

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

JULIO CESAR ARAUJO DA SILVA JUNIOR

CONTÁGIO ENTRE MERCADOS FINANCEIROS: UMA ANÁLISE VIA
CÓPULAS NÃO PARAMÉTRICAS

Porto Alegre

2012

JULIO CESAR ARAUJO DA SILVA JUNIOR

**CONTÁGIO ENTRE MERCADOS FINANCEIROS: UMA ANÁLISE VIA
CÓPULAS NÃO PARAMÉTRICAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como quesito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia, com ênfase em Economia Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann

Co-orientador: Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent

Porto Alegre

2012

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

Responsável: Biblioteca Gládis Wiebelling do Amaral, Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS

S586c

Silva Junior, Julio Cesar Araujo

Contágio entre mercados financeiros: uma análise via cópulas não paramétricas / Julio Cesar Araujo da Silva Junior. – Porto Alegre, 2012.

51 f. : il.

Orientador: Flávio Augusto Ziegelmann.

Co-orientador: Hudson da Silva Torrent.

Ênfase em Economia Aplicada.

Dissertação (Mestrado em Economia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas, Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre, 2012.

1. Mercado financeiro. 2. Inferência não paramétrica. 3. Inferência estatística. 4. Estimação. I. Ziegelmann, Flávio Augusto. II. Torrent, Hudson da Silva. III. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Ciências Econômicas. Programa de Pós-Graduação em Economia. VI. Título.

CDU 330.115

JULIO CESAR ARAUJO DA SILVA JUNIOR

**CONTÁGIO ENTRE MERCADOS FINANCEIROS: UMA ANÁLISE VIA
CÓPULAS NÃO PARAMÉTRICAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como quesito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia, com ênfase em Economia Aplicada

Aprovada em Porto Alegre, 10 de Agosto de 2012

Dr. Enzo Giacomini

Deutsche Bank

Prof. Dr. Maurício Henrique Zevallos Herencia

UNICAMP

Prof. Dr. Osvaldo Candido da Silva Filho

UCB

Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann - Orientador

UFRGS

À minha mãe.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos professores da UFRGS por todos os conhecimentos adquiridos. Entre eles, gostaria de fazer um agradecimento especial aos professores Flávio Augusto Ziegelmann e Hudson Torrent pela paciência e ensinamentos durante a etapa de dissertação.

À minha família pela confiança depositada, em especial a minha mãe, Dona Maria, pelo apoio e amor incondicional, à minha avó por todo o carinho, as minhas tias Graça e Lena, por terem me abrigado quando precisei de um teto.

Aos meus companheiros de casa Rodrigo, Gabrielito e José Flávio pelo excelente convívio ao longo desse último ano.

Aos funcionários do PPGE, pelo seu excelente trabalho e atenção.

Aos meus colegas Oscar, Bruna, Júlio e Thaís, por ouvirem tantas vezes minhas lamentações nos momentos ruins e comemorarem comigo os bons.

Às pessoas que de alguma forma contribuíram para a elaboração deste trabalho, entre elas: O Prof. Erik Alencar que me inseriu no mundo acadêmico, o Prof. Márcio Laurini pelos comentários a distância em meu blog, o Prof. Osvaldo Cândido por sanar minhas dúvidas e contribuir nas opiniões sobre programações, o Prof. Olivier Scaillet por ter disponibilizado uma das rotinas utilizadas na dissertação.

Por fim, agradeço ao governo federal por ter me disponibilizado, além da bolsa Capes - Reuni que utilizei, um ensino gratuito e de qualidade, sem seu apoio não teria condições.

Resumo

O aumento dos fluxos globais comerciais e financeiros, a partir da década de 90, e as diversas crises ocorridas até o atual período fizeram da avaliação de contágio um tema extremamente relevante, tanto para investidores quanto para formuladores de política. Nesse sentido, a presente dissertação tem como objetivo testar a hipótese de contágio financeiro para os mercados de Brasil, Inglaterra e Espanha em face à última crise americana de 2008. Para tanto, desenvolveu-se o artigo que integra o Capítulo 2 - a espinha dorsal deste trabalho - com dados diários dos retornos dos índices de Jan/2004 a Jun/2011. No âmbito da metodologia de cópulas, adotou-se uma estratégia empírica com base em duas etapas: i) a estimativa não paramétrica de cópulas, via *kernel*, utilizando o método desenvolvido em Fermanian et al. (2002) e a avaliação através de uma abordagem de *bootstrap*, sobre a ocorrência de um aumento significativo nas medidas de dependência delas extraídas; ii) testes sobre a igualdade entre cópulas empíricas, conforme proposto por Remillard e Scaillet (2009), a fim de verificar se houve mudança na estrutura de dependência a partir da crise. Os resultados obtidos nas duas etapas da estratégia empírica são semelhantes e sugerem a existência de contágio financeiro para os países analisados no período estudado.

Palavras-chave: Contágio financeiro. Cópulas. Estimadores kernel. Dados financeiros.

Abstract

The increase in global trade and financial flows since the 90's, and the various crises in the current period until these days made contagion an extremely important issue for both investors and policy makers. Accordingly, this dissertation aims to test the hypothesis of financial contagion between USA and markets in Brazil, England and Spain in the face of the last USA crisis of 2008. To this end, we produce the article in Chapter 2 - the backbone of this work - with daily data of index-returns from Jan/2004 to Jun/2011. Under the scope of copula methodology, we adopt an empirical strategy based on two steps: i) estimating nonparametric copulas via kernel, using the method developed in Fermanian et al. (2002) and assessing through a bootstrap approach whether a significant change in dependence measures extracts thereof, ii) testing whether two empirical estimated copulas are the same, as proposed by Remillard e Scaillet (2009), to check again whether dependence structures change with crisis. The results obtained in these two steps of the empirical strategy are similar and suggest the existence of financial contagion between the countries analysed in the studied period.

Keywords: Financial contagion. Copula. Kernel estimators. Financial data.

Sumário

1	Introdução	9
2	Contágio entre Mercados Financeiros: Uma Análise via Cópulas Não Paramétricas	10
2.1	Introdução	11
2.2	Cópulas e Contágio Financeiro	14
2.3	Modelagem e Estimação	20
2.3.1	Modelos para as Distribuições Marginais	20
2.3.2	Método Não Paramétrico para a Estimação de Cópulas	22
2.3.3	Teste para Igualdade entre Duas Cópulas	26
2.4	Análise Empírica	27
2.4.1	Dados e Estatísticas Descritivas	28
2.4.2	Resultados das Estimações	30
2.5	Considerações Finais	36
3	Conclusão	38
	Referências	39
A	Apêndice - ACFs e PACFs	43
B	Apêndice - Tabelas das distribuições marginais	49

1 Introdução

A importância dos mercados financeiros para as diversas economias do mundo é inegável, dada sua funcionalidade na atração de investimentos e capitais. No contexto atual, de globalização financeira, existe um intenso fluxo global comercial e financeiro entre vários países, que carrega consigo uma parcela de risco. Diante disso, não só para investidores, mas também para os formuladores de políticas públicas, torna-se necessário avaliar a estrutura de dependência entre os distintos mercados. Essa avaliação entre as diferentes bolsas de valores do mundo acaba tendo maior relevância no período atual, em que é necessário avaliar o impacto da última crise financeira, deflagrada no mercado americano, em 2008.

Em função das diversas crises ocorridas nas últimas décadas, fez-se necessário estudar suas formas de propagação e defini-las. Segundo Edwards (2000), foi a partir da década de 90, com a eclosão de crises em países emergentes, que o termo contágio financeiro tornou-se frequentemente utilizado. Na literatura, existem diversas definições de contágio financeiro, sendo uma das mais utilizadas a de *shift contagion*, popularizada no trabalho de Forbes e Rigobon (2001) e aplicada em Kuusk et al. (2011), Lee (2011), Marçal e Valls Pereira (2008), Santos e Valls Pereira (2011), entre outros. As metodologias empregadas para a verificação empírica de contágio financeiro são diversas, e a busca por métodos mais precisos é contínua. Nesse sentido, desenvolve-se o artigo que integra o Capítulo 2 com o uso da definição de *shift contagion* e a metodologia de cópulas. Desenvolvida por Sklar (1959), a metodologia tornou-se frequente nos estudos das áreas de seguros e finanças (FERMANIAN, 2005). Os métodos não paramétricos também são utilizados neste estudo e surgem em função da opção pela flexibilidade de não imposição de formas paramétricas, de modo a deixar os dados “falarem por si mesmos”.

O período utilizado nesta pesquisa é de jan/2004 a jun/2011 e os dados correspondem aos retornos dos valores de fechamento diário dos índices das bolsas dos Estados Unidos, Brasil, Inglaterra e Espanha. Os procedimentos adotados para a avaliação do contágio financeiro tem como base as estimações de cópulas não paramétricas de Fermanian et al. (2002) e o teste proposto por Remillard e Scaillet (2009). A maneira como ambos são empregados na aplicação empírica, em prol da verificação de contágio financeiro, é explicada mais detalhadamente nos procedimentos metodológicos constantes na seção 3 do artigo.

A dissertação é composta, além dessa introdução, por mais dois capítulos. No Capítulo 2 é realizada a análise empírica sobre a existência de contágio financeiro. No Capítulo 3, são feitas considerações gerais sobre o trabalho, sua contribuição à literatura e sugeridas algumas direções para pesquisas futuras.

2 Contágio entre Mercados Financeiros: Uma Análise via Cópulas Não Paramétricas

Julio Cesar Araujo da Silva Junior¹ Flávio Augusto Ziegelmann²

Hudson da Silva Torrent³

Resumo

O aumento dos fluxos globais comerciais e financeiros, a partir da década de 90, e as diversas crises ocorridas até o atual período fizeram da avaliação de contágio um tema extremamente relevante, tanto para investidores quanto para formuladores de política. Nesse sentido, o presente artigo tem o propósito de testar a hipótese de contágio financeiro para os mercados do Brasil, Inglaterra e Espanha em face à última crise americana de 2008. A base do estudo são os dados diários dos retornos dos índices de Jan/2004 a Jun/2011. Para tanto, adotou-se uma abordagem distinta, através da metodologia de cópulas, e uma estratégia empírica baseada em duas etapas: i) estimar cópulas de forma não paramétrica, via *kernel*, utilizando o método desenvolvido em Fermanian et al. (2002) e avaliar se ocorreu aumento significativo nas medidas de dependência delas extraídas; ii) realizar testes de comparação entre cópulas empíricas, conforme proposto por Remillard e Scaillet (2009), a fim de verificar se houve mudança na estrutura de dependência a partir da crise. Os resultados obtidos nas duas etapas da estratégia empírica convergem no sentido de validar a existência de contágio financeiro para os países analisados no período estudado.

Palavras-chave: Contágio financeiro. Cópulas. Estimadores kernel. Dados financeiros.

Abstract

The increase in global trade and financial flows from the 90's and the various crises in the current period until the assessment of contagion made an extremely important issue for both investors and to policy makers. Accordingly, this paper aims to test the hypothesis of financial contagion to markets in Brazil, England and Spain in the face the last American crisis of 2008 using data based on daily returns of the indices Jan/2004 Jun/2011. To this end, we adopt a different approach, using the methodology of empirical copula and a strategy based on two steps: i) to estimate copulas in a non-parametric kernel via using the method developed in Fermanian et al. (2002) and assess whether a significant increase in dependence measures drawn from them; ii) conduct tests comparing empirical copulas proposed by Remillard and Scaillet (2009), to verify if there was any dependence structure from the crisis. The results obtained in two steps of the empirical strategy converge in the same direction, to validate the existence of financial contagion to the countries analyzed in the study period.

Keywords: Financial contagion. Copula. Kernel estimators. Financial data

¹Departamento de Economia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS 90040-000, Brasil. E-mail: julio_economia@yahoo.com.br.

²Departamento de Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS 91509-900, Brasil. E-mail: flavioz@ufrgs.br.

³Departamento de Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS 91509-900, Brasil. E-mail: hudsontorrent@bol.com.br.

2.1 Introdução

O Brasil tem se mostrado um país relativamente estável na última década e, por isso, tem ganhado credibilidade frente a investidores de todas as partes do mundo, os quais estão em busca de diversificação e ganhos em seus investimentos. Em abril de 2008, o país recebeu o título de grau de investimento pela agência de avaliação de *rating* Standard & Poor's. Desde então, firmou-se no grupo das nações consideradas com pouca possibilidade de inadimplência, passando a ser visto como de baixo risco para aplicações financeiras. Essa credibilidade, aliada à consistência do mercado de ações brasileiro, fez com que a Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) passasse a receber uma quantidade cada vez maior de investimentos.

Os fatores que contribuíram para o bom andamento das atividades econômicas e do mercado acionário brasileiro podem ser creditados, entre outros, a algumas das políticas econômicas e institucionais adotadas a partir dos anos 90. Dentre as medidas de maior relevância, Bogdanski et al. (2000) destacam a implementação do Plano Real (Jul/1994), a adoção do câmbio flexível (Jan/1999) e o regime de metas de inflação (Jul/1999). Já pelo lado das medidas institucionais e regulatórias, tem-se, entre outras, a resolução número 1832 do Conselho Monetário Internacional (CVI), de 1991, que disciplinou a criação e administração de carteiras de valores.

Não só no Brasil, mas em diversos países no mundo, o mercado financeiro é de extrema importância para a atração de investimentos e capitais. É através dele que os indivíduos encontram uma alternativa de conseguirem melhor retorno e diversificação para suas aplicações, além de as empresas captarem recursos. Essa busca por melhores oportunidades tornou-se possível devido à globalização financeira que ocorreu nas últimas décadas, resultante da redução de controle, por parte dos países, e do aumento da mobilidade do capital. A globalização trouxe o acréscimo dos fluxos globais comerciais e financeiros para vários países, independentemente de seus fundamentos macroeconômicos serem bons ou ruins, carregando consigo parcela de risco (MARÇAL ET AL., 2011).

O trabalho de Santos e Valls Pereira (2011) ressalta a importância da avaliação da dependência entre mercados financeiros, mencionando o quão importante é para administradores de carteiras, que exploram as correlações entre mercados de modo a se beneficiar da diversificação internacional, quanto para formuladores de política, que monitoram a dependência entre mercados financeiros com a intenção de avaliar a possibilidade de contágio financeiro. Na pesquisa, os autores utilizam a definição de *shift contagion* proposta por Forbes e Rigobon (2001). Essa definição, considera a ocorrência de contágio quando a correlação ou alguma outra medida de dependência entre os países aumenta significativamente nos períodos de crise com relação aos períodos estáveis⁴.

No que se refere especificamente às aplicações em mercados financeiros, é de grande importância

⁴Crises financeiras podem ser consideradas crises bancárias, crises cambiais (balança de pagamentos), *twin* crises (banco e crise cambial) e bolhas (MARÇAL ET AL., 2011). Allen e Gale (2004) definem crise financeira como uma queda profunda no valor de preços dos ativos que afeta a solvência de um grande número de bancos e da sua capacidade para cumprir os seus compromissos para com os depositantes.

conhecer o risco que se corre ao realizar uma transação. Uma das formas de obter medidas de risco é o conhecimento da estrutura de dependência dos ativos financeiros. A estimação dessa estrutura é importante não só para a formulação de estratégias de *hedging*, mas também para captar momentos de incerteza do mercado. Para os investidores, o desafio é prever a dinâmica dos ativos e o comportamento futuro dos retornos. Nesse sentido, modelos como o CAPM - *Capital Assets Pricing Model* - , de Sharpe (1964) e Lintner (1965), serviram de base para a análise de risco dos ativos, assim como os modelos de volatilidade de Engle (1982) e Bollerslev (1986) foram considerados os precursores de boa parte dos modelos utilizados para estimar séries financeiras com comportamento heterocedástico.

Tratando-se de contágio, com o aumento dos fluxos globais comerciais e financeiros, países com fundamentos macroeconômicos mais fracos apresentam maior risco de serem “contagiados” e enfrentarem crises econômicas em períodos de turbulência. Nas últimas décadas, ocorreram diversas crises, aumentando a preocupação das autoridades políticas e de investidores e, fazendo com que os debates em torno do tema se tornassem mais intensos. Como exemplos das crises ocorridas e pesquisadas nas últimas décadas, podem-se citar o colapso do mercado dos EUA em 1987 (King e Wadhvani, 1990), a crise do peso mexicano em 1994, a crise asiática em 1997, a crise da Rússia em 1998, a crise do Brasil em 1999, a queda da Nasdaq em 2000, a crise argentina em 2001 (Forbes e Rigobon, 2001; Filleti et al., 2008; Viale et al., 2008) e a última crise financeira, de 2008, originada nos EUA (CARVALHO, 2011; LEE, 2011; SANTOS E VALLS PEREIRA, 2011).

Com relação às metodologias utilizadas, inicialmente para a verificação empírica de contágio financeiro ou para a medição de como os choques são transmitidos internacionalmente Forbes e Rigobon (2001) mencionam três importantes, quais sejam: coeficientes de correlação, modelos ARCH - *Autoregressive Conditional Heteroskedastic* - e GARCH - *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* - e técnicas de cointegração. Em trabalhos mais recentes encontram-se outras metodologias para a avaliação de contágio financeiro, tais como cópulas (Abbara, 2009; Becerra e Melo, 2008; Santos e Valls Pereira, 2011; Viale et al., 2008), modelos GARCH multivariados, análise fatorial e suavização exponencial (Filleti et al., 2008), entre outras.

A importância da avaliação da estrutura de dependência entre as bolsas de valores do mundo é notória e acaba tendo maior relevância no presente, em que é necessário avaliar o impacto da última crise financeira, deflagrada no mercado americano. Os estudos sobre esse tema para o período atual ainda são em pequeno número (Carvalho, 2011; Kuusk et al., 2011; Lee, 2011; Santos e Valls Pereira, 2011) e, por enquanto, não se sabe o quanto os impactos da crise estenderam-se e nem se a estrutura de dependência entre as diferentes bolsas alterou-se definitivamente (quebra estrutural) ou voltará a ser a mesma do período de estabilidade (deslocamento momentâneo).

Dentro da perspectiva de avaliação de contágio financeiro, via *shift contagion*, é preciso trabalhar com séries de tempo financeiras. E, ainda, estimar estruturas e medidas de dependência que sejam robustas,

o que não é tarefa imediata nem simples. Isso se deve, em parte, às peculiaridades dos chamados “fatos estilizados” das séries financeiras⁵ que dificultam a aplicação direta de algumas técnicas. Diante do exposto, surge a necessidade da busca de respostas mais precisas por meio de métodos que capturem estas peculiaridades. No sentido de tentar encontrar um método adequado é que se introduz a metodologia de cópulas e econometria não paramétrica nesta investigação.

O estudo de cópulas é importante, pois oferece um instrumento consistente aos agentes que necessitam modelar estruturas de dependência. As cópulas trazem a vantagem da possibilidade de dividir o problema de identificação da distribuição em dois componentes: densidades marginais e estrutura de dependência (SILVA FILHO ET AL., 2012). Para Fermanian (2005), a identificação das estruturas de dependência entre os ativos está se tornando um dos principais desafios a serem enfrentados no que se refere a finanças e seguros. Segundo o autor, as cópulas foram reconhecidas como instrumentos fundamentais para analisar essas estruturas e estão se tornando, cada vez mais, populares entre os acadêmicos e profissionais. Isso se deve ao fato de suas propriedades permitirem flexibilidade à análise de distribuições multivariadas. Os métodos não paramétricos são outra ferramenta utilizada neste trabalho e surgem devido a sua importância nas estimações quando se opta por flexibilidade, podendo deixar os dados “falarem por si mesmos”. O procedimento escolhido segue os passos contidos em Fermanian et al. (2002), via *kernel*, detalhados no decorrer do estudo.

O objetivo deste artigo é verificar a ocorrência de contágio financeiro, a partir da crise americana de 2008, nos mercados financeiros de Brasil, Inglaterra e Espanha. Para tanto, de acordo com a definição de *shift contagion*, fez-se necessário testar se houve mudança (aumento) nas quantidades e nas estruturas de dependência entre os diferentes índices, a partir da crise. Cabe salientar que não está no escopo deste estudo a compreensão dos canais causadores de contágio⁶.

Os dados utilizados para a análise empírica correspondem aos retornos dos valores de fechamento diário dos índices das bolsas dos quatro países mencionados no parágrafo anterior, de jan/2004 a jun/2011. A avaliação do contágio financeiro é realizada através de dois procedimentos diferentes, ainda não adotados na literatura da forma específica aqui proposta. O primeiro consiste em utilizar o método não paramétrico sugerido por Fermanian et al. (2002) para estimar cópulas, utilizando-as para calcular as quantidades de dependência nos dois períodos. Calculadas as quantidades de dependência, verifica-se a existência de aumento nas mesmas a partir da crise. E o segundo, no intuito de testar se ocorreu mudança na estrutura de dependência a partir da crise, é a aplicação do teste proposto por Remillard e Scaillet (2009), que testa a igualdade entre duas cópulas empíricas.

O presente artigo está estruturado em cinco seções, começando por esta introdução. A seção 2 revisa os conceitos e trabalhos aplicados a cópulas e sobre contágio financeiro. A terceira seção descreve os

⁵Os fatos estilizados encontrados na literatura de séries de tempo financeiras, em geral, são: caudas pesadas (ou distribuição leptocúrticas), efeito alavancagem (*leverage effect*) e distribuição assimétrica, ver Tsay (2005).

⁶ Para mais detalhes sobre definições, causas e datação da última crise americana, recomendamos a leitura de Jones (2009) e Taylor (2009).

procedimentos metodológicos adotados, apresentando suas propriedades. Na sequência, a seção 4 aponta as estatísticas descritivas e os resultados das estimações dos métodos propostos. Por fim, a quinta seção, com as considerações finais, menciona aspectos positivos e negativos, sugerindo uma direção para pesquisas futuras.

2.2 Cópulas e Contágio Financeiro

Nesta seção, faz-se uma breve revisão dos trabalhos que tratam das metodologias e conceitos empregados no presente estudo. Nesse sentido, apresenta-se a definição das cópulas, comenta-se sua história e mencionam-se alguns trabalhos que envolvem sua estimação não paramétrica. E ainda, citam-se diversas definições de contágio financeiro, elencando uma, a de *shift contagion*, para ser nesta investigação. A revisão contempla também estudos empíricos, mencionando seus métodos e conceitos de contágio utilizados.

Cópulas

Para dar início às considerações, utiliza-se a pergunta constante na obra de Nelsen (2006), “O que são as cópulas?”. De acordo com o autor, as cópulas são funções de distribuição multivariadas, cujas marginais são uniformes no intervalo $(0, 1)$. A teoria de cópulas foi desenvolvida por Sklar (1959), o que deu origem ao nome do teorema que descreve os acoplamentos, Teorema de Sklar.

A função cópula contém informações sobre a distribuição conjunta que não estão presentes nas distribuições marginais. Isso é possível, pois a conversão das variáveis em uniformes $(0, 1)$, através da transformação quantílica, filtra as informações das distribuições marginais. Além disso, apresenta a vantagem de transformações estritamente crescentes em variáveis aleatórias subjacentes resultarem em variáveis transformadas com a mesma cópula.

Um completo resumo do histórico das cópulas pode ser encontrado no primeiro capítulo de Durante et al. (2009). Em tal obra, tem-se desde a origem do desenvolvimento da metodologia até adaptações atuais, passando pela fase de “redescoberta” do método nos anos 90 com o trabalho de Li (2000) e suas aplicações em seguros e em finanças. Os livros mais citados sobre a metodologia de cópulas são de Nelsen (2006) e Joe (1997), em que pode ser encontrado um vasto material sobre o tema. Cabe mencionar ainda o trabalho de Mikosch (2006), que faz uma crítica sobre o uso indiscriminado do método, explorando suas limitações.

Para que se possa explicitar formalmente o método, denota-se um processo estritamente estacionário por $\{\mathbf{Y}_t, t \in \mathbb{Z}\}$, com valores em \mathbb{R}^n e assume-se que os dados consistem em uma realização de $\{\mathbf{Y}_t, t = 1, \dots, T\}$. Esses dados podem corresponder, por exemplo, aos retornos observados de n índices de ações, em diversas datas. E denotadas a f.d.p (função densidade probabilidade) e f.d.a (função de distribuição acumulada), por $f(\mathbf{y})$, $F(\mathbf{y})$, de $\mathbf{Y}_t = \{Y_{1t}, \dots, Y_{nt}\}'$ no ponto $\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_n\}'$. A distribuição conjunta F

fornece informações completas sobre o comportamento de \mathbf{Y}_t . A marginal f.d.p e f.d.a de cada elemento Y_{jt} no ponto $y_j, j=1, \dots, n$, serão escritas como $f_j(y_j)$ e $F_j(y_j)$, respectivamente. A cópula descreve como a distribuição conjunta F é "acoplada" a suas marginais univariadas F_j ⁷.

Definição 1. *Cópula*

Uma cópula de dimensão n é uma função C com as seguintes propriedades⁸:

1. $\text{dom } C = [0, 1]^n$.
2. C é grounded, isto é, para todo \mathbf{u} em $[0, 1]^n$, $C(\mathbf{u}) = 0$ se ao menos uma coordenada $u_j = 0, j = 1, \dots, n$.
3. C é n -crescente, isto é, para todo \mathbf{a} e \mathbf{b} em $[0, 1]^n$ tais que $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$, o C -volume $V_C([\mathbf{a}, \mathbf{b}])$ de uma caixa $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ é positivo.
4. Se todas coordenadas de \mathbf{u} são 1, exceto para algum $u_j, j=1, \dots, n$, então $C(\mathbf{u}) = u_j$.

A razão pela qual uma cópula é útil para revelar a relação entre a distribuição conjunta e suas marginais transparece no teorema abaixo.

Teorema 1. *Teorema de Sklar*⁹

Seja F uma função de distribuição de dimensão n com marginais F_1, \dots, F_n . Então existe uma n -cópula C , tal que, para todo \mathbf{y} em R^n ,

$$F(\mathbf{y}) = C(F_1(y_1), \dots, F_n(y_n)). \quad (1)$$

Se F_1, \dots, F_n são todas contínuas, então C é unicamente definida. Do contrário, C é unicamente determinada no $\text{Ran}F_1 \times \dots \times \text{Ran}F_n$. Reciprocamente, se C é uma n -cópula e F_1, \dots, F_n são funções distribuição, então a função F definida por (1) é uma função distribuição de dimensão n com marginais F_1, \dots, F_n .

Como um corolário imediato do Teorema de Sklar, temos

$$C(u_1, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n)), \quad (2)$$

em que $F_1^{-1}, \dots, F_n^{-1}$ são quase inversas de F_1, \dots, F_n , dadas por $F_j^{-1}(u_j) = \inf\{y \mid F_j(y) \geq u_j\}$.

A partir da expressão (2), pode-se observar que a estrutura de dependência encarnada pela cópula pode ser recuperada a partir do conhecimento da distribuição conjunta F e suas marginais F_j .

⁷Na formalização do método, optou-se por seguir a notação constante em (Fermanian et al., 2002).

⁸Para um conhecimento mais detalhado das definições e propriedades consultar Nelsen (2006)

⁹A prova do teorema pode ser encontrada em Sklar (1959) e Nelsen (2006).

Os estudos envolvendo cópulas aplicadas a dados financeiros têm crescido nos últimos anos, o que faz com que surjam trabalhos que revisam o uso de modelos multivariados e façam comparações a outras técnicas. Um exemplo, é o estudo de Valls Pereira (2009), em que os autores chegam à conclusão de que as medidas de valor em risco (VaR) estimadas via cópulas apresentam superioridade se comparadas aos dos modelos multivariados (DCC, BEKK, EWMA), em situações específicas.

Podem ser citados diversos outros trabalhos com relação ao uso das cópulas para o trato de séries de tempo financeiras, tanto os relativos à análise de risco (Becerra e Melo, 2008; Fortin e Kuzmics, 2002; Giacomini et al. (2009); Mendes, 2005b; Palaro e Hotta, 2006; Silva Filho et al. (2012); Valls Pereira, 2009), quanto para precificações, como em Cherubini et al. (2002).

Algumas adaptações ao método de cópulas foram realizadas ao longo do tempo desde a sua criação, uma delas é a extensão para a teoria de cópulas condicionais. Utilizando-se dela, é possível modelar a estrutura de dependência não linear, permitindo que o parâmetro de dependência varie ao longo do tempo de maneira análoga aos modelos de variância condicional, como em Patton (2006). Ou, ainda, construir modelos com mudança de regime para cópulas condicionais como em Rodriguez (2007) e Silva Filho et al. (2012). Nesse sentido, Giacomini et al. (2009) propõem uma modificação interessante, seguindo uma abordagem semiparamétrica, em que optam por selecionar localmente o parâmetro tempo variante da cópula.

Com relação aos métodos empregados neste estudo, optou-se pelo ferramental flexível não paramétrico para a estimação de cópulas, via estimadores *kernel*, proposto por Fermanian et al. (2002), e pelo teste de igualdade entre duas cópulas de Remillard e Scaillet (2009). Com relação ao primeiro, tem-se que ele apresenta resultados positivos para descrever estruturas de correlação. Os autores, além de derivarem as propriedades assintóticas do método realizam algumas ilustrações empíricas sobre os retornos de ativos dos EUA e Europa e de seguros contra incêndio da Dinamarca. Já Remillard e Scaillet (2009) apresentam um teste que serve para averiguar a igualdade entre estruturas de dependência de diferentes conjuntos de dados. Os autores realizam aplicações empíricas para diversas áreas, tais como finanças, seguros, psicologia e medicina. Pelo que se pôde perceber, ambos os métodos apresentam resultados que podem contribuir na avaliação de contágio financeiro.

Contágio Financeiro

Com a ocorrência das diversas e sucessivas crises das últimas décadas, tais como o colapso do mercado dos EUA em 1987, a crise mexicana em 1994, a crise asiática em 1997, a crise russa em 1998, a crise do Brasil em 1999, a queda da Nasdaq em 2000, a crise argentina em 2001 e a última crise dos EUA em 2008, fez-se necessário estudar suas formas de propagação e defini-las. A criação de um termo comum para definir a “contaminação” de um país pela crise de outro(s) não é recente, mas é a partir da década de 90, com a eclosão de crises em países emergentes, que o termo tornou-se frequentemente utilizado

(EDWARDS, 2000).

Na literatura, são encontradas várias definições sobre contágio financeiro que podem ser abordadas, assim como diferentes metodologias podem ser empregadas para a sua constatação. A distinção, tanto da definição quanto do método aplicado, em geral, depende do que é avaliado, se fundamentos, se canais de propagação ou somente o aumento significativo dos mecanismos de propagação, e da natureza dos dados.

Diversos autores mencionam a não existência de um consenso sobre a definição, medição e detecção de contágio financeiro, tais como Corsetti et al. (2005), Forbes e Rigobon (2001), Marçal et al. (2011) e Viale et al. (2008). Contudo, mesmo os conceitos de contágio que possuem particularidades diferentes convergem no sentido de relacionar a propagação de crises entre países, através do aumento de conexão entre estes. Desse modo, esta seção prossegue com algumas das definições existentes.

Viale et al. (2008) mencionam uma forma resumida para as definições de contágio. Para eles, na literatura de apreçamento de ativos, contágio financeiro é geralmente definido estritamente como um *spillover* de volatilidade entre os países, enquanto na literatura econômica refere-se a qualquer *spillover* que não pode ser explicado somente em termos de fundamentos econômicos.

Pericoli e Sbracia (2003) usam cinco definições para contágio financeiro, quais sejam:

- contágio é um significativo aumento da probabilidade de uma crise em um país, condicionada à ocorrência de crise em outro;
- ocorre contágio quando a volatilidade transborda do país em crise aos mercados financeiros de outros países;
- contágio é um aumento significativo nos co-movimentos de preços e quantidades nos mercados, condicionados a uma crise que ocorre em um mercado ou grupo de mercados;
- verifica-se contágio quando o canal de transmissão é diferente depois de um choque em um mercado;
- diz-se contágio quando os co-movimentos não podem ser explicados pelos fundamentos.

Os autores citam como principais metodologias aplicadas os modelos Probit, modelos da família GARCH e os modelos com mudança de regime.

Uma das definições de contágio financeiro mais utilizadas na literatura é o *shift contagion*, em que, a verificação de contágio se dá pelo aumento significativo nas correlações entre países via retorno nos mercados acionários, condicionado a uma crise (choque). Os responsáveis por sua popularização são Forbes e Rigobon (2001), cujo trabalho propõe um coeficiente de correlação corrigido para heterocedasticidade, que é utilizado, posteriormente, como base por diversos outros trabalhos aplicados, tais como Marçal e Valls Pereira (2008), Kuusk et al. (2011), Santos e Valls Pereira (2011), Lee (2011), entre outros. Nesse mesmo estudo, Forbes e Rigobon (2001) realizam uma análise empírica, a qual indicou pouca evidência de contágio entre os mercados de ações após o *crash* do mercado dos EUA em 1987, a desvalorização do peso mexicano em 1994 e a crise asiática em 1997.

Corsetti et al. (2005) fazem uma ressalva no que tange à alteração proposta por Forbes e Rigobon

(2001). Os autores comentam que algumas das restrições impostas pela alteração do coeficiente de correlação são um tanto quanto arbitrárias e irrealistas, mais precisamente com relação à variância do país específico do choque, e desenvolvem um teste considerando essas ponderações.

Embora a definição de *shift contagion* seja restritiva, no sentido de não incluir fundamentos, possui vantagens interessantes. Uma delas é fornecer uma estrutura simples para testar a ocorrência de contágio, pois basta comparar as ligações entre dois mercados (como coeficientes de correlação, entre outras medidas), estimadas antes e após uma crise (choque). Outro benefício de tal definição é que ela fornece um método simples para distinguir, entre explicações alternativas, como as crises são transmitidas através dos mercados (FORBES E RIGOBON, 2001).

Com o uso de algumas das definições descritas, e por vezes fazendo pequenas modificações nas mesmas, encontram-se diversos trabalhos aplicados na literatura sobre contágio financeiro. Na sequência, mencionam-se alguns desses, optando por citar os que utilizam, em suas amostras, países que constem em nossa investigação ou apresentem metodologias interessantes.

No estudo de Filleti et al. (2008), os autores trabalham com três metodologias para a verificação da correlação condicional: média móvel com alisamento exponencial, modelos GARCH multivariados e análise fatorial com modelos de volatilidade estocástica. A verificação empírica é entre países da América Latina (Brasil, México e Argentina) e outros dois mercados emergentes (Malásia e Rússia). Os resultados apontam para respostas similares para os três métodos e na direção da ocorrência de contágio durante a crise asiática, considerando dados de 05/09/1995 a 30/12/2004.

Com uma definição que se utiliza de fundamentos, encontra-se a aplicação de Marçal et al. (2011), apresentando evidências favoráveis à hipótese de contágio regional na América Latina e Ásia. O autor emprega modelos GARCH multivariados, com dados que compreendem retornos de índices de ações ao longo do período de 1994 a 2003 e uma correção com base em uma série de fundamentos específicos de cada país.

Lombardi et al. (2004), realizam uma aplicação empírica com o uso de modelos GARCH multivariados e dados dos mercados acionários da Argentina e Brasil, no período de 1992 a 2004. Os resultados apontam para diferentes intensidades de dependência dos países ao longo do período, sendo maiores em períodos de crise.

Mendes (2005a), utilizando cópulas, pesquisa o grau de integração entre os mercados de ações durante períodos de estresse. A análise é feita para sete mercados de ações da América Latina, Ásia e África. A autora investiga a assimetria na intensidade e repercussão de choques, com resultados apontando para repercussão assimétrica em alguns países da Ásia. Outros resultados encontrados indicam o aumento da dependência durante perdas conjuntas, para os pares de países Argentina e México e Brasil e México.

Em Abbara (2009), tem-se uma inovação em termos de procedimentos metodológicos aplicados na investigação de contágio. O autor usa cópulas condicionais com dimensão maior do que dois com co-

eficientes tempo-variantes e um conceito ampliado de *shift contagion*, não restrito apenas à correlação. Em seu trabalho, avalia os mercados americano e europeu, no período de 1995 a 2008, culminando em evidências que indicam diferentes efeitos para países americanos e europeus.

Outra metodologia interessante são os modelos bayesianos de coeficientes variando no tempo, sugeridos em Rebucci e Ciccarelli (2003). Em tal contexto, a estimação é realizada via MCMC - Monte Carlo Markov Chain - e amostrador de Gibbs. Uma aplicação para o Chile, frente à crise argentina, é realizada com resultados indicando um modelo robusto, tanto para a presença de heterocedasticidade, quanto para variáveis omitidas.

Com o uso de outra ferramenta diferenciada, gráfos acíclicos direcionais (DAG), para trabalhar com o problema de dinâmica de interdependência dos mercados de ações e/ou contágio, tem-se três importantes trabalhos que surgem na literatura: Bessler e Yang (2003), Carvalho (2011) e Viale et al. (2008). No primeiro, os autores constroem um DAG para estruturar a causalidade entre nove diferentes mercados de ações e utilizam modelos de correção de erro e um Vetor Autoregressivo - VAR. O período estudado é de 1997 a 1999, e os resultados foram favoráveis para a influência do mercado dos EUA na movimentação de preços de outras regiões, no longo prazo.

Com relação ao trabalho de Viale et al. (2008), encontra-se um *mix* de modelos de cópulas e DAG. Os resultados da aplicação para os países do Mercosul, avaliados no período de 1990 a 2000, apontam uma forte evidência em favor da interdependência do mercado. Os autores não descartam a presença de efeitos de contágio na região do Mercosul, associado às crises da Rússia e da Ásia.

Em Carvalho (2011), a interdependência de mercados internacionais para o período de 1996 e 2009 é verificada com o uso de modelos GARCH multivariados, Cópulas, Rede Bayesiana e teoria de grafos. Os resultados, estimados separadamente para cada método, apresentaram convergência entre as metodologias supracitadas, apresentando evidências de contágio financeiro e aumento da interligação entre os países nas crises analisadas.

Por fim, menciona-se outra interessante aplicação metodológica, constante em Rodriguez (2007), que utiliza uma abordagem que incorpora mudança de regime markoviano às cópulas, afim de avaliar a existência de contágio financeiro. Os dados do trabalho são os retornos diários de índices de cinco países da Ásia (durante a crise asiática) e de quatro países latino-americanos (durante a crise mexicana). Os resultados apresentam evidências de mudança nas estruturas de dependência durante períodos de turbulência financeira, com aumento de dependência caudal e assimetria em tempos de alta volatilidade para os países asiáticos, enquanto a simetria e a independência caudal descrevem melhor o caso latino-americano.

Neste artigo, escolheu-se trabalhar com uma definição de contágio próxima aos critérios que são comuns a todas as teorias, que é o aumento significativo das conexões entre os mercados após um choque em um país específico, no sentido de seguir a ideia de *shift contagion*. A presença de contágio é, portanto,

evidenciada por meio do aumento da quantidade de dependência e das alterações da estrutura de dependência, quando comparados os valores nos cenários de estabilidade aos constantes no cenário a partir da crise.

2.3 Modelagem e Estimação

O presente trabalho apresenta dois procedimentos que contribuem com informações para a avaliação de contágio financeiro. O primeiro verifica se houve aumento significativo na quantidade de dependência dos retornos dos ativos após a crise americana. Já o segundo, testa se houve mudança na estrutura de dependência dos mesmos. Para tanto, utiliza-se a metodologia proposta por Fermanian et al. (2002), que estima cópulas de maneira não paramétrica, via *kernel*, de onde são calculadas as medidas de dependência, e o teste proposto por Remillard e Scaillet (2009), que testa a igualdade entre duas cópulas empíricas.

Com o objetivo de realizar as estimações propostas, tem-se que, primeiramente, estimar os modelos das marginais. Essa estimação é realizada através de um modelo ARMA-GARCH, que serve para filtrar a heterocedasticidade e a autocorrelação das séries, de maneira que os resíduos padronizados comportam-se como um ruído branco.

De posse dos resíduos padronizados do processo ARMA-GARCH, as cópulas são estimadas, não parametricamente, via estimadores *kernel*; as medidas de dependência de quadrante positivo (DQP) e dependência cauda esquerda negativa (LTD) são calculadas para os dois períodos; e testes são realizados para verificar se houve mudança significativa nessas quantidades. O teste para a análise da significância das diferenças entre as medidas DQP dos dois períodos é construído em outro passo, a partir de um procedimento de *bootstrap*. A realização do teste de comparação entre as cópulas empíricas é feita separadamente, esse teste é utilizado para averiguar se a estrutura de dependência modificou-se a partir da crise, comparando as cópulas empíricas estimadas no período de estabilidade com as estimadas a partir da crise.

A verificação dos resultados dos dois procedimentos fornece a informação sobre a existência de contágio financeiro a partir da crise ocorrida nos EUA, visto que a definição de contágio financeiro utilizada neste estudo menciona aumentos de quantidade de dependência e mudança na estrutura de dependência a partir de um choque (crise).

2.3.1 Modelos para as Distribuições Marginais

O primeiro passo adotado para que seja feita a modelagem sobre a dependência dos retornos dos índices consiste em estimar as distribuições marginais. Dessa forma, os procedimentos metodológicos utilizam-se dos resíduos padronizados de modelos univariados $ARMA(m, n) - GARCH(p, q)$ dos retornos dos ativos. A utilização dessas especificações é realizada devido ao fato dos dados poderem possuir uma estrutura autorregressiva na média e na variância, características comuns às séries financeiras, que

apresentam volatilidade evoluindo no tempo. As figuras da função de autorrelação (ACF) e função de autorrelação parcial (PACF), contidas no Anexo A, contribuem nesta avaliação.

O cálculo dos retornos é feito pela diferença logarítmica percentual, sob a fórmula $r_t = \ln[I_t/I_{t-1}] \times 100$. No contexto deste estudo, I_t representa o fechamento diário do índice no período t e \ln é o logaritmo natural. Para os índices $b = \text{IBOV}, \text{SP500}, \text{FTSE}$ e IGBM , a parametrização das distribuições marginais dos retornos foi realizada da seguinte forma:

$$r_t^b = \delta_0 + \sum_{i=1}^m \psi_i r_{t-i}^b + a_t - \sum_{j=1}^n \Theta_j a_{t-j}, \quad (3)$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad (4)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^p \alpha_k a_{t-k}^2 + \sum_{l=1}^q \beta_l \sigma_{t-l}^2, \quad (5)$$

onde $\omega > 0$, $\alpha_k, \beta_l \geq 0$ ¹⁰ para $k = 1, \dots, p$ e $l = 1, \dots, q$, e $\varepsilon_t \sim i.i.d. D(0, 1)$, $t=1, \dots, T$, $D(\cdot)$ representa uma f.d.p qualquer. A condição necessária e suficiente para (5) definir um processo estritamente estacionário único $\{a_t\}$, com $Ea_t^2 < \infty$, é $\sum_{k=1}^p \alpha_k + \sum_{l=1}^q \beta_l < 1$ ¹¹. Com relação a equação (3), temos $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$.

Para o processo de inovação, optou-se, na maioria dos casos, por seguir uma distribuição *Skewed-Student*, pois seu uso mostrou-se mais apropriada para a natureza dos dados aqui enfocados, visto que as estatísticas dos retornos, apresentadas no próximo capítulo, indicaram assimetria e excesso de curtose. Ainda assim, verificam-se os valores dos critérios de informação, AIC e BIC¹², que comprovaram a superioridade da distribuição *Skewed-Student* frente a outras distribuições, tais como *t-student* e normal.

No que se refere à densidade *Skewed-Student*, é utilizada uma reparametrização, proposta no trabalho de Lambert e Laurent (2001), da densidade apresentada por Fernandez e Steel (1998)¹³. A forma funcional dessa densidade é dada por¹⁴:

$$f(\varepsilon|\lambda, \nu) = \begin{cases} \frac{2}{\lambda + \frac{1}{\lambda}} \text{sg}[\lambda(s\varepsilon + c)|\nu], & \text{se } \varepsilon < -c/s \\ \frac{2}{\lambda + \frac{1}{\lambda}} \text{sg}[\lambda(s\varepsilon + c)/\lambda|\nu], & \text{se } \varepsilon \geq -c/s \end{cases}, \quad (6)$$

em que λ é o parâmetro de assimetria¹⁵ e ν são os graus de liberdade (sendo $2 < \nu < \infty$). A função $g(\cdot|\nu)$

¹⁰Com relação ao relaxamento das restrições de positividade ver Nelson e Cao (1992).

¹¹Para mais detalhes sobre as condições necessárias e suficientes ver (Fan e Yao, 2003).

¹²Critério de informação de Akaike e Critério de informação Schwarz, respectivamente, para mais informações consultar Morettin (2008).

¹³Diversos outros trabalhos utilizam esta distribuição para a modelagem das distribuições marginais, entre eles, Santos e Valls Pereira (2011) e Silva Filho et al. (2012).

¹⁴Para mais detalhes ver Lambert e Laurent (2001).

¹⁵Note que os resultados apresentados nas tabelas no apêndice, com relação as estimações das distribuições, apresentam valores para $\log(\lambda)$. Isso deve-se a facilitação gerada na inferência sobre a hipótese nula de simetria (uma vez que a *Skewed-*

é a densidade de uma *t-Student* simétrica com variância unitária. Os valores das constantes c e s , que representam a média e a variância de uma *t-Student* assimétrica não padronizada, são determinados por

$$c = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})\sqrt{\nu-2}}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(\lambda - \frac{1}{\lambda} \right)$$

e

$$s = \sqrt{\left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 1 \right) - c^2}.$$

2.3.2 Método Não Paramétrico para a Estimação de Cópulas

O método não paramétrico apresentado nesta subseção foi desenvolvido por Fermanian et al. (2002), ele apresenta a vantagem de ser computacionalmente barato e de as propriedades das cópulas e dos estimadores não paramétricos de funções densidade de probabilidade não apresentarem problemas de compatibilidade. Outro fato interessante, mencionado pelo desenvolvedor do método, é que a abordagem não paramétrica baseada nos estimadores *kernel*, proporciona uma boa reconstituição da função de cópula sem colocar qualquer particular suposição paramétrica prévia sobre a estrutura de dependência entre as marginais.

Estimadores *Kernel*

Com o uso da mesma notação da seção anterior e para um dado $u_j \in (0, 1)$, $j=1, \dots, n$, assume-se que a f.d.a F_j de Y_{jt} , é tal que a equação $F_j(y) = u_j$ admite uma solução única denotada $\xi_j(u_j)$, ou mais compactamente ξ_j (se não houver ambiguidade).

Para construir os estimadores, precisa-se introduzir *kernels*, ou seja, funções reais k_j delimitadas em \mathbb{R} tal que

$$\int k_j(x)dx = 1, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Seja o *kernel* de dimensão n

$$k(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n k_j(x_j),$$

e a função primitiva

$$K(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n \int_{-\infty}^{x_j} k_j = \prod_{j=1}^n K_j(x_j).$$

Student é igual a distribuição *Student* simétrica quando $\lambda = 1$ ou $\log(\lambda) = 0$. O valor estimado de $\log(\lambda)$ é relatado na saída sob o rótulo de "assimetria" no software G@RCH 6.1.

Fermanian et al. (2002) optam, por simplicidade, por trabalhar com os produtos de *kernels* univariados, como acima. Entretanto, os autores mencionam que se pode estender facilmente os resultados mais gerais k e K . Denota-se também,

$$k(\mathbf{x}; h) = \prod_{j=1}^n k_j \left(\frac{x_j}{h_j} \right), \quad K(\mathbf{x}; h) = \prod_{j=1}^n K_j \left(\frac{x_j}{h_j} \right),$$

em que a *bandwidth* h é uma matriz diagonal com elementos $(h_j)_{j=1}^n$ e determinante $|h|$, enquanto as *bandwidths* individuais são funções positivas de T tal que $h_j \rightarrow 0$ quando $T \rightarrow \infty$. Além disso, denota-se por h_* a maior largura de *bandwidth* entre h_1, \dots, h_n . A f.d.p de Y_{jt} em y_j , isto é, $f_j(y_j)$, será estimada por

$$\hat{f}_j(y_j) = (Th_j)^{-1} \sum_{t=1}^T k_j \left(\frac{y_j - Y_{jt}}{h_j} \right),$$

em que a f.d.p de \mathbf{Y}_t em $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)'$, isto é, $f(\mathbf{y})$, será estimada por

$$\hat{f}(\mathbf{y}) = (T|h|)^{-1} \sum_{t=1}^T k(\mathbf{y} - \mathbf{Y}_t; h).$$

Assim, um estimador da distribuição cumulativa de Y_{jt} em algum ponto y_j é obtido como

$$\hat{F}_j(y_j) = \int_{-\infty}^{y_j} \hat{f}_j(x) dx, \quad (8)$$

enquanto um estimador da distribuição cumulativa de \mathbf{Y}_t em \mathbf{y} é obtida como

$$\hat{F}(\mathbf{y}) = \int_{-\infty}^{y_1} \dots \int_{-\infty}^{y_n} \hat{f}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (9)$$

Se um único *kernel* gaussiano $k_j(x) = \varphi(x)$ é adotado, obtém-se

$$\hat{F}_j(y_j) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \Phi((y_j - Y_{jt})/h_j),$$

e

$$\hat{F}(\mathbf{y}) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \prod_{j=1}^n \Phi((y_j - Y_{jt})/h_j),$$

quais sejam φ e Φ a f.d.p e a f.d.a de uma variável gaussiana padrão, respectivamente. Para estimar a cópula em algum ponto \mathbf{u} , usa-se um simples método *plug-in*, e diretamente da expressão (2) tem-se:

$$\hat{C}(\mathbf{u}) = \hat{F}(\hat{\xi}), \quad (10)$$

em que $\hat{\xi} = (\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_n)'$ e $\hat{\xi}_j = \inf_{y \in \mathbb{R}} \{y : \hat{F}_j(y) \geq u_j\}$. De fato, $\hat{\xi}_j$ corresponde ao *kernel* estimado

no quantil de Y_{jt} com nível de probabilidade u_j . O uso desse tipo de estimativa de quantis pode ser encontrado em Gourigeroux et al. (2000), onde faz-se uso de soluções numéricas via o algoritmo Gauss-Newton. Nas aplicações empíricas deste trabalho, optamos por selecionar o valor da *bandwidth* h de acordo com a regra de ouro utilizada em Fermanian et al. (2002), $h_i = \sigma_i^2 T^{-\frac{1}{5}}$, e o *kernel* escolhido foi o Gaussiano¹⁶.

Medidas de Dependência

As medidas de dependência estão intimamente ligadas ao conceito de cópula, visto que cópulas podem caracterizar independência e comonotonicidade entre variáveis aleatórias. Fermanian et al. (2002) mencionam que n variáveis aleatórias são independentes, se e somente se, $C(\mathbf{u}) = \prod_{j=1}^n u_j$, para todo \mathbf{u} , e que cada variável aleatória é quase certamente uma função estritamente crescente de quaisquer outras (comonotonicidade), se e somente se, $C(\mathbf{u}) = \min(u_1, \dots, u_n)$ para todo \mathbf{u} . Na sequência, apresentam-se as duas medidas de dependência utilizadas no estudo para medir a quantidade de dependência entre os retornos dos índices.

Dependência do Quadrante Positivo

Segundo Nelsen (2006), duas variáveis são ditas DQP se a probabilidade de serem simultaneamente pequenas (ou simultaneamente grandes) é pelo menos tão grande quanto se fossem independentes. O conceito de DQP pode ser utilizado para analisar o comportamento conjunto de duas variáveis. No contexto de verificação de contágio financeiro, assim como para finanças em geral, essa medida é útil, pois contribui para o conhecimento do comportamento conjunto dos retornos, em especial em momentos em que existem grandes retornos negativos (podendo gerar perdas). Lehmann (1966), define duas variáveis aleatórias, Y_{1t} e Y_{2t} , serem quadrante positivo dependentes se, para todo (y_1, y_2) em \mathbb{R}^2 :

$$P[Y_{1t} \leq y_1, Y_{2t} \leq y_2] \geq P[Y_{1t} \leq y_1]P[Y_{2t} \leq y_2]. \quad (11)$$

A equação (11), aplicando-se a regra de Bayes, pode ser reescrita como $P[Y_{1t} \leq y_1 | Y_{2t} \leq y_2] \geq P[Y_{1t} \leq y_1]$, e a sua equivalência em termos de cópula é $C(u_1, u_2) \geq u_1 u_2$, para todo (u_1, u_2) em $[0, 1]^2$.

Dependência Cauda Esquerda Decrescente (*left tail decreasing*)

A condição DQP pode ser reforçada através da exigência da probabilidade condicional ser uma função não crescente de y_2 . Caso isso ocorra, implica que a probabilidade do retorno Y_{1t} assumir um valor pequeno não aumenta à medida que o valor tomado pelo outro retorno aumente. Diz-se que uma variável aleatória Y_{1t} é cauda esquerda decrescente (LTD) de Y_{2t} , se $P[Y_{1t} \leq y_1 | Y_{2t} \leq y_2]$ é uma função

¹⁶Para mais detalhes sobre as propriedades assintóticas do método e taxas de convergência dos estimadores consultar Fermanian et al. (2002).

não crescente de y_2 para todo y_1 . A condição equivalente em termos de cópula é seguinte, para todo u_1 em $[0, 1]$, $C(u_1, u_2)/u_2$ é não crescente em u_2 , ou $\partial C(u_1, u_2)/\partial u_2 \leq C(u_1, u_2)/u_2$ para quase todos u_2 .

Procedimento *Bootstrap*

A intenção na construção do procedimento *bootstrap* é possibilitar que se faça a comparação das medidas de dependência calculadas nas estimações antes e a partir da crise americana. Nesse sentido, constroem-se intervalos de confiança, utilizados no teste de hipótese que verifica se os volumes das DQP, das cópulas estimadas não parametricamente, são estatisticamente diferentes nos períodos estudados.

De modo geral, pode-se explicar o método *bootstrap* a partir de uma amostra aleatória $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, de uma variável aleatória populacional X , cuja distribuição determinada completamente por uma função de distribuição $F \equiv F_x$. Seja $\theta = t(F)$ uma função de F denominada parâmetro e seja $\hat{\theta} = s(x)$ um estimador de θ . A realização do método consiste em, a partir da amostra x e um grande número de pseudo-amostras $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, calcular as respectivas réplicas *bootstrap* de $\hat{\theta}$, $\hat{\theta}^* = s(x^*)$ e, com base na distribuição empírica de $\hat{\theta}^*$, estimar a função de distribuição de $\hat{\theta}$.

No caso desta pesquisa, o objeto de interesse são os intervalos de confiança *bootstrap* para θ , que podem ser realizados de diversas maneiras. A escolha recaiu sobre o método percentil, que tem por base unicamente os quantis e outras medidas da distribuição empírica \hat{F}_n do estimador $\hat{\theta}$. Para esse método, encontradas replicações x^* de $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, e, conseqüentemente estimadas replicações *bootstrap* da estatística de interesse $\hat{\theta}^* = s(x^*)$, o intervalo de confiança de probabilidade de cobertura $1 - \alpha$ construído é obtido pelos $(\alpha/2)$ -ésimo e $(1 - \alpha/2)$ -ésimo percentis de \hat{G} , a função de distribuição acumulada de $\hat{\theta}^*$.

Considerando que, na prática, utiliza-se de um número finito B de replicações, onde são obtidas as amostras $x^{*1}, x^{*2}, \dots, x^{*B}$, e, a partir destas, $\hat{\theta}^{*b} = s(x^{*b})$, $b=1, 2, \dots, B$, o intervalo de confiança será então obtido por

$$(L_I(x^*); L_S(x^*)) \approx \left(\hat{\theta}_{(\alpha/2)}^{*B}; \hat{\theta}_{(1-\alpha/2)}^{*B} \right), \quad (12)$$

em que $\hat{\theta}_{(\alpha/2)}^{*B}$ é o $100\alpha/2$ -ésimo percentil dos valores empíricos θ^{*b} , ou seja, o $B\alpha/2$ -ésimo valor de uma ordenação das B replicações de θ^{*b} ¹⁷.

Neste estudo, a construção do teste conta com um n do tamanho do comprimento de cada série pareada com o S&P500 e um número de replicações $B = 1000$. O procedimento adotado é realizado de maneira que, para cada uma das 1000 replicações estime-se uma nova cópula e calcule-se a DQP¹⁸. Diante dos resultados obtidos, construíram-se intervalos de confiança, em que foram definidos seus extremos através

¹⁷Para maiores detalhes sobre o método consultar Efron e Efron (1982).

¹⁸O cálculo do volume da DQP (*VolDQP*) é realizado através de uma aproximação a uma integral dupla. Assim, dado um certo *grid* para a discretização do domínio da função, aplicam-se as mesmas ideias de aproximar uma integral pelos análogos as regras do retângulo ou trapézio em 3D.

da estimação dos percentis 0.025 e 0.975, abrangendo um total de 95%.

A fim de eliminar o viés de medida, construiu-se um fator de correção que consiste em calcular a média das diferenças dos valores gerados nas replicações e diminuir dela o valor das diferenças dos volumes originais. Posteriormente, na construção do intervalo de confiança, esse fator de correção é descontado tanto do limite superior quanto do inferior.

O teste aqui realizado é baseado na diferença (*Dif*) dos volumes das DQP estimadas nos períodos de estabilidade (*est*) e a partir da crise (*crise*). Nessa perspectiva, para $i = \text{S\&P500} \times \text{IBOV}$, $\text{S\&P500} \times \text{FTSE}$ e $\text{S\&P500} \times \text{IGBM}$, tem-se as seguintes hipóteses:

$$H_0^i : Dif = 0, H_1^i : Dif \neq 0.$$

Nos resultados, caso o intervalo construído de 95% não compreenda o valor zero, pode-se afirmar que as diferenças entre as quantidades de DQP, nos períodos de estabilidade e a partir da crise, são não nulas, a esse nível de significância. Ou seja, existe uma diferença significativa entre as quantidades de DQP estimadas para os dois períodos, aceitando a hipótese alternativa H_1 , construída acima. Esse resultado é importante para esta avaliação de contágio financeiro pois permite observar algo além da análise gráfica e da quantidade de volume de DQP.

2.3.3 Teste para Igualdade entre Duas Cópulas

O teste visa verificar a validade da hipótese de duas estruturas de dependência serem idênticas. Nesse caso, busca-se verificar se as cópulas estimadas em períodos de estabilidade são iguais às estimadas com dados do período a partir da crise. O método escolhido é o desenvolvido por Remillard e Scaillet (2009) que conta com a estimativa de cópulas empíricas, o uso do princípio de *Cramér-von Mises* e o multiplicador teorema do limite central.

Para descrever o teste, supõem-se duas amostras independentes, vetores de valores em \mathbb{R}^d , X_1, \dots, X_{n_1} com função de distribuição F e marginais F_1, \dots, F_d e Y_1, \dots, Y_{n_2} com função de distribuição G e marginais G_1, \dots, G_d . Os vetores $X_i, i = 1, \dots, n_1$ e $Y_i, i = 1, \dots, n_2$, possuem tamanho d e entradas denotadas por X_{il} e Y_{il} com $l = 1, \dots, d$. Com isso, as cópulas C e D associados a primeira e a segunda amostra são unicamente determinadas, para quaisquer $x = (x_1, \dots, x_d)$, por

$$F(x) = C\{F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)\} \text{ e } G(x) = D\{G_1(x_1), \dots, G_d(x_d)\}.$$

As hipóteses com relação ao teste são: $H_0 : C = D$ e $H_1 : C \neq D$. As estatísticas da construção do teste foram baseadas nos quadrados das diferenças entre as cópulas empíricas C_{n_1} e D_{n_2} definidas, para quaisquer $u = (u_1, \dots, u_d) \in [0, 1]^d$, por

$$C_{n_1}(u) = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \mathbb{I}(U_{i,n_1} \leq u) = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \prod_{l=1}^d \mathbb{I}(U_{il,n_1} \leq u_l) \quad (13)$$

e

$$D_{n_2}(u) = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} \mathbb{I}(V_{i,n_2} \leq u) = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} \prod_{l=1}^d \mathbb{I}(V_{il,n_2} \leq u_l), \quad (14)$$

em que $U_{i,n_1} = (U_{i1,n_1}, \dots, U_{id,n_1})$, $V_{i,n_2} = (V_{i1,n_2}, \dots, V_{id,n_2})$, e para qualquer $l \in \{1, \dots, d\}$,

$$U_{il,n_1} = \frac{n_1}{n_1+1} F_{l,n_1}(X_{il}) = \text{rank}(X_{il}) / (n_1 + 1), \quad 1 \leq i \leq n_1,$$

$$V_{il,n_2} = \frac{n_2}{n_2+1} G_{l,n_2}(Y_{il}) = \text{rank}(Y_{il}) / (n_2 + 1), \quad 1 \leq i \leq n_2,$$

com

$$F_{l,n_1}(x_l) = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \mathbb{I}(X_{il} \leq x_l) \text{ e } G_{l,n_2}(x_l) = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} \mathbb{I}(Y_{il} \leq x_l),$$

sendo as funções de distribuição empíricas de $(X_{il})_{i=1}^{n_1}$ e $(Y_{il})_{i=1}^{n_2}$ definidas, respectivamente, para qualquer $x_l \in \mathbb{R}$.

As estatísticas de teste para a igualdade entre duas cópulas dependem dos funcionais do seguinte processo empírico

$$\mathbb{E}_{n_1,n_2} = (C_{n_1} - D_{n_2}) / \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}.$$

Para testar a hipótese nula, os autores propõem o uso do princípio de *Cramér-von Mises* e, uma vez que C e D são desconhecidos, a computação dos p-valores é realizada com a utilização da técnica multiplicador teorema do limite central, o que permite estimar o p-valor da estatística teste por meio de simulações. O comportamento assintótico de \mathbb{E}_{n_1,n_2} , o método de simulação para a computação dos p-valores, assim como as provas dos resultados teóricos e as expressões para o cálculo das estatísticas de teste *Cramér-von Mises*, podem ser encontrados em Remillard e Scaillet (2009).

2.4 Análise Empírica

A presente seção apresenta os resultados das estimações deste estudo, seguindo a ordem em que foram apresentadas anteriormente. Principia-se pelas estatísticas descritivas, a fim de que se tenha uma visão geral e se possa avançar explorando os resultados das estimações dos modelos de heterocedasticidade condicional, ARMA - GARCH univariados. Por fim, tem-se a análise dos resultados das medidas de dependência, calculados através das cópulas estimadas não parametricamente e dos testes de igualdade entre cópulas.

2.4.1 Dados e Estatísticas Descritivas

Foram utilizados os dados de países dos continentes americano e europeu. Esses dados são os retornos diários de cada índice da bolsa de cada país¹⁹, sejam eles: Ibovespa (IBOV), do Brasil; Standard & Poor's 500 (S&P500), dos Estados Unidos; Financial Times Stock Exchange (FTSE), de Londres e Madrid Stock Exchange General Index (IGBM), da Espanha. O período total utilizado é de 02/01/2004 a 30/06/2011, e as diferenças de tamanhos de amostras causadas por diferentes feriados nacionais e eventos atípicos foram ajustadas, eliminando os dias que existiam apenas em um índice, quando comparado a seu par (S&P500).

Como o objetivo era analisar o contágio financeiro, tendo como base a crise deflagrada nos Estados Unidos, foram escolhidas apenas as relações bivariadas que envolvessem o índice S&P500. Desse modo, o procedimento de exclusão, que parecia índice a índice com os EUA e exclui as observações excedentes, foi adotado para evitar maiores perdas de informação. Tal procedimento é possível dado que esta análise é bivariada, e o sentido da investigação é dos EUA para com os outros índices, o que possibilita gerar uma perda pequena, de aproximadamente 3% para cada par.

Escolheu-se esse período total²⁰ por ele apresentar dois comportamentos distintos, um de clara estabilidade (de 2004 até 2006) e outro de maiores oscilações (de 2007 até 2011), advindas da última crise americana, o que permite realizar comparações no sentido de verificar a hipótese de contágio financeiro. O evento crise abrange o período inicial de 2007, evitando, assim, que fossem desconsiderados efeitos importantes ocorridos anteriormente, próximos à eclosão da crise do *sub-prime*.

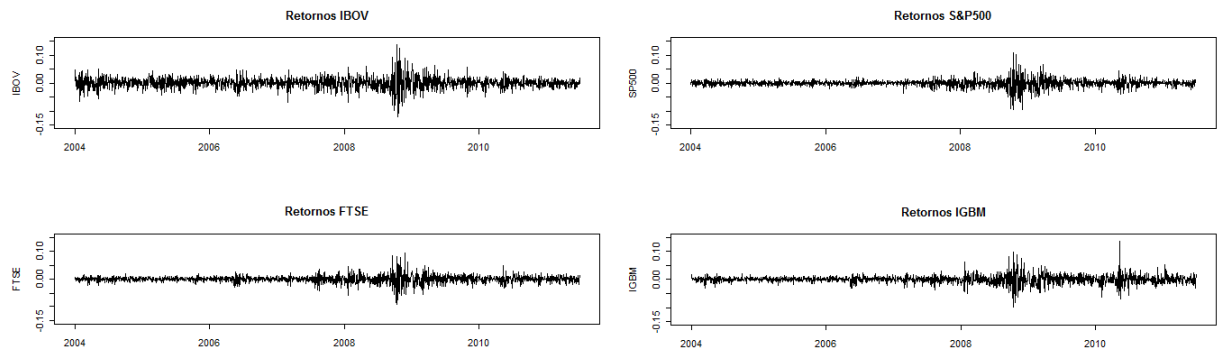
Para Mesquita e Toros (2010), a eclosão da crise ocorreu em junho de 2007, quando foi divulgado, publicamente, que os fundos de *hedge* com investimentos em ativos lastreados por hipotecas nesse segmento, haviam sofrido grandes perdas. Devido à falta de evidências sobre o comportamento dos retornos ter voltado ao seu "normal" pré - crise, incluem-se as observações dos anos de 2010 e de metade do ano de 2011 dentro da amostra de maiores oscilações. Os dados ficaram separados da seguinte forma: período de estabilidade – de 02/01/2004 até 29/12/2006 - e período a partir da crise - de 01/01/2007 até 30/06/2011.

Com relação à análise preliminar dos dados, pôde-se observar, através do gráfico dos retornos, Figura 1, a mudança no comportamento da série entre os anos de 2008 e 2009. Contudo, a partir de 2007, esse comportamento já apresenta, na maioria das séries, uma oscilação um pouco maior do que nos períodos anteriores.

¹⁹Os dados foram retirados da base de dados do *website* Yahoo! Finanças, disponíveis em <http://br.finance.yahoo.com>. Acesso em 20/10/2011.

²⁰Não foram utilizados dados anteriores a 2004 nesta pesquisa para que o período definido como estável contivesse a menor influência possível de eventos extremos críticos, tais como: crise do México em 1994; crise asiática em 1997; desvalorização do Real em janeiro de 1999; queda do Nasdaq em 2000; crise argentina no final de 2001; queda das ações das empresas de alta tecnologia em 2002.

Figura 1: Retornos diários dos índices Ibovespa, Standard & Poor's, Financial Times Stock Exchange e Madrid Stock Exchange General Index



Fonte: Elaborado pelo autor.

Independentemente do período ser estável ou de crise, a bolsa que apresenta movimentos oscilatórios mais intensos é a brasileira, seguida pela espanhola, visualmente bem menor. Esses resultados ficam mais claros quando se analisam as estatísticas descritivas das séries na Tabela 1, que contém as estatísticas separadas por períodos.

Tabela 1: Estatísticas Descritivas dos Retornos - Período de estabilidade x Período a partir da crise

Estatística	Período de estabilidade				Período a partir da crise			
	S&P500	FTSE	IGBM	IBOV	S&P500	FTSE	IGBM	IBOV
Mínimo	-0.0185	-0.0296	-0.0313	-0.0634	-0.0947	-0.0926	-0.0968	-0.1210
Máximo	0.0213	0.0260	0.0225	0.0516	0.1096	0.0938	0.1374	0.1368
Mediana	0.0007	0.0007	0.0012	0.0014	0.0008	0.0002	0.0006	0.0015
Média	0.0003	0.0004	0.0008	0.0009	-0.0001	0.0000	-0.0003	0.0004
Desvio Padrão	0.0066	0.0068	0.0073	0.0164	0.0166	0.0153	0.0175	0.0212
Assimetria	-0.0167	-0.3679	-0.5040	-0.1862	-0.2206	-0.0267	0.3833	0.0034
Curtose	0.2711	1.6006	1.9617	0.6389	7.5342	6.3693	7.1876	6.0603
No. Obs.	742	742	738	730	1113	1113	1112	1095

Sobre as estatísticas descritivas, no que tange às médias dos retornos, constatou-se que elas apresentaram, no período de estabilidade, para os quatro índices, valores superiores aos do período a partir da crise. Cabe mencionar ainda a existência de médias negativas, porém, apenas para os índices S&P500 e IGBM, no período que sucede a crise. No que diz respeito à volatilidade, verificada via desvio padrão dos retornos, como era esperado, apresentou valores maiores no período a partir da crise. O aumento da volatilidade, quando comparados os dois períodos, foi comum aos quatro índices. Entre eles, a elevação foi maior para o S&P500, no montante de 151%, seguido pelo IGBM, FTSE e IBOV, com aumentos de, respectivamente, 139%, 125% e 29% do desvio padrão. Mesmo sendo o índice que apresentou menor crescimento na volatilidade, o IBOV foi o índice com maior variância de todas as séries para as duas amostras e o que obteve sempre os menores valores mínimos.

A curtose é uma medida útil para fornecer uma ideia sobre os valores extremos e o peso das caudas. Para essa medida, observam-se valores maiores no período a partir da crise, quando em comparação ao período de estabilidade. Esse aumento foi expressivo para todos os índices, chegando a ser mais de 27 vezes maior no S&P500, aproximadamente 4 vezes maior nos índices FTSE e IGBM e 9 vezes e meia maior para o IBOV. Tendo em vista os altos valores obtidos no período a partir da crise, a distribuição de frequência amostral apresentou caudas pesadas, não sendo indicado o ajuste a uma normal.

Na análise da simetria das distribuições, observa-se uma assimetria negativa para todas as séries no período de estabilidade, indicando a maior recorrência de valores extremos negativos. Contudo, esse comportamento se altera para duas séries no período a partir da crise, IGBM e IBOV, em que foi constada assimetria positiva para tais índices.

2.4.2 Resultados das Estimações

Os resultados das subseções descrevem, a seguir, o comportamento das variáveis nos dois períodos analisados. As quantidades e as estruturas de dependência foram calculadas a partir dos resultados obtidos através das distribuições marginais.

Resultados das Distribuições Marginais

Para este estudo, evitou-se utilizar uma única especificação para as distribuições marginais dos índices para os diferentes períodos, pois entende-se que cada período possui uma particularidade diferente, assim como cada índice. Na busca pelos modelos mais parcimoniosos e que respeitassem as condições e restrições necessárias, estimou-se para cada índice, em cada período de tempo, uma especificação que apresentasse os melhores resultados. Dada a divergência de alguns dias úteis dos diferentes mercados financeiros e a separação realizada com relação ao pareamento ao índice S&P500, encontram-se especificações e valores diferentes para o mesmo, que variam de acordo com o índice a ele pareado.

Os resultados das estimações dos modelos ARMA - GARCH são apresentados nas tabelas do Apêndice B²¹. Uma característica comum a todas as especificações, para ambos os períodos e em todas as séries que utilizam a distribuição *skewed-student*, é o coeficiente de assimetria negativo. Outra característica comum a maioria das estimações, exceto para o Ibovespa, é o aumento da ordem dos modelos GARCH no período a partir da crise, em comparação ao período de estabilidade, indicando um aumento da estrutura autorregressiva na variância.

Em relação aos graus de liberdade das estimações, na comparação dos dois períodos, identifica-se a diminuição dos valores para todas as séries. Os resultados apresentados para o período a partir da crise mostram-se mais baixos, implicando em caudas mais extensas, o que corrobora com a não utilização de distribuições normais para este período. Cabe mencionar a alta persistência da variância, explicitada

²¹As estimações foram realizadas no *Software* G@RCH 6.1, via máxima verossimilhança aproximada.

com somatório dos α_i e β_i próximos de 1, para todas as séries, sendo ainda maior no período a partir da crise.

Outras importantes informações sobre os modelos estimados também podem ser encontradas no apêndice B, referentes aos diagnósticos dos resíduos, tais como: estatísticas Q de *Ljung-Box*, tanto para os resíduos quanto para os resíduos padronizados, e o *LM* teste. Os resultados dos testes, considerando um nível de 5% de significância, indicam uma boa escolha de modelos. Por fim, foi possível verificar, pelos resultados do teste *Kolmogorov-Smirnov* (KS), que não houve evidências significativas de que as marginais transformadas não sejam uniformes (0, 1). A partir desses resultados, tem-se resíduos padronizados que comportam-se de acordo com o necessário para os próximos passos da presente metodologia.

Resultados das Cópulas Não Paramétricas

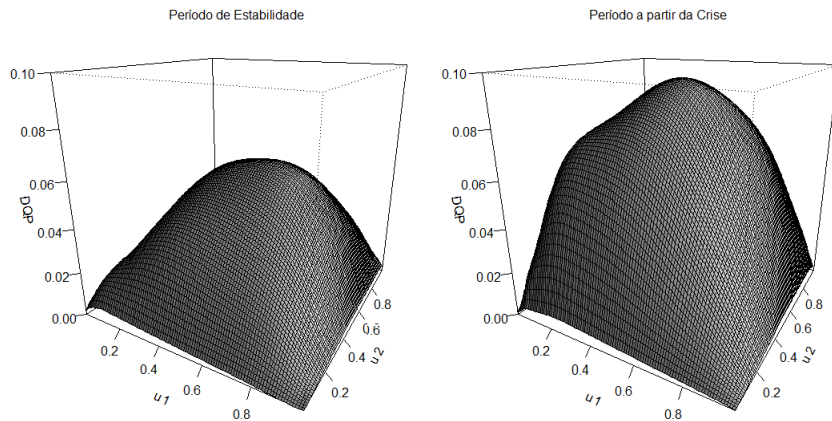
A lógica na utilização das medidas de dependência, DQP e LTD, está em seu aumento significativo poder estar relacionado à existência de contágio financeiro. Em resumo, se as medidas apresentam aumento significativo a partir do período de ocorrência da crise, com relação a um período estável, isso pode ser considerado uma evidência em favor da existência de contágio financeiro. As medidas de dependência foram calculadas com base nos resultados das cópulas bivariadas estimadas através do método não paramétrico de Fermanian et al. (2002), entre o país de origem da crise (os EUA) e o país a ser avaliado (Brasil, Inglaterra e Espanha) para os dois períodos da amostra²². Os valores das *bandwidths* utilizadas, tanto para o período de estabilidade, quanto para a partir da crise, são mencionados nas figuras das quantidades de dependência de cada período e par de índices. Já o *kernel* utilizado para todas as estimações foi o gaussiano.

As figuras 2 - 4 mostram que $C(u_1, u_2) - u_1u_2$ é maior do que zero, o que significa que, tanto para o período de estabilidade quanto para o período a partir da crise, existe uma quantidade positiva de DQP. A diferença é maior no centro da distribuição e diminui quando desloca-se para os extremos.

Quando comparados resultados contidos nas Figuras 2 - 4, percebe-se que houve um aumento na DQP entre todas as possíveis relações dois a dois a partir da crise com relação ao período de estabilidade, de volume relativamente menor. Para a confirmação estatística das diferenças entre as DQP dos dois períodos, construíram-se intervalos de 95% de confiança, via procedimento *bootstrap*, conforme mencionado anteriormente. Os resultados dos limites superior e inferior dos valores constam na Tabela 2. Eles confirmam a suspeita visual, para todos os pares de DQP estimados, de um aumento significativo dessa medida a partir da crise.

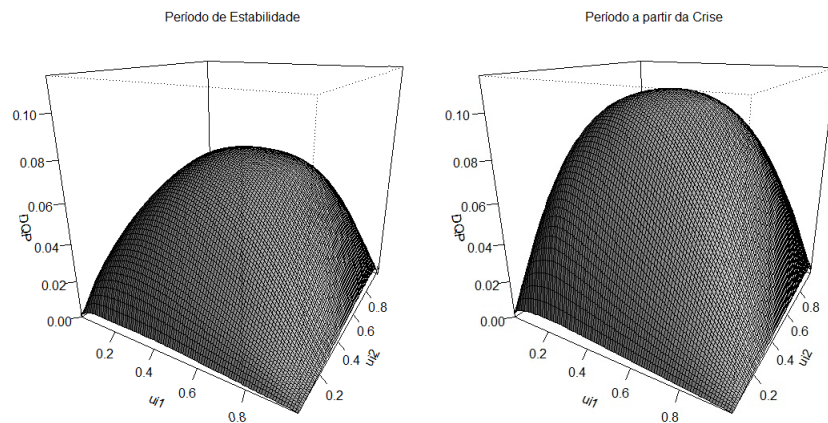
²²As estimações foram realizadas no Software R, com programação construída pelos autores.

Figura 2: DQP - S&P500 x FTSE - $h_{esta} = 0.255; 0.278$, $h_{crise} = 0.215; 0.236$



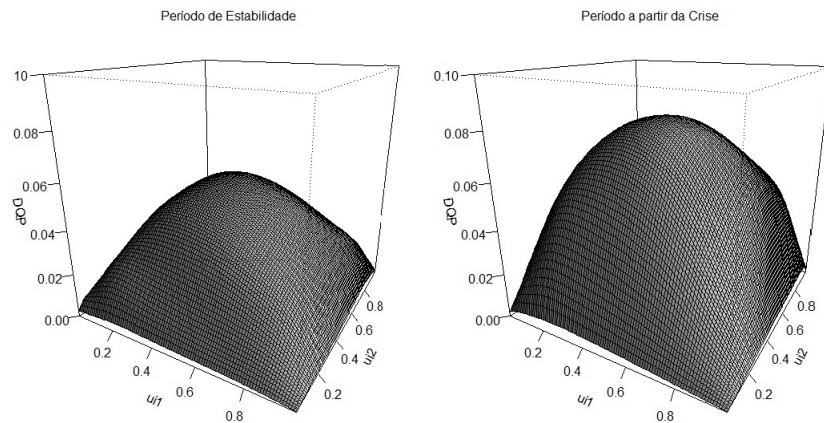
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3: DQP - S&P500 x IBOV - $h_{esta} = 0.262; 0.277$, $h_{crise} = 0.211; 0.232$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4: DQP - S&P500 x IGBM - $h_{esta} = 0.253; 0.263$, $h_{crise} = 0.213; 0.237$



Fonte: Elaborado pelo autor.

O comportamento conjunto dos retornos, e especialmente dos grandes retornos negativos (que podem gerar perdas), apresentou um aumento significativo. Em outras palavras, a crise americana ocasionou um aumento significativo na quantidade de dependência de eventos simultaneamente pequenos (ou grandes) entre os EUA e os outros países pesquisados, implicando em uma perda (ganho) simultânea maior do que em períodos de estabilidade.

Especificamente sobre cada índice, pode-se afirmar que os maiores valores de ambos os limites e da amplitude dos intervalos para as diferenças, puderam ser encontrados no índice IGBM, sugerindo ser o mais impactado deste estudo. Em contrapartida, o índice que apresentou as menores diferenças para ambos os limites foi o IBOV, indicando que esse índice foi o que menos alterou sua quantidade de dependência do quadrante positivo após o evento crise.

Tabela 2: Intervalos de confiança das diferenças das medidas da DQP

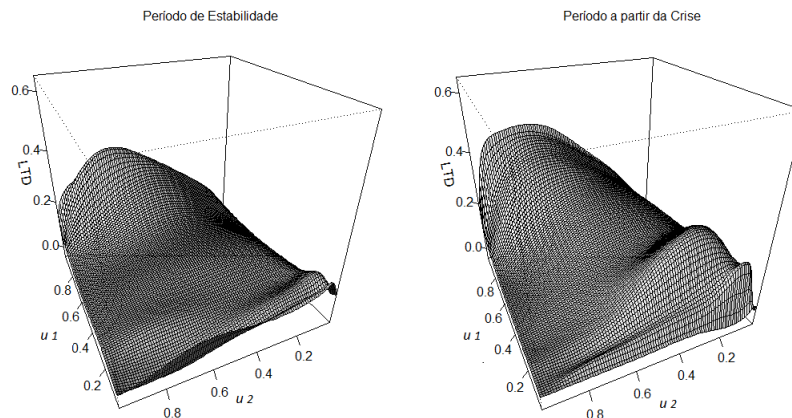
Diferenças [#]	Limite Inferior	Limite Superior
S&P500 x FTSE _{esta} vs S&P500 X FTSE _{crise}	0.0057510	0.0172399
S&P500 x IGBM _{esta} vs S&P500 X IGBM _{crise}	0.0054548	0.01817464
S&P500 x IBOV _{esta} vs S&P500 X IBOV _{crise}	0.0067200	0.0174495

Nota: Os limites compreendem um intervalo de 95%.

A unidade apresentada é o volume da área.

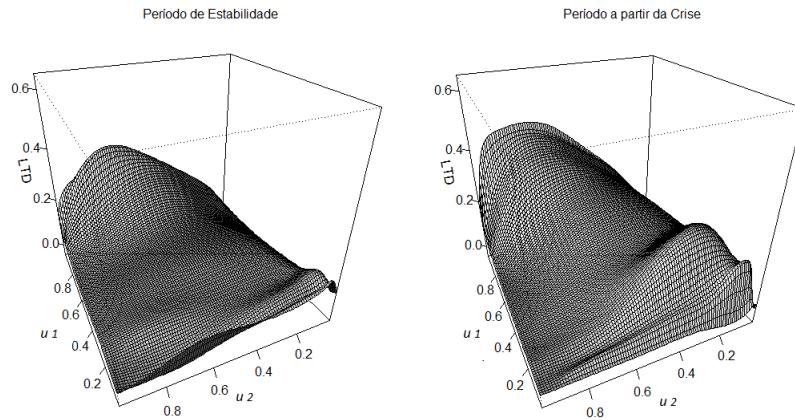
Com relação às medidas de LTD, de acordo com as figuras 5 - 7, observa-se positividade em $C(u_1, u_2)/u_2 - \partial C(u_1, u_2)/\partial u_2$. Portanto, para todos os pares de índices de ações, nos dois períodos analisados, a presença de LTD é verificada. Além disso, suas quantidades apresentam-se visualmente mais pronunciadas no período a partir da crise. Isso mostra o aumento para todas as relações dois a dois dos índices, quando comparadas com o período de estabilidade. Esses resultados demonstram variáveis mais sensíveis na associação em eventos extremos e contribuem para a indicação de contágio financeiro.

Figura 5: LTD - S&P500 x FTSE - $h_{esta} = 0.255; 0.278$, $h_{crise} = 0.215; 0.236$



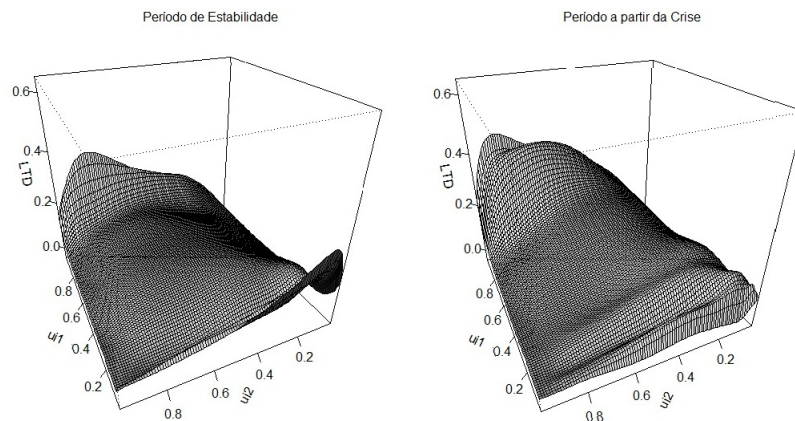
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6: LTD - S&P500 x IBOV - $h_{esta} = 0.262; 0.277$, $h_{crise} = 0.211; 0.232$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 7: LTD - S&P500 x IGBM - $h_{esta} = 0.253; 0.263$, $h_{crise} = 0.213; 0.237$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados das Comparações entre Cópulas

Os resultados da comparação entre as cópulas para todas as relações entre os três índices e o índice S&P500 apresentaram um p -valor de 0.00²³. Eles levam a concluir que a hipótese nula de igual estrutura de dependência é rejeitada a um nível de 1%, sendo diferentes as cópulas estimadas para os períodos de estabilidade e a partir da crise. O teste, que tem a finalidade de verificar a hipótese de duas estruturas de dependência serem idênticas, demonstrou a mudança ocorrida a partir da crise. Isso corroborou com

²³Agradecemos ao Prof. Olivier Scaillet - GFRI Universite de Geneve and Swiss Finance Institutet - que disponibilizou a rotina, em Matlab, de seu trabalho, para este teste.

os resultados encontrados a partir das estimações das quantidades de dependência, no sentido de validar a presença de contágio financeiro entre as economias estudadas.

Análise Conjunta dos Resultados

Para evidenciar contágio financeiro, realizaram-se os dois procedimentos propostos, separadamente, com a finalidade de que eles fornecessem informações que se complementassem a esta investigação. Acredita-se que, se os resultados das duas metodologias apontam no mesmo sentido, eles tornam as evidências robustas e a hipótese de contágio financeiro aceitável de acordo com a definição de *shift contagion* aqui utilizada.

Em geral, todos os resultados apresentados sugerem que a aderência entre os três mercados e os EUA mudou no período a partir da crise, apresentando, além de aumento significativo nas quantidades de dependência, uma estrutura de dependência diferente em cada período analisado. Em outras palavras, a associação entre esses mercados e os EUA não é constante com a ocorrência da crise. Com isso, pode-se validar a hipótese de contágio financeiro, com relação à crise americana de 2008, para Brasil, Inglaterra e Espanha.

Na comparação dos resultados aqui obtidos com os do trabalho de Santos e Valls Pereira (2011), que usam o ferramental de cópulas para dados de 2000 a 2009, tem-se que esses autores convergem ao identificarem contágio no mercado brasileiro relacionado à crise americana. Contudo, não obtêm evidências suficientes para afirmar o mesmo sobre o mercado inglês, resultado que é captado neste estudo. Com um período de análise um pouco diferente, de 2006 a 2008, Lee (2011) não encontra resultados afirmativos para o contágio financeiro no mercado brasileiro, em vista à crise americana. Tal estudo utiliza uma medida diferente da empregada na pesquisa ora proposta, faz uso do coeficiente de correlação corrigido de Forbes e Rigobon (2001).

Já Carvalho (2011), com dados do período de 09/2008 a 03/2009 para avaliar a crise, encontra evidências de contágio financeiro para o Brasil, utilizando-se de redes bayesianas, de modo a revalidar os resultados também apontados nesse trabalho. Cabe mencionar que não foi encontrado estudo sobre a existência de contágio financeiro para a Espanha no período que engloba a crise.

2.5 Considerações Finais

Este artigo constitui-se em uma aplicação das metodologias de Remillard e Scaillet (2009) e Fermanian et al. (2002) para testar a hipótese de contágio financeiro ante a crise americana de 2008, considerando-se os mercados de Brasil, Espanha e Inglaterra. Conforme apresentado na introdução, o tema é de grande importância tanto para investidores como para formuladores de políticas.

Os procedimentos metodológicos aqui aplicados, distintos dos até então encontrados na literatura para esse problema em específico, mostraram-se capazes de contribuir na busca de resultados para a identificação de contágio. Eles avançam no sentido de examinar a estrutura e as quantidades de dependência entre os mercados, expandindo a avaliação para além da análise do coeficiente de correlação, que é utilizado por um bom número de estudos sobre contágio.

A metodologia possui algumas desvantagens, no sentido de não permitir o cálculo direto das quantidades de dependência e a impossibilidade da introdução de parâmetros que possam variar no tempo, visto não haver uma forma paramétrica para tal. Contudo, apresenta vantagens importantes, tais como a agilidade computacional e o fato dos resultados não serem prejudicados por uma especificação paramétrica não apropriada.

Entre as diversas definições de contágio financeiro, optou-se por utilizar uma que é próxima aos critérios que são comuns a todas as teorias. Nesse sentido, trabalhou-se com uma definição que relaciona a propagação de crises entre países através da alteração de conexão entre eles, quando comparados os cenários de crise aos de tranquilidade, na classe *shift contagion*, popularizada por Forbes e Rigobon (2001).

No presente artigo, modelaram-se os retornos diários de todos os ativos, primeiramente, através de modelos ARMA - GARCH, procedimento adotado devido aos dados poderem possuir uma estrutura autorregressiva na média e na variância. E, ainda, no sentido de “filtrar” as séries da existência de heterocedasticidade e autocorrelação, de modo que os resíduos padronizados extraídos fossem adequados para as estimações posteriores. O período total foi separado em dois, estável e a partir da crise, e as estimações para cada período geraram resultados diferentes para as distribuições marginais. Isso se mostrou interessante, pois captou as peculiaridades de cada período.

De modo geral, os resultados das duas metodologias utilizadas neste estudo apontaram para a existência de contágio financeiro, tanto via aumento significativo das quantidades de dependência quanto pela mudança na estrutura de dependência (cópulas diferentes). Isso está de acordo com os resultados encontrados em Carvalho (2011) e Santos e Valls Pereira (2011) para o Brasil. Por outro lado, Lee (2011), utilizando-se de coeficientes de correlação corrigidos, não encontrou indicação da existência de contágio financeiro para o mercado brasileiro.

Em uma análise específica sobre os resultados das quantidades de dependência para cada índice, percebe-se que o índice que mostrou-se mais afetado pela crise nos EUA foi o IGBM. Já com relação

ao Brasil e à Inglaterra, mesmo os resultados também comprovando a existência de contágio financeiro, esses países apresentaram um aumento (variação) relativamente menor das quantidades de dependência. Embora não faça parte do escopo deste trabalho compreender e estudar as causas específicas das diferentes intensidades do contágio financeiro sobre os países pesquisados, podemos sugerir que, em geral, elas dependem da solidez dos fundamentos macroeconômicos de cada país, da diversificação comercial e financeira e da confiança dos investidores.

Como sugestão para trabalhos futuros, em termos de metodologia, tem-se a busca de um método mais formal para a datação dos períodos de crise e de estabilidade, que possa ser capaz de capturar mais precisamente a mudança do patamar de dependência. Orientações para isso envolvem, por exemplo, o uso de cópulas condicionais, modelos que incorporem mudança de regime markoviano, métodos gráficos, redes bayesianas, entre outras.

Outra possibilidade a ser considerada é a inclusão de cópulas de dimensões maiores do que dois, onde poderiam ser inclusos diversos países de um mesmo bloco para a análise, ou de situação econômica parecida, e assim verificar suas quantidades e estruturas de dependência. Com isso, seria possível verificar o impacto na estrutura de dependência de um grupo específico de países, dado um choque em um outro país. As possibilidades são diversas, como por exemplo, separar os grupos por proximidade geográfica, bloco comercial, grau de desenvolvimento, entre outras que dependeriam dos objetivos específicos do problema de pesquisa.

3 Conclusão

Diversas foram as crises ocorridas nas últimas décadas, e suas causas e consequências estudadas de várias formas. A última, ocorrida nos EUA, em 2008, gerou preocupação a todas as outras economias, com questionamentos sobre sua extensão e seus efeitos. Diante disso, e da importância dos mercados financeiros para os países, o presente trabalho se propôs, através do conceito de *shift contagion*, a investigar a existência de contágio financeiro em três economias: Brasil, Inglaterra e Espanha.

Para realizar esta investigação desenvolveu-se o artigo constante no capítulo 2, que constitui-se de dois procedimentos para a identificação de contágio financeiro: um baseado na estimação de cópulas não paramétricas proposta em Fermanian et al. (2002) e o outro no teste de comparação de cópulas de Remillard e Scaillet (2009). Acrescentou-se um *bootstrap* para verificar a existência de diferença nas quantidades de DQP calculadas das cópulas estimadas não parametricamente antes e a partir da crise. As marginais utilizadas nas estimações foram obtidas através de uma modelagem ARMA-GARCH, cujas ordens de defasagem variavam de acordo com o par de países e o período investigado.

Os procedimentos adotados neste estudo são distintos dos até então encontrados na literatura para essa finalidade e mostram-se capazes de fornecer informações suficientes para avaliar a existência de contágio financeiro, de acordo com a definição de contágio utilizada. Eles avançam no sentido de examinar a estrutura e as quantidades de dependência entre os mercados, expandindo a avaliação para além da análise do coeficiente de correlação, que é utilizada por um bom número de estudos sobre contágio financeiro.

Os resultados obtidos pelo artigo apontaram para a existência de contágio financeiro, tanto via aumento significativo das quantidades de dependência, quanto pela mudança na estrutura de dependência. Além da verificação de contágio, outras informações podem ser encontradas, tais como, estatísticas descritivas, resultados das estimações ARMA-GARCH, e mais detalhes sobre as quantidades de dependência nos diferentes períodos.

A estimação não paramétrica de cópulas aqui empregada possui algumas limitações, dado que a não utilização de uma função cópula conhecida não permite, por exemplo, a introdução de parâmetros que possam variar no tempo. Contudo, essa estimação apresenta vantagens importantes, como a agilidade computacional e o fato de os resultados não serem prejudicados por uma especificação paramétrica inapropriada. Outro ponto a ser mencionado, que deve ser trabalhado, é a busca de um método mais formal para a datação dos períodos, que possa ser capaz de capturar mais precisamente a mudança do patamar de dependência. Um próximo passo que pode ser tomado em trabalhos futuros é a inclusão de cópulas de dimensões maiores do que dois, o que possibilitaria uma análise conjunta de diversos países, de forma que diferentes características fossem captadas e outras relações pudessem ser verificadas.

Referências

- ABBARA, O. Modelagem de dependência em séries financeiras multivariadas. Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas, 2009.
- ALLEN, F., E GALE, D. Financial fragility, liquidity, and asset prices. *Journal of the European Economic Association*, 2(6):1015–1048, 2004.
- BECERRA, O., E MELO, L. Medidas de riesgo financiero usando cópulas: teoría y aplicaciones”. *Borradores de Economía*, 489:1–93, 2008.
- BESSLER, D., E YANG, J. The structure of interdependence in international stock markets. *Journal of International Money and Finance*, 22(2):261–287, 2003.
- BOGDANSKI, J., TOMBINI, A., WERLANG, D., ET AL. Implementing inflation targeting in brazil. *Banco Central do Brasil Working Paper No. 1*, 1:1–29, 2000.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3):307–327, 1986.
- CARVALHO, J. Redes bayesianas: um método para avaliação de interdependência e contágio em séries temporais multivariadas. Master's thesis, Universidade de São Paulo, 2011.
- CHERUBINI, U., ICER, T., E LUCIANO, E. Multivariate option pricing with copulas. *Applied Mathematics Working Paper Series*, 5:1–24, 2002.
- CORSETTI, G., PERICOLI, M., E SBRACIA, M. Some contagion, some interdependence’: More pitfalls in tests of financial contagion. *Journal of International Money and Finance*, 24(8):1177–1199, 2005.
- DURANTE, P., RYCHLIK, W., JAWORSKI, P., E HARDLE, W. *Copula Theory and Its Applications*. Lecture Notes in Statistics, 2009.
- EDWARDS, S. Contagion. *The World Economy*, 23(7):873–900, 2000.
- EFRON, B., E EFRON, B. *The jackknife, the bootstrap, and other resampling plans*, volume 38. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 1982.
- ENGLE, R. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 50:987–1007, 1982.
- FAN, J., E YAO, Q. *Nonlinear time series: Nonparametric and parametric methods*. Springer Verlag, 2003.
- FERMANIAN, J. Goodness-of-fit tests for copulas. *Journal of multivariate analysis*, 95(1):119–152, 2005.

- FERMANIAN, J., SCAILLET, O., FOR FINANCIAL ASSET MANAGEMENT, I. C., ENGINEERING, E DE GENÈVE. LABORATOIRE DE FINANCE INTERNATIONALE, U. *Nonparametric estimation of copulas for time series*. FAME, International Center for Financial Asset Management and Engineering, 2002.
- FERNANDEZ, C., E STEEL, M. On bayesian modeling of fat tails and skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93:359–371, 1998.
- FILLETI, J., HOTTA, L., E ZEVALLOS, M. Analysis of contagion in emerging markets. *Journal of Data Science*, 6:601–626, 2008.
- FORBES, K., E RIGOBON, R. Measuring contagion: Conceptual and empirical issues. *International financial contagion*, 1:43–66, 2001.
- FORTIN, I., E KUZMICS, C. Tail-dependence in stock-return pairs. *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*, 11:89–107, 2002.
- GIACOMINI, E., HÄRDLE, W., E SPOKOINY, V. Inhomogeneous dependence modeling with time-varying copulae. *Journal of Business and Economic Statistics*, 27(2):224–234, 2009.
- GOURIGEROUX, C., LAURENT, J., E SCAILLET, O. Sensitivity analysis of values at risk. *Journal of Empirical Finance*, 7(3-4):225–245, 2000.
- JOE, H. *Multivariate models and dependence concepts*, volume 73. Chapman & Hall/CRC, 1997.
- JONES, C. The global financial crisis of 2007–20?? *A Supplement to Macroeconomics*, 1:1–45, 2009.
- KING, M., E WADHWANI, S. Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial studies*, 3(1):5–33, 1990.
- KUUSK, A., PAAS, T., E VIKMAA, K. Financial contagion of the 2008 crisis: is there any evidence of financial contagion from the us to the baltic states. *Eastern Journal of European Studies*, 2:61–76, 2011.
- LAMBERT, P., E LAURENT, S. Modelling financial time series using garch-type models with a skewed student distribution for the innovations. Technical report, UCL, 2001.
- LEE, H. Contagion in international stock markets during the sub prime mortgage crisis. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 2(1):41–53, 2011.
- LEHMANN, E. Some concepts of dependence. *The Annals of Mathematical Statistics*, 37:1137–1153, 1966.
- LI, D. On default correlation: a copula function approach. *Journal of Fixed Income*, 9(4):43–54, 2000.
- LINTNER, J. Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The Journal of Finance*, 20(4):587–615, 1965.

- LOMBARDI, I., GALVAO, A., LAURINI, M., E VALLS PEREIRA, P. A dinâmica do contágio entre brasil e argentina. Technical report, Working paper IBMEC-SP, 2004.
- MARÇAL, E., E VALLS PEREIRA, P. Testing the contagion hypotheses using multivariate volatility models. *Revista de Econometria*, 28:193–218, 2008.
- MARÇAL, E., VALLS PEREIRA, P., MARTIN, D., E NAKAMURA, W. Evaluation of contagion or interdependence in the financial crises of asia and latin america, considering the macroeconomic fundamentals. *Applied Economics*, 43(1):2365–2379, 2011.
- MENDES, B. M. Asymmetric extreme interdependence in emerging equity markets. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 21(6):483–498, 2005a.
- MENDES, B. Computing conditional var using time-varying copulas computing conditional var using time-varying copulas. *Revista Brasileira de Finanças*, 3(2):pp–251, 2005b.
- MESQUITA, M., E TOROS, M. Considerações sobre a atuação do banco central na crise de 2008. *Banco Central do Brasil - Trabalhos para Discussão*, 202:1–39, 2010.
- MIKOSCH, T. Copulas: Tales and facts. *Extremes*, 9(1):3–20, 2006.
- MORETTIN, P. *Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras*. Edgard Blucher, 2008.
- NELSEN, R. *An introduction to copulas*. Springer Verlag, 2006.
- NELSON, D., E CAO, C. Inequality constraints in the univariate garch model. *Journal of Business & Economic Statistics*, vol 10:229–235, 1992.
- PALARO, H., E HOTTA, L. Using conditional copula to estimate value at risk. *Journal of Data Science*, 4(1):93–115, 2006.
- PATTON, A. Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review*, 47(2): 527–556, 2006.
- PERICOLI, M., E SBRACIA, M. A primer on financial contagion. *Journal of Economic Surveys*, 17(4): 571–608, 2003.
- REBUCCI, A., E CICCARELLI, M. Measuring contagion with a bayesian time-varying coefficient model. *Working papers = Documentos de trabajo: Serie AD*, 20(20):1–35, 2003.
- REMILLARD, B., E SCAILLET, O. Testing for equality between two copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, 100(3):377–386, 2009.

- RODRIGUEZ, J. Measuring financial contagion: A copula approach. *Journal of Empirical Finance*, 14 (3):401–423, 2007.
- SANTOS, R., E VALLS PEREIRA, P. Modelando contágio financeiro através de copulas. *Textos para Discussão da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas*, 292:1–70, 2011.
- SHARPE, W. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3):425–442, 1964.
- SILVA FILHO, O., ZIEGELMANN, F., E DUEKER, M. Modeling dependence dynamics through copulas with regime switching. *Insurance: Mathematics and Economics*, 50(3):346–356, 2012.
- SKLAR, A. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris*, 8 (1):11, 1959.
- TAYLOR, J. The financial crisis and the policy responses: An empirical analysis of what went wrong, 2009.
- TSAY, R. *Analysis of financial time series*, volume 543. Wiley-Interscience, 2005.
- VALLS PEREIRA, P. Cópulas: uma alternativa para a estimação de modelos de risco multivariados. *EESP - Textos para Discussão*, 179:1–39, 2009.
- VIALE, A., KOLARI, J., BESSLER, D., E PYNNONEN, S. On the structure of financial contagion: Econometric tests and mercosur evidence. *Anais do LACEA-LAMES, Rio de Janeiro (RJ), Brasil*, .: 1–41, 2008.

A Apêndice - ACFs e PACFs

Figura 8: ACFs e PACFs dos retornos e dos quadrados dos retornos - FTSE x SP500 - Período de Estabilidade

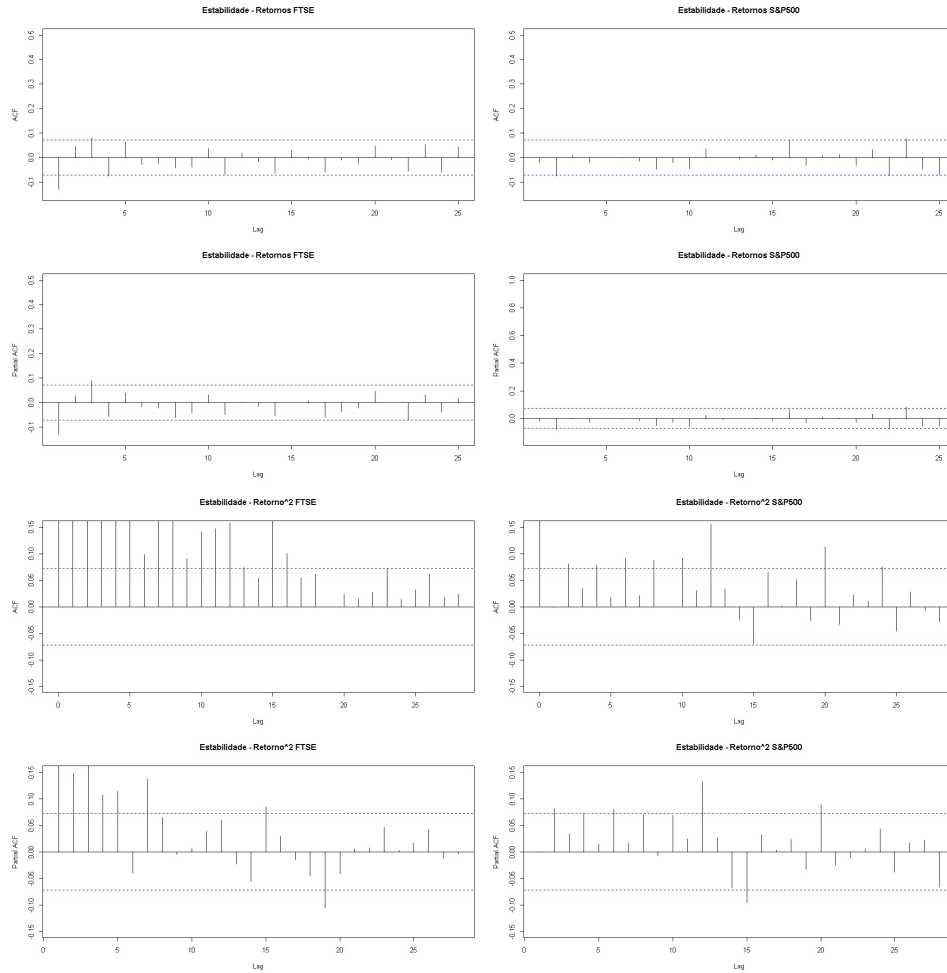


Figura 9: ACFs e PACFs dos retornos e dos quadrados dos retornos - FTSE x SP500 - Período a partir da Crise

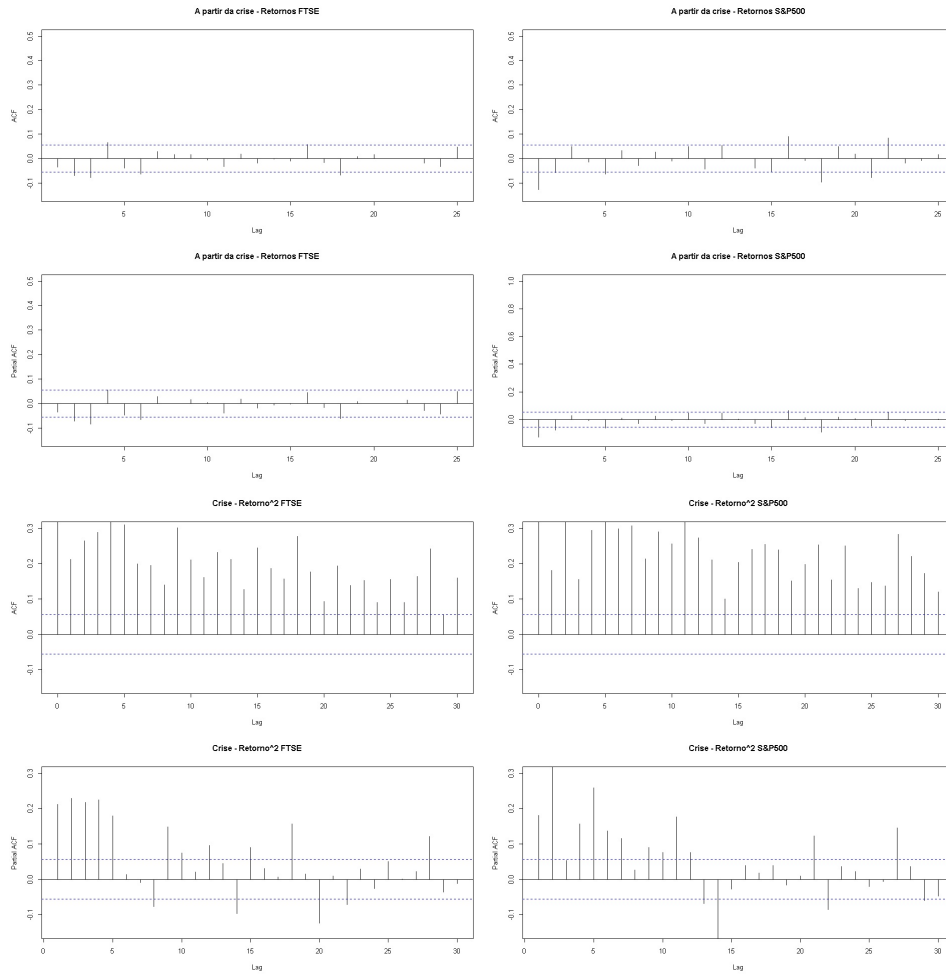


Figura 10: ACFs e PACFs dos retornos e dos quadrados dos retornos - IGBM x SP500 - Período de Estabilidade

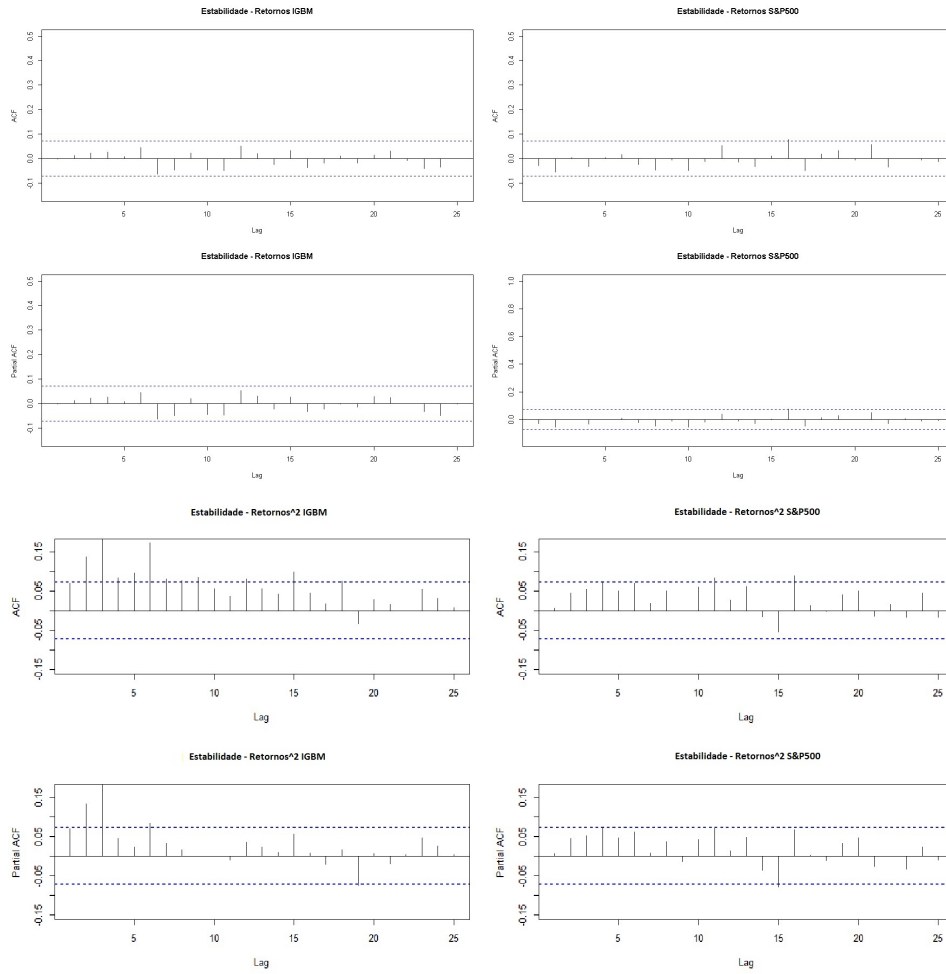


Figura 11: ACFs e PACFs dos retornos e dos quadrados dos retornos - IGBM x SP500 - Período a partir da Crise

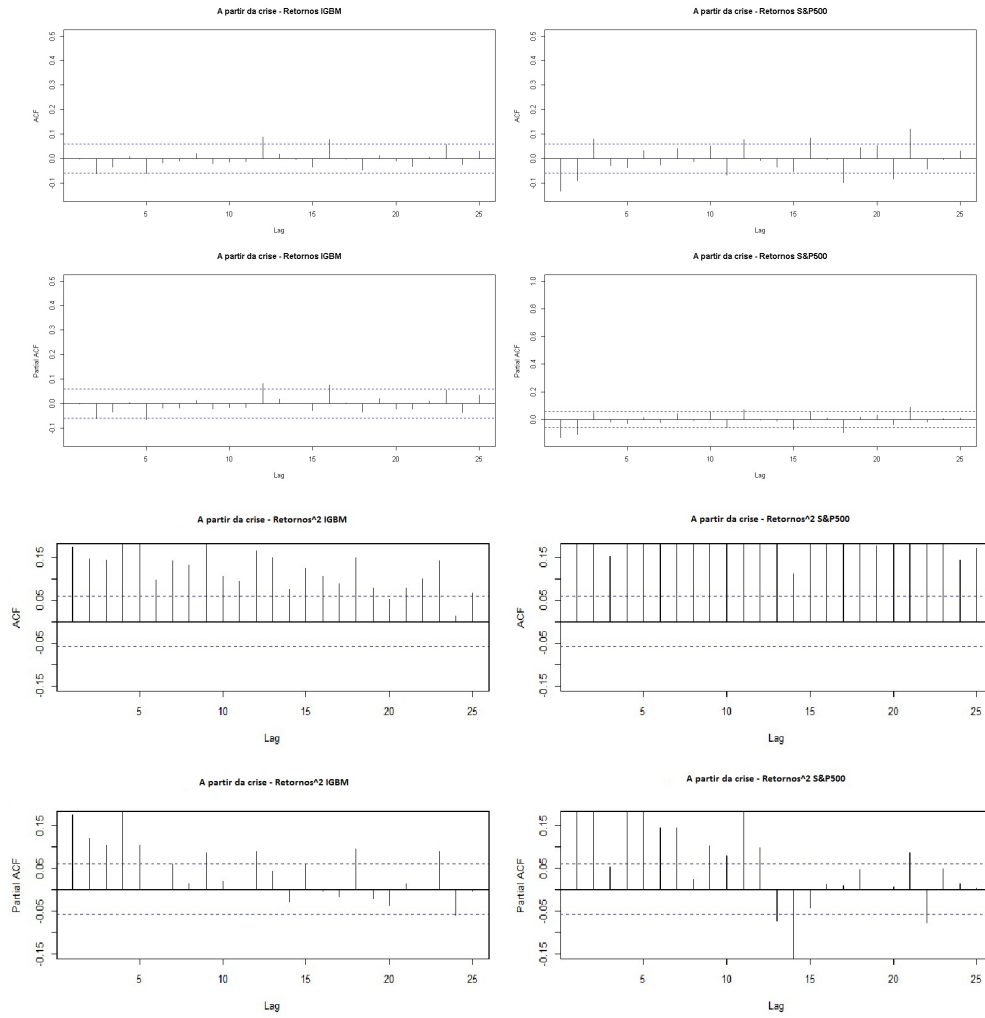


Figura 12: ACFs e PACFs dos retornos e dos quadrados dos retornos - IBOV x SP500 - Período de Estabilidade

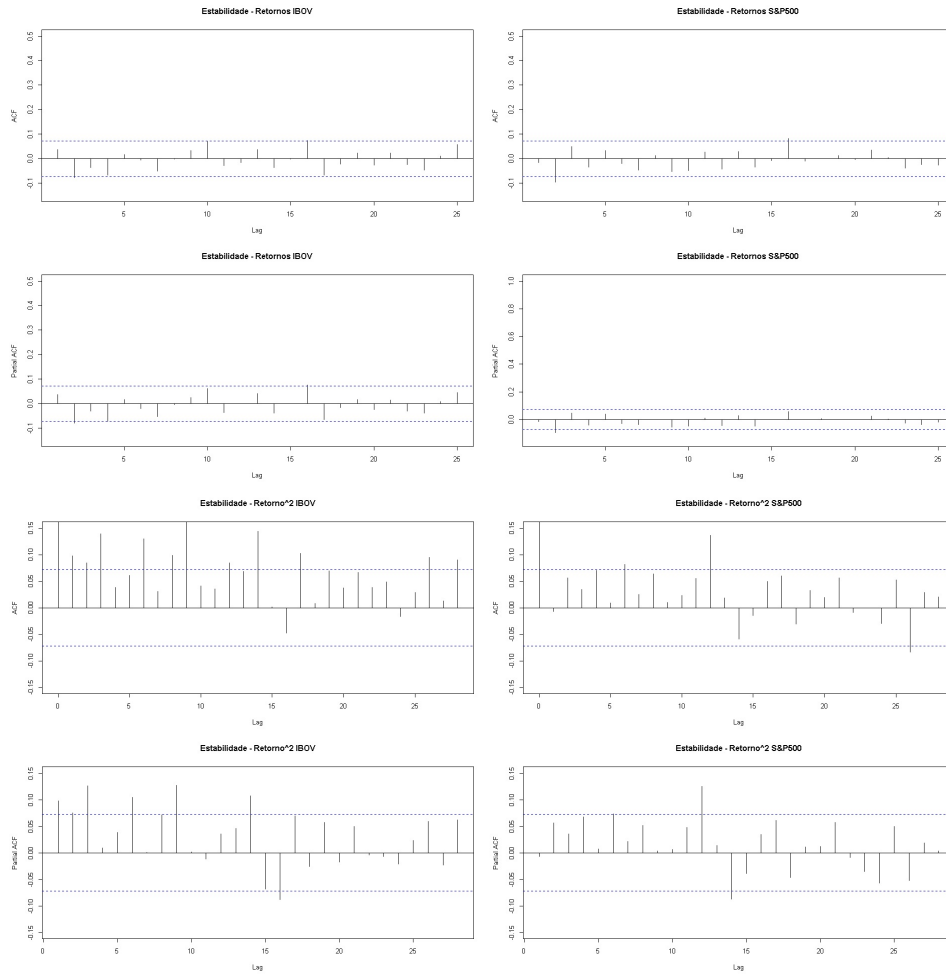
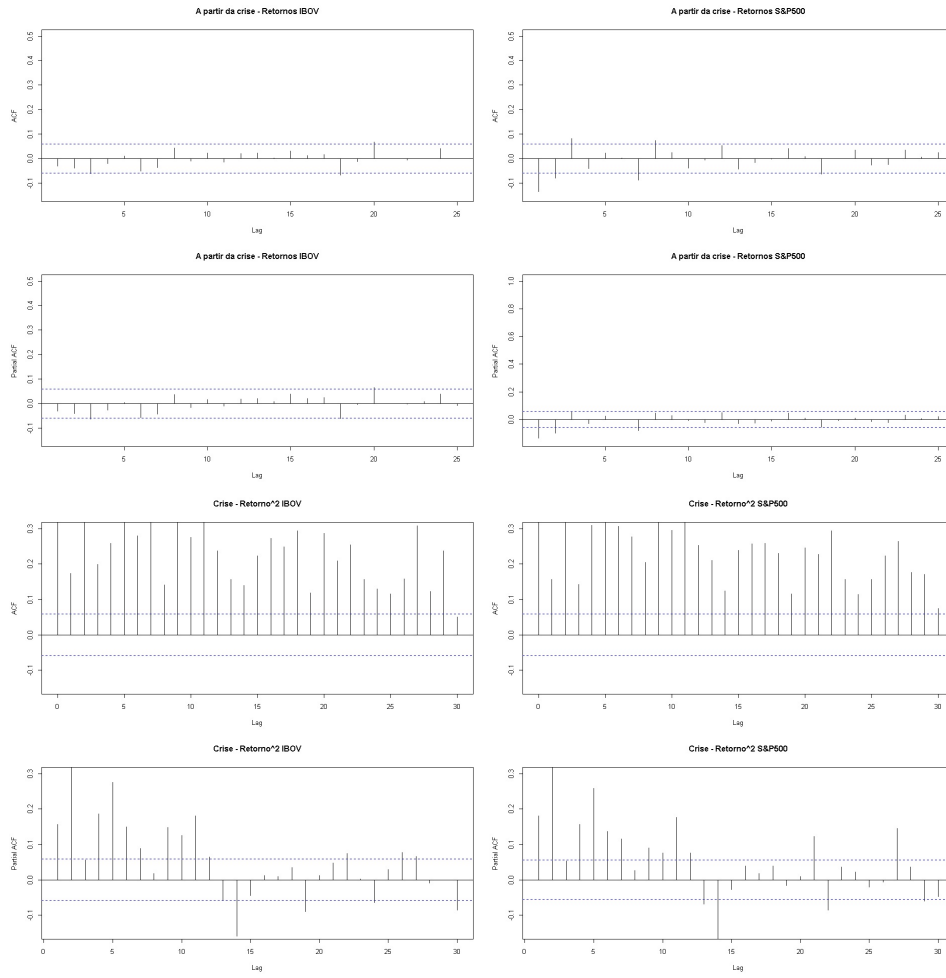


Figura 13: ACFs e PACFs dos retornos e dos quadrados dos retornos - IBOV x SP500 - Período a partir da Crise



B Apêndice - Tabelas das distribuições marginais

Tabela 3: Resultados dos modelos ARMA - St-GARCH para o par S&P500 - FTSE

Equação da Média	Período de Estabilidade		Período a partir da Crise	
Parâmetros	S&P500	FTSE	S&P500	FTSE
ψ_1	0.734754 (0.18977)	-0.100302 (0.03642)	0.540868 (0.27046)	0.461815 (0.16825)
Θ_1	-0.798022 (0.18621)	X	-0.657796 (0.19111)	-0.538361 (0.18381)
Equação da Variância	Período de Estabilidade		Período a partir da Crise	
Parâmetros	S&P500	FTSE	S&P500	FTSE
ω	0.000016 (0.000008)	2.479336 (1.6810)	0.000003 (0.000001)	0.000004 (0.000001)
α_1	0.044143 (0.013832)	0.074963 (0.028257)	-0.024146 (0.009545)	0.031954 (0.034259)
α_2	X	X	0.129279 (0.052068)	0.105402 (0.045612)
α_3	X	X	0.068320 (0.057263)	X
β_1	0.917331 (0.022744)	0.866480 (0.063162)	0.824955 (0.027498)	0.846319 (0.030251)
$\log \lambda$	-0.084869 (0.041015)	-0.180400 (0.055948)	-0.225059 (0.055637)	-0.125944 (0.030251)
ν	20.861503 (16.697)	16.219318 (8.1943)	6.549930 (1.8922)	12.663621 (0.04696)
$Q(10)$	0.5784042	0.7709596	0.1216473	0.8102815
$Q^2(10)$	0.9592710	0.1558710	0.4839464	0.4184044
LM	0.7819	0.6609	0.6751	0.7648
KS	0.2675	0.9348	0.2082	0.8624

Os valores entre parênteses representam o erro padrão das estimativas.

Q e Q^2 são os p - valores das estatísticas de Ljung-Box para resíduos padronizados e para os quadrados dos resíduos padronizados, respectivamente.

LM é o p-valor do LM ARCH.

KS é o p-valor para o teste Kolmogorov-Smirnov.

Tabela 4: Resultados dos modelos ARMA- St-GARCH para o par - S&P500 - IGBM

Equação da Média	Período de Estabilidade		Período a partir da Crise	
Parâmetros	S&P500	IGBM	S&P500	IGBM
ψ_1	X	X	-0.120367 (0.062852)	X
Equação da Variância	Período de Estabilidade		Período a partir da Crise	
Parâmetros	S&P500	IGBM*	S&P500	IGBM
ω	0.000019 (0.000010)	0.000037 (0.000017)	0.000004 (0.000001)	0.000010 (0.000005)
α_1	0.039021 (0.013888)	0.082972 (0.030362)	-0.025195 (0.0081028)	0.055681 (0.032915)
α_2	X	X	0.110722 (0.035212)	X
α_3	X	X	X	0.113469 (0.053237)
α_4	X	X	0.11555 (0.046722)	X
β_1	0.916786 (0.027990)	0.846315 (0.054572)	0.792068 (0.035157)	0.801291 (0.052027)
$\log\lambda$	-0.076049 (0.039209)	X	-0.178256 (0.033053)	-0.073732 (0.035712)
ν	27.248054 (20.501)	X	6.551250 (1.5893)	7.694611 (1.7838)
$Q(10)$	0.6367	0.7633812	0.4587	0.9252
$Q^2(10)$	0.8431	0.1027697	0.2989	0.0587
ARCH - LM	0.5707	0.7945	0.5697	0.4404
KS	0.05162	0.1115	0.1202	0.3666

Os valores entre parênteses representam o erro padrão das estimativas.

Q e Q^2 são os p - valores das estatísticas de Ljung-Box para resíduos padronizados e para os quadrados dos resíduos padronizados, respectivamente.

LM é o p-valor do LM ARCH.

KS é o p-valor para o teste Kolmogorov-Smirnov.

*Distribuição Student assimétrica com parâmetro Student(DF) = 8.375932 e erro padrão de 2.2487.

Tabela 5: Resultados dos modelos ARMA- St-GARCH para o par - S&P500 - IBOV

Equação da Média	Período de Estabilidade		Período a partir da Crise	
Parâmetros	S&P500*	Ibovespa	S&P500	Ibovespa
ψ_1	x	x	-0.114712 (0.055861)	x
ψ_2	x	x	-0.059923 (0.033260)	x
Equação da Variância	Período de Estabilidade		Período a partir da Crise	
Parâmetros	S&P500	Ibovespa	S&P500	Ibovespa
ω	0.000017 (0.000010)	0.000006 (0.000003)	0.000003 (0.000001)	0.000004 (0.000002)
α_1	0.035588 (0.013162)	0.048439 (0.015201)	-0.024935 (0.007862)	0.093272 (0.020600)
α_2	x	x	0.183901 (0.022830)	x
β_1	0.924291 (0.026768)	0.925987 (0.023806)	0.839424 (0.021495)	0.897142 (0.023044)
$\log\lambda$	x	-0.096256 (0.051941)	-0.196437 (0.036763)	-0.149930 (0.035454)
ν	x	30.5714 (25.712)	6.325277 (1.5493)	8.260814 (2.0721)
$Q(10)$	0.0561	0.2063	0.6466	0.5417
$Q^2(10)$	0.8710	0.1624	0.0835	0.6360
ARCH - LM	0.5255	0.7743	0.2292	0.6377
KS	0.0610	0.2895	0.1786	0.3961

Os valores entre parênteses representam o erro padrão das estimativas.

Q e Q^2 são os p - valores das estatísticas de Ljung-Box para resíduos padronizados e para os quadrados dos resíduos padronizados, respectivamente.

LM é o p-valor do LM ARCH.

KS é o p-valor para o teste Kolmogorov-Smirnov.

* Distribuição normal.