmente, a opção da modalidade rodoviária como principal meio de transporte de cargas, fomentada pela indústria automobilística associada aos baixos preços dos combustíveis. No Brasil, a ênfase ao transporte rodoviário, passou a consolidar-se no mesmo período devido à implantação da indústria automobilística e à mudança da capital nacional para a região centro-oeste. Estes fatores vieram acompanhados de um grande programa de construção de rodovias [Schroeder e Castro, 1996].

Atualmente, o modal rodoviário responde por 58% do total de cargas transportadas no país, contra 25% do modal ferroviário, conforme mostra a matriz de transporte no Brasil na Figura 1.2 [Perrupato, 2011]. Excluindo-se o transporte do minério de ferro, que ocorre por via ferroviária, as rodovias respondem por mais de 70% das cargas transportadas [Neto, 2011].

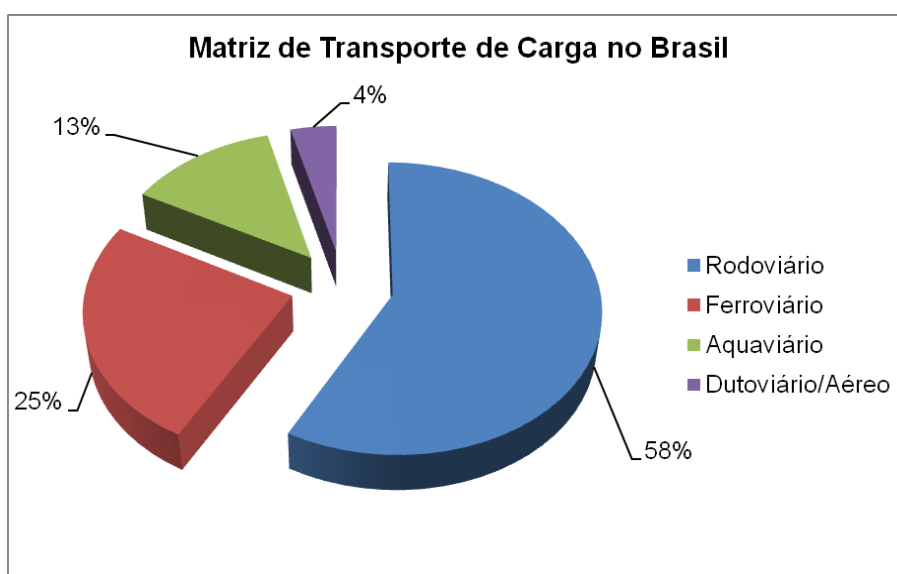


Figura 1.2 – Distribuição dos modais de transporte no Brasil

Fonte: Adaptado de Perrupato, 2011.

A Figura 1.2 mostra o desequilíbrio existente na matriz brasileira de transporte de cargas. As causas apontadas são a forte cultura de utilização deste modal, bem como

desconhecimento das vantagens e desvantagens dos modais alternativos [CNT e COPPEAD, 2011]. A Figura 1.3 mostra a divisão atual das modalidades de transporte no Brasil e a projeção para o ano de 2025 [IPEA, 2010].

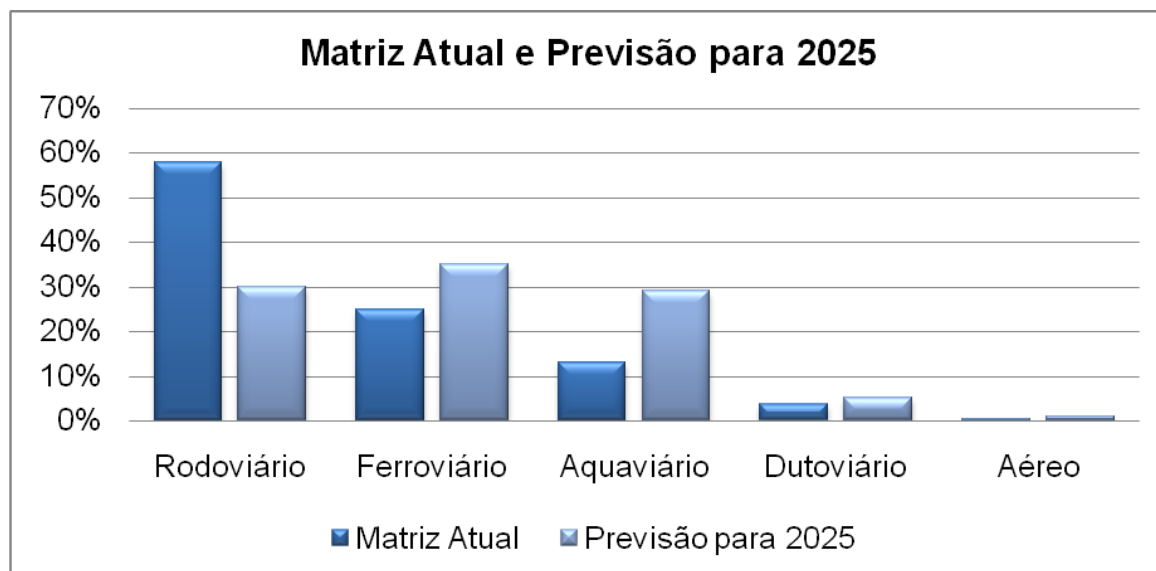


Figura 1.3 – Distribuição dos modais de transporte no Brasil: atual e perspectivas

Fonte: Adaptado de IPEA, 2010.

Para se alcançar a projeção mostrada na Figura 1.3, desenvolvida pelo Plano Nacional de Logística e Transportes (PNLT), maciços investimentos são necessários principalmente em ferrovias, hidrovias e portos. As ferrovias, que eram o principal modal de transporte do país em 1950, voltariam a ser destaque depois de cinco décadas de estagnação. De acordo com pesquisas do Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas (IPEA), a demanda por investimentos para sanar os problemas dos modais ferroviário e rodoviário são de R\$ 78 bilhões e R\$ 183 bilhões, respectivamente, porém, quando contrastadas com as perspectivas de investimentos federais do Programa de Aceleração do Crescimento (PAC) em suas duas versões, observa-se que os valores cobririam 85% das demandas ferroviárias e pouco mais de 40% das demandas rodoviárias, o que melhoraria, mas não resolveria o desequilíbrio na matriz de transporte de cargas do país e manteria, pelos próximos anos, o transporte rodoviário como o mais utilizado no país [IPEA, 2010].

Apesar de o modal rodoviário ser amplamente explorado no Brasil, o país apresenta deficiências na infraestrutura viária, o que sugere um paradoxo. A densidade da malha rodoviária do Brasil, medida pelo número de quilômetros de infraestrutura existente dividido pela área do país, é escassa quando comparada a outros países desenvolvidos ou em desenvolvimento. O valor é, por exemplo, 42,2 vezes inferior ao índice existente na Índia,

conforme indica a Figura 1.4. Além disso, dos 1.581.104 km de rodovias brasileiras, apenas 213.909 km são pavimentados, o que representa 13,5% da malha. Desse total, mais de 15.000 km são de rodovias concedidas [CNT, 2011].

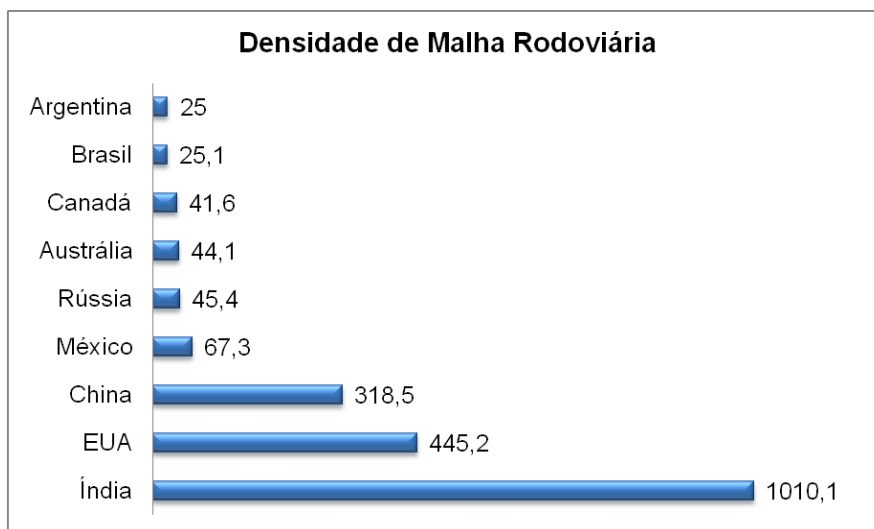


Figura 1.4 – Densidade da malha rodoviária em diversos países do mundo

Fonte: Adaptado de CNT, 2011.

O mais completo e atualizado trabalho de análise das estradas brasileiras foi realizado pela Confederação Nacional do Transporte (CNT), em 2011. Neste trabalho foram avaliados um total de 92.747 km, englobando todas as rodovias federais pavimentadas e os trechos mais significativos das rodovias estaduais. Do total de quilômetros avaliados, 47,9% apresentaram pavimentação deficiente e, destes, 14% possuem pavimento em condições precárias, conforme Figura 1.5 [CNT, 2011].

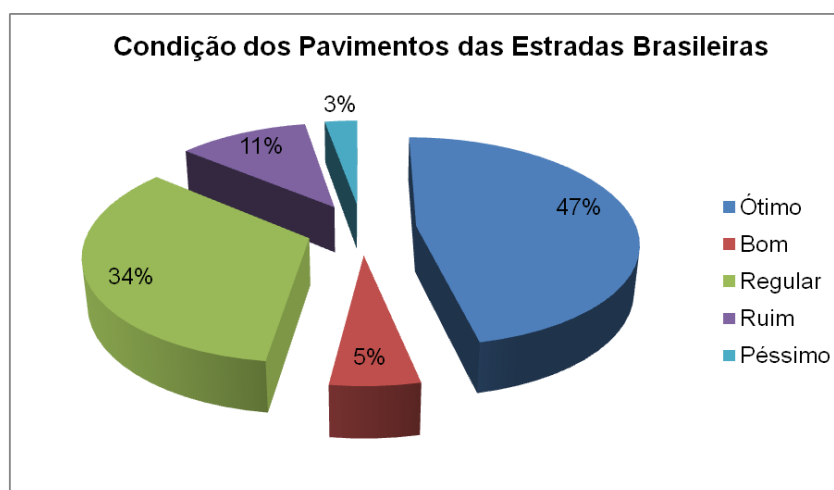


Figura 1.5 – Classificação do pavimento das estradas brasileiras

Fonte: Adaptado de CNT, 2011.

Inseridos neste contexto estão os implementos rodoviários, veículos responsáveis pela função específica do transporte de cargas nas rodovias. Os implementos rodoviários podem ser divididos em carrocerias sobrechassi e rebocados.

Os do tipo carrocerias sobrechassi, também chamados de caminhão simples, possuem menor capacidade de carga e são utilizados principalmente para vencer pequenos deslocamentos, ou seja, transportar a carga até os consumidores finais em áreas urbanas.

Dentre os implementos rebocados, os mais comuns são: reboque, semirreboque, bitrem, rodotrem, etc. Estes implementos são estruturas completas, compostas por chassi, eixos, suspensão, freios e demais componentes e trafegam acoplados a um caminhão-trator. São maiores e possuem maior capacidade de carga, sendo utilizados, geralmente, em grandes percursos.

Estes veículos são divididos em famílias de acordo com o(s) produto(s) aos quais são destinados a transportar. A Figura 1.6 mostra as principais famílias de implementos, bem como o número de vendas de cada uma destas no ano de 2011. [ANFIR, 2011].

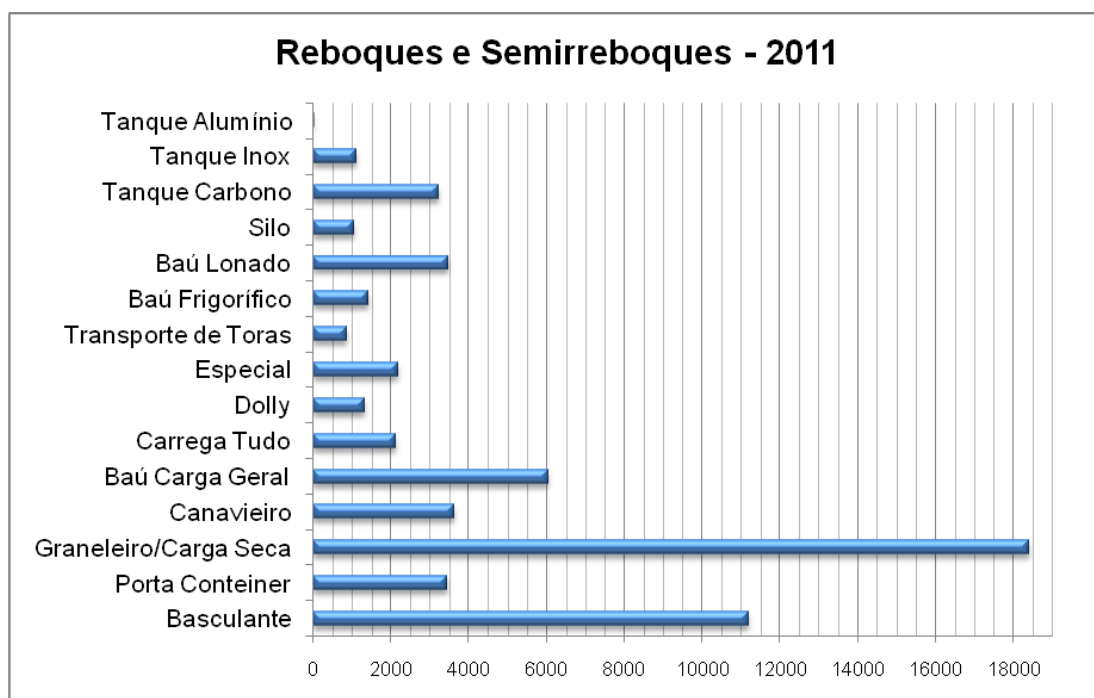


Figura 1.6 – Famílias de implementos rodoviários e participação no mercado nacional  
Fonte: Adaptado de ANFIR, 2011.

Os implementos rodoviários possuem diversos componentes, os quais encontram-se fixados, principalmente, ao chassi. Dentre os principais, citam-se: para-choque, para-lama, suporte de estepe, caixa de ferramentas, caixa de mantimentos, entre outros.

Existem ainda alguns implementos que possuem, além dos itens supracitados, outros específicos para suas respectivas aplicações, muitos dos quais são determinados por normas vigentes. Os implementos rodoviários do tipo tanque, por exemplo, possuem suporte de extintor de incêndio, suporte para cones de sinalização, porta-mangote, etc.

A correta previsão da vida em fadiga destes componentes é tão fundamental, quanto complexa, em função das condições das estradas do país e do caráter aleatórios dos carregamentos atuantes nestas estruturas, função do deslocamento do implemento por tais estradas.

O presente trabalho irá apresentar uma metodologia para estimativa de vida em fadiga de um destes componentes, no intuito de evitar falhas catastróficas quando da operação dos implementos rodoviários. O componente utilizado como estudo de caso deste trabalho é um suporte de cones de sinalização. A Figura 1.7 mostra o implemento rodoviário utilizado nos testes experimentais e destaca o posicionamento dos suportes de cones.



Figura 1.7 – Implemento rodoviário do tipo bitrem tanque

O método apresentado pode ser utilizado para estimar a vida em fadiga de outros componentes, especialmente os que sofrem excitações de base.

## 1.2 Objetivos da Pesquisa

Segundo a ANFIR, 2011, no Brasil há aproximadamente 1300 fabricantes de implementos rodoviários. Ainda que as famílias de produtos oferecidas por cada um destes sejam diversificadas, é grande a concorrência no segmento para manter ou ampliar sua participação em relação à fatia de mercado. Com isso, oferecer soluções otimizadas, com maior qualidade, segurança e menor custo torna-se fundamental.



A avaliação de durabilidade destes implementos e de seus componentes é uma das etapas que consomem mais recursos no desenvolvimento de um produto. Uma vez que soluções exatas raramente são possíveis em problemas de engenharia, o uso de métodos numéricos aproximados apresenta-se como opção.

O mais consagrado e popular método numérico utilizado para solução de problemas de engenharia é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Sua aplicação se dá em diferentes ramos da engenharia, tais como indústria aeronáutica, espacial, naval, ferroviária, automobilística, linha branca, construção civil, indústria de óleo e gás, etc. Além de aplicações voltadas para a solução de problemas estruturais, o MEF é empregado ainda nas áreas de transferência de calor, escoamento de fluidos, eletromagnetismo e outras.

Ainda que o MEF tenha sido desenvolvido nos anos de 1940, somente nas últimas décadas o método se tornou popular, fomentado pelo considerável aumento nas capacidades de processamento e armazenamento dos computadores, bem como desenvolvimento de diversos pacotes comerciais e integração facilitada com *softwares* de CAD (*Computer Aided Design*). Este somatório de fatores permite que problemas cada vez mais complexos sejam abordados e solucionados de maneira eficiente.

No que se refere aos componentes pertencentes aos implementos rodoviários, o que se deseja é que estes cumpram suas funções sem apresentar falhas estruturais, durante toda a sua vida útil. Neste período, os mesmos estarão sujeitos a cargas variáveis e aleatórias, oriundas das pistas por onde trafegam os implementos, além da carga específica que estão transportando, caso dos cones no suporte destinado ao seu transporte e das ferramentas e demais utensílios no caso da caixa de ferramentas. Estas cargas causam dano por fadiga e o acúmulo deste dano pode resultar na formação e propagação de trincas, culminando na falha estrutural do componente [Purushothanman et al., 2009].

A vida em fadiga de estruturas e componentes mecânicos pode ser estimada através de duas distintas abordagens: domínio do tempo e domínio da frequência.

A abordagem tradicional utiliza o domínio do tempo para estimar o dano e a vida dos componentes em fadiga [Halfpenny, 1999, Bendat e Sherratt, 2000, Rahman et al., 2008]. Nestes casos, tanto os carregamentos quanto as respostas são dadas na forma de históricos temporais [Bishop e Sherratt, 2000; Rahman et al. 2008; Aykan e Çelik, 2008]. Este método mostra-se eficiente para carregamentos periódicos, entretanto, o custo computacional em termos de tempo de processamento e armazenamento de dados torna-se elevado para processos envolvendo carregamentos aleatórios, caso o período de avaliação seja

relativamente longo e/ou o modelo analisado for demasiadamente complexo [Halfpenny, 1999; Aykan e Çelik, 2008].

A abordagem no domínio da frequência é uma opção para a estimativa do dano e vida de estruturas e componentes mecânicos. Esta metodologia também é conhecida como métodos espectrais, *vibration fatigue*, *spectral fatigue analysis*, ou *frequency based fatigue* [Bishop, 1999].

Ainda que não seja tão tradicional quanto a metodologia que utiliza o tempo como domínio, desde a década de 1980 vem ganhando destaque, alavancada principalmente pela indústria *offshore*, onde os carregamentos, oriundos das ondas e ventos, são de caráter totalmente aleatório e as estruturas são extremamente complexas [Halfpenny, 1999; Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Qiang e Hongyan, 2011].

No domínio da frequência, tanto os carregamentos quanto as respostas são expressos em termos de PSD (*Power Spectral Density*) e a estrutura é modelada através de função transferência linear, também chamada de Função Resposta em Frequência (FRF) [Halfpenny, 1999; Bishop, 1999; Aykan e Çelik, 2008]. A FRF pode ser determinada de forma experimental ou numérica, através do MEF. É oportuno salientar que, por este motivo, o modelo estrutural é tratado como linear, o que pode vir a ser uma limitação do método.

O uso de métodos espectrais, ao invés de análises no domínio do tempo, garante redução do custo computacional para a obtenção dos resultados, pois uma vez obtida a FRF da estrutura via MEF, podem ser realizadas outras diversas análises, bastando que sejam alterados os valores de carregamento. Além disso, por apresentar respostas em função da frequência, o método permite que se tenha um melhor entendimento do comportamento dinâmico da estrutura em análise. Outra vantagem da referida metodologia, deve-se ao fato de que as informações contidas em uma PSD são normalmente curtas, mas apresentam evidências estatísticas dos eventos de maior amplitude, durante um longo período de medição, ao passo que os históricos temporais costumam ter um grande volume de dados e possuem evidências somente do trecho medido. Por estes motivos, esta abordagem será utilizada neste trabalho [Bishop, 1999; Halfpenny, 2006].

A correta predição da vida em fadiga de estruturas ou componentes mecânicos, realizada por qualquer abordagem, só terá êxito se os carregamentos atuantes nos mesmos forem conhecidos. Partindo-se deste princípio, neste trabalho optou-se por coletar experimentalmente as acelerações atuantes no componente em estudo. Estas acelerações foram utilizadas como dados de entrada no equacionamento utilizado para estimar a vida em fadiga do componente utilizado como estudo de caso.

Sendo assim, o presente trabalho tem os seguintes objetivos principais:

- Obter os dados experimentais de acelerações impostas ao componente em estudo quando da operação do implemento rodoviário tipo tanque;
- Estimar a vida em fadiga do componente suporte de cones através de métodos espectrais, utilizando-se as acelerações previamente adquiridas.

E os seguintes objetivos específicos:

- Obter acelerações impostas ao componente quando do tráfego do implemento rodoviário em estradas de chão;
- Obter acelerações impostas ao componente quando do tráfego do implemento rodoviário em estradas de asfalto;
- Estimar a vida em fadiga do referido componente utilizando-se as acelerações coletadas em estradas de chão;
- Estimar a vida em fadiga do referido componente utilizando-se as acelerações coletadas em estradas de asfalto.

### **1.3 Organização do Trabalho**

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos.

O *Capítulo 1* mostra o contexto e a abrangência do transporte de carga no país, mais especificamente o transporte de combustíveis. Além disso, são comentadas metodologias de estimativa da vida em fadiga de componentes e estruturas mecânicas. Por fim, os objetivos gerais e específicos do presente trabalho são apresentados.

O *Capítulo 2* disponibiliza a revisão bibliográfica, mostrando o histórico de desenvolvimento da metodologia utilizada neste trabalho e os resultados obtidos por diversos autores em suas respectivas publicações.

O *Capítulo 3* apresenta o embasamento teórico requerido para os procedimentos experimentais desenvolvidos no presente trabalho, bem como análise das respostas do sistema dinâmico em frequência.

O *Capítulo 4* apresenta a segunda etapa de embasamento teórico deste trabalho, referente à estimativa da vida em fadiga de estruturas mecânicas nos domínios do tempo e da frequência. Os *capítulos 3 e 4* garantirão os subsídios para o estudo de caso desenvolvido no *capítulo 5* desta dissertação.

O *Capítulo 5* apresenta um estudo de caso realizado em um componente de um implemento rodoviário, bem como os resultados obtidos. Neste estudo, boa parte da teoria estudada é aplicada.

No *Capítulo 6* são apresentadas as conclusões do presente trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

O *Capítulo 7* lista as referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Generalidades

Neste capítulo apresenta-se uma revisão da literatura com o objetivo de conhecer as diferentes contribuições científicas relacionadas à dissertação. A revisão auxilia na definição do problema deste trabalho, na determinação dos objetivos e na construção de hipóteses de solução.

O tema deste trabalho orbita em torno de dois principais temas: técnicas experimentais e fadiga no domínio da frequência. As técnicas experimentais estão relacionadas com as medições de acelerações impostas pelas estradas aos implementos rodoviários e seus componentes, as quais seguem uma determinada metodologia em função da aplicação. Por sua vez, o tratamento da fadiga no domínio da frequência é um tema em aberto, logo ele se torna no tema de pesquisa deste trabalho e, portanto a revisão bibliográfica aborda este tema com a finalidade de apresentar as principais abordagens e estabelecer aquelas que são mais pertinentes ao tema da pesquisa.

### 2.2 Fadiga no Domínio da Frequência

Os primeiros estudos envolvendo a fadiga dos materiais datam da primeira metade do século XIX, no entanto, estudos envolvendo o estudo de fadiga no domínio da frequência, começaram a ser desenvolvidos com mais intensidade somente a partir dos anos de 1960.

Em 1964, Bendat desenvolveu o primeiro modelo de estimativa de falha por fadiga no domínio da frequência através de PSD, conhecido como solução de banda estreita ou *narrow band*. Bendat mostrou que a Função Densidade de Probabilidade ou *Probability Density Function* (PDF) de picos para um sinal de banda estreita tende para uma distribuição de Rayleigh, conforme Figura 2.1. Além disso, o autor considera que cada pico no histórico de tensão no tempo é seguido por um vale de mesma amplitude. Consequentemente a PDF de picos é igual a PDF de tensões de amplitude [Bishop et al., 1995; Bishop et al., 1998; Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Bishop e Woodward, 2001; Su, 2005; Rahman et al., 2008; Fressinet et al., 2011].

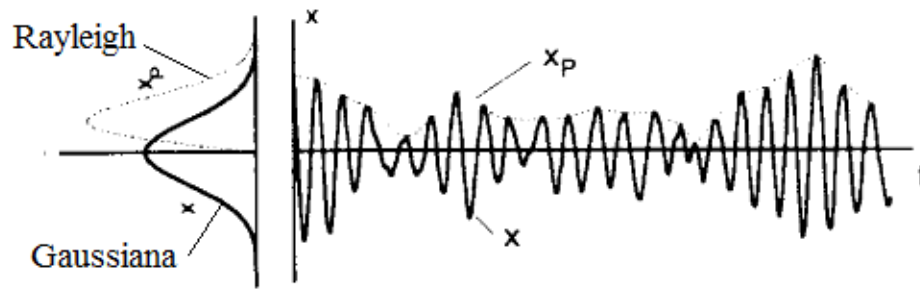


Figura 2.1 – PDF de picos para sinal de banda estreita segue uma distribuição de Rayleigh

O modelo de banda estreita mostra-se eficiente somente para determinadas aplicações, uma vez que seus resultados são conservativos quando aplicados em processos de banda larga, ou seja, a vida resultante deste modelo quando aplicada a processos de banda larga é consideravelmente inferior à obtida em ensaios experimentais. A Figura 2.2 mostra o conservadorismo do modelo de banda estreita aplicado em um processo de banda larga [Halfpenny, 1999; Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000].

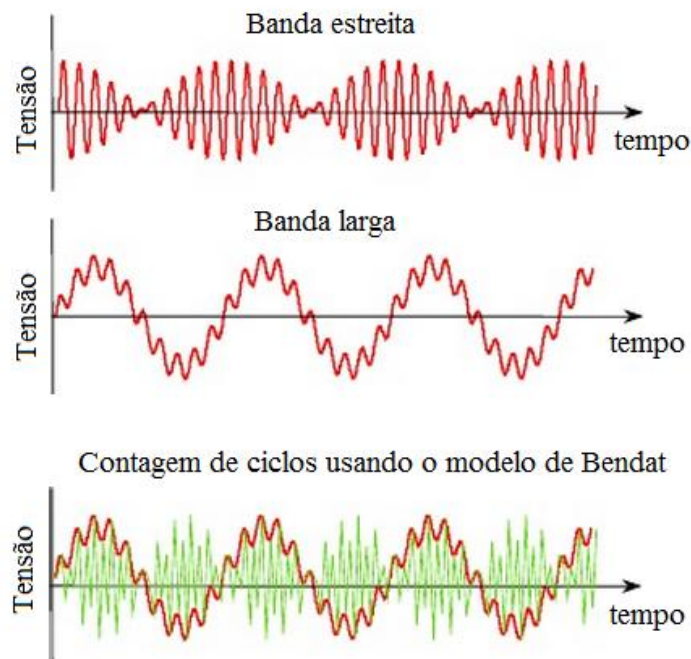


Figura 2.2 – Conservadorismo da solução de banda estreita

Fonte: Adaptado Halfpenny, 1999.

O Conservadorismo da solução proposta por Bendat se dá por considerar que cada pico é seguido por um vale de igual magnitude, o que de fato, mostra-se aceitável para processos de banda estreita, mas não ocorre em processos de banda larga, onde ocorrem vales positivos e picos negativos [Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Rahman, 2008].

Diversos modelos foram desenvolvidos para tratar o conservadorismo intrínseco da solução de banda estreita quando aplicados a processos de banda larga, em várias áreas da engenharia, como as indústrias *offshore*, ferroviária e de eletrônicos. De maneira geral, os modelos estabelecidos em uma dessas áreas, aplicam-se somente a estas, não apresentando resultados satisfatórios quando aplicados a outras [Zhang e Usman; 1999; Halfpenny, 1999].

Estruturas da indústria *offshore* são tipicamente grandes, complexas e estão sujeitas a carregamentos aleatórios dos ventos e das ondas. Essas fontes de carregamento excitam dinamicamente tais estruturas. Para estes casos, análises transientes no domínio do tempo, não são uma opção viável, em função não só das dimensões do modelo estrutural, mas do número de possíveis combinações de carregamento. Contudo, os espectros dos mares são processos tipicamente de banda larga, impossibilitando o uso do modelo proposto por Bendat. Por este motivo, muitos dos avanços ocorridos em relação ao estudo da fadiga utilizando métodos espectrais, são oriundos da indústria *offshore*. [Halfpenny, 1999].

Durante os anos de 1980, os pesquisadores Wirsching e Light, Hancock, Chaudhury e Dover, Ortiz e Chen, desenvolveram modelos para tratar o conservadorismo da solução de banda estreita em aplicações na indústria *offshore*. Estes modelos são baseados na geração de históricos temporais do sinal, a partir dos dados em PSD, através a transformada inversa de Fourier e, de posse do sinal no domínio do tempo, efetua-se a contagem de ciclos utilizando o método de *rainflow*. As equações propostas por Hancock e Chaudhury e Dover apresentam-se na forma de tensões equivalentes, enquanto que a equação de Wirsching apresenta um fator multiplicador para a equação de banda estreita. Esta solução mostra-se aplicável em diversas classes de problemas industriais [Bishop, 1999; Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Fressinet et al., 2011].

Tunna, 1986, desenvolveu uma equação para tratar o conservadorismo da solução de banda estreita, para problemas da indústria ferroviária. Assim como os modelos anteriores, o modelo de Tunna faz uso da transformada inversa de Fourier para obtenção do sinal no domínio do tempo e posterior contagem de ciclos via *rainflow*. No modelo proposto, o pesquisador utiliza o fator de irregularidade juntamente com a PDF de Rayleigh [Bishop, 1999; Ariduru, 2004].

Tovo e Benasciutti, 2004, desenvolveram um modelo semi-empírico, resultando em um fator multiplicador do dano causado pelo método de banda estreita [Fressinet et al., 2011].

Outros pesquisadores desenvolveram modelos para estimar a vida em fadiga através de métodos espectrais, corrigindo o modelo de Bendat através de fatores multiplicadores, tais como Madsen et al., Lutes et al., Jiao e Moan [Passipoularidis e Brøndsted, 2010].

Os pesquisadores supracitados fazem uso do modelo de banda estreita, proposto por Bendat, para corrigir seu conservadorismo através de fatores multiplicadores ou tensões equivalentes. Diferentemente destes, Dirlik, 1985, estabeleceu uma solução empírica e fechada para a PDF dos ciclos de variação de tensão do histograma de *rainflow*, a partir de diversas simulações utilizando a técnica de Monte Carlo [Bishop, 1999; Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000].

Outros autores estabeleceram modelos a partir da PDF dos ciclos de variação de tensão, dentre os quais podem-se citar: Lutes, Sakai e Okamura, Fu e Cebon e Zhao e Baker [Passipoularidis e Brøndsted, 2010].

Steinberg, 1988, publicou a solução de três bandas que se baseia na hipótese de que não ocorrerão ciclos de tensão em níveis superiores a 6 desvios padrões. Este modelo foi definido com base em problemas na indústria de eletrônicos [Bishop, 1999; Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Rahman et al., 2008].

Bishop et al., 1995, mostraram os benefícios da utilização de métodos espectrais nas estimativa da vida em fadiga em comparação com métodos tradicionais no domínio do tempo. Um componente automotivo foi utilizado como estudo de caso e o modelo de Dirlik foi utilizado para estimar a vida no domínio da frequência. Os resultados apresentaram vida em fadiga 8% superior no domínio da frequência em comparação com a análise transiente. Por outro lado, a análise transiente demandou 6 horas na solução do problema, contra 2 horas utilizadas pela análise no domínio da frequência. Os autores salientam, entretanto, que o método é válido para modelos estruturais lineares e carregamentos aleatórios, estacionários e Gaussianos.

Su, 2000, estudou a vida em fadiga de dois componentes automotivos sob solicitações aleatórias de diversos eventos, medidos em dois trechos de uma pista de testes. Os componentes avaliados foram uma montagem de eixo traseiro e um farol fabricado em plástico. Os resultados obtidos através de métodos espectrais foram comparados com métodos no domínio do tempo. Na avaliação da montagem do eixo, as diferenças de resultados obtidos nas duas análises (uma para cada trecho) foram de 5,8% e 27,5%. As análises realizadas com o farol apresentaram diferenças de 5,3% e 9%. Em ambas as análises foram consideradas múltiplas entradas de carregamentos, representadas pela matriz de carregamentos contendo PSD e CSD (*Cross Spectral Density*).

Prakash et al., 2006, compararam os resultados de estimativa de vida em fadiga de dois componentes de veículos comerciais, quando analisados nos domínios do tempo e da frequência. Foram analisados um conjunto de escapamento e uma bomba secundária de



injeção de ar. O modelo de Dirlik foi utilizado para estimar a vida no domínio da frequência. Os resultados obtidos para o conjunto do escapamento mostram vida de  $4,02 \times 10^5$  segundos no domínio do tempo e  $4,40 \times 10^6$  segundos para o modelo de Dirlik. Para a bomba de ar, há dois resultados, sendo um para cada trecho, resultando em  $2,16 \times 10^5$  e  $1,88 \times 10^5$  segundos, respectivamente. O modelo de Dirlik estimou a vida em  $7,97 \times 10^5$  segundos.

Rahman et al., 2008, estudaram a vida em fadiga do suporte de um motor de dois tempos de pistão livre. Este estudo foi realizado nos domínios do tempo e da frequência. Para a estimativa de vida no domínio da frequência, foram utilizados os modelos de banda estreita: Tunna, Wirsching e Light, Hancock, Chaudhury e Dover, Steinberg e Dirlik. Foram utilizados dois tipos de carregamento, sendo um processo de banda estreita e outro de banda larga. Por fim, os resultados obtidos com a abordagem de estimativa no domínio do tempo foram comparados com as abordagens no domínio da frequência. Deste estudo, os autores concluíram que:

- é possível estimar a vida em fadiga do componente em estudo através da abordagem no domínio da frequência;
- análises de fadiga no domínio da frequência permitem um melhor entendimento do comportamento dinâmico do componente, por apresentar respostas em frequência, onde se percebe quando um ou outro modo de vibrar da estrutura é excitado;
- os modelos de Hancock e Chaudhury e Dover apresentaram bons resultados;
- o modelo de Dirlik apresentou melhores resultados, tanto para excitações de banda estreita, quanto para excitações de banda larga, sendo indicado para uso geral.

Quigley e Lee, 2012, avaliaram o modelo de Dirlik quando aplicado para estimativa de vida em fadiga de componentes automotivos. Segundo os autores, o modelo de Dirlik tivera sua utilidade comprovada em aplicações na indústria *offshore* e de turbinas de vento, mas pouco havia sido publicado sobre seu uso em aplicações automotivas. Neste artigo, foram utilizados como critérios de comparação o método de *rainflow*, abordagem no domínio do tempo, bem como os modelos de estimativa de vida em fadiga no domínio da frequência de banda estreita, Wirsching e Light e Ortiz e Chen. Os autores utilizaram três tipos distintos de carregamentos, sendo cinco oriundos de diferentes pistas de testes automotivas, catorze espectros originais obtidos do trabalho de Dirlik e mais sete espectros adicionais formados por combinações de senos e espectros aleatórios. Os resultados do artigo são expostos na forma de razão de dano, ou seja, o dano obtido pela solução de Dirlik dividido pelo dano obtido pela solução de *rainflow*. O mesmo critério foi adotado para os modelos de banda

estreita, Wirsching e Light e Ortiz e Chen. As conclusões deste artigo que são relevantes para o presente trabalho, são:

- para um componente automotivo, sujeito a cinco diferentes tipos reais de carregamentos, a razão de dano média foi de 0,783, com desvio padrão de 0,067. A razão de dano mínima foi de 0,703, o que indica que o dano calculado pelo modelo de Dirlik pode ser subestimado em até 30%;
- os modelos de banda estreita, Wirsching e Light e Ortiz e Chen estimaram maior dano em comparação com o método de *rainflow* e com o modelo de Dirlik;
- nas aplicações utilizando os dados de testes automotivos, os métodos de banda estreita e Wirsching e Light, estimaram menos dano quando comparados com o método de *rainflow*. Esta variação foi de até 40%. Já o modelo de Ortiz e Chen estimou maior dano para a mesma comparação, em até 60% de variação;
- como conclusão final, os autores alegam que o método de Dirlik mostra-se o mais indicado para aplicações automotivas, ainda que o dano possa ser subestimado em até 30%.

O modelo proposto por Dirlik apresenta resultados superiores em comparação com os outros modelos citados para aplicações nos mais diversos ramos da engenharia, tanto para problemas envolvendo processos de banda estreita, quanto para processos de banda larga. No entanto, por ser de caráter empírico, se fazia necessária a validação teórica do modelo. Este trabalho foi realizado por Bishop, em 1988. Uma vez que o método proposto por Bishop demanda maior capacidade computacional e os resultados obtidos são pouco superiores aos resultados obtidos pelo modelo de Dirlik em termos de precisão, o modelo de Bishop raramente é utilizado [Halfpenny, 1999; Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Qiang e Hongyan, 2011].

Aykan e Çelik, 2008, apresentaram o desenvolvimento e os resultados obtidos na avaliação de um componente de um helicóptero através de métodos espectrais, considerando o modelo de Dirlik, por ser considerado pelos autores como o mais preciso. Além desta informação, outro dado deste artigo que é pertinente para o presente trabalho, refere-se ao fato de que não é utilizado um método de correção das tensões médias para o modelo como um todo, pois estas não podem ser definidas diretamente no domínio da frequência. Uma solução para esta limitação pode ser obtida através da identificação dos níveis de tensão estáticos, devido ao peso próprio da estrutura ou tensões residuais. A partir do conhecimento destas tensões, corrige-se a curva S-N utilizando-se teorias conhecidas, como Goodman e Soderberg. Os autores estabelecem ainda que, para soluções melhores e mais rápidas, a vida do

componente deve ser estimada ignorando-se as tensões médias e, a partir do conhecimento do ponto crítico, apenas este deve ser recalculado considerando-se os efeitos das tensões médias.

Hougaz, 2005, desenvolveu uma análise probabilística de durabilidade em veículos de carga rodoviários, através de métodos espectrais e utilizando o modelo de Dirlik para estimativa de vida em fadiga. No exemplo de aplicação da referida tese, o autor utiliza um semirreboque do tipo tanque com três eixos e capacidade para 18 mil litros. As excitações aplicadas ao modelo são oriundas de uma equação desenvolvida após extensivas medições de pistas européias. Uma vez que o implemento rodoviário recebe as excitações das pistas em vários pontos da sua estrutura, o uso de espectros cruzados na definição dos carregamentos é fundamental para contabilizar cada um destes efeitos, bem como as diferenças de fase entre as excitações. Neste trabalho, as tensões médias também foram consideradas, a partir do equilíbrio estático do tanque carregado, levando-se em conta o sistema de suspensão. O panorama de tensões estáticas no modelo foi obtido através de análise não linear, em função dos grandes deslocamentos do sistema de suspensão. Essas tensões foram posteriormente utilizadas para corrigir a curva S - N através da teoria de Goodman. Hougaz concluiu que ocorrem mais falhas estruturais em veículos no Brasil, quando comparados a países do primeiro mundo, em função das piores condições das estradas brasileiras.

Bosco Junior, 2007, em sua dissertação, avaliou numérica e experimentalmente modelos do tipo viga-massa. As análises numéricas foram realizadas no domínio do tempo, utilizando o método de contagem de ciclos de *rainflow* e, no domínio da frequência, utilizando diversos modelos, muitos dos quais já foram aqui citados. O autor concluiu que um dos modelos que mais convergem para os resultados experimentais, é o proposto por Dirlik. O autor cita ainda a não consideração das tensões médias nos modelos numéricos.

Nieslony, 2010, apresentou alguns procedimentos de estimativa de vida em fadiga de alto ciclo sob carregamentos aleatórios multiaxiais utilizando métodos espectrais. O procedimento consiste em utilizar o modelo de Miles ou Dirlik, desenvolvidos a partir de variações ou amplitudes de tensão, com uma tensão equivalente. Dois métodos são propostos para abordagem de fadiga multiaxial: o critério baseado no plano crítico e o critério baseado nos invariantes do tensor de tensões. Dois conjuntos de dados experimentais foram utilizados para comparar os resultados numéricos e experimentais. O autor conclui que, se o critério de fadiga multiaxial for determinado de maneira correta, os resultados obtidos numericamente apresentam adequada correlação com os modelos experimentais.

A revisão aqui exposta garantiu subsídios para a continuidade do trabalho. Em face do que foi exposto, no presente trabalho será determinada a vida em fadiga de um componente de implemento rodoviário, através de métodos espectrais, utilizando o modelo de Dirlik. As excitações impostas aos modelos numéricos são oriundas de medições experimentais, realizadas com o implemento rodoviário trafegando em vias de estrada de chão e de asfalto. A correção da tensão média e consideração de critérios de multiaxialidade também fazem parte do escopo deste trabalho.

### 3. TRATAMENTO DE SINAIS E ANÁLISE DE RESPOSTA

#### 3.1 Generalidades

Os procedimentos experimentais utilizados nas análises de engenharia vão muito além da instrumentação. Os dados medidos sofrem influência de uma série de fatores. Estes, por sua vez, podem fazer com que os resultados obtidos não sejam corretos, comprometendo análises e decisões de engenharia.

Este capítulo tem por objetivo apresentar o embasamento teórico em relação aos procedimentos experimentais, utilizados na aquisição e tratamento dos dados utilizados neste trabalho, bem como a Função Resposta em Frequência, para sistemas com 1 e N Graus de Liberdade (GDL).

#### 3.2 Descrição de Dados Físicos

Qualquer conjunto de dados observados que representem um fenômeno físico, pode ser classificado em determinístico ou não-determinístico [Bendat, 1971].

Dados determinísticos são aqueles que podem ser descritos através de uma equação matemática. Diversos são os fenômenos físicos que podem ser representados por relações matemáticas explícitas, dentre os quais podem-se citar: sistema massa-mola, movimento de um satélite orbitando a Terra, vibração provocada por um motor desbalanceado, temperatura da água quando determinada quantidade de calor é aplicada, etc. Dados representando fenômenos determinísticos podem ser classificados de acordo com a Figura 3.1 [Bendat e Piersol, 1971].

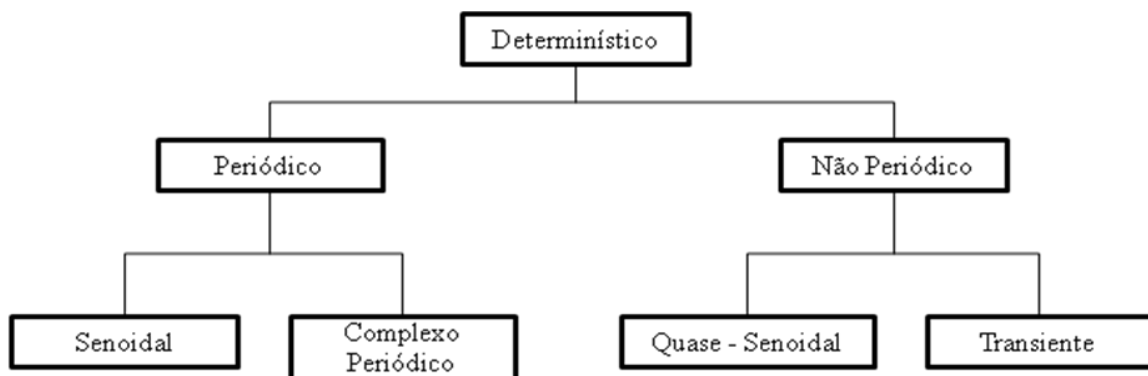


Figura 3.1 – Classificação de dados determinísticos

Fonte: Adaptado de Bendat e Piersol, 1971.

Por outro lado, existem outras situações onde os fenômenos físicos produzem dados que não são determinísticos. A altura das ondas do mar, a ação dos ventos e das ondas em estruturas *offshore*, ação dos ventos nas pontes e pás de turbinas, bem como a rugosidade das vias onde os veículos trafegam, representam dados que não podem ser descritos por uma relação matemática explícita, pois cada observação do fenômeno é única. Estes dados são de natureza aleatória e devem ser descritos em termos probabilísticos. Os processos aleatórios podem ser classificados de acordo com a Figura 3.2 [Bendat e Piersol, 1971; Newland, 1993].

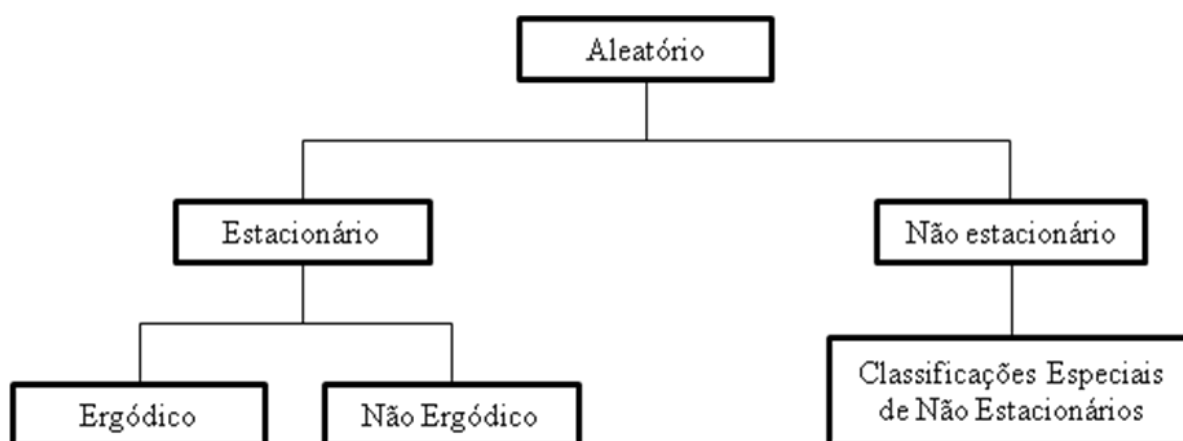


Figura 3.2 – Classificação de dados aleatórios

Fonte: Adaptado de Bendat e Piersol, 1971.

As acelerações medidas no componente, objeto de estudo deste trabalho, são oriundas dos perfis de rugosidade das pistas por onde o implemento rodoviário trafega. Segundo Bendat e Piersol, 1971; Newland, 1993; Bishop, 1999; Su, 2000; Halfpenny, 2006 e Qiang e Hongyan, 2011, as excitações oriundas de perfis de pistas podem ser classificadas como processos aleatórios, estacionários, ergódicos e Gaussianos. Tais termos serão definidos a seguir.

### 3.2.1 Processo Aleatório Estacionário Ergódico

Quando um fenômeno físico é abordado em termos de um processo aleatório, as propriedades estatísticas deste fenômeno podem ser descritas em qualquer instante de tempo através das médias calculadas sobre o conjunto de funções amostra que descrevem o processo.

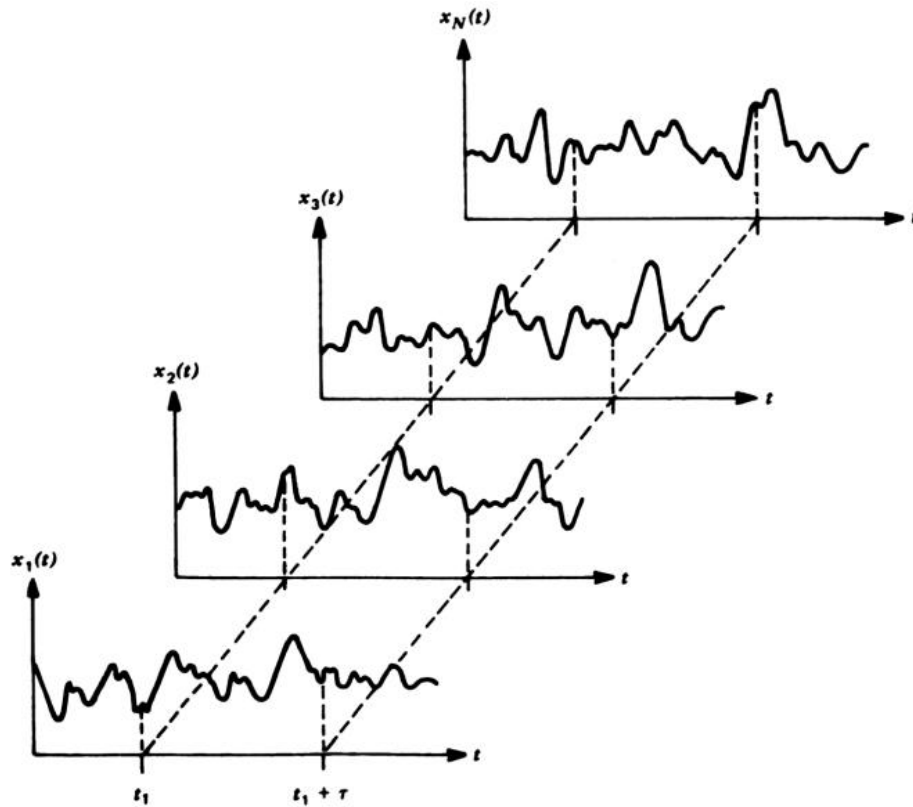


Figura 3.3 – Conjunto de funções amostra formando um processo aleatório

Fonte: Bendat e Piersol, 1971.

Exemplificando: o valor médio no instante de tempo  $t_1$  do processo aleatório da Figura 3.3, pode ser encontrado através da soma dos valores no instante  $t_1$  de cada função amostra do conjunto e dividido pelo número de amostras, conforme Equação (3.1). Pode-se encontrar, de forma similar, o valor da função de autocorrelação do processo, conforme a Equação (3.2):

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \quad (3.1)$$

$$R_x(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) x_k(t_1 + \tau) \quad (3.2)$$

onde:

$\mu_x(t_1)$  é a média do processo aleatório no instante de tempo  $t_1$ ;

$R_x(t_1, t_1 + \tau)$  é o valor da função de autocorrelação em  $t_1$  e  $\tau$ .

As Equações (3.1) e (3.2) indicam que o valor médio e o valor da função de autocorrelação variam conforme a variação de  $t_1$ . Para o caso especial onde estes não sofrem variação quando  $t_1$  varia, o processo aleatório pode ser chamado de estacionário.

O processo aleatório estacionário foi definido através das propriedades (valor médio e função de autocorrelação) obtidas em relação ao conjunto de funções amostra. Quando as propriedades são invariantes também para cada função amostra, o processo é classificado como ergódico. Em outras palavras: se o processo aleatório e estacionário for também ergódico, as médias estatísticas podem ser calculadas ao longo de uma única função amostra do processo e não através do conjunto de funções amostra. Salienta-se que todo processo aleatório ergódico é estacionário, mas o contrário não pode ser afirmado.

### 3.2.2 Função Densidade de Probabilidade - *Probability Density Function* - PDF

Uma variável aleatória pode ser discreta ou contínua. Variáveis discretas assumem valores finitos ao longo de uma escala, ao passo que as variáveis contínuas assumem qualquer valor ao longo do intervalo. Para cada tipo de variável aleatória, há uma correspondente distribuição e estas também são subdivididas em distribuições discretas e contínuas.

A Função Densidade de Probabilidade ou *Probability Density Function* (PDF) para variáveis contínuas descreve a probabilidade de um dado aleatório assumir um valor dentro de uma determinada faixa em um instante de tempo  $t$ . Descreve a distribuição geral de magnitude de um sinal aleatório.

A Figura 3.4 apresenta uma amostra no tempo de um processo aleatório.

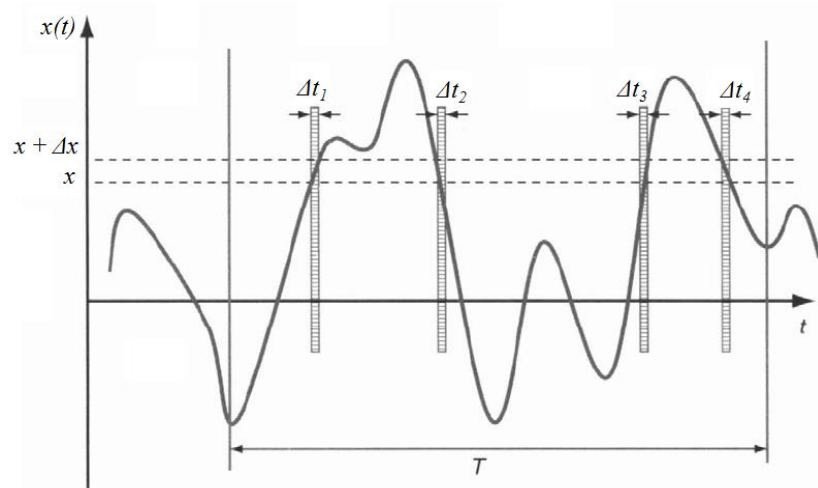


Figura 3.4 – Amostra temporal de um sinal aleatório

Fonte: Adaptado de Newland, 1993.



A probabilidade  $P$  de  $x(t)$  assumir um valor entre  $x$  e  $(x + \Delta x)$  é dada pela Equação (3.3):

$$P[x \leq x(t) \leq x + \Delta x] = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4}{T} \quad (3.3)$$

Se o valor de  $T$  for suficientemente longo, a probabilidade  $P$  é dada por:

$$P[x \leq x(t) \leq x + \Delta x] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \quad (3.4)$$

onde  $T_x$  é o somatório de  $\Delta t_1$  a  $\Delta t_i$ .

Para pequenos valores de  $\Delta x$ , a PDF, chamada em geral de  $p(x)$ , pode ser definida como:

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x \leq x(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \right] \quad (3.5)$$

Algumas propriedades estatísticas do processo aleatório podem ser obtidas a partir da PDF. A média,  $\mu_x$ , e a média quadrática,  $\Psi_x^2$ , podem ser calculadas de acordo com as Equações (3.6) e (3.7), respectivamente:

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx \quad (3.6)$$

$$\Psi_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x)dx \quad (3.7)$$

O processo é chamado de Gaussiano se a PDF possuir uma distribuição em forma de sino, conforme mostra a Figura 3.5.

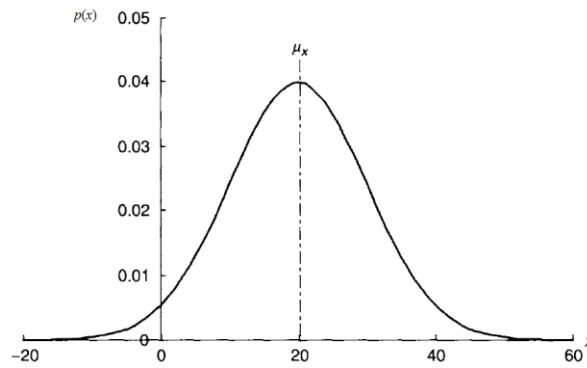


Figura 3.5 – PDF para um processo Gaussiano

Fonte: Adaptado de Newland, 1993.

A Figura 3.6 mostra um típico sinal de banda larga e a distribuição de probabilidade Gaussiana do mesmo.



Figura 3.6 – Processo de banda larga com distribuição Gaussiana

Para este caso, a PDF é dada por:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right] \quad -\infty < x < +\infty \quad (3.8)$$

onde:

$\sigma_x$  é o desvio padrão do processo.

Outra importante distribuição de probabilidade é a PDF de Rayleigh, que pode ser dada por (conforme Figura 2.1):

$$p(x) = \frac{x}{\sigma_x^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] \quad 0 < x < +\infty \quad (3.9)$$

### 3.2.3 Transformada de Fourier

Qualquer sinal periódico representado no domínio do tempo pode ser representado por um somatório de funções senoidais, com diferentes amplitudes, frequências e fases. Se  $x(t)$  for uma função periódica com período de tempo  $T$ ,  $x(t)$  pode ser definido por uma série trigonométrica infinita, conforme a Equação (3.10) [Bendat e Piersol, 1971]:

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + B_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right] \quad (3.10)$$

onde:

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) dt$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt$$

A série de Fourier também pode ser expressa utilizando-se coeficientes complexos, resultando em:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i2\pi kt/T} \quad (3.11)$$

onde os coeficientes complexos,  $C_k$  são dados por:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) e^{-i2\pi kt/T} dt \quad (3.12)$$

A série de Fourier é válida para funções periódicas. As funções não-periódicas são tratadas como um caso especial de sinais periódicos, para  $T$  tendendo a infinito, dando origem a transformada de Fourier. A transformada de Fourier pode ser considerada como o limite da

série de Fourier  $x(t)$  quando  $T$  tende a infinito, conforme mostra a Equação (3.13), oriunda da Equação (3.11):

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) e^{-i2\pi kt/T} dt \right) e^{i2\pi kt/T} \quad (3.13)$$

Se a frequência do  $k$ -ésimo harmônico,  $\omega_k$ , em rad/s é dada por:

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T} \quad (3.14)$$

E o espaçamento entre funções periódicas adjacentes,  $\Delta\omega$ , é:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3.15)$$

A Equação (3.13) fica:

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) e^{-ik\Delta\omega t} dt \right) e^{ik\Delta\omega t} \quad (3.16)$$

Como  $T$  tende a infinito,  $\Delta\omega$ , torna-se infinitesimal, e o somatório torna-se uma integral, originando-se, a partir da Equação (3.16), o par de transformadas de Fourier, conforme as Equações (3.17) e (3.18):

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.17)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.18)$$

A função  $X(\omega)$  é a transformada de Fourier de  $x(t)$ , e  $x(t)$  é a transformada inversa de Fourier de  $X(\omega)$ .

### 3.2.4 Função de Autocorrelação

A função de autocorrelação indica o quanto o sinal é correlacionado com ele mesmo em instantes de tempo distintos. A função de autocorrelação pode ser equacionada como segue [Bendat e Piersol, 1971]:

$$R_x(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] \quad (3.19)$$

Para processos aleatórios e estacionários, a função de autocorrelação é invariante no tempo e a Equação (3.19) pode ser escrita como:

$$R_x(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (3.20)$$

### 3.2.5 Função de Correlação Cruzada

A função de correlação cruzada de dois conjuntos de dados aleatórios descreve a dependência de um dos conjuntos de dados em relação ao outro. Em outras palavras: descreve o quanto dois processos estão correlacionados. A Figura 3.7 mostra como a correlação cruzada é obtida [Bendat e Piersol, 1971].

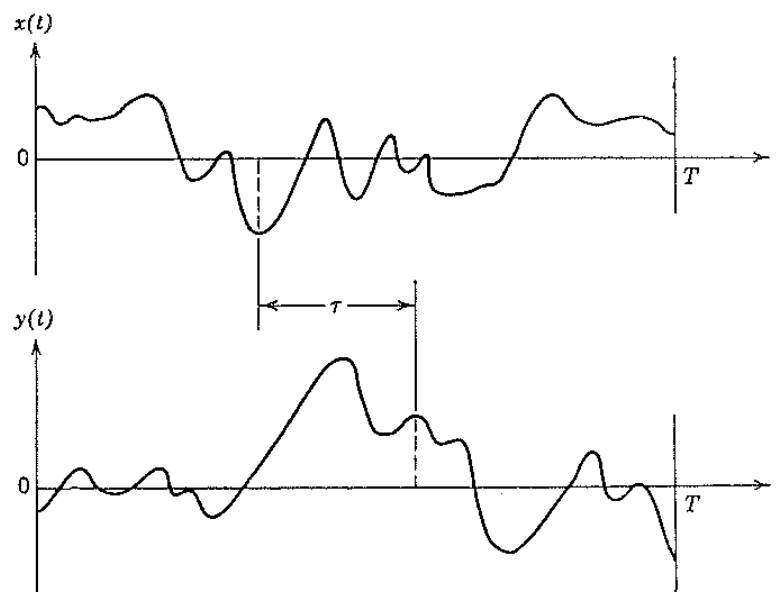


Figura 3.7 – Medição de correlação cruzada

Fonte: Bendat e Piersol, 1971.

A função de correlação cruzada pode ser equacionada como segue:

$$R_{xy}(t_1, t_2) = E[x(t_1)y(t_2)] \quad (3.21)$$

Para processos aleatórios e estacionários, a função de correlação cruzada é invariante no tempo e a Equação (3.21) pode ser escrita como:

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T x(t)y(t+\tau) dt \quad (3.22)$$

Por outro lado, tem-se que:

$$R_{yx}(\tau) = E[y(t)x(t+\tau)] \quad (3.23)$$

Das Equações (3.22) e (3.23), conclui-se que:

$$R_{yx}(\tau) = R_{xy}(-\tau) \quad (3.24)$$

### 3.2.6 Densidade Espectral de Potência - *Power Spectral Density Function* - PSD

A Densidade Espectral de Potência descreve a composição em frequência de um dado aleatório em termos da densidade espectral do seu valor médio quadrático [Bendat e Piersol, 1971].

Para um processo estacionário, a PSD bilateral ou *two-sided* pode ser relacionada com a função de autocorrelação através da transformada de Fourier, conforme a Equação (3.25):

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.25)$$

Em problemas estruturais, as frequências negativas não possuem sentido físico. Nestes casos, apenas as frequências positivas da PSD são utilizadas, ou seja, a PSD unilateral ou *one-sided*, que é obtida de acordo com a Equação (3.26) e mostrada na Figura 3.8.

$$G_x(f) = 2S_x(f) \quad 0 \leq f \leq \infty \quad (3.26)$$

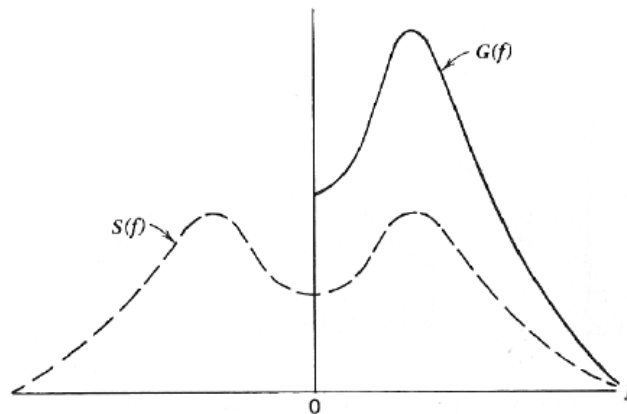


Figura 3.8 – PSD bilateral e unilateral

Fonte: Bendat e Piersol, 1971.

### 3.2.7 Espectro Cruzado de Potência - *Cross Spectral Density Function* - CSD

Assim como a PSD pode ser obtida através da transformada de Fourier da função de autocorrelação, a CSD de um par de históricos temporais pode ser obtida através da transformada de Fourier da função de correlação cruzada, conforme segue [Bendat e Piersol, 1971]:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.27)$$

Da Equação (3.24) pode-se concluir que:

$$S_{xy}(-f) = S_{xy}^*(f) = S_{yx}(f) \quad (3.28)$$

Novamente, uma vez que frequências negativas não têm sentido físico, considera-se a CSD unilateral, como segue:

$$G_{xy}(f) = 2S_{xy}(f) \quad 0 \leq f \leq \infty \quad (3.29)$$

Como a função de correlação cruzada não é uma função par, A CSD é geralmente um número complexo e pode ser representado por:

$$G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f) \quad (3.30)$$

onde:

$C_{xy}(f)$  é chamado de função densidade espectral coincidente ou (*co-spectrum*);

$Q_{xy}(f)$  é chamado de função densidade espectral quadratura ou (*quad-spectrum*).

### 3.2.8 Transformada Rápida de Fourier - *Fast Fourier Transform* - FFT

Quando o processo é classificado como aleatório, estacionário e ergódico, é possível avaliá-lo através de apenas uma amostra temporal da variável aleatória. Este procedimento é comum na aquisição de dados experimentais. Nestes casos, as amostras são compostas de registros temporais discretos ao invés de contínuos. Existem dois métodos mais comumente empregados para estimar a PSD e CSD para sinais aleatórios, estacionários e digitalizados. Um dos métodos, chamado de *standard* ou *Blackman-Tukey* estima a PSD baseando-se na transformada da Fourier da função de autocorrelação, enquanto o outro método, chamado de *Cooley-Tukey* estima a PSD através da transformada rápida de Fourier - FFT em uma faixa finita, diretamente através dos dados originais. Este método é superior ao anterior, por ser mais eficiente em termos computacionais e por este motivo será apresentado a seguir [Bendat e Piersol, 1971].

A FFT é um algoritmo eficiente em termos computacionais para a obtenção da transformada discreta de Fourier. Para que seja possível estimar a PSD pelo método de *Cooley Tukey*, deve-se primeiramente calcular a FFT dos dados aleatórios. Este procedimento pode ser feito através da Equação (3.31):

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (3.31)$$



Assumindo-se que a variável aleatória  $x(t)$  é amostrada em  $N$  pontos igualmente espaçados de  $h$ , conforme a Figura 3.9.

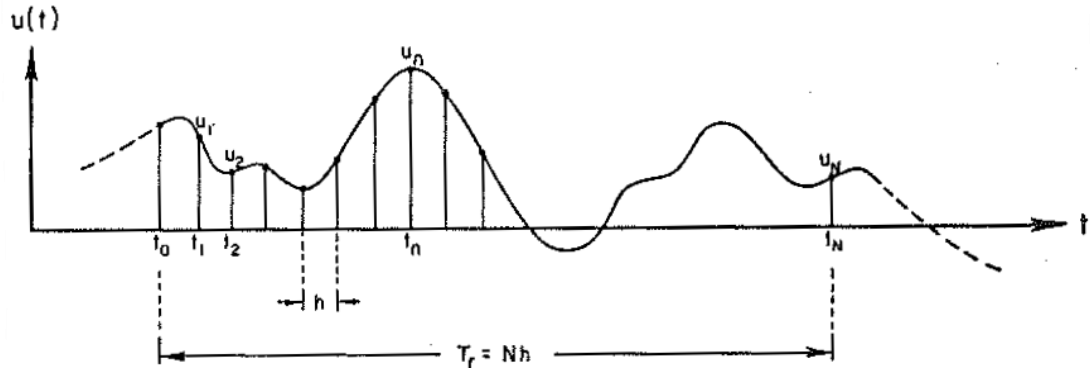


Figura 3.9 – Amostragem de um sinal contínuo

Fonte: Bendat e Piersol, 1971.

A forma discreta da Equação (3.31) é dada por:

$$X(f, T) = h \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi f n h} \quad (3.32)$$

onde:

$$x_n = x(nh) \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Os valores discretos das frequências são dados por:

$$f_k = k f_0 = \frac{k}{T} = \frac{k}{Nh} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.33)$$

Nessas frequências, a FFT é dada por:

$$X_k = \frac{X(f_k, T)}{h} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j \frac{2\pi k n}{N}} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.34)$$

É oportuno salientar que os resultados possuem valores únicos somente até  $N/2$ , que corresponde ao ponto onde ocorre a frequência de corte de Nyquist, que será detalhada no item 3.3.1 desta dissertação.

### 3.2.9 PSD Estimada Via FFT

Conforme salientado anteriormente, pode-se estimar a PSD diretamente dos dados originais através do uso da FFT. A princípio, qualquer tamanho de amostra pode ser considerado, mas na prática, os programas trabalham com tamanho dado pela Equação (3.35) [Bendat e Piersol, 1971]:

$$N = 2^l \quad (3.35)$$

Sendo assim, as amostras devem ser truncadas em  $2^l$  ou devem ter zeros adicionados para que fiquem com a dimensão dada pela Equação (3.35).

A estimativa de PSD fica da forma:

$$\tilde{G}_x(f) = \frac{2}{T} |X(f, T)|^2 \quad (3.36)$$

Das Equações (3.32), (3.33), e (3.34), a Equação (3.36) fica:

$$\tilde{G}_k(f) = \tilde{G}_x(f_k) = \frac{2}{Nh} |X(f_k, T)|^2 = \frac{2h}{N} |X_k|^2 \quad (3.37)$$

### 3.2.10 CSD Estimada Via FFT

A CSD é estimada de forma semelhante a PSD. Assumindo-se dois históricos temporais  $x_n$  e  $y_n$ , ambos com tamanho  $N$  das amostras, a CSD discreta é dada por:

$$\tilde{G}_{xy}(f_k) = \frac{2h}{N} |X_k^* Y_k| \quad (3.38)$$

onde:

$X_k^*$  é o complexo conjugado de  $X_k$ .

### 3.3 Instrumentação

A partir do uso de acelerômetros, é possível determinar as acelerações atuantes na estrutura. Neste trabalho, uma região específica foi instrumentada de modo que as acelerações verticais nesta região fossem obtidas. Estas acelerações foram utilizadas, posteriormente, como dados de entrada nas análises de fadiga espectral.

#### 3.3.1 Frequência de Nyquist e *Aliasing*

Segundo o Teorema de Nyquist, para que um sinal contínuo possa ser integralmente representado através de amostras igualmente espaçadas, a quantidade de amostras por unidade de tempo, chamado de taxa ou frequência de amostragem deste sinal, deve ser maior que o dobro da maior frequência contida neste. A metade da frequência de amostragem é chamada de frequência de Nyquist, que corresponde ao valor máximo de frequência do sinal que pode ser reproduzido sem perdas. Em outras palavras, o Teorema diz que a frequência de amostragem deve ser, no mínimo, igual a duas vezes a maior frequência que se está medindo para que o sinal original possa ser corretamente representado [Bendat e Piersol, 1971; Newland, 1993].

Se a frequência de amostragem for inferior ao dobro da frequência mais alta presente no sinal, ocorre um fenômeno conhecido como *aliasing*, também chamado de mascaramento, disfarce ou dobramento espectral. Este fenômeno mascara uma frequência alta, como se fosse baixa. Um exemplo clássico de *aliasing* pode ser visto nos antigos filmes de faroeste onde as rodas das carruagens parecem se mover no sentido contrário. A Figura 3.10 apresenta graficamente o mascaramento de frequência [Bendat e Piersol, 1971; Newland, 1993; Catman, 2005].

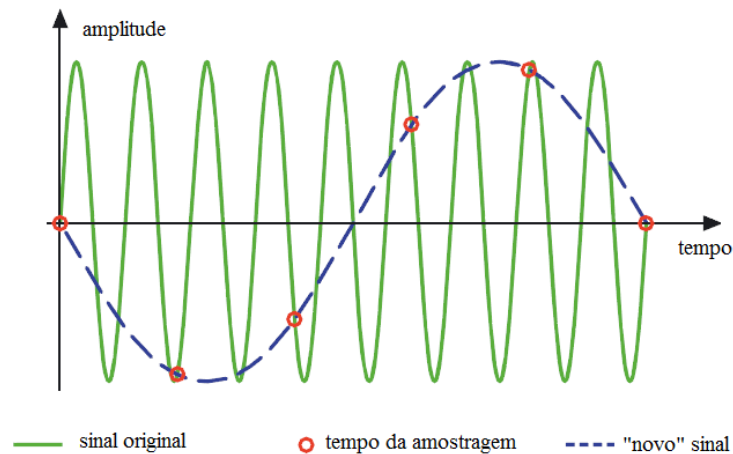


Figura 3.10 – Fenômeno de mascaramento de frequência, ou *aliasing*

Fonte: Adaptado de Catman, 2005.

A linha sólida da Figura 3.10 mostra o sinal original, que é amostrado em certos instantes de tempo (círculos), resultando na curva tracejada. Esta curva mostra o sinal gerado quando a frequência de amostragem é inferior à dada pelo Teorema de Nyquist.

Não se pode garantir que o sinal não possua componentes de frequência acima da frequência de Nyquist. Equipamentos como acelerômetros podem possuir faixa de operação da ordem de kHz e, ainda que a frequência de interesse do sinal medido situe-se em uma faixa muito inferior a esta, o acelerômetro poderá ter, por diversos motivos, tais como ruído ou interferência no sinal adquirido, componentes de frequências acima da frequência de Nyquist. Para evitar *aliasing* neste tipo de situação, a frequência de amostragem deve ser extremamente alta, o que exige grande quantidade de dados a serem armazenados.

Na prática, os dados são filtrados antes da amostragem por um filtro passa-baixa, neste caso, chamados de filtros *anti-aliasing*. A frequência de corte do sinal deve ser igual ou menor que a frequência de Nyquist para que, desta forma, possa-se garantir que não haverá componentes de frequência superiores a frequência de Nyquist, evitando o fenômeno de *aliasing*. A Figura 3.11 mostra de forma esquemática um filtro passa-baixa ideal.

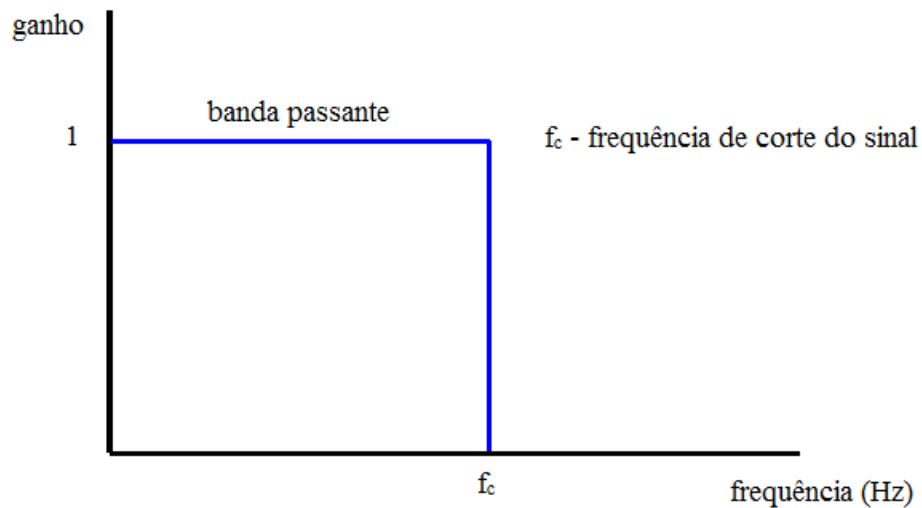


Figura 3.11 – Filtro passa-baixa ideal.

### 3.3.2 Escala de Frequências

Como a FFT é uma transformada discreta, existe uma conexão com a frequência de Nyquist e com o teorema da amostragem. Para um número  $N$  de amostras, o intervalo de frequência entre os pontos de dados do espectro será [Bishop, 1999]:

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t} \quad (3.39)$$

A informação estará contida exclusivamente nos respectivos pontos de dados. Sendo assim, aumentando-se o número de amostras, reduz-se a escala e, conseqüentemente, aumenta-se o número de informações, ainda que isso represente maior esforço computacional.

### 3.3.3 Janela de Dados

A conexão entre os sinais contínuos no tempo e as informações digitalizadas, dados por Nyquist não são suficientes para garantir boa qualidade dos dados medidos. O início e o fim da amostragem devem ser avaliados com cuidado no intuito de evitar o vazamento espectral ou *spectral leakage*. Quando o começo e o fim da amostragem são realizados de forma repentina, há um comprometimento da resolução de frequência, ocorrendo um "vazamento" de energia para as frequências adjacentes [Bishop, 1999].

A Figura 3.12 mostra um exemplo de vazamento espectral. O sinal é formado por uma onda senoidal com frequência de 6 Hz. Se o sinal for adquirido em um intervalo de 1 segundo, serão vistos 6 ciclos completos no intervalo. Calculando-se a PSD deste sinal, o gráfico apresenta um único pico em 6 Hz. Realizando-se o mesmo teste com uma onda senoidal de frequência 4,8 Hz, a FFT assume que a janela contendo 4,8 ciclos estará unida a uma janela anterior e outra posterior, o que introduz frequências adicionais ao espectro, além do pico em 4,8 Hz [Bishop, 1999].

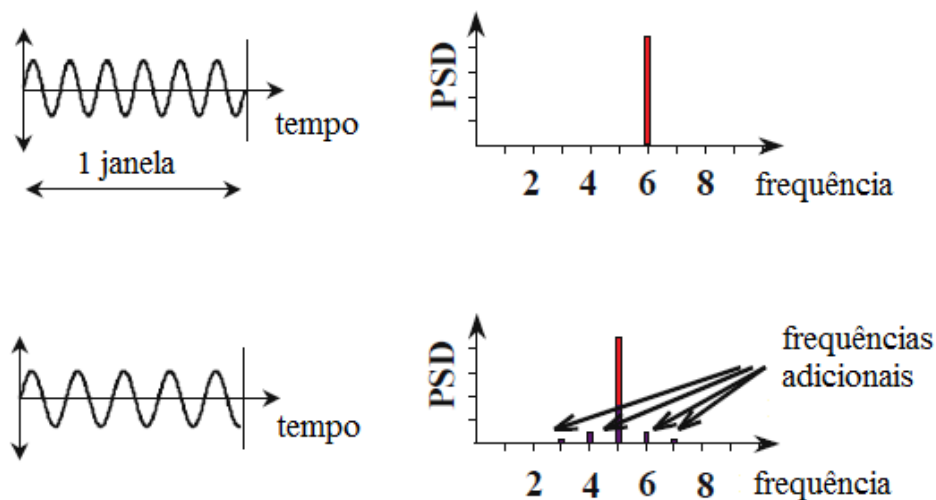


Figura 3.12 – Vazamento espectral – *Spectral leakage*

Fonte: Adaptado de Bishop, 1999.

Para reduzir este efeito, indica-se o uso de janelas de dados. Com elas é possível suavizar o início e o fim de um bloco de dados. Há diversas janelas e não há consenso sobre qual a melhor. Há unanimidade, no entanto, sobre o não uso de janelas. Na verdade, o fato de não se utilizar janela em um bloco de dados é o equivalente a utilizar uma janela retangular, justamente a menos indicada por causar início e fim abruptos na amostragem, o que gera o vazamento espectral [Bishop, 1999].

Dentre as principais janelas de dados, destacam-se: Hamming, Von Hann (Hanning), Kaiser-Bessel e Blackman-Harris. Essas janelas são representadas pelos coeficientes aplicados na Equação (3.40):

$$w(n) = a_1 + a_2 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + a_3 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) + a_4 \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right) \quad (3.40)$$

onde:

$a_1, a_2, a_3, a_4$ : são os coeficientes que dependem do tipo de janela escolhido;

$n$ : é um ponto de dado;

$N$ : é o número total de pontos de dados da janela.

A Tabela 3.1 apresenta os coeficientes da Equação (3.40) de acordo com o tipo de janela de dados.

Tabela 3.1 – Coeficientes das principais equações de janelas de dados

Janelas de Dados - Coeficientes				
Janela	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
Retangular	1	0	0	0
Hamming	0,54	-0,46	0	0
Von Hann (Hanning)	0,5	-0,5	0	0
Blackman - Harris	0,358	-0,488	0,141	-0,011
Kaiser-Bessel	0,402	-0,498	0,098	-0,001

A Figura 3.13 apresenta as curvas das equações das janelas de dados previamente apresentadas na Tabela 3.1.

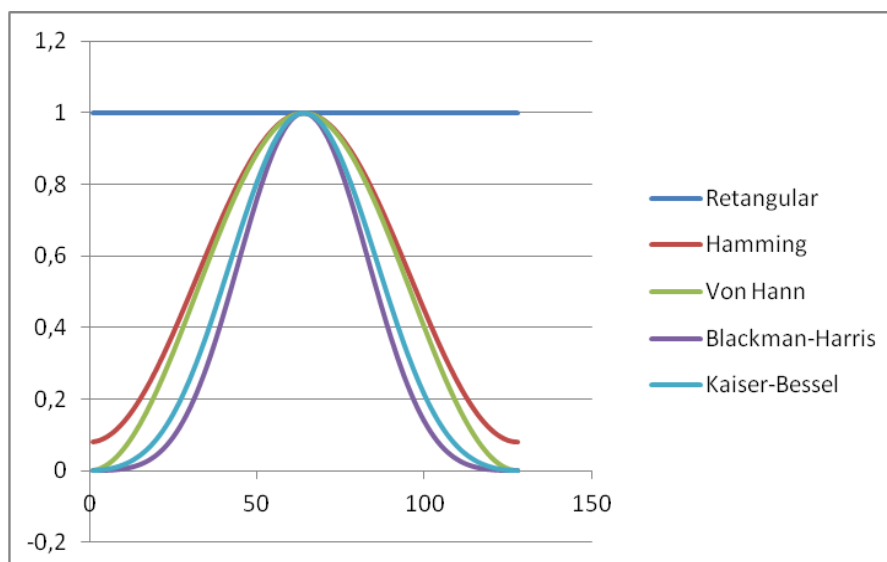


Figura 3.13 – Curvas das principais equações de janelas de dados

Ainda que não exista uma janela única que seja melhor que as demais, uma solução prática para a escolha da janela mais adequada é testar os dados com diferentes janelas e escolher a que oferece os "melhores" resultados.

### 3.3.4 Acelerômetros

Os acelerômetros são sensores ou transdutores destinados a medir acelerações de um corpo. A aceleração pode ser obtida segundo uma, duas ou três direções, utilizando acelerômetros uni, bi ou triaxiais, respectivamente.

A maioria dos acelerômetros é constituído por uma massa suspensa e por uma estrutura fixa. Este mecanismo pode ser considerado um sistema massa-mola, que se encontra no interior de um sensor, que por sua vez está unido ao corpo. Quando ocorre a aceleração do corpo onde o acelerômetro está fixado, a inércia faz com que a massa resista. A força exercida pela massa é equilibrada pela mola e, como o deslocamento permitido pela mola é proporcional à força aplicada, a aceleração do corpo é proporcional ao deslocamento da massa.

Os acelerômetros são largamente aplicados na indústria com propósitos de medição, monitoramento e controle.

Estes equipamentos são fabricados segundo alguns diferentes princípios físicos e técnicas construtivas. Os principais tipos de acelerômetros são:

- **Eletro-mecânicos:** Também denominados de servo-acelerômetros. São baseados na Lei de Ampère e são geralmente empregados para medidas de baixas amplitudes (tipicamente  $< 1$  g), e baixas frequências. Possuem alta exatidão e alto nível de saída, mas a um custo considerado elevado.
- **Piezoelétricos:** Os acelerômetros piezoelétricos são amplamente utilizados para medição de aceleração, choque e vibrações. Sua sensibilidade pode ser considerada baixa em relação a outros tipos, mas possuem a maior faixa dinâmica de operação tanto em amplitude quanto em frequência. A essência do funcionamento desse tipo de acelerômetro é o material piezoelétrico, usualmente, uma cerâmica ferro-elétrica polarizada artificialmente. Quando mecanicamente tensionada, gera uma carga elétrica que polariza as suas faces, proporcionalmente a tensão aplicada.
- **Resistivos:** Empregam extensômetros resistivos de diferentes tipos e arranjos de ponte de Wheatstone. Sua sensibilidade pode ser sensivelmente aumentada com extensômetros semicondutores com um elevado *gage factor*, sendo neste caso normalmente



denominados de piezo-resistivo. São muito úteis na medição de vibrações a frequências muito baixas ( $<1$  Hz).

- **Sísmicos:** Podem ser construídos de diversas maneiras. Em alguns desses transdutores utiliza-se o modelo de uma massa suspensa e um sistema de transdução baseado em um potenciômetro. Operam em baixas faixas de frequências ( $<100$  Hz) e são indicados para vibrações com lentas variações no seu valor de aceleração.

- **Capacitivos:** São baseados no princípio da mudança de capacitância proporcional a uma aceleração aplicada.

### 3.3.4.1 Acelerômetros Capacitivos

São compostos internamente por um par de elementos capacitivos separados por um dielétrico. A capacitância é alterada pela aceleração exercida sobre a massa de um dos elementos, fazendo com que este comprima o dielétrico, reduzindo a distância entre eles. Essa variação na distância produz o sinal elétrico de saída proporcional à aceleração.

São utilizados para medições de acelerações em faixa de frequências de 1 a 1000 Hz. Possuem fabricação robusta, sendo ideais para aplicação em locais onde há riscos de interferências mecânicas ou impactos. A Figura 3.14 mostra desenhos esquemáticos de um acelerômetro capacitivo, bem como seu princípio de funcionamento.

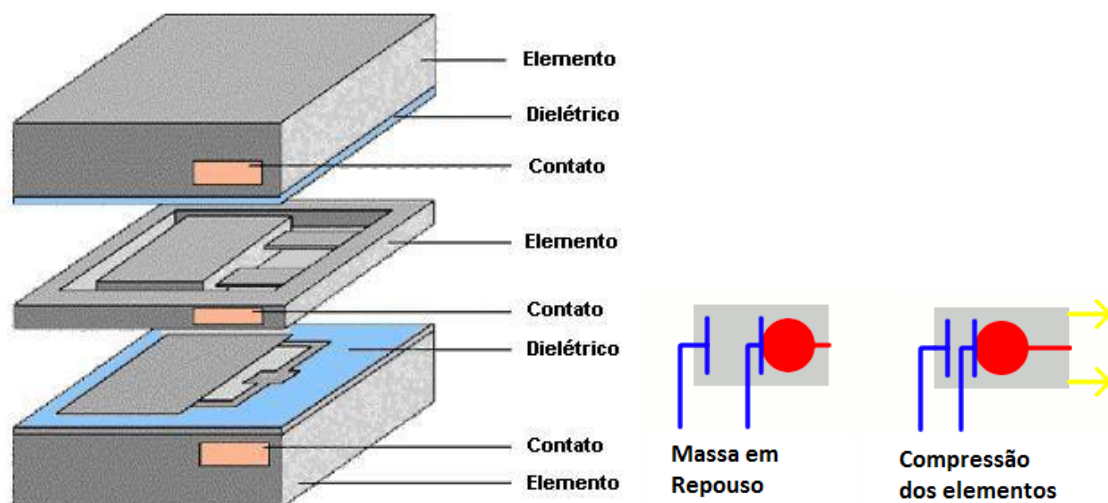


Figura 3.14 – Desenho esquemático de um acelerômetro capacitivo

### 3.4 Função Resposta em Frequência

A Função Resposta em Frequência (FRF) pode ser definida como uma relação entre entrada e saída de sistemas físicos. A saída de um sistema físico pode ser chamada de resposta, enquanto a entrada pode ser chamada de excitação. Em termos matemáticos, a FRF é definida como a transformada de Fourier da resposta dividida pela transformada de Fourier da excitação. Pode ser determinada de forma numérica, através de softwares baseados no MEF ou através de procedimentos experimentais. Uma maneira intuitiva de obter a FRF é aplicando-se excitações senoidais experimentalmente ou através de uma análise em um *software* de Elementos Finitos, varrendo-se uma determinada gama de frequências e obter a amplitude da resposta da estrutura para cada frequência analisada [Bishop e Sherratt, 2000].

Aplicando-se em um sistema uma excitação senoidal que varie em relação ao tempo, a resposta do sistema também irá variar de forma senoidal. As Equações (3.41) e (3.42) apresentam excitação e resposta senoidais em forma exponencial, respectivamente:

$$p(t) = Pe^{i\omega t} \quad (3.41)$$

$$x(t) = Xe^{i\omega t} \quad (3.42)$$

A FRF complexa pode ser dada por:

$$H(i\omega) = \frac{X}{P} \quad (3.43)$$

#### 3.4.1 Função Resposta em Frequência para Sistemas com 1GDL

Considerando um sistema de um GDL, como o sistema massa, mola, amortecedor da Figura 3.15, a equação do movimento no domínio do tempo pode ser dada pela Equação (3.44):

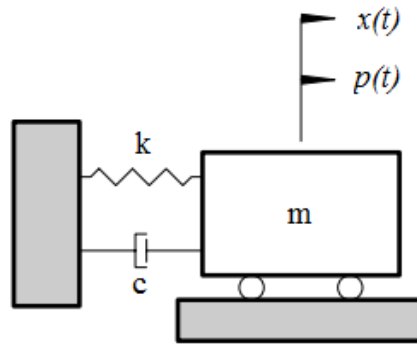


Figura 3.15 – Sistema massa, mola, amortecedor de 1GDL

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p(t) \quad (3.44)$$

onde:

$m$  é a massa do sistema;

$c$  é o amortecimento do sistema;

$k$  é a rigidez da mola do sistema;

$p(t)$  é a excitação do sistema.

Assumindo-se  $p(t)$  como sendo dado pela Equação (3.41) e calculando-se a transformada de Fourier da Equação (3.44), encontra-se a equação do movimento no domínio da frequência, dada por:

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k)X(\omega) = P(\omega) \quad (3.45)$$

Utilizando-se a definição da FRF, dada pela Equação (3.43), a FRF para um sistema com 1 GDL fica:

$$H(i\omega) = \frac{1}{(-m\omega^2 + ic\omega + k)} \quad (3.46)$$

E a Equação (3.44) pode ser reescrita como:

$$X(\omega) = H(i\omega) \cdot P(\omega) \quad (3.47)$$

### 3.4.2 Função Resposta em Frequência para Sistemas com NGDL

Antes de se definir a FRF para um sistema com N Graus de Liberdade, deve-se apresentar a solução da equação do equilíbrio dinâmico para sistemas com N GDL.

A equação que descreve o comportamento dinâmico de estruturas com N GDL, é dada por [Alves Filho, 2005]:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F(t)\} \quad (3.48)$$

onde:

$[M]$  é a matriz de massa global do sistema;

$[C]$  é a matriz de amortecimento global do sistema;

$[K]$  é a matriz de rigidez global do sistema;

$\{U\}$  é o vetor de deslocamentos do sistema;

$\{F(t)\}$  é o vetor de carregamentos do sistema.

A Equação (3.48) pode ser vista como um sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem. Para resolvê-la existem dois principais métodos: Método da Integração Direta e Método da Superposição Modal [Alves Filho, 2005].

O Método da Integração direta, como sugere o nome, diz que a solução do sistema deve ser realizada através da integração do sistema de equações diferenciais, respeitando o acoplamento entre elas. Este método costuma ser "caro" computacionalmente [Alves Filho, 2005].

O Método da Superposição Modal pode ser aplicado em sistemas lineares e consiste, basicamente, em uma mudança de base, passando-se das coordenadas nodais para as coordenadas generalizadas [Bathe, 1996]. Desta forma, as equações passam a ser desacopladas, permitindo que sejam resolvidas de forma independente e a resposta é dada pela superposição das respostas de cada equação. Este método costuma ser mais econômico computacionalmente.

O Método da Superposição Modal pode ser dividido em duas etapas: análise modal e determinação dos fatores de participação modal.

Na análise modal, a Equação (3.48) pode ser resolvida ignorando-se o amortecimento e assumindo que  $\{F(t)\}$  é nulo, ou seja, considerando a estrutura sob vibração livre sem

amortecimento. O amortecimento não é considerado, pois seu valor é pequeno nas aplicações de vibrações estruturais, fazendo com que os modos de vibrar e frequências naturais praticamente não sofram influência deste. A equação então fica [Alves Filho, 2005]:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0 \quad (3.49)$$

Admitindo que durante a vibração livre cada grau de liberdade da estrutura executa um movimento harmônico, tem-se que:

$$\{U(t)\} = \{U_0(t)\} \text{sen}(\omega t) \quad (3.50)$$

onde:

$\{U_0(t)\}$  é o vetor das amplitudes de oscilação.

A segunda derivada da Equação (3.50) é dada por:

$$\{\ddot{U}(t)\} = -\{U_0(t)\} \omega^2 \text{sen}(\omega t) \quad (3.51)$$

Substituindo-se as Equações (3.50) e (3.51) e na Equação (3.49) e simplificando-se, encontra-se:

$$([K] - \omega^2 [M]) \cdot \{U_0\} = 0 \quad (3.52)$$

A solução trivial da Equação (3.52) é dada para  $\{U_0\} = 0$ , o que não representa vibrações na estrutura. A solução não trivial é obtida para  $([K] - \omega^2 [M]) = \{0\}$ , tendo como incógnita  $\omega^2$ , que é resolvida como segue:

$$\det([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (3.53)$$

onde:

$\omega^2$  são os quadrados das frequências naturais dos  $n$  possíveis modos de vibrar da estrutura.

Por simplicidade, pode-se substituir  $\omega^2$  por  $\lambda$ , resultando na equação de frequência do sistema, dada por:

$$\det([K] - \lambda[M]) = 0 \quad (3.54)$$

onde:

$\lambda$  são os autovalores do sistema - frequências naturais.

Os autovalores  $\lambda$  são as raízes do polinômio característico, dado por:

$$p(\lambda) = \det([K] - \lambda \cdot [M]) \quad (3.55)$$

Uma vez que cada autovalor corresponde a um modo de vibrar, dado pelos autovetores, pode-se escrever:

$$([K] - \lambda_i \cdot [M]) \cdot \{\phi_i\} = \{0\} \quad (3.56)$$

onde:

$\phi_i$  são os autovetores - modos naturais de vibrar da estrutura.

De posse das Equações (3.55) e (3.56), definem-se os parâmetros da análise modal, ou seja, as frequências naturais da estrutura, dados pelos autovalores, bem como os modos de vibrar associados a estas frequências, dados pelos autovetores. O próximo passo passa a ser a definição do fator de participação de cada um dos modos na resposta dinâmica [Alves Filho, 2005].

Na definição dos fatores de participação modal, a propriedade de ortogonalidade dos autovetores tem papel fundamental. Uma vez que os autovetores são ortogonais entre si, na base n-dimensional, onde n é o número de modos de vibrar, é possível que se encontre a resposta dinâmica da estrutura a partir da combinação linear de cada um destes modos, ou seja, a resposta é dada pelo somatório dos modos de vibrar da estrutura, multiplicados pelo seu respectivo fator de participação. A hipótese da superposição modal é dada por [Alves Filho, 2005]:

$$\{U(t)\} = y_1 \{\phi_1\} + y_2 \{\phi_2\} + y_3 \{\phi_3\} + \dots + y_n \{\phi_n\} = \sum_{i=1}^n y_i(t) \{\phi_i\} \quad (3.57)$$

onde:

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  são os fatores de participação associados aos modos  $\phi_i$ .

De acordo com a propriedade de ortogonalidade, pode-se escrever, para  $i \neq j$ :

$$\{\phi_j\}^T [K] \{\phi_i\} = 0 \quad (3.58)$$

$$\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_i\} = 0 \quad (3.59)$$

$$\{\phi_j\}^T [C] \{\phi_i\} = 0 \quad (3.60)$$

Pode-se escrever ainda que:

$$\{\phi_i\}^T [K] \{\phi_i\} = k_i \quad (3.61)$$

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} = m_i \quad (3.62)$$

$$\{\phi_i\}^T [C] \{\phi_i\} = c_i \quad (3.63)$$

$$\{\phi_i\}^T \{F(t)\} = f_i \quad (3.64)$$

onde:

$k_i$  é a rigidez generalizada para o modo  $i$ ;

$m_i$  é a massa generalizada para o modo  $i$ ;

$c_i$  é o amortecimento generalizado para o modo  $i$ ;

$f_i$  é a força generalizada para o modo  $i$ .

Um sistema com  $N$  GDL apresentará  $n$  massas, rigidezes e amortecimentos generalizados [Alves Filho, 2005].

Substituindo-se a Equação (3.57) na Equação (3.48), utilizando-se as propriedades de ortogonalidade, dadas pelas Equações (3.58) a (3.60), bem como os conceitos de rigidez, massa, amortecimento e força generalizados, a resposta dinâmica da estrutura é dada, em coordenadas generalizadas, por:

$$m_i \cdot \ddot{y}_i(t) + c_i \cdot \dot{y}_i(t) + k_i \cdot y_i(t) = f_i(t) \quad (3.65)$$

De acordo com a Equação (3.65), percebe-se que o fator de participação modal pode ser definido resolvendo-se um sistema de um GDL em coordenadas generalizadas.

Para se obter a FRF para um sistema com N GDL, aplica-se a transformada de Fourier nos dois lados da Equação (3.65) e encontra-se:

$$[[k] - \omega^2 [m] + i\omega [c]] \{Y(i\omega)\} = \{F(i\omega)\} \quad (3.66)$$

onde:

$\{F(i\omega)\}$  é a transformada de Fourier do vetor  $f_i(t)$ ;

$\{Y(i\omega)\}$  é a transformada de Fourier de  $y_i(t)$ ;

$[k]$  é a matriz de rigidez generalizada;

$[m]$  é a matriz de massa generalizada.

A Equação (3.66) pode ser escrita como segue:

$$\{Y(i\omega)\} = [H(i\omega)] \cdot \{F(i\omega)\} \quad (3.67)$$

onde:

$$[H(i\omega)] = [-\omega^2 \cdot m + i\omega c + k]^{-1} \quad (3.68)$$

A resposta também pode ser dada em termos de deformação e tensão e a entrada pode ser dada em termos de velocidade, aceleração e deslocamento. A Figura 3.16 mostra um exemplo de FRF onde a resposta é dada em tensão e a entrada é dada em termos de força. [Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000].



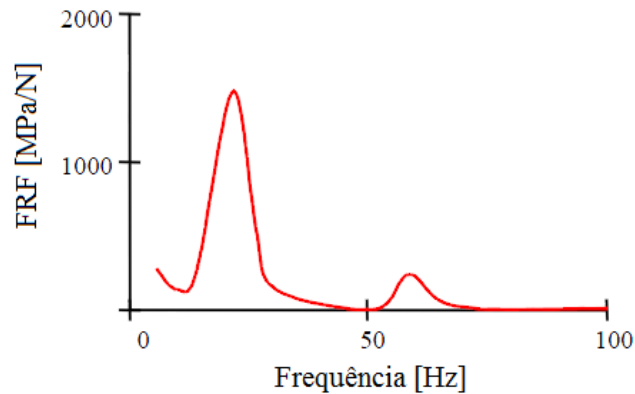


Figura 3.16 – FRF relacionando uma entrada de força com saída de tensão para um nó

Fonte: Adaptado de Halfpenny, 1999.

### 3.4.3 Resposta em PSD

De posse das densidades espectrais de excitação do sistema dinâmico e das FRF, é possível calcular a resposta do sistema, desde que seja respeitada a hipótese de linearidade.

A resposta pode ser dada para um sistema com única entrada ou com múltiplas entradas.

Para um sistema com única entrada, a resposta em termos de densidade espectral de potência e espectro de potência cruzado, ambos bilaterais, é dada por [Bendat & Piersol, 1971]:

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f) \quad (3.69)$$

$$S_{xy}(f) = H(f) S_x(f) \quad (3.70)$$

onde:

$|H(f)|$  é chamado de fator ganho.

Em termos de espectros unilaterais, as equações ficam:

$$G_y(f) = |H(f)|^2 G_x(f) \quad (3.71)$$

$$G_{xy}(f) = H(f) G_x(f) \quad (3.72)$$

Para sistemas com múltiplas entradas, conforme o exemplo da Figura 3.17, a resposta em termos de espectros bilaterais é dada por [Bendat & Piersol, 1971]:

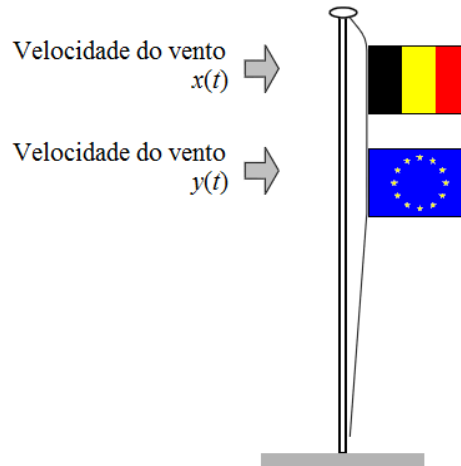


Figura 3.17 – Sistema com múltiplas entradas

Fonte: Adaptado de Halfpenny, 1999.

$$S_y(f) = \sum_{i=1}^q \sum_{i=1}^q H_i^*(f) H_i(f) S_{ij}(f) \quad (3.73)$$

onde:

$S_{ij}$  é a CSD entre as entradas  $x(t)$  e  $y(t)$ ;

$H_i^*(f)$  indica o complexo conjugado de  $H_i(f)$ .

Em termos de espectros unilaterais, a resposta é dada por:

$$G_y(f) = \sum_{i=1}^q \sum_{i=1}^q H_i^*(f) H_i(f) G_{ij}(f) \quad (3.74)$$

## 4. ANÁLISE DE VIDA EM FADIGA

### 4.1 Generalidades

Uma estrutura irá falhar quando deixar de atender a demanda para a qual é exigida. Os modos de falha em estruturas mecânicas podem ser dependentes ou independentes do tempo [Da Rosa, 1994].

Os modos de falha independentes do tempo são aqueles onde a probabilidade da falha ocorrer independe do tempo de vida do componente e são causados, principalmente por sobrecarga, acarretando em falha por ruptura ou empenamento do mesmo. Dentre os principais, citam-se: fratura dúctil ou frágil com material isento de defeitos, fratura na presença de defeitos no material, falha por escoamento, plastificação generalizada, fragilização por hidrogênio, flambagem, etc [Da Rosa, 1994].

Diferentemente do caso anterior, os modos de falha dependentes do tempo indicam perda da capacidade do material ou desgaste em função do tempo. Os principais modos de falha dependentes do tempo são: deformação plástica progressiva, corrosão, fluência e fadiga.

A fadiga mecânica pode ser definida como um termo que se aplica às mudanças ocorridas nas propriedades dos materiais metálicos devido a aplicações repetidas de tensão ou deformação. Usa-se o termo fadiga especialmente para os casos onde essas mudanças levam a falha do material [Suresh, 1998].

A maioria das falhas que ocorrem em componentes de máquinas e equipamentos estruturais deve-se a algum processo de fadiga. Dentre os principais processos de fadiga, podem-se citar: fadiga por fluência, fadiga termo-mecânica, fadiga por corrosão, fadiga por contato deslizante, etc. Essas falhas costumam ocorrer a níveis de tensão inferiores a tensão de escoamento do material [Suresh, 1998].

O alemão Wilhelm August Julius Albert foi o primeiro a observar uma falha por fadiga, em 1829, realizando testes em correntes de ferro sob solicitações cíclicas. Albert percebeu que as falhas nas correntes ocorriam mesmo com carregamentos que originavam tensões abaixo da tensão de escoamento do material, desde que estes fossem aplicados repetidamente.

A fadiga estrutural já foi investigada em materiais metálicos, não-metálicos, dúcteis, frágeis, monolíticos, compósitos, naturais e sintéticos. Apesar de estar sendo estudada há quase 200 anos, o assunto é tema de pesquisa até os dias de hoje [Suresh, 1998].

## 4.2 Nucleação, Propagação e Fratura

A falha de um componente por fadiga pode ser dividida em estágios que vão desde a nucleação da trinca até a falha catastrófica do mesmo. Em geral, uma falha por fadiga se dá de acordo com os seguintes estágios [Suresh, 1998]:

- Nucleação da trinca causada por mudanças na microestrutura do material;
- Criação de trincas microscópicas;
- Propagação e coalescência de trincas microscópicas originando uma trinca macroscópica;
- Propagação estável da trinca macroscópica;
- Instabilidade da estrutura ou fratura completa.

Dowling, 1993, divide o fenômeno em dois estágios, são eles:

- Nucleação e propagação da trinca por alguns grãos;
- Propagação da trinca até a falha.

Nas etapas de nucleação e propagação macroscópica das trincas, não são percebidas mudanças no comportamento da estrutura e, em geral, não há qualquer sinal de falha iminente. O dano costuma ser localizado apenas na região crítica da estrutura. Pode-se afirmar que os estágios de nucleação e propagação de uma trinca por fadiga são um processo lento, gradual, contínuo e irreversível. A Figura 4.1 mostra o crescimento de uma trinca por fadiga [Dowling, 1993].

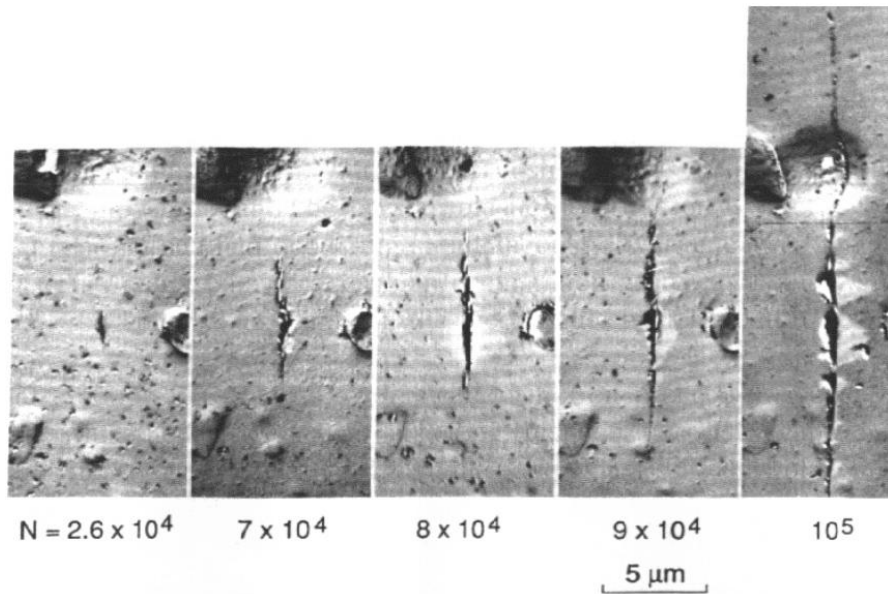


Figura 4.1 – Crescimento de uma trinca por fadiga

Fonte: Dowling, 1993.

A nucleação e a propagação de uma trinca por fadiga se dão pelo efeito das solicitações cíclicas que causam a formação de bandas de cisalhamento dos planos cristalinos e estas, por sua vez, criam intrusões e extrusões na superfície do material, conforme mostra a Figura 4.2 [Dowling, 1993].

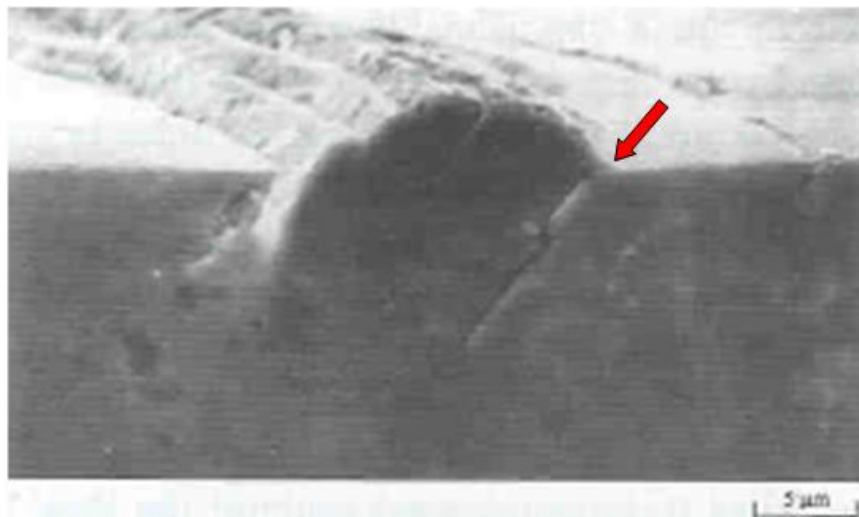


Figura 4.2 – Intrusões e extrusões criadas pelas bandas de cisalhamento

Fonte: Suresh, 1998.

A nucleação se dá de forma intergranular, bem como a propagação inicial por alguns grãos. Neste estágio a propagação ocorre a 45°, considerando um carregamento uniaxial, ou seja, no plano de máxima tensão cisalhante.

No segundo estágio, a propagação da trinca ocorre até a ruptura do componente e se dá de forma intragranular, com direção normal à máxima tensão principal, conforme mostra a Figura 4.3 [Dowling, 1993].

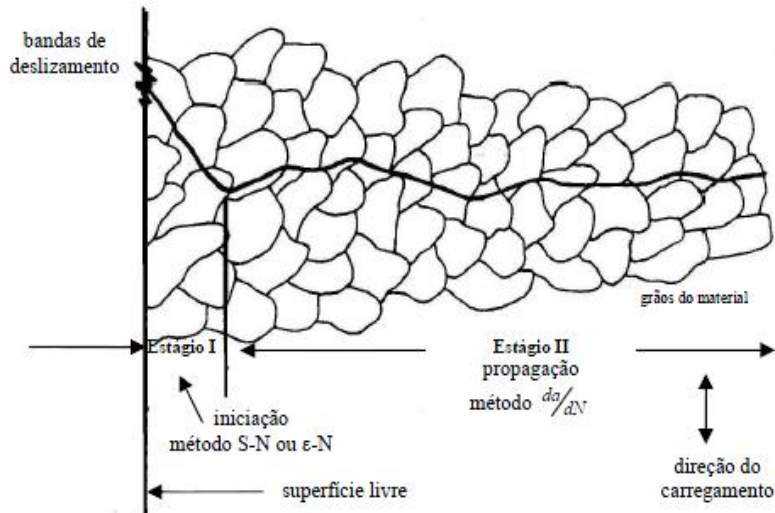


Figura 4.3 – Estágios de formação de uma trinca

Fonte: Adaptada de Dowling, 1993.

### 4.3 Critérios de Projeto

As condições de nucleação de uma microtrinca e a taxa de crescimento de uma trinca dominante por fadiga são fortemente influenciadas por uma ampla gama de fatores mecânicos microestruturais e ambientais. Em função disso, as principais diferenças entre filosofias de projeto à fadiga baseiam-se em como os estágios de nucleação e propagação da trinca são tratados quantitativamente. Abaixo são citadas as principais filosofias de projeto a fadiga.

- Vida total;
- Tolerância ao dano;
- Vida segura e falha segura.

### 4.4 Vida Total

Consideração clássica de projeto à fadiga. Envolve a caracterização da vida em fadiga em termos de variação de tensão ou deformações cíclicas. Este critério estabelece o número de ciclos necessários para iniciar uma trinca dominante ou macroscópica [Suresh, 1998].

#### 4.4.1 Método Tensão x Vida

O método S-N é de origem empírica e foi introduzido nos anos de 1860, pelo alemão A. Wöhler. Neste trabalho foi estabelecido o termo "limite de resistência", que caracteriza a amplitude de tensão aplicada em um material sem defeitos, abaixo da qual o mesmo terá vida infinita. É bastante difundido nos casos de fadiga de alto ciclo, principalmente na indústria automobilística [Suresh, 1998].

#### 4.4.2 O Limite de Fadiga

Antes de se abordar o limite de fadiga propriamente dito, algumas nomenclaturas de parâmetros de tensão que afetam a vida em fadiga de um componente, devem ser apresentadas, conforme Figura 4.4 [Suresh, 1998].

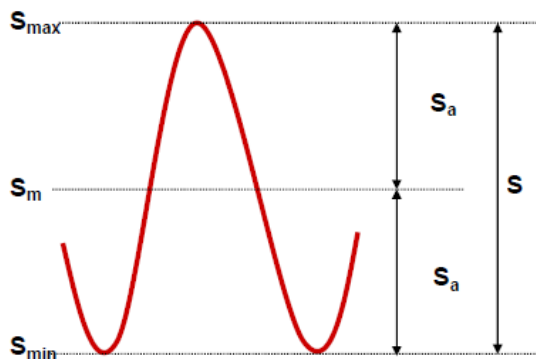


Figura 4.4 – Nomenclatura para parâmetros de tensão utilizados na vida em fadiga

Fonte: Adaptado de Suresh, 1998.

$$S = S_{\max} - S_{\min} \quad (4.1)$$

$$S_a = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} \quad (4.2)$$

$$S_m = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2} \quad (4.3)$$

onde:

$S$  é a variação de tensão;

$S_a$  é a componente de tensão alternada ou tensão de amplitude;

$S_m$  é a componente de tensão média.

A tensão média pode ser zero, como mostrado na Figura 4.5 a), para o caso de um carregamento alternado. Já para carregamentos flutuantes, Figura 4.5 b), ou repetidos, Figura 4.5 c), a tensão média possui valor diferente de zero. Pode-se definir a tensão de amplitude como sendo a parcela de tensão que flutua ao longo do tempo em relação à tensão média.

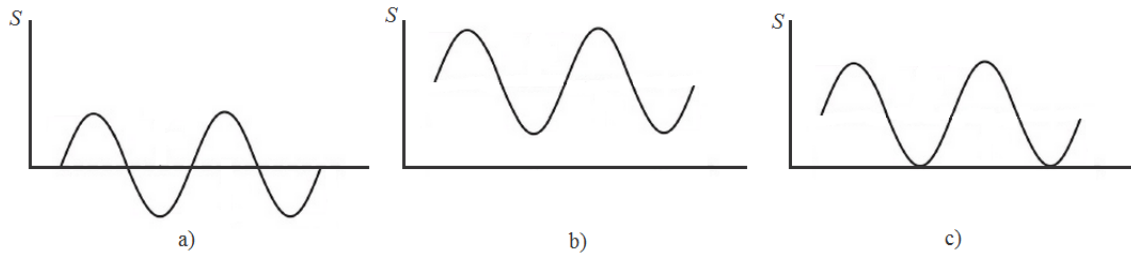


Figura 4.5 – Ciclos de carregamento: a) alternado, b) pulsante e c) repetido

Os primeiros ensaios para caracterizar a vida em fadiga em termos das tensões nominais de amplitude foram realizados por Wöhler, em meados de 1860, que conduziu ensaios de flexão rotativa em ligas metálicas utilizadas na fabricação de eixos ferroviários [Suresh, 1998].

Estes ensaios resultaram em curvas, chamadas de S-N contendo a tensão de amplitude para carregamento alternado ( $S_m = 0$ ) versus número de ciclos até a falha, conforme mostra a Figura 4.6 [Suresh, 1998].

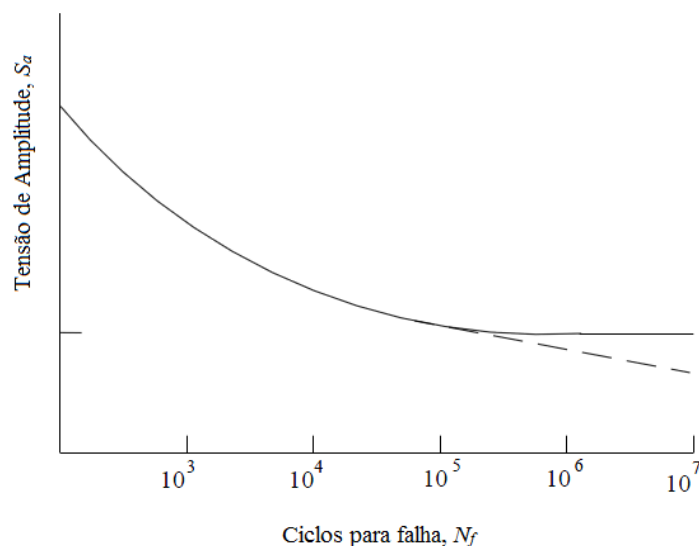


Figura 4.6 – Curva S-N típica

Fonte: Adaptado de Suresh, 1998.



Para algumas ligas, observa-se um patamar por volta de  $10^6$  ciclos, abaixo do qual o material pode ser ciclado indefinidamente sem apresentar falhas. A tensão amplitude que caracteriza este fenômeno é conhecida como limite de fadiga,  $S_e$ , e seu valor é em torno de 35 a 50% do limite de resistência à tração do material,  $S_{TS}$ . Outros materiais, como aços de alta resistência e ligas de alumínio, não apresentam este patamar e a tensão de amplitude continua caindo conforme aumenta-se o número de ciclos, como mostra a linha tracejada da Figura 4.6 [Suresh, 1998].

Reproduzindo-se a curva S-N em uma escala log-log, plotando-se a tensão de amplitude em função do número de ciclos ou reversões de carga até a falha, observa-se uma relação linear. A expressão que relaciona a tensão de amplitude para um carregamento alternado com o número de reversões de carga é mostrada na Equação (4.4) [Suresh, 1998]:

$$\frac{S}{2} = S_a = S'_f (2N_f)^b \quad (4.4)$$

onde:

$S'_f$  é o coeficiente de resistência a fadiga;

$b$  é o expoente de Basquin ou expoente de resistência a fadiga;

$2N_f$  é o número de reversões de carga até a falha.

Uma forma alternativa de representar a Equação (4.4) é dada por [Quigley e Lee, 2012]:

$$k = N_f S^b \quad (4.5)$$

onde:

$k$  é uma constante do material, dada por:

$$k = \frac{(S'_f)^b}{2} \quad (4.6)$$

A equação pode ser dada ainda em termos de  $m$ , onde:

$$m = \frac{-1}{b} \quad (4.7)$$

$m$  é o fator de inclinação.

A Figura 4.6 mostra a vida total pertencente a materiais polidos e livre de defeitos. Esta consideração de vida total inclui os ciclos necessários para nucleação da trinca somados aos ciclos necessários para que esta se propague a até a falha. Estes dois estágios são mostrados na Figura 4.7 [Suresh, 1998].

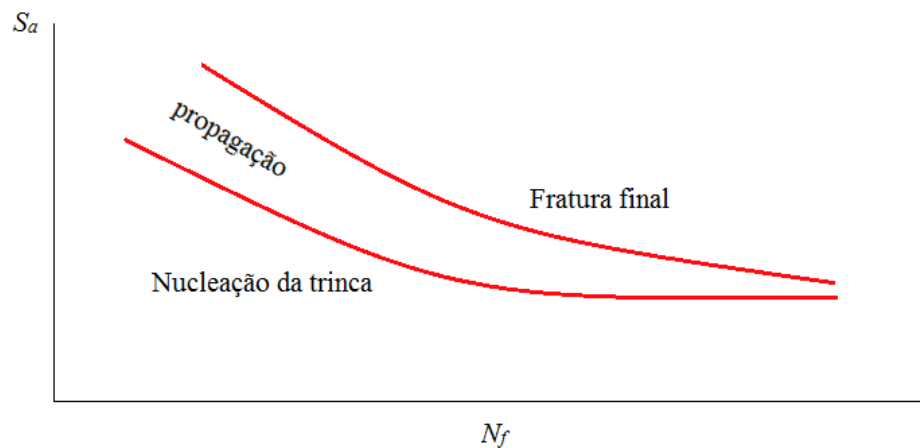


Figura 4.7 – Contribuições de iniciação e propagação de trinca na vida em fadiga de um corpo de prova

Fonte: Adaptado de Suresh, 1998.

Observa-se que o número de ciclos necessários para a nucleação de uma trinca dominante com dimensões de engenharia (fração de mm), pode ser de até 80% do total de ciclos até a falha [Suresh, 1998].

#### 4.4.3 Influência das Tensões Médias

Conforme fora dito, as relações citadas anteriormente para a vida em fadiga referem-se a carregamentos alternados, ou seja, com  $S_m = 0$ . Porém, esta condição não é representativa para a maioria das aplicações, onde as tensões médias são diferentes de zero.

As tensões médias desempenham papel fundamental no que se refere ao comportamento à fadiga dos materiais. A Figura 4.8 mostra curvas S-N típicas para materiais metálicos como função de três diferentes níveis de tensões médias [Suresh, 1998].

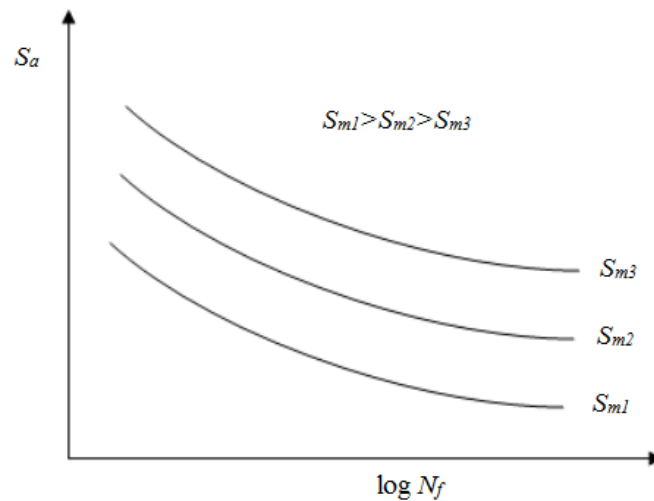


Figura 4.8 – Curvas S-N típicas para diferentes valores de tensão média

Fonte: Adaptado de Suresh, 1998.

A Figura 4.8 mostra que o aumento do nível das tensões médias causa uma queda na vida em fadiga. O efeito das tensões médias na vida em fadiga também pode ser representado em curvas de vida constante, conforme mostra a Figura 4.9 [Suresh, 1998].

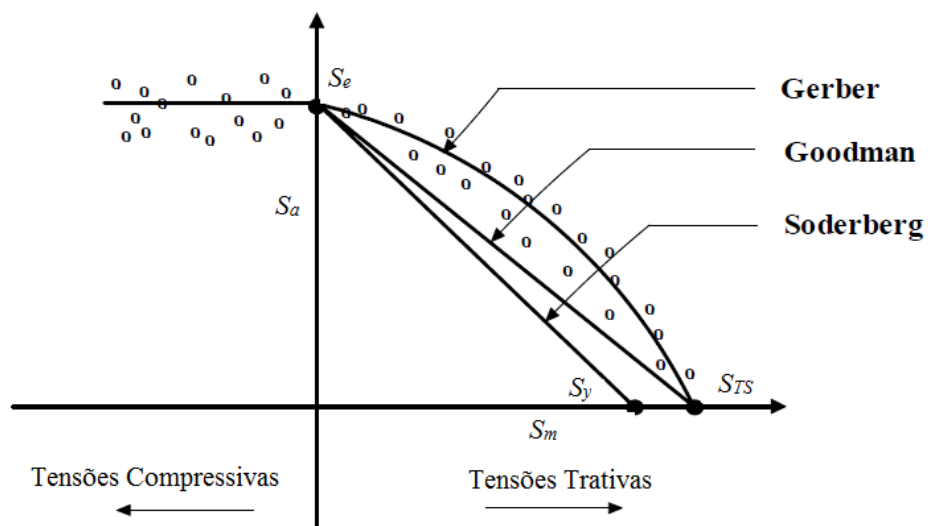


Figura 4.9 – Curvas de vida constante para carregamentos com tensão média diferente de zero

Fonte: Adaptado de Suresh, 1998.

Alguns pesquisadores desenvolveram modelos para relacionar as tensões de amplitude e média. A seguir são mostradas as equações dos principais modelos [Suresh, 1998]:

- Goodman Modificado:

$$S_a = S_{a|S_m=0} \left\{ 1 - \left( \frac{S_m}{S_{TS}} \right) \right\} \quad (4.8)$$

- Soderberg:

$$S_a = S_{a|S_m=0} \left\{ 1 - \left( \frac{S_m}{S_y} \right) \right\} \quad (4.9)$$

- Gerber:

$$S_a = S_{a|S_m=0} \left\{ 1 - \left( \frac{S_m}{S_{ts}} \right)^2 \right\} \quad (4.10)$$

onde:

$S_{a|S_m=0}$  é a tensão de amplitude para um carregamento alternado;

$S_y$  é a resistência ao escoamento do material.

O modelo proposto por Goodman apresenta bons resultados para materiais frágeis, mas é conservador para ligas dúcteis. Porém para tensões médias compressivas costuma ser não-conservador. Uma maneira de contornar este problema é ignorar efeitos benéficos das tensões médias compressivas na vida em fadiga [Suresh, 1998].

Já o modelo proposto por Soderberg estima a vida em fadiga de maneira conservadora para a maioria das ligas metálicas, enquanto que o modelo de Gerber mostra-se eficiente para ligas dúcteis com tensões médias trativas, mas seu modelo não distingue a vida em fadiga devido a tensões médias trativas e compressivas [Suresh, 1998].

A Equação (4.4), também conhecida com equação de Basquin, é válida apenas para casos onde a tensão média é zero. Morrow propôs uma equação que leva em conta os efeitos das tensões médias, conforme segue:

$$S_a = (S'_f - S_m)(2N_f)^b \quad (4.11)$$

e o número de ciclos para falha para tensões médias diferentes de zero pode ser obtido pela Equação (4.12)

$$N_f = \left\{ 1 - \frac{S_m}{S'_f} \right\}^{1/b} \cdot N_f \Big|_{S_m=0} \quad (4.12)$$

onde:

$N_f \Big|_{S_m=0}$  é o número de ciclos até a falha para tensão média nula.

#### 4.4.4 Carregamentos Multiaxiais

Até este momento, abordaram-se apenas componentes sujeitos a carregamentos uniaxiais. Ocorre que, em muitas aplicações, componentes estão sujeitos a carregamentos multiaxiais. Existem diversos exemplos, dentre os quais citam-se: vasos de pressão e tubulações sujeitos a um estado de tensão biaxial devido às pressões internas, eixos de transmissão de veículos que experimentam efeitos de cisalhamento devido ao torque e tensões axiais por flexão [Suresh, 1998].

Para o caso de tensões totalmente alternadas ( $S_m = 0$ ), onde os ciclos de carga estão em fase ou defasados de  $180^\circ$ , a tensão efetiva que caracteriza a deformação do material é assumida como sendo aquela obtida pelo critério de Von Mises, conforme Equação (4.13)

$$S_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2} \quad (4.13)$$

onde:

$S_e$  é a tensão efetiva em fadiga multiaxial;

$S_1, S_2, S_3$  são as tensões principais, com  $S_1 \geq S_2 \geq S_3$ .

Para tensões multiaxiais cíclicas, a Equação (4.13) pode ser escrita em termos da amplitude das tensões principais, obtendo-se:

$$S_{a.e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(S_{1a} - S_{2a})^2 + (S_{2a} - S_{3a})^2 + (S_{3a} - S_{1a})^2} \quad (4.14)$$

onde:

$S_{a.e}$  é amplitude da tensão efetiva;

$S_{1a}, S_{2a}, S_{3a}$  são as tensões amplitudes principais.

Os coeficientes de Basquin e o coeficiente de resistência a fadiga (Equação (4.4)) oriundos de ensaios em corpos não entalhados com ciclos de carga alternados ( $S_m = 0$ ) e com carregamento uniaxial, são combinados com a Equação (4.14) para determinar a vida em fadiga, conforme segue:

$$S_{a.e} = S'_f (2N_f)^b \quad (4.15)$$

Em alguns casos, uma carga não flutuante de algum modo (flexão, por exemplo) pode ser sobreposta a um carregamento cíclico de outro modo (torção cíclica, por exemplo). Para estes casos, o efeito da tensão média deve ser considerado. Assumindo que a tensão média é o valor estático da tensão hidrostática, um valor efetivo desta tensão média pode ser definido em função dos termos médios das tensões principais, como a Equação (4.16)

$$\bar{S}_m = \bar{S}_{1m} + \bar{S}_{2m} + \bar{S}_{3m} \quad (4.16)$$

onde:

$\bar{S}_m$  é a tensão média efetiva;

$S_{1m}, S_{2m}, S_{3m}$  são as tensões médias principais.

A tensão média efetiva pode ser definida como:

$$S_{m.e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(S_{1m} - S_{2m})^2 + (S_{2m} - S_{3m})^2 + (S_{3m} - S_{1m})^2} \quad (4.17)$$

Combinando-se as Equações (4.17) e (4.15), juntamente com a equação de Goodman modificada (Equação (4.8)), obtém-se:

$$S_{a.e} = S_{a|s_m=0} \left\{ 1 - \left( \frac{S_{m.e}}{S_{TS}} \right) \right\} \quad (4.18)$$

#### 4.4.5 Método Deformação x Vida

Em algumas aplicações, os componentes mecânicos sofrem restrições de deslocamento e deformações plásticas localizadas, especialmente nas regiões onde há tensões concentradas. Nestes casos a estimativa de vida em fadiga do tipo  $\varepsilon$ -N torna-se a mais adequada [Suresh, 1998].

Os principais pesquisadores deste assunto foram Coffin (1954) e Manson (1954), que realizaram estudos independentes da vida em fadiga baseada na deformação plástica do material. A relação por eles encontrada entre a amplitude de deformação plástica e o número de reversões de carga até a falha é mostrada na Equação (4.19):

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.19)$$

onde:

$\Delta\varepsilon_p/2$  é a amplitude de deformação plástica;

$\varepsilon'_f$  é o coeficiente de ductilidade à fadiga;

$c$  é o expoente de ductilidade à fadiga.

A deformação total pode ser escrita como a soma das deformações elástica e plástica, respectivamente, conforme a Equação (4.20):

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \quad (4.20)$$

onde:

$\Delta\varepsilon/2$  é a amplitude de deformação total;

$\Delta\varepsilon_e/2$  é a amplitude de deformação elástica.

Correlacionando as Equações (4.4) e (4.19)

$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{S}{2E} = \frac{S_a}{E} = \frac{S'_f}{E} (2N_f)^b \quad (4.21)$$

onde:

$E$  é o módulo de elasticidade do material.

Combinando-se as Equações (4.19), (4.20) e (4.21) e levando-se em conta o efeito das tensões médias, obtém-se a equação base do modelo  $\varepsilon$ - $N$ :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{(S'_f - S_m)}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.22)$$

A Figura 4.10 apresenta as curvas de deformação de amplitude total, elástica e plástica em função do número de reversões de carregamento para a falha.

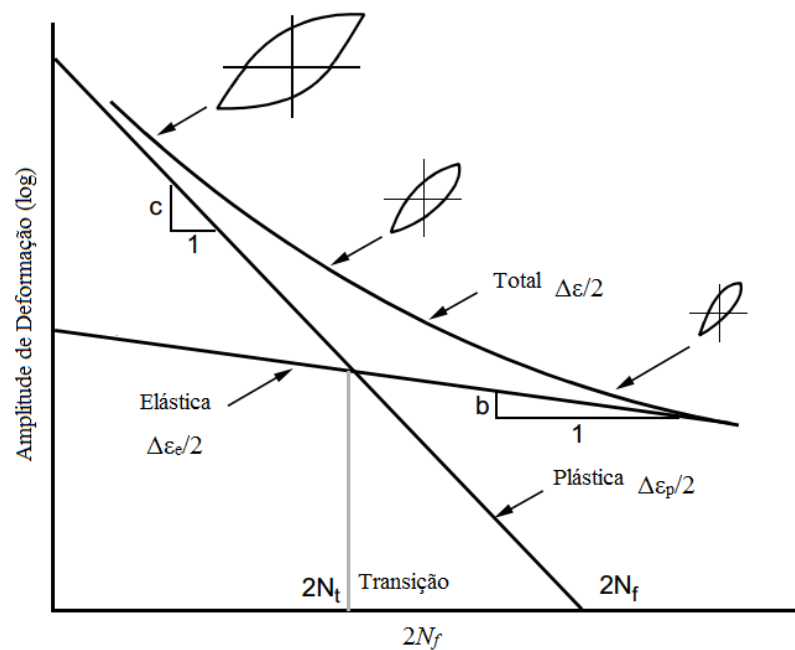


Figura 4.10 – Curva de deformação total x vida obtida pela superposição das curvas de deformação elástica e plástica

Fonte: Adaptado de Suresh, 1998.



## 4.5 Fadiga Sob Solicitações Aleatórias

A correta representação dos carregamentos atuantes em estruturas mecânicas é de fundamental importância para a predição da vida em fadiga das mesmas [Stephens et al., 2001]. Em diversas aplicações na engenharia, estes carregamentos possuem caráter aleatório e variável em relação ao tempo, sendo definidos apenas através de suas propriedades estatísticas. A ação dos ventos em pontes, pás de turbinas, asas de aviões e estruturas *offshore*, a ação das ondas em embarcações, e os carregamentos oriundos das vias onde os veículos trafegam, são exemplos típicos de carregamentos desta natureza.

Estruturas sujeitas a ciclos de carregamento com amplitude constante podem, eventualmente, falhar por fadiga em função do efeito cumulativo de cada um dos ciclos. Quando os ciclos de carregamento são aplicados de forma aleatória, o efeito cumulativo dos mesmos também poderá causar falha por fadiga. O termo "dano acumulado" refere-se aos efeitos de fadiga provocados por eventos de carregamento com exceção dos ciclos com amplitude constante [Stephens et al., 2001].

O dano pode ser definido como uma fração da vida "usada" por um ou mais eventos de carregamentos. Estas frações de vida são somadas, e quando o valor resultante da soma alcança 1 ou 100 por cento, a falha é esperada [Stephens et al., 2001].

A vida em fadiga sob solicitações aleatórias pode ser definida no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Em ambos os casos, o critério do dano acumulado é utilizado [Nieslony, 2010].

Para o caso das estimativas de vida em fadiga no domínio do tempo, pode-se determinar o dano que um certo nível de tensão causa ao material. Já para o domínio da frequência, onde as tensões são estimadas probabilisticamente, pode-se determinar o dano que certa probabilidade de tensão causa ao material.

### 4.5.1 Critério de Acúmulo de Dano de Palmgren - Miner

Segundo estudos realizados por Palmgren em 1924, avaliando a vida em fadiga de rolamentos de esferas e, posteriormente, por Miner em 1945, avaliando a vida em fadiga de aeronaves, o dano causado por cada ciclo de carga é dado por [Stephens et al., 2001]:

$$D = 1 / N_f \quad (4.23)$$

onde:

$N_f$  é o número de repetições deste ciclo que causariam a falha.

Sendo assim, o dano causado por  $n$  ciclos é dado por:

$$nD = n / N_f \quad (4.24)$$

A Figura 4.11 mostra três blocos de ciclos de tensão com amplitude constante e uma curva S-N típica.

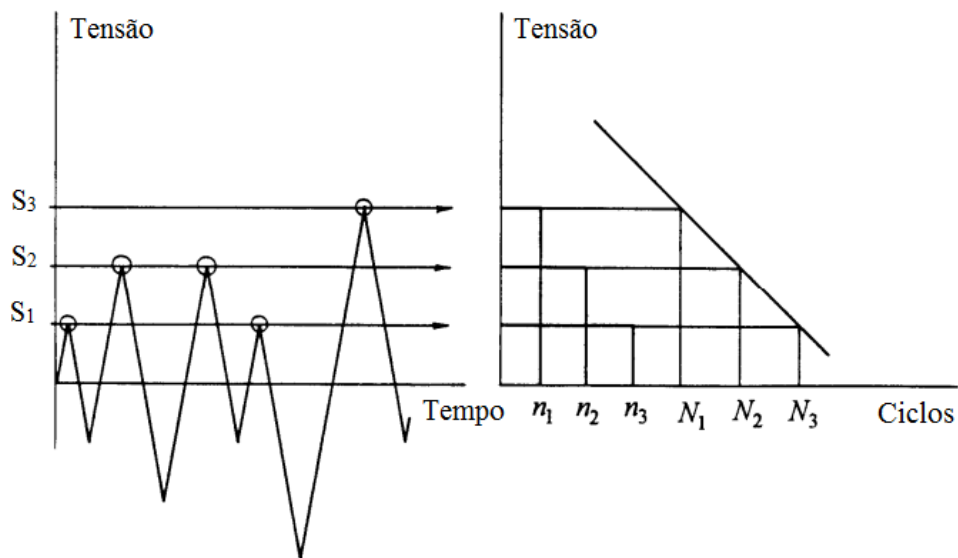


Figura 4.11 – Blocos de carregamento com amplitude constante e curva S - N

Fonte: Adaptado de Stephens et al., 2001.

De acordo com a regra linear de Palmgren-Miner, cada grupo de carregamento (neste caso, tensão) causa determinado dano na estrutura e o dano total acumulado é dado pelo somatório da contribuição de cada um dos blocos, conforme a Equação (4.25):

$$\sum \frac{n_i}{N_{fi}} = \frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \dots = 1 \quad (4.25)$$

A Equação (4.25) também pode ser empregada com curvas  $\epsilon$ - $N$ . O modelo proposto por Palmgren e Miner é contestável por possuir algumas limitações, dentre as quais podem-se citar:

- o dano total frequentemente apresenta valores diferentes da unidade. Para carregamentos com amplitudes crescentes, o somatório dos danos para a falha é, geralmente, inferior a unidade e o contrário ocorre para casos onde o carregamento é decrescente;
- o dano não é necessariamente linear;
- a sequência do carregamento é ignorada;
- efeitos de sobrecarga não são considerados.

Fatemi e Yang, 1998, avaliaram mais de 50 modelos de acúmulo de dano, desenvolvidos entre as décadas de 1970 e 1990. Os autores concluíram que nenhum dos modelos avaliados mostrou-se eficiente para uso geral. Muitos destes modelos são capazes de tratar uma ou mais limitações encontradas no modelo proposto por Palmgre-Miner, mas carregam consigo maior complexidade matemática.

Apesar das limitações, e por não existir um modelo tão simples e para uso geral, a regra do acúmulo de dano linear de Palmgren-Miner continua sendo a mais empregada, em função da sua simplicidade e capacidade de prever a vida em fadiga de componentes estruturais, tanto em relação ao surgimento de trincas quanto a vida total até a fratura.

#### **4.5.2 Influência da Sequência do Carregamento**

A influência da sequência dos carregamentos se faz presente desde as fases iniciais da vida em fadiga de uma estrutura, ou seja, nucleação e propagação da microtrinca, quanto nas fases finais, ou seja, propagação da macrotrinca [Stephens et al., 2001].

Estudos indicam que, uma vez aplicados poucos ciclos alternados de carregamento, de modo a gerar altos níveis de tensão, seguidos de carregamentos que provoquem menores níveis de tensão, a vida em fadiga obtida é menor do que a prevista pelo modelo de Palmgren-Miner. Esta conclusão é válida para corpos de prova lisos (sem entalhes) ou entalhados sendo que, nestes, o efeito é ainda mais visível. A vida em fadiga pode ainda ser de 10 a 100 vezes maior se os carregamentos de sobrecarga forem aplicados no começo da sequência de carregamentos ao invés de serem aplicados no fim [Stephens et al., 2001].

As tensões residuais também têm efeito importante na sequência dos carregamentos aplicados. Um estudo mostrou que a vida em fadiga de um corpo de prova com um furo, após a aplicação de 9,5 ciclos de grande amplitude, foi de 460 mil ciclos com baixa amplitude.

Quando foram aplicados 10 ciclos de alta amplitude, a vida em fadiga foi reduzida para 63 mil ciclos de baixa amplitude. Estes resultados são explicados pelas tensões residuais oriundas dos carregamentos com altas amplitudes. Quando estas cargas terminam com picos de tração, os efeitos são benéficos para a vida em fadiga, uma vez que esta tração produz uma zona plástica na ponta da trinca, gerando tensões residuais compressivas e o fechamento da trinca, retardando sua propagação. Já quando os carregamentos de alta amplitude terminam em picos de compressão, o efeito é contrário [Stephens et al., 2001].

A Figura 4.12 e Figura 4.13 mostram os efeitos da sequência de carregamento em termos de propagação de trinca para quatro tipos de sobrecarga [Stephens et al., 2001]:

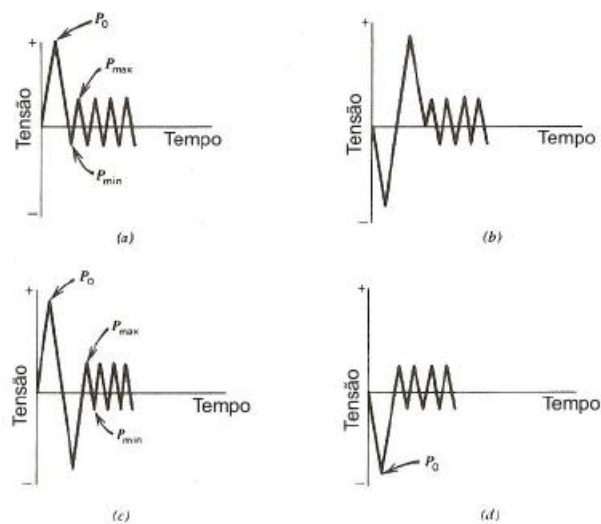


Figura 4.12 – Quatro diferentes tipos de sobrecarga: (a) tração, (b) compressão - tração, (c) tração - compressão, (d) compressão

Fonte: Adaptado de Stephens, 2001.

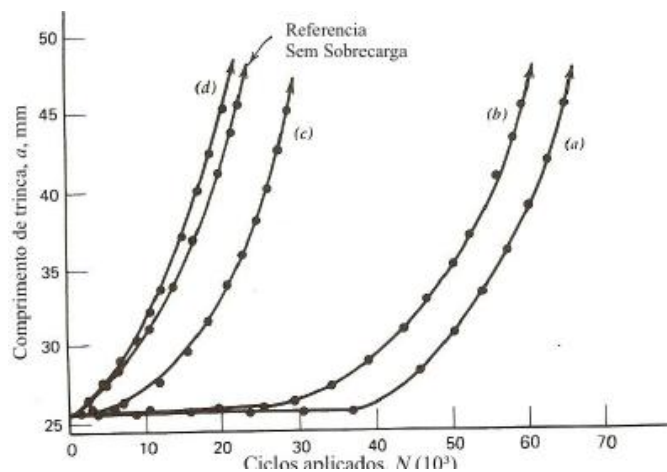


Figura 4.13 – Propagação de trinca para diferentes tipos de sobrecarga: (a) tração, (b) compressão - tração, (c) tração - compressão, (d) compressão

Fonte: Adaptado de Stephens, 2001.

Nota-se que a sequência dos carregamentos é de fundamental importância e que estas dependem diretamente não só do número de ciclos, mas de todo o histórico de carregamento, o que exige uma avaliação detalhada do mesmo para a correta previsão da vida em fadiga. Entretanto, existem diversos casos onde os efeitos desta sequência são imprevisíveis ou anulam-se uns aos outros. Nestes casos, análises detalhadas não representam maior fidelidade nas repostas e modelos mais simples devem ser empregados.

Stephens et al., 2001, apresentam históricos temporais de carregamentos medidos em componentes automotivos em serviço. Segundo os autores, a consideração ou não da sequência do carregamento para estes casos não altera sensivelmente os resultados de estimativa de vida em fadiga.

### **4.5.3 Análise no Domínio do Tempo**

Para que se possa utilizar o critério de acúmulo de dano, o conhecimento do número de ciclos de tensão ou deformação média e alternada é fundamental. Existem diversos métodos de contagem de ciclos e todos estes têm a proposta de comparar o efeito do carregamento aleatório com dados e curvas de fadiga obtidos em ensaios de carregamentos de amplitudes constantes [Stephens et al., 2001].

O uso de um ou outro método de contagem de ciclos pode alterar sensivelmente os resultados de vida em fadiga, fazendo com que estes sejam mais ou menos próximos daqueles obtidos em experimentos [Stephens et al., 2001].

Um histórico de tensão aleatório consiste em uma série de picos e vales que são os pontos onde ocorre a mudança de direção do carregamento [Dowling, 1993]. Como regra, os métodos de contagem de ciclos que mais se aproximam dos resultados observados em ensaios, realizam a contagem de um ciclo através da diferença de tensão entre estes picos e vales [Stephens et al., 2001].

Os principais métodos de contagem de ciclos são:

- Rainflow
- Range-Pair
- Racetrack
- Level-Crossing
- Peak Counting

Dentre os métodos citados, o método Rainflow é o mais popular e, provavelmente, o que apresenta melhores resultados [Stephens et al., 2001].

De posse do resultado do número de ciclos de tensão ou deformação média e alternada e com o uso do critério do acúmulo de dano, pode-se determinar o dano para um determinado período de avaliação do carregamento aleatório e, conseqüentemente, a vida em fadiga da estrutura. Esta é definida através do número de repetições do bloco avaliado, até que o dano total acumulado atinja o valor definido como critério, adotado comumente como sendo igual a unidade, conforme a Equação (4.25).

#### 4.5.4 Análise no Domínio da Frequência

A vida em fadiga de um componente mecânico ou estrutura pode ser definida no domínio da frequência. Para isso as entradas ou excitações são definidas através de PSD e a estrutura é modelada como uma função transferência linear, relacionando a PSD de entrada com a PSD de resposta de tensão, em determinado ponto da estrutura, conforme as Equações (3.71) e (3.74) [Bishop e Sherratt, 2000].

A PSD é simplesmente uma forma alternativa de se representar um dado no domínio do tempo, uma vez que pode-se transformar um conjunto de dados de um domínio para outro, ou seja, do domínio do tempo para o domínio da frequência, e vice-versa, através da transformada de Fourier e da transformada inversa de Fourier, respectivamente, conforme mostra a Figura 4.14 [Newland, 1993; Halfpenny, 1999].

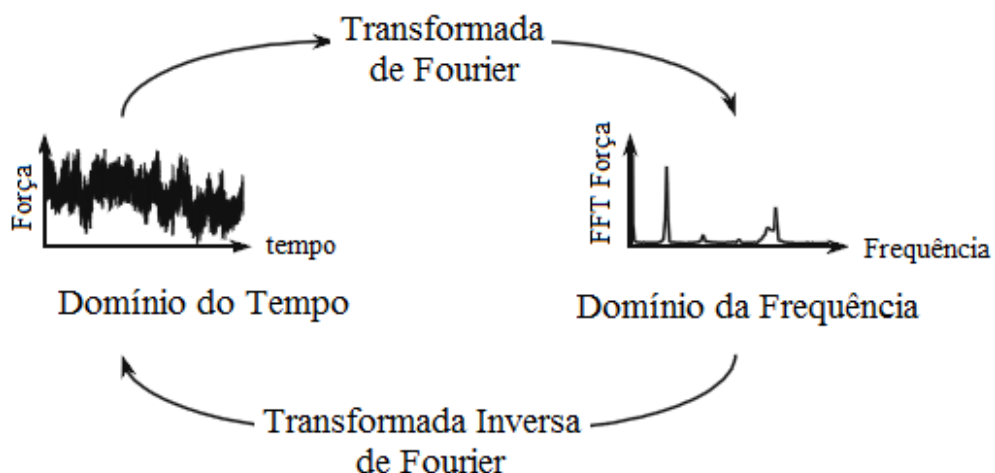


Figura 4.14 – Relação entre domínio do tempo e domínio da frequência

Fonte: Adaptado de Bishop, 1999.

É possível que se obtenha o sinal no domínio do tempo a partir de uma PSD, apenas para processos aleatórios, estacionários, ergódicos e Gaussianos, pois nesses casos a fase é puramente aleatória [Halfpenny, 1999; Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000].

Em termos práticos, a PSD pode ser explicada com auxílio da Figura 4.15. A área sob cada uma das "tiras" da figura representa a média quadrática da onda senoidal na determinada frequência.

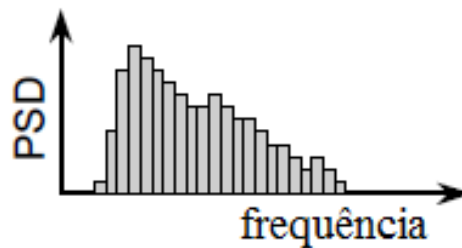


Figura 4.15 – PSD

Fonte: Adaptado de Bishop e Sherratt, 2000.

#### 4.5.4.1 Histórico no Tempo e PSDs

Os tipos de processos em engenharia podem ser classificados conforme mostra a Figura 4.16. [Bishop e Sherratt, 2000].

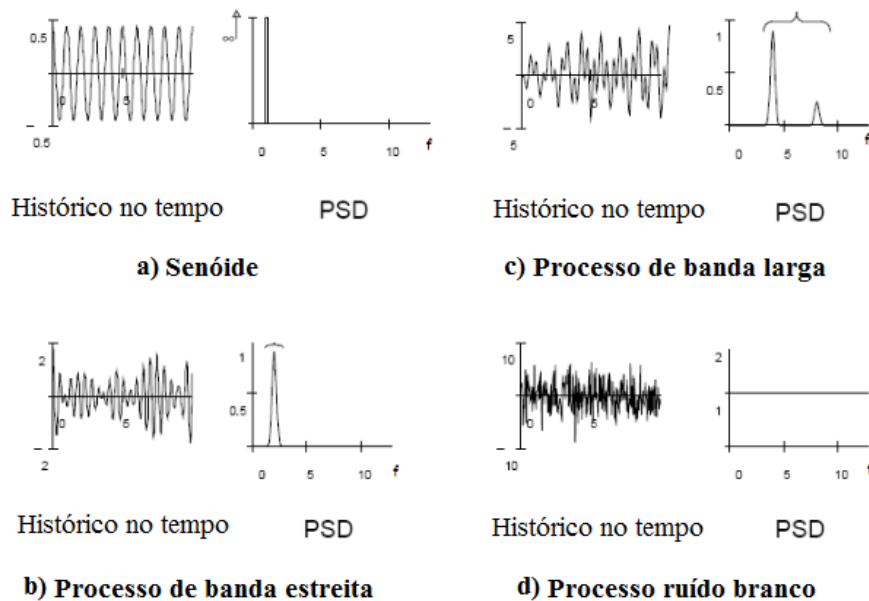


Figura 4.16 – Históricos no tempo e PSDs

Fonte: Adaptado de Bishop e Sherratt, 2000.

A Figura 4.16 a) mostra a PSD gerada para uma curva senoidal. Observa-se um único pico centrado na frequência da respectiva onda, onde a área abaixo deste pico representa a amplitude média quadrática da mesma. A Figura 4.16 b) mostra um processo de banda estreita ou *Narrow band*, no qual há apenas uma pequena faixa dominante de frequências presente no sinal. A Figura 4.16 c) mostra um processo do tempo banda larga ou *Broad band*, onde há uma ampla faixa de frequências contidas no sinal. Já a Figura 4.16 d) apresenta um processo conhecido como ruído branco ou *white noise*, onde o processo cobre toda a faixa de frequências [Bendat e Sherratt, 2000].

#### 4.5.4.2 Momentos Espectrais

Através da PSD de resposta de tensão em determinado ponto da estrutura, é possível perceber como o sinal está distribuído na frequência. No entanto, são necessários parâmetros quantitativos para descrever a característica do sinal. Estes parâmetros são propriedades da PSD, chamados momentos de área ou momentos espectrais [Bishop e Sherratt, 2000; Nieslony, 2010].

Os momentos espectrais são extraídos diretamente da PSD de resposta de tensões e através dos mesmos são obtidos valores como a PDF de tensões e parâmetros como a expectativa de zeros com cruzamento positivo e expectativa de picos, que serão definidos a seguir. Tanto a PDF quanto os momentos espectrais são parâmetros essenciais para a obtenção do dano por fadiga no domínio da frequência.

Para uma PSD unilateral ou *one-sided*, os momentos podem ser definidos por [Bishop, 1999; Halfpenny, 1999; Bendat e Sherratt, 2000; Su, 2005]:

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n \cdot G(f) \cdot df = \sum f_k^n \cdot G_k \cdot (f) \cdot \delta f \quad (4.26)$$

Os  $n$  momentos de área ( $m_n$ ) são então calculados dividindo-se a curva PSD em pequenos intervalos, conforme mostra a Figura 4.17. O cálculo do  $n$ -ésimo momento de área de cada intervalo é obtido multiplicando-se a área do intervalo pela respectiva frequência elevado a  $n$ . O  $n$ -ésimo momento de área é obtido, finalmente, pela soma dos momentos calculados para cada intervalo.



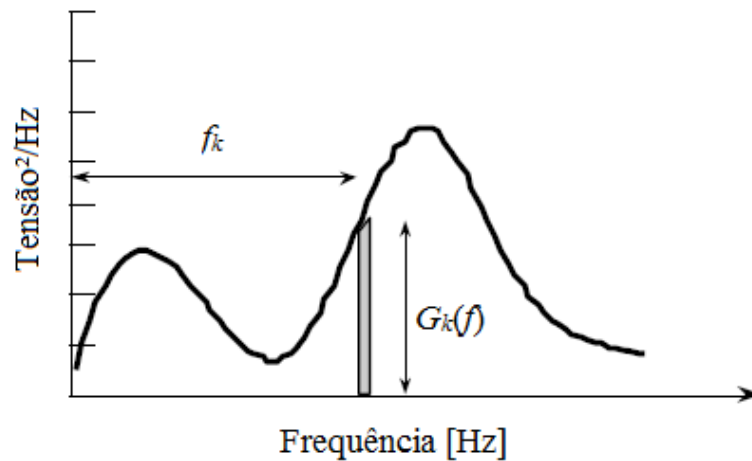


Figura 4.17 – Cálculo dos Momentos de Área da PSD

Fonte: Adaptado de Bishop e Sherratt, 2000.

Em tese, todos os momentos possíveis são necessários para caracterizar o sinal. Entretanto, os primeiros quatro momentos são suficientes para se obterem as informações relevantes a serem utilizadas no cálculo da vida em fadiga [Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000].

#### 4.5.4.3 Parâmetros Extraídos dos Momentos

Alguns parâmetros estatísticos importantes devem ser extraídos a partir dos momentos espectrais previamente calculados. Tais parâmetros são fundamentais para o cálculo de fadiga estrutural. São eles [Bishop, 1999; Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Nieslony, 2010]:

- Expectativa de zeros com cruzamento positivo por unidade de tempo:

$$E[0] = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (4.27)$$

- Expectativa de picos por unidade de tempo:

$$E[P] = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (4.28)$$

Os parâmetros de expectativa de zero com cruzamento positivo e expectativa de picos são exemplificados na Figura 4.18.

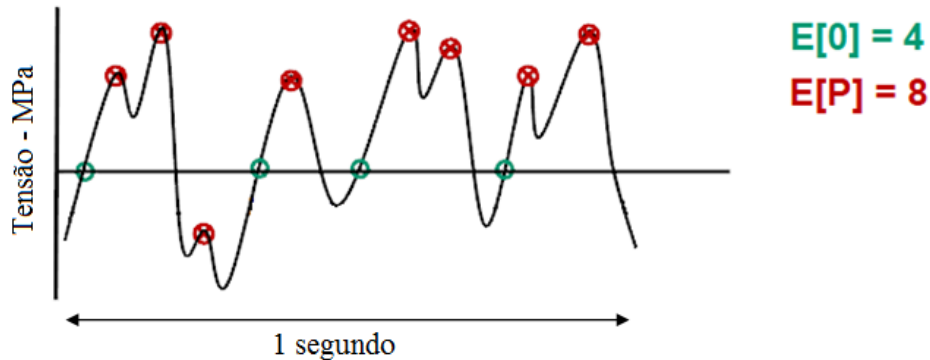


Figura 4.18 – Expectativa de zeros com cruzamento positivo e expectativa de picos  
Fonte: Adaptado de Bishop e Sherratt, 2000.

- Fator de irregularidade:

$$\gamma = \frac{E[0]}{E[P]} = \sqrt{\frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (4.29)$$

O fator de irregularidade indica a largura de banda do sinal. Um fator de irregularidade próximo da unidade indica que o processo é de banda estreita. Já o processo de banda larga é caracterizado por um fator de irregularidade próximo de zero. Nos processos de banda estreita, o número de picos por segundo, é similar ao número de cruzamento de zeros. Um exemplo típico de processo deste tipo de processo é dado por sinal senoidal.

#### 4.5.4.4 Solução no Domínio da Frequência - Caso Geral

Análises de estimativa de vida em fadiga quase sempre levam em conta algum método de contagem de ciclos. No domínio do tempo, como fora mostrado, há diversos métodos para cumprir tal tarefa, sendo o método de *rainflow*, o mais popular.

No domínio da frequência, uma forma adequada, sob o ponto de vista matemático, de se armazenar os ciclos de amplitude de tensão, é através da PDF dos ciclos de *rainflow*. Uma curva típica de PDF pode ser vista na Figura 4.19 [Bishop e Sherratt, 2000].

Para se obter a PDF a partir do histograma de tensões de *rainflow*, são necessários a largura de banda  $dS$  e o número total de ciclos armazenados no histograma,  $N_t$ .

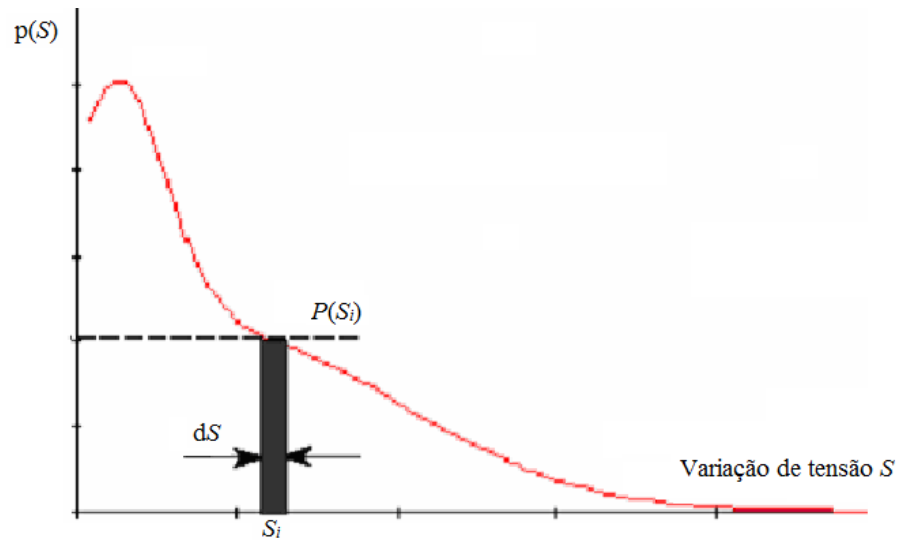


Figura 4.19 – Curva típica de uma PDF

Fonte: Adaptado de Bishop e Sherratt, 2000.

A probabilidade de certa amplitude de tensão ocorrer entre  $S_i - dS/2$  e  $S_i + dS/2$  é calculada pela multiplicação de  $p(S_i) \cdot dS$ .

$$P\left[S_i - \frac{dS}{2} \leq S_i \leq S_i + \frac{dS}{2}\right] = p(S_i) \cdot dS \quad (4.30)$$

Sendo assim, o número de ciclos em uma amplitude de tensão particular,  $S$  é dado por:

$$n_i(S) = p(S) \cdot dS \cdot N_t \quad (4.31)$$

O número total de ciclos a uma dada amplitude de tensão que resulte na falha do material, de acordo com a curva de Wöhler é dado, de acordo com o modelo de Basquin, pela Equação (4.5), agora apresentada da seguinte forma:

$$N(S_i) = \frac{k}{S^b} \quad (4.32)$$

Então, de acordo com a regra de acúmulo de dano de Palmgren-Miner, o dano pode ser calculado por:

$$E[D] = \sum_i \frac{n_i(S)}{N(S_i)} = \sum_i \frac{p(S_i) \cdot dS \cdot N_t}{k S_i^{-b}} \quad (4.33)$$

O número de ciclos em um período de tempo,  $T$ , pode ser dado pela expectativa de picos neste mesmo período, dado por  $E[P] \cdot T$ , resultando em:

$$E[D] = \sum_i \frac{p(S_i) \cdot dS \cdot E[P] \cdot T}{k \cdot S_i^{-b}} = E[P] \cdot \frac{T}{k} \cdot \int_0^{\infty} S^b \cdot p(S) \cdot dS \quad (4.34)$$

A Equação (4.34) representa uma equação geral para estimativa do dano acumulado por fadiga sob solicitações aleatórias. Diversos autores desenvolveram modelos para a PDF  $p(S)$  da Equação (4.34). Estes modelos são determinados em função dos momentos espectrais, que são oriundos diretamente da PSD de resposta de tensão. Na sequência, alguns destes modelos são apresentados.

#### 4.5.4.5 Solução de Banda Estreita - *Narrow Band*

Bendat, em 1964, desenvolveu o primeiro modelo para estimativa de falha por fadiga no domínio da frequência através de PSD, considerando que cada pico no histórico de tensão no tempo é seguido por um vale de mesma amplitude. O modelo assume que a PDF de picos é a PDF das amplitudes de tensão, dada pela distribuição de Rayleigh. [Bishop et al., 1995; Bishop et al., 1998; Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Bishop e Woodward, 2001; Su, 2005; Rahman et al., 2008; Fressinet et al., 2011].

Utilizando-se a Equação (4.34), pode-se definir o dano acumulado baseado na distribuição de Rayleigh e, neste caso, no momento espectral  $m_0$ , através das Equações (4.35) e (4.36):

$$p(S) = \left[ \frac{S}{4m_0} e^{\frac{-S^2}{8m_0}} \right] \quad (4.35)$$

$$E[D]_{NB} = \frac{E[P] \cdot T}{k} \cdot \int S^b \left[ \frac{S}{4m_0} e^{\frac{-S^2}{8m_0}} \right] dS \quad (4.36)$$

O fato de considerar que cada pico de tensão é seguido por um vale de mesma amplitude, faz com que os vales positivos e os picos negativos, características presentes nos processos de banda larga, sejam ignorados. Por este motivo, o método mostra-se conservador para este tipo de processo, ou seja, indica falha em períodos de tempo inferiores ao que se verifica em aplicações experimentais. Esta é a principal limitação deste modelo, uma vez que seus resultados mostram-se confiáveis apenas para aplicações específicas. Tal limitação é exemplificada na Figura 4.20 [Bishop et al., 1995; Bishop e Sherratt, 2000].

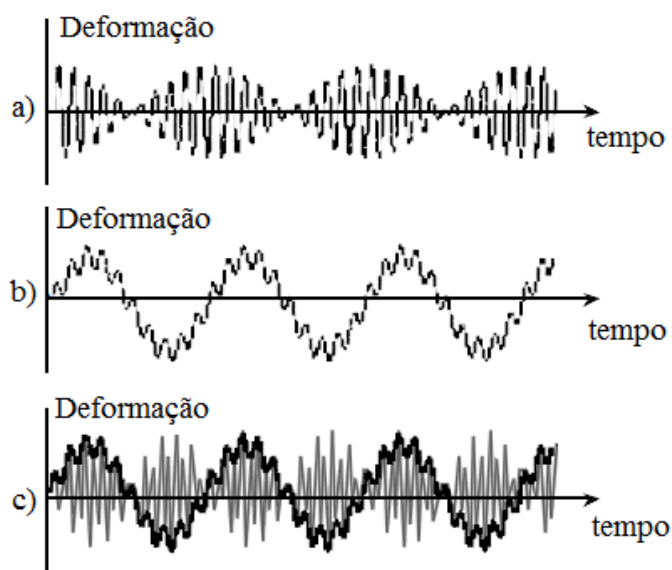


Figura 4.20 – Limitação no Método banda estreita (a) Banda estreita, (b) banda larga, (c) Conservadorismo da solução para banda larga

Fonte: Bishop e Sherratt, 2000.

#### 4.5.4.6 Fatores de Correção Empíricos

O conservadorismo da solução de banda estreita para problemas de banda larga estimulou os pesquisadores a buscarem soluções alternativas. Muitas destas são oriundas da indústria *offshore*, onde é antigo o interesse no uso da técnica de estimativa de fadiga no domínio da frequência.

Pesquisadores como Tunna, atuante na indústria ferroviária, Wirsching, Light, Chaudhury e Dover, Hancock atuantes na indústria de plataformas *offshore*, além de Steinberg, da indústria de eletrônicos, desenvolveram modelos de geração de históricos temporais dos dados em PSD, através da transformada inversa de Fourier nas PSD e posterior contagem de ciclos através do método *rainflow*. Todos estes métodos são baseados nos momentos espectrais de área até  $m_4$  [Bishop, 1999].

A seguir alguns modelos de vida em fadiga serão apresentados.

**a) Tunna**

O modelo estabelecido por Tunna foi desenvolvido para atender as necessidades da indústria ferroviária. O conservadorismo da solução de banda estreita é abordado com uma PDF que engloba o fator de irregularidade, conforme mostra a Equação (4.37) [Bishop, 1999; Ariduru, 2004].

$$p(S)_T = \left[ \frac{S}{4\gamma^2 m_0} e^{\frac{-S^2}{8\gamma^2 m_0}} \right] \quad (4.37)$$

Observa-se que, quando o fator de irregularidade é igual a 1, ou seja, representando um processo de banda estreita, a PDF de Tunna torna-se idêntica à PDF dada pelo modelo de banda estreita.

**b) Wirsching e Light**

O modelo desenvolvido por Wirsching e Light é de origem puramente empírica, baseado em extensivas simulações, resultando em um fator multiplicador,  $\lambda_{WL}$ , da equação da solução de banda estreita. Este fator é função do fator de irregularidade e do fator de inclinação da curva de Wöhler [Bishop, 1999; Kim et al., 2002; Su, 2005; Fressinet et al., 2011].

$$E[D]_{WL} = E[D]_{NB} \cdot \lambda_{WL} \quad (4.38)$$

$$\lambda_{WL} = \left[ a(m) + [1 - a(m)](1 - \varepsilon)^{c(m)} \right] \quad (4.39)$$

onde:

$$a(m) = 0,926 - 0,033m;$$

$$c(m) = 1,587m - 2,323;$$

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \gamma^2}.$$

**c) Ortiz e Chen**

De maneira semelhante, Ortiz e Chen desenvolveram o seguinte fator de correção [Lee et al., 2005; Fressinet et al., 2011;]:

$$E[D]_{OC} = E[D]_{NB} \cdot \lambda_{OC} \quad (4.40)$$

$$\lambda_{OC} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{m_2 m_K}{m_0 m_{K+2}}} \quad (4.41)$$

onde:

$$K = \frac{2}{m}$$

**d) Tovo e Benasciutti**

Tovo e Benasciutti desenvolveram um modelo semi-empírico para correção do conservadorismo da solução de banda estreita, conforme segue [Fressinet et al., 2011]

$$E[D]_{TB} = E[D]_{NB} \cdot \lambda_{TB} \quad (4.42)$$

$$\lambda_{TB} = \beta + (1 - \beta) \alpha_2^{b-1} \quad (4.43)$$

onde:

$$\beta = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \left[ A(1 + \alpha_1 \alpha_2 - (\alpha_1 - \alpha_2)) e^{B\alpha_2} + \alpha_1 - \alpha_2 \right]}{(\alpha_2 - 1)^2};$$

$$\alpha_1 = \frac{m_1}{\sqrt{m_0 m_2}};$$

$$\alpha_2 = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}};$$

$$A = 1,112;$$

$$B = 2,11.$$

**e) Hancock**

Hancock apresenta um modelo baseado em uma tensão equivalente, definida em função dos momentos de área da PSD de resposta de tensão e do fator de inclinação da curva de Wöhler. A equação foi desenvolvida para aplicações na indústria *offshore* [Bishop, 1999].

$$S_{eqHanc} = \left(2\sqrt{2m_0}\right) \left[ \gamma \Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right) \right]^{(1/m)} \quad (4.44)$$

$$S_{eqHanc} = \int S^b p(S) dS \quad (4.45)$$

onde:

$\Gamma$  é a função Gamma, dada por:  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ .

**f) Chaudhury & Dover**

A equação de Chaudhury e Dover, também desenvolvida no intuito de corrigir o conservadorismo da solução de banda estreita, é dada na forma de tensão equivalente. [Bishop, 1999; Kim et al., 2002; Fressinet et al., 2011].

$$S_{eqC\&D} = \left(2\sqrt{2m_0}\right) \left[ \frac{\varepsilon^{m+2}}{2\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right) + \frac{\gamma}{2} \Gamma\left(\frac{m+2}{2}\right) + erf(\gamma) \frac{\gamma}{2} \Gamma\left(\frac{m+2}{2}\right) \right]^{(1/m)} \quad (4.46)$$

$$E[D]_{C\&D} = \frac{E[P]T}{k} (\sigma_{eqC\&D})^m \quad (4.47)$$

onde:

$$erf(\gamma) = 0,3012\gamma + 0,4916\gamma^2 + 0,4916\gamma^3 - 2,3534\gamma^4 - 3,3307\gamma^5 + 15,6524\gamma^6 - 10,7846\gamma^7$$



### g) Steinberg

Steinberg apresenta a solução de 3 bandas que se baseia na hipótese de que não ocorrerão ciclos de tensão em níveis superiores a 6 desvios padrões. Este modelo foi definido com base em problemas da indústria de eletrônicos. A distribuição dos níveis de tensão é especificada a seguir uma distribuição Gaussiana, dada por: 68,3% do tempo a 2 desvios padrões, 27,1% do tempo a 4 desvios padrões e 4,4% do tempo a 6 desvios padrões. O modelo de Steinberg é dado por [Bishop, 1999; Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Rahman et al., 2008; nCode, 2011]:

$$S_{eqStein} = \left[ 0,683(2\sqrt{m_0})^m + 0,271(4\sqrt{m_0})^m + 0,0436(6\sqrt{m_0})^m \right]^{1/m} \quad (4.48)$$

$$E[D]_{ST} = \frac{E[P]T}{K} S_{eqStein} \quad (4.49)$$

#### 4.5.4.7 Solução Empírica de Dirlik

Os modelos até aqui apresentados, tratam o conservadorismo da solução de banda estreita através do uso de fatores de correção. Dirlik, no entanto, desenvolveu seu modelo sem usar a solução de banda estreita como ponto de partida.

Empiricamente, através de diversas simulações de Monte Carlo, Dirlik obteve uma solução fechada, que resulta na PDF dos ciclos de variação de tensão de *rainflow*, diretamente através da PSD de tensões [Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000; Nieslony, 2007; Quigley e Lee, 2012].

$$p(S) = \frac{1}{2\sqrt{m_0}} \left[ \frac{D_1}{Q} e^{-\frac{Z}{Q}} + \frac{D_2 \cdot Z}{R^2} e^{-\frac{Z^2}{2R^2}} + D_3 \cdot Z \cdot e^{-\frac{Z^2}{2}} \right] \quad (4.50)$$

onde:

$$Z = \frac{S}{2\sqrt{m_0}} = \frac{S_a}{\sqrt{m_0}} \text{ é uma variável normalizada e:}$$

$$D_1 = \frac{2 \cdot (x_m - \gamma^2)}{1 + \gamma} \quad (4.51)$$

$$D_2 = \frac{1 - \gamma - D_1 + D_1^2}{1 - R} \quad (4.52)$$

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2 \quad (4.53)$$

$$Q = \frac{1,25 \cdot (\gamma - D_3 - D_2 \cdot R)}{D_1} \quad (4.54)$$

$$R = \frac{\gamma - x_m - D_1^2}{1 - \gamma - D_1 + D_1^2} \quad (4.55)$$

$$\gamma = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 \cdot m_4}} \quad (4.56)$$

$$xm = \frac{m_1}{m_0} \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (4.57)$$

são parâmetros resultantes de um procedimento de ajuste realizado sobre os dados das simulações numéricas.

A Equação (4.50) pode ser definida em função da PDF da tensão de amplitude, através de uma simples mudança na variável normalizada,  $Z$ , como segue:

$$p(S_a) = \frac{1}{\sqrt{m_0}} \left[ \frac{D_1}{Q} \cdot e^{\frac{-Z}{Q}} + \frac{D_2 \cdot Z}{R^2} \cdot e^{\frac{-Z^2}{2 \cdot R^2}} + D_3 \cdot Z \cdot e^{\frac{-Z^2}{2}} \right] \quad (4.58)$$

Apesar de a equação parecer mais complexa que os modelos apresentados anteriormente, o modelo de Dirlik é função apenas dos momentos espectrais até  $m_4$  [Halfpenny, 1999].

O modelo de Dirlik mostra-se superior, em termos de precisão de resultados, quando comparado aos métodos anteriores [Bishop et al., 1995; Bishop et al., 1998; Bishop, 1999; Halfpenny, 1999; Aykan e Çelik, 2008; Rahman et al., 2008; Nieslony, 2010; Qiang, 2011; Quigley e Lee, 2012].

Apesar de ser superior aos outros modelos, a solução fechada de Dirlik só passou a ser utilizada em larga escala após verificação teórica realizada por Bishop, em 1988. O modelo desenvolvido por Bishop é consideravelmente mais "caro" computacionalmente e seus resultados são pouco superiores ao modelo de Dirlik e, por este motivo, raramente é utilizado.

#### 4.5.4.8 Tensões Médias no Domínio da Frequência

As soluções apresentadas anteriormente ignoram as tensões médias, ou seja, consideram que as tensões oscilam em torno de uma tensão nula. A Figura 4.21 a) mostra um resultado típico de histogramas de *rainflow* obtido em uma análise realizada no domínio do tempo, apresentando resultados de tensões de amplitude e tensões médias. Já a Figura 4.21 b) mostra o resultado para o mesmo caso utilizando a solução de banda estreita, no domínio da frequência. Percebe-se que, neste caso, os valores das tensões médias são nulos.

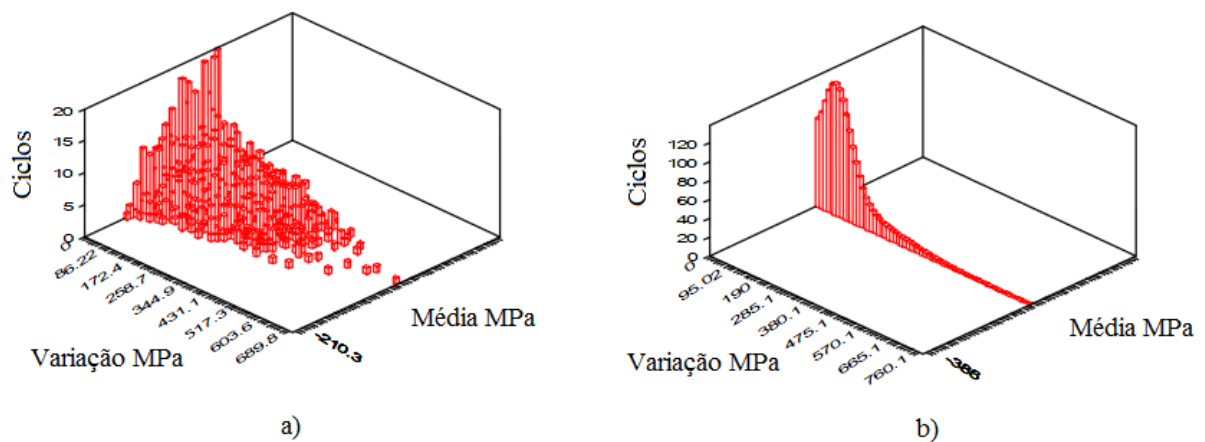


Figura 4.21 – Histograma de *rainflow* e solução de banda estreita: tensões médias ignoradas  
Fonte: Adaptado de Halpenny, 1999.

Uma vez que as tensões médias têm papel determinante na vida em fadiga de estruturas e componentes mecânicos, o fato de ignorá-las pode alterar os resultados de estimativa de vida em fadiga. Há pouca bibliografia acerca deste assunto e a maioria das análises é realizada ignorando-se as tensões médias, mesmo incorrendo em erro, por assumir que estas são de ordem de grandeza muito inferior às tensões alternadas, o que pode ser verídico para algumas aplicações.

Hougaz, 2005 e Aykan e Çelik, 2008 utilizam métodos semelhantes para tratar tal problema.

Hougaz, 2005, em uma análise de um implemento rodoviário do tipo tanque, utiliza as tensões obtidas em uma análise estática como tensões médias e, posteriormente, as tensões oriundas dos perfis de pista por onde o implemento trafega oscilam em torno das tensões médias obtidas estaticamente, com o implemento rodoviário carregado. As tensões médias são utilizadas juntamente com o critério de Goodman para a correção da curva S - N.

Aykan e Çelik, 2008, mostram a avaliação da vida em fadiga no domínio da frequência de um componente de helicóptero e apresentam um procedimento eficiente e rápido para considerar os efeitos das tensões médias, segundo o qual é indicado ignorá-las em um primeiro momento, ou seja, deve-se estimar a vida em fadiga para tensões médias nulas e, na sequência, deve-se recalcular a vida em fadiga apenas para o ponto crítico da estrutura considerando o efeito da tensão média apenas no referido ponto. As tensões médias são obtidas também em uma análise estática, devido ao peso próprio e tensões residuais presentes na estrutura.

Bishop e Woodward, 2001, tentaram correlacionar um ensaio realizado em uma mesa vibratória com um suporte de míssil, através de simulações de fadiga no domínio da frequência utilizando o modelo de Dirlik. Nas primeiras tentativas, os resultados obtidos nas simulações indicavam de que a vida seria superior ao que foi observado nos testes experimentais. A partir da consideração dos campos de tensão média, a correlação foi encontrada. Ainda que não tenham informado a forma como tais tensões foram consideradas, os autores mencionam que os campos de tensões médias foram sobrepostos ao ambiente de vibração.

nCode, 2011, considera as tensões médias nas estimativas de fadiga no domínio da frequência através do que chama de *static offset loadcase*. Nas correções devido às tensões médias, podem-se utilizar modelos conhecidos, como Goodman e Gerber e ainda ignorar os efeitos benéficos das tensões médias compressivas. Neste caso, o tensor de tensões obtido em uma análise estática é utilizado para deslocar as tensões médias de cada ciclo previsto de acordo com o modelo de estimativa de vida em fadiga no domínio da frequência que se está utilizando.

#### **4.5.4.9 Tensões Multiaxiais no Domínio da Frequência**

Os modelos de estimativa de vida em fadiga apresentados consideram os ciclos de tensões de amplitude ou variação de tensão, para carregamentos uniaxiais [Nieslony e Macha, 2007; Nieslony, 2007; nCode, 2011].

Ocorre que em muitas aplicações de engenharia esta hipótese não é satisfeita e os carregamentos são de caráter multiaxial. Sendo assim, é natural supor que tais modelos não podem ser aplicados diretamente para tais carregamentos [Nieslony e Macha, 2007; Nieslony, 2010].

Ainda que sejam raros os trabalhos abordando fadiga multiaxial no domínio da frequência, dois principais métodos são encontrados na literatura para resolver este tipo de problema: o método dos invariantes do tensor de tensões, ou da Máxima Tensão Principal Absoluta e o método do Plano Crítico.

#### ***a) Método da Máxima Tensão Principal Absoluta***

Em geral, o tensor de tensões é dado por nove termos, mas para materiais isotrópicos, este número é reduzido para seis [Nieslony e Macha, 2007].

Em sistemas com N GDL, modelados a partir de Elementos Finitos, a FRF resulta em um tensor de tensões com estes seis termos, sendo três tensões normais e três cisalhantes, definidos em função do sistema de coordenadas globais.

No entanto, nos cálculos de estimativa de vida em fadiga, um único parâmetro deve ser utilizado. Sendo assim, o tensor de tensões deve ser reduzido a um valor escalar. Este valor pode ser a máxima tensão principal ou um parâmetro de tensão dado pelos critérios de Tresca ou Von Mises [Nieslony e Macha, 2007; Nieslony, 2010; nCode, 2011].

O tensor de tensões em frequência é dado por:

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} S_{xx}(\omega) & S_{xy}(\omega) & S_{xz}(\omega) \\ S_{xy}(\omega) & S_{yy}(\omega) & S_{yz}(\omega) \\ S_{xz}(\omega) & S_{yz}(\omega) & S_{zz}(\omega) \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

E as tensões principais são dadas por:

$$S_{princ}(\omega) = \text{autovalores}[S(\omega)] \cdot \text{Dir}(\omega) = \text{autovetores}[S(\omega)] \quad (4.60)$$

onde:

$S_{princ}(\omega)$  são as tensões principais,  $S_1(\omega)$ ,  $S_2(\omega)$  e  $S_3(\omega)$ ;

$\text{Dir}(\omega)$  é a matriz dos cossenos diretores dos 3 eixos principais.

Então, o critério da Máxima Tensão Principal Absoluta (AMP) é definido pela tensão principal com maior magnitude, dada por:

$$S_{AMP} = \max(|S_1|, |S_2|, |S_3|) \quad (4.61)$$

### b) Método do Plano Crítico

O método do Plano Crítico é superior ao método da tensão Máxima Absoluta Principal, por contemplar efeitos da variação de direção das tensões principais devidos aos carregamentos multiaxiais.

Este critério calcula a tensão normal a um determinado plano, em dezoito direções. Essas direções são dadas por um ângulo que varia de  $0^\circ$  a  $170^\circ$  em relação ao eixo x local, conforme mostra a Figura 4.22. As normais do referido plano encontram-se na superfície da peça física sob estudo [nCode, 2011].

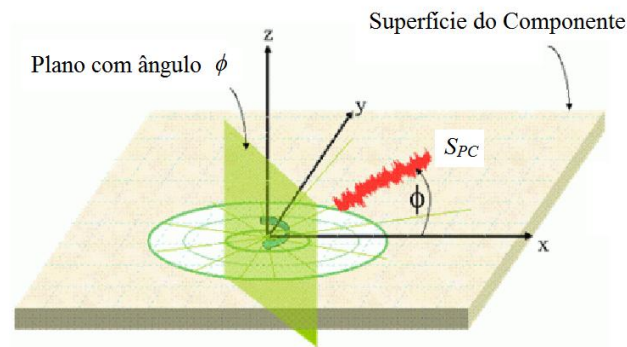


Figura 4.22 – Método do Plano Crítico

Fonte: Adaptado de nCode, 2011.

O plano crítico é aquele que resulta em maior dano causado ao material e é modelado pela equação:

$$S_{PC} = \frac{S_{xx}(\omega) + S_{yy}(\omega)}{2} + \frac{S_{xx}(\omega) - S_{yy}(\omega)}{2} \cos \phi + S_{xy}(\omega) \sin \phi \quad (4.62)$$

onde:

$\phi$  é o valor do ângulo onde  $S_{PC}$  é calculado que pode assumir os valores:  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots, 170^\circ$ ;

$S_{xx}(\omega), S_{yy}(\omega), S_{xy}(\omega)$  são as tensões normais e cisalhante no plano.

Percebe-se pelos termos da Equação (4.62) que esta equação é válida para um estado de tensões biaxial. Esta hipótese é válida, uma vez que a maioria das trincas de fadiga surge na superfície dos componentes. Sendo assim, os termos em  $z$  são eliminados do tensor.

Ainda que seja possível escolher os nós da malha de elementos finitos da estrutura a serem analisados em termos de vida em fadiga, para uma mesma quantidade de nós avaliados, é de se esperar que de esperar que o tempo consumido por esse critério seja maior em comparação com o método da AMP, uma vez que o dano é calculado dezoito vezes para cada nó. Este fator será avaliado no presente trabalho.

## 5. ESTUDO DE CASO: SUPORTE DE CONES

### 5.1 Generalidades

Com o objetivo de aplicar parte da teoria até aqui apresentada, um componente de um implemento rodoviário será utilizado como estudo de caso e sua vida em fadiga será estimada a partir do uso de métodos espectrais. As excitações impostas ao componente foram coletadas em experimentos realizados quando do tráfego de um implemento rodoviário do tipo bitrem tanque por estradas de chão e asfalto.

Os combustíveis transportados pelos implementos rodoviários do tipo tanque são classificados como produtos perigosos, de acordo com a Resolução N° 420, de 12/2/2004, da Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT). Uma das exigências para quem transporta esse tipo de produto é o cumprimento do que determina a norma NBR 9735 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), que estabelece o conjunto de equipamentos para emergências, entre eles, cones para sinalização da pista. O componente avaliado no presente trabalho é um suporte de cones utilizado em um implemento rodoviário do tipo bitrem tanque.

As acelerações foram coletadas na região da base de um suporte de cones existente e foram aplicadas na estimativa de vida em fadiga de um suporte similar. Esta escolha deu-se em função do desenvolvimento incipiente do componente similar no ambiente de trabalho onde foram realizados os ensaios experimentais e numéricos presentes nesta dissertação, onde vislumbrou-se aplicabilidade do método de análise tema deste trabalho. A Figura 5.1 a) mostra o componente que foi instrumentado e a Figura 5.1 b) mostra o componente utilizado nas simulações numéricas deste trabalho.

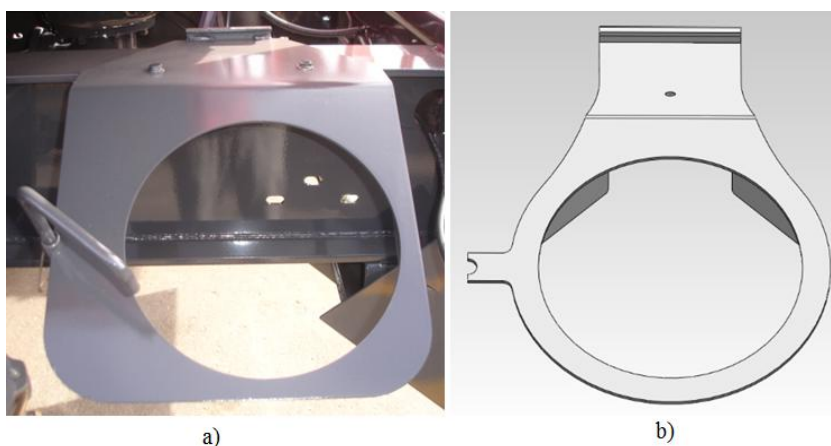


Figura 5.1 – a) Componente instrumentado e b) componente simulado



Para se estimar a vida em fadiga do referido componente, três etapas de análise são necessárias, conforme mostra o fluxograma da Figura 5.2.

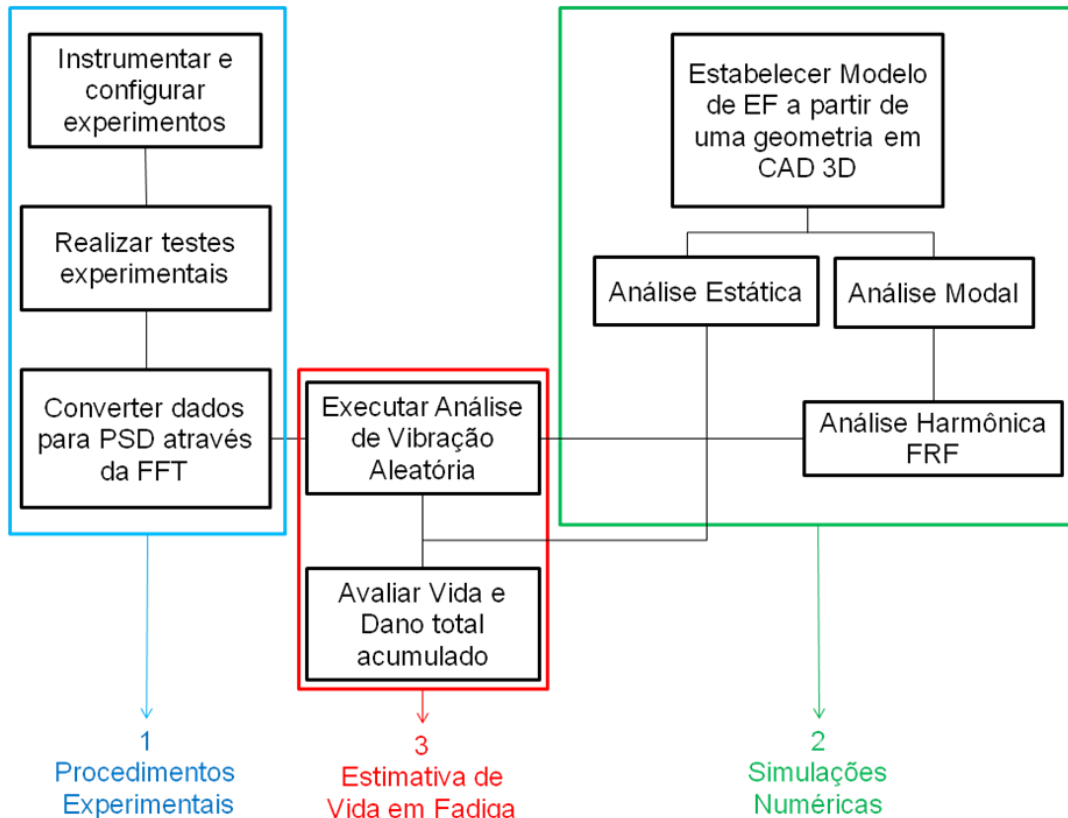


Figura 5.2 – Fluxograma de análise

As etapas 1 e 2 são realizadas de forma independente. A etapa 1 refere-se aos procedimentos experimentais, a fim de se obterem as acelerações atuantes no componente em estudo.

A etapa 2 consiste nas simulações numéricas necessárias para obtenção da numérica da FRF do referido componente. Para isso, são necessários os resultados da análise modal, uma vez que a FRF é definida utilizando-se o método da superposição modal. Além da análise harmônica, esta etapa inclui uma análise estática linear da estrutura sob ação da aceleração da gravidade. O panorama de tensões resultante da ação do peso próprio da estrutura é utilizado na obtenção das tensões médias.

Na terceira e última etapa da análise, os dados das etapas 1 e 2 são combinados, resultando na PSD de tensões para cada nó da estrutura. A partir deste resultado, são obtidos os momentos espectrais, utilizados nos modelos de estimativa de vida em fadiga previamente apresentados.

A seguir, as 3 etapas supracitadas serão abordadas e seus resultados serão expostos.

## 5.2 Procedimentos Experimentais

### 5.2.1 Generalidades

As acelerações atuantes no componente foram aquiritadas experimentalmente por meio de um acelerômetro capacitivo. Este acelerômetro foi posicionado com objetivo de coletar as acelerações verticais sofridas na região da base do componente, conforme mostra a Figura 5.3.



Figura 5.3 – Posicionamento do acelerômetro

Os sinais de aceleração vertical foram coletados quando o implemento rodoviário trafegava em estradas de chão e em pistas de asfalto. Num segundo momento, os dados previamente coletados foram transformados do domínio do tempo para PSD, através da FFT.

As acelerações resultantes destes testes foram utilizadas na estimativa da vida em fadiga do suporte de cones mostrado na Figura 5.1 b).

### 5.2.2 Instrumentação e Configuração dos Experimentos

Para a aquisição e tratamento dos sinais de aceleração, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- *Sistema de aquisição de dados*

Na aquisição dos dados de acelerações, utilizou-se o sistema de aquisição de dados da marca HBM® modelo MGCplus. Uma foto ilustrativa deste equipamento é mostrada na Figura 5.4.



Figura 5.4 – Sistema de aquisição de dados HBM MGCplus

- *Acelerômetro Capacitivo: Silicon Designs - 2210-025*

As acelerações foram medidas por um acelerômetro capacitivo da fabricante Silicon Designs modelo 2210-025. Uma foto ilustrativa deste equipamento é mostrada na Figura 5.5.

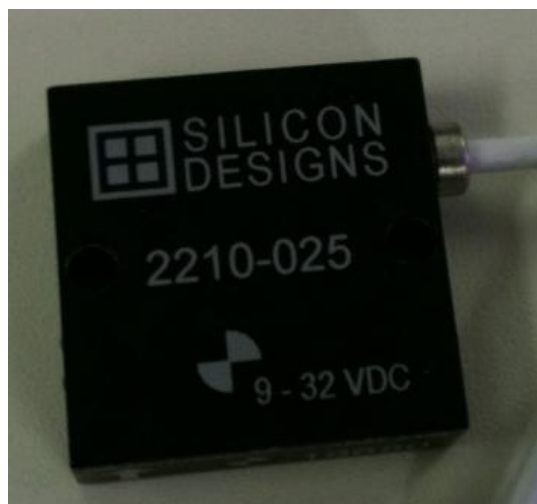


Figura 5.5 – Acelerômetro Capacitivo Silicon Designs 2210-025

As principais características do acelerômetro utilizado neste trabalho constam na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Características do acelerômetro utilizado

Tipo de acelerômetro	Capacitivo uniaxial
Escala de medição [g]	+/- 25
Sensibilidade [mV/g]	160
Frequência de medição [Hz]	0 a 1000
Temperatura de operação [°C]	-40 a +85
Massa [g]	10

- Software de pré e pós-processamento de dados: HBM - Catman® 5.0

Utilizou-se o *software* HBM Catman® nas etapas de configuração, visualização e tratamento dos dados de medição. A Figura 5.6 mostra uma tela do referido *software*.

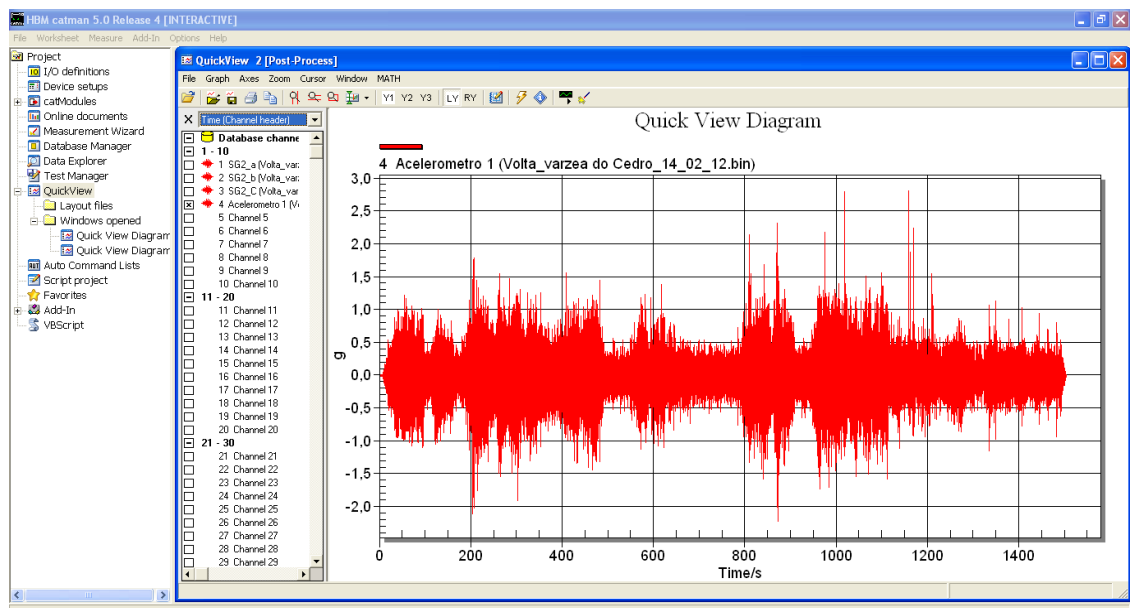


Figura 5.6 – Imagem da tela do software HBM Catman®

- Notebook modelo HP® EliteBook 8440p Intel® Core i5 – 520M

### 5.2.2.1 Frequência de Amostragem

Já fora definido, no item 3.3.1 deste trabalho, que a frequência de amostragem, dada pelo Teorema de Nyquist, é função da máxima frequência de interesse presente no sinal.

Ocorre que, a princípio, não se sabe o valor maior frequência que estará presente no sinal adquirido, devido ao caráter aleatório dos perfis de pista, o que dificulta a definição da frequência de amostragem. Deve-se ressaltar que valores de frequência de amostragem abaixo do recomendado, resultam em erro de *aliasing*, ao passo que altas frequências de amostragem resultam em dados redundantes e grande volume de informações a serem processadas e armazenadas.

O procedimento adotado neste trabalho é dado por Catman<sup>®</sup>, 2005, e diz que, uma vez que não se tenha completa noção do sinal que se está medindo, deve-se, primeiramente, configurar o filtro *anti-aliasing* para a maior largura de banda possível, ou seja, a máxima frequência do filtro passa-baixa. De forma análoga, a frequência de amostragem deve ser a maior possível. Na sequência, os dados previamente adquiridos devem ser transformados para o domínio da frequência, observando-se qual a maior frequência que possui energia significativa no espectro, possibilitando, a partir do conhecimento desta, que se defina a frequência de amostragem de forma adequada.

Realizando-se o procedimento supracitado, observou-se que a maior frequência com energia significativa foi na faixa de 80 Hz, sendo esta frequência utilizada no filtro *anti-aliasing*. A frequência de amostragem foi definida em 600 Hz, estando, portanto, de acordo com os critérios dados pelo Teorema de Nyquist.

### 5.2.2.2 Tempo de Aquisição de Dados

O período de amostragem está atrelado à relação dada pela Equação (3.35). Por limitações de *software*, o valor de  $N$  é limitado em 32.768, ou seja, a aquisição foi truncada em  $2^{15}$ . Utilizando-se uma frequência de aquisição de 600 Hz, o período de coleta de dados foi de 54,61 s. Logicamente que, durante a medição dos sinais de aceleração, o tempo de aquisição foi superior aos 54,61 s. Sendo assim, a partir dos dados previamente coletados, cortou-se uma quantidade de dados do sinal de dimensão igual a 32.768 dados. Para evitar o vazamento espectral, ou *spectral leakage*, utilizou-se, após o corte do sinal, a janela de dados de Hanning, apresentada na Tabela 3.1. A Figura 5.7 mostra o efeito da janela de Hanning aplicada ao sinal no domínio do tempo.

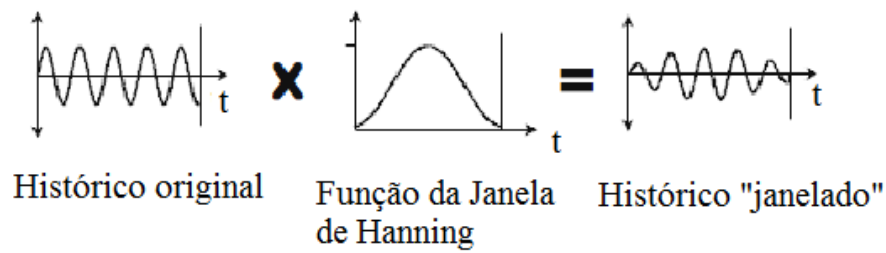


Figura 5.7 – Efeito da Janela de Hanning no sinal original

Fonte: Adaptado de Bishop, 1999.

### 5.2.3 Coleta de Dados de Pistas

Como já fora mencionado, as acelerações foram coletadas quando do tráfego do implemento rodoviário do tipo bitrem tanque através de pistas de asfalto e estrada de chão.

A Figura 5.8 mostra um trecho da estrada de chão onde realizaram-se parte dos testes experimentais deste trabalho.



Figura 5.8 – Trecho de estrada de chão onde foram coletadas acelerações

Os testes em estrada de chão foram realizados com o implemento rodoviário deslocando-se em velocidade constante de 50 km/h. É oportuno comentar que o método em estudo é válido para um sinal estacionário, o que remete a um regime permanente. Eventos como passagens por obstáculos (trilhos e quebra-molas), além de variações de velocidade provocadas, por exemplo, pelo trânsito, são situações tipicamente transientes e não-estacionárias.

A Figura 5.9 mostra um trecho do sinal de aceleração medido em estrada de chão.

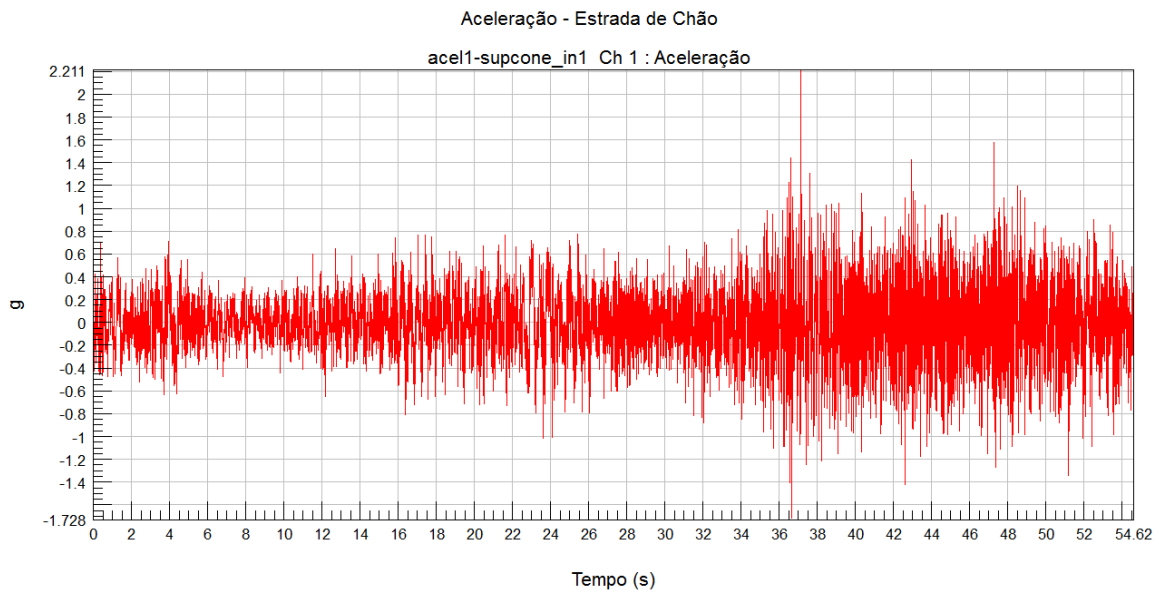


Figura 5.9 – Aceleração coletada em estrada de chão

A Figura 5.10 mostra um trecho da estrada de asfalto onde realizaram-se parte dos testes experimentais deste trabalho.



Figura 5.10 – Trecho de estrada de asfalto onde foram coletadas acelerações

Os testes em asfalto foram realizados com o implemento rodoviário deslocando-se em velocidade constante de 80 km/h. A constância da velocidade já fora explicada.

A Figura 5.11 mostra um trecho do sinal de aceleração medido em estrada de asfalto.

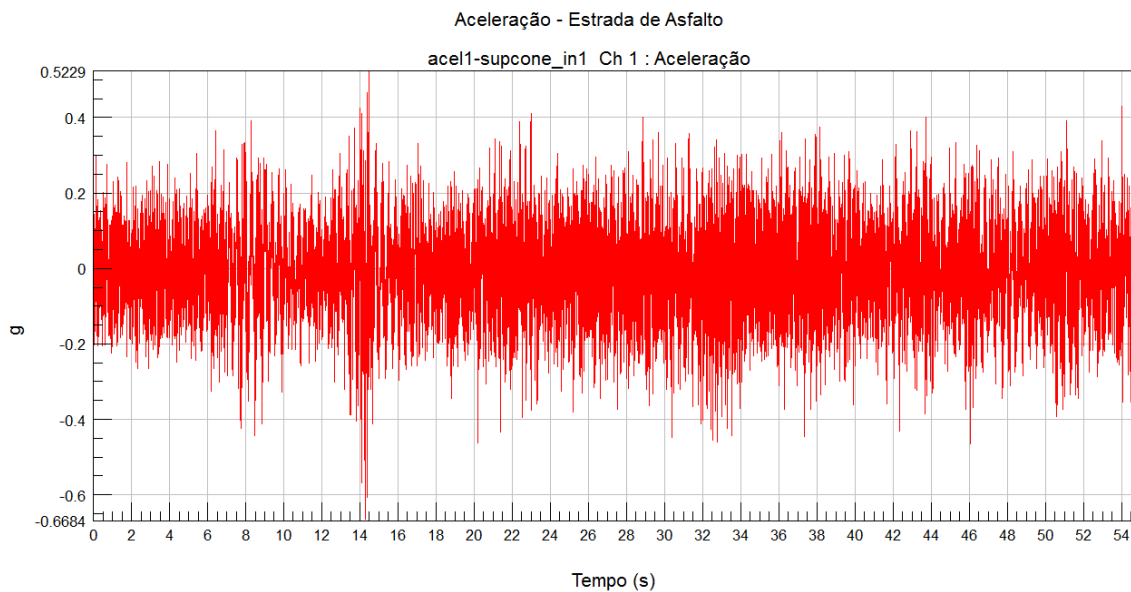


Figura 5.11 – Aceleração coletada em estrada de asfalto



### 5.2.3.1 Resultados: PSDs de Aceleração

Os resultados de aceleração PSD das pistas coletadas são obtidos a partir do uso da FFT, mostrada na Equação (3.37) e finalizam a etapa de análises de número 1. A Figura 5.12 mostra a PSD de aceleração obtida para as medições realizadas em estrada de chão.

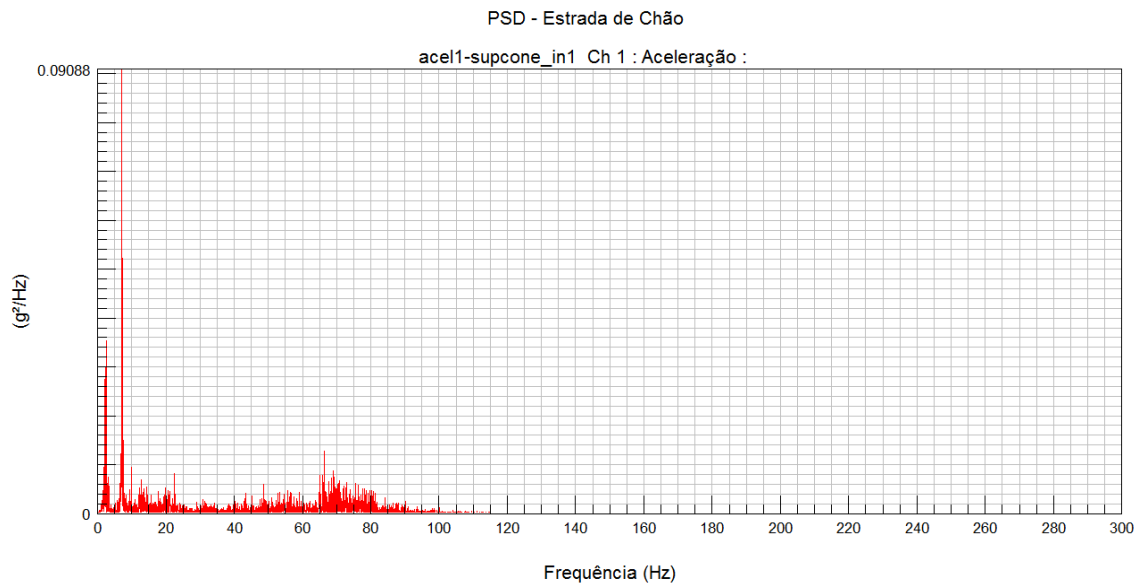


Figura 5.12 – PSD de aceleração obtida a partir de medições em estrada de chão

A Figura 5.13 mostra a PSD de aceleração obtida para as medições realizadas em estrada de asfalto.

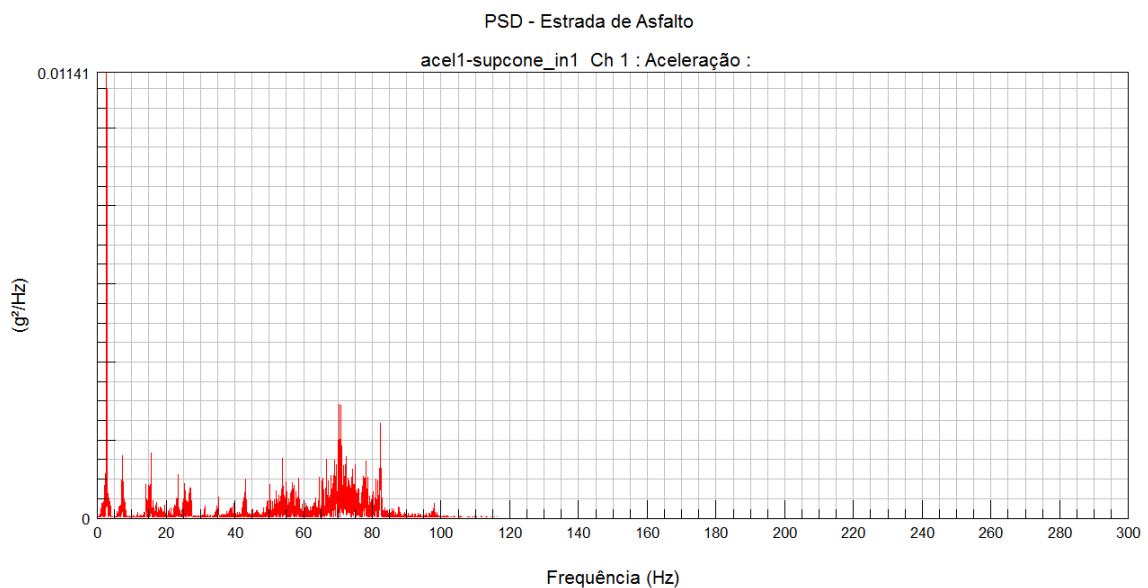


Figura 5.13 – PSD de aceleração obtida a partir de medições em estrada de asfalto

Além de finalizarem a primeira etapa necessária para estimar a vida em fadiga do componente em estudo, a obtenção das PSD de acelerações garante resultados para um dos objetivos do presente trabalho. A seguir as etapas de simulações numéricas serão detalhadas.

### **5.3 Simulações Numéricas**

#### **5.3.1 Generalidades**

As simulações numéricas fornecem a FRF da estrutura, obtida através de análise harmônica, bem como o panorama de tensões resultante de uma solicitação estática, obtido através de uma análise estática linear. Os resultados desta análise serão utilizados na consideração das tensões médias.

Nas análises numéricas utilizaram-se o *software* Ansys® 14.0 e uma *Workstation* HP Z-800 com processadores Intel® Xeon® E5620 de 2.4 GHz e 16 GB de memória DIMM DDR3 - 1333 MHz. Os tempos de processamento informados ao longo deste trabalho referem-se às análises processadas com esta configuração de *hardware*.

#### **5.3.2 Geração do Modelo de Elementos Finitos**

A partir do modelo geométrico 3D do suporte de cones, gerou-se o modelo numérico em Elementos Finitos. A malha é composta basicamente por elementos do tipo casca (*Ansys - Shell* 181) e elementos rígidos, empregados para a consideração da massa concentrada dos cones. A decisão por utilizarem-se elementos de casca deu-se em função das chapas finas utilizadas na fabricação do componente em estudo. Antes da geração da malha, extraíram-se as superfícies médias - *mid-surfaces* - das chapas constituintes do componente. A Figura 5.14 mostra as geometrias do suporte de cones em sólido e em superfícies, após extração das superfícies médias.

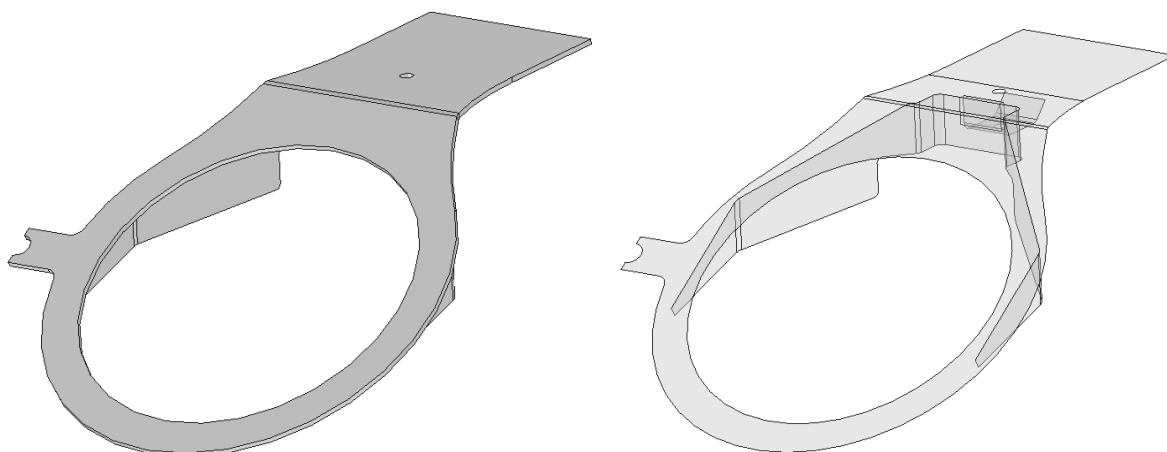


Figura 5.14 – Geometria em sólido e em superfície, após extração das superfícies médias

A Figura 5.15 mostra a malha de Elementos Finitos e a massa concentrada dos cones do referido componente. A malha é constituída por 3479 nós e 4014 elementos. Refinamentos da malha de Elementos Finitos e técnicas de modelamento das juntas soldadas foram ignorados no presente trabalho, uma vez que o objetivo principal deste é apresentar a metodologia empregada. Critérios de convergência de resultados podem ser encontrados em Bathe, 1996, enquanto que técnicas para modelamento de juntas soldadas podem ser encontrados em Eriksson et al., 2003 e nCode, 2011.

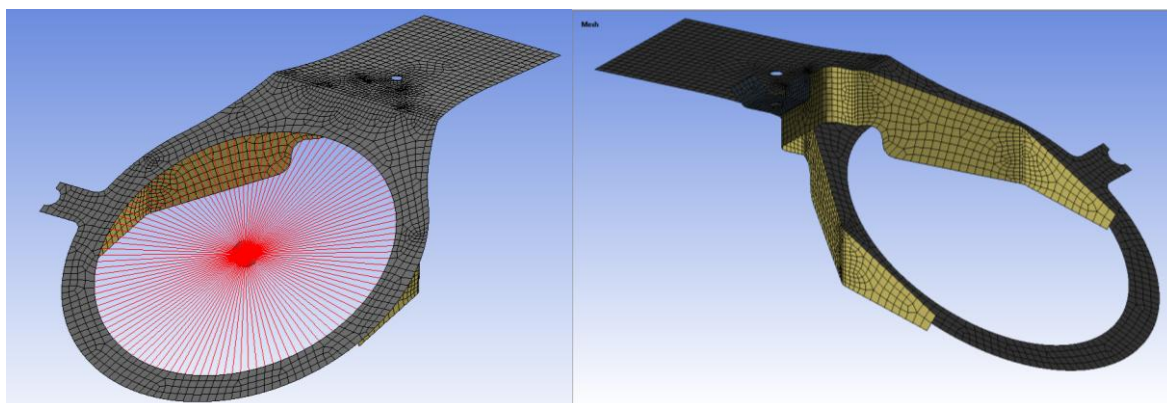


Figura 5.15 – Malha de Elementos Finitos e massa concentrada dos cones

O implemento rodoviário bitrem tanque utilizado nos procedimentos experimentais do presente trabalho deve transportar, obrigatoriamente, 4 cones para sinalização de via. Esta informação é dada pela norma NBR 9735, referida na Resolução N° 420, de 12/2/2004, da ANTT. Os cones de sinalização devem atender a norma ABNT NBR 15071. Segundo esta, cada cone deve ter massa entre 3 e 4 kg.

Um dos itens da norma NBR 9735 diz, no entanto, que são necessários outros 10 dispositivos para sustentação da fita de isolamento. Estes dispositivos podem ser cavaletes ou cones. Caso sejam cones, estes não precisam atender à NBR 15071 e, geralmente, são mais leves e menores que os dados pela NBR 9735. A massa utilizada nas análises deste trabalho foi definida considerando que o implemento rodoviário em questão esteja transportando 14 cones de 3 kg, ou seja, 7 cones em cada implemento, o que resulta em uma massa 21 kg sendo transportada por casa suporte. Este é o valor da massa concentrada mostrada na Figura 5.15. A Figura 5.16 mostra um cone de sinalização dado pela norma NBR 15071.



Figura 5.16 – Cone de sinalização segundo NBR 15071

### **5.3.3 Análise Modal**

Os objetivos da análise modal são determinar as frequências naturais e os modos de vibrar da estrutura. Uma vez que a análise harmônica, utilizada para determinar a FRF da estrutura, utiliza-se do método de superposição modal, o conhecimento dos modos de vibrar e das suas respectivas frequências torna-se parte fundamental deste trabalho. A seguir serão apresentadas as condições de contorno da análise modal.

#### **5.3.3.1 Condições de Contorno**

O suporte de cones teve todos os GDL restritos nas regiões mostradas em verde nas Figura 5.17 e Figura 5.18, representando a fixação do componente ao chassi do implemento rodoviário.

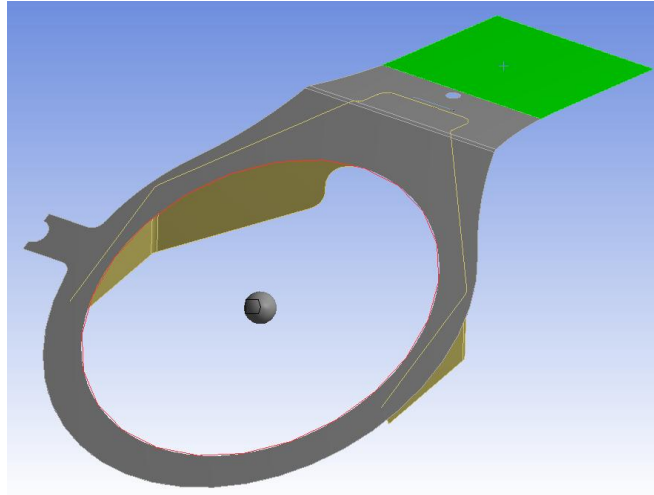


Figura 5.17 – Região com todos os GDL restritos

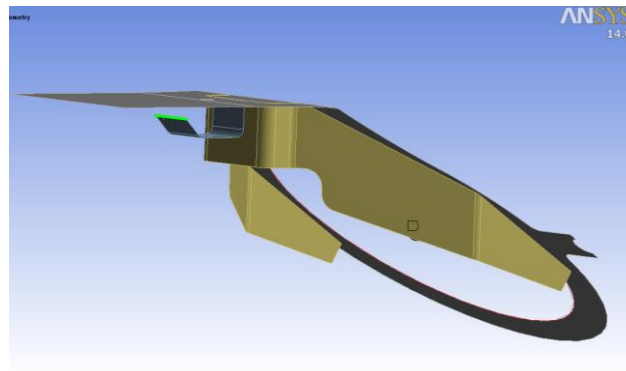
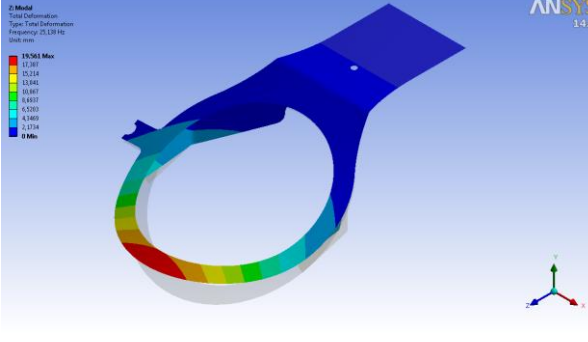
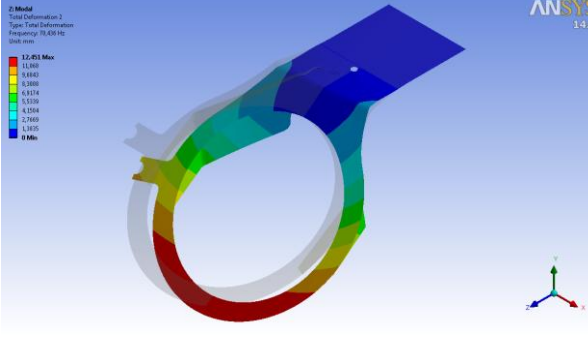
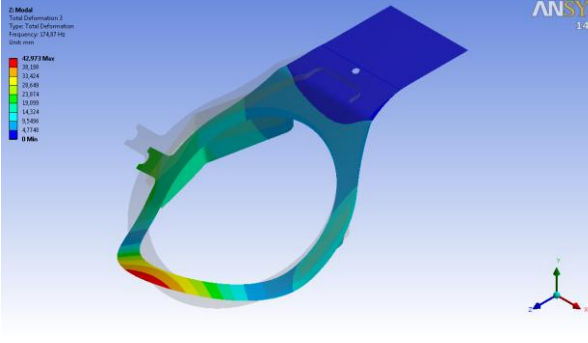
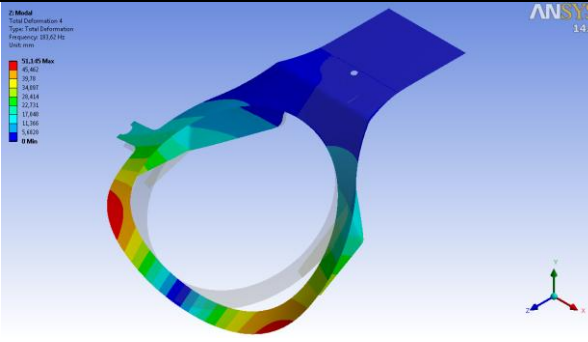


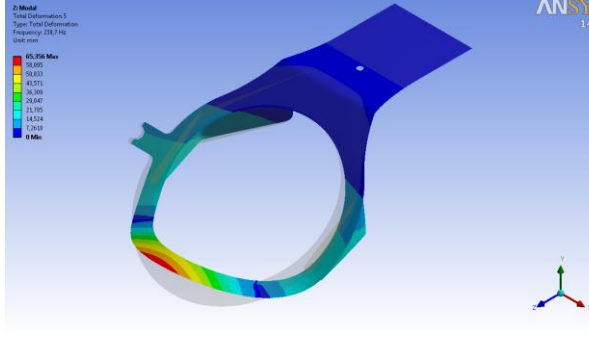
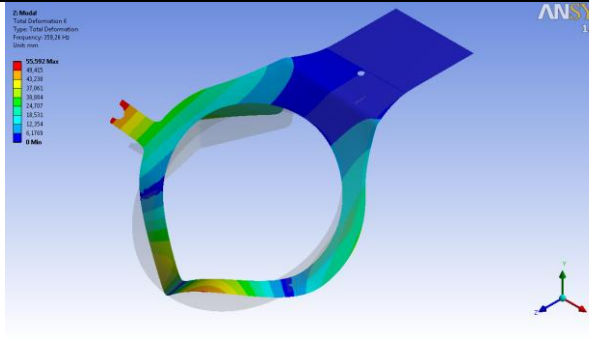
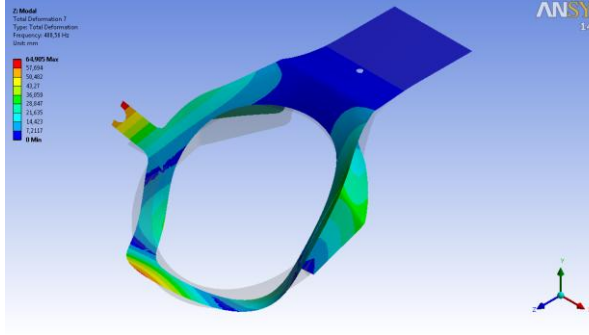
Figura 5.18 – Aresta com todos os GDL restritos

### 5.3.3.2 Resultados

A análise modal foi configurada de modo a calcular os modos em uma faixa de frequências de 0 até 600 Hz, o que corresponde ao dobro da frequência de Nyquist e ao dobro da frequência de varredura que será empregada na análise harmônica. Neste intervalo, foram calculados sete modos naturais de vibração, mostrados na Tabela 5.2

Tabela 5.2 – Modos e frequências naturais de vibração da estrutura

#	<i>Modos de vibração do componente</i>	<i>Característica do modo</i>	<i>Frequência [Hz]</i>
Modo 1		Flexão	25,14
Modo2		Flexão lateral	70,44
Modo 3		Flexão	174,07
Modo 4		Torção	183,62

Modo 5		Flexão	238,70
Modo 6		Torção	359,26
Modo 7		Flexão	488,56

### 5.3.4 Análise Harmônica – Função Resposta em Frequência

Para a determinação da Função Resposta em Frequência da estrutura, realizou-se uma análise harmônica. Utilizou-se o método da superposição modal, com os modos previamente obtidos. A excitação consiste em uma aceleração de 1g aplicada à base do componente, utilizando-se uma frequência de varredura de 0 até 300 Hz, correspondente à frequência de corte de Nyquist. A Figura 5.19 mostra o resultado da FRF de tensão na direção x para um nó do componente em estudo.

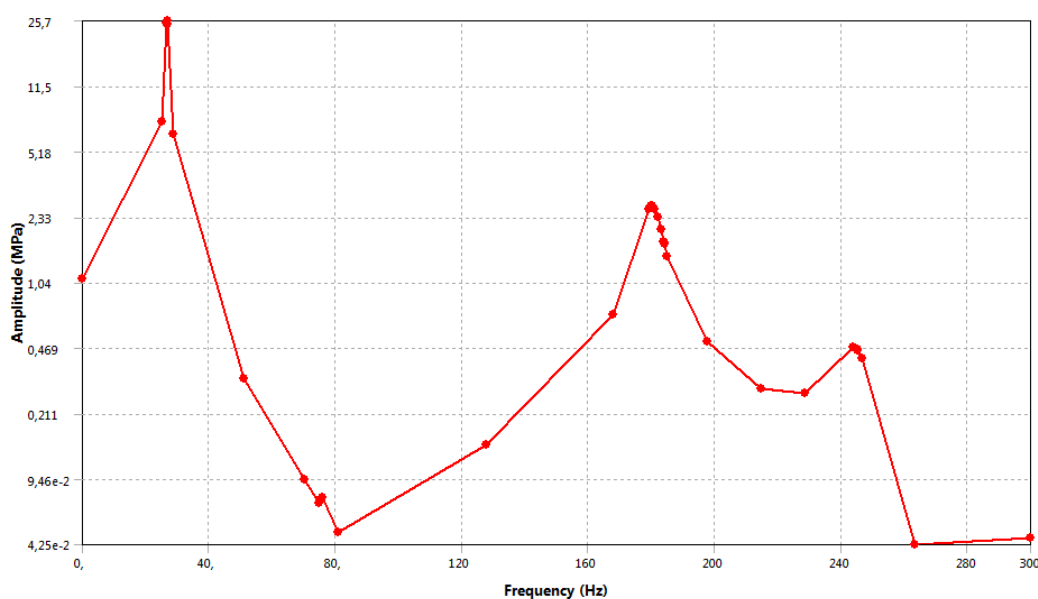


Figura 5.19 – FRF em termos de Tensão/g

A Figura 5.19 permite duas observações relevantes. A primeira refere-se aos picos de resposta ocorridos nas proximidades das frequências naturais do componente. Os modos 1, 3 e 5 apresentam ressonâncias nas respostas. Os modos 2 e 4, apesar de terem suas respectivas frequências naturais varridas pela excitação, não resultam em picos de resposta pois os modos não são coincidentes. Os modos 6 e 7 não foram excitados, uma vez que a frequência máxima de excitação foi de 300 Hz, valor abaixo das frequências naturais destes modos.

A segunda observação refere-se ao número de pontos da curva próximos das frequências naturais da estrutura. Uma vez que a análise modal é realizada em uma etapa anterior, o *software* reconhece essas frequências e possibilita que vários pontos sejam acumulados próximos das mesmas, no intuito de representar corretamente a amplitude dos picos de resposta. A correta representação dos picos presentes na FRF é fundamental nos cálculos do dano por fadiga, pois representam as regiões de maior energia do sinal. Deve-se



ressaltar que, a partir do conhecimento das excitações e da FRF determinam-se as respostas da estrutura em termos de PSD de tensões e destas os momentos espectrais, que alimentam os modelos de estimativa de vida em fadiga.

### **5.3.5 Análise Estática**

Realizou-se uma análise linear estática no componente em estudo. Os resultados desta análise são utilizados na consideração das tensões médias atuantes na estrutura, quando da atuação da aceleração da gravidade sob conjunto formado pelo suporte e pelos cones, adotando-se a hipótese de que o sistema oscilará em torno da posição de equilíbrio, dada pela atuação do peso próprio do conjunto.

O modelo adotado no presente trabalho é descrito por nCode, 2011 e diz que os tensores de tensões obtidos na análise estática são utilizados para deslocar as tensões médias de cada ciclo, uma vez que os modelos de estimativa de vida através de métodos espectrais ignoram estas tensões e consideram apenas a variação ou as tensões de amplitude. O modelo de Goodman foi utilizado, ignorando-se os efeitos benéficos das tensões médias compressivas.

#### **5.3.5.1 Condições de Contorno**

Na análise estática foram consideradas as mesmas condições de contorno da análise modal, ou seja, restrições de todos os GDL da região de fixação do componente ao chassi, bem como a massa total dos cones (Figura 5.17 e Figura 5.18). Além disso, considerou-se a aceleração da gravidade agindo no conjunto.

#### **5.3.5.2 Resultados**

Além de fornecer os tensores de tensões que serão utilizados na consideração das tensões médias, a análise estática fornece informações sobre prováveis pontos de falha da respectiva estrutura. No intuito apenas de ilustrar os resultados obtidos nesta análise, a Figura 5.20 mostra os resultados do panorama de tensões de Von Mises na estrutura do componente.

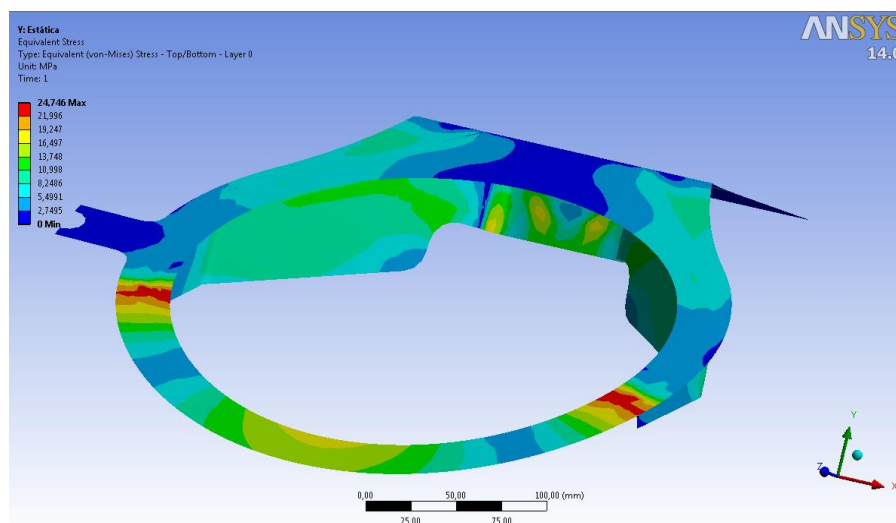


Figura 5.20 – Panorama de tensões de Von Mises no componente

#### 5.4 Estimativa da Vida em Fadiga

A terceira etapa de análise do suporte de cones resulta na vida em fadiga do componente. Para tanto, os resultados das outras duas etapas foram combinados, fornecendo informações de aceleração PSD, da FRF da estrutura e do panorama de tensões médias atuantes em função do peso próprio.

Para que o dano e a vida em fadiga sejam estimados, o uso de um modelo matemático para tal fim torna-se necessário. O item 4.5 deste trabalho apresentou modelos de estimativa de vida em fadiga no domínio da frequência. De acordo com as pesquisas desenvolvidas no decorrer desta dissertação, o modelo de Dirlik mostra-se indicado para uso geral, uma vez que sua aplicação é válida para processos de banda larga ou banda estreita, apresentando resultados mais próximos aos obtidos em análises experimentais e numéricas realizadas através de metodologias clássicas, sendo, por estes motivos, o modelo utilizado nos cálculos a seguir

A influência das tensões médias também foi avaliada, bem como o método de consideração de multiaxialidade, ou seja, os métodos da Máxima Tensão Principal Absoluta e Plano Crítico. Verificou-se ainda o tempo demandado para cada solução.

A combinação de cada um dos fatores resultou em oito análises distintas, conforme mostra a Figura 5.21.

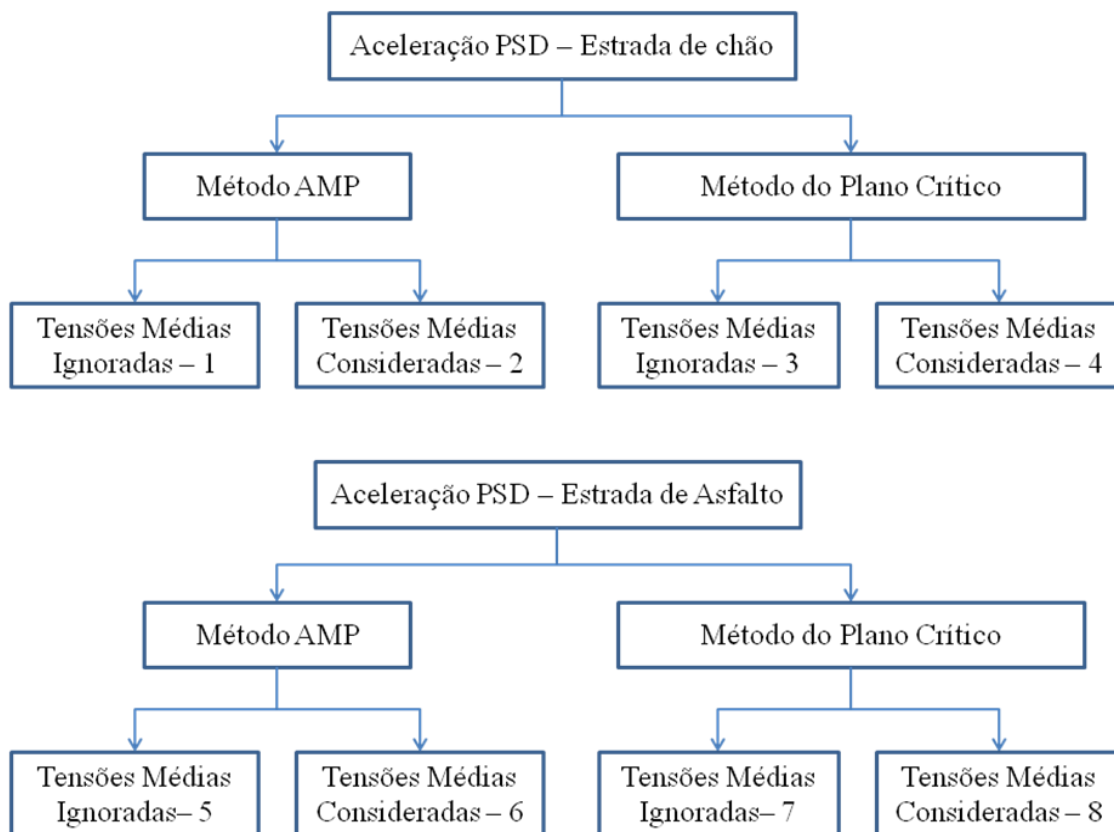


Figura 5.21 – Análises realizadas no presente trabalho

As propriedades mecânicas do material constituinte do componente em estudo são essenciais para a obtenção da vida em fadiga do mesmo. Tal componente é fabricado em aço ASTM A1011-36T1, material de larga aplicação na indústria metal-mecânica. O certificado de qualidade deste material informa as propriedades mecânicas do mesmo, conforme mostra a Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas do material utilizado

Limite de Escoamento [MPa]	311
Limite de resistência à tração [MPa]	401
Módulo de Elasticidade [GPa]	210
Coefficiente de Poisson	0,3

Uma vez que o objetivo deste trabalho consiste em apresentar o método de solução, a curva S-N do material foi estimada a partir do limite de resistência a tração do material. No entanto, é importante salientar que para aplicações industriais, o correto conhecimento da curva de fadiga do material pode definir o sucesso ou o fracasso da análise em questão. Uma curva S-N típica obtida em ensaios para aços estruturais pode ser vista na Figura 5.22.

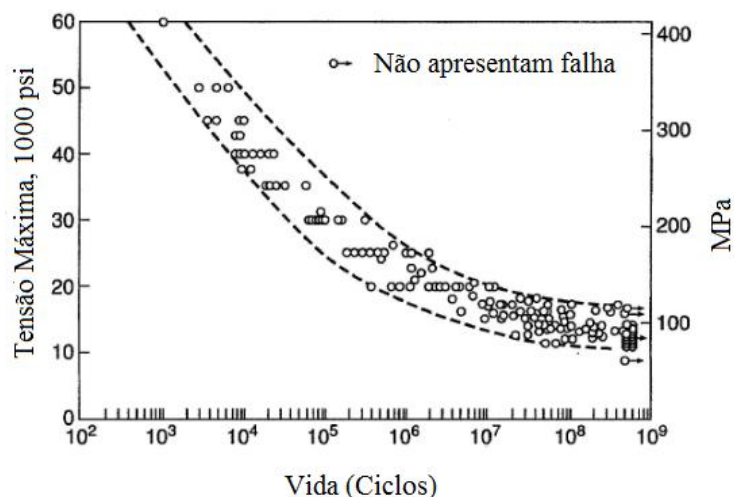


Figura 5.22 – Curva S-N típica encontrada em ensaios de aços estruturais

Pode-se estimar a curva S-N do material por meio do seu limite de resistência à tração, através de dois pontos da curva S-N, para 1000 (N1) ciclos e para 1.000.000 (N2) de ciclos, conforme segue [nCode, 2011]:

$$\begin{aligned} S1 &= 0,9 \cdot S_{TS} = 360,9 \text{ MPa} \\ S2 &= 0,357 \cdot S_{TS} = 143,1 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (5.1)$$

A Figura 5.23 mostra a curva S-N utilizada nas simulações deste trabalho. Tal curva baseia-se na curva característica obtida em ensaios, como a mostrada na Figura 5.22.

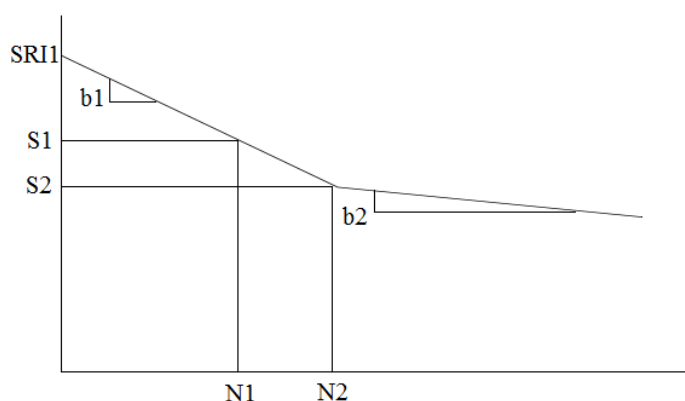


Figura 5.23 – Curva representativa do material utilizado nas análises

De posse dos valores de S1 e S2, é possível determinar os parâmetros de inclinação b1 e b2, que resultam em:

$$b1 = -0,133858$$

$$b2 = -0,0717299$$

Para  $b2 = 0$ , S2 representa o limite de fadiga do material. Neste caso, considerou-se a segunda inclinação da reta para que os ciclos de tensão de menor amplitude também causassem dano de fadiga à estrutura, indo-se, portanto, em favor da segurança.

A seguir serão apresentados os principais itens a serem considerados para a obtenção da vida em fadiga do componente em estudo, de acordo com as oito análises realizadas e mostradas na Figura 5.21. Avaliações acerca de resultados serão demonstradas. O *software nCode® Design Life* foi utilizado nas análises.

#### 5.4.1 PSDs de Tensões

Através das PSDs de tensões são obtidos os momentos espectrais e, a partir destes, utilizando-se o modelo de Dirlik, o dano e a vida em fadiga de cada nó da estrutura. Sendo assim, torna-se relevante avaliar as respostas de PSDs de tensões dos nós críticos da estrutura, ou seja, aqueles que apresentam vida em fadiga.

As PSDs de tensões resultam da análise de vibração aleatória, apresentada no fluxograma da Figura 5.2. Pode-se observar na mesma figura que as tensões médias não influenciam nestes resultados, sendo estes, portanto, função apenas da PSD de aceleração e da FRF da estrutura. Com isso, as PSDs de tensões das análises 1 e 2, 3 e 4, 5 e 6 e 7, 8 da Figura 5.21, são idênticas, resultando em quatro PSDs de tensões distintas, sendo duas para o nó crítico da estrutura quando solicitado por estrada de chão e outras duas para o nó crítico da estrutura quando solicitado por estrada de asfalto.

O nó crítico da estrutura, tanto para as solicitações oriundas estrada de chão, quanto as de estrada de asfalto, é o de número 2495, mostrado na Figura 5.24.

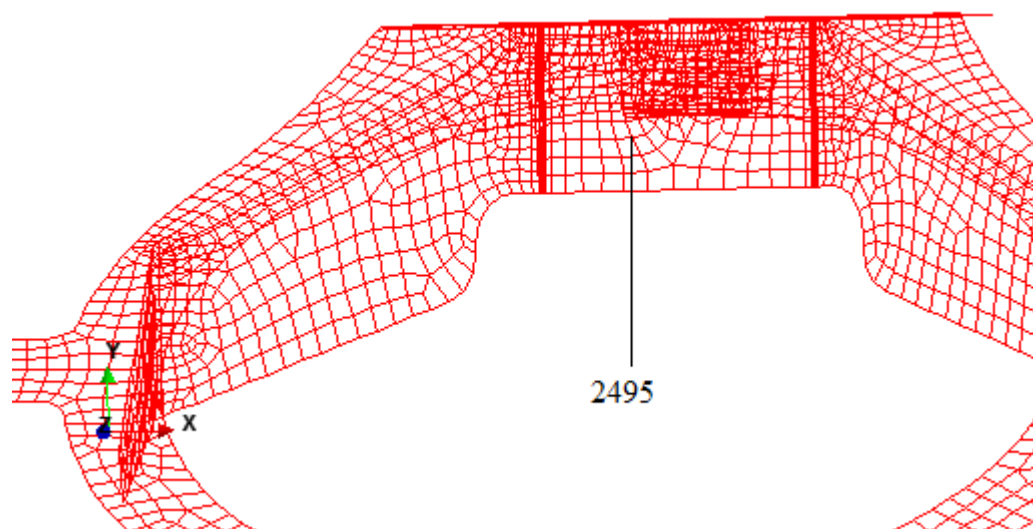
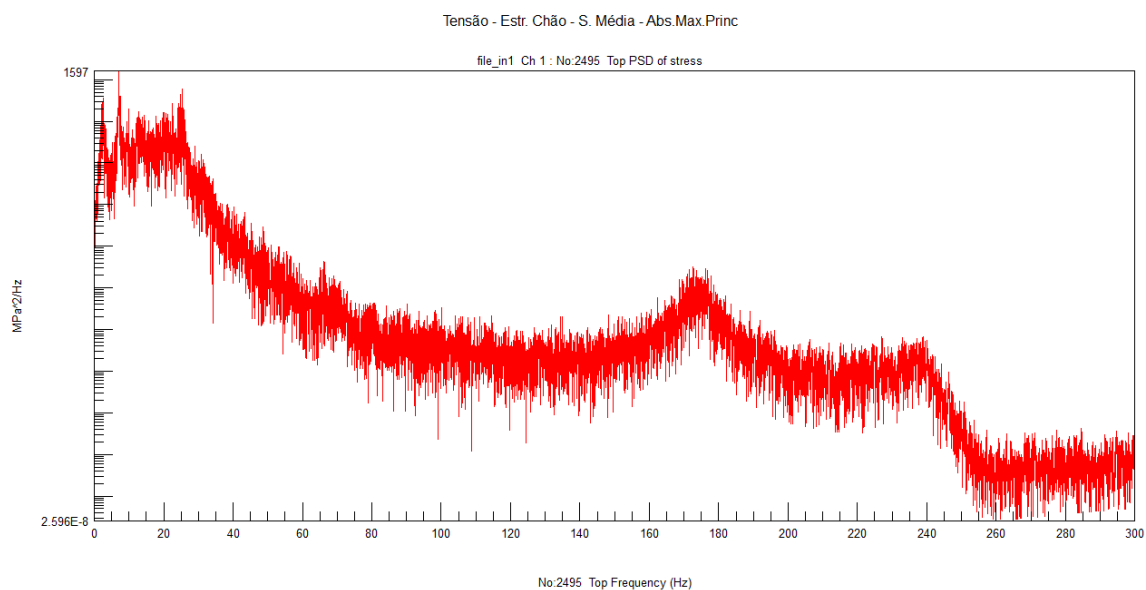


Figura 5.24 – Nó crítico da estrutura

A Figura 5.25 mostra as PSDs de tensões obtidas para o nó crítico da estrutura, quando solicitada pela PSD de estrada de chão, considerando-se o método AMP e Plano Crítico, respectivamente.



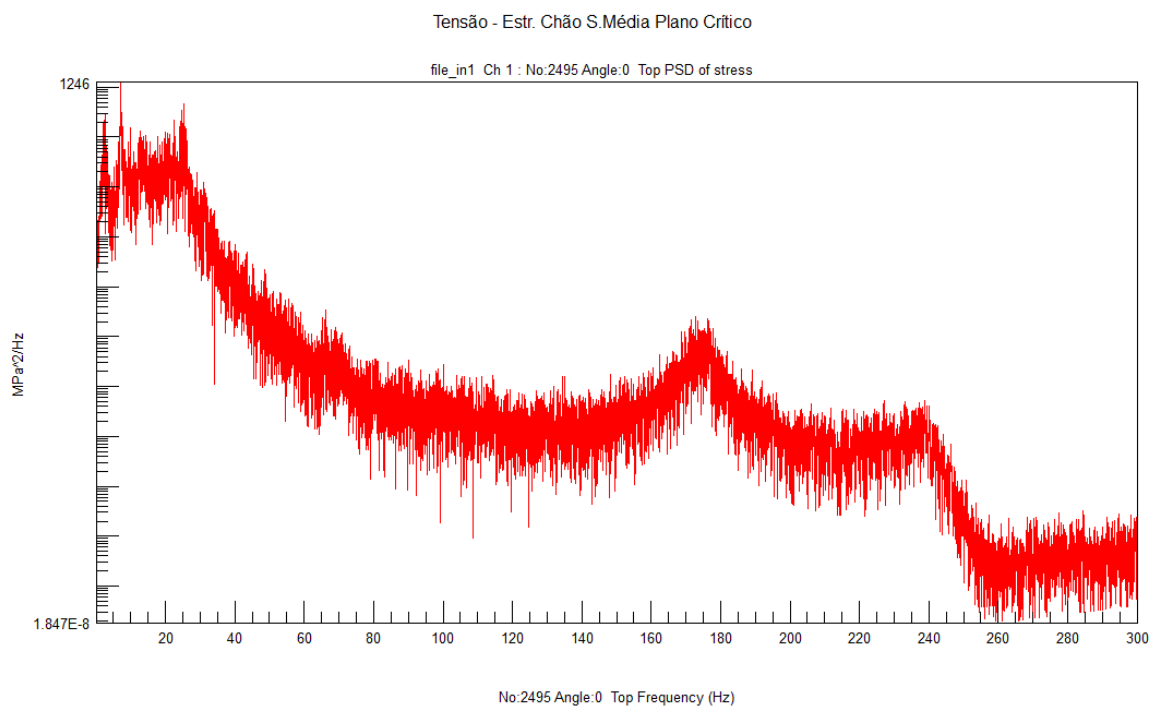
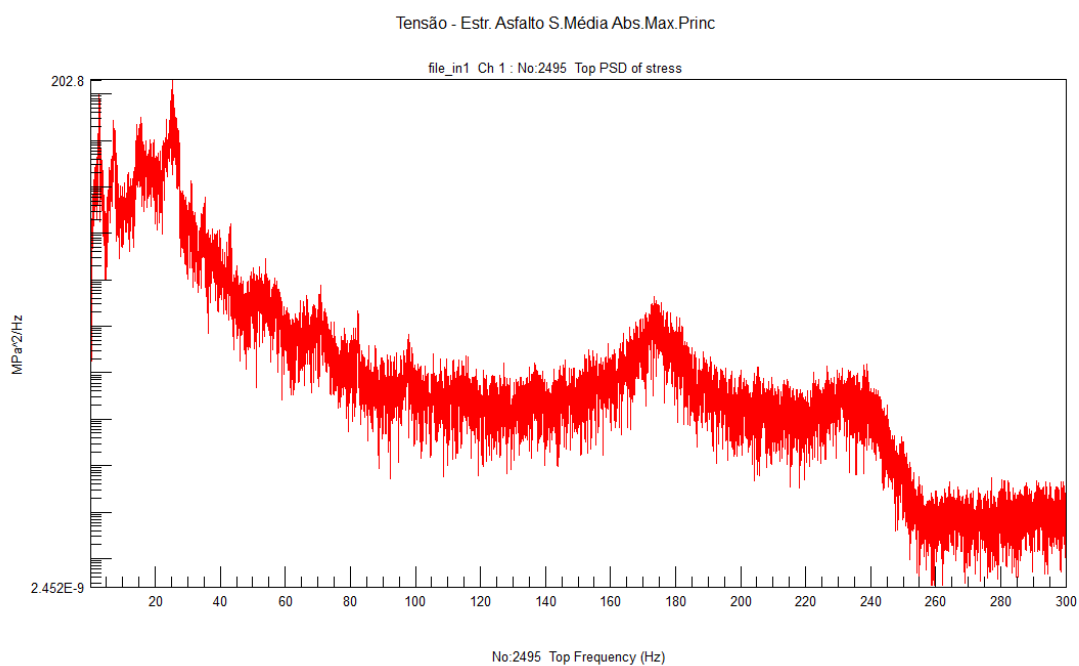


Figura 5.25 – PSDs de tensões para solicitação de estrada de chão

A Figura 5.26 mostra as PSDs de tensões obtidas para o nó crítico da estrutura, quando solicitada pela PSD de estrada de asfalto, considerando-se o método AMP e Plano Crítico, respectivamente.



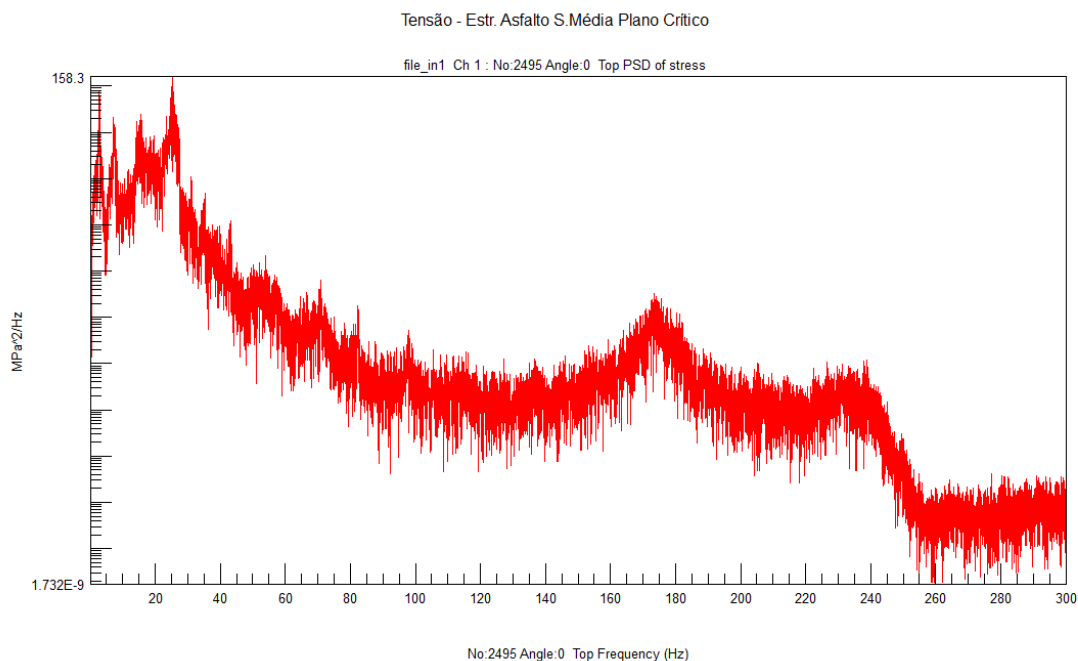


Figura 5.26 – PSDs de tensões para solicitação de estrada de asfalto

Observam-se, nas Figuras 5.25 e 5.26, picos de tensão nas proximidades de 25 Hz, 174 Hz e 238 Hz, que correspondem aos modos naturais de vibração 1, 3 e 5, respectivamente. Nas frequências dos modos 2 e 4 não há picos de tensão, mostrando que estes modos possuem pouca participação nas respostas. As frequências dos modos 6 e 7 não são varridas pelas excitações impostas à estrutura.

#### 5.4.2 Resultados: Vida em Fadiga

De posse as PSDs de tensões, definem-se os momentos espectrais e, na sequência, a vida em segundos dos nós da estrutura. Os resultados de vida em fadiga para os nós críticos das oito análises distintas encontram-se na Tabela 5.4 Nestas análises variaram-se as estradas onde as acelerações foram adquiridas, a consideração ou não das tensões médias e o método de abordagem da multiaxialidade de tensões. O tempo aproximado demandado pelas análises também faz parte da tabela e será discutido adiante.



Tabela 5.4 – Resultados de vida em fadiga

<i>Estrada</i>	<i>Vida [s]</i>			
	<i>Método AMP</i>		<i>Método Plano Crítico</i>	
	Com Médias	Sem Médias	Com Médias	Sem Médias
<i>Chão</i>	4,49E+07	4,49E+07	4,52E+07	4,52E+07
<i>Asfalto</i>	5,58E+13	5,58E+13	5,63E+13	5,63E+13
<i>Tempo Análise</i>	Aprox. 7 min.		Aprox. 1 h e 15 min.	

Avaliando-se os resultados apresentados na Tabela 5.4, percebe-se que as tensões médias não influenciam na vida em fadiga do nó crítico da estrutura, independentemente da via onde as acelerações foram coletadas ou do método de avaliação da multiaxialidade de tensões. Estes resultados foram investigados e serão demonstrados adiante.

Com intuito de ilustrar alguns dos resultados obtidos no presente trabalho, em termos de distribuição de vida em fadiga, a seguir serão apresentadas imagens com os referidos resultados.

Os resultados a seguir referem-se às análises 3, 6 e 7. As condições destas análises estão mostradas em destaque na Figura 5.27.

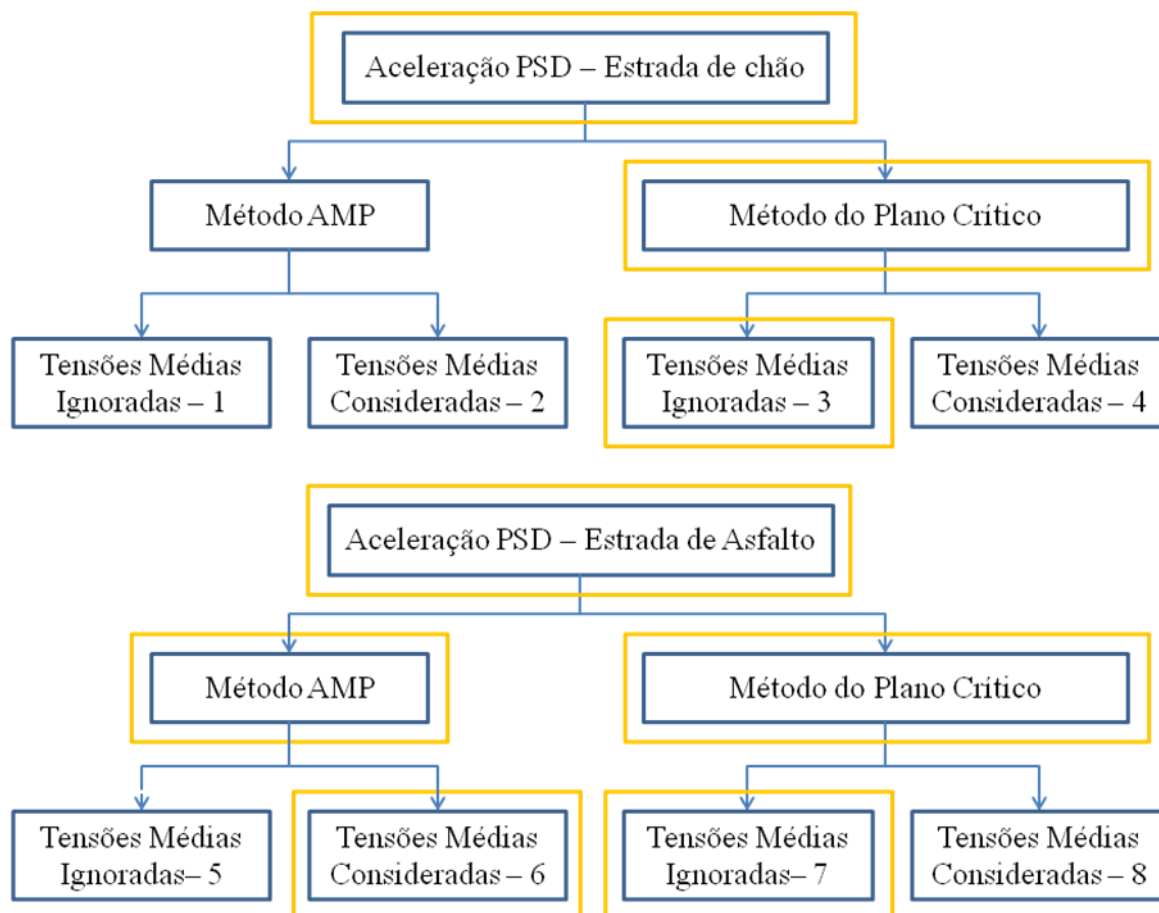


Figura 5.27 – Resultados: Análises 3, 6 e 7 em destaque

Pode-se observar que, na análise número 3, as solicitações são oriundas de medições realizadas em estradas de chão, as tensões médias são ignoradas e o método do Plano Crítico é utilizado. Na referida análise, a distribuição de vida, em segundos, está apresentada na Figura 5.28.

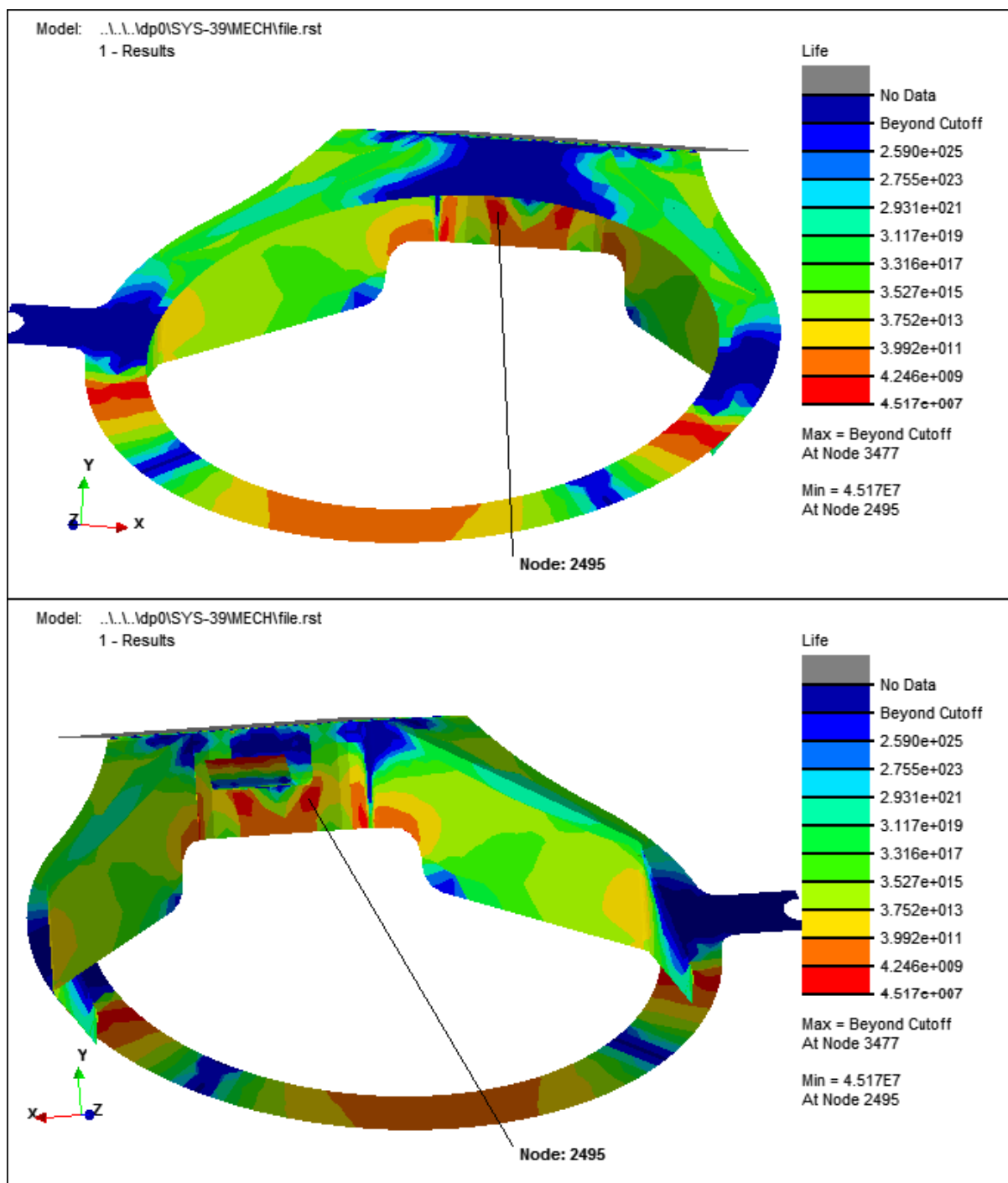


Figura 5.28 – Distribuição de vida, em segundos, para a análise número 3

Nota-se, na Figura 5.28, que o nó crítico é o de número 2495, previamente identificado na Figura 5.24.

Na análise número 6, a solicitação é oriunda de medições realizadas em estradas de asfalto e utiliza-se o método da Máxima Tensão Principal Absoluta, além de considerarem-se os efeitos das tensões médias, conforme mostra a Figura 5.27.

A distribuição de vida do suporte de cones, em segundos, bem como o nó crítico da estrutura, em termos de vida em fadiga, para as condições supracitadas, está apresentada na Figura 5.29. Nota-se, mais uma vez, que o nó crítico da estrutura, ou seja, aquele que apresenta menor vida em fadiga, é o de número 2495.

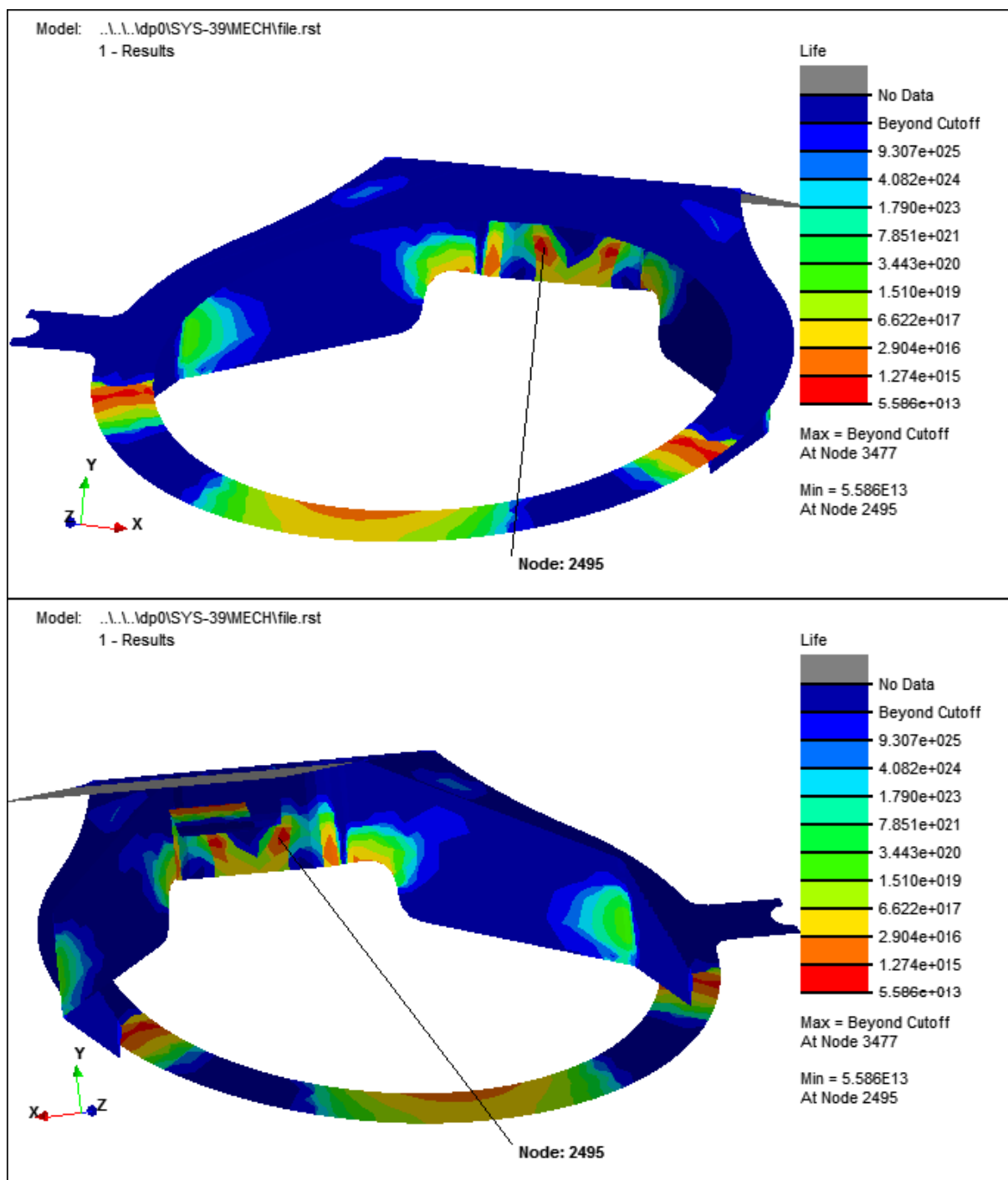


Figura 5.29 – Distribuição de vida, em segundos, para a análise número 6

De forma similar à análise 6, na análise número 7 a solicitação é oriunda de medições realizadas em estradas de asfalto. Por outro lado, diferentemente do caso anterior, o método do Plano Crítico é utilizado e as tensões médias são ignoradas, conforme mostra a Figura 5.27.

A distribuição de vida, em segundos, bem como o nó crítico da estrutura, para as condições ilustradas na Figura 5.27, está apresentada na Figura 5.30.

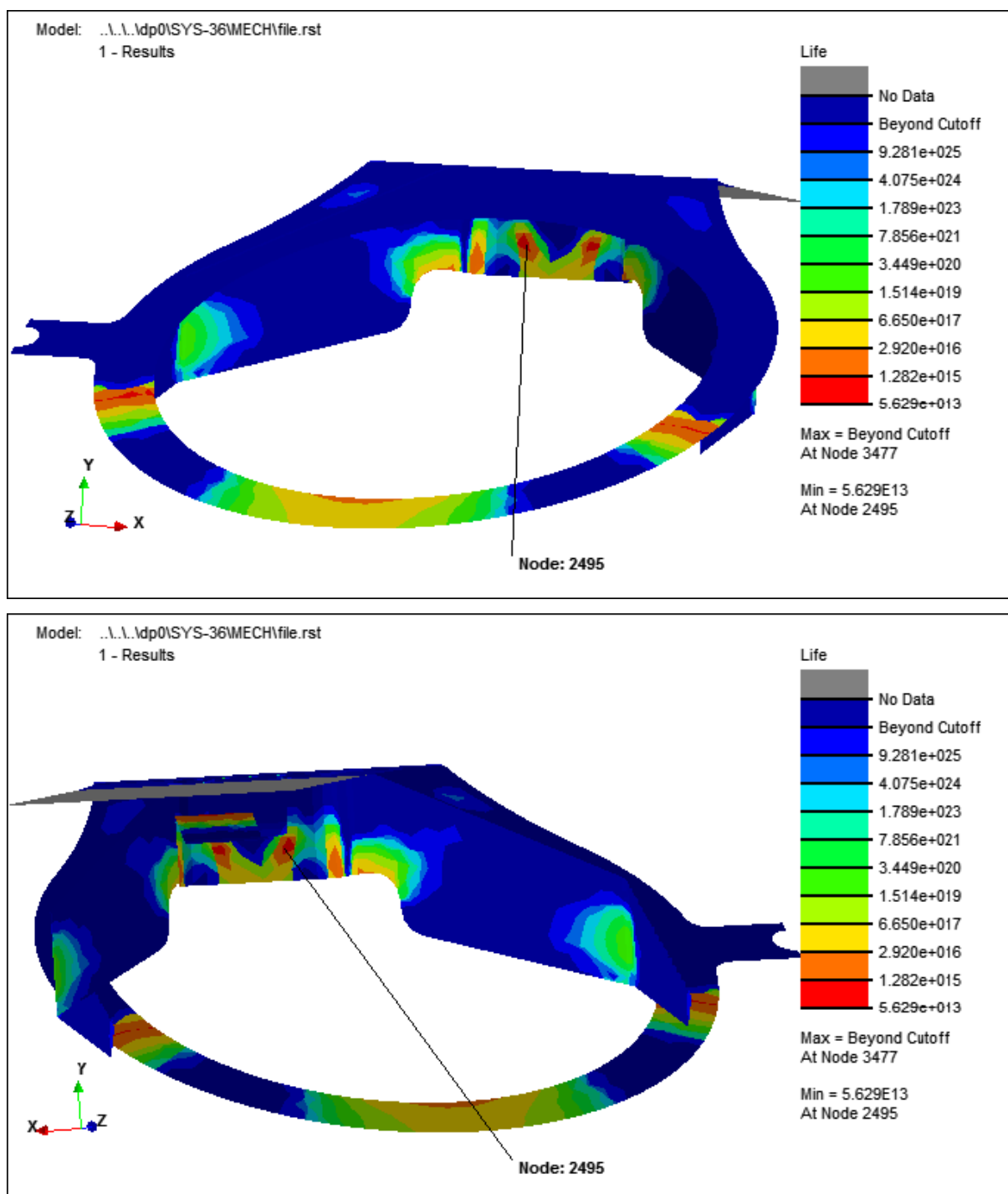


Figura 5.30 – Distribuição de vida, em segundos, para a análise número 7

### 5.4.3 Influência das Tensões Médias

No intuito de verificar a influência das tensões médias na vida em fadiga do componente em estudo, compararam-se os resultados obtidos nas análises destacadas na Figura 5.31.

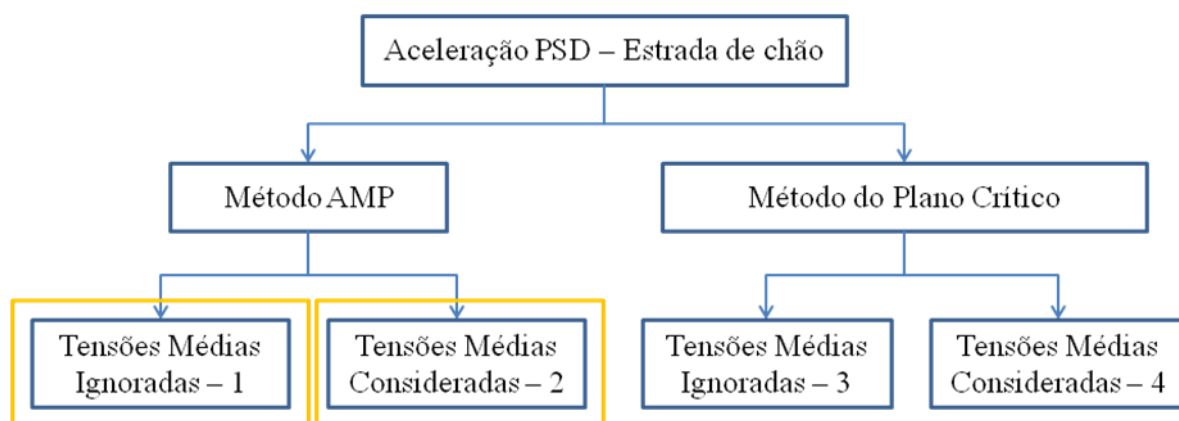
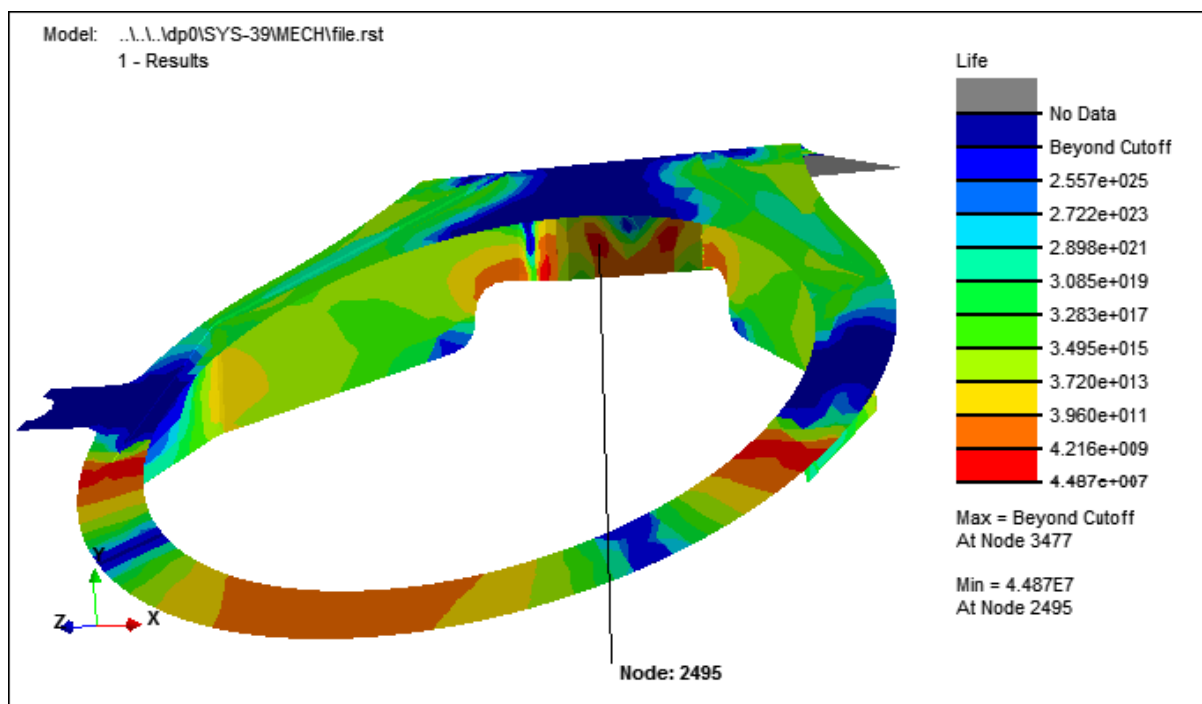


Figura 5.31 – Análises utilizadas para verificação da influência das tensões médias

A Figura 5.32 mostra o resultado de vida em fadiga, em segundos, obtido na análise de números 1, ou seja, ignorando-se as tensões médias



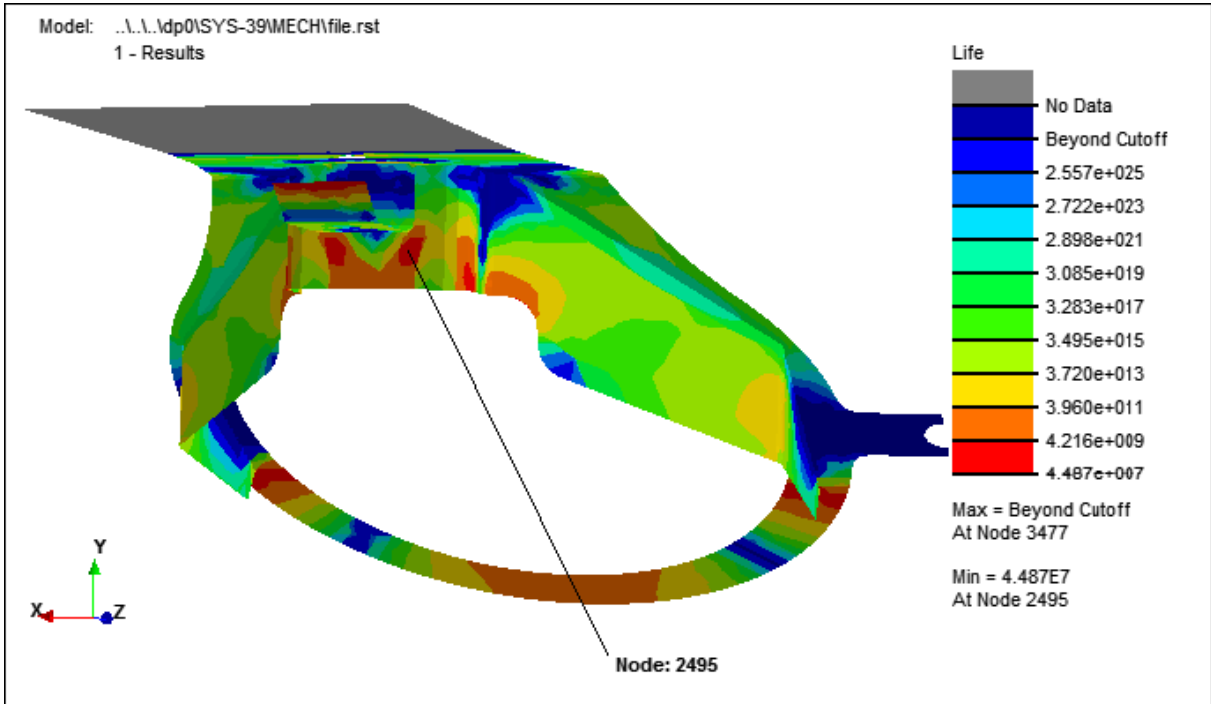
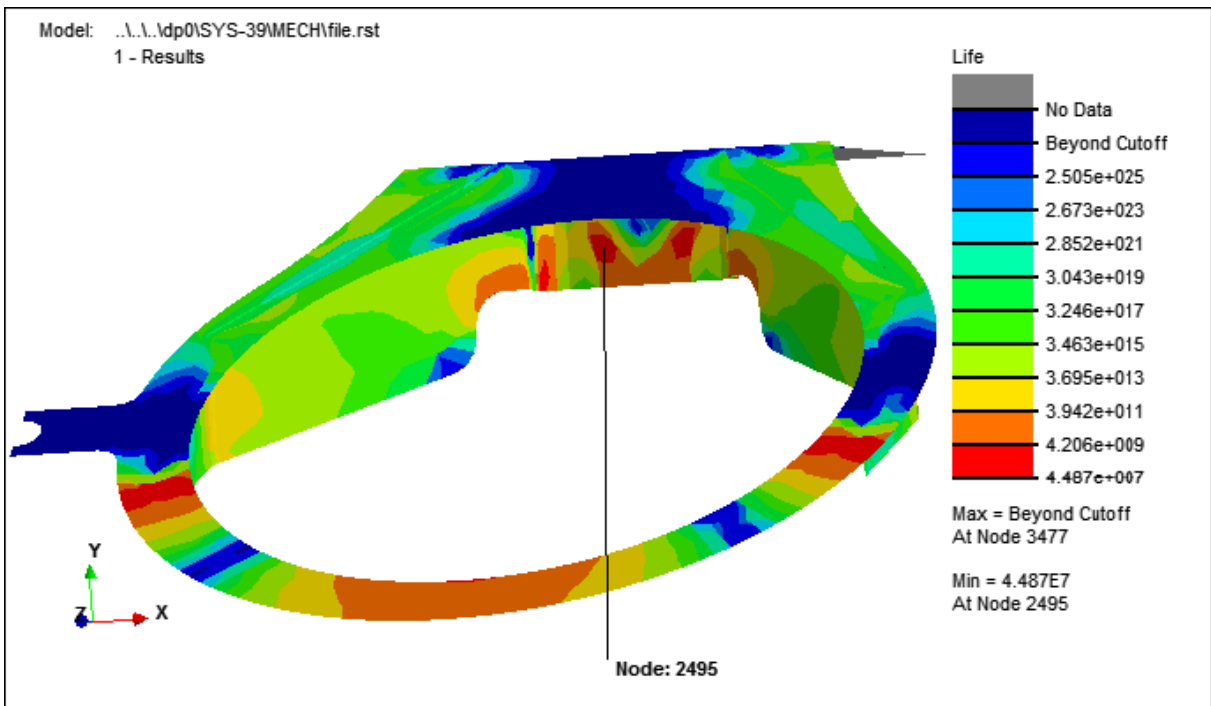


Figura 5.32 – Resultado de vida em fadiga da análise 1

A Figura 5.33 mostra o resultado de vida em fadiga, em segundos, obtido na análise de números 2, ou seja, considerando-se as tensões médias



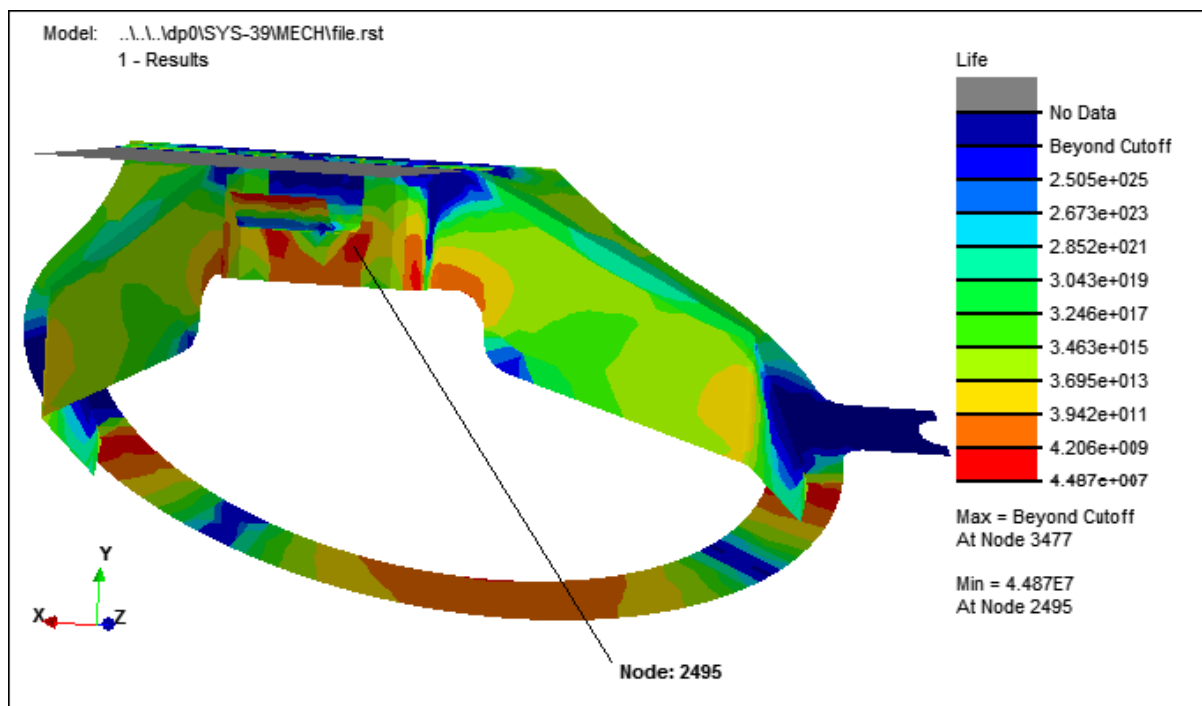


Figura 5.33 – Resultado de vida em fadiga da análise 2

A Figura 5.32 e a Figura 5.33 evidenciam o que fora constatado na Tabela 5.4, ou seja, a vida em fadiga encontrada no nó crítico da estrutura tem o mesmo valor para ambas as análises. As distribuições de vida, indicadas pelas cores, também são similares, ainda que as escalas possam ter pequenas diferenças nos valores. Sendo assim, decidiu-se investigar os resultados diretamente na tabela de resultados do *software*. A Figura 5.34 mostra os quatro nós mais críticos da estrutura em análise em termos de vida em fadiga. A Tabela 5.5 mostra os resultados de tensão média, ciclo de tensão de maior amplitude e vida em fadiga, para os mesmos nós.

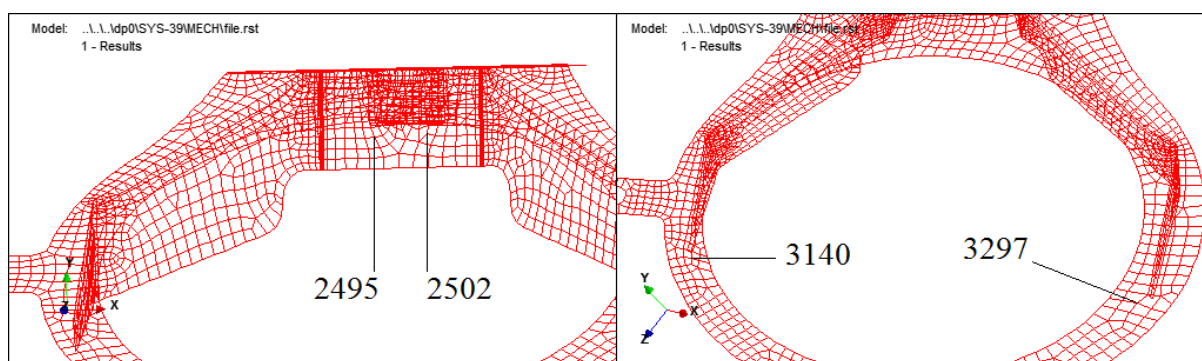


Figura 5.34 – Nós mais críticos em termos de vida em fadiga



Tabela 5.5 – Influência das tensões médias

		<i>Nó</i>	<i>Tensão Média [MPa]</i>	<i>Ciclo de Tensão de Maior Amplitude [MPa]</i>	<i>Vida [s]</i>
Tensão média ignorada	1	2495	0	89,02	4,49E+07
	2	2502	0	85,23	7,66E+07
	3	3140	0	79,94	1,81E+08
	4	3297	0	77,42	2,74E+08
Tensão média considerada	1	2495	-27,03	61,99	4,49E+07
	2	2502	-25,82	59,41	7,66E+07
	3	3140	21,76	100,4	1,06E+08
	4	3297	20,23	94,56	2,35E+08

De acordo com a Tabela 5.5, percebe-se que os dois nós mais críticos da estrutura possuem tensões médias compressivas, por este motivo, o valor da vida encontrada para o nó crítico da estrutura não sofre influência das mesmas. Já os outros dois nós apresentam tensões médias trativas e suas respectivas vidas em fadiga foram reduzidas em função destas. Se o nó crítico da estrutura estivesse sob tensão média de tração e esta não fosse considerada na análise, a estimativa de vida em fadiga resultaria em um valor superestimado. Este efeito foi observado em todas as demais análises nas quais compararam-se a influência das tensões médias na vida em fadiga do componente em estudo, ou seja, o nó crítico encontrava-se sempre em compressão.

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 6.1 Conclusões

#### 6.1.1 Aquisição dos Dados de Aceleração

O primeiro objetivo geral do presente trabalho era a determinação das acelerações impostas ao componente suporte de cones, que foi utilizado como estudo de caso deste trabalho. Especificamente, essas acelerações seriam determinadas quando do tráfego do implemento rodoviário em estradas de chão e de asfalto.

Este objetivo foi alcançado, uma vez que estes sinais foram aquisitados em testes realizados com um implemento rodoviário do tipo bitrem tanque, trafegando em trechos de pistas de estrada de chão e de asfalto

As principais características que devem ser observadas nesta aquisição, são a escala do acelerômetro a ser utilizado, a frequência de amostragem do sinal e o filtro *anti-aliasing*.

A frequência de amostragem deve atender ao critério estabelecido pelo Teorema de Nyquist ou Teorema da amostragem, caso contrário ocorrerá o fenômeno de mascaramento das frequências, ou *aliasing*. O filtro passa-baixa *anti-aliasing* também é fundamental, pois impede que frequências acima de uma determinada faixa estejam presentes no sinal, sejam elas geradas por ruídos ou outros efeitos perturbadores.

Como resultados os dados coletados em estrada de chão apresentam picos de até 2g de aceleração medidos na base do componente em estudo (Figura 5.9). Já as acelerações medidas em estrada de asfalto apresentaram picos de 0,6 g.

Uma vez que estes dados seriam posteriormente utilizados na análise de fadiga através de métodos espectrais, seria necessário transformá-los para PSD de acelerações no domínio da frequência, através do uso da FFT. Como estes dados foram cortados de um sinal com maior tempo de duração, o uso de janelamentos é indicado no intuito de evitar o vazamento espectral, ou *spectral leakage*. A não utilização de algum tipo de janela significa o mesmo que utilizar uma janela retangular, que provoca o fim abrupto do sinal, permitindo que energia do sinal "vaze" para frequências adjacentes. Por este motivo uma janela de Hanning foi utilizada no presente trabalho e, posteriormente, em cima dos dados "janelados", estimou-se a PSD através da FFT.

Os resultados da PSD de aceleração tanto para o sinal adquirido em estrada de chão, quanto em asfalto, apresentam picos de energia em frequências similares, sendo o pico mais proeminente ocorrendo em frequências de até 10 Hz. Outra banda de energia é percebida entre os 60 e 80 Hz. Apesar da similaridade dos sinais em termos de distribuição em frequência, as amplitudes dos mesmos possuem diferenças consideráveis, sendo maiores no sinal adquirido em estrada de chão.

### **6.1.2 Estimativa da Vida em Fadiga do Componente Suporte de Cones**

O segundo objetivo geral do presente trabalho era estimar a vida em fadiga do componente suporte de cones sob solicitações de aceleração previamente coletadas e transformadas em PSD. Em específico, a vida seria estimada para excitações oriundas do tráfego do implemento em estradas de chão e de asfalto, em análises independentes.

O modelo de fadiga utilizado foi o de Dirlik, por apresentar melhores resultados em comparação a outros métodos de estimativa de vida no domínio da frequência.

As análises considerando excitações oriundas de pistas de chão apresentaram valores de tempo de vida consideravelmente inferiores aos obtidos em estradas de asfalto. Considerando-se, hipoteticamente, que o implemento rodoviário deste estudo trafegue apenas na estrada de chão utilizada nas medições do presente trabalho, durante doze horas por dia, por 365 dias, o tempo de vida do suporte de cone que foi estudado seria de aproximadamente 2,8 anos. Adotando-se a mesma consideração para a pista de asfalto utilizada nas medições deste trabalho, a vida em fadiga seria infinita. Deve-se ressaltar, no entanto, que este é apenas um valor de referência, pois como já fora mencionado, critérios de convergência de malha e técnicas de modelamento das juntas soldadas não foram consideradas no presente trabalho, o que alterariam os resultados obtidos.

A influência da consideração das tensões médias foi avaliada para o componente em estudo e conclui-se que estas, não influenciaram na vida em fadiga estimada do ponto crítico da estrutura, tanto para as análises que utilizaram excitações de estrada de chão, quanto asfalto. Este fato foi investigado e conclui-se que as tensões médias atuantes nos nós críticos dos modelos eram compressivas. Já em outras regiões da estrutura, esta tensão possuía valores positivos reduzindo consideravelmente a vida em fadiga.

As tensões multiaxiais foram avaliadas segundo os critérios do Plano Crítico e da Máxima Tensão Absoluta Principal. O método do Plano Crítico é dado pela literatura como superior ao outro, em função de apresentar melhores resultados, pois é capaz de considerar as

mudanças de direção das tensões principais, mas, em contrapartida, exige maior esforço computacional. Sendo assim, a primeira constatação acerca do comparativo entre estes dois métodos, deu-se em relação ao tempo de análise. O tempo médio demandado nas análises utilizando o método do Plano Crítico foi de uma hora e quinze minutos. Utilizando-se o método da Máxima Tensão Absoluta Principal, o tempo médio demandado foi de sete minutos, o que representa uma diferença de quase onze vezes para as configurações de *hardware* utilizadas neste trabalho.

Apesar disso, conclui-se que, para o ponto crítico do componente analisado, o método do Plano Crítico, não apresentou diferenças significativas em relação ao tempo de vida em fadiga quando comparado com o método da Máxima Tensão Absoluta Principal, indicando que há pouca rotação das tensões principais no referido ponto. Este comportamento era esperado, pois o componente em estudo, em função das vinculações de movimento e dos carregamentos impostos, sofre basicamente flexão

## 6.2 Sugestões

Neste trabalho realizou-se a análise de um suporte de cones como estudo de caso, mas o uso de métodos espectrais pode ser aplicado para outros componentes presentes em veículos destinados ao transporte de cargas e até mesmo comerciais, especialmente para aqueles que possuem excitação de base.

A vida em fadiga pode ser estimada com maior precisão se forem consideradas, além da dinâmica vertical, as dinâmicas transversal e longitudinal do veículo. Para isso seria necessário o uso de outros dois acelerômetros ou, um único triaxial. Neste caso os carregamentos seriam representados por uma matriz quadrada  $3 \times 3$  onde a diagonal principal da matriz seria formada pelos auto espectros, ou seja, as PSD de aceleração em cada direção, e os termos fora da diagonal representariam os espectros cruzados (CSD), responsáveis por contabilizar as diferenças de fase entre os sinais, já que a PSD não possui tal informação. Nestes casos, existe maior probabilidade de as diferenças serem significativas entre as respostas dadas pelo método do Plano Crítico e Máxima Tensão Absoluta Principal, pois os carregamentos atuariam de maneira aleatória em direções distintas.

A fadiga mecânica é objeto de estudo há quase dois séculos. Nas abordagens no domínio do tempo, grandes avanços ocorreram desde então. Já no domínio da frequência, os principais avanços datam da década de 1980 e o assunto é tema atual de pesquisas,

especialmente no que se refere a critérios de multiaxialidade, conforme afirma Nieslony, 2010.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alves Filho, A., **Elementos Finitos - Base da Tecnologia CAE / Análise Dinâmica**, Érica, São Paulo, 2005.

ANFIR, **Desempenho do Setor - Janeiro a Dezembro de 2011**, Disponível em: < [http://www.anfir.org.br/Download/estatistica/Desempenho\\_Jan\\_Dez.\\_2011.PDF](http://www.anfir.org.br/Download/estatistica/Desempenho_Jan_Dez._2011.PDF) > . Acesso em 30/01/2012.

Ariduru, S., **Fatigue Life Calculation by Rainflow Cycle Counting Method**, Thesis (Master Degree), The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, **NBR 15071 - Segurança no tráfego - Cones para sinalização viária**, Rio de Janeiro, 2005.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, **NBR 9735 - Conjunto de equipamentos para emergências no transporte terrestre de produtos perigosos**, Rio de Janeiro, 2009.

Aykan, M. e Çelik, M., **Vibration Fatigue Analysis and Multi-axial Effect in Testing of Aerospace Structures**, Mechanical Systems and Signal Processing, Ankara, Turkey, 2008.

Bendat, J. S. e Piersol, A. G., **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**, John Wiley & Sons, New York, 1971.

Bathe, K. J., **Finite Element Procedures**, Prentice Hall, 1996.

Bendat, J. S., **Probability Functions for Random Responses**. NASA report on Contract NAS-5-4590, 1964.

Bishop, N. W. M e Woodward, A. **Fatigue Analysis of a Missile Shaker Table Mounting Bracket**, 2001. disponível em :<

[http://www.randomvibration.com/Papers/BAe\\_Missile\\_Bracket\\_ver2.pdf](http://www.randomvibration.com/Papers/BAe_Missile_Bracket_ver2.pdf)>. Acesso em 18/12/2011.

Bishop, N. W. M et al., **Analytical Fatigue Life Assessment of Vibration Induced Fatigue Damage**, MSC World Users' Conference Proceedings, 1995.

Bishop, N. W. M, et al., **Vibration Fatigue Analysis in the Finite Element Environment**, MSC Americas Users' Conference, Universal City, California, Estados Unidos, 1998.

Bishop, N. W. M. e Sherratt, F., **Finite Element Based Fatigue Calculations**, The International Association for the Engineering Analysis Community, Farnham, United Kingdom, 2000.

Bishop, N. W. M., **Vibration Fatigue Analysis in the Finite Element Environment**, XVI Encuentro Del Grupo Español De Fractura, Espanha, 1999.

Bishop, N.W.M., **The Use of Frequency Domain Parameters to Predict Structural Fatigue**, Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, England, 1988.

Bosco Junior, R., **Análise Numérico-Experimental de Componentes Sujeitos à Fadiga Por Solicitações Aleatórias - Avaliação de Modelos**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

Catman, **Operating Manual**, Catman Professional 5.0, Hottinger Baldwin Messtechnik GMB, Alemanha, 2005.

CEL/COPPEAD & IBP, **Planejamento Integrado do Sistema Logístico de Distribuição de Combustíveis**, 2005.

CNT e COPPEAD, **TRANSPORTE DE CARGAS NO BRASIL**, Disponível em: <[http://www.cnt.org.br/Imagens%20CNT/PDFs%20CNT/Pesquisa%20CNT%20Coppead/coppead\\_cargas.pdf](http://www.cnt.org.br/Imagens%20CNT/PDFs%20CNT/Pesquisa%20CNT%20Coppead/coppead_cargas.pdf)>. Acesso em 17/01/2012.

CNT, **Pesquisa CNT de Rodovias 2011**, Disponível em: <<http://pesquisarodovias.cnt.org.br/Relatorios/Boletim%20Pesquisa%20CNT%20de%20Rodovias%202011.pdf>> . Acesso em 24/01/2012.

Dirlik, T., **Application of Computers in Fatigue Analysis**, Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, England, 1985.

Dowling, N, **Mechanical Behavior of Materials**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.

Eriksson, A. et al., **Weld Evaluation using FEM – A guide to fatigue-loaded structures**, Industrilitteratur AB, Lidingö, 2003.

Fatemi, A. e Yang, L., Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of art for homogeneous materials, **International Journal of Fatigue**, Vol. 20, No. 1, pp 9 - 34, 1998.

Figueiredo, R., **Gargalos Logísticos na Distribuição de Combustíveis Brasileira**, disponível em: <[http://www.forumlogistica.net/site/new/art\\_Gargalos\\_Logisticos\\_na\\_dist\\_de\\_combust.pdf](http://www.forumlogistica.net/site/new/art_Gargalos_Logisticos_na_dist_de_combust.pdf)>. Acesso em 30/01/2012.

Fressinet, M. et al., **Fatigue Life Estimation of Structures Subjected to Vibratory Loading**, 26th International Committee on Aeronautical Fatigue - ICAF - Symposium, Montreal, Canadá, 2011.

Halfpenny, A., **A Frequency Domain Approach for Fatigue Life Estimation from Finite Element Analysis**, International Conference on Damage Assessment of Structures - DAMAS 99, Dublin, Irlanda, 1999.

Halfpenny, A., **Methods For Accelerating Dynamic Durability Tests**, 9th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamic, Southampton, UK, 2006.



Hougaz, A. B., **Análise Probabilística de Durabilidade Aplicada a Veículos de Carga Rodoviária**, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

IPEA, **Brasil em Desenvolvimento 2010**, Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/bd/pdf/Livro\\_BD\\_vol2.pdf](http://www.ipea.gov.br/bd/pdf/Livro_BD_vol2.pdf) >. Acesso em 17/01/2012.

Kim, P. Y. et al., **Fatigue Life Calculation for a Ship Subjected to Hull Girder Vibration**, 12th International Offshore and Polar Engineering Conference, Kitakyushu, Japan, 2002.

Lee, Y. et al., **Fatigue Testing and Analysis (Theory and Practice)**, Elsevier Butterworth-Heinemann Publications, USA, 2005.

nCode, **Design Life Theory Guide 7.0**, HBM, 2011.

Neto, C. A. S. C. et al., **Gargalos e Demandas da Infraestrutura Rodoviária e os Investimentos do PAC: Mapeamento IPEA de Obras Rodoviárias**, Ipea, 2011.

Newland, D. E., **An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis**, 3 ed., John Wiley & Sons, New York, 1993.

Nieslony, A., Comparison of Some Selected Multiaxial Fatigue Failure Criteria Dedicated for Spectral Method, **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, 48,1 pp. 233-254, Warsaw, 2010.

Nieslony, A., Macha, E., **Spectral Method in Multiaxial Random Fatigue**, Opole: Springer, 2007.

Passipoularidis, V. A. e Brøndsted, P., **Fatigue Evaluation Algorithms: Review**, Materials Research Division, Risø National Laboratory for Sustainable Energy, Technical University of Denmark, Denmark, 2009.

Perrupato, M., **Logistic Infrastructure Scenario in Brazil**, Railway Interchange, Minneapolis, 2011.

Prakash, J. et al., **Dynamic Stress and Durability Analyses: Time Vs Frequency Domain Approaches**, Americas Virtual Product Development Conference, MSC Software Corporation, Huntington Beach, California, EUA, 2006.

Purushothaman, N. P. et al., **A Robust Durability Process For Military Ground Vehicles**, Proceedings of the 2009 Ground Vehicles Systems Engineering and Technology Symposium, GVSETS, Troy, EUA, 2009.

Qiang, R. e Hongyan W., **Frequency Domain Fatigue Assessment of Vehicle Component under Random Load Spectrum**, 9<sup>th</sup> International Conference on Damage Assessment of Structures - DAMAS 2011, Oxford, United Kingdom, 2011.

Quigley, J. e Lee, Y., **Assessing Dirlik's Fatigue Damage Estimation Method for Automotive Applications**, SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst., 2012.

Rahman, M.M. et al., Fatigue Life Prediction of Two-Stroke Free Piston Engine Mounting Using Frequency Response Approach, **European Journal of Scientific Research**, ISSN 1450-216X Vol.22 No.4 (2008), pp.480-493 , 2008.

da Rosa, E., **Análise de Resistência Mecânica**, Apostila da disciplina de Mecânica da Fratura e Fadiga, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, GRANTE, 2002.

Santos, J.A., **História do Transporte Rodoviário**, Revista Ibero-Americana de Estratégia, Vol. 1, No. 1, 2002.

Schroeder, E. M. e Castro, J. C., **Transporte Rodoviário de Carga: Situação Atual e Perspectivas**, Disponível em: [http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes\\_pt/Institucional/Publicacoes/Consulta\\_Expressa/Setor/Transporte\\_Rodoviario/199612\\_1.html](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes_pt/Institucional/Publicacoes/Consulta_Expressa/Setor/Transporte_Rodoviario/199612_1.html) >. Acesso em 17/01/2012.

Steinberg, D. S., **Vibration Analysis for Electronic Equipment**, 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley & Sons, New York, 1988.

Stephens, R. I. et al., **Metal Fatigue in Engineering**, John Wiley & Sons, 2001.

Su, H., Automotive CAE Durability Analysis Using Random Vibration Approach, **2nd MSC Worldwide Automotive Conference**, 2000.

Suresh, S., **Fatigue of Materials**, Cambridge University Press, Second Edition, 1998.

Tedesco, G. M. I. et al., **Mercado de Transporte Rodoviário de Cargas no Brasil**, Artigos Científicos, Revista ANTT, Vol. 3, No. 2, 2011.

Tunna, J. M., Fatigue Life Predict for Gaussian Random Loads at the Design Stage, **Fatigue & Fracture Engineering Materials & Structures**, 9(3):185-194, 1986.

Wirsching, P. H. e Light, M. C., Fatigue Under Wide Band Random Loading, **Journal of the Structural Division**, ASCE, Vol. 106, No. ST7, pp. 1593-1607, 1980.

Zhang, Y. e Usman, M., Life Prediction for Lighting Bulb Shield Designs Subjected to Random Vibration, **SAE International Congress and Exposition**, Detroit, Michigan, USA, 1999.

Durante o desenvolvimento deste trabalho, foram submetidos os seguintes artigos:

- **Coupled FE Spectral Analysis - Random Fatigue Calculation Methodology for Semi-Trailer Fatigue Assessment**
  - Autores: André Alaniz Cesário, Cezar de Mattos, Rodrigo Bernardi, Luiz Gustavo Del Bianchi da Silva Lima, Fabiano Nunes Diesel e Giovanni de Moraes Teixeira;
  - Trabalho publicado e apresentado pelo primeiro autor no 7º Colloquium Internacional SAE Brasil de Suspensões e Implementos Rodoviários & Mostra de Engenharia 2012.
  
- **Fatigue Assessment of a Semi-Trailer Using FE Spectral Analysis Combined with Random Fatigue Calculation**
  - Autores: André Alaniz Cesário, Giovanni de Moraes Teixeira, Walter Paucar Casas, Cezar de Mattos, Luiz Gustavo Del Bianchi da Silva Lima e Fabiano Nunes Diesel;
  - Trabalho submetido pelo primeiro autor e apresentado pelo segundo autor no 10th World Congress on Computational Mechanics, WCCM 2012.
  
- **Estimativa da Vida em Fadiga em um Implemento Rodoviário Através da Análise Espectral Combinada com Elementos Finitos**
  - Autores: Walter Paucar Casas, André Alaniz Cesário, Cezar de Mattos, Luiz Gustavo Del Bianchi da Silva Lima, Fabiano Nunes Diesel e Giovanni de Moraes Teixeira;
  - Trabalho submetido pelo primeiro autor e apresentado pelo segundo autor, no VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM 2012.