

Dada a n -ésima potência de um binômio, com n natural, pode-se expandi-lo na forma de uma soma da seguinte maneira: $(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$. Esta expansão é conhecida como Teorema Binomial (ou Binômio de Newton), e os coeficientes $\binom{n}{k}$ são chamados coeficientes binomiais. Em Teoria dos Números, existem vários resultados interessantes sobre o comportamento desses coeficientes com a variação de n e k . Um deles é que se p é um primo e $0 < k < p$, então p divide $\binom{p}{k}$. Um resultado que nos chamou atenção aparece como um corolário no artigo “*Proofs of Power Sum and Binomial Coefficient Congruences via Pascal’s Identity*”, dos autores Kieren MacMillan e Jonathan Sondow, publicado em Junho de 2011 no periódico americano *The American Mathematical Monthly*, edição 118, páginas 549 a 551. Este corolário avalia uma soma de certos coeficientes binomiais módulo p , com p primo. Na tentativa de generalizar este corolário para potências de primos, obtivemos o seguinte resultado:

Sejam p um número primo e n, k números naturais. Se p^i é a maior potência de p que divide k , e p^j divide n , com $j > i$, então $\binom{n}{k} \equiv 0 \pmod{p^{j-i}}$.

Obtivemos uma demonstração elementar para este fato, utilizando, entre outras coisas, a contagem exata da potência de um primo p na fatoração de um número do tipo $k!$, que foi o objeto de estudo do meu 1º trabalho de Iniciação Científica. Apesar de não conseguirmos uma generalização do corolário no sentido desejado, pudemos avaliar um caso particular de somas de coeficientes binomiais módulo p , a partir do próprio corolário e utilizando o resultado obtido.