

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Instituto de Física

Rodrigo Vidmar

## **Monopolos Magnéticos Existem?**

Porto Alegre - RS  
2012

RODRIGO VIDMAR

**DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO: MONOPOLOS MAGNÉTICOS  
EXISTEM?**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Instituto de Física da  
Universidade Federal do Rio Grande do  
Sul, como requisito parcial para obtenção  
do título de Bacharel em Física.  
Orientador: Prof. Dr. Marco Antonio  
Moreira.

PORTO ALEGRE - RS  
2012

Vidmar, Rodrigo

Monopolos Magnéticos Existem? / Rodrigo Vidmar. - 2012.

Trabalho de Conclusão – Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
2012.

**Rodrigo Vidmar**

**Monopolos Magnéticos Existem?**

**Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao corpo docente da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Bacharel em Física-Ênfase Pesquisa Básica.**

**Data de aprovação: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_**

**Nota: \_\_\_\_\_**

**Aprovada por:**

---

**Prof. Dr. Marco Antonio Moreira - Orientador**  
**Instituto de Física-Universidade Federal do Rio Grande do Sul**

---

**Prof.**  
**Instituto de Física-Universidade Federal do Rio Grande do Sul**

---

**Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>**  
**Instituto de Física-Universidade Federal do Rio Grande do Sul**

**Porto Alegre**  
**2012**

Dedico este trabalho de conclusão de curso à minha família, aos meus colegas e ao meu professor, mestre e conselheiro Dr. Marco Antonio Moreira.

## Resumo

Este trabalho descreve como é abordada na literatura científica e na eletrodinâmica clássica a questão da existência de monopolos magnéticos e se existissem quais seriam suas implicações.

**Palavras-chave:** monopolos magnéticos, literatura científica, eletrodinâmica clássica.

## **Abstract**

This paper describes how it is addressed in the scientific literature and in the classical electrodynamics the question of the existence of magnetic monopoles and if they existed what would be its implications.

**Keywords:** magnetic monopoles, scientific literature, classical electrodynamics.

## Sumário

1. Introdução.....	8
2. Artigos/publicações sobre monopolos magnéticos.....	9
2.1 Artigo: “ Observation of magnetic monopoles in spin ice”.....	9
2.2 Arigo: “ The interaction of the Dirac magnetic monopole with matter”..	11
2.3 Artigo: “ Search for Dirac monopoles”.....	19
2.4 Artigo: “Search for multiply charged Dirac magnetic poles”.....	21
2.5 Artigo: "The search for magnetic monopoles in magnetite from north China .....	24
3. Conclusão.....	29
4. Referências.....	30
5. Anexo .....	31



## 1. Introdução

A carga magnética tem sido tema de estudos e pesquisas durante muito tempo. Na famosa monografia *De Magnete* (1600), Gilbert, não conseguindo separar na prática polos de uma barra imantada, negou a existência de monopolos magnéticos isolados. O trabalho de Ampère de 1825 reforçou a ideia de Gilbert, ele considerava a corrente elétrica como sendo a única fonte do magnetismo. Em 1873 Maxwell, o criador da teoria do campo eletromagnético, apoiou os conceitos de Ampère, rejeitando a ideia da carga magnética (Frenkel, 2005, p. 373).

Entretanto, em 1931 Dirac desafiou a ideia de que monopolos não deveriam existir na natureza. Ele fez uso da simetria contida nas equações fundamentais de Maxwell para o campo eletromagnético:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho \quad , & \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \quad , & \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$

Na primeira linha destas equações, encontramos no lado direito as densidades de carga elétrica  $\rho$  e de corrente elétrica  $\mathbf{J}$ . A simetria seria completa se em lugar de zero na primeira equação da segunda linha pudéssemos escrever a densidade de carga magnética  $4\pi\rho_m$ , e na segunda equação a densidade da corrente magnética  $(4\pi/c)\mathbf{J}_m$ . No seu trabalho Dirac escreveu: “Nestas circunstâncias seria uma surpresa se a natureza não fizesse uso desta simetria” (ibid.).

A ideia de Dirac sugere que o simples fato de existir um monopolo magnético no universo explicaria a natureza discreta da carga elétrica. Uma vez que a quantização das cargas é um dos mistérios mais profundos da Física. Esta ideia impulsionou uma série de atividade de pesquisa, tanto experimental quanto teórica. Recentemente houve uma renovação do interesse nos monopolos magnéticos, sendo que estes resultam naturalmente nas teorias unificadas das interações fracas, eletromagnéticas e fortes. Contudo, não existe ainda evidência experimental conclusiva para a existência de monopolos (ibid.).

Para situar o leitor nos aspectos teóricos dos conteúdos de eletromagnetismo referentes monopolos magnéticos, reproduzimos no Anexo desta monografia o capítulo 16 do livro “Princípios de eletrodinâmica clássica” de J. Frenkel, 2005. Por esse se tratar de um texto de nível de pós-graduação, sempre que informações adicionais se mostraram necessárias, estas foram incluídas.

A seguir serão apresentados alguns trabalhos sobre monopolos magnéticos. Nesta apresentação não foi seguida uma ordem cronológica porque a intenção é apenas a de mostrar que o assunto monopolos magnéticos aparece na literatura de pesquisa em Física, com alguma frequência, há muito tempo.

## 2. Artigos/publicações sobre monopolos magnéticos

**2.1** O primeiro artigo dentre os selecionados sobre monopolos magnéticos tem o título “**Observation of magnetic monopoles in spin ice**”, H. KADOWAKI, N. DOI, Y. AOKI, Y. TABATA, T. J. SATO, J. W. LYNN, K. MATSUHIRA, e Z. HIROI, 2009.

Este artigo aborda um material chamado pirocloro cuja fórmula é  $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  que se comporta, de natureza topológica e matematicamente, como um conjunto de monopolos magnéticos. Foram estudadas excitações desse sistema, o “kagomé ice state” ou pirocloro que, analogamente à água sólida, tem à temperatura zero, entropia finita e estados desordenados. Esse sistema foi fortemente excitado através de campos magnéticos.

Os autores propõem uma teoria para que este material seja representado por monopolos magnéticos, onde esses monopolos são afetados por forças coulombianas e sua criação de pares obedece a lei de Arrhenius, indicando que a densidade de monopolos pode ser controlada por temperatura e campo magnético.

O experimento teve como amostra um cristal de  $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ . Foram medidos calores específicos com um método quase-adiabático. Também foi usado espalhamento de nêutron com um espectrômetro BT-9 no NIST Centro de Pesquisas para Nêutron, o ISSP-GPTAS, na agencia japonesa de energia atômica.

Uma consequência direta da criação de pares de monopolos obedece a lei de Arrhenius onde a dependência em temperatura (T) do calor específico (C) é:

$$C(T) = e^{\frac{-\Delta E}{k_B T}}$$

onde  $\Delta E$  é devido ao campo (H). Pode-se simplesmente esperar que,

$$\Delta E = E_0 - \mu H$$

devido ao efeito Zeeman.

A Figura 1 mostra as medidas de  $C(T)$  do  $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$  através de um campo aplicado na direção [111] em função de  $\frac{1}{T}$ .

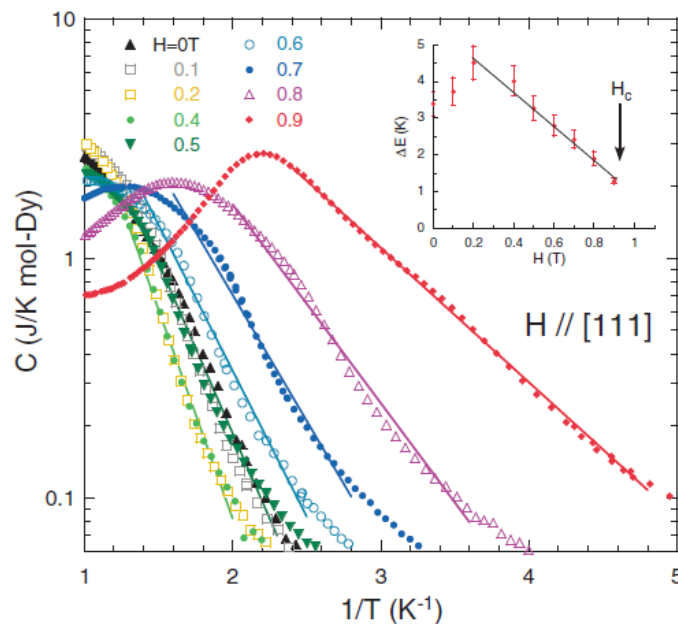


Figura 1: Calor específico foi plotado em função de  $\frac{1}{T}$  através de um campo na direção [111]. Pode-se observar que em intervalos de temperaturas intermediárias estes dados são bem representados pela lei de Arrhenius denotada por linhas contínuas. A inserção mostra a dependência da energia de ativação com o campo. Figura 1 extraída do artigo em pauta.

A lei de Arrhenius observada de  $C(T)$ , a qual é atribuída à variação da densidade dos pares de monopolos, implica que o número de pares de monopolos pode ser alterado pela variação de  $T$  e  $H$ .

Excitações em matéria condensada, tais como fônons e magnons acústicos, são modos Nambu-Goldstone onde uma contínua simetria é espontaneamente quebrada quando o estado ordenado é formado. Este contraste com os monopolos no “spin ice”, o qual são pontos defeituosos que podem ser fracionados num estado ligado frustrado.

Concluíram que tais excitações são improcedentes em matéria condensada e poderão capacitar conceitualmente um novo fenômeno emergente para ser explorado experimentalmente.

Paralelamente a este trabalho, neste mesmo ano de 2009, foram publicados outros artigos relacionados aos monopolos magnéticos, além de grande manifestação da comunidade científica a respeito desse assunto. Mencionaremos em especial dois: “Dirac strings and magnetic monopoles in the spin ice Dy<sub>2</sub>Ti<sub>2</sub>O<sub>7</sub>” de J. P. Morris *et al*, e o outro “Observing monopoles in a magnetic analog of ice” de M. J. P. Gingras, ambos trabalhos de 2009.

## **2.2 O segundo artigo estudado foi: “The interaction of the Dirac magnetic monopole with Matter”, W. V. R. Malkus, 1951.**

Este artigo começa dizendo que tem sido determinado anteriormente que um elétron não tem estado ligado num campo de monopolos magnéticos. Procurando estabelecer a característica da interação de monopolos com os mais complexos campos de átomos e moléculas, este artigo investigou partículas carregadas, de arbitrários momentos magnéticos, movendo-se simultaneamente em campos externos tanto magnéticos como elétricos. O artigo concluiu que monopolos podem ser acoplados na matéria com energias comparáveis, mas não significativamente maiores que o estado químico; reservas podem ser feitas no caso do Hidrogênio onde o estado de menor energia depende da massa do monopolo.

Especulações sobre a criação de monopolos pelas primeiras radiações cósmicas e seus consequentes movimentos no campo magnético da Terra instigou uma tentativa experimental para chegar num limite superior para sua taxa de criação. O resultado deste experimento determinou que o número de monopolos chegando na superfície da Terra é menor que  $10^{-10}$  por  $\text{cm}^2$  por segundo.

Este artigo teve como objetivo:

- 1- Determinar a autoestrutura de uma partícula carregada com um momento magnético arbitrário num campo de um monopolo magnético e, usando estes resultados, discutir a interação do núcleo atômico e o monopolo.
- 2- Encontrar a autoestrutura de um elétron num combinado campo de monopolos e núcleo atômico ambos situados na origem.
- 3- Para realizar um cálculo perturbativo do problema da construção de qualquer elétron com as autofunções encontradas em 2- a fim de determinar se a energia eletrônica total resultante é maior ou menor que o correspondente átomo normal.
- 4- Considerar as energias paramagnéticas e diamagnéticas aproximadas de uma estrutura eletrônica a certa distância de um monopolo magnético. E para resumir estes resultados diversos em uma conclusão a respeito das interações dos monopolos com a matéria. E, na última seção, a consideração da possibilidade de criação de monopolos magnéticos por radiação cósmica e a conseqüente movimentação destas partículas no campo magnético da Terra, onde é descrito um experimento o qual se chega a um limite superior para a chegada de monopolos magnéticos na superfície da Terra.

Abordaremos com mais detalhe a última seção por achá-la mais conveniente com a proposta desta monografia.

1-Determinação da autoestrutura de partícula de spin  $\frac{1}{2}$  com carga  $Z|e|$  com momento magnético arbitrário num campo de um monopolo magnético

O potencial vetor de um monopolo de carga  $M$ , situado em  $r = 0$ , satisfazendo

$$\nabla \cdot A = 0 \text{ e } \nabla \times A = H = \frac{Mr}{r^3} \text{ é:}$$

$$A_{\theta} = \frac{M}{r \left(1 - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right)}$$

e,

$$A_{\theta} = A_r = 0.$$

O hamiltoniano separado, para a aproximação de Pauli incluindo campo elétrico radial arbitrário, mas negligenciando a interação spin órbita em termos de maior ordem, é:

$$H = \frac{1}{2\mu} \left( P - \frac{Z|e|\hbar}{c} A \right)^2 + V(r) - B_z \frac{|e|\hbar}{2m_z c} \frac{M}{r^2} \sigma_r$$

Onde  $B_z$  é o número de magnétons trazidos pela partícula de carga  $Z|e|$  e massa  $m_z$ .  $B_z = Z$  para a partícula de Dirac.

Consideremos

$$L^2 = \frac{1}{(\sin \theta)^2} \left[ \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \left\{ \frac{\partial}{\partial \phi} - ik_z(1 - \cos \theta) \right\}^2 \right]$$

O qual comuta com  $L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}$ , mas não com  $L^2$

Após o cálculo, chega-se a uma série. Para que ela seja truncada a condição é:

$$\beta_0 = l'(l' + 1) - k_z^2$$

onde

$$l' = n + P = |k_z|, |k_z| + 1, |k_z| + 2 \dots$$

Estes autovalores foram previamente obtidos por J. Tamm, 1931 e depois por M. Fierz, 1944.

2-Os níveis de energia e autofunções de um elétron num campo de um monopolo e uma partícula de carga  $Z|e|$  ambos situados na origem.

Aqui vamos direto para os resultados, onde os autores chegaram a uma expressão para energia como sendo,

$$E_{n'} = - \left( \frac{e^2}{2a} \right) \left( \frac{Z^2}{n'^2} \right)$$

onde  $a = \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$ .

A Tabela 1 compara os níveis de energia da equação acima e a degenerescência de cada nível com aqueles do hidrogênio normal.

Tabela 1: Mostra níveis de energia, suas degenerescências comparadas com as energias do átomo de hidrogênio. Tabela 1 extraída do artigo considerado.

Degeneracy	$n'$	Hydrogen degeneracy
1	1	2
3	$\sqrt{2}$	
1	2	8
6	$1 + \sqrt{2}$	
5	$\sqrt{6}$	
1	3	18
6	$2 + \sqrt{2}$	
10	$1 + \sqrt{6}$	
7	$\sqrt{12}$	
1	4	32
6	$3 + \sqrt{2}$	
10	$2 + \sqrt{6}$	
14	$1 + \sqrt{12}$	
9	$\sqrt{20}$	
1	5	50

Na Tabela 2 temos a comparação dos dados da energia eletrônica total de átomos normais e átomos com um monopolo em seus núcleos, desconsiderando interações eletrônicas. Energia em unidades de  $Z^2 \left(\frac{e^2}{2a}\right)$ .

Tabela 2: Comparação dos dados da energia eletrônica total de átomos normais e átomos com um monopolo em seus núcleos. Tabela 2 extraída do mesmo artigo.

Z	Atom	Normal	Monopole
1	H	1	1
2	He	2	1.500
3	Li	2.250	2
4	Be	2.500	2.500
5	B	2.750	2.750
6	C	3	2.922
10	Ne	4	3.508
16	S	4.666	4.613
28	Ni	6	5.575
40	Zr	6.750	6.662
60	Nd	8	7.638
80	Hg	8.800	8.690

Percebe-se analisando os dados da Tabela 2 nesta aproximação que o monopolo decresce a energia total eletrônica em quase todos os casos com exceção do Hidrogênio, Berílio e Boro. Isso talvez indique que a interação monopolo-elétron pode causar blindagem do monopolo no Berílio e no Boro, porém a energia total no Hidrogênio depende da interação monopolo-próton.

3- Considerações aproximadas de um monopolo a uma certa distância do núcleo

Na seção anterior foi analisado um monopolo próximo do núcleo do átomo. O problema do monopolo mais distante do átomo é bem mais complexo e por isso foi feito com algumas aproximações.

Quando um monopolo está a uma certa distância do núcleo sua variação de energia  $\Delta E$  depende de dois termos, um diamagnético e outro paramagnético. Isto é,

$$\Delta E = \Delta E_p + \Delta E_d = \left(\frac{eh}{2\mu c}\right) H \sum_i (m_z^i + 2s_z^i) + \left(\frac{e^2}{\mu c^2}\right) H^2 \sum_i (x_i^2 + y_i^2) \quad \text{Eq.(32).}$$

onde o campo magnético é  $H = M/R^2$  e  $R$  é a distância do monopolo de carga  $M$  da estrutura, onde  $i$  é a soma sobre os vários elétrons e  $m_z^i, s_z^i, x_i^2$  e  $y_i^2$  são os autovalores dos operadores usuais da componente  $z$  do momento angular, e do spin, e da coordenada de posição  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Numa tentativa para julgar a energia mínima  $\Delta E$ , normalmente uma substância paramagnética pode ter um campo de monopolos. O mínimo de  $\Delta E$  foi encontrado para o caso do átomo de hidrogênio onde  $m_z = 0$  e  $s_z = \frac{1}{2}$  e  $x^2 = y^2 = (h^2/\mu e^2)^2 = a_0^2$ . Então,

$$\frac{\partial \Delta E}{\partial R} = 0 = \frac{2eMh}{2\mu c R^3} - 4e^2 M^2 \frac{2a_0^2}{8\mu c^2 R^5}$$

logo

$$\Delta E_{min} = \frac{-h^2}{2\mu a_0^2} + \frac{h^2}{4\mu a_0^2} = -6.76 \text{ eV.}$$

Este resultado é válido para um intervalo fora do raio  $R$  da aproximação. Contudo, o uso de uma função de onda teste e o hamiltoniano completo acima descrito permitem estabelecer um limite tanto para a região superior como para a inferior do raio  $R$  e para a energia de ligação.

Após cálculos computacionais foi obtido um valor máximo de  $\Delta E_{min} \cong -7 \text{ eV}$  para  $R \cong 0,56 a_0$  muito similar à aproximação feita.

A energia necessária para a produção de pares de monopolos está disponível na radiação cósmica primária, mesmo que os monopolos sejam consideravelmente mais pesados que o próton. Uma vez criados na atmosfera os monopolos



energéticos inicialmente atingiriam uma baixa velocidade terminal no campo magnético da Terra em uns poucos metros, porque têm uma grande perda na sua velocidade de ionização, cerca de  $5 \frac{MeV}{cm} N.T.P.$  Técnicas não convencionais de raios-cósmicos teriam detectado estes monopolos movendo-se ao longo das linhas do campo a uma velocidade terminal.

Se os monopolos fossem fortemente ligados na matéria por forças nucleares desconhecidas ou, se mais massivos que os prótons, ligados a eles por forças discutidas anteriormente, então seria possível para os monopolos despolarizar a Terra. Então, se fosse assim, um monopolo com uma taxa de chegada na superfície da Terra de 1 por  $cm^2$  por segundo iria cancelar o campo magnético da Terra em um mês. Portanto, pode se concluir provisoriamente que se os monopolos tem sido acumulados na crosta da Terra pelos últimos bilhões de anos, então sua taxa de chegada deve ser menor que  $10^{-10}$  por  $cm^2$  por segundo pois não há carga magnética mensurável associada com a superfície da matéria.

No entanto, se as conclusões das seções anteriores estão corretas e os monopolos então ligados somente fracamente a materiais paramagnéticos então os monopolos devem difundir-se através da Terra e devem ter pequenos efeitos no campo magnético. Neste caso como muitos monopolos positivos estariam se movendo de uma maneira, monopolos negativos teriam outra forma, e uma vez para além da atmosfera da Terra, os monopolos seriam arremessados se livrando do dipolo da Terra devido a sua inércia. O único efeito então é dissipar parte de sua energia armazenada no campo magnético da Terra a qual deve ser rearmazenada por processos internos regenerativos hipotetizados na literatura da época deste artigo.

Um simples experimento foi realizado para detectar estes monopolos chegando na superfície da Terra que podem se difundir através da Terra numa taxa maior que 1 quilômetro em um bilhão de anos. A Figura 2 é um diagrama esquemático do instrumento construído.

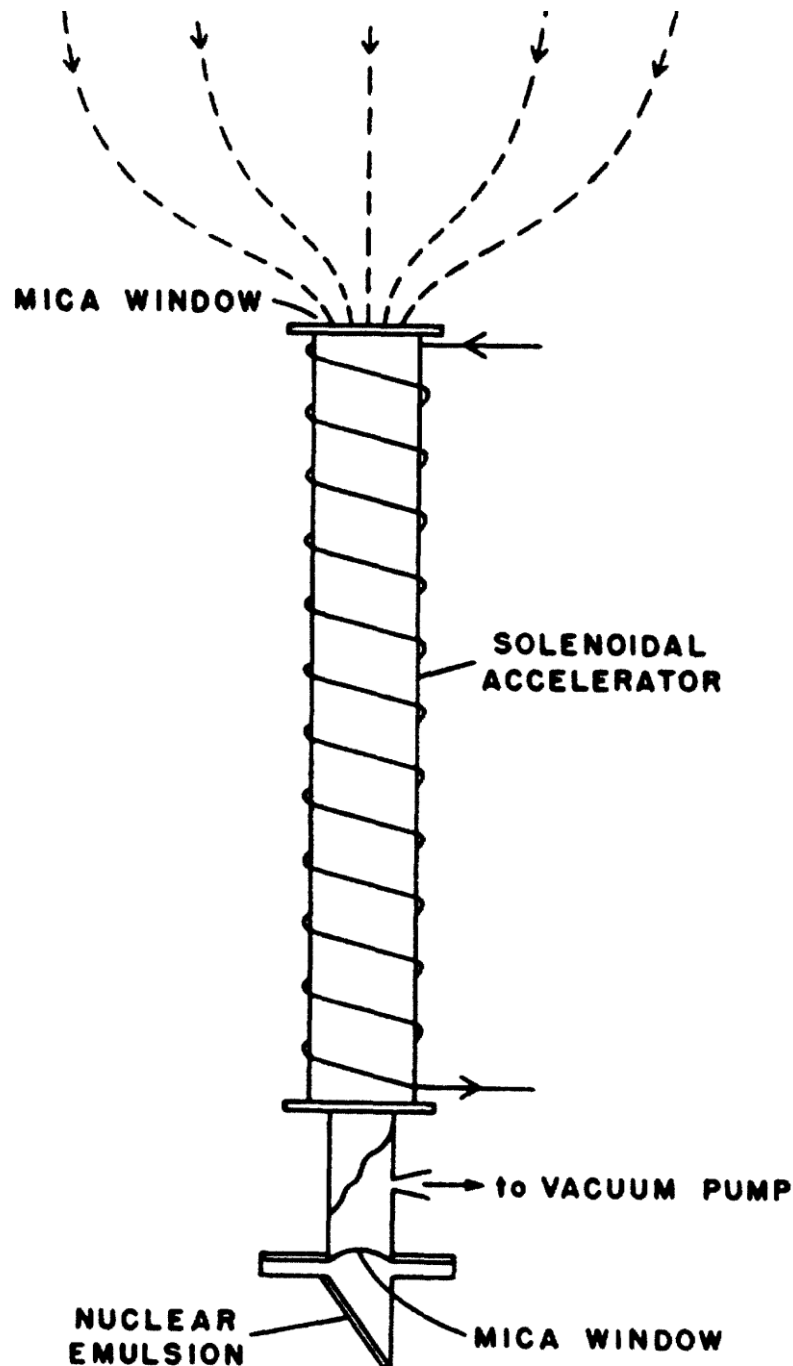


Figura 2: Diagrama esquemático de experimento construído para detecção de monopolos incidentes na Terra. Figura 2 extraída do artigo em questão.

Um longo solenoide atrai monopolos movendo-se à velocidade terminal ao longo das linhas do campo da Terra através de uma fina janela no seu núcleo evacuado. Os monopolos são então acelerados por várias centenas de MeV e passam através de uma segunda janela para baterem numa emulsão fotográfica.

Um monopolo de massa  $M = \left(\frac{137}{2}\right) e emu$ , ganha  $\left(\frac{137}{2}\right) 300H eV/cm^2$  em queda livre no campo de  $H gauss$ . Portanto, num campo de  $250 gauss$ , um metro de comprimento, o monopolo ganha  $500 MeV$ . Como indicado na Figura 2, monopolos movendo-se ao longo das linhas do campo da Terra devem ser puxados para cima da superfície do tubo de bronze o qual forma o núcleo do solenoide. Aqui eles difundem através de  $10 mg/cm^2$  numa janela de mica e atingem  $500 MeV$  em um metro de queda. Na passagem através de uma segunda janela de mica mais para baixo no solenoide o monopolo perderá menos de  $50 MeV$ , enquanto que sua perda na emulsão fotográfica será, mais ou menos, de  $1 MeV por micron$ .

A área de choque efetiva,  $A_E$ , das linhas do campo da Terra puxadas através do solenoide podem ser encontradas pela observação de que todo o fluxo puxado na parte superior do solenoide vem do campo da Terra em qualquer solenoide para o qual

$$H_a = H_\delta \cdot A_\delta / 4\pi a^2 < H_E,$$

onde  $H_a$  é o campo externo devido a um solenoide sozinho próximo ao seu ponto médio;  $H_\delta$  é o campo externo do solenoide;  $A_\delta$  é a área de choque transversal do solenoide e  $a$  é a meia-altura.  $H_E$  é o campo da Terra. No solenoide construído, a inequação acima detém, por isso

$$A_E H_E = A_\delta H_\delta$$

Deve-se notar que nenhum material ferromagnético que possa distorcer o campo magnético foi colocado próximo do solenoide e foi dirigido ao longo das linhas do campo local no local da exposição.

Resultados:

Uma observação cuidadosa das emulsões expostas durante um período de duas semanas de operação não mostraram traços pesados a não ser de partículas alfa. Os traços de monopolos deveriam ser maiores do que aqueles das partículas alfa.

O limite superior da taxa de chegada de monopolos como uma consequência deste resultado negativo é  $1/A_E T$ , onde  $A_E = H_\delta A_\delta / H_E$  e  $T$  é o tempo de

observação, o qual foi  $1,2 \times 10^6$  segundos. Neste equipamento  $H_\delta = 250$  gauss;  $A_\delta = 20$  cm<sup>2</sup>, onde  $H_E = 0,6$  gauss. Portanto,  $A_E \cong 8300$  cm<sup>2</sup> e

$$\frac{1}{A_E T} \leq 10^{-10} \text{ monopolos por cm}^2 \text{ por segundo}$$

A seção de choque correspondente para produção de monopolos por radiação cósmica primária é

$$\sigma_{max} \leq 1/A_E T \int CNdx,$$

onde  $C$  é o número de partículas cósmicas primárias cruzando um cm<sup>2</sup> por segundo a uma altitude  $x$  e  $N$  é o número de núcleos atmosféricos por cm<sup>3</sup> para uma altitude  $x$ . O valor de  $\int CNdx$  é aproximadamente  $3,8 \times 10^{24}$  por cm<sup>2</sup> por segundo para fótons primários sozinhos. Então,

$$\sigma_{max} \leq 3 \times 10^{-35} \text{ cm}^2$$

**2.3** O terceiro artigo é: “**Search for Dirac monopoles**”, H. BRADNER e W. M. ISBELL, 1959.

Na Introdução, os autores destacam que em 1931, P. H. Dirac apontou a existência de um polo magnético livre. Este monopolo poderia quantizar cargas elétricas de partículas no universo.

Um limite inferior para a massa do monopolo pode ser aproximado pela massa do *meson* –  $\pi$ . Uma outra característica é que não tem limite superior para a massa. Entretanto, presume-se que eles devem ser produzidos em pares.

O campo magnético a uma distância  $r$  cm de um polo de Dirac deve ser  $N \left(\frac{137}{2r^2}\right) 4.8 \times 10^{-10}$  gauss, onde  $N$  é um inteiro que neste trabalho foi de valor unitário. Algumas únicas propriedades resultando da alta “carga efetiva” dos monopolos devem torná-los de fácil detecção.

Monopolos devem ganhar energia numa taxa de  $300N \left(\frac{137}{2}\right) H$  eV por cm onde são acelerados por um campo magnético de  $H$  oersteds. A radiação de amortecimento durante a aceleração pode ser calculada da mesma forma que

Schwinger fez para os elétrons. A taxa de perda deve ser  $\left(\frac{137N}{2}\right)^2$  tão grande quanto para uma carga elétrica unitária de mesma massa e energia. Polos movendo-se através da matéria com velocidades relativísticas devem perder energia primariamente por interações diretas entre o campo do polo e a carga dos elétrons atômicos. A taxa de perda de energia deve ser da ordem de  $\left(\frac{137N}{2}\right)^2$  vezes  $\frac{dE}{dx}$  dos prótons com a mesma velocidade. Esta taxa de perda de energia deve ser aproximadamente constante para baixas velocidades. Espera-se que monopolos estejam ligados na matéria com uma energia da ordem da energia de ligação química, uns poucos elétronvolts. Logo, é possível removê-los aplicando um campo magnético suficiente forte.

Um monopolo deve ser estável quando encontrado com outro monopolo de polaridade oposta. A distancia de interação esperada deve ser pequena se comparada com dimensões atômicas.

O experimento:

Um alvo de alumínio de 0,005 polegadas de espessura, inclinado  $45^\circ$  em relação à vertical foi colocado num campo de 14,2 *kilogauss* dentro do Bevatron e exposto a um feixe de um total de  $5 \times 10^{12}$  prótons de 6,2 *BeV*. Monopolos de Dirac formados no centro de massa do sistema deveriam seguir uma trajetória de um cosseno hiperbólico em queda sob a influência de um campo magnético. A equação que representa a trajetória do monopolo emitido num ângulo inicial  $\phi$  da horizontal é:

$$y = [\cosh(x/\beta_0 A \cos\phi) - 1 + \beta_0 \sin\phi \sinh(x/\beta_0 A \cos\phi)],$$

onde  $A = 2\gamma_0 m_0 c^2 / 137eH$ , e a radiação devido à aceleração foi negligenciada. A radiação perdida devido à aceleração do polo deveria introduzir uma pequena correção nesta trajetória.

Um monopolo deve ganhar uma energia de 4,1 *BeV* na queda de 14 *cm* da face do polo mais baixo do Bevatron. Se monopolos de uma massa de prótons em repouso são produzidos, eles devem ter um pequeno movimento no sistema centro de massa e devem bater na face do polo numa região de aproximadamente 5 *cm* de diâmetro a uma distância de 13 *cm* abaixo. Emulsões nucleares em torno de um papel preto de 0,005 *polegadas* de espessura foram colocadas na face do polo mais

baixo do Bevatron para detectar qualquer monopolo de Dirac que o atingisse. Emulsões também foram colocadas a pequenas distâncias abaixo para detectar monopolos com massa abaixo do *meson*  $\pi$ .

Os monopolos de Dirac deveriam ser fácil de detectar, desde que eles deveriam depositar  $4 \text{ BeV}$  de energia quando atravessassem o papel preto e  $1000 \mu$  de emulsão.

Nenhuma evidência foi encontrada para a produção de monopolos em repouso no Sistema Centro de Massa na região de massa entre o próton e *meson*  $\pi$ . Emulsões de uma polegada de largura deveriam ter interceptado da ordem de metade de todos os monopolos de massa protônica se eles fossem produzidos com uma distribuição esfericamente simétrica no Sistema Centro de Massa. Se considerarmos que os feixes de prótons circulando no Bevatron, podemos definir um limite de  $2 \times 10^{-35} \text{ cm}^2 \text{ por nucleon}$  para a produção de monopolos de Dirac de massa protônica por processos primários num alvo de alumínio bombardeado com prótons de  $6,3 \text{ BeV}$  de energia. A seção de choque correspondente para monopolos equivalente ao  $\pi - \text{meson}$  é aproximadamente  $10^{-34} \text{ cm}^2$ .

Foi comentado que a paridade não deve ser conservada na produção de monopolos de Dirac na colisão nucleon-nucleon. Monopolos produzidos no alvo por processos secundários neste experimento não teriam sido detectados a menos que tivessem alta velocidade no sistema de laboratório.

Um segundo alvo de  $3 \text{ mm}$  de espessura feito do material polietileno foi usado. Foi bombardeado no Bevatron por um fluxo integrado estimado de  $10^{17}$  prótons a aproximadamente  $6 \text{ BeV}$ , foi colocado a  $2,5 \text{ cm}$  de emulsões nucleares e foi então exposto a um campo de  $200 \text{ kOe}$ .

Nenhum monopolo foi encontrado com energia de ligação entre  $3 \text{ a } 20 \text{ eV}$  no polietileno.

**2.4** O quarto artigo tem o título: “**Search for multiply charged Dirac magnetic poles**”, R. L. Fleisher, I. S. Jacobs, W. M. Schwarz, P. B. Prince, 1969.

Hipóteses deste experimento:

Na procura por monopolos na natureza, foi escolhido o material como sendo nódulos de manganês extraídos de uma profundidade de aproximadamente 3 *km* no fundo do oceano a campos magnéticos de 265 *kG* a fim de extrair e acelerar os monopolos, e então detectá-los usando resina de Lexan policarbonato e nitrato de celulose Daicel.

Nódulos de manganês são pequenos objetos, compostos principalmente de camadas de óxidos e hidróxidos de manganês e ferro. Muitas vezes este material é depositado lentamente sobre um núcleo tal como um fragmento de rocha ou sedimento. Os nódulos são encontrados sobre grandes áreas no fundo do oceano. E em algumas regiões formam um mosaico ou mesmo um pavimento de ferro-manganês cobrindo o chão do oceano.

No ponto de vista deste trabalho os nódulos têm os seguintes méritos: são suficientemente magnéticos (a susceptibilidade à temperatura ambiente é  $20 \times 10^{-6} \text{ emu/g}$  superposto a um fraco momento ferromagnético de 0,2 *emu/g*, estes valores foram obtidos através da média sobre o nódulo exclusivo do seu núcleo) que após termalizados podem estar firmemente presos; podem ser encontrados em profundidades suficientes que a maioria dos monopolos de massa e carga plausíveis estariam termalizados e, portanto, poderiam ser presos; finalmente, porque eles devem ter ficado expostos por grandes períodos de tempo no fundo do oceano e crescerem vagarosamente (1-30 mm/ milhão de anos) estes nódulos teriam altos fatores de (área)×(tempo). Além disso, os nódulos selecionados para este estudo vieram da passagem de Drake e foram expostos a uma passagem contínua de grandes volumes de correntes de água circumpolares e profundas. A Tabela 3 lista as localidades, dimensões e fatores área-tempo para os quatro nódulos usados no experimento.

Tabela 3: assume um crescimento linear ao longo de um tempo de exposição de 0,3 bilhões de anos. A média da área projetada é calculada de  $\pi(A_1^2 + A_1A_2 + A_2^2)/3$  assumindo formatos esféricos. Tabela 3 foi retirada do artigo mencionado.

Nodule No.	Longitude	Latitude	Depth (fathoms)	$A_1$ Average radius (cm)	$A_2$ Average radius of core rock (cm)	(Area) × (time)* cm <sup>2</sup> sec
003	67.30°W	59.03°S	1900	2.16	0.81	$7.0 \times 10^{13}$
029	55.97°W	55.77°S	2330	1.97	1.23	$7.8 \times 10^{13}$
057	125.03°W	55.88°S	2120	1.97	0.66	$7.3 \times 10^{13}$
059	99.60°W	59.02°S	2680	1.74	0.92	$5.4 \times 10^{13}$
Total						$2.75 \times 10^{14}$

Medidas de desequilíbrio isotópico indicam idades maiores que 0,3 milhões de anos para os nódulos de áreas escolhidas para este estudo.

Em síntese das hipóteses usadas aqui, imagina-se que monopolos caem na Terra, parando ou no ar ou nos oceanos. Estes monopolos buscados caem influenciados pelo campo geomagnético até serem presos por para ou ferro-magnetismo dos nódulos nas profundezas do oceano. Sendo estes os primeiros materiais sólidos o qual eles são expostos e podem ser ligados. Eles são extraídos por um pulso de 265 kG, acelerados e direcionados em detectores que mediram suas propriedades.

Procedimento Experimental:

Os quatro nódulos listados na Tabela 3 foram pulverizados, os núcleos de rochas foram extraídos, e o material de ferro-manganês restante foi magneticamente pulsado cujo dispositivo é representado pela Figura 3.



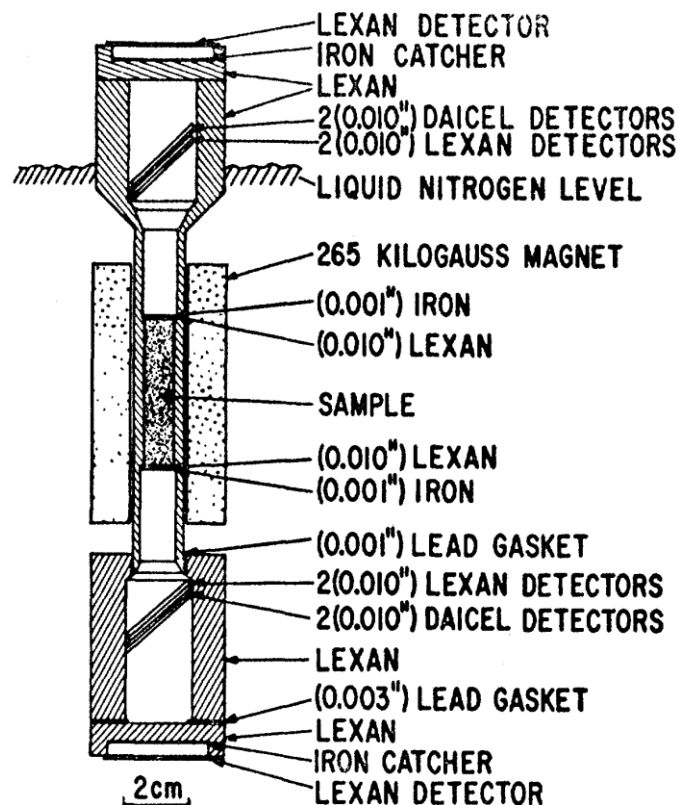


Figura 3: Dispositivo para extração de monopolos de uma amostra, onde eles são detectados e depois coletados. Figura 3 retirada do artigo citado.

Os detectores foram removidos e gravados em soluções agitadas em condições padrões: 72 h, 20°C, e solução de 6,25N de NaOH para o Daicel. E 24h, 60°C, solução de 6,25 de NaOH com 0,4% de Benax surfactante para o policarbonato Lexan. Ao mesmo tempo gravaram uma amostra controlada de policarbonato Lexan de uma mesma camada de material. A amostra controlada foi irradiada com fissão de fragmentos de  $Cf^{252}$  numa temperatura de 77K, a mesma que foi usada para a detecção de monopolos. Os detectores foram subsequentemente escaneados por um microscópio binocular de 30 × e 60 × e num microscópio Leitz Ortholux de 130 ×. Sob estas duas últimas condições a partir do núcleo atômico de carga 69 seriam visíveis como foram as faixas de fissões ( $\approx 18 - \mu - long$ ) na amostra de controle.

Resultados:

Nenhuma faixa de qualquer partícula foi encontrada. O background foi zero.

Portanto, numa procura por monopolos em nódulos de manganês no fundo do mar, concluíram que o fluxo integral de monopolos cósmicos de massa menor que 130 e carga menor que  $60hc/e$  é menor que  $8,4 \times 10^{-15} \text{cm}^2 \text{segundos}$  (90% de certeza).

Este resultado também indica que interações de raios cósmicos com toda a atmosfera da Terra produz menos que 40 000 *monopolos/segundo* (90% de certeza).

Abaixo de  $10^{16} \text{eV}$ , monopolos formam uma insignificante fração de raios cósmicos, e a  $2 \times 10^{17} \text{eV}$  eles não são o contribuinte dominante.

**2.5** O quinto artigo estudado tem como título: **“The search for magnetic monopolos in magnetite from north China”**, H. CUI *et al*, 1995.

Introdução:

O monopolo magnético foi introduzido por Dirac em 1931 para explicar a quantização da carga elétrica. Ele fez uma previsão teórica para a existência de pequenos polos magnéticos de energia/carga (unidades de carga magnética  $g_0$ )  $\left(\frac{137}{2}\right) e$ , onde  $e$  é a carga do elétron. A predição de monopolos magnéticos estimulou muitos pesquisadores experimentais: em aceleradores de alta energia, em raios cósmicos e em estrutura da matéria.

Monopolos magnéticos livres incidentes na Terra com velocidades menores que a velocidade de escape devem, eventualmente, serem termalizados. Por causa de seus campos magnéticos, monopolos magnéticos sentem uma força atrativa quando próximos a materiais ferromagnéticos. Portanto, monopolos magnéticos devem ser presos na estrutura de materiais ferromagnéticos, e a magnetita tem um grande potencial para ser um coletor de monopolos magnéticos. Seria possível extraí-los destes materiais aplicando um campo magnético suficientemente forte. Eles seriam acelerados por um campo magnético e ganhariam energia. Para monopolos magnéticos com unidade de carga magnética, a energia ganha deveria ser  $E = 2.06 \times \frac{10^4 \text{eV}}{\text{cm}}$  num campo de 1G. A energia de ionização perdida por

monopolos magnéticos rápidos na matéria deve ser de  $\left(\frac{137}{2}\right)^2 = 4.7 \times 10^3$  vezes o  $\frac{dE}{dx}$  das partículas carregadas com a mesma velocidade e isto é fácil para detectar traços fortemente ionizantes de monopolos magnéticos rápidos devido a sua grande energia de ionização perdida.

Monopolos de massas de diferentes ordens de magnitude têm servido de hipóteses em diferentes modelos. Recentemente a energia de ionização perdida de monopolos lentos na matéria condensada tem sido abordada em muitos trabalhos, e foi concluído que suas energias de ionização perdidas dependem fortemente das suas velocidades e tornam-se muito pequenas a baixas velocidades. Portanto, aqueles resultados experimentais caracterizados pela procura de traços de ionização pesados nos detectores não são relevantes porque as velocidades adquiridas por monopolos magnéticos pesados no campo magnético devem ser muito baixas e os traços produzidos no detector devem ser insignificantes.

Neste estudo foi apresentada a pesquisa por monopolos magnéticos em magnetitas do Norte da China. Em comparação com as pesquisas anteriores, tem a característica pela procura de ambos traços de ionização fracos e fortes de monopolos magnéticos em detectores.

Método experimental e resultados:

O arranjo experimental é mostrado na Figura 4.

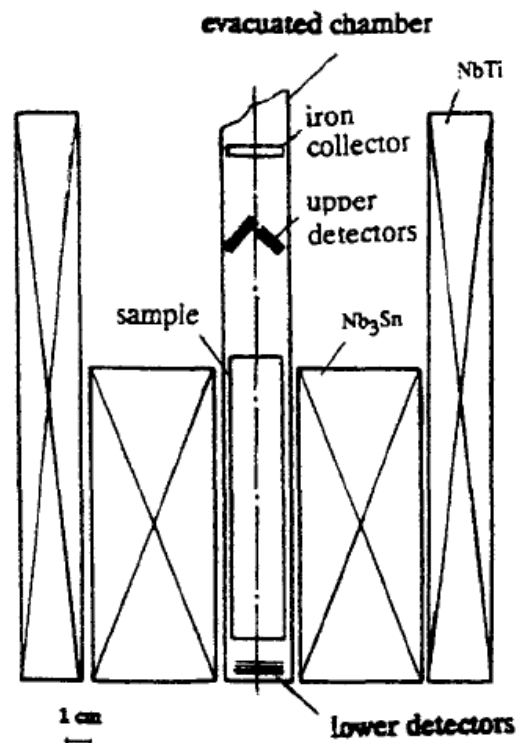


Figura 4: Experimento para detecção de monopolos utilizando fortes campos magnéticos. Figura retirada do artigo mencionado.

A amostra de magnetita foi extraída da mina de ferro de Xuanhua numa profundidade de 200m no subsolo. A amostra foi cortada em formato cilíndrico com 13 cm de altura e 2,3 cm de diâmetro, o peso da amostra é de 218 gramas. A idade geológica foi estimada em  $6 \times 10^8$  anos. Foi colocada numa câmara de vácuo (diâmetro interno de 3 cm e altura de 124 cm) dentro de um solenoide supercondutor. A camada interna e externa do solenoide era de  $Nb_3Sn$  e  $NbTi$ , respectivamente. O solenoide pode produzir um campo magnético de 27 kG no centro da amostra, e este forte campo foi usado para extrair monopolos da amostra. De acordo com o cálculo de Goto, o campo magnético necessário para a extração de monopolos magnéticos da magnetita depende de suas cargas  $g$ , o qual é igual a 16,4 kG para  $g = g_0$  e igual a 17,4 kG para  $g = 2g_0$ . Portanto, este experimento é sensível a monopolos magnéticos com cargas magnéticas  $g_0$  e  $2g_0$ . Se um monopolo magnético fosse extraído de uma superfície de magnetita, este seria acelerado por um campo magnético na câmara de vácuo e poderia ser detectado.

Neste experimento foram usados dois tipos de detectores. Um de emulsões nucleares (tipo nuclear-4 de uma espessura de  $200 \mu m$ , sensível ao elétron) e um

filme de policarbonato (espessura de  $170\mu\text{m}$ ), ambos fabricados na China. Como mostrado na Figura 10, a fim de detectar monopolos de duas polaridades foram colocados detectores em ambos os lados da magnetita. Os detectores superiores possuíam uma camada de emulsões nucleares e três camadas de filme de policarbonato, duas foram postas antes da emulsão e uma depois. Eles faziam um ângulo de  $45^\circ$  com o eixo do solenoide e a distância entre os detectores e a amostra era de 50 mm. Um coletor de ferro com espessura de 5 mm foi colocado depois dos detectores para prender os possíveis monopolos e medi-los repetidamente se houvesse alguns casos de interesse. No outro lado da amostra os detectores, os quais têm uma camada de emulsão nuclear e três de filme de policarbonato são postos perpendicular ao eixo do solenoide e a distância entre os detectores e a amostra é de 14 mm.

Uma vez que estes detectores foram colocados numa posição onde a temperatura era de  $-196^\circ\text{C}$ , era importante verificar a sensibilidade dos detectores a baixas temperaturas. Usando traços de próton do espalhamento elástico nêutron-próton o limiar de registro de emulsões nucleares a  $-196^\circ\text{C}$  foi determinado como  $27,5\text{ MeV}/\text{cm}$ . Usando fragmentos de fissão de  $^{252}\text{Cf}$  como calibrador encontraram a sensibilidade do detector de policarbonato a  $-196^\circ\text{C}$  como a mesma que o detector de Lexan a  $60^\circ\text{C}$ . Portanto, o limiar de registro do detector de policarbonato a uma temperatura de registro de  $-196^\circ\text{C}$  é cerca de  $3,3\text{ GeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g}$ .

Foi concluído que emulsões nucleares e de filme de policarbonato são sensíveis a monopolos magnéticos com um intervalo de massa de  $1\text{GeV}/c^2$  a  $10^7\text{GeV}/c^2$  e  $1\text{GeV}/c^2$  a  $10^4\text{GeV}/c^2$ , respectivamente.

O tempo de exposição no campo magnético foi de 2 horas. Após a exposição, as películas de emulsão foram processadas num desenvolvedor de Amidol. Nenhum traço que poderia ser atribuído a monopolos magnéticos com carga unitária ou dupla foi encontrado. Dos resultados deste experimento foi obtido um nível de confiança de 90% e um limite superior de  $1,8 \times 10^{-26}$  monopolos magnéticos por nucleon na amostra de magnetita utilizada.

### 3. Conclusão

A busca por monopolos magnéticos, como visto neste trabalho, teve um grande impulso com a teoria de Dirac no início do século XX. Contudo, teve uma queda com as inúmeras tentativas experimentais frustradas em encontrar estes objetos. Até o momento não se tem uma evidência experimental concreta da existência de monopolos magnéticos.

Acreditamos que com o avanço tecnológico, com a construção de modernos aceleradores de partículas, como o do CERN, consigamos em breve ter uma resposta definitiva sobre a existência destes objetos, que se encontrados acarretariam mudanças significativas no entendimento do eletromagnetismo.

Cabe lembrar, que no ensino do eletromagnetismo clássico sempre se enfatiza que a interpretação física de uma das Equações de Maxwell - A Lei de Gauss para o Magnetismo, é que não existem monopolos magnéticos. E se eles forem encontrados?

#### 4. Referências

- BRADNER, H.; ISBELL, W. M, **Phys. Rev.** V. 114, n. 2, 1959.
- CUI, H. *et al*, **Radiation Measurements**, V. 25, n. 1-4, 1995.
- FLEISCHER, R. L. *et al*, **Phys. Rev.** V. 177, n. 5, 1969.
- FRENKEL, J., **Princípios de eletrodinâmica clássica**, 2. ed., São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.
- KADOWAKI, H. *et al.*, **J. Phys. Soc. Jpn.** V. 78, n. 10, 2009.
- MALKUS, W. V. R., **Phys. Rev.** V. 83, n. 5, 1951.
- DIRAC, P., **Proc. R. Soc.(London)**. V.133, n. 60 1931.
- PRINCE, B., **Phys. Rev. Lett.** V. 35, n. 487, 1975.
- CABRERA, **Phys. Lett.** V.48, n. 1378-1381, 1982.
- HOOFT, G. 't, **Nucl. Phys.** V. 79, n. 276 , 1974; V. 105, n. 538, 1976.
- MORRIS, D. J. P. *et al*, **Science**. V.326, n. 411, 2009.
- GINGRAS, M. J. P., **Science**. V. 326, n. 375, 2009.
- Site: <http://www.sciencedaily.com/releases/2009/09/090903163725.htm>

## Anexo<sup>1</sup>

### Monopolos magnéticos e a quantização da carga elétrica

A carga magnética tem sido tema durante muito tempo. Nos primórdios desse conceito a possibilidade da existência de monopolos magnéticos não era muito esperada pelos cientistas. Na famosa monografia De Magnete (1600), Gilbert, não conseguindo separar na prática polos de uma barra imantada, negou a existência de monopolos magnéticos isolados. O trabalho de Ampère de 1825 reforçou a ideia de Gilbert, ele considerava a corrente elétrica como sendo a única fonte do magnetismo. Em 1873 Maxwell, o criador da teoria do campo eletromagnético, apoiou os conceitos de Ampère, rejeitando a ideia da carga magnética.

Entretanto, em 1931 Dirac desafiou a ideia dominante sobre a ausência da carga magnética na natureza e reabilitou este conceito. Dirac fez uso da simetria contida nas equações fundamentais de Maxwell para o campo eletromagnético:

$$\begin{array}{ll}
 \nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho & , \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \\
 \boxed{\text{(a)}} & \boxed{\text{(b)}} \\
 \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 & , \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \\
 \boxed{\text{(c)}} & \boxed{\text{(d)}}
 \end{array}
 \tag{Eq.(1)}$$

Na primeira linha destas equações, encontramos no lado direito as densidades de carga elétrica  $\rho$  e de corrente elétrica  $\mathbf{J}$ . A simetria seria completa se em lugar de zero na primeira equação da segunda linha pudéssemos escrever a densidade de carga magnética  $4\pi\rho_m$ , e na segunda equação a densidade da corrente magnética  $(4\pi/c)\mathbf{J}_m$ . No seu trabalho Dirac escreveu: “Nestas circunstâncias seria uma surpresa se a natureza não fizesse uso desta simetria”.

---

<sup>1</sup> Texto reproduzido literalmente de FRENKEL, J., **Princípios de eletrodinâmica clássica**, 2. ed., São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, (2005, páginas 373 a 386).



O argumento de Dirac mostra que a simples existência de um monopolo magnético no universo ofereceria uma explicação sobre a natureza discreta da carga elétrica. Uma vez que a quantização das cargas é um dos mistérios mais profundos da Física. Esta ideia estimulou uma intensa atividade de pesquisa, tanto experimental quanto teórica. Recentemente, houve uma renovação do interesse nos monopolos magnéticos, sendo que estes são previstos naturalmente pelas teorias unificadas das interações fracas, eletromagnéticas e fortes. Contudo, não existe ainda evidência experimental conclusiva para a existência de monopolos.

### Monopolos magnéticos

A simetria entre os campos elétricos e magnéticos pode ser verificada se incluirmos uma densidade magnética  $\rho_m$  e uma densidade de corrente  $\mathbf{J}_m$  nas equações de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho \quad \text{Eq.(2a)}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{Eq.(2b)}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 4\pi\rho_m \quad \text{Eq.(2c)}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{4\pi}{c}\mathbf{J}_m - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Eq.(2d)}$$

Estas equações mostram uma simetria entre  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$ , sendo invariantes sob a substituição:

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B} \quad \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}_m \quad \rho \rightarrow \rho_m \quad \text{Eq.(3)}$$

$$\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{E} \quad \mathbf{J}_m \rightarrow -\mathbf{J} \quad \rho_m \rightarrow -\rho \quad \text{Eq.(4)}$$

Esta substituição é chamada de transformação de dualidade. Apesar de esta generalização das equações de Maxwell parecer perfeitamente plausível, ela contém certas dificuldades que aparecem ao expressarmos o campo magnético como rotacional do potencial vetor  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \text{Eq.(5)}$$

Para ver porque isso pode conduzir a dificuldades, vamos integrar a equação (2c) sobre o volume de uma esfera que contém um monopolo magnético  $g$ . De acordo com o teorema de Gauss, obtemos:

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi g, \text{ ou } \int \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi g \quad \text{Eq.(6)}$$

Agora consideremos o lado esquerdo da segunda equação. Podemos calcular a integral de  $(\text{laplaciano}) \times \mathbf{A}$  sobre uma superfície esférica fechada, avaliando-a primeiramente sobre uma superfície aberta que consiste de uma superfície esférica, subtraindo um pequeno círculo de raio,  $(\delta)$ , como indicado na figura (1)

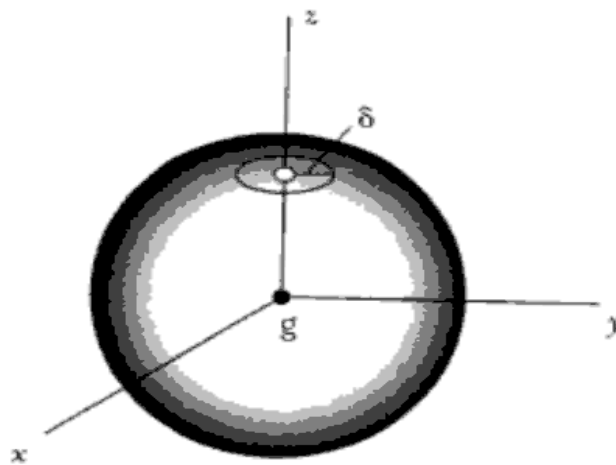


Figura 1: Superfície esférica englobando uma carga magnética, um monopolo.

Em seguida tomaremos o limite  $\delta \rightarrow 0$ . De acordo com o teorema de Stokes a integral de  $\nabla \times \mathbf{A}$  sobre esta superfície esférica “aberta” é igual à integral de  $\mathbf{A}$  em torno deste pequeno círculo.

$$\int \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\delta \rightarrow 0} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad \text{Eq.(7)}$$

Se  $\mathbf{A}$  for livre de singularidades, então o potencial vetor aproxima-se de alguma constante à medida que  $(\delta)$  tende a zero. O lado direito da equação (7) se reduz então a  $\mathbf{A} \cdot \int d\mathbf{l}$ , que é zero, isto é:

$$\int \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad \text{Eq.(8)}$$

Porém este resultado contradiz a equação (6)! Para evitar este problema, deve-se admitir a existência de singularidades em  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ : qualquer superfície fechada em torno de um monopolo magnético deve ter pelo menos um ponto em que  $\mathbf{A}$  é singular de tal maneira que a integral de linha de  $\mathbf{A}$  em torno da singularidade dá  $4\pi g$  quando  $\delta \rightarrow 0$ . Se imaginarmos que o monopolo magnético é circundado por uma

sequência de superfícies esféricas concêntricas de raio cada vez maior, reconhecemos que os pontos singulares nestas superfícies formam uma linha que se estende do monopolo ao infinito, conforme mostra a Figura (2). Esta linha de singularidades é chamada linha de Dirac do monopolo.

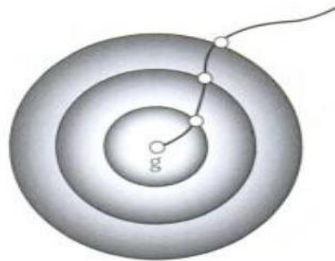


Figura 2: Superfícies esféricas concêntricas de diferentes raios englobando uma carga magnética.

Por exemplo, o potencial vetor:

$$\mathbf{A} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \hat{\mathbf{e}}_{\varphi}, \quad \text{Eq.(9)}$$

produz, para  $0 < \theta \leq \pi$ , o campo magnético do monopolo:

$$\mathbf{B} = g \frac{\mathbf{r}}{r^3}. \quad \text{Eq.(10)}$$

Este potencial vetor tem uma linha de singularidades ao longo do semi-eixo positivo z.

A expressão (9) corresponde de fato ao potencial vetor devido a um solenoide infinitamente delgado que está ao longo do semi-eixo positivo z, estendendo-se da origem até o infinito. Para um tal solenoide, as linhas de campo emergentes na extremidade inferior são radiais( ver a figura 3) sendo análogas às linhas de um monopolo magnético. Esta semelhança entre os campos de um solenoide infinitamente delgado e de um monopolo magnético não acontece ao longo do semi-eixo z positivo: aqui, o campo do solenoide é infinito, ao passo que o campo magnético do monopolo é finito. É importante enfatizar que este campo magnético é bem comportado, sendo apenas o potencial vetor singular ao longo da linha de Dirac, como visto na Figura 2. No contexto da eletrodinâmica clássica esta singularidade não tem implicações físicas, visto que somente o campo magnético é observável.

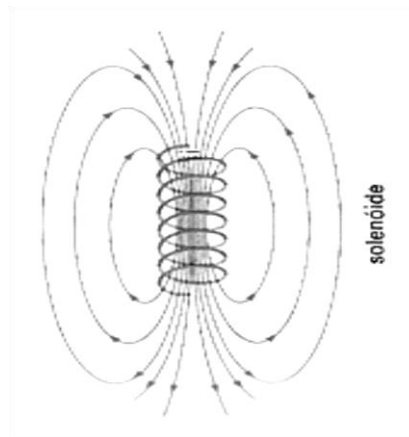


Figura 3: Solenoide gerador de um campo magnético.

### Quantização de Dirac para a carga elétrica

Uma das consequências da teoria dos monopolos magnéticos é a condição de quantização para a carga elétrica, que resulta quando examinamos o momento angular nos campos eletromagnéticos. Consideremos um monopolo magnético  $g$  e uma carga elétrica  $q$ , conforme mostrado na figura 4. A densidade do momento nos campos é  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}/(4\pi c)$ . Este vetor é perpendicular a  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$ . Portanto, na Figura 4, o momento

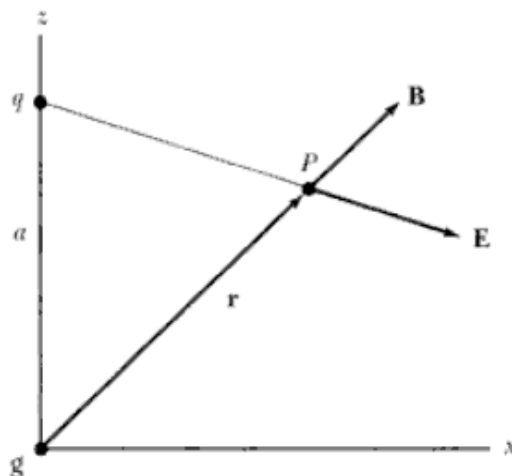


Figura 4: Monopolo magnético e elétrico, num sistema de coordenadas cartesianas, separados de uma distância  $a$ . O monopolo magnético se encontra na origem.

flui em círculos em torno do eixo z, produzindo um momento angular ao longo deste eixo, que é dado por:

$$\mathbf{L} = \int \mathbf{r} \times \left( \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{4\pi c} \right) dv = \frac{1}{4\pi c} \int [(\mathbf{r} \cdot \mathbf{B})\mathbf{E} - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{E})\mathbf{B}] dv \quad \text{Eq.(11)}$$

Para um monopolo magnético na origem,  $\mathbf{B} = \frac{g\mathbf{r}}{r^3}$ . Substituindo esta forma na expressão (11), obtemos:

$$\mathbf{L} = \frac{g}{4\pi c} \int \left[ \frac{1}{r} \mathbf{E} - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}) \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right] dv \quad \text{Eq.(12)}$$

Consideremos agora a integração em termos das componentes de  $\mathbf{L}$ . Com esta finalidade, escrevemos:

$$L_k = \frac{g}{4\pi c} \int \left[ \frac{1}{r} E_k - \frac{x_k}{r^3} (x_i E_i) \right] dv = \frac{g}{4\pi c} \int E_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{x_k}{r} \right) dv, \quad \text{Eq.(13)}$$

onde a notação de duplo índice, por exemplo  $x_i E_i$ , pressupõe o somatório sobre o índice  $i$ .

Podemos integrar por partes, usando:

$$E_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{x_k}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{E_i x_k}{r} \right) - \frac{x_k}{r} \frac{\partial E_i}{\partial x_i}, \quad \text{Eq.(14)}$$

desta maneira, obtemos:

$$\begin{aligned} L_k &= \frac{g}{4\pi c} \int \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{E_i x_k}{r} \right) - \frac{g}{4\pi c} \int \frac{x_k}{r} (\nabla \cdot \mathbf{E}) dv \\ &= \frac{g}{4\pi c} \oint \frac{E_i x_k}{r} dS_i - \frac{g}{4\pi c} \int \frac{x_k}{r} (4\pi \rho) dv. \end{aligned} \quad \text{Eq.(15)}$$

A distâncias suficientemente grandes da carga elétrica,  $E_i dS_i = q d\Omega$ , de modo que a integral de superfície se anula por simetria. A densidade de carga para uma carga puntiforme  $q$  situada em  $a\hat{\mathbf{z}}$  é:  $\rho = q\delta(\mathbf{r} - a\hat{\mathbf{z}})$ . A integral restante em (15) torna-se então:

$$L_k = -\frac{gq}{c} \int \frac{x_k}{r} \delta(\mathbf{r} - a\hat{\mathbf{z}}) dv \quad \text{Eq.(16)}$$

As componentes  $L_x$  e  $L_y$  se anulam por simetria, sendo a única componente diferente de zero dada por:

$$L_z = -\frac{gq}{c} \quad \text{Eq.(17)}$$

Note-se que este resultado é independente da separação entre o monopolo magnético e a carga elétrica! De acordo com a mecânica quântica, vamos supor que a componente  $L_z$  seja um múltiplo inteiro de  $h/2$ :

$$L_z = \frac{1}{2}nh \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{Eq.(18)}$$

De onde resulta a relação:

$$\frac{gq}{c} = \frac{1}{2}nh. \quad \text{Eq.(19)}$$

Este resultado, chamado *a condição de quantização de Dirac*, leva à notável conclusão de que a carga elétrica é quantizada: para um dado  $g$ ,  $q$  é proporcional ao inteiro  $n$ .

A regra de quantização (18) pode ser obtida também por um outro método, analisando o problema do movimento do monopolo num campo elétrico uniforme. Consideremos um campo elétrico uniforme  $\mathbf{E}$  entre as placas de um condensador. É natural supor que o monopolo com carga magnética  $g$  move-se ao longo da órbita  $AA'$  situada num plano normal ao vetor  $\mathbf{E}$  (por analogia com o movimento de uma carga elétrica num campo magnético). A força de Lorentz atuando sobre a carga  $g$  que se move numa órbita circular com velocidade linear  $\mathbf{v}$  será igual a:

$$F_E = g|\mathbf{E}|\frac{v}{c} \quad \text{Eq.(20)}$$

No equilíbrio, esta força é compensada pela força centrífuga  $F_c = Mv^2/R$ , onde  $M$  é a massa do monopolo e  $R$  é o raio da órbita.

Da igualdade  $F_E = F_c$ , encontramos que:

$$|\mathbf{E}| = \frac{Mvc}{Rg}. \quad \text{Eq.(20a)}$$

Usaremos agora um resultado da mecânica quântica, de acordo com o qual o momento angular  $L_z$  de uma carga num campo elétrico estático e uniforme satisfaz a regra de quantização de Landau:

$$L_z = 2nh \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \text{Eq.(21)}$$

quando os efeitos associados ao vácuo são subtraídos. Sendo que  $L_z = MvR$ , a equação (21) leva a:

$$MvR = 2nh \quad \text{Eq.(22)}$$

das equações (20a) e (22), obtemos facilmente que:

$$|\mathbf{E}| = \frac{2}{R^2} \frac{hc}{g} n \quad \text{Eq.(23)}$$

Observe-se agora que o campo elétrico pode ser expresso em termos da carga sobre as placas do condensador de acordo com a fórmula:

$$|\mathbf{E}| = \frac{4\pi q}{S} , \quad \text{Eq.(24)}$$

onde  $S = \pi R^2$  é a área da órbita e  $q$  é a carga distribuída nas placas do condensador sobre esta área. Substituindo (24) na equação (23) encontramos para a carga observável  $q$  a relação:

$$q = n \frac{hc}{2g} , \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad \text{Eq.(25)}$$

que está em completa concordância com a fórmula de Dirac, Eq.(19).

Se substituirmos  $q = e$  e  $n = 1$  na equação (25), encontramos a unidade fundamental da carga magnética;

$$g = \frac{ch}{2e} = \frac{137}{2} e \quad \text{Eq.(26)}$$

Usando este resultado, vemos que a força magnético entre dois monopolos é maior do que a força entre dois elétrons por um fator:

$$\frac{g^2}{e^2} \approx \frac{1}{4} (137^2) \approx 4.692. \quad \text{Eq.(27)}$$

A partir desta relação, podemos estimar que o raio de um estado ligado formado por um par monopolo-antimonopolo será menor do que aquele do átomo de Bohr por um fator da ordem de  $10^{-4}$ . Esta distância é extremamente pequena, sendo da ordem do raio clássico do elétron!

### Interação de monopolos magnéticos com a matéria

Supondo que os monopolos magnéticos existam na natureza, devemos indagar sobre a maneira pela qual eles poderiam ser detectados.

Para responder a esta questão, vamos observar inicialmente que, analogamente à carga elétrica, a carga magnética deve satisfazer também uma lei de conservação. Em outras palavras, os monopolos só podem ser criados aos pares, isto é, um monopolo e um antimonopolo, e aniquilados também aos pares.

Assim, podemos supor que um par de monopolos pode ser produzido numa colisão de altas energias entre as partículas, como, por exemplo, entre fótons e prótons. Nestes processos a energia envolvida deve ser maior que o dobro da energia de repouso  $mc^2$  do monopolo. Entretanto de acordo com as teorias unificadas das partículas elementares, a massa de um monopolo é da ordem de  $10^{14}\text{Gev}/c^2$ . Esta energia é difícil de ser obtida nos aceleradores pois é de uma magnitude elevada. Por isso, muitas pesquisas experimentais foram concentradas na detecção de monopolos magnéticos que poderiam ocorrer naturalmente nos raios cósmicos extremamente energéticos que incidem na Terra.

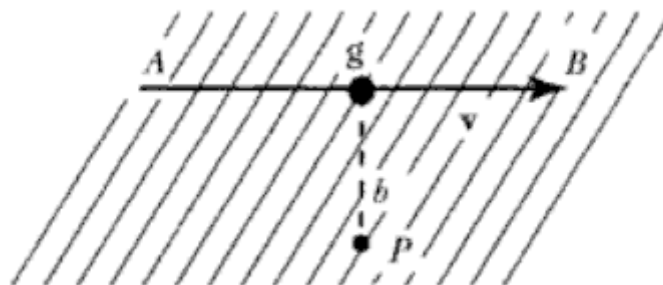


Figura 5: Monopolo  $g$  passando pela reta  $AB$  cria um campo magnético no ponto  $P$ .



Um dos métodos básicos utilizados nestas pesquisas estuda os traços de ionização que seriam produzidos por monopolos que interagem com a matéria. Para estimar a intensidade de ionização produzida neste caso, consideraremos um monopolo  $g$  ao longo da reta  $AB$  a uma distância  $b$  do ponto  $P$ , conforme indica a Figura (5).

Por analogia com uma carga elétrica cujo movimento com velocidade  $v$  produz um campo magnético  $B \approx vE/c$ , haverá um campo elétrico  $E \approx vB$  gerado pelo movimento do monopolo. Sendo o campo magnético do monopolo  $B \approx g/b^2$  quando este se encontra à distância  $b$  do ponto  $P$ , o campo elétrico que atuará na posição  $P$  será da ordem:

$$E \approx \frac{vg}{b^2} \quad \text{Eq.(28)}$$

A ionização é proporcional à energia transferida pela partícula em movimento na matéria aos elétrons do meio. Sabe-se que a energia é proporcional ao quadrado do campo elétrico da partícula e inversamente proporcional ao quadrado da sua velocidade. Conseqüentemente, a ionização que seria produzida por um monopolo no ponto  $P$  será proporcional a:

$$I(g) \sim \left(\frac{vg}{cb^2}\right)^2 \frac{1}{v^2} = \frac{g^2}{c^2 b^2}. \quad \text{Eq.(29)}$$

Comparemos esta expressão com a ionização produzida em  $P$  por uma carga  $q$  passando ao longo da reta  $AB$ . Sendo o campo elétrico gerado em  $P$  pela carga  $E \approx q/b^2$ , teremos:

$$I(q) \sim \left(\frac{q}{b^2}\right)^2 \frac{1}{v^2} = \frac{q^2}{v^2 b^2} \quad \text{Eq.(30)}$$

É importante notar que a ionização produzida por um monopolo é independente da sua velocidade. Portanto, o traço de ionização que seria deixado por um monopolo nas emulsões fotográficas seria muito pronunciado e uniforme. Por outro lado, para uma partícula elétrica carregada, tendo em vista que sua velocidade diminui ao longo da trajetória, a ionização deverá aumentar.

Em 1975, uma experiência realizada por B. Price et al teve um resultado positivo para a existência de monopolos. Um dispositivo experimental constituído de

um detector de Cherenkov, que mede as velocidades das partículas, e de placas com emulsões nucleares foi colocado com o auxílio de um balão a grandes altitudes. Observou-se um evento cujas características de ionização estavam em concordância com a relação (29), correspondendo a um monopolo magnético com carga  $g = ch/e$ .

Uma outra experiência realizada por Cabrera em 1982 também teve indícios positivos da existência de um monopolo com carga  $g = ch/2e$ .

Experiências deste tipo estabeleceram um limite superior para o fluxo de monopolos incidentes sobre a Terra, da ordem de  $10^{-10}/\text{cm}^2\text{s}$ . Portanto, se os monopolos magnéticos existem, eles devem ser muito raros.

### **Monopolos magnéticos na Física de partículas elementares**

Apesar da falta de evidências experimentais conclusivas, existem fortes razões teóricas para a existência de monopolos magnéticos. Estas decorrem de ideias gerais sobre a unificação das interações fundamentais. Durante as últimas décadas, houve grandes progressos na compreensão das forças fracas e fortes entre as partículas elementares.

As interações fracas são responsáveis pelos processos da radioatividade e da transmutação do hidrogênio em hélio no interior das estrelas. As interações fortes providenciam a força de ligação dos nêutrons e prótons nos núcleos atômicos. Estas forças têm um alcance muito curto, da ordem de  $10^{-13}$  cm.

Apesar das diferenças óbvias, existe um mecanismo comum que caracteriza as interações eletromagnéticas, fracas e fortes: cada uma é realizada pela troca de partículas com spin 1, chamadas bósons de calibre. Estes bósons são diferentes nos três casos. Eles são denominados glúons no caso da interação forte, bósons W e Z na interação fraca e fótons no caso da interação eletromagnética. Todos estes bósons obedecem entretanto, ao princípio unificado da invariância de calibre, tendo por isso um comportamento físico análogo. Weinberg e Salam conseguiram unificar as interações fracas com a eletrodinâmica quântica, propondo em 1967 uma teoria eletrofraca das interações. Esta teoria foi posteriormente generalizada, englobando a teoria das interações fortes conhecida por cromodinâmica quântica.

A propriedade comum destas três interações de partículas, que podem ser descritas como bósons de calibre, sugere uma profunda unidade entre elas. Nesse sentido, o conceito crucial é que as intensidades de acoplamento destes bósons com as partículas elementares variam com a distância. Isto é muito similar à noção intuitiva da blindagem dielétrica na eletrodinâmica. No caso de um dielétrico, uma carga positiva colocada no material tende a atrair as cargas negativas e repelir as cargas positivas, polarizando as moléculas adjacentes. Esta blindagem tende a tornar a carga efetiva menor a grandes distâncias. Vice-versa, vindo de uma região distante, vemos que a carga elétrica efetiva aumenta gradualmente à medida que a distância da carga diminui. Na eletrodinâmica quântica, um efeito análogo acontece mesmo no “vácuo”. Isto ocorre porque o “vácuo” é um meio dinâmico repleto de pares elétrons-pósitrons. Estes pares podem ser polarizados analogamente às moléculas no dielétrico, levando a uma blindagem da carga.

No caso das interações fracas e fortes, que são não-lineares, descobriu-se que os bósons de calibre correspondentes têm um efeito de antiblindagem sobre as cargas fracas e fortes. Deste modo, estas cargas efetivas diminuem gradualmente a curtas distâncias. Este comportamento é indicado na Figura (6). É um fato notável que, se estas interações forem extrapoladas, elas serão unificadas numa só interação a uma distância extremamente curta da ordem  $d_0 = 10^{-28}$ cm.

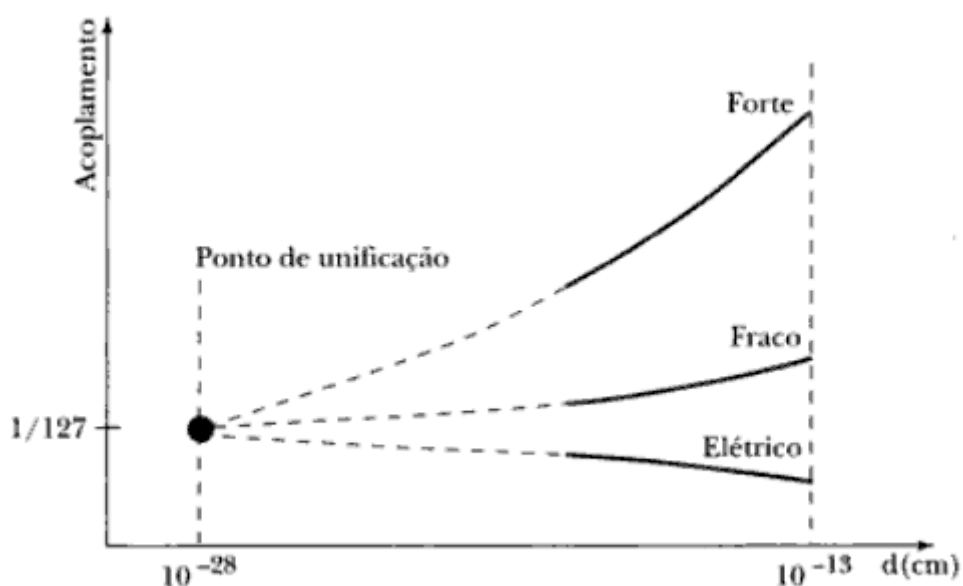


Figura 6: Gráfico do Acoplamento das interações Fraca, Forte e Eletromagnética com a distância.

G. t' Hooft mostrou (1974; 1976) que as teorias unificadas contêm necessariamente partículas estáveis que possuem carga magnética, isto é, monopolos magnéticos. Estas aparecem como soluções independentes do tempo das equações não-lineares dos campos com energia finita. Portanto, a existência dos monopolos magnéticos é uma consequência muito geral da unificação das interações fundamentais. A massa destes monopolos magnéticos é calculável, sendo da ordem

$$M \sim \frac{h}{cd_0} \sim 10^{14} m_{\text{próton}} \quad \text{Eq.(31)}$$

Tendo em vista sua enorme massa, qualquer monopolo que possa existir hoje deve ter sido produzido nos primórdios da existência do universo, quando este era extremamente quente. De acordo com o modelo do “Big-Bang” no intervalo inicial  $\Delta t = 10^{-35} \text{s}$  o universo era tão quente que colisões de partículas com energias da ordem  $10^{14} \text{GeV}$  ou maiores ocorriam frequentemente. Estas colisões poderiam produzir monopolos magnéticos. Uma vez produzidos, a sua abundância no universo poderia ser reduzida somente pela aniquilação de pares monopolo-antimonopolo. Em virtude da expansão do universo, esta aniquilação não foi completa, de modo que um certo número de monopolos poderia existir até hoje. O fato de os monopolos observáveis serem extremamente raros pode ser indicativo da forma pela qual ocorreu a evolução primordial do universo.

Embora o estudo teórico dos monopolos magnéticos possa levar a conexões surpreendentes entre a física de partículas e a cosmologia, vale a pena lembrar neste ponto as palavras de Faraday: “Nada é maravilhoso demais para ser verdade, se for consistente com as leis da natureza, mas em tais questões a experiência é o melhor teste”.