Em um espaço vetorial, os escalares são elementos de um corpo. Uma generalização natural desse conceito se dá por admitirmos que os escalares passem a ser elementos de um anel qualquer. Com isso, surge a noção de módulo. Ao efetuarmos essa generalização, é de se esperar que alguns resultados permaneçam, enquanto outros precisarão ser ajustados. O interessante começa quando começamos a atentar para certos fatos que passam a ocorrer e que não encontram paralelo no estudo de espaços vetoriais. Por exemplo, o anel pode não possuir unidade. Em casos assim, a expressão $1 \cdot x = x$ nem mesmo faz sentido. Com isso, passamos a nos deparar com situações em que conjuntos gerados não necessariamente possuirão os seus geradores. Um outro exemplo é o fato de que nem todo módulo possui base, mesmo que seja finito! Àqueles que possuem denominamos *módulos livres*. Portanto, ao trabalharmos com módulos não-livres, perdemos uma série de resultados e mesmo de estratégias com as quais estávamos habituados no estudo de espaços vetoriais. E por fim, mesmo no âmbito dos módulos livres, notamos uma série de diferenças relevantes, dentre as quais podemos citar as seguintes: em geral não é verdade que todo subconjunto linearmente independente de um módulo livre possa ser ampliado a uma base; e nem sempre duas bases de um mesmo módulo livre possuirão a mesma cardinalidade.

Uma das razões que justificam o estudo da teoria dos módulos é o fato de ela conseguir reunir de forma elegante algumas das ideias presentes em diferentes ramos da álgebra até então aparentemente desconexas. Com a finalidade de ilustrar esse aspecto, apresentarei o clássico *teorema de estrutura para módulos finitamente gerados sobre domínios principais*. De posse desse resultado, exibirei duas aplicações, a saber: a estrutura dos grupos abelianos finitamente gerados e a forma canônica de Jordan.