

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**Número de Desempenho Robusto Não-  
Linear: uma Nova Medida do Grau de Não-  
Linearidade**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Marcelo Farenzena

**Porto Alegre**

**2003**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**Número de Desempenho Robusto Não-  
Linear: uma Nova Medida do Grau de Não-  
Linearidade**

Marcelo Farenzena

Dissertação de Mestrado apresentada como  
requisito parcial para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia

Área de concentração: Controle de Processos

**Orientador:**  
**Prof. Dr. Jorge Otávio Trierweiler**

**Porto Alegre**

**2003**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação *Número de Desempenho Robusto Não-Linear: uma Nova Medida do Grau de Não-Linearidade*, elaborada por Marcelo Farenzena, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia.

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Argimiro Resende Secchi

---

Dr. Lincoln Fernando Lautenschlager Moro

---

Prof. Dr. Romeu Reginatto

*"Seremos sempre assim, sempre que precisar  
Seremos sempre quem teve coragem  
De errar pelo caminho e de encontrar saída  
No céu do labirinto que é pensar a vida  
E que sempre vai passar por aí"*

Nei Lisboa

## Agradecimentos

Durante esta dissertação de mestrado, acredito que muito cresci, tanto profissional quanto pessoalmente. Entretanto, não consegui este objetivo sozinho. Entre outras pessoas gostaria de agradecer

- ao meu orientador Prof. Jorge Otávio Trierweiler pela orientação, amizade, incentivo e pelo auxílio (sempre bem humorado) frente às dificuldades.
- ao Prof. Argimiro Secchi pelo auxílio e pela contribuição neste trabalho.
- à UFRGS e ao DEQUI pela infra-estrutura.
- à CAPES pelo suporte.
- à PETROBRÁS pelo suporte, pela oportunidade e pelas sugestões, em especial ao Eng. Herbert Campos.
- aos meus amigos que me acompanham desde a graduação que são minha segunda família em Porto Alegre Michel, André (Tchaca), Daniel (Mezenga), Fernando, Rafael (Peregra), Ariel, Vinícius (Cabeça), Edson (CV), Tiago (Fura) e Flávio (Mórmom). Meus amigos de Veranópolis entre eles Brício, Diguinho, Pereira e Vicente, entre outros.
- ao pessoal do GIMSCOP e TriSolutions, entre eles Farina, Irma, Keco, Luciane, Maurício, Ricardo, Simone.
- aos demais que de alguma forma contribuíram para o engrandecimento deste trabalho.
- à Deus, pelo rumo, pela oportunidade

Dedico esta tese à minha família, em especial meus pais Paulo e Neiva e meu irmão Maurício pelo incentivo e paciência.

## Resumo

nRPN, nRPN<sub>STAT</sub> e nRPN<sub>DYN</sub> são novos índices, propostos nesta dissertação, que quantificam o grau de não-linearidade total, estática e dinâmica, respectivamente, de sistemas dinâmicos não-lineares. Estes novos índices permitem responder se é necessária a utilização de controladores não-lineares ou se simples controladores lineares apresentarão desempenho satisfatório. Além disso, se um controlador não-linear se fizer necessário, quais características este deve apresentar.

Nesta dissertação é realizado um estudo acerca das metodologias para determinação do grau de não-linearidade de plantas industriais. Entre as encontradas, a que apresenta as melhores potencialidades é estudada em detalhes, tendo seus atributos e deficiências explorados. As deficiências foram sanadas e um novo conjunto de índices é proposto (nRPN, nRPN<sub>STAT</sub> e nRPN<sub>DYN</sub>), o qual, além de apresentar resultados conclusivos em termos quantitativos, também traz novas informações valiosas para a escolha do controlador adequado, como a parcela estática e dinâmica da não-linearidade.

A metodologia proposta é aplicada e testada em um conjunto bastante amplo e complementar de possíveis sistemas dinâmicos não-lineares (tais como: pH, reatores químicos e coluna de destilação de alta pureza) onde o comportamento não-linear já foi explorado na literatura.

O desenvolvimento e o estudo do comportamento dinâmico de uma planta laboratorial de cinco tanques acoplados são apresentados. Este sistema possui dinâmica e ganhos variáveis, descontinuidades, inversão no sinal do ganho multivariável e diferentes graus de acoplamento, ilustrando de forma simples vários possíveis comportamentos dinâmicos encontrados em plantas industriais. Devido a esta grande versatilidade a planta foi construída e testada, confirmando os comportamentos previstos nos estudos teóricos.

## Abstract

The  $nRPN$ ,  $nRPN_{STAT}$ , and  $nRPN_{DYN}$  are three novel indexes proposed in this dissertation to measure system's total, static and dynamic non-linearity. These novel indexes can determine if a non-linear controller will be necessary, or a linear controller will present a satisfactory performance for a given plant. Besides, when a non-linear controller is necessary, these indexes can help to determine the best controller characteristics.

In this dissertation a study about the methodologies to quantify the non-linearity of industrial plants will be made. Among them, the best one will be detailed. Based upon the best methodology, a novel methodology will be proposed. This new methodology shows a set of indexes, which quantify the total, static and dynamic non-linearity, allowing comparing the non-linearity of different plants and helping to choose the non-linear controller, when it is necessary.

This new methodology was applied and tested in a set of non-linear dynamic systems (e.g. pH, chemical reactors, distillation columns), whose non-linear behaviour has already been exploited in the literature before.

The development and the study of the dynamic behaviour of a quintuple-tank laboratory plant will be presented. This new system shows variable gain and dynamic, discontinuities, pairing change and variable interaction between the control loops, illustrating some industrial scenarios. Due to this versatility, this plant has been constructed and tested, confirming the behaviours, foreseeing in the theoretical studies.

# Sumário

<b>1. Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Definição Matemática de Não-Linearidade .....	1
1.2– Não-linearidade na indústria .....	2
1.2.1 Exemplos de sistemas não-lineares.....	2
1.3 – Características requeridas pelo índice responsável pela quantificação do grau de não-linearidade .....	5
1.4- Algoritmos para o cálculo do grau de não-linearidade .....	6
1.4.1 - Método de Helbig .....	6
1.4.2 - Método de Guay.....	7
1.4.3 - Comparação entre os métodos .....	8
1.5- Estrutura da dissertação .....	8
1.6 - Bibliografia .....	9
<b>2. Metodologia RPN .....</b>	<b>11</b>
2.1– O Número de Performance Robusta (RPN).....	11
2.1.1 - RPN mínimo ( $RPN_{MIN}$ ).....	12
2.1.2 - RPN relativo (rRPN).....	12
2.2- Condicionamento Mínimo .....	13
2.3 – Determinação do desempenho de um sistema .....	13
2.4– Fatores Limitantes do Desempenho .....	14
2.4.1 – Erros de medida.....	14
2.4.2 – Componentes de fase não mínima.....	14
2.4.3 – Limitações nas variáveis manipuladas .....	15
2.5– Determinação do Desempenho Alcançável.....	15
2.5.1 – Determinação do desempenho desejado .....	15
2.5.2 – Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições do modelo .....	15
2.6– Representação Multimodelo.....	16
2.6.1 – Condicionamento Mínimo de P.....	16
2.6.2 – Máxima diferença entre os condicionamentos ( $\Delta\gamma^{\#}$ ).....	16
2.6.3 – Máxima razão entre os valores singulares de P ( $\sigma^{\#}$ ).....	17
2.7– Número de desempenho robusto para P (RPPN) .....	17
2.8- Bibliografia .....	18
<b>3. Metodologia nRPN.....</b>	<b>19</b>
3.1– Deficiências do Método RPPN .....	19
3.1.1 – Inversão do sinal da matriz de ganhos .....	19
3.1.2 - Inversão completa da matriz de ganhos do sistema .....	20
3.1.3 – Necessidade de um índice numérico .....	20
3.1.4 – Captação deficiente da variação da direcionalidade .....	21
3.2– RPN não-linear (nRPN) .....	21
3.2.1 – Definição 1: máxima diferença entre os condicionamentos ( $\Delta\gamma^{\#}$ ) .....	22
3.2.2 – Definição 2: matriz de projeção .....	22



3.2.3 – Definição 3: Fator de projeção ( $v^{\#}(P)$ ) .....	22
3.2.4 – RPN não-linear (nRPN) .....	23
3.2.5 – Divisão da não-linearidade: contribuições estática e dinâmica.....	24
3.2.6 – nRPN índices.....	26
3.3- Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições do processo .....	27
3.4- Bibliografia.....	33
<b>4. Estudo de Casos.....</b>	<b>35</b>
4.1- Caso estudado I – reator de neutralização .....	35
4.1.1 – Descrição do sistema .....	36
4.1.2 – Determinação do grau de não-linearidade.....	38
4.1.3 – Aplicação do controlador indicado para o reator de neutralização .....	43
4.2- Caso estudado II – Reator de Van de Vusse .....	45
4.2.1 – Descrição do processo .....	45
4.2.2 – Aplicação da metodologia nRPN .....	52
4.2.3 – Aplicação do controlador adequado para cada região de operação .....	55
4.3- Reator CSTR com Múltiplos Estados Estacionários.....	58
4.3.1 – Descrição do sistema .....	58
4.3.2 – Análise da não-linearidade .....	61
4.3.3 – Aplicação da metodologia nRPN .....	65
4.3.4 – Aplicação do controlador adequado .....	68
4.4- Bibliografia.....	70
<b>5. Coluna de alta pureza: separação de benzeno e tolueno.....</b>	<b>71</b>
5.1 - Descrição da unidade .....	71
5.2- Definição dos pontos de operação .....	74
5.3- Cálculo do grau de não-linearidade .....	77
5.4- Bibliografia .....	81
<b>6. Planta de cinco tanques - Análises teóricas .....</b>	<b>83</b>
6.1- Descrição da unidade .....	83
6.2- Apresentação dos pontos de operação .....	87
6.2.1 - Tanques fechados .....	87
6.2.2 - Tanques abertos .....	89
6.2.3 - Análise do zero em função de $x_1$ e $x_2$ .....	90
6.3- Análise da controlabilidade.....	91
6.3.1 - Tanques fechados .....	91
6.3.2 - Tanques abertos .....	94
6.4- Outras características dinâmicas interessantes.....	96
6.4.1 - Alteração de dinâmica.....	96
6.4.2 - Sistemas mal condicionados .....	97
6.5- Análise do grau de não-linearidade.....	98
6.5.1 - Regiões de operação para o sistema operando com os tanques fechados.....	98
6.5.2 - Determinação do grau de não-linearidade do sistema fechado.....	99
6.5.3 - Regiões de operação para o sistema operando com os tanques abertos ..	103
6.5.4 - Determinação do grau de não-linearidade do sistema aberto .....	104

6.6- Aplicação do controlador indicado .....	107
6.7- Bibliografia .....	111
<b>7. Planta de cinco tanques - Construção da planta e verificação experimental .....</b>	<b>113</b>
7.1- Construção da planta .....	113
7.1.1 - Diferenças entre a planta construída e a planta analisada no capítulo anterior .....	115
7.2- Modelagem .....	115
7.2.1 - Identificação linear .....	116
7.2.2 - Modelo não-linear .....	120
7.3- Análise da controlabilidade .....	122
7.4- Determinação do grau de não-linearidade .....	124
7.5 - Aplicação dos controladores indicados .....	126
7.5.1 - Controlador PI .....	126
7.5.2 - Controlador MPC .....	128
7.5.3 - Controlador NMPC .....	128
7.6- Bibliografia .....	129
<b>8. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros .....</b>	<b>131</b>
8.1- Conclusões .....	131
8.2- Trabalhos futuros .....	133
8.3 - Bibliografia .....	133
<b>Apêndice A: Tipos de Modelos .....</b>	<b>135</b>
A.1 - Modelos lineares .....	135
A.1.1 - Modelos de resposta ao degrau .....	135
A.1.2 - Modelos em espaço de estado .....	137
A.2 - Modelos não-lineares .....	137
A.2.1 - Redes de modelos locais .....	137
A.2.2 - Séries de Volterra .....	138
A.2.3 - Sistemas Bilineares .....	138
A.2.4 - Séries de Hammerstein .....	139
A.2.5 - Séries de Wiener .....	139
A.3 - Bibliografia .....	139
<b>Apêndice B: Algoritmos de controle .....</b>	<b>141</b>
B.1 - Controladores lineares .....	141
B.1.1 - Controlador PID .....	141
B.1.2 - Controlador MPC .....	142
B.2 - Controladores não-lineares .....	144
B.2.1 - Gain-Scheduling .....	144
B.2.2 - Controlador NMPC – (Nonlinear Model Predictive Control) .....	145
B.3 - Bibliografia .....	147
<b>Apêndice C: Conceitos Básicos .....</b>	<b>149</b>
C.1 - Decomposição em valores singulares .....	149
C.2 - Solução Numérica para o Condicionamento Mínimo .....	149

C.2.1 - Usando a banda superior $\mu$ .....	149
C.3 - Bibliografia.....	150

**Apêndice D: Fatoração Blaschke.....151**

D.1- Fatoração de Blaschke para sistemas que apresentam zeros com a parte real positiva .....	151
D.2 - Fatoração de Blaschke para sistemas que apresentam pólos com a parte real positiva .....	153
D.3 - Fatoração de Blaschke para sistemas que apresentam pólos e zeros com a parte real positiva .....	154
D.4- Bibliografia.....	155

## Lista de figuras

<b>Figura 1.2:</b> Resposta a distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente ácida para o reator de neutralização .....	3
<b>Figura 1.3:</b> Resposta a distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente de base para o reator de Van de Vusse em diferentes pontos de operação, sendo definidos baseados na temperatura, vazão e concentração de entrada .....	4
<b>Figura 1.4:</b> Resposta a distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente de alimentação para sistema de quatro tanques .....	5
<b>Figura 2.1:</b> - Configuração <i>feedback</i> padrão – função complementar de sensibilidade.....	14
<b>Figura 3.1:</b> Exemplo das curvas do RPN e nRPN .....	24
<b>Figura 3.2:</b> Gráfico do RPN e nRPN para sistema que apresenta apenas não-linearidade estática. ....	24
<b>Figura 3.3:</b> Curvas do RPN e nRPN, $nRPN_{STAT}$ e $nRPN_{DYN}$ para um sistema com ambos os tipos de não-linearidade. Cabe ressaltar que tanto eixo da abcissa quanto da ordenada estão em escala logarítmica. ....	25
<b>Figura 3.4:</b> Desempenho alcançável para controladores com diferentes restrições nas variáveis manipuladas - (A) variáveis controladas e (B) variáveis manipuladas.....	30
<b>Figura 3.5:</b> Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições nas variáveis manipuladas para sistema MIMO, ocorrendo saturação em $u_1$ - (A) variáveis controladas e (B) variáveis manipuladas.....	31
<b>Figura 3.6:</b> Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições nas variáveis manipuladas para sistema MIMO, ocorrendo saturação na variação de $y_2$ - (A) variável controlada 1, (B) variável controlada 2 e (C) variáveis manipuladas .....	32
<b>Figura 3.7:</b> Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições nas variáveis manipuladas para sistema MIMO, ocorrendo saturação em $u_2$ - (A) variável controlada 1, (B) variável controlada 2 e (C) variáveis manipuladas.....	33
<b>Figura 4.1:</b> Curva de titulação para mistura de ácido e base fortes – pH em função da razão entre as vazões de base ( $F_b$ ) e ácido ( $F_a$ ) .....	36
<b>Figura 4.2:</b> Representação esquemática do reator de neutralização .....	37
<b>Figura 4.3:</b> Resposta do reator de neutralização para distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente ácida .....	38
<b>Figura 4.4:</b> Resposta normalizada frente ao degrau aplicado para o reator de neutralização - distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente ácida.....	39
<b>Figura 4.5:</b> Curvas de pH normalizadas frente ao respectivo ganho .....	39
<b>Figura 4.6:</b> Gráficos do (A) RPN e nRPN e (B) RPN e $nRPN_{STAT}$ para o reator de neutralização operando em $OR_1$ . Vale ressaltar que ambos os eixos estão em escala logarítmica. ....	41
<b>Figura 4.7:</b> Gráficos do (A) RPN e nRPN e (B) RPN e $nRPN_{STAT}$ para o reator de neutralização operando em $OR_2$ .....	42
<b>Figura 4.8:</b> Gráficos do (A) RPN e nRPN e (B) RPN e $nRPN_{STAT}$ para o reator de neutralização operando em $OR_3$ .....	42

<b>Figura 4.9:</b>	Controlador PI aplicado ao reator de neutralização .....	44
<b>Figura 4.10:</b>	Aplicação do controlador tipo <i>Gain-Scheduling</i> no reator de neutralização.....	45
<b>Figura 4.11:</b>	Representação do reator de mistura onde ocorre a reação de Van de Vusse 46	46
<b>Figura 4.12:</b>	Concentração no estado estacionário do componente B em função do inverso do tempo de residência .....	49
<b>Figura 4.13:</b>	Gráfico da (A) resposta de $C_B$ frente a degraus de diferentes magnitudes em $f$ e (B) resposta normalizada para OP1 .....	50
<b>Figura 4.14:</b>	Gráfico da (A) resposta de $C_B$ frente a degraus de diferentes magnitudes em $f$ e (B) resposta normalizada para OP2 .....	51
<b>Figura 4.15:</b>	Gráfico da (A) resposta de $C_B$ frente a degraus de diferentes magnitudes em $f$ e (B) resposta normalizada para OP3 .....	51
<b>Figura 4.16:</b>	Análise da não-linearidade do reator de Van de Vusse operando em OR1 utilizando a metodologia nRPN.....	52
<b>Figura 4.17:</b>	Análise da não-linearidade do reator de Van de Vusse operando em OR2 utilizando a metodologia nRPN.....	53
<b>Figura 4.18:</b>	Análise da não-linearidade do reator de Van de Vusse operando em OR3 utilizando a metodologia nRPN.....	54
<b>Figura 4.19:</b>	Aplicação do controlador PI para o reator de Van de Vusse na primeira região de operação .....	56
<b>Figura 4.20:</b>	Aplicação do controlador PI para o reator de Van de Vusse na terceira região de operação.....	56
<b>Figura 4.21:</b>	Aplicação do controlador PI para o reator de Van de Vusse na segunda região de operação (a) região de ganho negativo e (b) região de ganho positivo .....	57
<b>Figura 4.22:</b>	Aplicação do controlador preditivo não-linear LLT no reator de Van de Vusse.....	58
<b>Figura 4.23:</b>	Curvas dos calores gerados (kJ) e removido para reator CSTR com múltiplos estados estacionários .....	61
<b>Figura 4.24:</b>	Distúrbio degrau na vazão de alimentação para o reator operando no ponto de alta conversão – (A) e (C) resposta original e normalizada para a concentração do componente A e (B) e (D) resposta original e normalizada para a temperatura do reator .....	62
<b>Figura 4.25:</b>	Distúrbio degrau na temperatura da camisa de resfriamento para o reator operando no ponto de alta conversão – (A) e (C) resposta original e normalizada para a concentração do componente A e (B) e (D) resposta original e normalizada para a temperatura do reator .....	63
<b>Figura 4.26:</b>	Distúrbio degrau aos modelos de regiões distintas – (A) modelos 1 e 3 e (B) modelos 2 e 4.....	64
<b>Figura 4.27:</b>	Aplicação da metodologia nRPN para a região de operação de alta conversão 66	66
<b>Figura 4.28:</b>	Aplicação da metodologia nRPN para a região que engloba as regiões de alta e baixa conversão .....	67
<b>Figura 4.29:</b>	Curvas do nRPN para o reator operando na região de operação com pontos estáveis e instáveis .....	68
<b>Figura 4.30:</b>	Aplicação do controlador PI na região de operação de alta conversão (A) variáveis controladas e (B) manipuladas .....	69

<b>Figura 4.31:</b>	Aplicação do controlador preditivo não-linear ao CSTR operando em cada um dos múltiplos estados estacionários .....	69
<b>Figura 5.1:</b>	Localização da fracionadora de aromáticos numa central petroquímica típica	72
<b>Figura 5.2:</b>	Representação da coluna de benzeno da unidade BTX.....	73
<b>Figura 5.3:</b>	Curva de ganho para a malha de tolueno para o sistema operando em diferentes especificações.....	75
<b>Figura 5.4:</b>	Tempo de assentamento em função da composição de tolueno na corrente lateral para a malha de tolueno .....	76
<b>Figura 5.5:</b>	Gráficos das curvas do nRPN para as regiões de operação estudadas.....	78
<b>Figura 5.6:</b>	Aplicação de controladores lineares à coluna de benzeno com diferentes desempenhos - (A), (C) e (E) mostram a resposta do sistema e (B), (D) e (F) mostram a resposta do sistema normalizada frente ao distúrbio imposto, para respectivamente o controlador com o desempenho lento, intermediário e rápido .....	80
<b>Figura 6.1:</b>	Representação esquemática da planta de cinco tanques.....	84
<b>Figura 6.2:</b>	Valor do zero de transmissão que altera a parte real positiva em função de $x_1 + x_2$ .....	90
<b>Figura 6.3:</b>	RGA dinâmico e condicionamento mínimo para OP1 e OP2.....	92
<b>Figura 6.4:</b>	RGA dinâmico e condicionamento mínimo para OP3.....	93
<b>Figura 6.5:</b>	RGA dinâmico e condicionamento mínimo para OP4 e OP5.....	95
<b>Figura 6.6:</b>	Alteração de dinâmica do sistema de cinco tanques - comportamento do sistema com as válvulas R35 e R45 abertas (linha traço-ponto) e fechadas (linha cheia).....	97
<b>Figura 6.7:</b>	Matriz dos ganhos relativos e condicionamento mínimo para o sistema operando em OP1 com $h_1$ e $h_5$ controladas .....	98
<b>Figura 6.8:</b>	Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR1 e (B) OR2 .....	100
<b>Figura 6.9:</b>	Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR3 e (B) OR4 .....	101
<b>Figura 6.10:</b>	Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em OR5 .....	102
<b>Figura 6.11:</b>	Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR6 e (B) OR7 .....	103
<b>Figura 6.12:</b>	Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR8 e (B) OR9 .....	105
<b>Figura 6.13:</b>	Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR10 e (B) OR11 .....	106
<b>Figura 6.14:</b>	Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em OR12.....	107
<b>Figura 6.15:</b>	Aplicação do controlador preditivo linear na planta de cinco tanques operando em OR1 - (A) variáveis controladas e (B) variáveis manipuladas.....	108
<b>Figura 6.16:</b>	Aplicação do controlador preditivo linear na planta de cinco tanques operando em OR12 - (A) variáveis controladas, (B) variáveis manipuladas e (C) distúrbios.....	109
<b>Figura 6.17:</b>	Aplicação do controlador preditivo não-linear na planta de cinco tanques operando em OR12 - (A) variável controlada - Nível do tanque 1, (B)	

variável controlada - Nível do tanque 2, (C) variáveis manipuladas e (D) distúrbios 111

<b>Figura 7.1:</b>	Foto da planta de cinco tanques .....	113
<b>Figura 7.2:</b>	Representação esquemática da planta de cinco tanques.....	114
<b>Figura 7.3:</b>	Identificação do modelo em OP1 - saídas do (A) canal relativo à ( $h_1 - F_1$ ), (B) canal relativo à ( $h_1 - F_2$ ), (C) canal relativo à ( $h_2 - F_1$ ), (D) canal relativo à ( $h_2 - F_2$ ) e as variáveis manipuladas (E) $F_1$ e (F) $F_2$ . .....	117
<b>Figura 7.4:</b>	Identificação do modelo em OP2 - saídas do (A) canal relativo à ( $h_1 - F_1$ ), (B) canal relativo à ( $h_1 - F_2$ ), (C) canal relativo à ( $h_2 - F_1$ ), (D) canal relativo à ( $h_2 - F_2$ ) e as variáveis manipuladas (E) $F_1$ e (F) $F_2$ . .....	118
<b>Figura 7.5:</b>	Identificação do modelo em OP3 - saídas do (A) canal relativo à ( $h_1 - F_1$ ), (B) canal relativo à ( $h_1 - F_2$ ), (C) canal relativo à ( $h_2 - F_1$ ), (D) canal relativo à ( $h_2 - F_2$ ) e as variáveis manipuladas (E) $F_1$ e (F) $F_2$ . .....	119
<b>Figura 7.6:</b>	Comparação do modelo não-linear com os dados de planta referente ao sistema de cinco tanques abertos .....	122
<b>Figura 7.7:</b>	Gráficos do RGA e condicionamento mínimo para os três modelos identificados na planta em para (A) OP1, (B) OP2 e (C) OP3.....	123
<b>Figura 7.8:</b>	Distúrbio tipo degrau para os três modelos identificados na planta real. 125	
<b>Figura 7.9:</b>	Gráficos da metodologia nRPN para as duas regiões de operação identificadas para a planta real.....	125
<b>Figura 7.10:</b>	Aplicação do controlador PI na planta de cinco tanques - (A) variáveis controladas, (B) manipuladas e (C) distúrbios.....	127
<b>Figura 7.11:</b>	Aplicação d controlador MPC na planta de cinco tanques para o sistema de fase mínima - (A) variáveis controladas e (B) manipuladas .....	128
<b>Figura 7.12:</b>	Aplicação do controlador NMPC na planta de cinco tanques - (A) variável controlada 1 - Nível 1, (B) variável controlada 2 - Nível 2, (C) manipuladas e (D) distúrbios .....	129
<b>Figura A.1:</b>	Representação genérica de modelos de entrada e saída .....	135
<b>Figura A.2:</b>	Parâmetros do modelo à resposta degrau.....	136

## Lista de tabelas

<b>Tabela 3.1:</b> Restrições nas variáveis manipuladas para o cálculo do desempenho alcançável.....	30
<b>Tabela 3.2:</b> Limites das variáveis manipuladas para o teste do algoritmo que considera a restrição das variáveis manipuladas no desempenho alcançável.....	31
<b>Tabela 4.1:</b> Constantes físicas do reator de neutralização.....	37
<b>Tabela 4.2:</b> Representação do ganho e constante de tempo ( $\tau$ ) para o reator de neutralização.....	40
<b>Tabela 4.3:</b> Índices do nRPN para o reator de neutralização nas três regiões de operação .....	43
<b>Tabela 4.4:</b> Intervalo de validade das variáveis para o reação de Van de Vusse .....	47
<b>Tabela 4.5:</b> Parâmetros de Arrhenius para o cinética do reator .....	47
<b>Tabela 4.6:</b> Parâmetros físicos do reator.....	48
<b>Tabela 4.7:</b> Pontos de operação do reator de Van de Vusse .....	49
<b>Tabela 4.8:</b> Índices do nRPN para as três regiões de operação do reator de Van de Vusse .....	54
<b>Tabela 4.9:</b> Cálculo da não-linearidade na região de operação 3 para controladores com diferentes desempenhos.....	55
<b>Tabela 4.10:</b> Constantes físico-químicas para o reator CSTR .....	60
<b>Tabela 4.11:</b> Valores estacionários e autovalores para reator CSTR: múltiplos estados estacionários .....	61
<b>Tabela 4.12:</b> Variáveis controladas e manipuladas para o reator – modelos de duas diferentes conversões .....	64
<b>Tabela 4.13:</b> Modelos lineares utilizados para a determinação do grau de não-linearidade da região de alta operação .....	65
<b>Tabela 5.1:</b> Principais componentes da alimentação da torre de benzeno .....	74
<b>Tabela 5.2:</b> Regiões de operação da coluna Benzeno-Tolueno .....	74
<b>Tabela 5.3:</b> Matriz de ganhos para os modelos nominais de cada região de operação ....	76
<b>Tabela 5.4:</b> Tempo de assentamento (min) para os modelos nominais de cada região de operação.....	77
<b>Tabela 5.5:</b> Índices da metodologia nRPN para as diferentes regiões de operação .....	78
<b>Tabela 5.6:</b> Índices da metodologia nRPN para quinta região de operação, utilizando diferentes desempenhos desejados.....	81
<b>Tabela 6.1:</b> Parâmetros referentes à planta de cinco tanques .....	87
<b>Tabela 6.2:</b> Definição dos pontos de operação para o sistema operando com os tanques fechados .....	88
<b>Tabela 6.3:</b> Parâmetros referentes aos pontos de operação para o sistema operando com os tanques fechados.....	88
<b>Tabela 6.4:</b> Definição dos pontos de operação para o sistema operando com os tanques abertos .....	89
<b>Tabela 6.5:</b> Parâmetros referentes aos pontos de operação para o sistema operando com os tanques abertos.....	90
<b>Tabela 6.6:</b> Zeros de transmissão no semi-plano direito (SPD) e matrizes dos ganhos relativos para os três pontos de operação com o sistema operando com os tanques fechados .....	91



<b>Tabela 6.7:</b> RPN e rRPN para os sistema operando com os tanques fechados .....	93
<b>Tabela 6.8:</b> Zeros de transmissão no semi-plano direito (SPD) e RGA estacionários para os dois pontos de operação com o sistema operando com os tanques abertos .....	94
<b>Tabela 6.9:</b> RPN e rRPN para os sistema operando com os tanques abertos.....	96
<b>Tabela 6.10:</b> Definição das regiões de operação para o cálculo do grau de não-linearidade - sistema operando com os tanques fechados.....	99
<b>Tabela 6.11:</b> Índices da metodologia nRPN para OR1 e OR2 .....	100
<b>Tabela 6.12:</b> Índices da metodologia nRPN para OR3 e OR4 .....	101
<b>Tabela 6.13:</b> Índices da metodologia nRPN para OR5 .....	102
<b>Tabela 6.14:</b> Índices da metodologia nRPN para OR6 e OR7 .....	103
<b>Tabela 6.15:</b> Definição das regiões de operação para o cálculo do grau de não-linearidade - sistema operando com os tanques abertos.....	104
<b>Tabela 6.16:</b> Índices da metodologia nRPN para OR8 e OR9 .....	105
<b>Tabela 6.17:</b> Índices da metodologia nRPN para OR10 e OR11 .....	106
<b>Tabela 6.18:</b> Índices da metodologia nRPN para OR12 .....	107
<b>Tabela 6.19:</b> Ajuste do controlador preditivo linear para OR1 .....	108
<b>Tabela 6.20:</b> Ajuste do controlador preditivo linear para OR12.....	109
<b>Tabela 7.1:</b> Parâmetros dos modelos lineares identificados da planta de cinco tanques.....	116
<b>Tabela 7.2:</b> Parâmetros do modelo não-linear da planta de cinco tanques .....	120
<b>Tabela 7.3:</b> Zeros de transmissão no semi-plano direito (SPD) e matriz de ganhos relativos estacionária referente aos modelos identificados .....	122
<b>Tabela 7.4:</b> Índices da metodologia RPN para cada região de operação .....	124
<b>Tabela 7.5:</b> Índices da metodologia nRPN para OR1 e OR2 identificadas a partir da planta real.....	126

# Lista de símbolos

A - área  
abs - valor absoluto  
 $A_i$  - área da seção reta do tanque  $i$   
 $A_{MIN}$  - área sobre a curva do RPN mínimo  
 $B_{I,P}$  - elementos de fase não-mínima de  $G$  relativos às entradas obtidos pela fatoração Blaschke - limitação imposta por pólos no SPD  
 $B_{O,P}$  - elementos de fase não-mínima de  $G$  relativos às saídas obtidos pela fatoração Blaschke- limitação imposta por pólos no SPD  
 $B_{I,Z}$  - elementos de fase não-mínima de  $G$  relativos às entradas obtidos pela fatoração Blaschke - limitação imposta por zeros de transmissão no SPD  
 $B_{O,z}$  - elementos de fase não-mínima de  $G$  relativos às saídas obtidos pela fatoração Blaschke- limitação imposta por zeros de transmissão no SPD  
C - controlador  
 $C_{A0}$  - concentração de entrada da corrente ácida  
 $C_{B0}$  - concentração de entrada da corrente alcalina  
CLP - Controlador lógico-programável  
 $du_n, du_{n,MAX}$  e  $du_{n,MIN}$  - taxa de variação das variáveis manipuladas, seus valores atual, positivo e negativo, respectivamente  
 $F_A$  - vazão do componente A ou ácido  
 $F_B$  - vazão do componente B ou alcalino  
 $F_1, F_2$  e  $F_5$  - Vazões de alimentação da planta de cinco tanques, dos tanques 1, 2 e 5, respectivamente  
 $G$  - operador ou modelo linear que relaciona os estados iniciais e entradas às saídas  
 $G(j\omega)$  - resposta no domínio da frequência do modelo linear  $G$   
 $G_k$  - modelo  $k$  que compõe  $P$   
 $H$  - conjugado transposto do vetor ou matriz  
 $h_i$  - altura do tanque  $i$   
 $I_T$  - inverso da curva de titulação  
 $K$  - ganho do processo  
 $K_W$  - constante de dissociação da água  
 $L$  - matriz de condicionamento mínimo para um sistema  $G$ , referente às saídas  
 $L^\#$  - matriz de condicionamento mínimo para o politopo  $P$ , referente às saídas  
log - logaritmo de base 10  
LTI - sistema invariante no tempo  
 $m^\#$  - matriz de projeção  
 $m^\#_{i,j}$  - elemento da linha  $i$  e coluna  $j$  da matriz de projeção  
max - valor máximo  
MIMO - múltiplas entradas e saídas  
MPC - controlador preditivo linear  
 $N$  - operador não-linear que relaciona os estados iniciais e entradas às saídas  
NMPC - controlador preditivo não-linear  
 $nRPN$  - Número de Performance Robusta não-linear  
 $nRPN_{STAT}$  - Número de Performance Robusta não-linear estático  
 $nRPN_{DYN}$  - Número de Performance Robusta não-linear dinâmico

P - polítopo referente ao conjunto de modelos lineares que representam a região de operação corrente  
 PI - controlador proporcional-integral  
 $P_i$  - pressão interna do tanque  $i$   
 PID - controlador proporcional-integral-derivativo  
 $P(j\omega)$  - resposta no domínio da frequência de P  
 pH - logaritmo da concentração do íon hidrogênio, com sinal alterado  
 ppm - partes por milhão (mg/kg)  
 $r$  - sinal de referência  
 $R$  - matriz de condicionamento mínimo para um sistema  $G$ , referente às entradas  
 $Re$  - componente pertencente aos números reais, de um dado número  
 $R_i$  - constante de descarga da válvula à jusante do tanque  $i$   
 $R^\#$  - matriz de condicionamento mínimo para o polítopo P, referente às entradas  
 RHP - semi-plano direito  
 RPN - Número de Performance Robusta  
 RPPN - Número de Performance Robusta de um conjunto de plantas P  
 $RPN_{MIN}$  - Número de Performance Robusta mínimo  
 $rRPN$  - Número de Performance Robusta relativo  
 SDCD - sistema digital de controle distribuído  
 SISO - sistema composto por uma entrada e uma saída  
 SDP - semi-plano direito  
 $T$  - desempenho alcançável para o sistema  
 $T_d$  - desempenho desejado para o sistema  
 $u(t)$  - conjunto de entradas de modelos lineares e não-lineares  
 $u_{k,i}$  -  $k$ -ésimo vetor coluna de  $U_i$   
 $u_n$ ,  $u_{n,MAX}$  e  $u_{n,MIN}$  - variáveis manipuladas, seus valores atual, máximo e mínimo, respectivamente, descontados do valor base  
 $u_{N,in}$  - entradas do modelo não-linear  
 $U_i$  - autovetor de saída do modelo  $G_i$  que compõe P  
 $V_i$  - autovetor de entrada do modelo  $G_i$  que compõe P  
 $v_{k,i}$  -  $k$ -ésimo vetor coluna de  $V_i$   
 $V_R$  - volume do reator  
 $x$  - vetor dos estados  
 $x_1$  e  $x_2$  - razão de distribuição das vazões F1 e F2  
 $x_N$  - estados do modelo não-linear  
 $x_{N,0}$  - valores iniciais para os estados do modelo não-linear  
 $y_{N,out}$  - saídas do modelo não-linear  
 $y_n$ ,  $y_{n,MAX}$  e  $y_{n,MIN}$  - valores extremos das variáveis controladas que não sofrem alteração no setpoint, seus valores atual, máximo e mínimo permitidos  
  
 $\beta$  - matriz dinâmica  
 $\beta'$  - matriz dinâmica transposta  
 $\beta(t)$  - resposta do modelo  $G(s)$  no tempo  $t$ , para um degrau unitário  
 $\Delta\gamma^\#$  - máxima diferença entre condicionamentos de um conjunto de plantas  
 $\phi_N$  - não-linearidade total da planta N, estimado pelo método de Helbig, Marquardt e Allgöwer  
 $\gamma_{abc}^i$  - não-linearidade acarretada ao processo, manifestada na malha cuja saída é  $i$  e a entrada  $a$ , em relação às entradas  $b$  e  $c$

$\gamma$  - condicionamento de uma matriz  
 $\gamma^*$  - condicionamento mínimo de uma planta  
 $\gamma^\#$  - condicionamento mínimo de um conjunto de plantas  
 $\Gamma$  - Número de performance robusta  
 $\Gamma^\#$  - Número de performance robusta não-linear  
 $\Gamma^\#_{\text{STAT}}$  - Número de performance robusta não-linear estático  
 $\Gamma^\#_{\text{DYN}}$  - Número de performance robusta não-linear dinâmico  
 $\nu^\#$  - fator de projeção  
 $\bar{\sigma}$  - Valor singular máximo  
 $\underline{\sigma}$  - Valor singular mínimo  
 $\sigma^\#$  - máxima razão entre valores singulares  
 $\Sigma$  - matriz diagonal, composta pelos valores singulares de M  
 $\tau_i$  - constante de tempo para cada uma das trajetórias de referência para as saídas dos n canais  
 $\omega$  - frequência  
 $\omega_i$  - peso de cada um dos canais na otimização dos tempos de subida

# Capítulo 1

## Introdução

Controladores não-lineares estão começando a se difundir industrialmente nos dias de hoje. Controladores preditivos não-lineares, *Gain-Scheduling*, entre outros, estão começando a ganhar espaço, substituindo muitos controladores lineares. Entretanto o custo associado à aquisição e aplicação destes controladores é ainda elevado, em comparação aos controladores lineares, já disponíveis em todos *SDCDs* e *CLPs* (Marlin, 1995).

O cenário industrial mostra que se necessita de um índice quantitativo capaz de determinar o tipo de controlador (linear ou não-linear) suficiente para cada processo, operando em uma região predefinida. Neste contexto insere-se este trabalho: a determinação do grau de não-linearidade, bem como a seleção do controlador adequado para cada planta. A determinação do grau de não-linearidade de um dado processo operando numa região de operação estabelecida servirá de base para escolha do controlador adequado para um determinado processo.

Um segundo objetivo desta dissertação é a proposição de um sistema que apresente alguns fenômenos observados industrialmente e cuja não-linearidade seja pronunciada. Este sistema didático deve ser simplificado em relação a uma planta industrial, sendo utilizado posteriormente nas disciplinas de controle da graduação e pós-graduação deste departamento. Para tanto, o sistema deve apresentar o maior número possível de equipamentos análogos à indústria. Por outro lado este sistema deve ser barato e não oferecer risco em sua instalação e operação.

### 1.1 Definição Matemática de Não-Linearidade

Segundo Slotine e Li (1991), um sistema linear pode ser dado por

$$\dot{x} = Ax \tag{1.1}$$

onde  $x$  representa o vetor dos estados e  $A$  a matriz Jacobiana dos estados. Na presença de um distúrbio externo  $u(t)$  o sistema apresenta a forma

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.2)$$

A principal característica de um sistema linear é o princípio de superposição, isto é, o retorno de uma função linear aplicada a um conjunto de elementos é igual à soma do retorno da função aplicada a cada elemento isolado (Levine, 1996).

$$f(ax + by) = a.f(x) + b.f(y) \quad (1.3)$$

Sistemas lineares apresentam apenas um ponto de equilíbrio e são estáveis se todos os autovalores de  $A$  foram negativos. A resposta transiente, bem como o ganho de sistemas lineares são invariantes em relação ao ponto de operação.

Em sistemas não-lineares a variação dos estados, bem como das saídas, não apresentam dependência linear em relação aos estados ( $x$ ) e entradas ( $u$ ), fazendo que muitas vezes o sistema apresente diferentes ganhos e dinâmicas, para pontos de operação distintos.

Define-se como grau de não-linearidade, a não-linearidade observada entre as entradas e saídas de um dado processo.

## 1.2– Não-linearidade na indústria

Geralmente, atribui-se à não-linearidade a culpa do mau desempenho dos controladores na indústria. Muitas vezes a causa é realmente a não-linearidade do sistema, sendo necessário um controlador não-linear. Entretanto, outras vezes, a causa do mau funcionamento do controlador deve-se a outros motivos, como sua má sintonia (Kempf, 2003).

Na prática, evidencia-se a não-linearidade de um processo quando a dinâmica e o ganho estático, para cada ponto de operação, são visivelmente distintos. Procedem-se distúrbios nas variáveis manipuladas e a planta responde de forma diferente para cada perturbação.

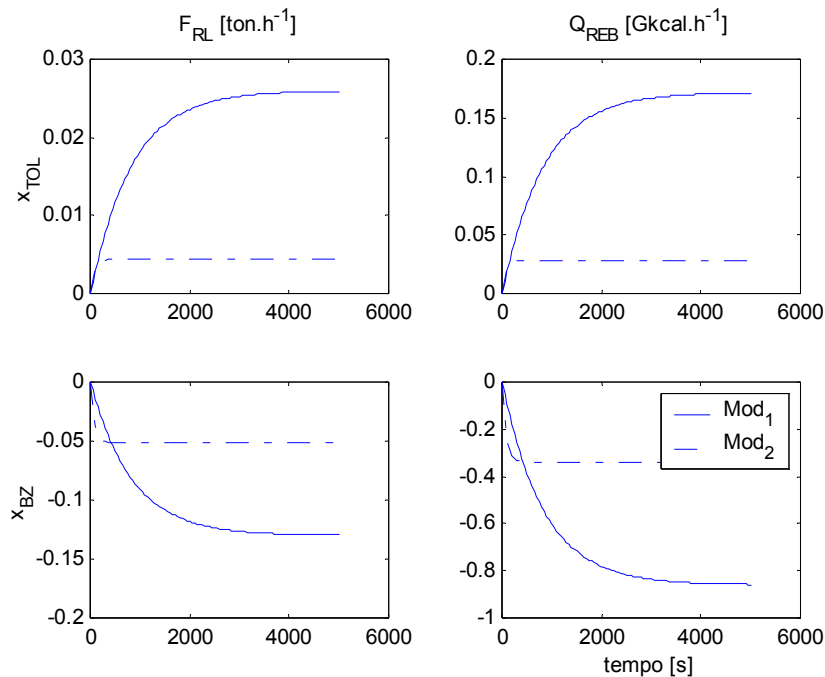
Nas indústrias evidencia-se que um controlador linear está operando em malhas não-lineares quando este é constantemente reajustado ou mantido em malha aberta pelos operadores.

### 1.2.1 Exemplos de sistemas não-lineares

Esta seção elucida alguns exemplos acadêmicos e industriais que apresentam pronunciado grau de não-linearidade. Estes sistemas serão posteriormente descritos e estudados minuciosamente, sendo apresentados aqui apenas alguns pontos de operação peculiares.

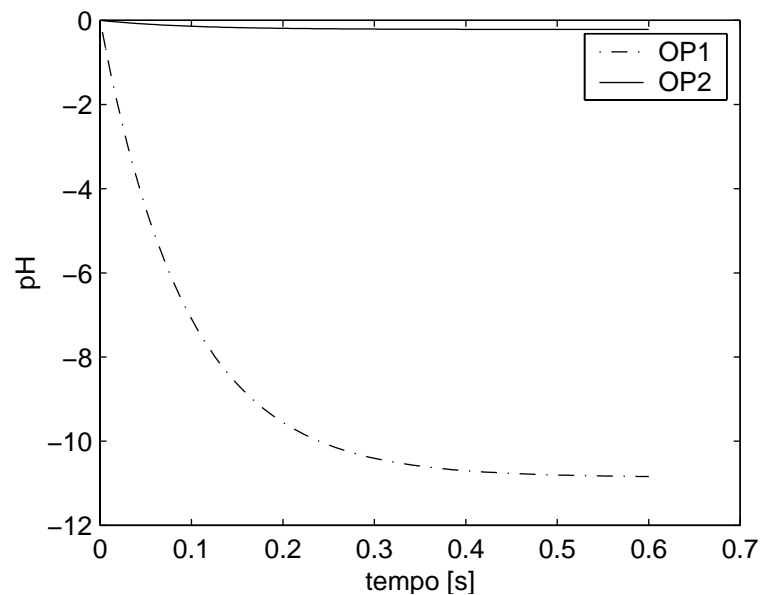
A coluna de separação do benzeno de tolueno e xileno (BTX), presente nas centrais de matérias-primas da indústria petroquímica, apresenta as respostas nas composições de benzeno e tolueno mostradas na Figura 1.1 para distúrbios tipo degrau unitário na vazão de retirada lateral e calor do refeedor, operando em pontos de operação distintos ( $mod_1$  e  $mod_2$ ). O ponto de operação, relativo a  $mod_1$ , foi identificado num ponto de operação onde a coluna extraía ambos os produtos com alta pureza (50 ppm). No segundo ponto de operação,

referente a  $mod_2$ , a especificação dos produtos é mais branda (200 ppm). Verifica-se que o primeiro ponto de operação apresenta maiores ganhos e dinâmicas mais lentas que o segundo.



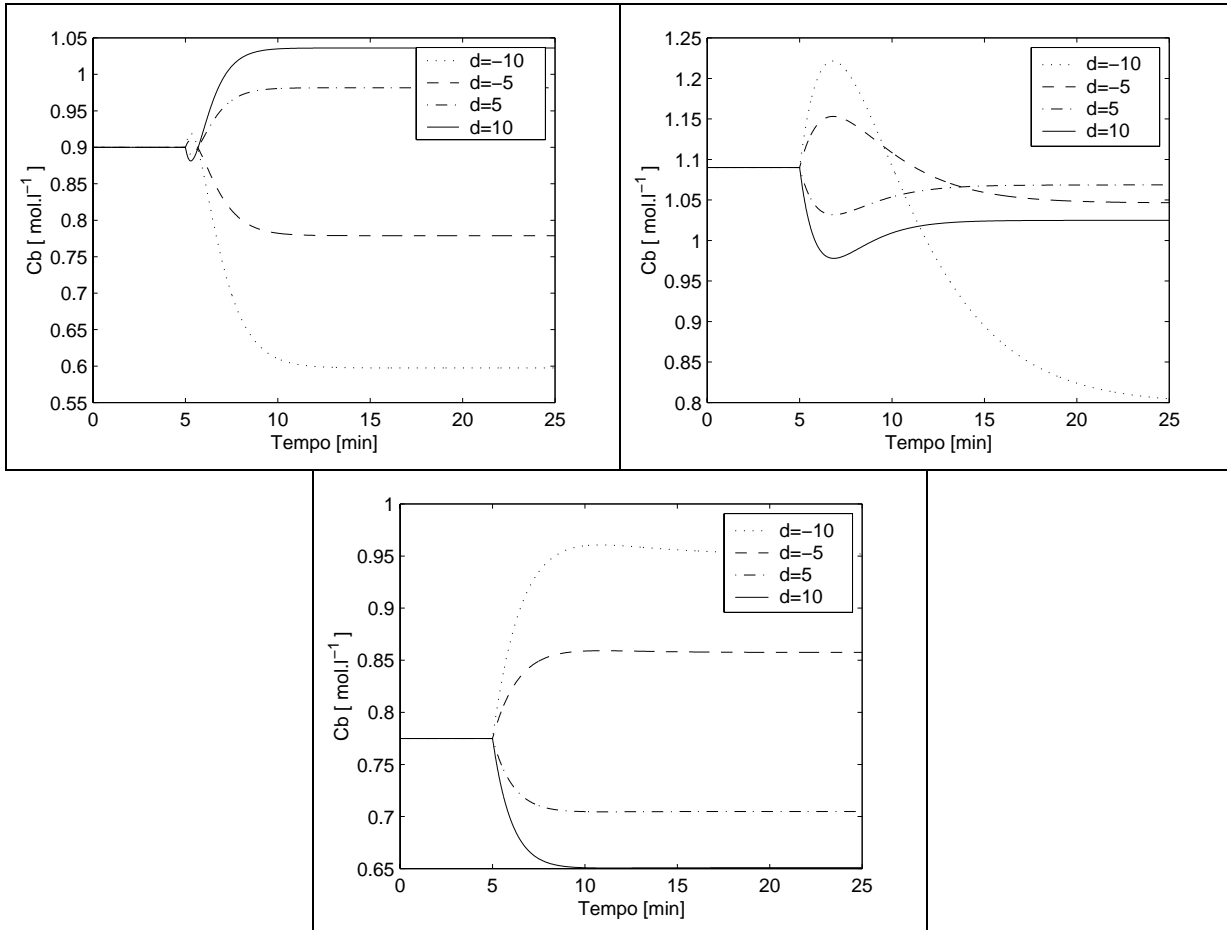
**Figura 1.1:** Resposta a distúrbio do tipo degrau na coluna de benzeno da unidade BTX

O reator de controle de pH (Klatt e Engell, 1996) é outro exemplo onde a resposta do pH do sistema é distinta para cada ponto de operação (OPs) conforme mostrado na Figura 1.2. No primeiro ponto de operação (OP1), o pH do sistema era próximo a 7, enquanto que para o segundo o pH era próximo a 5.



**Figura 1.2:** Resposta a distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente ácida para o reator de neutralização

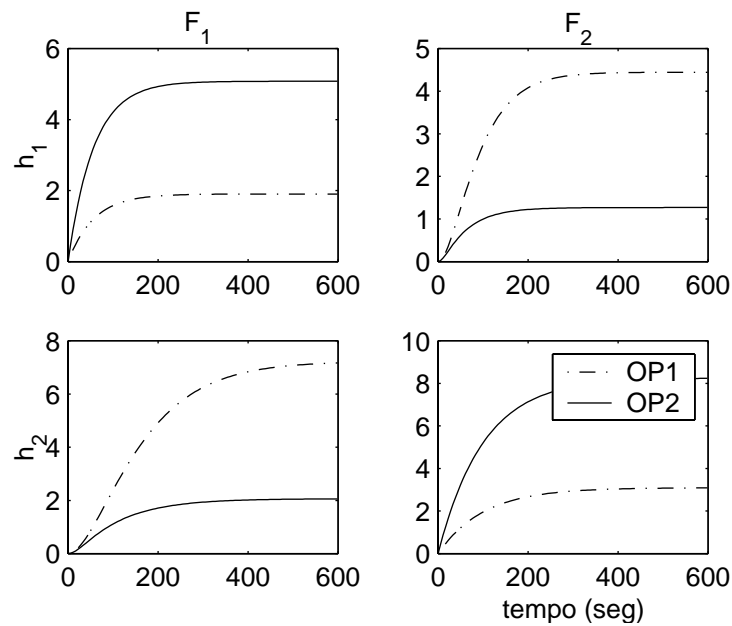
O reator de Van de Vusse (1964) é outro exemplo de não-linearidade pronunciada. A Figura 1.3 mostra a resposta para distúrbios tipo degrau positivos e negativos na vazão de alimentação do reator, em três diferentes pontos de operação. A magnitude do degrau é mostrada na legenda do gráfico (Trierweiler, 1997).



**Figura 1.3:** Resposta a distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente de base para o reator de Van de Vusse em diferentes pontos de operação, sendo definidos baseados na temperatura, vazão e concentração de entrada

O sistema de quatro tanques (Johanson, 2000) apresenta troca do sinal do determinante da matriz de ganhos, para diferentes pontos de operação, conforme a resposta ao degrau mostrada na Figura 1.4. A inversão do sinal do determinante da matriz de ganhos caracteriza a troca do sinal do ganho multivariável da planta. Note que no ponto de operação 2 (OP2), os ganhos que possuem maior magnitude estão dispostos na diagonal principal, enquanto que para o ponto 1 (OP1), a situação se inverte. Esta situação é responsável pela mudança do sinal do determinante da matriz de ganhos do sistema.





**Figura 1.4:** Resposta a distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente de alimentação para sistema de quatro tanques

Mostrados alguns exemplos de sistemas não-lineares, algumas perguntas surgem e serão base desta dissertação:

- Todos os casos apresentam o mesmo tipo de não-linearidade?
- Qual sistema apresenta o maior grau de não-linearidade?
- Um controlador linear funcionará em quais casos?
- Um controlador robusto funcionaria?
- Como se poderia quantificar os benefícios trazidos em termos de desempenho pela aplicação de um controlador não-linear?
- Caso este tipo de controlador seja necessário, quais características este deve ter?

### **1.3 – Características requeridas pelo índice responsável pela quantificação do grau de não-linearidade**

Objetiva-se neste estudo a obtenção de um índice quantitativo para determinação do grau de não-linearidade como ferramenta para escolha do controlador adequado para cada planta. Deseja-se não apenas determinar se um controlador não-linear será necessário, mas também as características deste controlador. Assim, deve-se quantificar não só o grau de não-linearidade global, mas também as proporções estática e dinâmica. Plantas que apresentam apenas variação estática acentuada podem ser controladas utilizando um controlador do tipo

*Gain-Scheduling*, não se necessitando de um controlador capaz de trabalhar com sistemas que possuem uma acentuada variação no comportamento estático e dinâmico da planta.

O índice obtido deve ser absoluto, permitindo não só que os graus de não-linearidade de um mesmo processo em diferentes regiões de operação sejam comparados, mas também a comparação do grau de não-linearidade de diferentes processos.

A aplicabilidade industrial de tal índice insere uma nova restrição ao estudo: a metodologia não pode ser dependente do modelo fenomenológico do sistema, pois a grande maioria das plantas não o dispõe, e sua obtenção é bastante onerosa. Para determinação do cálculo do grau de não-linearidade, deve-se apenas utilizar um conjunto de modelos lineares que podem facilmente ser identificados a partir de testes em planta ou a partir de histórico de dados (van Overschee e de Moor, 1996).

## 1.4- Algoritmos para o cálculo do grau de não-linearidade

Apesar da teoria geral de controle não-linear ser muito difundida, o ramo de quantificação do grau de não-linearidade de processos ainda é escasso. Além disso, tanto no meio acadêmico quanto industrial não há nenhuma metodologia difundida para estimar o grau de não-linearidade de plantas.

Na literatura obtiveram-se três diferentes métodos para medir o grau de não-linearidade de processos. A seguir, dois dos métodos serão expostos e ao final serão elucidadas as virtudes e as falhas de cada um. No próximo capítulo, o terceiro método será apresentado em detalhes, pois este será base da metodologia proposta no capítulo 3.

### 1.4.1 - Método de Helbig

Proposto por Helbig, Marquardt e Allgöwer (2000) o método baseia-se na melhor aproximação linear para o modelo não-linear do processo.

Para um processo com a seguinte representação em espaço de estado, pode-se determinar o grau de não-linearidade.

$$\begin{aligned}\dot{x}_N(t) &= f(x_N(t), u_{N,in}(t)) \\ y_{N,out} &= h(x_N(t), u_{N,in}(t))\end{aligned}\tag{1.4}$$

onde  $u_{N,in}$ ,  $x_N$ ,  $y_{N,out}$  são as entradas do processo, estados e saídas respectivamente. Os valores iniciais para os estados do modelo não-linear são representados como  $x_{N,0}$ .

O operador  $N$  relaciona as entradas e  $x_{N,0}$  com as saídas.

$$y_N = N[u_N, x_{N,0}]\tag{1.5}$$

A não-linearidade do modelo não-linear  $N$  é mensurada mediante comparação com a melhor aproximação linear, denominada  $G$ , sendo representado como modelo invariante no tempo (LTI).

A definição genérica para o grau de não-linearidade  $\phi_N$  é dada por

$$\phi_N^{y_a}(t_f) = \inf_G \sup_{u, x_{N,0}} \inf_{x_{G,0}} \frac{\|G[u, x_{G,0}] - N[u, x_{N,0}]\|}{\|N[u, x_{N,0}]\|} \quad (1.6)$$

Esta definição afirma que o grau de não-linearidade de um dado processo pode ser quantificado a partir da maior diferença da resposta no domínio da frequência entre o processo não-linear e um modelo linear, ponderada pela resposta do modelo não-linear. A diferença é calculada para a melhor aproximação linear  $G$  de  $N$ , tomando o pior conjunto de condições iniciais  $x_{N,0}$  para o sistema não-linear, e entradas  $u$ .

O grau de não-linearidade será um índice entre 0 e 1, sendo mais pronunciado à medida que se aproxima da unidade.

Esta metodologia apresenta as vantagens de quantificar a não-linearidade de sistemas, retornando um índice de fácil análise. Entretanto, requer um modelo não-linear ou fenomenológico da planta. Além disso, o controlador utilizado, bem como seu desempenho não são contemplados por esta metodologia.

### 1.4.2 - Método de Guay

Proposto por Guay, McLellan e Bacon (1997) o método baseia-se na análise do desvio de segunda ordem das variáveis manipuladas em relação às controladas. Esta metodologia é uma extensão da matriz de ganhos relativos (RGA), que avalia a interação de primeira ordem dos sistemas. A expressão para o cálculo da não-linearidade é dada por:

$$\gamma_{abc}^i = \frac{\partial u_a}{\partial y_i} \frac{\partial^2 y_i}{\partial u_b \partial u_c} \quad (1.7)$$

Cada componente individual  $\gamma_{abc}^i$  descreve a não-linearidade das entradas  $u_b$  e  $u_c$  em  $y_i$ , na malha de controle cujo emparelhamento é  $y_i - u_a$ . Considerando o sistema quadrado com  $n$  entradas e saídas, obtém-se como resultado um conjunto de  $n \times n$  matrizes. Cada matriz descreve a não-linearidade de cada malha de controle, apresentando a influência de todas as variáveis manipuladas, sobre uma dada saída. Assim, cada matriz também é composta por também por  $n \times n$  elementos.

Este método apresenta a vantagem de poder ser utilizado sem o conhecimento do modelo não-linear da planta, entretanto não considera a velocidade do controlador empregado. A análise também é complexa, pois não se obtém um índice único, mas uma matriz de índices, que será tão maior quanto maior for a dimensão do sistema.

### **1.4.3 - Comparação entre os métodos**

No presente capítulo, expôs-se os métodos para quantificar o grau de não-linearidade proposto por dois diferentes conjuntos de pesquisadores. Todos os métodos estudados são promissores, apresentando potencialidades e desvantagens.

O método proposto por Helbig, Marquardt e Allgöwer (2000) apresenta a vantagem de ser um índice único. Entretanto seu procedimento de cálculo é dispendioso, segundo o próprio autor. Além disso, a velocidade do controlador não é relevada para o cálculo da não-linearidade. Estas não são certamente as principais limitações do método: para o cálculo do grau de não-linearidade, este índice necessita do modelo não-linear da planta, o que praticamente inviabiliza a aplicação industrial, pois modelos completos de planta são escassos.

O método proposto por Guay não apresenta um índice único, mas um conjunto de matrizes de índices, dificultando a análise, principalmente para sistemas de ordem elevada. Além disso, a velocidade do controlador não é considerada para o cálculo da não-linearidade. A principal virtude deste método é a não necessidade de um modelo fenomenológico para o cálculo da não-linearidade.

Conforme exposto, ambos os métodos apresentam deficiências, tornando sua aplicação industrial restrita. Há ainda um terceiro método, que se baseia no número de performance robusta (RPN) proposto por Trierweiler (1997), cuja descrição será exposta no capítulo subsequente. Esta metodologia apresenta as vantagens de não necessitar de modelos não-lineares para o cálculo do grau de não-linearidade, bastando um conjunto de modelos lineares identificados representativos para a região de operação do sistema. A performance alcançável pelo controlador também é relevada para o cálculo.

## **1.5- Estrutura da dissertação**

O principal objetivo desta dissertação é introdução da metodologia nRPN para o cálculo do grau de não-linearidade de processos, permitindo a escolha do controlador correto para cada processo.

No capítulo 2, a revisão bibliográfica sobre a metodologia RPN, para o cálculo da controlabilidade e do grau de não-linearidade, bem como as definições relativas à ela, serão apresentadas.

No terceiro capítulo, as deficiências apresentadas pela metodologia RPN serão evidenciadas e novas definições serão apresentadas visando solucioná-las. Neste capítulo será introduzido um novo conjunto de índices (nRPN, nRPN<sub>STAT</sub> e nRPN<sub>DYN</sub>), que, além de solucionar os problemas da antiga metodologia, fornece valiosas informações, como um índice numérico absoluto, a diferenciação entre o grau de não-linearidade estática e dinâmica, entre outras.

O quarto capítulo contemplará o estudo de casos teóricos, entre eles o reator de Van de Vusse, o reator de neutralização e um reator CSTR que apresenta multiplicidade de estados

estacionários. A não-linearidade para cada sistema será calculada em diferentes pontos de operação e o controlador indicado para cada caso será aplicado.

No quinto capítulo, estudou-se o grau de não-linearidade da coluna de benzeno da unidade de fracionamento de aromáticos (BTX). Esta torre pode operar em diferentes especificações, apresentado graus de não-linearidades díspares. O grau de não-linearidade será calculado para diferentes regiões de operação e o controlador adequado para cada uma delas será determinado.

No sexto capítulo será apresentada a planta de cinco tanques, unidade concebida nesta dissertação que visava inicialmente ser um exemplo didático para o estudo da não-linearidade, e mostrou-se um rico exemplo para o ensino de controle de processos, apresentado uma série de fenômenos encontrados industrialmente. Cada uma destas peculiaridades será mostrada, a controlabilidade e a não-linearidade para o sistema teórico serão quantificadas, tanto para os tanques abertos quanto fechados.

No sétimo capítulo, a planta real será apresentada. Inicialmente, seus detalhes construtivos, modelagem linear e não-linear serão mostrados. Posteriormente, sua controlabilidade e não-linearidade serão quantificadas. Por fim, alguns testes de controladores lineares e não-lineares serão mostrados.

No último capítulo serão apresentadas as principais conclusões deste trabalho juntamente com algumas sugestões para trabalhos futuros.

Visando apresentar alguns conceitos utilizados e padronizar a nomenclatura utilizada nesta dissertação, quatro apêndices serão também expostos. Apresenta-se no Apêndice A os principais modelos lineares e não-lineares utilizados na literatura e em ferramentas industriais. Mostra-se ainda, no Apêndice B, alguns algoritmos de controle lineares e não-lineares utilizados industrialmente.

O Apêndice C apresenta a metodologia utilizada para o cálculo de condicionamento e condicionamento mínimo de matrizes. O Apêndice D apresenta a fatoração Blaschke, algoritmo utilizado para determinação do desempenho alcançável de sistemas que possuem elementos de fase não-mínima.

## 1.6 - Bibliografia

GUAY, M., MCLELLAN, P., J., BACON, D., W.; Measure of Closed-Loop nonlinearity and Interaction for Nonlinear Chemical Processes. *AIChE Journal* vol 43 n°9 pág. 2261-2278. 1997.

HELBIG, A., MARQUARDT, W., ALGÖWER, F.; Nonlinearity Measures: Definition, Computatuion and Applications. *Journal of Process Control* 10 pág 113-123. 2000

JOHANSON, K., H.; The Quadruple-Tank Process: a Multivariable Laboratory Process with and Adjustable Zero. *IEEE Transactions on Control Systems Tecnology*. Vol 8, n°3. 2000.

KEMPF, A., O.; *Avaliação do desempenho de Malhas de Controle*. Dissertação de Mestrado PPGEQ - UFRGS. 2003.

KLAT, K., U.; ENGELL, S.; Nonlinear Control of Neutralization Process by Gain-Scheduling Trajectory Control. *Ind. Eng Chem. Res.* 35 pág 3511-3518. 1996.

LEVINE, W. S.; *The Control Handbook*. CRC Press. 1996.

MARLIN, T., E.; *Process Control*, McGraw Hill. 1995.

SLOTINE, J., J., E.; LI, W.; *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall. 1991.

TRIERWEILER, J., O.; *A Systematic Approach to Control Structure Design*. Tese de Doutorado. Universidade de Dortmund. 1997.

VAN OVERSCHEE, P., DE MOOR, B.; *Subspace Identification for Linear Systems - Theory, Implementation and Applications*. Kluwer Academic Publishers. 1996.

VAN DE VUSSE, J., G.; *Plug flow type reactor versus tank reactor*. *Chem. Eng. Science* 19, pág 994-997. 1964.

## Capítulo 2

### Metodologia RPN

No capítulo anterior, procedeu-se a revisão bibliográfica acerca de dois métodos para o cálculo do grau de não-linearidade. Constatou-se que ambos os métodos apresentam deficiências, restringindo sua capacidade de aplicação industrial. Um terceiro método, que supre estas deficiências, será apresentado neste capítulo. Esta metodologia denomina-se RPN, sendo proposta por Trierweiler (1997).

#### 2.1– O Número de Performance Robusta (RPN)

O número de performance robusta (RPN) foi proposto por Trierweiler (1997). Esta relação quantifica a potencialidade de um sistema ser controlado robustamente, atingindo o desempenho desejado. A expressão para o cálculo do RPN ( $\Gamma$ ) é dada por:

$$\Gamma(G, T, \omega) = \sqrt{\bar{\sigma}([I - T(j\omega)]T(j\omega)) \left[ \gamma^*(G(j\omega)) + \frac{1}{\gamma^*(G(j\omega))} \right]} \quad (2.1)$$

$$RPN \stackrel{\Delta}{=} \Gamma_{SUP}(G, T, \omega) = \sup_{\omega \in \mathfrak{R}} \{ \Gamma(G, T, \omega) \} \quad (2.2)$$

onde  $T$  representa o desempenho alcançável para o sistema  $G$ ,  $\bar{\sigma}([I - T(j\omega)]T(j\omega))$  representa o máximo valor singular para a função de transferência  $[I - T]T$  e  $\gamma^*(G(j\omega))$  representa o condicionamento mínimo de  $G(j\omega)$ . O RPN considera a contribuição de dois fatores:

1.  $\bar{\sigma}([I - T(j\omega)]T(j\omega))$ . Este termo atua como função peso, com seu máximo próximo à frequência de corte. Para estabilidade robusta, as incertezas próximas à frequência de corte são mais importantes que as incertezas a altas e baixas frequências.

2.  $\gamma^*(G(j\omega)) + 1/\gamma^*(G(j\omega))$ . A direcionalidade do sistema é captada por este termo. Baseia-se na análise do desempenho robusto para controladores baseados na inversão da planta (Zhou, Doyle e Glover, 1996).

Valores altos de RPN (superiores a 5) indicam que o sistema apresenta elementos de fase não mínima, tendo seu desempenho deteriorado em função destes fatores. Para valores baixos de RPN, o desempenho desejado é potencialmente alcançável, sendo que o modelo não impõe ao controlador limitações em seu desempenho.

### 2.1.1 - RPN mínimo ( $RPN_{MIN}$ )

Quando o sistema apresentar componentes de fase não mínima (por exemplo pólos e zeros de transmissão com a parte real positiva), o índice RPN fornece um valor alto. Neste caso, é interessante conhecer seu mínimo valor possível para o desempenho desejado. O RPN mínimo é calculado como

$$\begin{aligned} \Gamma_{MIN}(T_d, \omega) &= \sqrt{\sigma}([I - T_d(j\omega)]T_d(j\omega)) \times 2 \\ RPN_{MIN} &= \sup_{\omega} \{ \Gamma_{MIN}(T_d, \omega) \} \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde  $T_d$  indica o desempenho desejado.

Quanto mais próximos os valores do RPN e o  $RPN_{MIN}$ , mais próximos os desempenhos desejado e alcançável.

### 2.1.2 - RPN relativo ( $rRPN$ )

O RPN relativo quantifica o quão alcançável é o desempenho desejado. Baseado nas áreas sobre as curvas do  $RPN_{MIN}$  e do RPN

$$\begin{aligned} A_{MIN} &= \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \Gamma_{MIN}(T_d, \omega) d \log \omega \\ A &= \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \Gamma(G, T, \omega) d \log \omega \end{aligned} \quad (2.4)$$

define-se o RPN relativo ( $rRPN$ ).

$$rRPN = \frac{A - A_{MIN}}{A_{MIN}} \quad (2.5)$$

O índice será tão maior, quanto mais distante o desempenho alcançável do desejado.



## 2.2- Condicionamento Mínimo

A análise da direcionalidade de um sistema está baseada em sua decomposição em valores singulares. O condicionamento ( $\gamma$ ) de uma matriz  $M$  é dado por:

$$\gamma = \frac{\bar{\sigma}}{\underline{\sigma}} \quad (2.6)$$

onde  $\bar{\sigma}$  representa o máximo valor singular e  $\underline{\sigma}$  o menor valor singular de  $M$ .

O ganho de sistemas multivariável está compreendido entre os valores singulares máximo e mínimo da matriz de funções de transferência. O grau de direcionalidade de um sistema é dado pela distribuição do ganho entre um conjunto de entradas e saídas.

Sistemas cujo ganho varia acentuadamente para diferentes direções de entradas e saídas é dito mal condicionado. Por outro lado, sistemas que o ganho tem variação irrisória para diferentes direções de entrada e saída é dito bem condicionado.

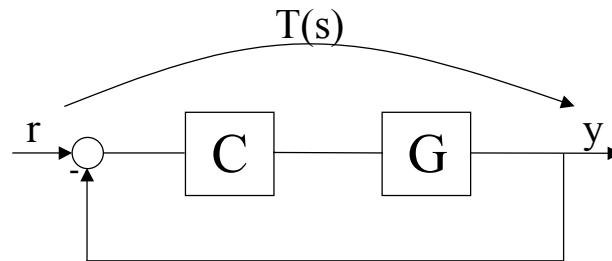
A escolha do sistema de unidades de entrada e saída para um dado sistema tem grande influência nos seus valores singulares. Entretanto, sabe-se que o sistema de unidades não altera as características de uma planta. Assim, escala-se o sistema visando reduzir os problemas numéricos oriundos da manipulação do sistema, tornando-o com o menor condicionamento possível. Denomina-se este condicionamento como condicionamento mínimo de uma matriz ( $\gamma^*$ ), cuja definição é dada por:

$$\gamma^*(G(j\omega)) = \min_{L,R} \gamma(LG(j\omega)R). \quad (2.7)$$

As matrizes  $L$  e  $R$  são quadradas, diagonais, reais e composta apenas de elementos não-nulos, possuindo a dimensão igual ao número de saídas e entradas de  $G$ , respectivamente.

## 2.3 – Determinação do desempenho de um sistema

O desempenho de um sistema em malha fechada é dado pela relação entre o sinal de saída  $y$  e referência  $r$ , para um controlador com um grau de liberdade. A Figura 2.1 representa a configuração *feedback* padrão, mostrando a função  $T(s)$ , denominada complementar de sensibilidade, que dá a relação entre  $r$  e  $y$ .



**Figura 2.1:** - Configuração *feedback* padrão – função complementar de sensibilidade

A função de transferência  $T$ , denominada função complementar de sensibilidade, relaciona os sinais de referência e saída, através de uma malha *feedback*, com o controlador  $C$  e o sistema  $G$ . A expressão para  $T$  é dada por

$$T = \frac{CG}{1+CG}. \quad (2.8)$$

O desempenho do sistema em malha fechada é dado pela função  $T$ , sendo função não só do desempenho desejado, mas limitado também por muitos fatores, como pólos e zeros de transmissão com a parte real positiva, ruído de processo e medição e saturação das variáveis manipuladas.

## 2.4– Fatores Limitantes do Desempenho

A inclusão de malhas *feedback* na maioria dos casos torna a resposta do sistema mais rápida em relação ao sistema sem controlador (malha aberta). Isso se dá devido ao aumento do ganho do sistema. Por outro lado, o acréscimo no ganho pode acarretar instabilidade, mesmo para sistemas estáveis, devido a erros na modelagem, saturação das variáveis manipuladas, amplificação do ruído ou elementos de fase não-mínima.

### 2.4.1 – Erros de medida

O correto funcionamento de malhas *feedback* supõe uma medida confiável. Entretanto industrialmente as medidas não são livres de erro ou de ruído. Geralmente estes fatores não são considerados no projeto de uma estrutura de controle, sendo responsável posteriormente por reajustes no controlador. Maiores detalhes sobre a influência do erro de medida podem ser encontradas em Trierweiler (1997).

### 2.4.2 – Componentes de fase não mínima

Componentes de fase não mínima também inserem limitações à malha de controle. Sistemas que possuem tempos mortos, pólos e zeros de transmissão com a parte real positiva não são diretamente inversíveis pelo controlador, limitando seu desempenho.

### **2.4.3 – Limitações nas variáveis manipuladas**

A limitação das variáveis manipuladas geralmente não é considerada no projeto de estruturas de controle, podendo representar grandes problemas na posterior operação da unidade. Nas ações de controle associadas à mudança de *setpoint* observa-se um *overshoot* nas ações iniciais da variável manipulada e posteriormente convergência para o valor final, algumas vezes saturando-a por um determinado período. Assim, quanto mais restritas as variáveis manipuladas, mais tempo permanecerão saturadas durante ação transiente do controlador, tornando-o mais lento.

No capítulo subsequente deste trabalho, será proposta uma metodologia que objetiva determinar o desempenho alcançável por um sistema de controle, dentro das restrições impostas pelas variáveis manipuladas.

## **2.5– Determinação do Desempenho Alcançável**

Nesta seção será exposta uma metodologia para determinação sistemática do desempenho alcançável em malha fechada, baseada no desempenho desejado e nas limitações discutidas anteriormente. O objetivo deste estudo é a determinação da velocidade máxima de um controlador, considerando as limitações que o sistema impõe ao controlador, sem instabilizá-lo.

### **2.5.1 – Determinação do desempenho desejado**

O desempenho desejado corresponde ao tipo de resposta que se deseja para um sistema em malha fechada.

O desempenho desejado para um sistema pode ser especificado de muitas formas (Levine, 1996). Neste trabalho optou-se pela especificação da função complementar de sensibilidade  $T$ , pois esta função determina diretamente a relação entre  $r$  e  $y$ . Além disso, especificando  $T$ , os efeitos do ruído, das incertezas nas saídas são automaticamente considerados.

Na especificação de  $T$  geralmente utiliza-se a resposta no domínio do tempo, especificando o tempo de assentamento, o tempo de subida, *overshoot* máximo, por exemplo.

### **2.5.2 – Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições do modelo**

Na maioria das plantas reais não se pode considerar diretamente que o desempenho desejado é atingível, devido às limitações impostas pela própria planta, conforme acima mencionado.

Para tanto, utilizar-se-á uma fatorização, denominada fatorização de Blaschke, que separa os elementos de fase mínima e não-mínima do modelo, estes que impedem a simples inversão do modelo de planta, para o projeto do controlador. A completa descrição da metodologia está no Apêndice D.

## 2.6– Representação Multimodelo

Um sistema não-linear  $P$  pode ser modelado a partir de um conjunto de  $k$  modelos lineares  $G_i$ . O modelo resultante é dito politópico, sendo definido como:

$$P \in \text{Co} = \overset{\Delta}{\{G_1, \dots, G_k\}} \quad (2.9)$$

onde  $G_i$  representa os modelos lineares obtidos para cada ponto de operação.

### 2.6.1 – Condicionamento Mínimo de $P$

O condicionamento mínimo para um conjunto de modelos lineares  $P$  é definido como

$$\gamma^\#(P) = \min_{L^\#, R^\#} \sup \gamma(L^\# P R^\#) = \min_{L^\#, R^\#} \sup \{\gamma_1(L^\# G_1 R^\#), \dots, \gamma_k(L^\# G_k R^\#)\} \quad (2.10)$$

A partir da variação do condicionamento mínimo, pode-se captar a máxima variação da direcionalidade entre os modelos que compõe  $P$ .

#### 1. Cálculo numérico do condicionamento mínimo de $P$ ( $\gamma^\#(P)$ )

Para calcular as matrizes de escalonamento de  $L^\#$  e  $R^\#$  utilizadas para determinar  $\gamma^\#(P)$ , resolve-se o problema de autovalores generalizados (Boyd, 1994).

$$\begin{aligned} & \min \kappa^2 \\ & \text{sujeito} \\ & S \in R^{no \times no}, \text{diagonal}, S > 0 \\ & Q \in R^{ni \times ni}, \text{diagonal}, Q > 0 \\ & Q \leq P_i^H S P_i \leq \kappa^2 Q \end{aligned} \quad (2.11)$$

As matrizes  $L^\#$ ,  $R^\#$  e  $\gamma^\#$  são obtidas através da raiz quadrada matricial de  $S$ ,  $Q$  e  $\kappa^2$ , respectivamente. As matrizes  $S$  e  $Q$  são quadradas, compostas de elementos não-nulos, possuindo a dimensão do número de saídas e entradas do sistema, respectivamente.

### 2.6.2 – Máxima diferença entre os condicionamentos ( $\Delta\gamma^\#$ )

Sendo  $G$  o modelo nominal da planta e  $G_i$  os modelos que compõe  $P$ , contendo  $G$ , a máxima diferença entre os condicionamentos é originalmente definida como (Trierweiler, 1997):

$$\Delta\gamma^\# = \gamma^\#(P(j\omega)) - \gamma^*(G(j\omega)) \quad (2.12)$$

Esta contribuição é responsável pela quantificação da alteração na direcionalidade do sistema, isto é, a variação da distribuição do ganho entre os canais, para os vários modelos que compõe  $P$ .

### 2.6.3 – Máxima razão entre os valores singulares de $P$ ( $\sigma^\#$ )

A máxima razão entre os valores singulares de  $P$  ( $\sigma^\#$ ) é definida como a relação entre a máxima e mínima variação do maior valor singular ( $\bar{\sigma}$ ) para os modelos que compõe  $P$ , sendo escalonados através das matrizes de escalonamento  $L^\#$  e  $R^\#$ , (Trierweiler, 1997):

$$\sigma^\#(P(j\omega)) \stackrel{\Delta}{=} \frac{\max\{\bar{\sigma}(L^\#G_1R^\#), \dots, \bar{\sigma}(L^\#G_kR^\#)\}}{\min\{\bar{\sigma}(L^\#G_1R^\#), \dots, \bar{\sigma}(L^\#G_kR^\#)\}} \quad (2.13)$$

Este índice é responsável pela quantificação da alteração do ganho multivariável, entre os modelos que compõe  $P$ .

Para exemplificar o escopo deste índice, considere um sistema  $P$ , composto por dois sistemas,  $g_1$  e  $g_2$ , previamente escalonados:

$$\begin{aligned} g_1 &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ g_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Os valores singulares de cada sistema, para este caso, são os valores da diagonal principal de cada matriz. A razão entre os valores singulares de cada matriz é igual à unidade. Entretanto, a razão os valores singulares máximos para cada sistema é 2.

## 2.7– Número de desempenho robusto para P (RPPN)

O número de desempenho robusto para um conjunto de modelos lineares  $P$  (RPPN) (Trierweiler, 1997) é definido como

$$\begin{aligned} \text{RPPN} &\stackrel{\Delta}{=} \Gamma_{\text{sup}}^\#(P, T, \omega) = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \{\Gamma^\#(P, T, \omega)\} \\ \Gamma^\#(P, T, \omega) &\stackrel{\Delta}{=} [\sigma^\#(P(j\omega)) + \Delta\gamma^\#] \Gamma(G, T, \omega) \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde  $\Delta\gamma^\#$  representa a máxima diferença de condicionamentos para  $P$  e  $\sigma^\#$  a máxima razão entre os valores singulares de  $P$ . Para o cálculo do desempenho alcançável ( $T$ ) utiliza-se a fatoração Blaschke, ou outro algoritmo capaz de determinar o desempenho de malhas *feedback*.

Este índice determina o grau de não-linearidade de processos dinâmicos, captando a variação da direcionalidade e dos valores singulares máximos. A soma dos termos capta a variação do ganho e dinâmica entre os modelos que compõe  $P$ .

O grau de não-linearidade de um dado processo pode ser mensurado pela distância entre as curvas do RPN e RPPN, sendo tão maior quanto mais distarem as curvas.

A velocidade do controlador é considerada pelo RPPN, a partir do cálculo do número do desempenho robusto (RPN). A partir do desempenho desejado, calcula-se o desempenho alcançável removendo os fatores de fase não mínima do modelo e considerando as limitações das variáveis manipuladas, quando esta informação estiver disponível.

## 2.8- Bibliografia

BOYD, S., P., GHAOUI, L., E., FERON, E., BALAKRISHNAN, V.; *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia. 1994.

LEVINE, W. S.; *The Control Handbook*. CRC Press. 1996.

TRIERWEILER, J., O.; *A Systematic Approach to Control Structure Design*. Tese de Doutorado. Universidade de Dortmund. 1997.

ZHOW, K., DOYLE, J., C., GLOVER; *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, New Jersey. 1996.

## Capítulo 3

### Metodologia nRPN

No capítulo anterior, procedeu-se a revisão bibliográfica sobre a metodologia RPPN (Trierweiler 1997), capaz de determinar o grau de não-linearidade de plantas. Este método é potencialmente aplicável em cenários industriais, visto que necessita de apenas um conjunto de modelos lineares para determinação do grau de não-linearidade. Além disso, a velocidade do controlador utilizado também é levada automaticamente em consideração.

#### 3.1– Deficiências do Método RPPN

Aplicando o conceito do RPPN para um conjunto de sistemas cujo grau de não-linearidade apresentava características conhecidas, observou-se que o método apresentava algumas deficiências, aqui expostas. No decorrer do presente capítulo tais limitações serão sanadas, a partir da proposição de um novo índice, denominado RPN não-linear (nRPN).

##### 3.1.1 – Inversão do sinal da matriz de ganhos

A primeira deficiência observada no conceito do RPPN original foi a incapacidade de captar a inversão do sinal do determinante da matriz de ganhos do sistema. Supondo um sistema hipotético que pode ser representado pelas matrizes de transferência  $G$

$$G = \frac{1}{\tau \cdot s + 1} \cdot \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

e pelo sistema dual  $G'$

$$G' = \frac{1}{\tau \cdot s + 1} \cdot \begin{bmatrix} a_2 & a_1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Se a matriz de ganhos de  $G$  possuir o valor do determinante positivo, obrigatoriamente sua transposta apresentará o valor do determinante negativo, caracterizando a inversão do ganho multivariável do sistema.

Aplicando o conceito do RPPN neste sistema, o grau de não-linearidade obtido é nulo, pois, para o presente sistema, a máxima diferença entre os condicionamentos é nula e a máxima razão entre os valores singulares extremos é igual à unidade, pois os valores singulares de uma matriz e seu sistema dual são os mesmos.

Assumindo equivocadamente que o grau de não-linearidade é nulo, conclui-se que um controlador linear seria suficiente. Entretanto, um controlador linear neste cenário, devido à inversão do sinal do determinante da matrizes de ganhos do sistema, tornaria o sistema instável em uma dada região de operação.

### **3.1.2 - Inversão completa da matriz de ganhos do sistema**

Um exemplo extremo é a inversão completa de sinal da matriz de ganhos de um sistema. Considere um sistema representado pela matriz identidade ( $g_1$ ) e outro idêntico, apenas com o sinal díspar ( $g_2$ ):

$$\begin{aligned} g_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ g_2 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Os valores singulares para ambos os sistemas são idênticos (1). Um sistema real com características análogas necessita de um controlador não-linear, devido à alteração entre os sinais do ganho. Todavia, o índice original afirmaria que o grau de não-linearidade seria nulo, pois os valores singulares são iguais para ambas as matrizes.

### **3.1.3 – Necessidade de um índice numérico**

A análise gráfica é fundamental para análise do grau de não-linearidade em toda faixa de frequências. Entretanto faz-se necessário um índice numérico único que permita uma análise rápida e automática. Este índice deve captar o grau de não-linearidade de forma quantitativa, permitindo não só quantificar o grau de não-linearidade de um processo em diferentes regiões de operação, mas também compará-lo entre diversos processos.

Outra sugestão para este índice numérico seria o desmembramento da não-linearidade em suas duas contribuições: estática e dinâmica. Estes novos índices seriam de grande valia para seleção do controlador não-linear, quando este se fizer necessário.



### 3.1.4 – Captação deficiente da variação da direcionalidade

O índice responsável pela captação do grau de variação da direcionalidade, que é a máxima diferença entre os condicionamentos, está definido de forma equivocada.

Supondo um conjunto de modelos  $P$ , cujo modelo nominal é  $G$ . Suponha que apenas  $G$  apresente alto valor de condicionamento, sendo os demais modelos que compõem  $P$  bem condicionados. As matrizes de escalonamento para  $P$  ( $L^\#$  e  $R^\#$ ), que tornam o condicionamento de  $P$  mínimo, serão aproximadamente iguais às matrizes de escalonamento de  $G$  ( $L$  e  $R$ ), que tornam  $G$  com o condicionamento mínimo.

Neste caso, a máxima diferença entre condicionamentos será aproximadamente igual a zero.

$$\begin{aligned}\Delta\gamma^\# &= L^\# \cdot P \cdot R^\# - L \cdot G \cdot R \\ \Delta\gamma^\# &\approx L \cdot G \cdot R - L \cdot G \cdot R = 0\end{aligned}\tag{3.4}$$

Considere agora que o modelo nominal é o melhor condicionado. A máxima diferença entre os condicionamentos, neste caso será máxima, mostrando que este índice é altamente dependente do modelo nominal. Dever-se-ia tornar este termo mais conservativo, de forma a captar a máxima variação de direcionalidade entre os sistemas que compõe  $P$ , não sendo dependente de um modelo nominal.

Diante das deficiências apresentadas pela metodologia RPPN, aliado às modificações e proposições acerca desta metodologia, propor-se-á um novo método que utilizará apenas as potencialidades desta metodologia. Novos termos serão incluídos e redefinidos, visando solucionar as deficiências mostradas.

## 3.2– RPN não-linear (nRPN)

Em face das deficiências apresentadas, bem como a similaridade do antigo nome RPPN com o índice que quantifica a controlabilidade (rRPN), optou-se pela adoção de uma nova nomenclatura: RPN não-linear (nRPN). Os índices derivados do nRPN incluirão apenas um sufixo a este nome.

O termo responsável pela captação da variação do ganho multivariável ( $\sigma^\#$ ) mostrou-se robusto para os casos estudados, sendo mantido nesta nova definição. Já a diferença entre os condicionamentos ( $\Delta\gamma^\#$ ) foi redefinida, pois, conforme mostrado anteriormente, esta contribuição não estava sendo calculada corretamente, sendo muito dependente do modelo nominal.

Verificou-se ainda que o índice era incapaz de captar a inversão no sinal determinante da matriz de ganhos. Esta informação não é diretamente captada pelos valores singulares  $\Sigma$ , mas sim pelos vetores  $U$  e  $V$ . Assim, definiu-se um novo termo, denominado matriz de projeção, capaz sanar esta deficiência da metodologia.

### 3.2.1 – Definição 1: máxima diferença entre os condicionamentos ( $\Delta\gamma^\#$ )

Mostrou-se anteriormente que esta contribuição era extremamente dependente da escolha do modelo nominal, podendo apresentar falhas se o modelo nominal de  $P$  fosse extremamente mal condicionado, em relação aos demais.

A nova definição da máxima diferença entre os condicionamentos é calculada através da diferença entre os  $k$  sistemas que compõe  $P$ , que apresentam os valores de condicionamento extremos. As matrizes  $L^\#$  e  $R^\#$  são provenientes do cálculo do condicionamento mínimo, mostrado em 2.10.

$$\Delta\gamma^\#(P) = \max(\gamma(L^\#G_1R^\# \dots L^\#G_kR^\#)) - \min(\gamma(L^\#G_1R^\# \dots L^\#G_kR^\#)) \quad (3.5)$$

Nesta nova definição, o modelo nominal é excluído, calculando-se a situação que apresentará a maior diferença de condicionamentos entre os modelos que compõe  $P$ , captando a maior variação de direcionalidade dentro da região de operação.

### 3.2.2 – Definição 2: matriz de projeção

Para o modelo politópico  $P$ , a matriz de projeção  $m^\#$ , é uma matriz simétrica cujos elementos  $m^\#_{ij}$  são dados por:

$$m^\#_{i,j}(P(0)) \stackrel{\Delta}{=} \max[abs(u_{k,i}^H \cdot u_{k,j} - 1), abs(v_{k,i}^H \cdot v_{k,j} - 1)] \quad (3.6)$$

onde os vetores  $u_{k,i}$  e  $v_{k,i}$  são os  $k^{ésimos}$  vetores colunas das matrizes  $U_i$  e  $V_i$ ,

$$U_i = [\bar{u}_i = u_{1,i}, u_{2,i}, \dots, u_{no,i} = \underline{u}_i] \text{ e } V_i = [\bar{v}_i = v_{1,i}, v_{2,i}, \dots, v_{ni,i} = \underline{v}_i] \quad (3.7)$$

obtidos através da decomposição em valores singulares da matriz de ganhos escalonada do modelo  $i$  que compõe  $P$ . O sobrescrito  $H$  representa o conjugado transposto do vetor.

### 3.2.3 – Definição 3: Fator de projeção ( $\nu^\#(P)$ )

O termo responsável pela captação da inversão no sinal do ganho multivariável é denominado fator de projeção. Este é definido, para o modelo politópico  $P$ , como 10 elevado ao maior elemento da matriz de projeção  $m^\#$ , definida pela equação 3.6

$$\nu^\#(P(0)) \stackrel{\Delta}{=} 10^{\max(m^\#(P(0)))} \quad (3.8)$$

Como os elementos de  $U_i$  e  $V_i$  são normalizados, caso o sistema apresente inversão de ganho, observa-se que o produto entre os vetores de entrada ou de saída para os modelos onde a inversão de ganho ocorre é maior que 10. Caso contrário, esta multiplicação é inferior a 10.

Para exemplificar a contribuição deste termo, considere os sistemas apresentados pela Equação 3.3. Conforme mostrado, os valores singulares para ambos os sistemas são unitários e a não-linearidade total nula (erroneamente). Aplicando a decomposição em valores singulares para ambos os sistemas, observa-se que os vetores  $U$  e  $V$  para o sistema  $g_1$  são unitários positivos. Para a matriz  $g_2$ , o vetor  $U$  é unitário negativo e  $V$  unitário positivo. A matriz de projeção neste caso é igual a

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

devido ao produto entre os vetores de saída ( $U$ ) de cada um dos modelos, evidenciando a inversão no sinal do ganho multivariável. O fator de projeção neste caso será igual a 100.

### 3.2.4 – RPN não-linear (nRPN)

Em face das novas definições propostas, apresenta-se uma nova definição para o cálculo do grau de não-linearidade, denominada Número de Desempenho Robusto Não-Linear (nRPN)

$$\Gamma^\#(P, T, \omega) = \left[ \sigma^\#(P(j\omega)) + \Delta\gamma^\#(P(j\omega)) \right] \nu^\#(P(0)) \Gamma(G, T, \omega) \quad (3.10)$$

onde  $\Gamma(G, T, \omega)$  é definido em 2.1.

A alteração na direcionalidade do sistema é captada pelo termo  $\Delta\gamma^\#(P)$ , enquanto que a variação do valor singular máximo é dada por  $\sigma^\#(P)$  e alteração do sinal do ganho multivariável é captada por  $\nu^\#(P)$ .

Pela definição, observa-se que a curva do nRPN é sempre maior ou igual à curva do RPN. O grau de não-linearidade será tão maior quanto mais distantes estiverem as duas curvas.

A Figura 3.1 mostra um exemplo das curvas do RPN e nRPN. A seta indica o aumento do grau de não-linearidade.

A escolha do modelo nominal, utilizado para o cálculo do RPN, também pode ser feita de forma automática. Pode-se considerar  $G$  simplesmente como o modelo nominal da planta, isto é, o modelo identificado ou linearizado no ponto de operação atual. Uma escolha mais conservativa pode ser feita considerando como nominal o modelo que apresenta maiores dificuldades na controlabilidade, isto é, o modelo  $G_i$  que compõe  $P$ , que apresenta o maior valor para a curva do RPN.

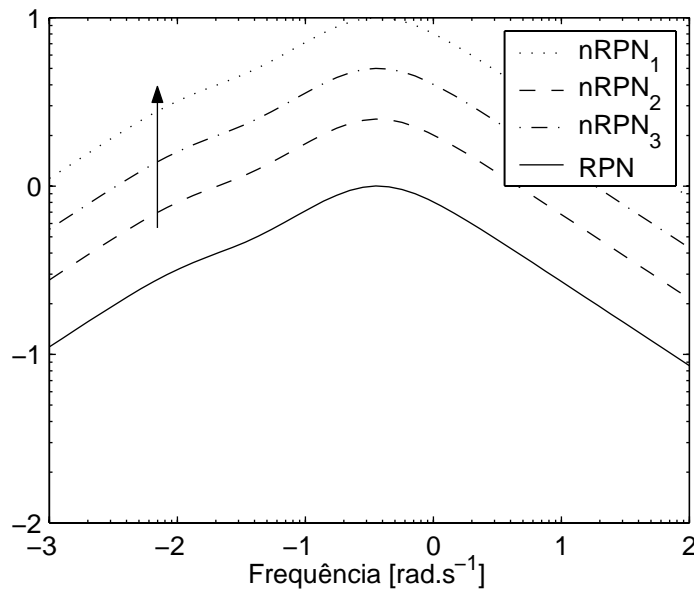


Figura 3.1: Exemplo das curvas do RPN e nRPN

### 3.2.5 – Divisão da não-linearidade: contribuições estática e dinâmica

Nesta seção, quantificar-se-á a influência das não-linearidades estática e dinâmica, sobre a total.

A não-linearidade estática provê uma contribuição constante ao longo da frequência, isto é, ela é responsável pelo paralelismo entre as curvas do RPN e nRPN. A Figura 3.2 mostra um sistema típico que apresenta apenas não-linearidade estática, pois as curvas do RPN e nRPN são exatamente paralelas.

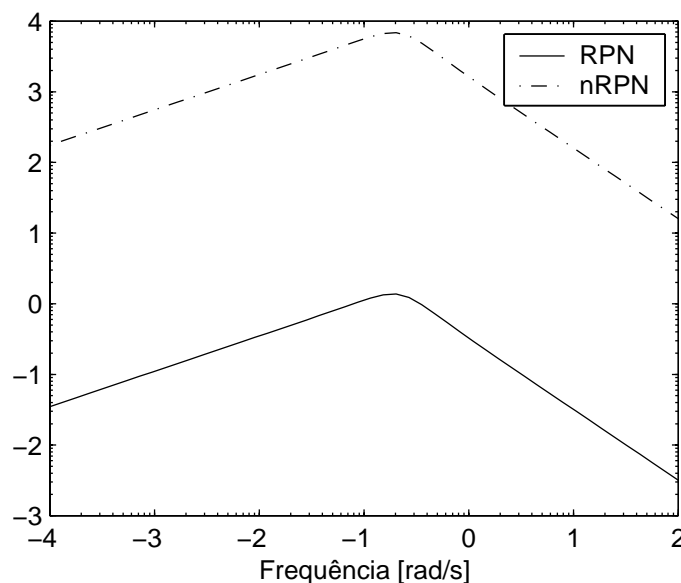


Figura 3.2: Gráfico do RPN e nRPN para sistema que apresenta apenas não-linearidade estática.

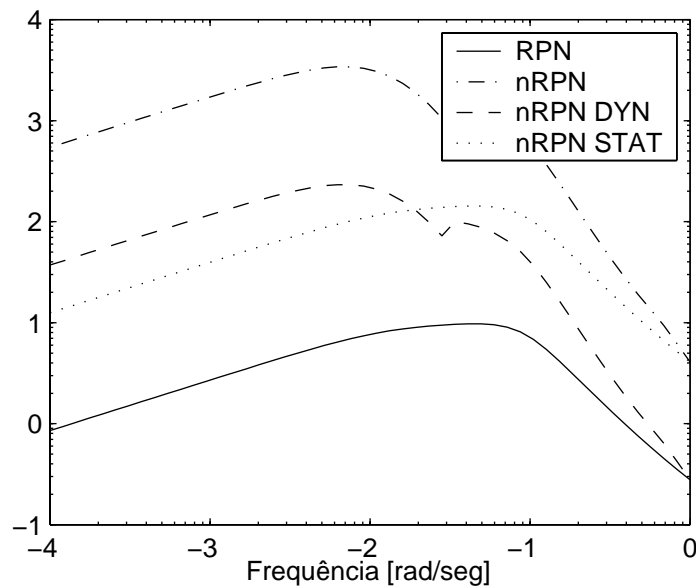
Assim, define-se uma nova curva, denominada nRPN estático ( $nRPN_{STAT}$ ), responsável por quantificar o grau de não-linearidade estática, como a mínima diferença entre as curvas do RPN e nRPN, somadas à primeira.

$$\Gamma_{STAT}^{\#}(P, T, \omega) \triangleq \Gamma(G, T, \omega) + \min\left(\Gamma^{\#}(P, T, \omega) - \Gamma(G, T, \omega)\right) \quad (3.11)$$

O restante da não-linearidade é provida pela contribuição dinâmica. Denomina-se esta nova curva como nRPN dinâmico ( $nRPN_{DYN}$ ).

$$\Gamma_{DYN}^{\#}(P, T, \omega) \triangleq \left(\Gamma^{\#}(P, T, \omega) - \Gamma_{STAT}^{\#}(P, T, \omega)\right) + \Gamma(G, T, \omega) \quad (3.12)$$

A Figura 3.3 mostra um gráfico típico contendo as quatro curvas aqui apresentadas (RPN, nRPN,  $nRPN_{STAT}$  e  $nRPN_{DYN}$ ).



**Figura 3.3:** Curvas do RPN e nRPN,  $nRPN_{STAT}$  e  $nRPN_{DYN}$  para um sistema com ambos os tipos de não-linearidade. Cabe ressaltar que tanto eixo da abcissa quanto da ordenada estão em escala logarítmica.

O conhecimento das parcelas estática e dinâmica é igualmente importante ao conhecimento da não-linearidade total, pois permite a escolha do tipo de controlador não-linear quando este for realmente necessário. Sistemas que apresentam apenas elevado grau de não-linearidade estática podem ser controlados utilizando um compensador de ganhos, conhecido como *Gain-Scheduling*. Já sistemas que apresentem ambos tipos de não-linearidade pronunciados, necessitam de controladores capazes de compensar ambas as variações, como por exemplo preditivos não-lineares (NMPC). Os controladores que compensam tanto a variação estática quanto dinâmica são mais onerosos que controladores que compensam apenas a estática ou dinâmica, que por sua vez são mais caros que controladores lineares.

Evidencia-se aqui mais uma potencialidade da metodologia: a determinação dos graus de não-linearidade estática e dinâmica, permitindo a decisão não só se um controlador não-linear é necessário, mas também as características que este deve apresentar. Maiores informações sobre estes controladores industriais podem ser encontradas no Apêndice B.

### 3.2.6 – nRPN índices

Nesta seção apresenta-se a definição dos índices numéricos que visam tornar a análise do grau de não-linearidade automática. Cabe ressaltar que a criação de índices não substitui totalmente a análise gráfica, que fornece uma idéia mais definida sobre o grau de não-linearidade total e as frequências mais críticas de operação.

A idéia principal baseia-se em capturar a distância entre as curvas, levando-se em conta todas as frequências. Assim, optou-se pela diferença relativa entre as áreas. A partir da área sobre cada curva

$$\begin{aligned}
 A_{RPN} &= \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \Gamma(G, T, \omega) d \log \omega \\
 A_{nRPN} &= \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \Gamma^{\#}(P, T, \omega) d \log \omega \\
 A_{nRPN\_STAT} &= \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \Gamma_{STAT}^{\#}(P, T, \omega) d \log \omega \\
 A_{nRPN\_DYN} &= \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \Gamma_{DYN}^{\#}(P, T, \omega) d \log \omega
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

definem-se os índices referentes ao RPN não-linear.

$$\begin{aligned}
 nRPN &= \log_{10} \left( \frac{A_{nRPN} - A_{RPN}}{A_{RPN}} \right) \\
 nRPN_{STAT} &= \log_{10} \left( \frac{A_{nRPN\_STAT} - A_{RPN}}{A_{RPN}} \right) \\
 nRPN_{DYN} &= \log_{10} \left( \frac{A_{nRPN\_DYN} - A_{RPN}}{A_{RPN}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Onde cada índice numérico corresponde a referida curva.

Utiliza-se o logaritmo das diferenças para tornar os valores mais fáceis de serem analisados, pois comumente se teria valores da ordem de  $10^3$  ou  $10^4$ .

Quando o nRPN apresentar valores inferiores à unidade, o sistema é linear. Nesta situação, a perda de desempenho de um controlador linear acarretada pela não-linearidade do processo é irrisória, sendo um controlador linear aconselhado. Para valores superiores a 2, o sistema é totalmente não-linear, obrigando a utilização de um controlador não-linear. Neste caso, um controlador linear teria seu desempenho muito prejudicado, podendo ser instável para certas

regiões de operação. Para valores de  $nRPN$  entre 1 e 2 ocorre visível perda de desempenho por um controlador linear, mas este pode ser aplicado. A decisão sobre o controlador indicado cabe ao engenheiro que deve determinar se a perda de performance por um controlador linear é significativa para seu processo. As fronteiras indicativas foram obtidas mediante aplicação da metodologia em um conjunto significativo de casos de estudo.

Os índices auxiliam também a decisão sobre o tipo de controlador não-linear a ser empregado. Quando  $nRPN_{STAT} \gg nRPN_{DYN}$  um controlador com compensação estática da não-linearidade será suficiente para se atingir bons desempenhos em malha fechada. Por outro lado, quando  $nRPN_{DYN} \gg nRPN_{STAT}$ , um controlador que compense a variação de dinâmica deve ser aplicado. Caso ambos os índices forem consideráveis, um controlador não-linear que compense tanto a variação estática quanto dinâmica deve ser empregado.

### **3.3- Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições do processo**

Mesmo que o sistema não apresente nenhuma limitação associada às suas características intrínsecas, isto é fatores de fase não-mínima, em plantas industriais, observa-se que os controladores não têm um desempenho extremamente rápido, isto é, tendo uma velocidade muito superior em relação à malha aberta. Uma das limitações encontradas em plantas industriais é a restrição imposta às variáveis manipuladas que não podem assumir valores quaisquer, por questões de segurança, limitação do equipamento, entre outras razões.

Na maioria dos controladores industriais normalmente insere-se, além dos limites máximos e mínimos das variáveis manipuladas, as máximas variações, isto é, a variação máxima que cada variável pode ter em relação ao movimento anterior, para evitar movimentos bruscos.

Na literatura não se encontrou nenhum algoritmo que considerasse a saturação das variáveis manipuladas no desempenho alcançável. Assim, desenvolveu-se um algoritmo, baseado no conceito do controlador preditivo linear MPC (Ogunnaike e Ray, 1994).

O algoritmo considera que o sistema é controlado utilizando um controlador MPC, inicialmente sem restrições tanto nas variáveis manipuladas quanto controladas. Calculam-se as ações de controle necessárias para atingir o desempenho desejado, isto é, para a saída do processo seguir sua trajetória de referência. Subseqüentemente, alteram-se os tempos de subida da trajetória de referência de cada canal, verificando se nenhuma das restrições das variáveis manipuladas foi infringida. A velocidade referente a cada canal é alterada até que uma ou mais restrições sejam transgredidas.

O algoritmo proposto nesta dissertação não só considera como restrições os valores máximo ( $u_{MAX}$ ) e mínimo ( $u_{MIN}$ ) das variáveis manipuladas, mas também sua taxa de variação positiva ( $du_{MAX}$ ) e negativa ( $du_{MIN}$ ), as máximas variações das variáveis controladas que não sofrem variação de *setpoint* ( $\hat{y}_{MAX}$  e  $\hat{y}_{MIN}$ ), além do peso de importância de cada um dos  $i$  canais ( $\omega_i$ ).

Para determinação do desempenho alcançável do processo, considerando as restrições das variáveis manipuladas, necessita-se do distúrbio típico que ocorre na planta, selecionando as variáveis controladas que sofrem variação de *setpoint* e as que o tem fixo. O ajuste dos controladores para uma planta sempre envolve muitas malhas que terão *setpoint* fixo durante toda operação, por exemplo malhas de segurança. O engenheiro de controle, ao sintonizar outras malhas, geralmente verifica se o distúrbio imposto nas malhas de *setpoint* fixo pela mudança de *setpoint* das demais malhas não é grande, aceitando um valor máximo. Se uma determinada malha impactar exageradamente, o desempenho deste controlador é reduzido até causar uma menor variação nas malhas de *setpoint* fixo. Entretanto, não há um algoritmo que permita a determinação da máxima velocidade de uma malha onde o *setpoint* sofre alteração, respeitando o limites de variação para as malhas que não sofrem mudança no *setpoint*. Assim, além de considerar os limites nas variáveis manipuladas, este algoritmo também utiliza no cálculo a máxima variação aceita para as malhas que não sofrem alteração no *setpoint* ( $\hat{y}_{MAX}$  e  $\hat{y}_{MIN}$ ).

Este algoritmo permite também atribuir pesos às malhas que se deseja maior desempenho. No ajuste de malhas, normalmente deseja-se que certas malhas apresentem melhor performance que outras, isto é, aumenta-se o desempenho de certas malhas em detrimento às demais.

A determinação do desempenho alcançável considerando as restrições nas variáveis manipuladas envolve a solução de um problema de minimização da norma  $L_\infty$ , onde se deseja minimizar a constante de tempo da trajetória de referência mais lenta, respeitando as restrições do processo.

$$\begin{aligned}
 & \min(\max(\omega_i \tau_i)) \\
 & \tau_i \\
 & \text{sujeito} \\
 & u = (\beta^T \cdot \beta) \beta^T \cdot t_{ref} \\
 & u_{1,MIN} \leq u_1 \leq u_{1,MAX} \\
 & \vdots \\
 & u_{n,MIN} \leq u_n \leq u_{n,MAX} \\
 & du_{1,MIN} \leq du_1 \leq du_{1,MAX} \\
 & \vdots \\
 & du_{n,MIN} \leq du_n \leq du_{n,MAX} \\
 & d\hat{y}_{1,MIN} \leq d\hat{y}_1 \leq d\hat{y}_{1,MAX} \\
 & \vdots \\
 & d\hat{y}_{m,MIN} \leq d\hat{y}_m \leq d\hat{y}_{m,MAX}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

onde:  $\tau_i$  é a constante de tempo para cada uma das trajetórias de referência para as saídas dos  $n$  canais

$\omega_i$  é o peso de cada um dos canais.



$u$ : representa a variação para cada uma das variáveis manipuladas, descontada do valor base.

$\beta$ : matriz dinâmica, representa a resposta ao degrau, para cada amostragem ao longo de um determinado tempo. A completa descrição e construção da referida matriz está disposta no Apêndice A (Equação A.4).

$t_{ref}$ : resposta ao degrau unitário para matriz de transferência diagonal, com ganho de cada canal  $i$  igual à unidade e constante de tempo igual à  $\omega_i$ .

$u_n$ ,  $u_{n,MAX}$  e  $u_{n,MIN}$  representam as variáveis manipuladas, seus valores atual, máximo e mínimo, respectivamente, descontados do valor base.

$du_n$ ,  $du_{n,MAX}$  e  $du_{n,MIN}$  representam a taxa de variação das variáveis manipuladas, seus valores atual, positivo e negativo, respectivamente, descontados do valor base.

$\hat{y}_n$ ,  $\hat{y}_{n,MAX}$  e  $\hat{y}_{n,MIN}$  representam os valores extremos das variáveis controladas que não sofrem alteração no *setpoint*, seus valores atual, máximo e mínimo permitidos, respectivamente.

Para a determinação do desempenho alcançável, deve-se conhecer os valores limítrofes das variáveis manipuladas, suas máximas variações, seu valor normal de operação, a variação típica de *setpoint* para cada canal, o desempenho desejado para cada canal, além do modelo linear referente à planta no ponto de operação em estudo.

Para exemplificar as potencialidades deste algoritmo, dois exemplos serão apresentados. No primeiro, considere um sistema SISO, representado pela função de transferência

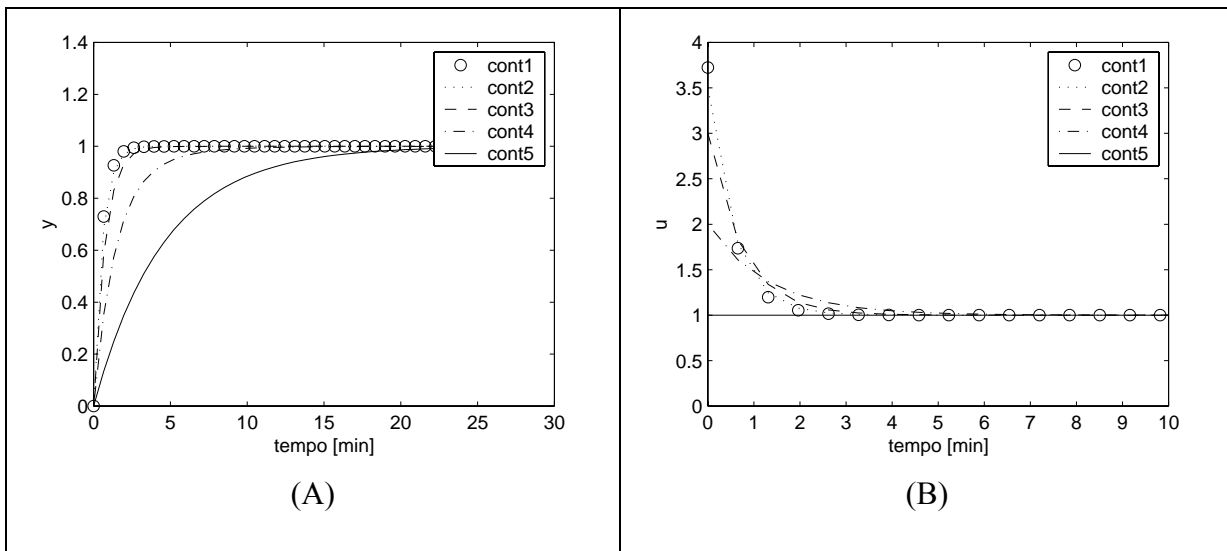
$$G(s) = \frac{1}{3s+1}. \quad (3.16)$$

Deseja-se que a constante de tempo em malha fechada seja de 0,5 minuto (considere a unidade da constante de tempo como minutos), para uma variação de *setpoint* unitária. Para atingir este desempenho, o controlador deve fazer uma variação positiva de 3,72 unidades na variável manipulada, depois reduzindo o valor desta variável para a unidade. Para o presente estudo, propõe-se diferentes valores para as restrições da variáveis manipuladas, conforme mostrado na Tabela 3.1.

A Figura 3.4 mostra o desempenho alcançável para cada um dos controladores: (A) variável controlada e (B) manipulada.

**Tabela 3.1:** Restrições nas variáveis manipuladas para o cálculo do desempenho alcançável

Controlador	$u_{\max}$	$u_{\min}$	$du_{\max}$	$du_{\min}$
1	4	-4	4	-4
2	3,5	-3,5	3,5	-3,5
3	3	-3	3	-3
4	2	-2	2	-2
5	1	-1	1	-1

**Figura 3.4:** Desempenho alcançável para controladores com diferentes restrições nas variáveis manipuladas - (A) variáveis controladas e (B) variáveis manipuladas

A partir da Figura 3.4, pode-se observar que o controlador vai perdendo desempenho à medida que a variável manipulada se torna mais restrita. O controlador 1 permite uma variação maior que a necessária para atingir o desempenho desejado, permitindo que o controlador o atinja. Nos demais controladores, a variável manipulada satura, causando limitação no desempenho da malha, sendo tão mais lenta, quanto mais restritas as variáveis. Para o último controlador, a velocidade da malha fechada foi igual à malha aberta.

Para mostrar as demais potencialidades da metodologia, considere agora um sistema representado pela seguinte matriz de transferência:

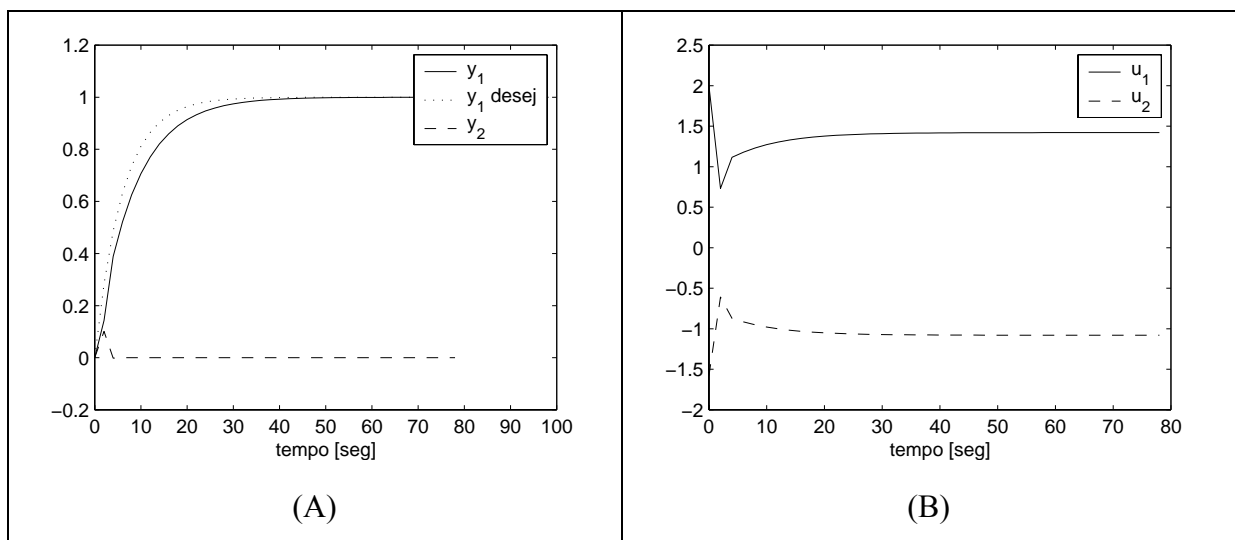
$$G = \begin{bmatrix} \frac{2.3}{3s+1} & \frac{2.1}{2s+1} \\ \frac{1.9}{3.5s+1} & \frac{2.5}{4s+1} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Deseja-se que ambos os canais apresentem tempo de subida de 10 segundos (considere a constante de tempo da matriz de transferência expressa em segundos). A Tabela 3.2 mostra os valores limites para as variáveis manipuladas.

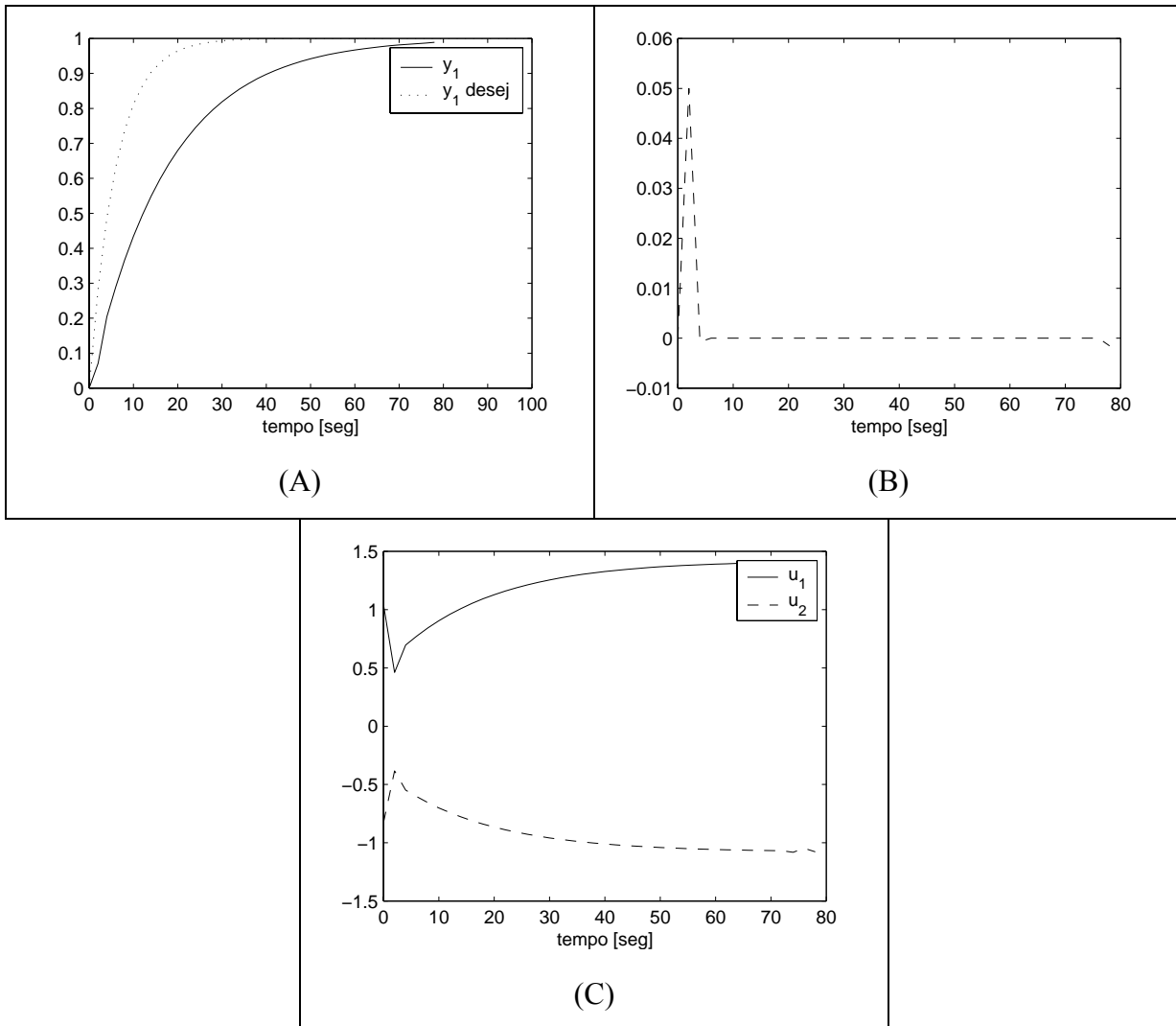
**Tabela 3.2:** Limites das variáveis manipuladas para o teste do algoritmo que considera a restrição das variáveis manipuladas no desempenho alcançável

Variável	$u_{\max}$	$u_{\min}$	$du_{\max}$	$du_{\min}$
$u_1$	2	-2	2	-2
$u_2$	2	-2	2	-2

No primeiro teste, a primeira variável controlada ( $y_1$ ) sofre uma alteração unitária em seu *setpoint*, enquanto que a segunda ( $y_2$ ) deve ser mantida constante (em zero), permitindo uma variação absoluta máxima de 0,20. A Figura 3.5 (A) mostra o desempenho alcançável para as variáveis controladas  $y_1$  e  $y_2$  e o desempenho desejado para a saída  $y_1$  e (B) as respectivas variáveis manipuladas ( $u_1$  e  $u_2$ ).

**Figura 3.5:** Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições nas variáveis manipuladas para sistema MIMO, ocorrendo saturação em  $u_1$  - (A) variáveis controladas e (B) variáveis manipuladas

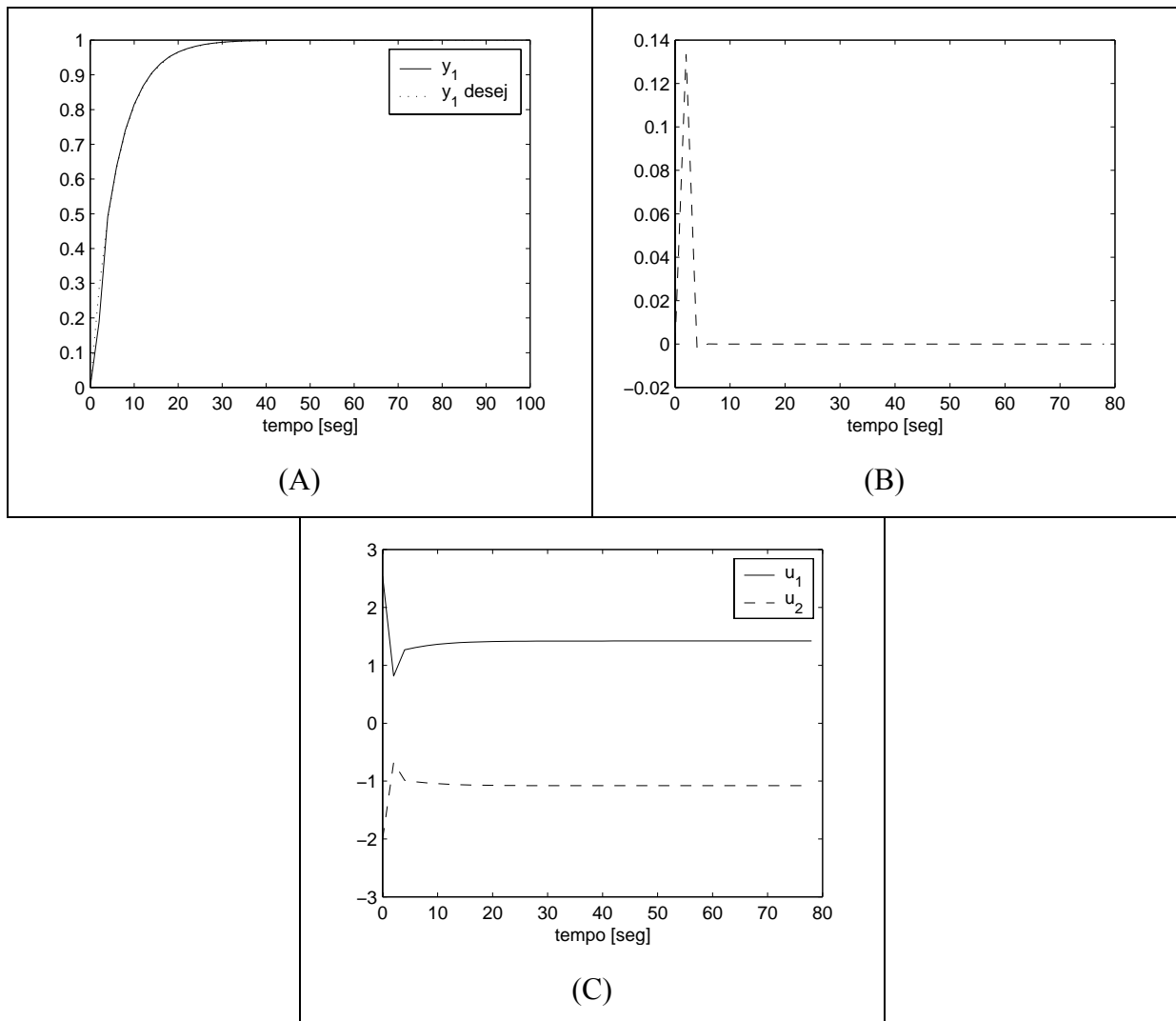
Observa-se que o desempenho alcançável foi menor que o desejado, limitado pela saturação primeira variável manipulada ( $u_1$ ). A variação da variável  $y_2$  foi aproximadamente de 0,1. Supondo agora que esta variação esteja acima da aceitável, sendo permitido apenas 0,05. A Figura 3.6 (A) mostra o desempenho alcançável para a primeira variável controlada ( $y_1$ ) e o respectivo desempenho desejado, (B) a segunda variável controlada ( $y_2$ ), cujo *setpoint* é mantido constante e (C) as variáveis manipuladas.



**Figura 3.6:** Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições nas variáveis manipuladas para sistema MIMO, ocorrendo saturação na variação de  $y_2$  - (A) variável controlada 1, (B) variável controlada 2 e (C) variáveis manipuladas

Observa-se na Figura 3.6 que o controlador não utilizou totalmente a variável manipulada, como no teste anterior. Além disso, o desempenho alcançável agora é menor, visto que a saída 2 ( $y_2$ ) atingiu o valor máximo permitido durante o seu transiente.

Tornando agora a primeira variável manipulada menos restrita, fazendo seu valor superior e sua máxima variação iguais a 4 e permitindo variação de novamente 0,2 em  $y_2$ , o sistema deve apresentar um melhor desempenho alcançável, visto que a variável que o impedia de ser mais rápido no primeiro teste, teve seu valor aumentado. Na Figura 3.7 são apresentados (A) o desempenho alcançável para a primeira variável controlada ( $y_1$ ) e o respectivo desempenho desejado, (B) a segunda variável controlada ( $y_2$ ), cujo *setpoint* é mantido constante e (C) as variáveis manipuladas.



**Figura 3.7:** Determinação do desempenho alcançável considerando as restrições nas variáveis manipuladas para sistema MIMO, ocorrendo saturação em  $u_2$  - (A) variável controlada 1, (B) variável controlada 2 e (C) variáveis manipuladas

Verifica-se na Figura 3.7 que o desempenho desejado foi muito próximo do alcançável, sendo restrito pela variável manipulada  $u_2$ , que saturou em seu valor mínimo. Comparando com os testes anteriores, este controlador foi o mais rápido.

A partir dos testes anteriores, a flexibilidade do algoritmo proposto pôde ser verificada. Este permite a direta comparação do desempenho desejado com o alcançável, considerando as restrições nas variáveis manipuladas, além de permitir determinar a região de operação aceita, para as variáveis que não sofrem variação no *setpoint*.

### 3.4– Bibliografia

BOYD, S., P., GHAOUI, L., E., FERON, E., BALAKRISHNAN, V.; *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia. 1994.

BRAATZ, R., D., MORARI, M.; Minimizing the Euclidian Condition Number. *J. Control and Optimization* 32(6), pág 1763-1768. 1994

LEVINE, W. S.; *The Control Handbook*. CRC Press. 1996

OGUNNAIKE, A., RAY, W., H.; *Process Dynamics, Modelling and Control*. Oxford University Press, 1994.

TRIERWEILER, J., O.; *A Systematic Approach to Control Structure Design*. Tese de Doutorado. Universidade de Dortmund. 1997.

# Capítulo 4

## Estudo de Casos

Neste capítulo, um conjunto de casos de estudo terá seu grau de não-linearidade determinado, utilizando a metodologia nRPN.

Os exemplos aqui elucidados são de processos comuns em plantas químicas, cujo grau de não-linearidade é qualitativamente conhecido. Os controladores adequados para cada caso serão empregados, tendo seu desempenho em cada exemplo comparado com um controlador linear.

O primeiro exemplo apresentado é um reator de neutralização, cuja não-linearidade já foi fruto de alguns trabalhos encontrados na literatura. No segundo exemplo, o grau de não-linearidade do reator de Van de Vusse, cujo ganho apresenta alteração de sinal, será determinado. O terceiro caso de estudo apresenta um reator de mistura com múltiplos estados estacionários. Nos três exemplos, a não-linearidade será quantificada para diferentes regiões de operação, sendo as previsões comprovadas em simulações em malha fechada utilizando o modelo não-linear de cada processo, utilizando os controladores indicados na análise de não-linearidade.

### 4.1– Caso estudado I – reator de neutralização

O controle de pH em reatores de neutralização tem recebido grande atenção na literatura devido sua larga utilização industrial e difícil controlabilidade (Klatt e Engell, 1996 e Narayanan, Kryshnaswamy e Rangaiah, 1998). Evidencia-se sua complexidade devido à resposta extremamente não-linear à adição de reagentes e à escala de variação de vazão que se modifica mais de 1000 vezes para diferentes pontos de operação.

O controle de pH é muito comum em processos como tratamento de efluentes, onde o pH do efluente é geralmente aumentado com hidróxido de cálcio (CaOH).

Desta forma, muitos controladores de pH trabalham insatisfatoriamente, apresentando instabilidade em algumas regiões de operação ou resposta extremamente lenta para outras. Muitos autores têm estudado este assunto e proposto controladores não-lineares (Klatt e Engell, 1996) para o controle da unidade. Narayanan, Kryshnaswamy e Rangaiah (1998) fazem uma revisão bibliográfica sobre outras formas de representar este sistema, em lugar do pH, resultado em um sistema de menor não-linearidade.

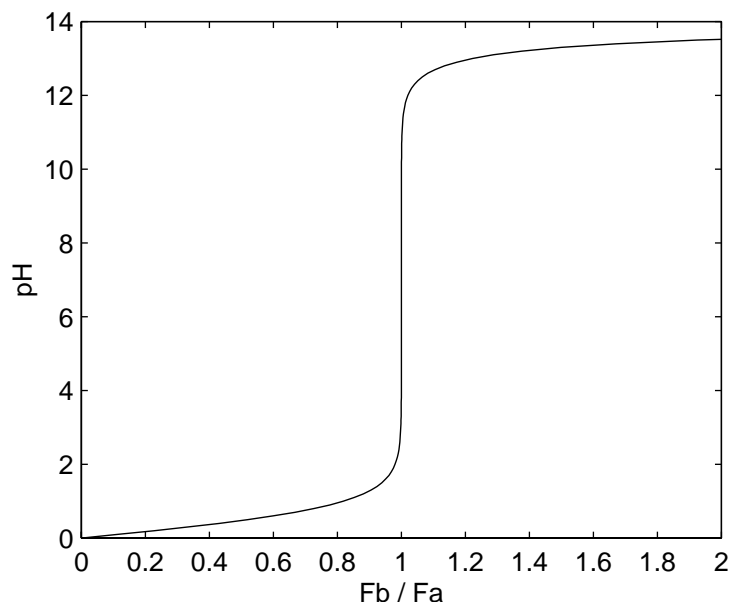
A formulação utilizada neste estudo é a comumente encontrada nos reatores industriais. Klatt e Engell (1996) propõe uma metodologia alternativa, cuja variável medida seria a diferença de concentração entre os íons  $H^+$  e  $OH^-$ . Esta abordagem torna o problema praticamente linear. Utilizou-se a formulação clássica, pois este é um exemplo cujas características dinâmicas são um valioso teste aos índices propostos neste trabalho. A utilização da formulação alternativa não traria benefícios a este estudo, pois um controlador linear se aplicaria em toda a região de operação.

#### 4.1.1 – Descrição do sistema

O valor do pH é uma função da concentração do íon hidrogênio ( $H^+$ ) no sistema.

$$pH = -\log_{10}[H^+] \quad (4.1)$$

A resposta do sistema frente a variação da concentração do íon hidrogênio é dada pela curva de titulação, mostrada na Figura 4.1. A presente figura apresenta a curva de titulação para ácido e base fortes.

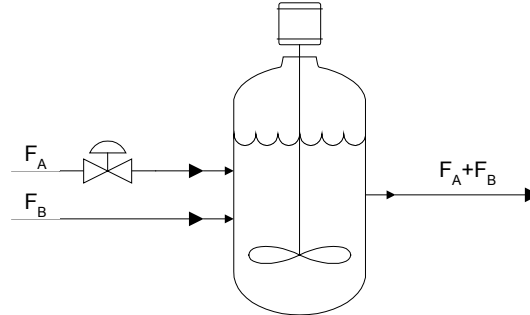


**Figura 4.1:** Curva de titulação para mistura de ácido e base fortes – pH em função da razão entre as vazões de base ( $F_b$ ) e ácido ( $F_a$ )

A unidade de controle de pH é composta por um reator de neutralização, modelado como um CSTR, sendo alimentado por uma corrente alcalina de vazões e concentrações variantes no



tempo (distúrbios) e por outra corrente ácida de composição fixa e vazão variável (variável manipulada). Objetiva-se o controle do pH na saída do reator. A Figura 4.2 mostra a representação do sistema de neutralização.



**Figura 4.2:** Representação esquemática do reator de neutralização

O modelo fenomenológico da unidade é dado por

$$\dot{x}_1 = \frac{(1 + I_T(x_1))(F_B - I_T(x_1)F_A)}{V_R \frac{\partial I_T(x_1)}{\partial x_1}} \quad (4.2)$$

$$y = x_1 = pH$$

onde  $F_A$  e  $F_B$  representam respectivamente as vazões da corrente ácida e alcalina,  $V_R$  o volume do reator e  $I_T$  o inverso da curva de titulação. No caso de uma reação onde são envolvidos apenas ácidos e bases fortes,  $I_T$  é dado por

$$I_T = \frac{F_B}{F_A}(pH) = \frac{10^{-pH} - K_w 10^{pH} - C_{A0}}{10^{-pH} - K_w 10^{pH} + C_{B0}} \quad (4.3)$$

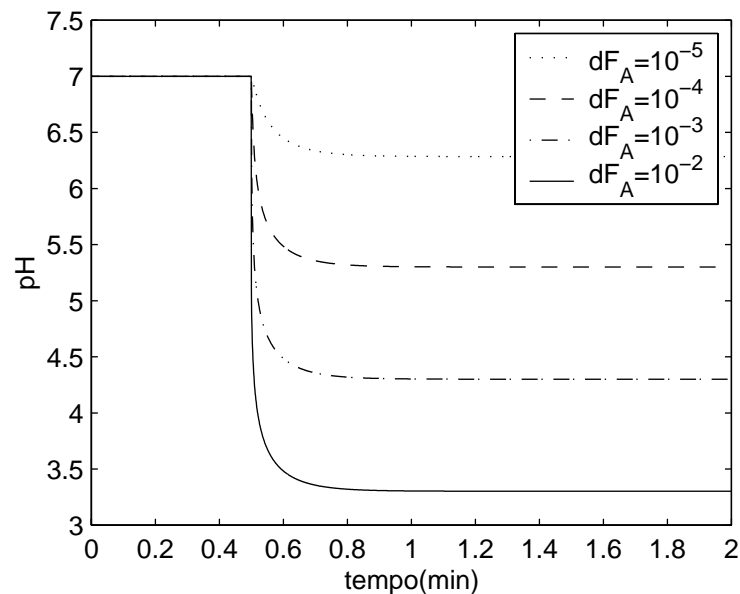
onde  $C_{A0}$  e  $C_{B0}$  representam respectivamente as concentrações de entrada da corrente ácida e básica, e  $K_w$  é a constante de dissociação da água. A Tabela 4.1 mostra o valor das constantes físicas do reator:

**Tabela 4.1:** Constantes físicas do reator de neutralização

Constante	Valor	Unidade
$K_w$	$10^{-14}$	$\text{kgmol}^2 \cdot \text{m}^{-6}$
$C_{A0}$ e $C_{B0}$	0,1	$\text{kgmol} \cdot \text{m}^{-3}$
$V_R$	1	$\text{m}^3$

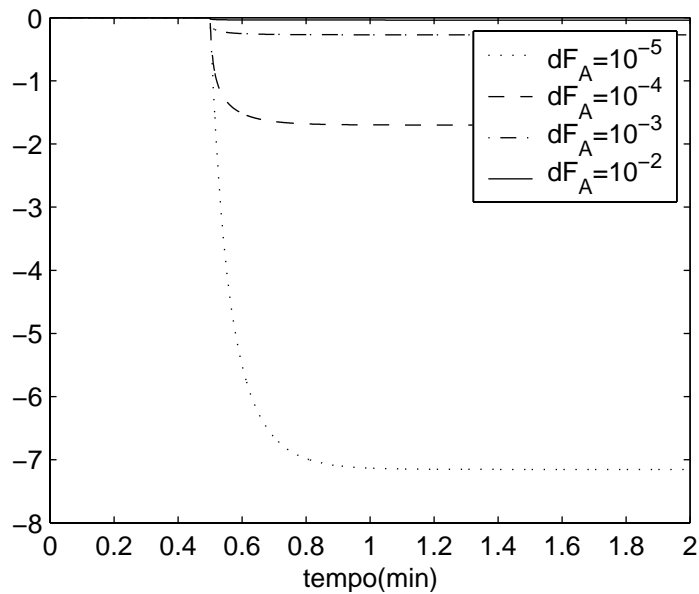
### 4.1.2 – Determinação do grau de não-linearidade

Inicialmente realizou-se uma análise qualitativa para evidenciar o comportamento não-linear do sistema. Procederam-se distúrbios em malha aberta do tipo degrau na variável manipulada (vazão da corrente ácida,  $F_A$ ) e observou-se o comportamento da variável controlada (pH). A Figura 4.3 mostra o comportamento do sistema para diferentes variações em  $F_A$ . A magnitude de cada degrau imposto ao sistema ( $dF_A$ ), está exposta na legenda do gráfico.



**Figura 4.3:** Resposta do reator de neutralização para distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente ácida

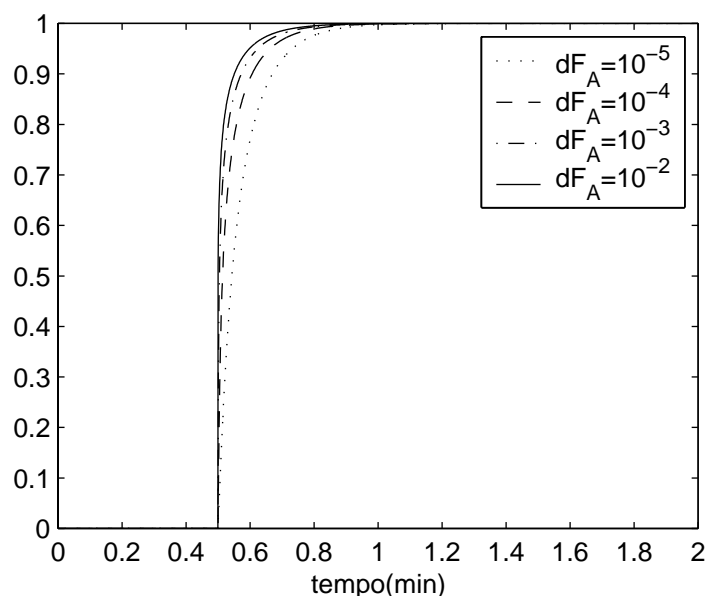
Posteriormente, normalizou-se cada curva frente ao distúrbio imposto, conforme mostrado na Figura 4.4.



**Figura 4.4:** Resposta normalizada frente ao degrau aplicado para o reator de neutralização - distúrbios do tipo degrau na vazão da corrente ácida

Se o sistema fosse linear, todas as curvas se sobreporiam. Entretanto, observa-se que as curvas não se sobrepõem, mostrando que o sistema é não-linear. Além disso, pode-se observar que, à medida que o sistema se afasta do ponto de operação nominal (pH=7), a não-linearidade do sistema torna-se mais pronunciada, pois são necessários degraus de maior magnitude para produzir a mesma variação que a obtida no caso de pH próximo a 7.

Segundo Klatt e Engell (1996) a não-linearidade deste sistema é preponderantemente estática, isto é, ocorre apenas variação significativa no ganho do sistema. A Figura 4.5 mostra o gráfico das curvas normalizadas frente aos respectivos ganhos.



**Figura 4.5:** Curvas de pH normalizadas frente ao respectivo ganho

Observa-se que estão praticamente sobrepostas, ratificando a hipótese de que a não-linearidade do sistema é apenas estática.

Baseado nestas discussões, espera-se que a metodologia nRPN reflita um sistema cuja não-linearidade varia abruptamente à medida que o sistema se afasta da neutralidade. Além disso, espera-se que o índice reflita a não-linearidade puramente estática.

Para determinação do grau de não-linearidade necessita-se de um conjunto de modelos lineares, para diferentes pontos de operação. Aproximando o sistema como uma função de transferência de primeira ordem que relaciona a variável manipulada ( $F_A$ ) com a variável controlada (pH)

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (4.4)$$

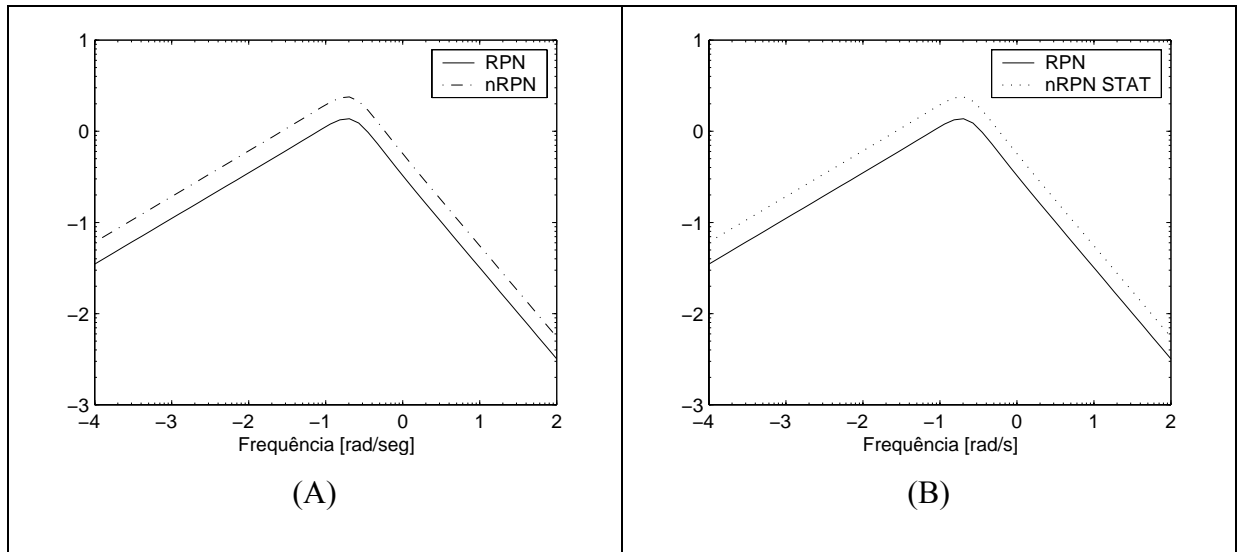
onde K é o ganho e  $\tau$  a constante de tempo (min) do sistema. A Tabela 4.2 mostra o ganho e a constante de tempo para alguns pontos de operação.

**Tabela 4.2:** Representação do ganho e constante de tempo ( $\tau$ ) para o reator de neutralização

Ponto de operação	K	$\tau$ (min)
pH=3	$-2,2 \cdot 10^2$	0,0943
pH=5	$-2,2 \cdot 10^4$	0,0943
pH=6.5	$-6,2 \cdot 10^5$	0,0943
pH=7	$-1,1 \cdot 10^6$	0,0943

Na primeira análise do grau de não-linearidade do sistema, considerou-se que a região de operação ( $OR_i$ ) continha apenas 2 pontos de operação equivalentes aos pH = 7 e pH = 6.5. A Figura 4.6 (A) mostra as curvas do RPN e nRPN. A Figura 4.6 (B) mostra as curvas do nRPN<sub>STAT</sub> e RPN para o sistema. Para a presente análise utilizou-se como modelo nominal pH = 7, e desempenho desejado de 0,17 minutos de tempo de subida e 5% de *overshoot*.

Os gráficos da metodologia nRPN expostos neste capítulo apresentam tanto o eixo da abscissa quanto da ordenada em escala logarítmica, onde os números que compõe estes eixos representam dez elevado ao respectivo valor. Isto é, entenda por exemplo -3 como  $10^{-3}$ .

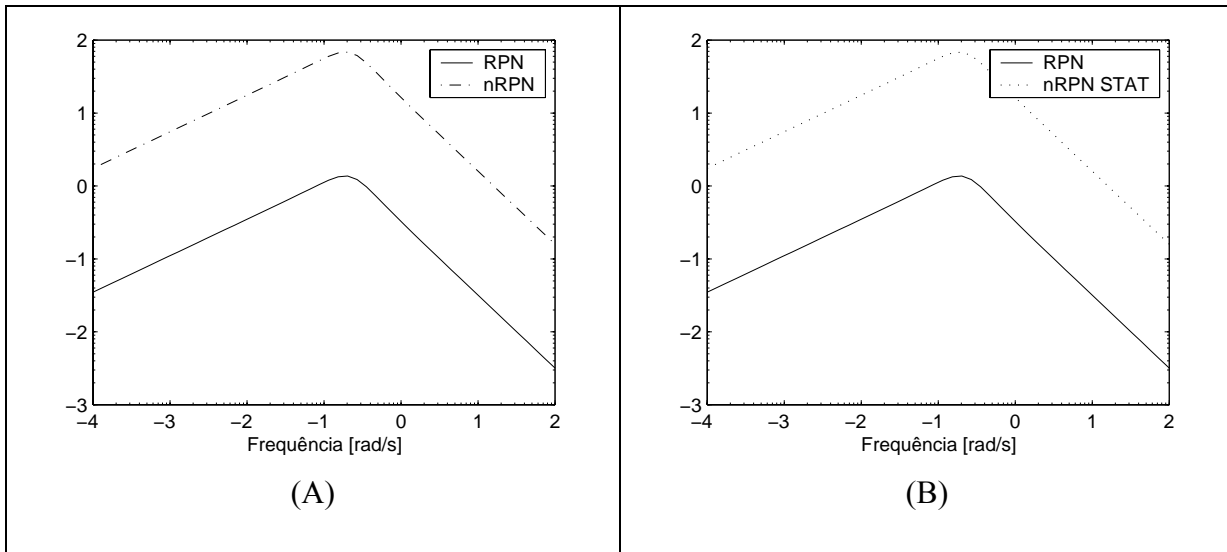


**Figura 4.6:** Gráficos do (A) RPN e nRPN e (B) RPN e nRPN<sub>STAT</sub> para o reator de neutralização operando em OR<sub>1</sub>. Vale ressaltar que ambos os eixos estão em escala logarítmica.

A partir das curvas da Figura 4.6, observa-se que o sistema apresenta pequeno grau de não-linearidade. Além disso, as curvas do nRPN e nRPN<sub>STAT</sub> são iguais, evidenciando que o sistema apresenta apenas não-linearidade estática. O tipo de controlador indicado para o reator de neutralização operando nesta região de operação é linear, por exemplo PI.

A análise dos índices numéricos será feita ao final para todas as regiões propostas. Esta análise permite determinar o controlador adequado para cada região mais facilmente.

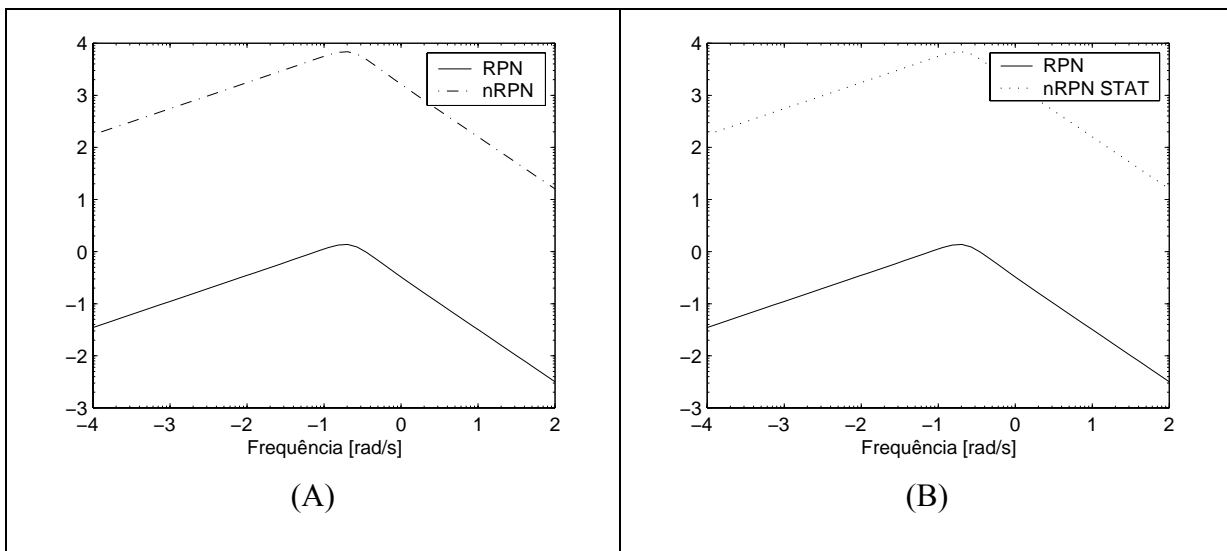
Na segunda região de operação estudada (OR<sub>2</sub>), o sistema possui os mesmos modelos da região anterior, adicionando ao conjunto de modelos o correspondente ao pH = 5. Procedese a mesma análise que OR<sub>1</sub>, incluindo o mesmo desempenho desejado para o sistema, mostrada na Figura 4.7.



**Figura 4.7:** Gráficos do (A) RPN e nRPN e (B) RPN e nRPN<sub>STAT</sub> para o reator de neutralização operando em OR<sub>2</sub>

A partir da Figura 4.7, pode-se verificar que o grau de não-linearidade de OR<sub>2</sub> é superior a OR<sub>1</sub>. Neste caso, o sistema encontra-se numa região onde a não-linearidade é intermediária, onde um controlador linear funcionará, porém com visível perda de desempenho. Novamente observa-se que a totalidade do grau de não-linearidade é provida pela contribuição estática, pois as curvas do nRPN e do nRPN<sub>STAT</sub> são iguais.

A terceira região de operação (OR<sub>3</sub>) possui os mesmos modelos de OR<sub>2</sub>, acrescida do modelo equivalente ao pH = 3. A Figura 4.8 (A) mostra as curvas do RPN e nRPN enquanto que em (B) as curvas do nRPN<sub>STAT</sub> e RPN para o sistema.



**Figura 4.8:** Gráficos do (A) RPN e nRPN e (B) RPN e nRPN<sub>STAT</sub> para o reator de neutralização operando em OR<sub>3</sub>

O grau de não-linearidade presente em OR<sub>3</sub>, conforme mostrado na Figura 4.8, é bastante elevado, muito superior às demais regiões de operação. Além disso, este é composto exclusivamente de não-linearidade estática.

A Tabela 4.3 mostra os índices do nRPN para as três regiões de operação.

**Tabela 4.3:** Índices do nRPN para o reator de neutralização nas três regiões de operação

Índice	nRPN	nRPN <sub>STAT</sub>	nRPN <sub>DYN</sub>
OR <sub>1</sub>	-0,13	-0,13	< -1
OR <sub>2</sub>	1,69	1,69	< -1
OR <sub>3</sub>	3,66	3,66	< -1

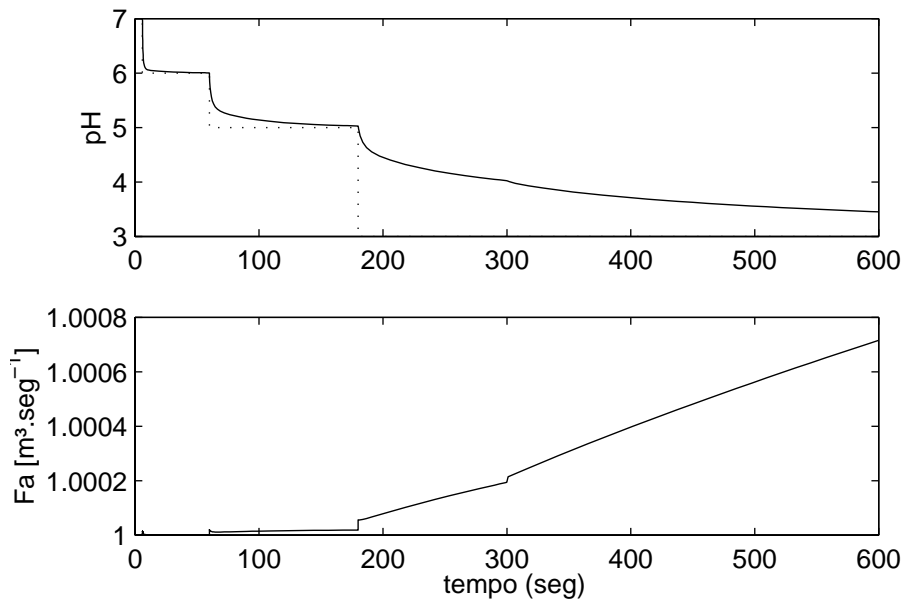
A partir da Tabela 4.3 pode-se observar que o índice refletiu perfeitamente o comportamento observado no início do capítulo, indicando que o sistema apresenta não-linearidade estática preponderante, em relação à dinâmica.

Baseado nos índices da Tabela 4.3, pode-se afirmar que o controlador adequado para a região de operação 1 é linear. Para a região 2 pode-se aplicar um controlador linear, porém haverá visível perda de desempenho. Já para a região 3 um controlador não-linear deve ser aplicado, devido ao alto grau de não-linearidade. Neste caso um controlador linear teria desempenho sofrível. O controlador indicado para esta região de operação é do tipo *Gain-Scheduling* com pura compensação do ganho estático, pois o sistema apresenta apenas não-linearidade estática.

### **4.1.3 – Aplicação do controlador indicado para o reator de neutralização**

Visando ratificar os resultados da metodologia nRPN expostos anteriormente, submeteu-se o sistema de neutralização a diferentes tipos de controladores linear e não-linear, verificando a validade de cada um deles.

A Figura 4.9 mostra o desempenho de um controlador PI (proporcional-integral) ajustado para o ponto de operação nominal (pH = 7), utilizando o método IMC (Marlin, 1995).



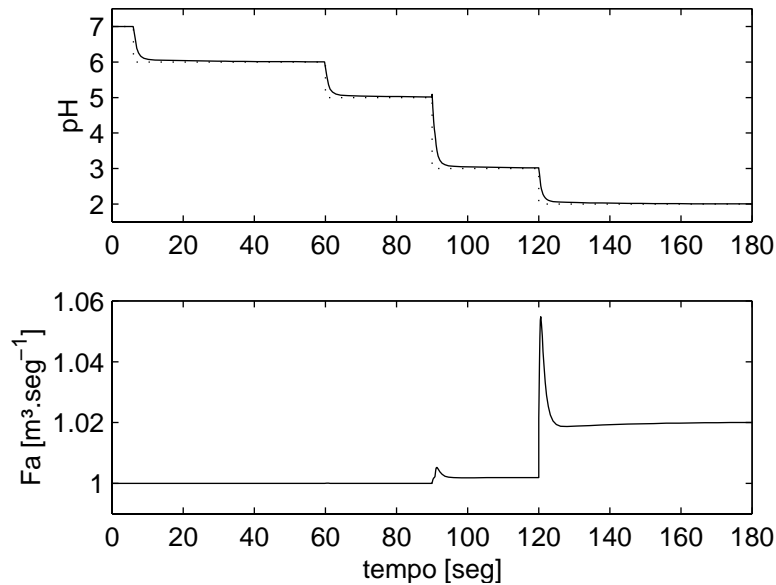
**Figura 4.9:** Controlador PI aplicado ao reator de neutralização

Observa-se que o controlador mostra-se adequado para o sistema na região no entorno do  $\text{pH} = 7$  (até tempo 60 segundos). Posteriormente na mudança para  $\text{pH} = 5$  o controlador apresentou bom desempenho, mas houve visível perda em relação à região anterior. Já a mudança para  $\text{pH} = 3$  o controlador apresentou desempenho muito ruim em relação às antigas mudanças de *setpoint*. Estes resultados ratificam as conclusões obtidas a partir da metodologia nRPN.

O controlador adequado, cuja não-linearidade não seria sentida em nenhuma região de operação estudada deve compensar a variação estática do sistema. Neste caso, um controlador do tipo *Gain-Scheduling* será aplicado. A Figura 4.10 mostra a aplicação deste controlador no presente sistema, para as mesmas mudanças de *setpoint*.

O controlador *Gain-Scheduling* implementado considera apenas a variação estática do sistema, adotando uma dinâmica fixa para todos os pontos de operação. O controlador utilizado era do tipo PI, tendo seu ganho atualizado pelo  $\text{pH}$  do reator. Este ganho foi identificado para os valores de  $\text{pH}$  inteiros (1 a 7), sendo interpolado para os demais pontos de operação utilizando *splines* (Engeln-Müllges e Reutter, 1996).





**Figura 4.10:** Aplicação do controlador tipo *Gain-Scheduling* no reator de neutralização

A aplicação do controlador não-linear no presente sistema mostrou-se totalmente adequada, tendo o mesmo desempenho para todas regiões de operação. Novamente a predição do controlador feita pela metodologia nRPN foi correta para todas as regiões de operação aqui estudadas.

## 4.2– Caso estudado II – Reator de Van de Vusse

Reatores são a peça principal de muitas unidades químicas e petroquímicas. De sua correta operação depende a viabilidade do processo, devendo assim seu projeto de controle ser realizado cuidadosamente. Entretanto, observa-se que em muitos reatores o grau de não-linearidade é acentuado, devido não só à variação de ganho e dinâmica entre os pontos de operação, mas também muitas vezes exibindo múltiplos estados estacionários, sendo que muitos destes podem ser instáveis (Torres e Tlacuahuac, 2000).

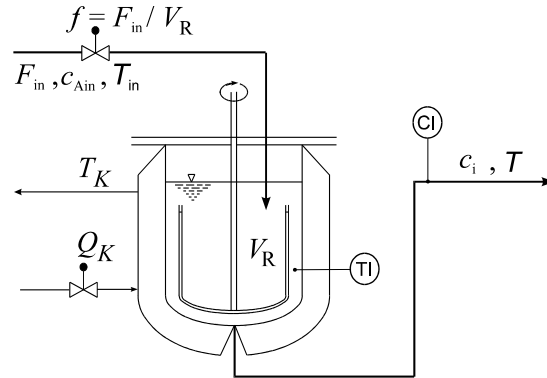
Nesta seção será abordada a reação em série e paralelo de Van de Vusse (1964). Este sistema apresenta a peculiaridade de alterar o sinal do ganho, em diferentes pontos de operação. Mesmo que esta reação seja extremamente específica, industrialmente observa-se o mesmo fenômeno em algumas unidades, como, por exemplo, em colunas extrativas de destilação utilizadas para a separação do 1,3 butadieno (Marcon, 2001).

### 4.2.1 – Descrição do processo

A reação de Van de Vusse é composta de duas reações em paralelo: a primeira que produz ciclopentanol (B) a partir do ciclopentadieno (A), reagindo novamente e produzindo o ciclopentenodiol (C) e a segunda onde o ciclopentadieno produz dicitlopentadieno (D).



Esta reação ocorre em um reator de mistura (CSTR) mostrado na Figura 4.11



**Figura 4.11:** Representação do reator de mistura onde ocorre a reação de Van de Vusse

O modelo fenomenológico para o reator de Van de Vusse é dado por

$$\begin{aligned}
 \frac{dV_R}{dt} &= F_{in} - F_{out} \\
 \frac{d(V_R C_A)}{dt} &= F_{in} C_{Ain} - F_{out} C_A - V_R [k_1(T) C_A + k_3(T) C_A^2] \\
 \frac{d(V_R C_B)}{dt} &= -F_{out} C_B + V_R [k_1(T) C_A - k_2(T) C_B] \\
 \frac{d(V_R T)}{dt} &= F_{in} T_{in} - F_{out} T + \frac{k_w A_R}{\rho C_p} (T_k - T) - \frac{V_R}{\rho C_p} [k_1(T) C_A \Delta H_1 + k_2(T) C_B \Delta H_2 + k_3(T) C_A^2 \Delta H_3] \\
 \frac{d(T_k)}{dt} &= \frac{1}{m_k C_{pk}} [Q_k + k_w A_R (T - T_k)]
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Para o presente sistema, as variáveis controladas são a concentração do componente B ( $C_B$ , [mol . l<sup>-1</sup>]) e a temperatura do reator ( $T$ , [°C]). As variáveis manipuladas são o calor removido na camisa ( $Q_K$ , [kJ h<sup>-1</sup>]), e o inverso do tempo de residência ( $f = F_{IN} \cdot V_R^{-1}$ , [h<sup>-1</sup>]). O principal distúrbio é a concentração de alimentação do componente A ( $C_{Ain}$ ) e a temperatura de entrada da alimentação ( $T_{in}$ ). A Tabela 4.4 mostra os intervalos de validade das variáveis citadas.

**Tabela 4.4:** Intervalo de validade das variáveis para o reação de Van de Vusse

Variável	Unidade	Valor mínimo	Valor máximo
$C_B$	$\text{mol.l}^{-1}$	0,7	0,95
$f$	$\text{h}^{-1}$	3	35
$Q_k$	$\text{kJ.h}^{-1}$	-8500	0
$C_{A,IN}$	$\text{mol.l}^{-1}$	4,5	5,7
$F_{OUT}$	$\text{l.h}^{-1}$	30	350

A Tabela 4.5 mostra as equações das taxas das reações, bem como os respectivos parâmetros cinéticos.

**Tabela 4.5:** Parâmetros de Arrhenius para o cinética do reator

Reação	Equação da taxa	Fator de colisão $k_{i0}$	Unidade de $k_{i0}$	Energia de ativação $E_i$ [K]	Entalpia de reação $\Delta H$ (kJ)
$A \xrightarrow{K_1} B$	$r_1 = k_1 C_A$	$1,28 \cdot 10^{12}$	$\text{h}^{-1}$	-9758,3	4,2
$B \xrightarrow{K_2} C$	$r_2 = k_2 C_B$	$1,28 \cdot 10^{12}$	$\text{h}^{-1}$	-9758,3	-11
$2A \xrightarrow{K_3} D$	$r_3 = k_3 C_A^2$	$9,043 \cdot 10^9$	$\text{l.mol}^{-1}.\text{h}^{-1}$	-8560	-41,85

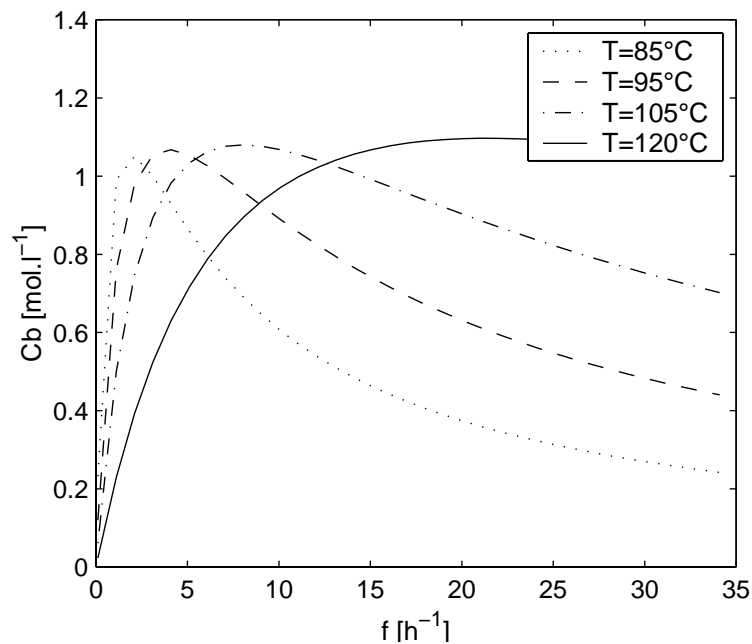
A Tabela 4.6 mostra os parâmetros físicos e químicos do reator de Van de Vusse.

**Tabela 4.6:** Parâmetros físicos do reator

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Densidade da mistura	$\rho$	0,934	$\text{kg.l}^{-1}$
Capacidade calorífica da mistura	$C_p$	3,01	$\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficiente de troca térmica da camisa	$K_w$	4032	$\text{kJ.m}^{-2}\text{h}^{-1}\text{K}^{-1}$
Área da camisa	$A_R$	0,215	$\text{m}^2$
Volume do reator	$V_R$	10	l
Diâmetro do reator	$D_R$	0,2312	m
Massa da refrigerante	$m_K$	5	kg
Capacidade calorífica do refrigerante	$C_{pK}$	2	$\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

O sistema apresenta um zero de transmissão, cujo sinal pode ser positivo se  $C_B$  for controlada. A completa análise da controlabilidade deste sistema pode ser encontrada em Trierweiler (1997).

A Figura 4.12 mostra a concentração  $C_B$  do estado estacionário em função do inverso do tempo de residência  $f$ , parametrizada na temperatura do reator.



**Figura 4.12:** Concentração no estado estacionário do componente B em função do inverso do tempo de residência

Observa-se na Figura 4.12 que ocorre uma inversão no ganho do sistema, isto é, o aumento de  $f$  acarreta inicialmente aumento de  $C_B$ , que atinge um máximo e posteriormente passa a apresentar comportamento contrário. O presente reator apresenta também a peculiaridade de multiplicidade de entradas, isto é para diferentes conjuntos de  $f$ , obtêm-se valores iguais de  $C_B$ .

A Tabela 4.7 mostra as variáveis controladas e manipuladas para os três pontos de operação das regiões de operação cujos graus de não-linearidade serão calculados.

**Tabela 4.7:** Pontos de operação do reator de Van de Vusse

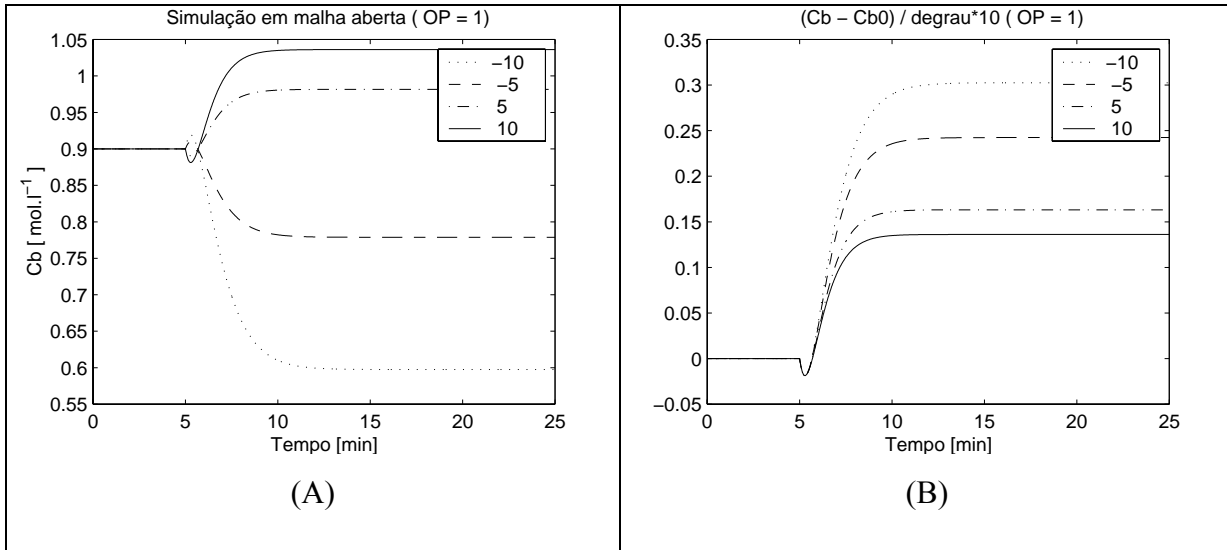
Ponto de operação	T [K]	f [h <sup>-1</sup> ]
OP1	134,14	18,83
OP2	113,61	14,19
OP3	103,51	25,50

O primeiro ponto tem ganho positivo, o terceiro tem ganho negativo e o segundo localiza-se próximo ao ápice da curva.

O procedimento de análise será análogo ao reator anterior, ou seja, serão aplicados distúrbios de diferentes magnitudes nas variáveis de entrada do modelo, captando sua resposta. Estas

serão normalizadas frente ao distúrbio imposto. O grau de não-linearidade pode ser qualificado mediante comparação entre as distâncias das curvas do gráfico normalizado.

A Figura 4.13 (A) mostra a resposta da variável controlada  $C_B$  e (B) a resposta normalizada para o primeiro ponto de operação frente a degraus de diferentes magnitudes no inverso do tempo de residência.



**Figura 4.13:** Gráfico da (A) resposta de  $C_B$  frente a degraus de diferentes magnitudes em  $f$  e (B) resposta normalizada para OP1

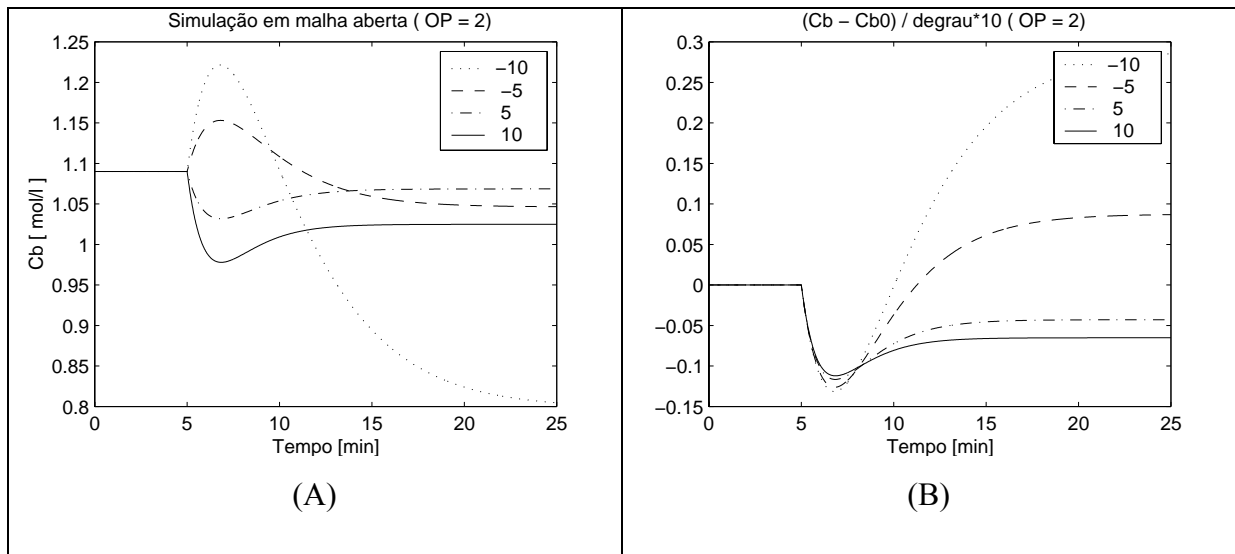
A partir da Figura 4.13, pode-se observar que o sistema apresenta pequeno grau de não-linearidade, causado principalmente pela variação do ganho. Nesta região de operação, o sistema apresenta ainda um zero de transmissão positivo, sendo evidenciado pela resposta inversa apresentada.

Outro fato peculiar é a variação da não-linearidade em função da frequência. Para altas frequências o grau de não-linearidade é baixo, aumentando à medida que a frequência diminui. Esta afirmação é ratificada pela Figura 4.13 (B), pois as curvas são coincidentes a baixos tempos, aumentando sua distância ao passar do tempo.

Esta observação contrapõe o conceito do compromisso entre robustez e desempenho para sistemas lineares, onde a diminuição do ganho do controlador implica num maior número de plantas que são estabilizáveis pelo controlador, aumentando sua robustez. Para sistemas não-lineares muitas vezes este conceito é errôneo, pois o decréscimo da velocidade do controlador permite que o sistema opere em regiões distantes do ponto de operação, cujo grau de não-linearidade é grande, perdendo seu desempenho, ao contrário de um controlador com alto desempenho, que faz que o sistema opere apenas no entorno do ponto de operação, não sendo afetado pela não-linearidade existente nas regiões mais afastadas.

A Figura 4.14 mostra a resposta ao distúrbio degrau da variável controlada  $C_B$  no segundo ponto de operação. Este ponto de operação se localiza próximo ao ponto de máximo da curva, onde o ganho é díspar em cada lado da curva. Assim os degraus negativos terão ganho

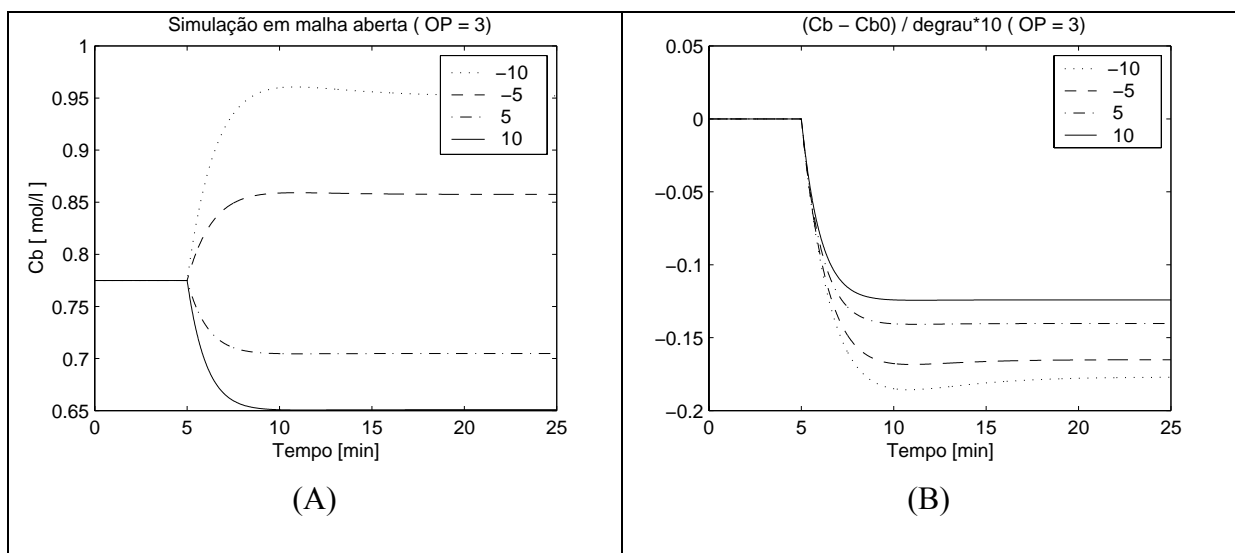
positivo e os degraus positivos terão ganho negativo (ver Figura 4.12). A magnitude dos degraus impostos é mostrada na legenda do gráfico.



**Figura 4.14:** Gráfico da (A) resposta de  $C_B$  frente a degraus de diferentes magnitudes em  $f$  e (B) resposta normalizada para OP2

A Figura 4.14 mostra que o grau de não-linearidade observado em OP2 é superior que OP1, sendo causado não só pela inversão do ganho, mas também pela visível alteração na dinâmica do sistema.

A Figura 4.15 mostra a resposta da variável controlada  $C_B$  ao distúrbio para o terceiro ponto de operação



**Figura 4.15:** Gráfico da (A) resposta de  $C_B$  frente a degraus de diferentes magnitudes em  $f$  e (B) resposta normalizada para OP3

A Figura 4.15 mostra que o sistema apresenta baixo grau de não-linearidade, pois as curvas do gráfico (B) são próximas. Neste ponto de operação, ocorre pequena variação no ganho e a variação dinâmica é praticamente nula. Aqui também o grau de não-linearidade é dependente

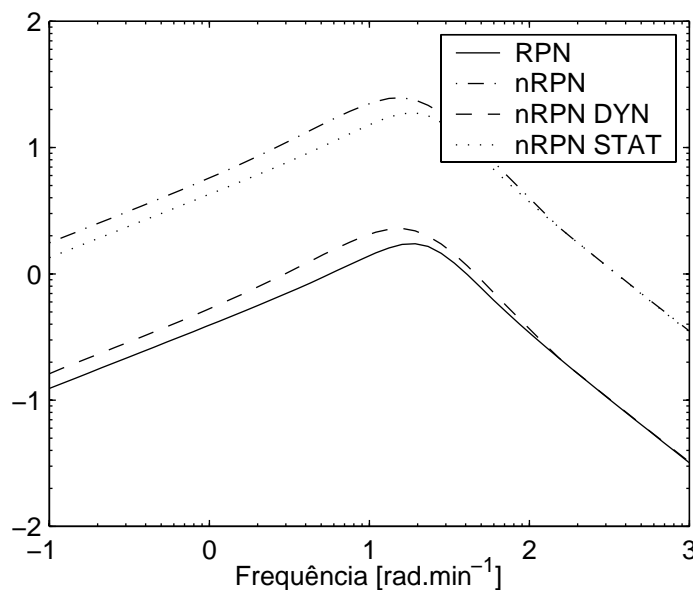
da velocidade do controlador: quanto mais lento, maior perda de desempenho causada pela não-linearidade.

#### 4.2.2 – Aplicação da metodologia nRPN

Após determinar qualitativamente o grau de não-linearidade para o reator de Van de Vusse, a metodologia nRPN será aplicada, visando novamente testar suas potencialidades. A metodologia será aplicada às três regiões de operação, cujos pontos de operação base estão dispostos na Tabela 4.7. As respectivas regiões de operação serão denominadas OR1, OR2 e OR3.

Resumidamente, espera-se que o sistema apresente um grau de não-linearidade mediano para as regiões de operação no entorno de OR1 e OR3. A contribuição estática para estas regiões deve ser superior à dinâmica, conforme observado na análise anterior. Já a região de operação no entorno de OR2 apresenta não-linearidade pronunciada devido não só à inversão de ganho, mas também devido a variação dinâmica.

A Figura 4.16 mostra o gráfico das curvas do nRPN para OP1. O desempenho desejado utilizado para as três regiões de operação é de 0,1 minutos e 5% de *overshoot*. Cabe ressaltar que os eixos dos gráficos do nRPN estão em escala logarítmica, onde 1 indica  $10^1$ .

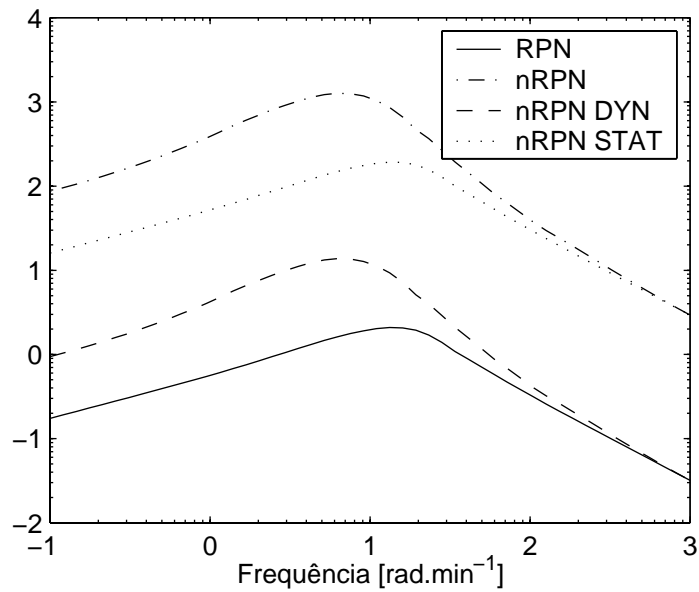


**Figura 4.16:** Análise da não-linearidade do reator de Van de Vusse operando em OR1 utilizando a metodologia nRPN

A Figura 4.16 ratifica os resultados observados anteriormente, mostrando mediano grau de não-linearidade, principalmente acarretado pela contribuição estática, pois a curva do  $nRPN_{STAT}$  está próxima à do nRPN. A metodologia nRPN refletiu perfeitamente o comportamento do sistema observado na Figura 4.13.

A Figura 4.17 mostra as curvas do nRPN para a segunda região de operação.

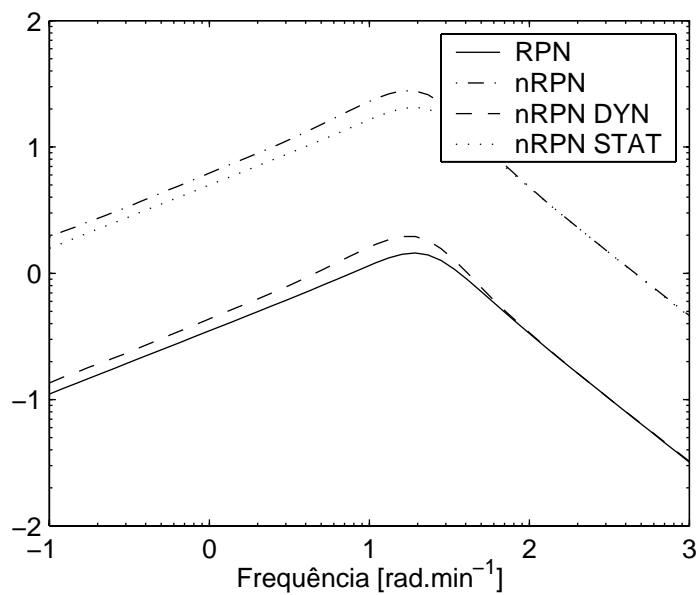




**Figura 4.17:** Análise da não-linearidade do reator de Van de Vusse operando em OR2 utilizando a metodologia nRPN

A Figura 4.17 mostra que grau de não-linearidade é grande para o sistema operando em torno de OR2, pois as curvas do RPN e nRPN apresentam significativa diferença. Além disso, a não-linearidade tem influências significativas tanto da contribuição estática quanto dinâmica. Cabe ressaltar que a influência estática é maior, devido à inversão de ganho existente no sistema.

Na terceira região de operação, conforme apresentado na Figura 4.18, o sistema apresenta novamente baixo grau de não-linearidade, sendo este basicamente provido pela variação de ganho. O comportamento descrito pela metodologia nRPN novamente vem ao encontro do exposto nos testes da Figura 4.15.



**Figura 4.18:** Análise da não-linearidade do reator de Van de Vusse operando em OR3 utilizando a metodologia nRPN

A Tabela 4.8 mostra os índices da metodologia nRPN para as três regiões de operação.

**Tabela 4.8:** Índices do nRPN para as três regiões de operação do reator de Van de Vusse

Índice / OR	OR1	OR2	OR3
nRPN	1,05	2,32	1,05
nRPN <sub>STAT</sub>	0,99	1,96	1,05
nRPN <sub>DYN</sub>	-0,88	0,10	-0,98

Os índices refletem o comportamento descrito pela respectiva análise gráfica. Para as regiões de operação 1 e 3, um controlador linear é suficiente, havendo insignificante perda de desempenho acarretada pela não-linearidade. Já para a região 2, um controlador linear acarretaria, neste caso, instabilidade à planta, devido à inversão de ganho, não sendo aconselhável para esta região de operação. O controlador indicado para esta região de operação deve principalmente compensar a alteração estática, segundo a metodologia nRPN.

A Figura 4.15 mostra que o grau de não-linearidade para a primeira e terceira regiões de operação é dependente da velocidade do controlador. Se o desempenho do controlador for alto, a não-linearidade sentida pelo sistema é inferior à sentida por um controlador lento. Aplicou-se a metodologia nRPN para o mesmo conjunto de modelos da terceira região de operação, utilizados para o cálculo do índice na Figura 4.18, utilizando diferentes

desempenhos desejados para o sistema. A Tabela 4.9 mostra o índice nRPN para a terceira região de operação, para controladores com diferentes tempos de subida.

**Tabela 4.9:** Cálculo da não-linearidade na região de operação 3 para controladores com diferentes desempenhos

Tempo de subida [min]	1	0,1	0,01	0,001
nRPN	1,09	1,05	1,01	1,00

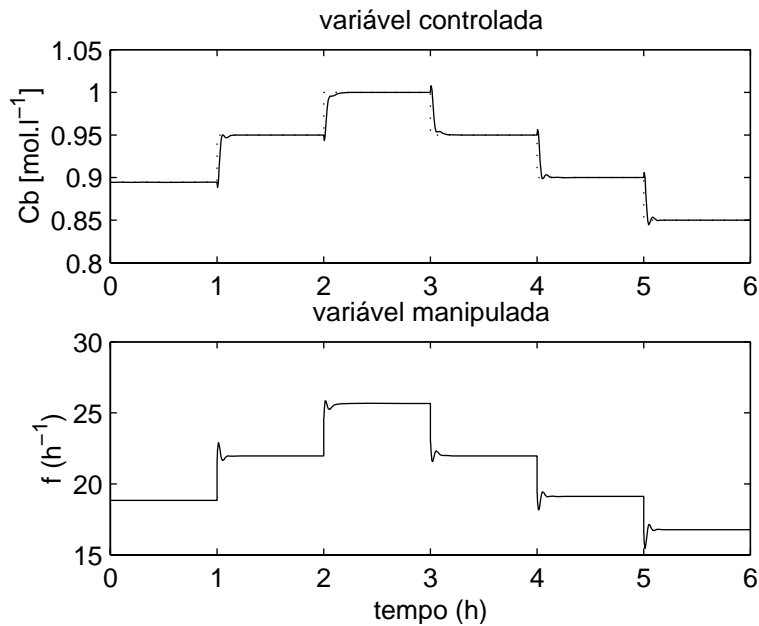
Novamente o índice refletiu o comportamento verificado através dos outros testes, pois o grau de não-linearidade quantificado pelo nRPN é tão menor quanto mais rápido o controlador. O grau de não-linearidade varia muito pouco, mesmo assim o índice foi capaz de captar esta influência.

### 4.2.3 – Aplicação do controlador adequado para cada região de operação

Nesta seção, o controlador adequado para cada região de operação será aplicado, isto é, para a primeira e terceira regiões de operação um controlador linear será aplicado. De ante mão, sabe-se que a perda de desempenho causada pela não-linearidade deve ser pequena. Para a segunda região, tanto um controlador linear quanto um controlador preditivo não-linear serão aplicados. O primeiro deve instabilizar, não levando a planta ao *setpoint* desejado; já o segundo deve apresentar o mesmo desempenho para todas as regiões de operação, tendo em vista que apresenta compensação tanto para o ganho quanto para a dinâmica.

Neste estudo objetiva-se o controle da concentração do componente B ( $C_B$ ), manipulando o inverso do tempo de residência ( $f$ ). Considera-se que o controle perfeito de temperatura no reator, pois análise de não-linearidade contemplou apenas a contribuição de  $f$ .

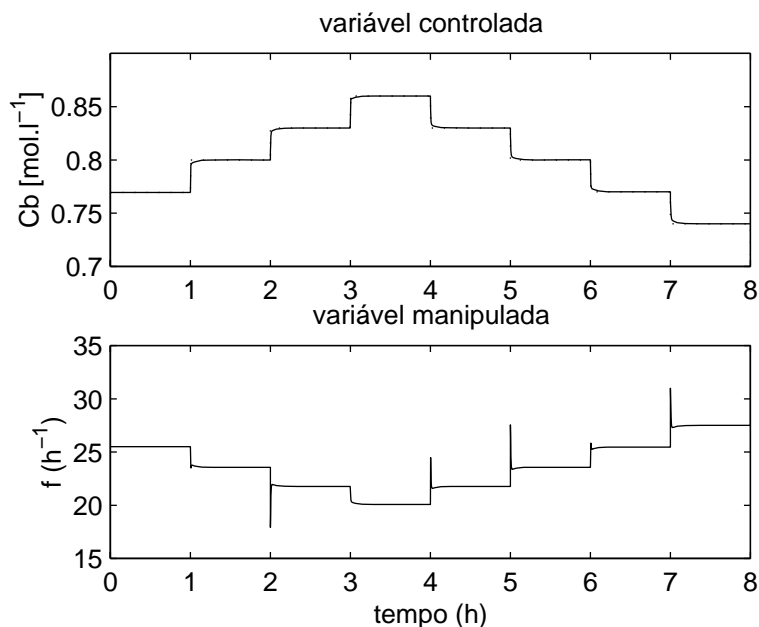
A Figura 4.19 mostra a aplicação do controlador linear para a primeira região de operação. O controlador aplicado para cada região de operação é PI, cujo ajuste foi realizado utilizando a método IMC (Marlin, 1995).



**Figura 4.19:** Aplicação do controlador PI para o reator de Van de Vusse na primeira região de operação

A partir da Figura 4.19 pode-se concluir que o controlador praticamente não perde seu desempenho, para diferentes pontos de operação, na primeira região de operação, conforme estimado pela análise nRPN.

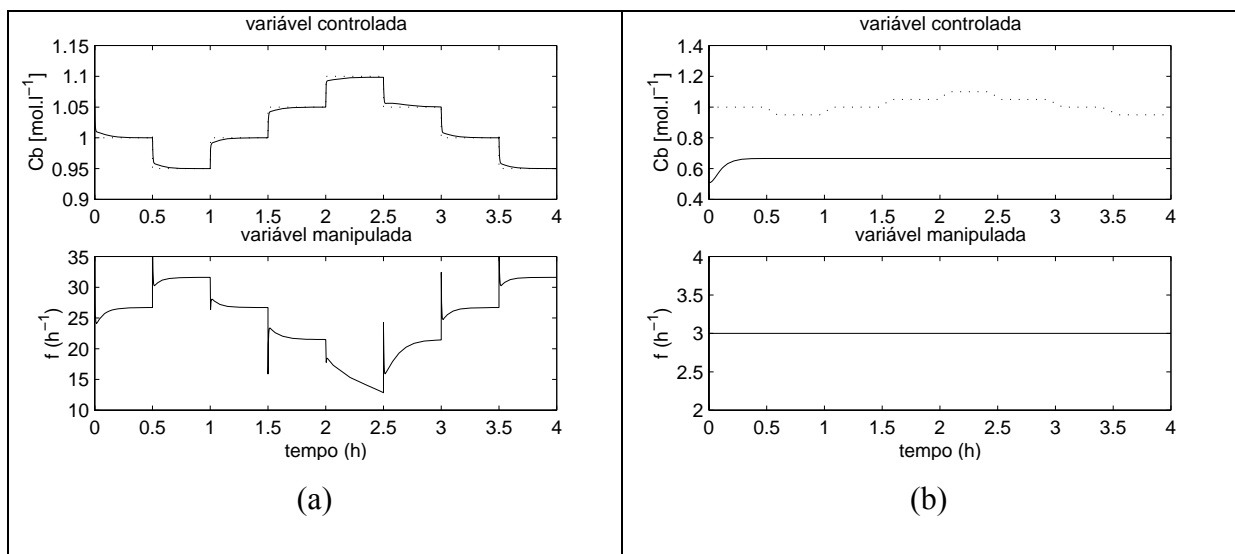
Para a terceira região de operação, o comportamento é análogo, apesar do ganho inverso, como mostrado na Figura 4.20.



**Figura 4.20:** Aplicação do controlador PI para o reator de Van de Vusse na terceira região de operação

Novamente, observa-se que a não-linearidade acarretou pequena perda de desempenho do controlador, conforme o predito pela análise do nRPN.

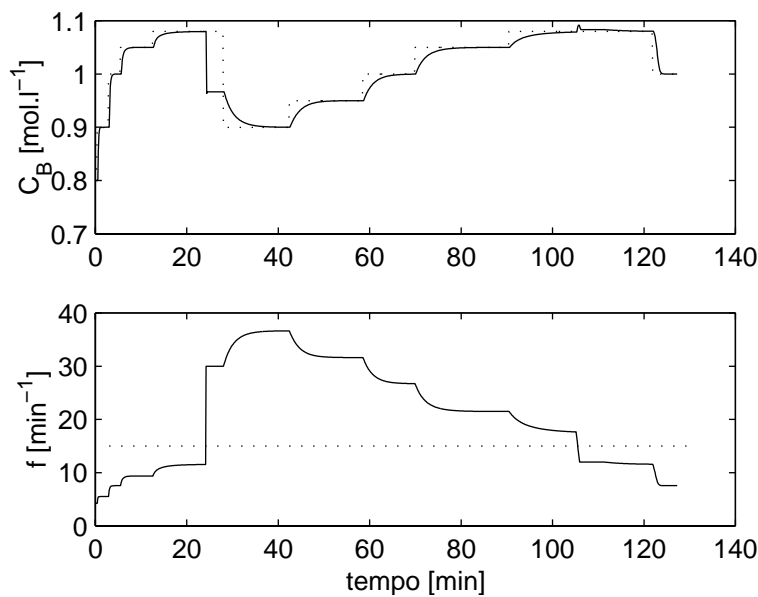
A segunda região de operação apresenta o maior grau de não-linearidade, devido à inversão do ganho. Um controlador linear pode funcionar se mantido em apenas uma região de operação onde o ganho não se altera. Na Figura 4.21 (a) manteve-se o sistema na região de ganho negativo, com o controlador propriamente ajustado para esta região. A simples alteração do valor base da variável manipulada (*bias*) alterou a região de operação do sistema, conforme mostrado na Figura 4.21 (b). Verifica-se que o controlador se mostrou instável para esta região de operação, saturando a variável manipulada.



**Figura 4.21:** Aplicação do controlador PI para o reator de Van de Vusse na segunda região de operação (a) região de ganho negativo e (b) região de ganho positivo

O controlador adequado para a segunda região de operação, segundo a metodologia nRPN deve compensar principalmente a variação estática. Neste estudo, utilizar-se-á um controlador do tipo preditivo não-linear (Duraiski, 2001).

Na Figura 4.22 aplicou-se o referido controlador, alterando a região de operação do sistema, fazendo-o enfrentar a inversão de ganho.



**Figura 4.22:** Aplicação do controlador preditivo não-linear LLT no reator de Van de Vusse

Na Figura 4.22 as linhas pontilhadas indicam o *setpoint* para o gráfico da variável controlada e para a variável manipulada indica a região onde ocorre a inversão do ganho: acima da linha o sistema apresenta ganho negativo, e abaixo positivo.

Inicialmente operou-se o sistema na região onde o ganho é positivo, até aproximadamente 30 minutos. Posteriormente, desligou-se o controlador e de forma manual alterou-se a região de operação, tornando o sinal do ganho negativo. Ao final, reconduziu-se o sistema à região de ganho positivo, novamente desligando o controlador ( $t = 105$  min). O controlador mostrou-se robusto para a variação de sinal de ganho, diferentemente do controlador linear.

### 4.3– Reator CSTR com Múltiplos Estados Estacionários

Nos dois exemplos anteriores, dois sistemas SISO foram apresentados, onde os resultados da metodologia nRPN podiam simplesmente ser qualificados baseado na resposta ao degrau de cada um dos modelos. O presente caso de estudo é um reator CSTR com múltiplos estados estacionários, um exemplo composto de duas entradas e duas saídas. Neste caso, a análise qualitativa do grau de não-linearidade é mais complexa, pois haverá a influência de duas variáveis de entrada em duas saídas. Aqui se verifica um atributo da metodologia: o índice gerado é único, capaz de captar o grau de não-linearidade total, independente do número de entradas e saídas.

Neste exemplo, o sistema tem elevado grau de não-linearidade, pois apresenta três pontos de operação distintos, cujas características dinâmicas são diferentes entre os pontos.

#### 4.3.1 – Descrição do sistema

Supondo uma reação genérica de um componente A formando B



cuja cinética é de primeira ordem em relação ao componente A.

As equações para o balanço de massa e energia são dadas por

$$\frac{dC}{dt} = \frac{F}{V}(C_E - C) - kC \quad (4.8)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_E - T) - \left( \frac{\Delta H k C + UA(T - T_W)}{\rho C_P} \right) \quad (4.9)$$

onde: C: concentração do componente A ( $\text{kgmol.m}^{-3}$ )  
 $C_E$ : concentração de alimentação do componente A ( $\text{kgmol.m}^{-3}$ )  
V: volume do reator ( $\text{m}^3$ )  
F: vazão de alimentação ( $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ )  
k: constante de reação ( $\text{s}^{-1}$ )  
T: temperatura do reator (K)  
 $T_E$ : temperatura de alimentação (K)  
 $\Delta H$ : variação de entalpia da reação ( $\text{kJ.kgmol}^{-1}$ )  
 $T_W$ : temperatura da camisa de troca térmica (K)  
U: coeficiente de película da camisa ( $\text{kW.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ )  
A: área de troca térmica da camisa ( $\text{m}^2$ )  
 $\rho$ : densidade do fluido ( $\text{kg.m}^{-3}$ )  
 $C_P$ : coeficiente de expansão à pressão constante ( $\text{kJ.(kg K)}^{-1}$ )

A Tabela 4.10 mostra as constantes físico-químicas para o reator.

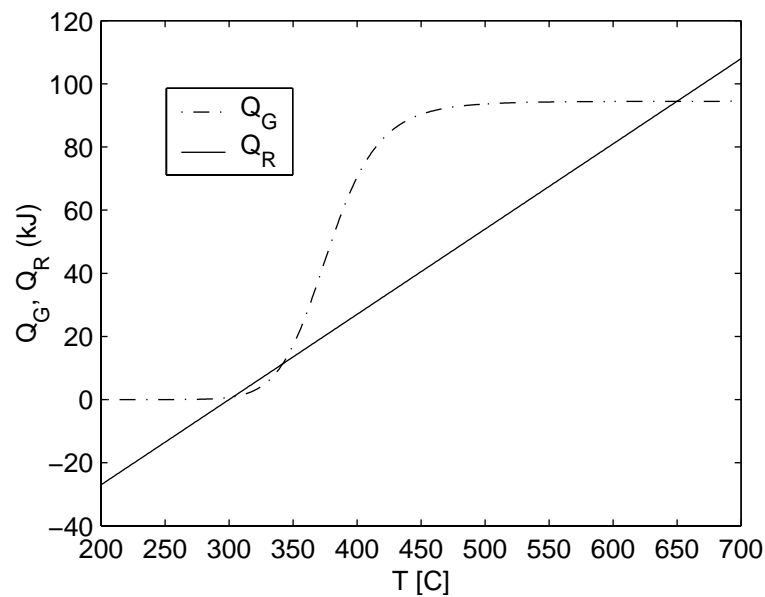
**Tabela 4.10:** Constantes físico-químicas para o reator CSTR

Variável	Valor	Unidade
$C_E$	300	kgmol/m <sup>3</sup>
V	25	m <sup>3</sup>
F	6	m <sup>3</sup> /s
k	$3,2 \cdot 10^5$	1/s
$T_E$	320	K
$T_W$	315	K
$\Delta H$	-7000	kJ/kgmol
U	576	kW/(m <sup>2</sup> K)
A	25	m <sup>2</sup>
$\rho$	1000	kg/m <sup>3</sup>
$C_P$	4	kg/(kJ.K)

O presente reator possui duas variáveis controladas: a concentração do componente A (C) e a temperatura do reator (T). As duas variáveis manipuladas são respectivamente a vazão de alimentação (F) e a temperatura da camisa ( $T_W$ ). Os dois principais distúrbios são a concentração de alimentação ( $C_E$ ) e a temperatura de alimentação ( $T_E$ ).

Este reator apresenta multiplicidade de estados estacionários nas saídas, isto é, para uma entrada fixa, o sistema tem três diferentes pontos de equilíbrio na temperatura e concentração do reator. Visando ratificar esta afirmação, construiu-se o gráfico do calor gerado ( $Q_G$ ) e o calor removido ( $Q_R$ ) (kJ), conforme mostrado na Figura 4.23.





**Figura 4.23:** Curvas dos calores gerados (kJ) e removido para reator CSTR com múltiplos estados estacionários

As curvas se interseccionam três vezes, mostrando os três pontos de operação, para uma mesma entrada. A Tabela 4.11 mostra os valores estacionários e os autovalores para cada um dos pontos.

**Tabela 4.11:** Valores estacionários e autovalores para reator CSTR: múltiplos estados estacionários

Ponto de operação	Valor estacionário (C;T)	Autovalores
1 - instável	264; 341	-0,17; 0,4
2 - baixa conversão	297; 303	-0,192+-0,0024i
3 - alta conversão	0,1; 650	-540; -0,27

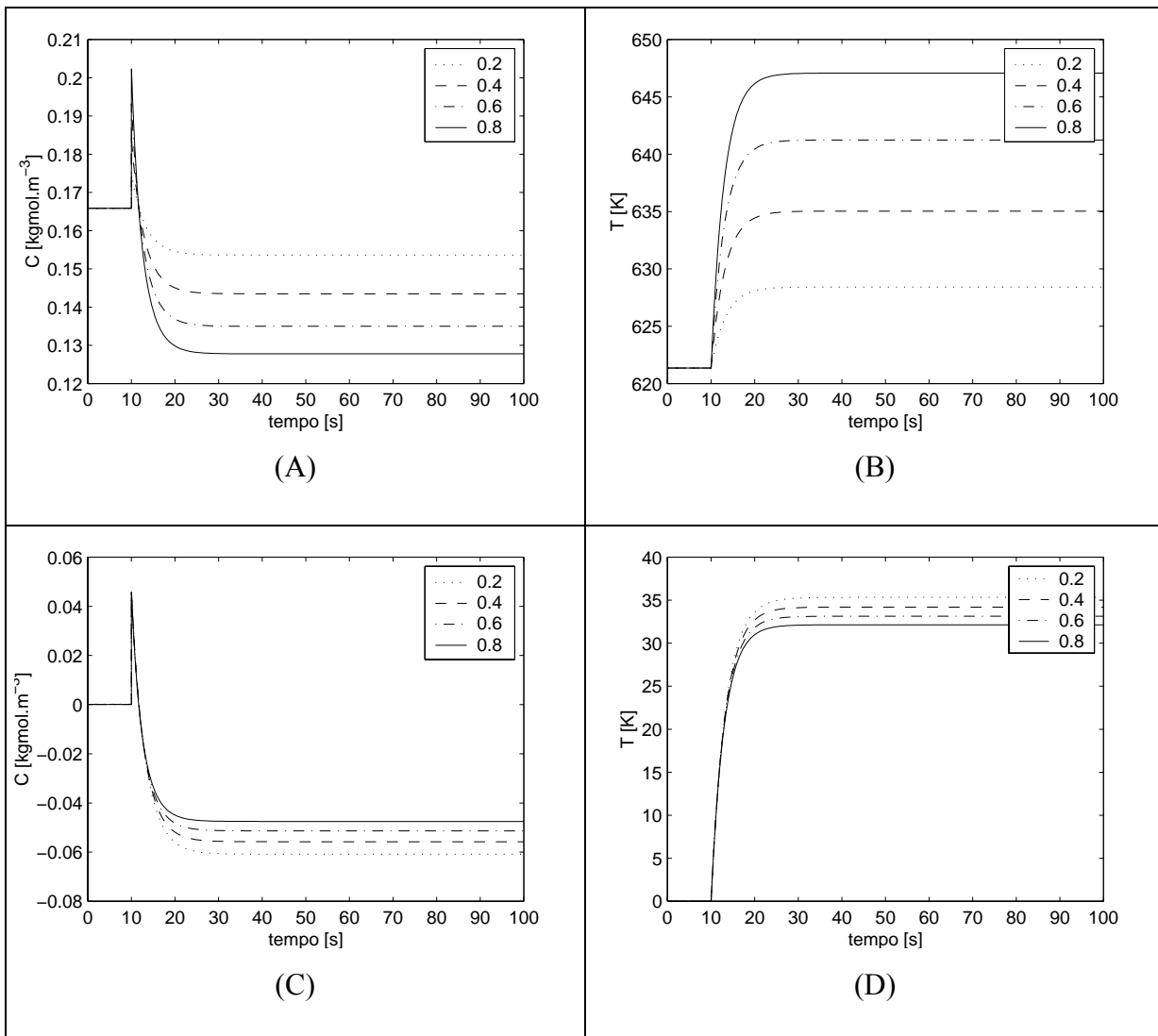
Conforme a Tabela 4.11 pode-se afirmar que o sistema apresenta dois pontos estáveis (2 e 3), e um ponto de operação instável (1), pois este apresenta um autovalor positivo.

### 4.3.2 – Análise da não-linearidade

Inicialmente, analisar-se-á a influência das variáveis manipuladas no grau de não-linearidade. A metodologia de análise será análoga à utilizada nos outros exemplos. Proceder-se-ão diferentes distúrbios tipo degrau nas variáveis manipuladas e analisar-se-ão as respostas das variáveis controladas. A seguir, estas variáveis serão normalizadas frente aos distúrbios impostos.

Primeiramente, analisar-se-á a influência das variáveis manipuladas para o ponto de operação de alta conversão (ponto de operação 3). A Figura 4.24 mostra as respostas ao distúrbio na vazão de alimentação para (A) composição do componente A, (B) temperatura do reator e

seus respectivos gráficos normalizados frente aos distúrbios (C) e (D). Vale ressaltar que os distúrbios foram realizados em 10 segundos. A legenda dos gráficos apresenta a magnitude do degrau aplicado na vazão de alimentação.

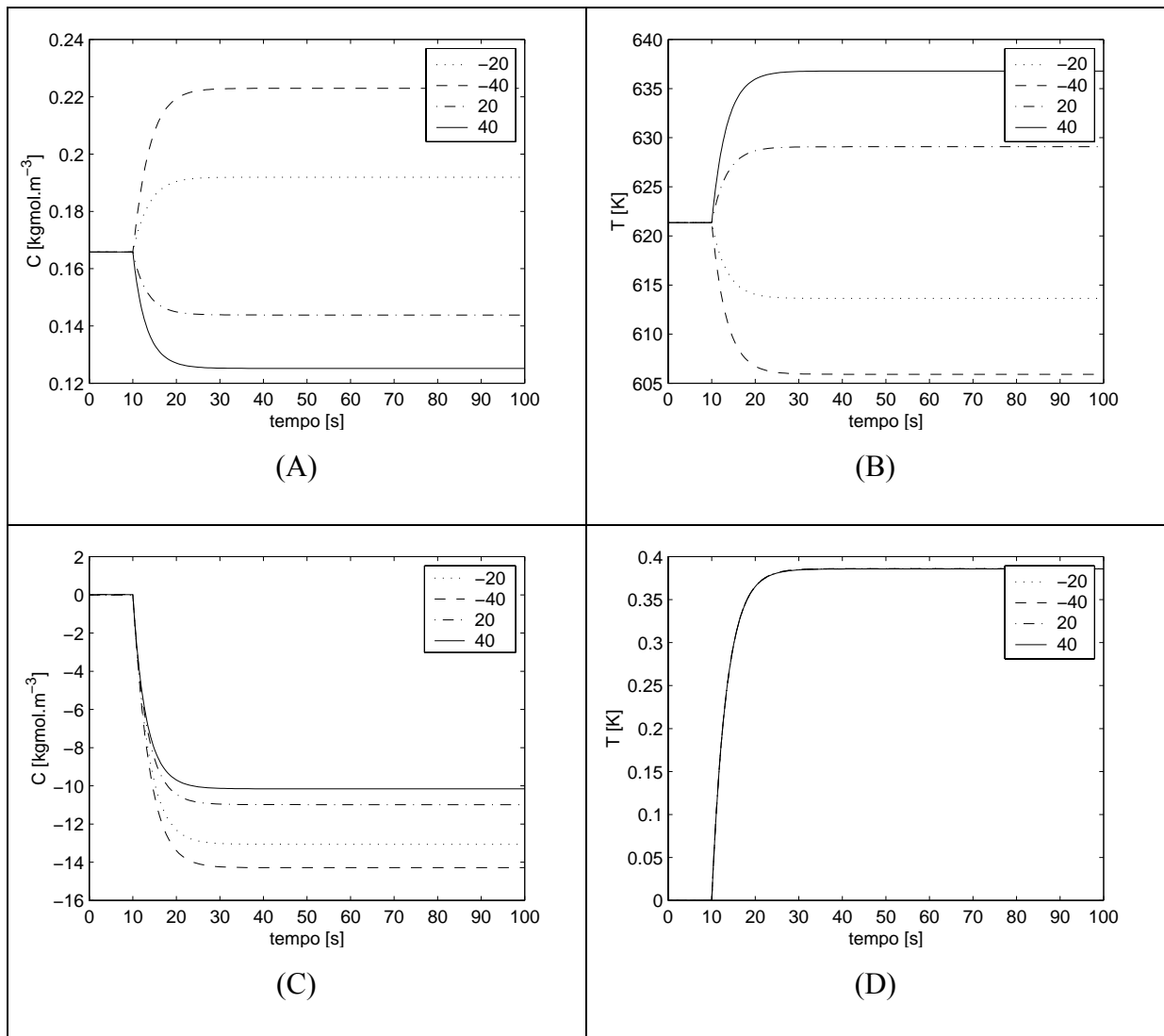


**Figura 4.24:** Distúrbio degrau na vazão de alimentação para o reator operando no ponto de alta conversão – (A) e (C) resposta original e normalizada para a concentração do componente A e (B) e (D) resposta original e normalizada para a temperatura do reator

O grau de não-linearidade acarretado pela variação na vazão de alimentação é pequeno, evidenciado na Figura 4.24, pois as curvas dos degraus normalizados praticamente se sobrepõem. A não-linearidade é causada principalmente pela variação de ganho, sendo a variação na dinâmica insignificante.

Subseqüentemente, analisou-se o grau de não-linearidade causado pela temperatura da camisa de resfriamento nas variáveis controladas. A Figura 4.25 mostra a resposta aos distúrbios da temperatura do reator nas variáveis controladas: (A) composição do componente A, (B) temperatura do reator e seus respectivos gráficos normalizados frente aos distúrbios (C) e (D).

Novamente os distúrbios foram realizados em 10 segundos. A legenda dos gráficos apresenta a magnitude do degrau aplicado na temperatura da camisa de resfriamento.



**Figura 4.25:** Distúrbio degrau na temperatura da camisa de resfriamento para o reator operando no ponto de alta conversão – (A) e (C) resposta original e normalizada para a concentração do componente A e (B) e (D) resposta original e normalizada para a temperatura do reator

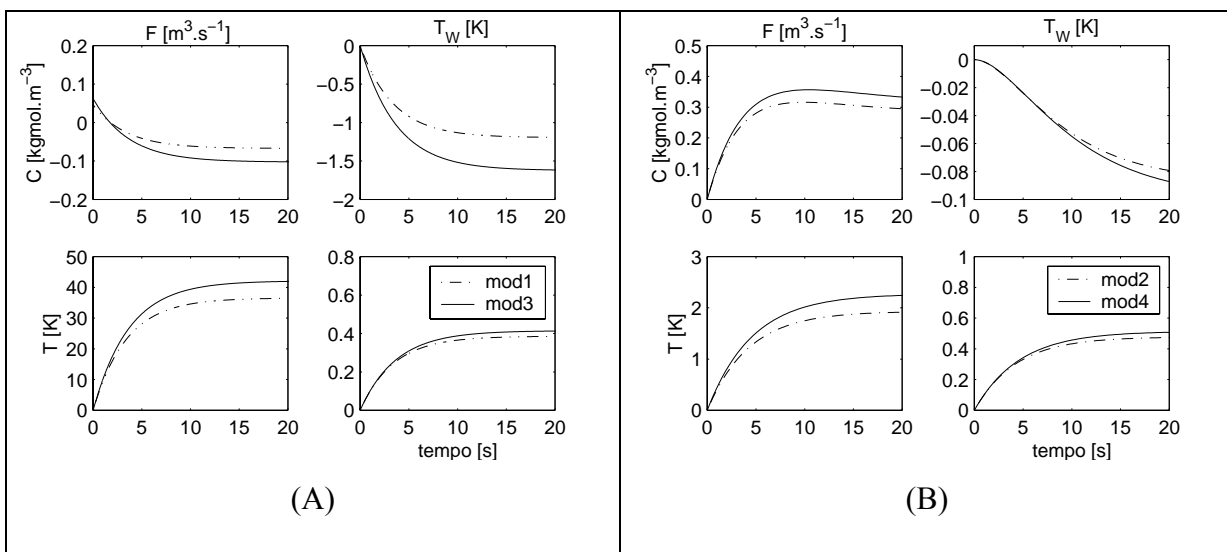
Observa-se pequena variação entre as curvas normalizadas, representando pequena influência da temperatura da camisa no grau de não-linearidade. Esta variável controlada causa não-linearidade visível apenas na concentração.

Subseqüentemente, analisou-se a influência da inserção de modelos de diferentes pontos de operação com diferentes conversões. Os modelos são das regiões estáveis de alta e baixa conversão. A Tabela 4.12 mostra o valor das entradas e saídas para os referidos modelos.

**Tabela 4.12:** Variáveis controladas e manipuladas para o reator – modelos de duas diferentes conversões

MODELO	ENTRADAS [F, T <sub>w</sub> ]	SAÍDAS [C, T]
1	3,6; 280	0,1658; 621,36
2	3,6; 280	297,71; 300,93
3	3,2; 280	0,1991; 605,97
4	3,2; 280	297,59; 300,09

A partir da Tabela 4.12, verifica-se que para um mesmo conjunto de entradas, o sistema apresenta diferentes valores estacionários. Para verificar o grau de não-linearidade da região de operação que engloba os quatro modelos acima especificados, procederam-se distúrbios do tipo degrau, mostrados na Figura 4.26. A Figura 4.26 (A) mostra os degraus para os modelos 1 e 3, situados na região de alta conversão e (B) os degraus para 2 e 4, situados na região de baixa conversão.



**Figura 4.26:** Distúrbio degrau aos modelos de regiões distintas – (A) modelos 1 e 3 e (B) modelos 2 e 4

Observa-se, a partir da Figura 4.26, que os modelos 1 e 3, bem como 2 e 4 apresentam pequena discrepância entre eles, resultado num baixo grau de não-linearidade. Entretanto, a comparação entre os modelos de diferentes regiões estacionárias (1 e 2; 3 e 4) mostra que o sistema apresenta um grau de não-linearidade pronunciado. A variação estática neste caso é sensível, por sua vez mais pronunciada que a dinâmica, devido à variação no sinal do ganho da malha de composição (C - F).

### 4.3.3 – Aplicação da metodologia nRPN

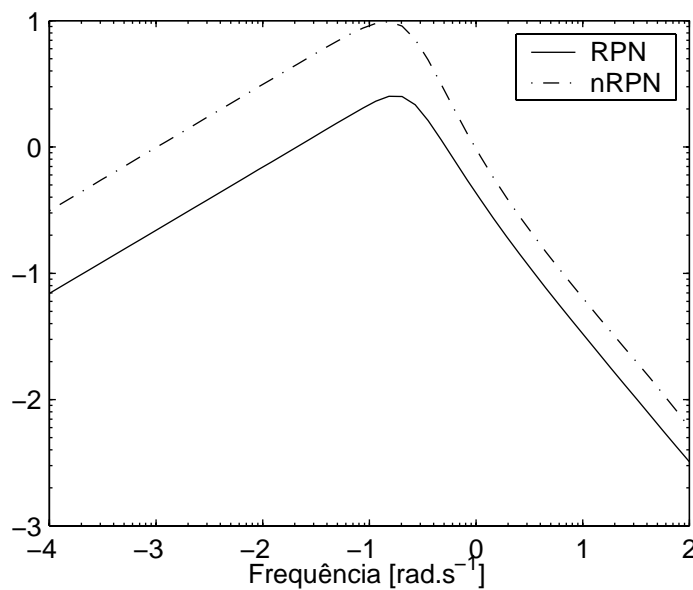
Neste seção a metodologia nRPN será aplicada para diferentes regiões de operação visando quantificar o grau de não-linearidade total. Objetiva-se novamente testar o índice, verificando se ele apresenta resultados condizentes com os observados através de testes qualitativos.

A primeira análise do grau de não-linearidade será procedida para a região de operação estável de alta conversão, cujo estudo qualitativo foi feito anteriormente através de degraus normalizados. A Tabela 4.13 mostra os modelos lineares utilizados para a construção da região de operação de alta conversão.

**Tabela 4.13:** Modelos lineares utilizados para a determinação do grau de não-linearidade da região de alta operação

MODELO	ENTRADAS [F,T <sub>w</sub> ]	SAÍDAS [C,T]
1	3,6; 280	0,1658; 621,4
2	4,0; 280	0,1435; 635,0
3	3.2, 280	0,1991; 605,9
4	3.2, 300	0,1696; 614,0
5	3.2, 260	0,2349; 597,4

A partir dos modelos da Tabela 4.13, calculou-se o grau de não-linearidade, utilizando a metodologia nRPN, mostrado na Figura 4.27. De ante mão, sabe-se que o grau de não-linearidade deve ser irrisório. O desempenho desejado utilizado foi de 10 segundos de tempo de subida e 5% de *overshoot*. O modelo nominal utilizado foi o primeiro exposto na tabela anterior.

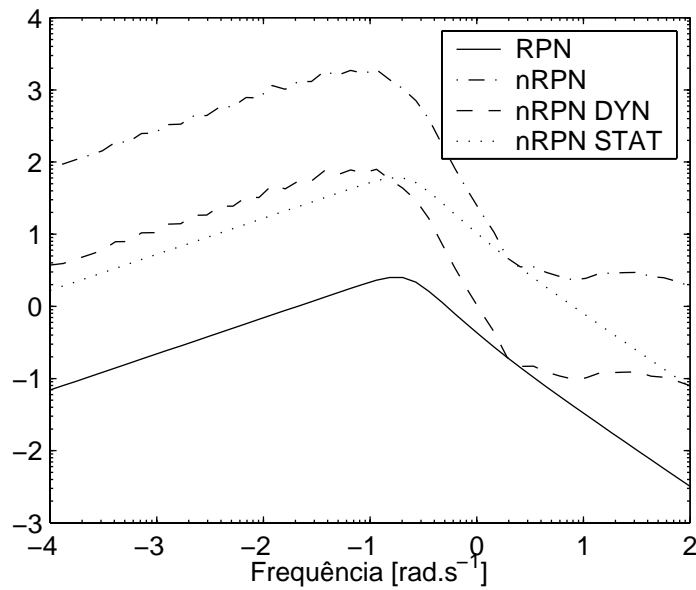


**Figura 4.27:** Aplicação da metodologia nRPN para a região de operação de alta conversão

A Figura 4.27 confirma as afirmações proferidas a partir das simulações dos distúrbios do tipo degrau. O grau de não-linearidade é baixo, evidenciado pela proximidade das curvas do RPN e nRPN.

O índice nRPN para esta região foi de 0,1871. Neste caso, seguramente um controlador linear funcionaria perfeitamente, não perdendo desempenho, nesta região de operação, devido à não-linearidade.

Subseqüentemente analisou-se a influência da inserção de modelos de diferentes pontos de operação com diferentes conversões, de regiões estáveis de operação. Tabela 4.12 mostra o valor das entradas e saídas para os referidos modelos. A Figura 4.28 mostra as curvas do nRPN. O desempenho desejado utilizado foi de 10 segundos de tempo de subida e 5% de *overshoot*.

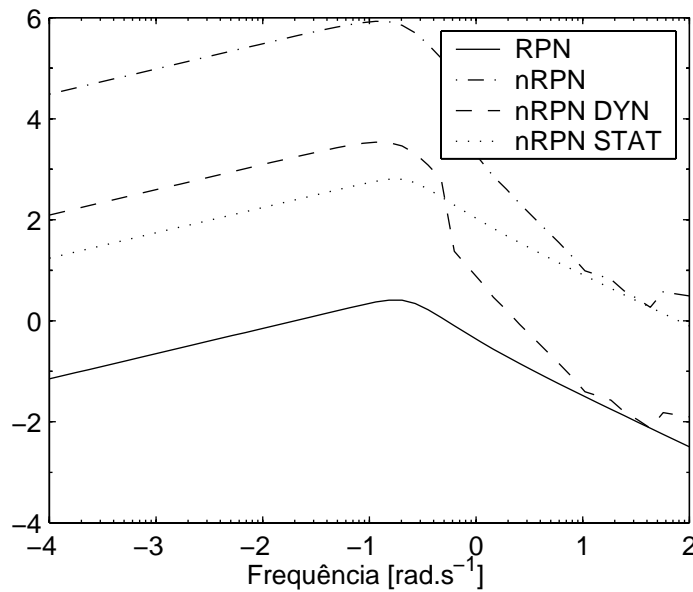


**Figura 4.28:** Aplicação da metodologia nRPN para a região que engloba as regiões de alta e baixa conversão

A análise nRPN novamente refletiu as características não-lineares do sistema: o sistema apresenta visível grau de não-linearidade, apresentando grande variação principalmente no ganho, mas também considerável importância da dinâmica do processo. O nRPN é 2,41, o nRPN<sub>STAT</sub> é 2,39 e o nRPN<sub>DYN</sub> é 0,99.

Neste sistema, um controlador linear poderia tornar a planta instável em certos pontos de operação, devido à inversão de ganho do canal da malha da composição. O controlador adequado neste caso deve compensar tanto a não-linearidade estática quanto dinâmica, pois ambas contribuições são relevantes.

Um caso onde a não-linearidade seria extrema, principalmente causada pela variação dinâmica, seria uma região de operação que engloba os dois pontos de operação estáveis de conversões distintas e o ponto de operação instável. De ante mão, verifica-se que o grau de não-linearidade deve ser muito elevado, com a contribuição dinâmica muito elevada, não sendo, todavia, a influência estática desprezível. A Figura 4.29 mostra o gráfico das curvas do nRPN calculadas utilizando os modelos da Tabela 4.11. O desempenho desejado utilizado foi de 10 segundos de tempo de subida e 5% de *overshoot*.



**Figura 4.29:** Curvas do nRPN para o reator operando na região de operação com pontos estáveis e instáveis

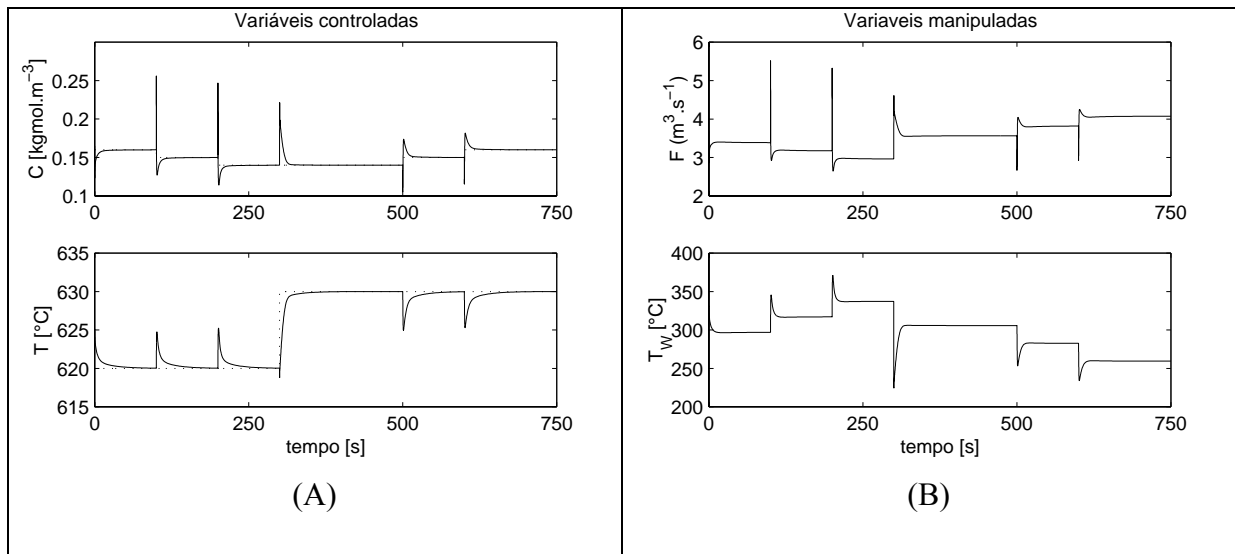
Para a região de operação completa, o nRPN foi de 4,95, o nRPN<sub>STAT</sub> foi de 2,39 e o nRPN<sub>DYN</sub> foi de 2,56. O controlador adequado deve compensar tanto a variação estática quanto dinâmica, pois, mesmo a contribuição dinâmica sendo preponderante, a estática não é desprezível.

#### 4.3.4 – Aplicação do controlador adequado

Nesta seção serão aplicados os controladores indicados para cada região de operação estudadas anteriormente, verificando as conclusões proferidas pela metodologia nRPN.

Para o controle do reator na região de operação de alta conversão, utilizaram-se dois controladores PI descentralizados. Os parâmetros de ajuste foram obtidos a partir do método IMC (Marlin, 1995). Entretanto observou-se que o desempenho do controlador era excessivo, optando-se por reduzir os ganhos. Para a malha de temperatura utilizou-se  $K_P$  de  $-10$  e  $\tau_I$  de  $70$ . Para a malha de composição utilizou-se  $K_P$  de  $-20$  e  $\tau_I$  de  $11$ . Impuseram-se diferentes distúrbios nos valores base das variáveis manipuladas. A Figura 4.30 mostra o comportamento das variáveis controladas, bem como das manipuladas. Realizaram-se distúrbios no *setpoint* das variáveis controladas, tanto de forma simultânea, quanto independente, nas malhas controle.

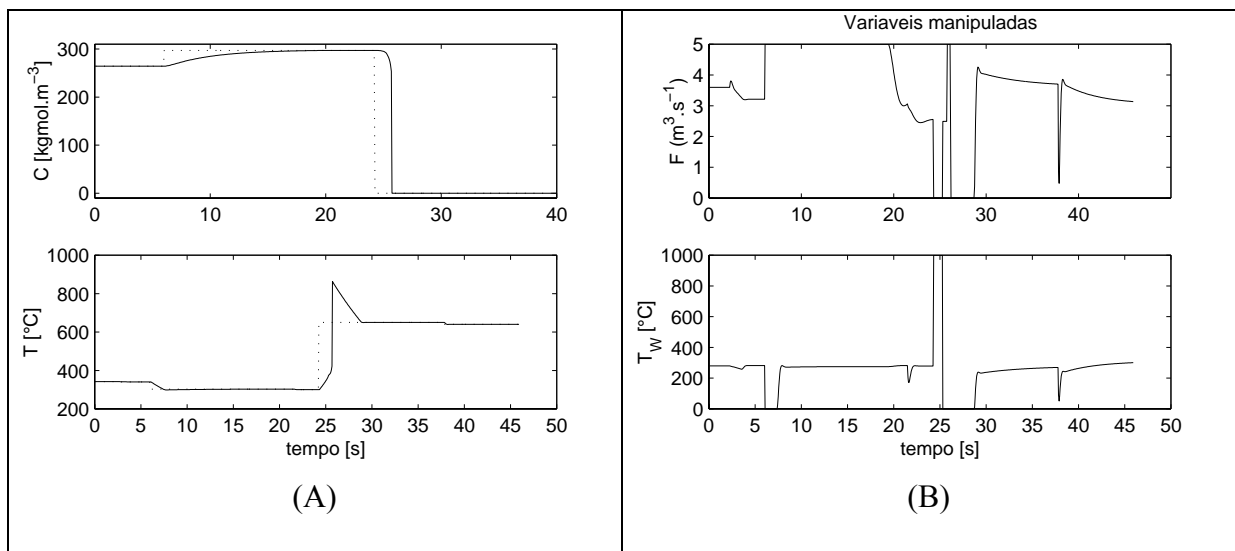




**Figura 4.30:** Aplicação do controlador PI na região de operação de alta conversão (A) variáveis controladas e (B) manipuladas

Na Figura 4.30 observa-se que o controlador manteve praticamente o mesmo desempenho ao longo de toda região de operação, mostrando a quase ausência da não-linearidade na região.

No segundo teste utilizou-se o controlador preditivo não-linear LLT (Duraiski, 2001) para o controle da unidade nos três pontos de operação mostrados na Tabela 4.11. As variáveis controladas e manipuladas são mostradas na Figura 4.31 (A) e (B) respectivamente.



**Figura 4.31:** Aplicação do controlador preditivo não-linear ao CSTR operando em cada um dos múltiplos estados estacionários

O controlador mostrou-se adequado para controlar a planta nos três pontos múltiplos, diferentemente de um controlador linear. Novamente a previsão da metodologia nRPN foi acertada. Inicialmente, até o tempo 8 segundos, manteve-se o controlador no ponto de operação instável, posteriormente alterou-se o ponto para o de baixa conversão. Ao final do teste trocou-se novamente de região de operação, levando o sistema ao ponto de alta conversão.

## 4.4– Bibliografia

DURAIKI, R., G., *Controlador Preditivo Não-Linear Utilizando Linearizações ao Longo da Trajetória*. Dissertação de Mestrado PPGEQ - UFRGS. 2001.

ENGELN-MÜLLGES, G., REUTTER, F.; *NumerikAlgorithmen*. VDI Verlag. 1996.

KLAT, K., U.; ENGELL, S.; Nonlinear Control of Neutralization Process by Gain-Scheduling Trajectory Control. *Ind. Eng Chem. Res.* 35 pág 3511-3518. 1996.

MARCON, S., M.; *Controle Global de uma Unidade de Extração de Butadieno*. Dissertação de mestrado PPGEQ - UFRGS. 2001.

MARLIN, T., E.; *Process Control*, McGraw Hill. 1995.

NARAYANAN, N., R., L., KRYSHNASWAMY, P., R., RANGAIAH, G., P.; Use of Alternate Process Variables for Enhancing pH Control Performance. *Chemical Engineering Science*, vol 53, n° 17, pág 3041-3049. 1998.

TORRES, A., E., G., TLACUAHUAC, A., F.; Effect of Process Modeling on the Nonlinear Behaviour of a CSTR Reactions  $A \rightarrow B \rightarrow C$ . *Chemical Engineering Journal* 77 pág 153-164. 2000.

VAN DE VUSSE, J., G.; *Plug flow type reactor versus tank reactor*. *Chem. Eng. Science* 19, pág 994-997. 1964.

## Capítulo 5

# Coluna de alta pureza: separação de benzeno e tolueno

A destilação é atualmente a principal operação unitária para a separação de produtos químicos e petroquímicos (Luyben, 1992). O controle de colunas de destilação geralmente não é uma tarefa fácil, devido ao acoplamento entre as variáveis, suscetibilidade a distúrbios externos e muitas vezes elevado grau de não-linearidade.

Colunas de alta pureza são geralmente não-lineares e muito sensíveis a distúrbios (Luyben, 1992). Pequenos distúrbios na coluna são responsáveis por grande alteração nas composições dos produtos no estado estacionário. Além disso, estas colunas apresentam elevadíssimas constantes de tempo, devido às grandes vazões de reciclo interno.

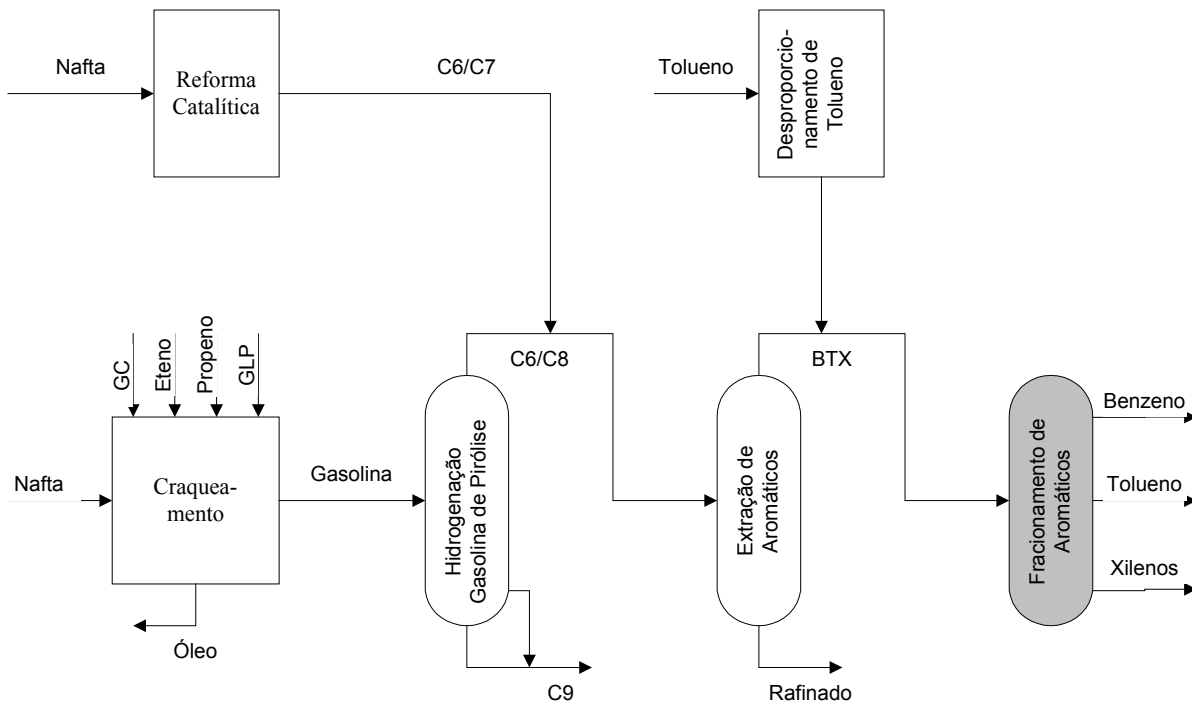
Neste capítulo será determinado o grau de não-linearidade da coluna de separação benzeno e tolueno de uma unidade BTX, unidade que separa o benzeno, tolueno e xilenos. A coluna em estudo se caracteriza por uma coluna de alta pureza.

Inicialmente a unidade de separação de aromáticos será descrita, bem como a coluna de separação de benzeno. Posteriormente, as regiões de operação serão definidas e um estudo qualitativo será realizado para estimar o grau de não-linearidade. Finalmente, a metodologia nRPN será aplicada, permitindo determinar o controlador adequado para cada região de operação.

### 5.1 - Descrição da unidade

A unidade de fracionamento de aromáticos (UFA), conhecida como BTX foi fruto de alguns estudos, entre os quais, cita-se Langerhorst (2001).

A função desta unidade é separar os produtos benzeno, tolueno e xilenos de alta pureza da corrente proveniente das unidades de Extração de Aromáticos e de Desproporcionamento de Tolueno (Hidrodealquilação do tolueno). A Figura 5.1 mostra a localização da BTX dentro da central petroquímica genérica.



**Figura 5.1:** Localização da fracionadora de aromáticos numa central petroquímica típica

A UFA é composta de quatro torres:

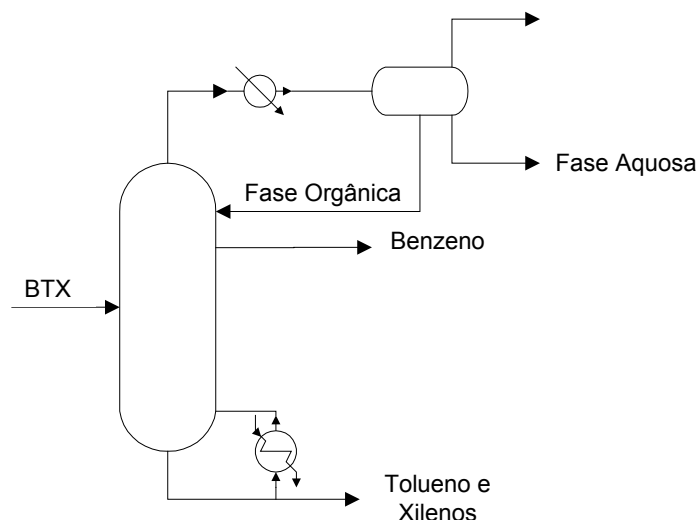
- Torre de argila
- Coluna de benzeno
- Coluna de tolueno
- Coluna de xilenos

Na torre de argila, as olefinas existentes na alimentação são removidas. O produto de fundo desta torre é enviado para a coluna de benzeno.

Esta coluna opera à pressão atmosférica, sendo alimentada pela corrente de aromáticos BTX. A coluna foi projetada para 40 estágios teóricos. O benzeno é retirado lateralmente no quinto prato. Pelo topo é removido o azeótropo heterogêneo de mínima temperatura formado entre o benzeno e a água, além de uma pequena porção de não aromáticos leves. Esta mistura é resfriada, ocorrendo separação entre as fases no vaso de topo. A fase aquosa é removida e a fase orgânica, que é rica em aromáticos, principalmente em benzeno, retorna à coluna.

As variáveis controladas desta coluna são a contaminação de benzeno na corrente de fundo e a concentração de tolueno na retirada lateral, ambas em partes por milhão (ppm). As variáveis manipuladas são o calor do refeedor e a vazão da retirada lateral.

A representação da coluna de benzeno está disposta na Figura 5.2.



**Figura 5.2:** Representação da coluna de benzeno da unidade BTX

A coluna de benzeno se caracteriza por ser uma coluna de alta pureza, que separa o benzeno do tolueno e xilenos, permitindo baixa contaminação tanto de benzeno na corrente de fundo, quanto de tolueno na retirada lateral. O grau de não-linearidade desta torre será quantificado para diferentes especificações, tanto de benzeno na corrente de fundo quanto tolueno na retirada lateral.

À coluna de tolueno é alimentada a corrente de fundo da coluna de benzeno. A coluna de tolueno possui 130 estágios reais, tendo como entrada de carga somente o estágio 66. Pelo topo é retirado o tolueno de alta pureza.

A coluna de xilenos recebe como alimentação a corrente de fundo da torre de tolueno. A coluna de xilenos tem 56 estágios reais tendo como entrada de carga o estágio 29. O produto de topo é uma mistura de xilenos que, depois de condensada, se divide em duas correntes: uma retorna para a coluna como refluxo sob controle de nível e a outra corrente é resfriada e enviada diretamente para a unidade de separação de para-xileno. O produto de fundo desta coluna é enviado para a unidade de fracionamento de xilenos.

A Tabela 5.1 mostra os principais componentes da alimentação típica da unidade BTX.

**Tabela 5.1:** Principais componentes da alimentação da torre de benzeno

COMPONENTE	FRAÇÃO MÁSSICA
BENZENO	0,51
METIL-CICLO HEXANO	0,00012
TOLUENO	0,29
OCTANO	0,00021
XILENOS	0,196
ÁGUA	0,0008

O modelo dinâmico da coluna de benzeno foi construído no simulador comercial Aspen Dynamics 11.1. Sendo escolhido, entre outros motivos por permitir a obtenção de modelos lineares diretamente, não sendo necessário o uso de técnicas de identificação. O modelo termodinâmico utilizado para a fase líquida foi *NRTL*, pois este modelo é capaz de prever a formação do azeótropo entre benzeno e água nesta torre, bem como a formação de duas fases líquidas em regiões da coluna.

## 5.2- Definição dos pontos de operação

O sistema será dividido em seis regiões de operação distintas, que estão baseadas em diferentes composições de benzeno na corrente de fundo e tolueno na retirada lateral. A Tabela 5.2 mostra as regiões de operação propostas. As composições indicadas na tabela são expressas em ppm.

**Tabela 5.2:** Regiões de operação da coluna Benzeno-Tolueno

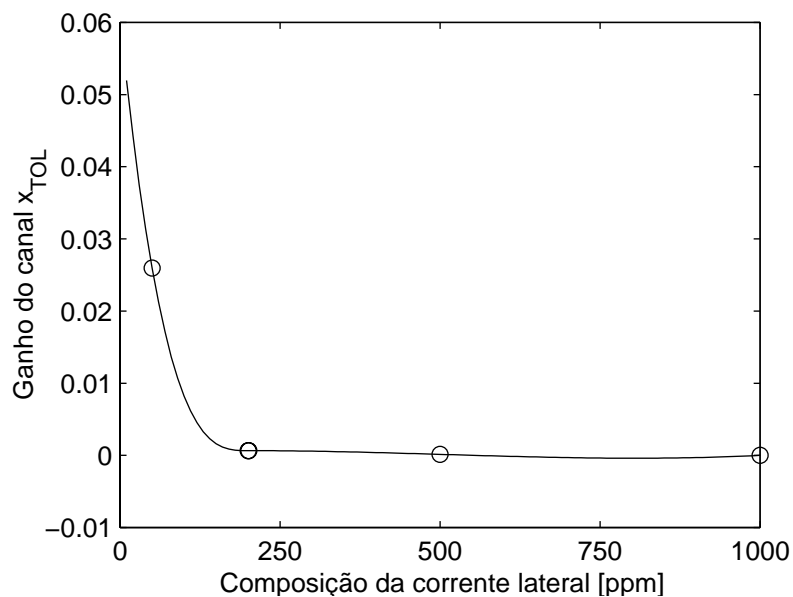
		Tolueno ret. Lateral	
		50	200
b e n z	50	OR1	OR2
	200	OR3	OR4
f d	1000	OR5	OR6

Para exemplificar a utilização da tabela anterior, na primeira região de operação a composição de benzeno na corrente de fundo é 50 ppm, igual à composição de tolueno na retirada lateral.

Nas primeiras regiões de operação (OR1 a OR4), os produtos têm uma alta pureza, indicando que sistema poderá apresentar um grau de não-linearidade pronunciado. Além disso, o grau de não-linearidade deve ser tão menor quanto menos puros forem os produtos.

Visando comprovar a não-linearidade da torre de benzeno, analisar-se-á a variação do ganho e do tempo de assentamento para diferentes pontos de operação, onde a composição de benzeno na corrente de fundo é constante, igual a 50 ppm para todos eles, e a composição de tolueno na retirada lateral é variável.

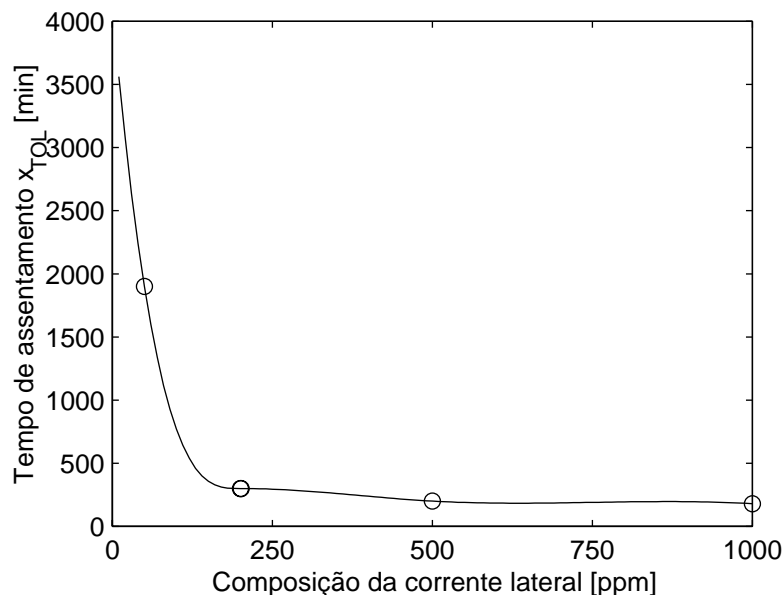
A Figura 5.3 mostra o ganho da vazão da corrente de retirada lateral em relação à composição de tolueno nesta corrente.



**Figura 5.3:** Curva de ganho para a malha de tolueno para o sistema operando em diferentes especificações

Verifica-se que a curva se torna mais abrupta à medida que as composições se tornam menores. Além disso, O ganho varia cerca de cem vezes, entre os pontos de operações onde a especificação é mais rígida e mais branda.

Os tempos de assentamento do sistema para a mesma malha estão dispostas na Figura 5.4.



**Figura 5.4:** Tempo de assentamento em função da composição de tolueno na corrente lateral para a malha de tolueno

O mesmo verifica-se para o tempo de assentamento: este se altera mais de 40 vezes entre as concentrações limítrofes, tornando o sistema mais lento à medida que os produtos se tornam mais puros. Estas observações vão ao encontro a estudos de colunas de destilação de alta pureza (Luyben, 1992).

A Tabela 5.3 mostra a matriz de ganhos para cada modelo nominal das regiões de operação.

**Tabela 5.3:** Matriz de ganhos para os modelos nominais de cada região de operação

	50	200
50	$\begin{bmatrix} 0,026 & 0,16 \\ -0,13 & -0,86 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,051 & 0,33 \\ -0,041 & -0,27 \end{bmatrix}$
200	$\begin{bmatrix} 0,007 & 0,0043 \\ -0,056 & -0,37 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0044 & 0,029 \\ -0,051 & -0,34 \end{bmatrix}$
1000	$\begin{bmatrix} 0,0002 & 0,0014 \\ -0,052 & -0,34 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0002 & 0,0014 \\ -0,052 & -0,34 \end{bmatrix}$

A Tabela 5.4 mostra o tempo de assentamento (min) para cada modelo identificado na respectiva região de operação.



**Tabela 5.4:** Tempo de assentamento (min) para os modelos nominais de cada região de operação

	50	200
50	1900	500
200	200	100
1000	45	45

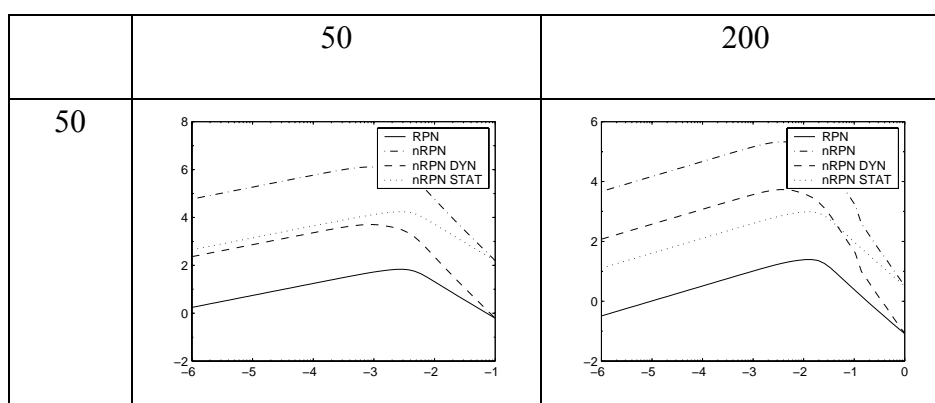
A partir das Tabela 5.3 e Tabela 5.4, observa-se que o sistema apresenta um ganho elevado para baixas composições (OR1 e OR2), apresentando redução com o decréscimo da pureza dos produtos.

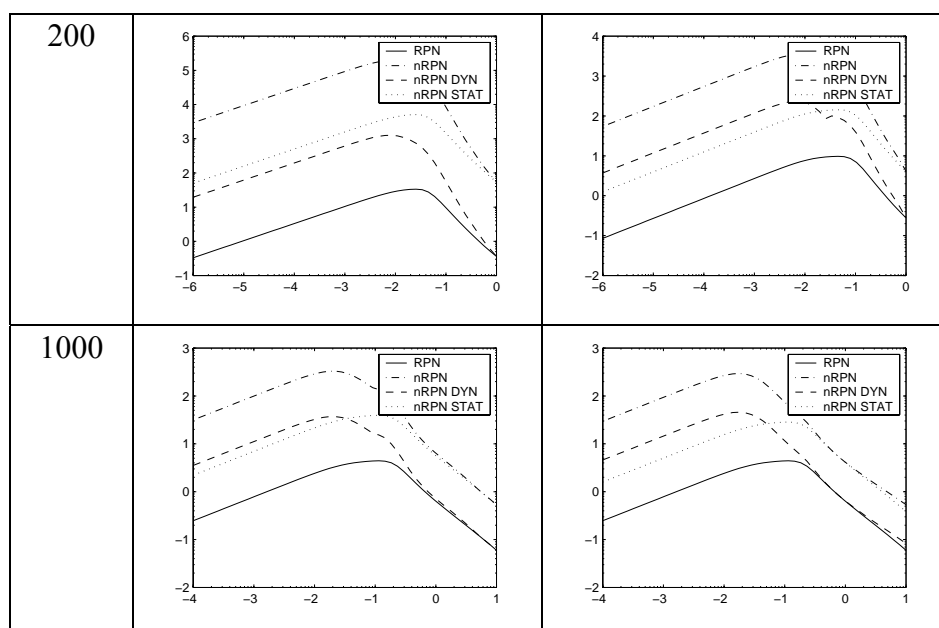
A análise qualitativa do grau de não-linearidade mostra que as regiões de alta pureza (OR1 a OR4) apresentam grandes variações tanto no ganho quanto na dinâmica. Entretanto, as regiões onde a especificações são mais brandas (OR5 e OR6), o grau de não-linearidade é menor.

### 5.3- Cálculo do grau de não-linearidade

Após a identificação dos modelos nominais para cada região de operação e da qualificação da não-linearidade, determinou-se o grau de não-linearidade da torre de benzeno da unidade BTX, utilizando a metodologia nRPN.

A Figura 5.5 mostra os gráficos do nRPN para cada região de operação. O desempenho desejado, para ambos os casos foi 10 minutos de tempo de subida e 5% de overshoot.





**Figura 5.5:** Gráficos das curvas do nRPN para as regiões de operação estudadas

A Tabela 5.5 mostra os índices da metodologia nRPN para as regiões de operação.

**Tabela 5.5:** Índices da metodologia nRPN para as diferentes regiões de operação

	NRPN	NRPN DYN	NRPN STAT
OR1	3,85	1,43	2,40
OR2	3,49	1,89	1,58
OR3	3,31	1,10	2,18
OR4	1,99	0,75	1,13
OR5	1,24	0,04	0,90
OR6	1,05	-0,05	0,74

A partir da Figura 5.5 e da Tabela 5.5, verifica-se que, para a primeira região de operação, o grau de não-linearidade é grande, tendo contribuições estática e dinâmica consideráveis. Esta conclusão é ratificada pela análise qualitativa da não-linearidade onde se verificou grande variação tanto na constante de tempo quanto no ganho do sistema.

Pode-se constatar ainda que, a diminuição da pureza dos produtos acarreta decréscimo do grau de não-linearidade. Mesmo assim, o grau de não-linearidade apresentado pelas regiões de operação 2, 3 e 4 é da mesma forma elevado.

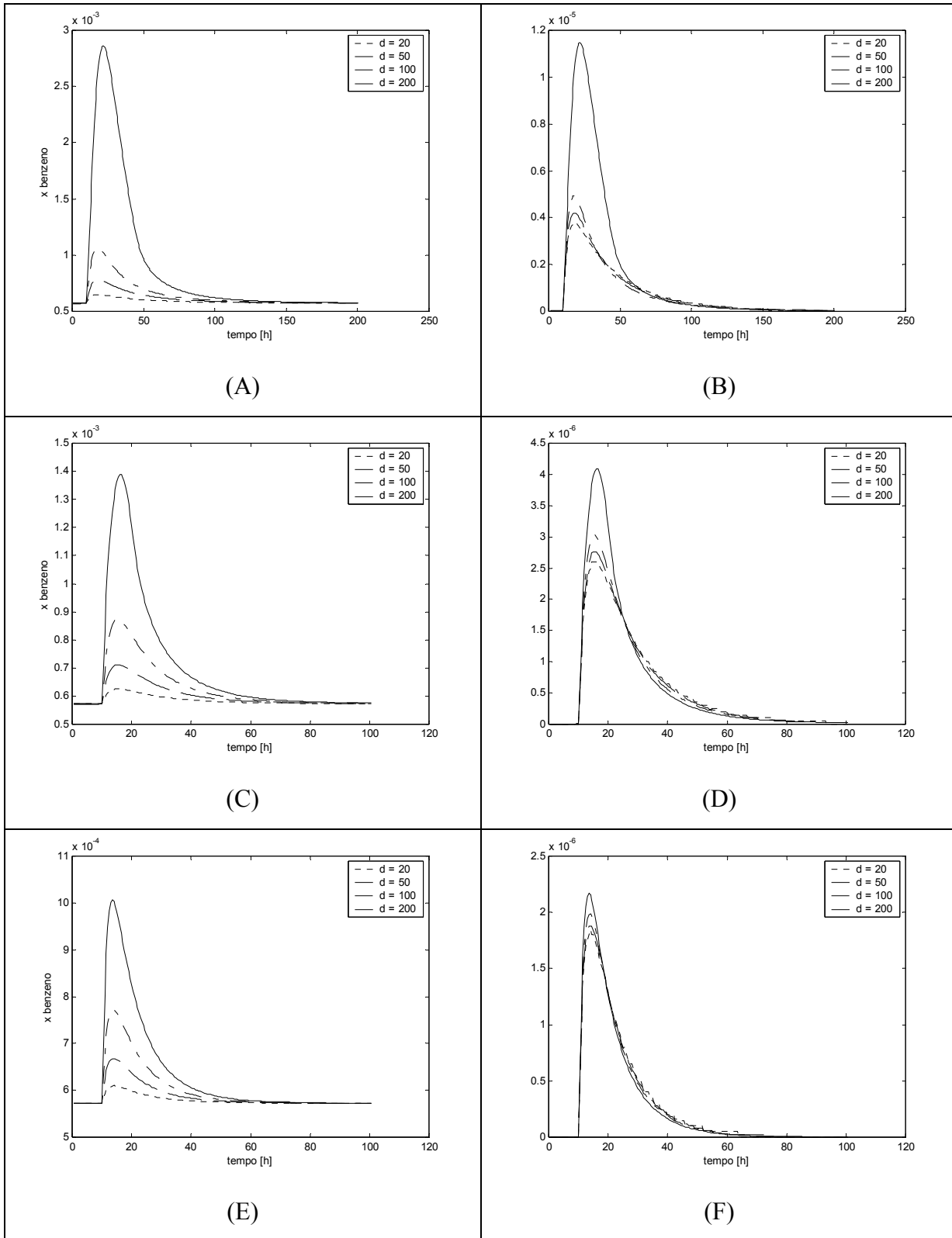
Apenas as regiões 5 e 6, onde a pureza dos produtos é menor, apresentam grau de não-linearidade mediano, sendo acarretado principalmente pela variação estática.

O controlador indicado para as primeiras quatro regiões de operação deve compensar tanto a variação estática quanto dinâmica, visto que os respectivos índices são significativos. Um controlador que poderia ser utilizado neste caso é um preditivo não-linear.

Nas regiões de operação 5 e 6 um controlador linear poderia ser utilizado, entretanto haveria visível perda em seu desempenho. Uma alternativa seria a utilização de um controlador *Gain-Scheduling*, que compensaria a variação estática do sistema. Este controlador é aconselhável devido à forte influência da não-linearidade estática nestes pontos de operação.

Outra peculiaridade verificada pelo quinto e sexto pontos de operação é a forte dependência da não-linearidade da velocidade do controlador. Conforme proferido no capítulo anterior, para alguns sistemas não-lineares, o grau de não-linearidade será tão maior quanto mais lento o controlador, perdendo robustez. Este comportamento contrapõe o conceito de desempenho robusto para sistemas lineares, onde o desempenho robusto de um controlador é tão maior quanto menor sua performance. Este fenômeno é verificado nesta coluna, pois o decréscimo do desempenho do controlador faz que ele opere em uma região de operação cada vez maior, com um comportamento dispar em relação ao ponto de operação.

Aplicando controladores PI descentralizados para as malhas tanto de benzeno quanto tolueno, sintonizados utilizando IMC (Marlin, 1995), procederam-se distúrbios de diferentes magnitudes na vazão de alimentação da coluna. Os *setpoints* dos controladores eram 500 ppm tanto para composição de benzeno na corrente de fundo, quanto tolueno na retirada lateral. A região de operação correspondente, segundo esta especificação é a região 5 (OR5). Três diferentes controladores foram projetados: o primeiro apresentava grande desempenho, tornando o sistema 12 vezes mais rápido, em relação à malha aberta. O segundo apresentava desempenho rápido, tornando o sistema 6 vezes mais rápido que em malha aberta. O terceiro controlador apresentava baixa performance, sendo apenas 2 vezes mais rápido que em malha aberta. A Figura 5.6 mostra a resposta do sistema, para a malha de benzeno no fundo, para degraus de diferentes magnitudes e a resposta do sistema normalizada pelo respectivo degrau, (A) e (B) utilizando o controlador mais lento, (C) e (D) o controlador com o desempenho intermediário e o (E) e (F) o controlador mais rápido. A magnitude do distúrbio está disposta na legenda do gráfico, expressa em kg/h.



**Figura 5.6:** Aplicação de controladores lineares à coluna de benzeno com diferentes desempenhos - (A), (C) e (E) mostram a resposta do sistema e (B), (D) e (F) mostram a resposta do sistema normalizada frente ao distúrbio imposto, para respectivamente o controlador com o desempenho lento, intermediário e rápido

A Figura 5.6 mostra que o aumento da performance do controlador implica em um menor grau de não-linearidade, pois as curvas normalizadas vão se aproximando à medida que a velocidade do controlador aumenta. Para o controlador que apresenta a maior performance, o sistema é praticamente linear, pois as curvas normalizadas quase se sobrepõem, evidenciando que a não-linearidade acarreta baixa perda de desempenho neste controlador. Para o controlador com o desempenho intermediário, a não-linearidade é também pequena, porém maior que o caso anterior. Já para o controlador lento, a não-linearidade causa visível perda de desempenho na malha de controle.

Pode-se verificar ainda, que a variação transiente para o controlador mais lento é cerca de 10 vezes maior em relação ao controlador mais rápido, mostrando que a perda de desempenho causada pela não-linearidade deve ser baixa para controladores rápidos, tornando-se visível para controladores lentos.

Aplicando a metodologia nRPN para a quinta região de operação, utilizando diferentes desempenhos alcançáveis, obtém-se os índices expostos na Tabela 5.6, onde o desempenho desejado está expresso em minutos.

**Tabela 5.6:** Índices da metodologia nRPN para quinta região de operação, utilizando diferentes desempenhos desejados

CONSTANTE DE TEMPO [MIN]	nRPN
1	0,96
10	1,24
20	1,38
50	1,58
100	1,70
200	1,79

A Tabela 5.6 mostra que a não-linearidade do sistema aumenta com a perda de performance do controlador, indo ao encontro das conclusões proferidas baseadas na análise em malha fechada, anteriormente apresentadas. Para controladores muito rápidos, a perda de performance causada pela não-linearidade é irrisória. Já para controladores muito lentos, a não-linearidade acarreta visível perda de desempenho da malha.

## 5.4- Bibliografia

LANGERHORST, M.; *Estudo do Comportamento Dinâmico de uma Coluna Industrial de Fracionamento de Tolueno com Integração Energética*. Dissertação de mestrado. PPGEQ - UFBA. 2001

LUYBEN, W., L.; *Practical Distillation Control*; Van Nostrand Reinhold; 1992.

MARLIN, T., E.; *Process Control*, McGraw Hill. 1995.

## Capítulo 6

### Planta de cinco tanques - Análises teóricas

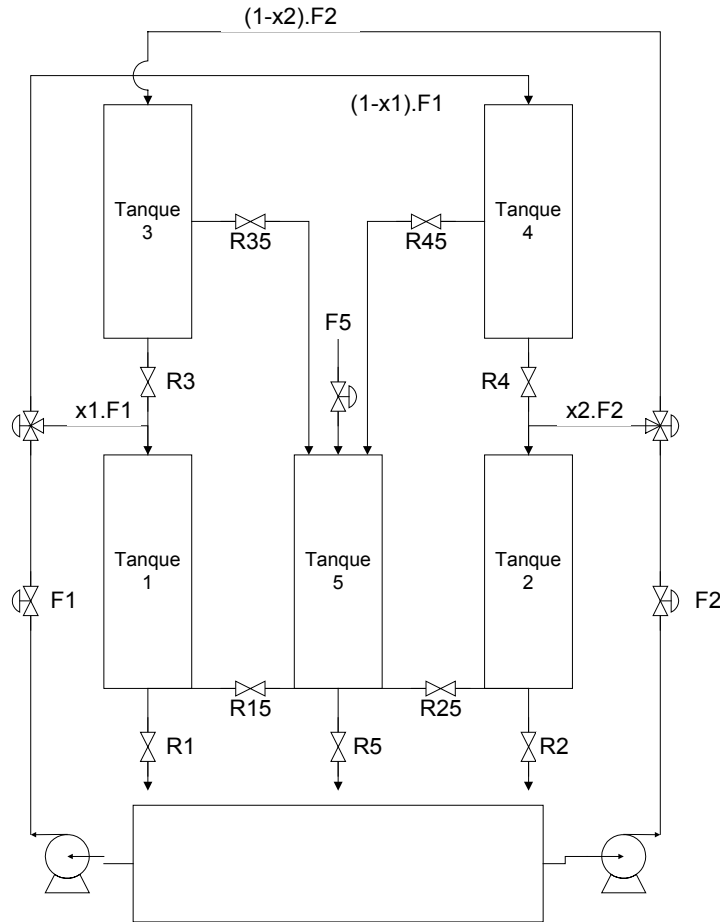
Neste capítulo é apresentada a planta de cinco tanques, unidade criada nesta dissertação que visava inicialmente apenas o estudo do grau de não-linearidade, elucidando a inversão de ganho multivariável. Todavia, esta planta mostrou-se um rico exemplo de controle de processos, apresentando uma série de fenômenos observados em plantas industriais, não só a inversão de ganho. A planta de cinco tanques é uma evolução da proposta de Johanson, (2000), que apresentava apenas o fenômeno da inversão do determinante da matriz de ganhos, devido à mudança do sinal de um dos zeros de transmissão.

Inicialmente a planta será descrita como foi concebida. Posteriormente, o grau de não-linearidade e sua controlabilidade serão analisados. As características dinâmicas peculiares também serão elucidadas.

#### 6.1- Descrição da unidade

A referida planta é composta de cinco tanques cilíndricos, interconectados, podendo operarem abertos ou fechados. Objetiva-se o controle de alguns níveis específicos, manipulando as vazões de cada uma das bombas, denominadas  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_5$ , e as razões de distribuição entre os tanques  $x_1$  e  $x_2$ . Nesta planta, diferentes conjuntos de variáveis controladas / manipuladas acarretam em uma problemática de controle distinta, que será apresentada posteriormente.

A Figura 6.1 mostra a representação esquemática desta unidade.



**Figura 6.1:** Representação esquemática da planta de cinco tanques

A vazão proveniente da bomba 1, denominada  $F_1$  alimenta os tanques 1 e 4. A fração destinada ao tanque 1 é  $x_1$ , enquanto que para o 4 é  $(1-x_1)$ . A vazão proveniente da bomba 2, denominada  $F_2$  alimenta os tanques 2 e 3. A fração destinada ao tanque 2 é  $x_2$ , enquanto que para o 3 é  $(1-x_2)$ . O tanque 1 é alimentado também pela vazão de descarga do tanque 3 (este é alimentado por  $F_2(1-x_2)$ ). Já para o tanque 2 ocorre o inverso: este é alimentado também pela vazão de descarga do tanque 4 (este é alimentado por  $F_1(1-x_1)$ ). O tanque 5 é alimentado por  $F_5$ , além de ter comunicação com os tanques 1 e 2, conectadas pela base dos tanques. Este tanque também é ligado aos tanques 3 e 4, através de uma retirada intermediária destes tanques, localizadas à  $h_{s3}$  e  $h_{s4}$  cm da base de cada tanque, respectivamente. Os tanques inferiores possuem retiradas do sistema, onde o fluido retorna ao tanque pulmão.

Verifica-se que os tanques têm grande interação entre si. Se os tanques operarem abertos, a vazão  $F_1$  afeta todos os tanques exceto o 3, pois alimenta diretamente o tanque 1 e indiretamente o tanque 4, cujo volume será integralmente despejado no tanque 2. O mesmo comportamento observa-se para os tanques 2 e 3. Se os tanques operarem fechados, cada vazão tem influência em todos os tanques. A vazão  $F_1$  agora tem influência também sobre o tanque 3, pois o aumento do nível do tanque 1 acarreta aumento em sua pressão interna, diminuindo a força motriz responsável pela descarga do tanque 3. O mesmo comportamento é verificado para a interação entre  $F_2$  e  $h_4$ . O tanque 5 funciona como tanque pulmão,



responsável pela interação entre os tanques 1 e 2, que será tão maior quanto maior for  $R_{15}$  e  $R_{25}$ .

Esta planta apresenta um zero de transmissão variável, que é função de  $x_1$  e  $x_2$ . Quando o total das vazões é preferencialmente destinado aos tanques inferiores, ou seja,  $x_1 + x_2 > 1$ , este zero é negativo. Quando a maior parte das vazões é destinada aos tanques superiores ( $x_1 + x_2 < 1$ ), ocorre a inversão do sinal deste zero de transmissão, invertendo o sinal do determinante da matriz de ganhos do sistema.

A modelagem fenomenológica para a unidade, com os tanques operando abertos, supondo que estes são alimentados pela topo, é dada por:

$$\begin{aligned}
 A_1 \frac{dh_1}{dt} &= x_1 \cdot F_1 + R_3 \sqrt{h_3} - R_1 \sqrt{h_1} \pm R_{51} \sqrt{|h_5 - h_1|} \\
 A_2 \frac{dh_2}{dt} &= x_2 \cdot F_2 + R_4 \sqrt{h_4} - R_2 \sqrt{h_2} \pm R_{52} \sqrt{|h_5 - h_2|} \\
 A_3 \frac{dh_3}{dt} &= (1 - x_2) \cdot F_2 - R_3 \sqrt{h_3} - R_{35} \sqrt{h_3 - h_{s3}} \\
 A_4 \frac{dh_4}{dt} &= (1 - x_1) \cdot F_1 - R_4 \sqrt{h_4} - R_{45} \sqrt{h_4 - h_{s4}} \\
 A_5 \frac{dh_5}{dt} &= F_5 + R_{35} \sqrt{h_3 - h_{s3}} + R_{45} \sqrt{h_4 - h_{s4}} \mp \\
 &R_{51} \sqrt{|h_5 - h_1|} \mp R_{52} \sqrt{|h_5 - h_2|}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

onde  $A_i$ : área da seção reta do tanque [ $\text{cm}^2$ ]  
 $h_i$ : nível do tanque  $i$  [cm]  
 $h_{s3}$  e  $h_{s4}$ : altura da retirada lateral dos tanques 3 e 4, respectivamente [cm]  
 $t$ : tempo [s]  
 $R_i$ : coeficiente de descarga do tanque  $i$   
 $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_5$ : vazões de alimentação dos tanques (variáveis manipuladas) [ $\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]  
 $x_1$  e  $x_2$ : razão de distribuição das vazões entre os tanques,  $0 \leq x_i \leq 1$

Caso os tanques operarem fechados, isto é, o volume interno de ar for constante em cada tanque, o modelo para a unidade é dado por.

$$\begin{aligned}
A_1 \frac{dh_1}{dt} &= x_1 \cdot F_1 + R_3 \sqrt{P_3 + \rho g h_3 - P_1} - \\
&R_1 \sqrt{P_1 + \rho g h_1 - P_{atm}} \pm R_{51} \sqrt{P_5 + \rho g h_5 - (P_1 + \rho g h_1)} \\
A_2 \frac{dh_2}{dt} &= x_2 \cdot F_2 + R_4 \sqrt{P_4 + \rho g h_4 - P_2} - \\
&R_2 \sqrt{P_2 + \rho g h_2 - P_{atm}} \pm R_{52} \sqrt{P_5 + \rho g h_5 - (P_2 + \rho g h_2)} \\
A_3 \frac{dh_3}{dt} &= (1 - x_2) \cdot F_2 - R_3 \sqrt{P_3 + \rho g h_3 - P_1} - R_{35} \sqrt{P_3 + \rho g (h_3 - h_{s3}) - P_5} \\
A_4 \frac{dh_4}{dt} &= (1 - x_1) \cdot F_1 - R_4 \sqrt{P_4 + \rho g h_4 - P_2} - R_{45} \sqrt{P_4 + \rho g (h_4 - h_{s4}) - P_5} \\
A_5 \frac{dh_5}{dt} &= F_5 + R_{35} \sqrt{P_3 + \rho g (h_3 - h_{s3}) - P_5} + R_{45} \sqrt{P_4 + \rho g (h_4 - h_{s4}) - P_5} \mp \\
&R_{51} \sqrt{P_5 + \rho g h_5 - (P_1 + \rho g h_1)} \mp R_{52} \sqrt{P_5 + \rho g h_5 - (P_2 + \rho g h_2)}
\end{aligned} \tag{6.2}$$

onde:  $A_i$ : área da seção reta do tanque [ $\text{cm}^2$ ]

$h_i$ : nível do tanque  $i$  [ $\text{cm}$ ]

$h_{s3}$  e  $h_{s4}$ : altura da retirada lateral dos tanques 3 e 4, respectivamente [ $\text{cm}$ ]

$t$ : tempo [ $\text{s}$ ]

$R_i$ : coeficiente de descarga do tanque  $i$

$F_1$ ,  $F_2$  e  $F_5$ : vazões de alimentação dos tanques (variáveis manipuladas) [ $\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]

$x_1$  e  $x_2$ : razão de distribuição das vazões entre os tanques,  $0 \leq x_i \leq 1$

$\rho$ : densidade do líquido [ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ]

$g$ : aceleração da gravidade [ $\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$ ]

$P_i$ : pressão interna do tanque  $i$ , expressa em  $\text{dyna} \cdot \text{cm}^{-2}$ , dada por

$$P_i = \frac{P_{0i} (h_{Ti} - h_{0i})}{(h_{Ti} - h_i)} \tag{6.3}$$

onde:  $P_{0i}$ : pressão inicial do tanque  $i$  ( $t=0$ ) [ $\text{dyna} \cdot \text{cm}^{-2}$ ]

$h_{0i}$ : nível inicial do tanque  $i$  ( $t=0$ )

$h_{Ti}$ : nível máximo do tanque  $i$

Considera-se, para o sistema fechado, que os tanques são perfeitamente selados, isto é, não ocorrem perdas de ar durante a operação e o ar se comporta como um gás ideal.

A Tabela 6.1 mostra o valor das constantes para a planta de cinco tanques.

**Tabela 6.1:** Parâmetros referentes à planta de cinco tanques

Variáveis	Valor	Unidade
$h_S$	21	cm
$\rho$	1	$\text{g.cm}^{-3}$
$A_i$	78.5	$\text{cm}^2$
$g$	981	$\text{cm.s}^{-2}$
$h_{Ti}$	50	cm

## 6.2- Apresentação dos pontos de operação

Nesta seção serão definidos os pontos de operação, onde a planta apresenta características dinâmicas peculiares. Posteriormente, a controlabilidade da unidade será analisada nestes pontos.

### 6.2.1 - Tanques fechados

Inicialmente, o sistema operando com os tanques fechados será analisado. A modelagem referente a este sistema está apresentada em 6.2.

Os três pontos de operação têm como variáveis controladas os níveis  $h_1$  e  $h_2$ , e como variáveis manipuladas as vazões  $F_1$  e  $F_2$ . Os principais distúrbios são as razões  $x_1$  e  $x_2$  de distribuição da vazão entre os tanques.

O primeiro ponto de operação OP1 tem características de fase mínima, isto é, não apresenta zeros de transmissão localizados no semi-plano direito (SDP). O segundo ponto de operação (OP2) apresenta um zero de transmissão com a parte real positiva. O aparecimento deste zero ocorre quando  $x_1 + x_2 < 1$ , ou seja, o fluido é preferencialmente direcionado aos tanques superiores. Neste ponto de operação ocorre a competição de dinâmicas, sendo a mais rápida causada pela vazão correspondente, isto é  $F_1$  para  $h_1$  e  $F_2$  para  $h_2$ , porém de menor ganho que a vazão indireta, que é de dinâmica mais lenta, devido ao acúmulo dos tanques superiores. Esta soma de dinâmicas acarreta a troca de sinal de um zero de transmissão, acarretando na troca do sinal do determinante da matriz de ganhos do sistema.

No terceiro ponto de operação, o sistema apresenta comportamento de fase mínima, apesar da soma das razões de distribuição indicar o contrário.

A Tabela 6.2 mostra o valor das variáveis controladas, manipuladas, medidas e distúrbios para os três pontos de operação. Os parâmetros referentes a estes modelos estão dispostos na Tabela 6.3.

**Tabela 6.2:** Definição dos pontos de operação para o sistema operando com os tanques fechados

Variável	OP1	OP2	OP3
$h_1$ [cm]	20,92	20,84	23,77
$h_2$ [cm]	25,59	25,66	28,57
$h_3$ [cm]	18,63	20,88	21,55
$h_4$ [cm]	12,59	18,72	21,00
$h_5$ [cm]	30,44	30,44	33,29
$F_1$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	40	40	80
$F_2$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	40	40	80
$F_5$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	10	10	10
$x_1$ [-]	0,7	0,35	0,35
$x_2$ [-]	0,6	0,45	0,45

O ponto de operação 1 está na região de fase mínima ( $x_1 + x_2 = 1,3$ ). Já os pontos de operação 2 e 3 estão teoricamente na região de fase não mínima ( $x_1 + x_2 = 0,8$ ), diferindo apenas em sua vazão de alimentação. Verifica-se, entretanto, que os níveis dos tanques 3 e 4 estão abaixo da saída intermediária para o ponto de operação 2, e acima desta saída para o terceiro ponto de operação. Posteriormente, será mostrado que apenas o ponto de operação 2 apresenta zero de transmissão com a parte real positiva, enquanto o terceiro ponto de operação não o apresenta, apesar de estar na região onde teoricamente este elemento de fase não mínima deveria existir. Nesta planta, o zero de transmissão no semi-plano direito é determinado não só pela soma de  $x_1$  e  $x_2$ , mas também pela localização dos níveis superiores.

**Tabela 6.3:** Parâmetros referentes aos pontos de operação para o sistema operando com os tanques fechados

Variável	OPs
$R_1$ [cm <sup>3,5</sup> g <sup>-0,5</sup> ]	0,20
$R_2$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0,20
$R_3$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0,05
$R_4$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0,05
$R_5$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0
$R_{51}$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0,15
$R_{52}$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0,15
$R_{35}$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0,15
$R_{45}$ [cm <sup>3,5</sup> s <sup>-0,5</sup> ]	0,15
$h_{01} h_{02}$ [cm]	20 25
$h_{03} h_{04}$ [cm]	15 10
$h_{05}$ [cm]	30

### 6.2.2 - Tanques abertos

Para o sistema operando com os tanques abertos, apenas dois pontos de operação serão analisados, referentes aos pontos de operação de fase mínima e não mínima (OP4 e OP5), cujos parâmetros são apresentados na Tabela 6.4. Estes pontos apresentam as mesmas características dinâmicas dos pontos de operação OP1 e OP2 do sistema operando com os tanques fechados. O ponto de inversão de fase é igual ao caso dos tanques fechados ( $x_1 + x_2 = 1$ ). Como o ponto 3 tem características dinâmicas muito próximas tanto para os tanques abertos quanto fechados, optou-se por fazer suas análises tanto de controlabilidade quanto não-linearidade apenas para os tanques fechados.

**Tabela 6.4:** Definição dos pontos de operação para o sistema operando com os tanques abertos

Variável	OP4	OP5
$h_1$ [cm]	27,4	26,3
$h_2$ [cm]	26,4	27,5
$h_3$ [cm]	3,7	7,5
$h_4$ [cm]	2,1	10,0
$h_5$ [cm]	27,7	27,4
$F_1$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	30	30
$F_2$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	30	30
$F_5$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	5	5
$x_1$ [-]	0,7	0,43
$x_2$ [-]	0,6	0,34

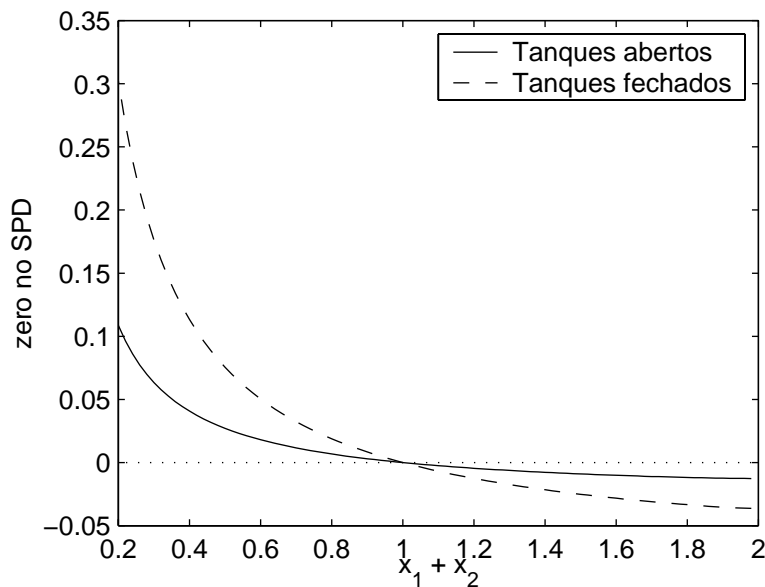
As constantes das válvulas para o sistema operando com os tanques abertos estão dispostas na Tabela 6.5.

**Tabela 6.5:** Parâmetros referentes aos pontos de operação para o sistema operando com os tanques abertos

Variável	OPs
$R_1 [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	6,26
$R_2 [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	6,26
$R_3 [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	6,26
$R_4 [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	6,26
$R_5 [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	0
$R_{51} [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	4,70
$R_{52} [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	4,70
$R_{35} [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	4,70
$R_{45} [\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$	4,70

### 6.2.3 - Análise do zero em função de $x_1$ e $x_2$

A planta de cinco tanques apresenta um zero de transmissão que altera o sinal de sua parte real, de acordo com o somatório das razões de distribuição,  $x_1$  e  $x_2$ . A Figura 6.2 mostra a magnitude deste zero de transmissão, em função da soma  $x_1 + x_2$ .



**Figura 6.2:** Valor do zero de transmissão que altera a parte real positiva em função de  $x_1 + x_2$

Verifica-se, a partir da Figura 6.2, que o zero de transmissão cuja parte real altera seu sinal, torna-se tão maior quanto menor a soma das razões de distribuição. Para o sistema operando com os tanques fechados, a variação é mais acentuada, em relação ao sistema operando com os tanques abertos. A alteração do sinal do zero de transmissão ocorre quando o somatório de  $x_1 + x_2$  é igual à unidade, para ambos os sistemas.

### 6.3- Análise da controlabilidade

Nesta seção, a controlabilidade do sistema, operando com os tanques tanto abertos quanto fechados, será analisada. Inicialmente, serão analisados os zeros de transmissão, o condicionamento mínimo e a matriz de ganhos relativos (Skogestad e Postlethwaite, 1996). Posteriormente, analisar-se-á o número de desempenho robusto RPN (Trierweiler, 1997).

A matriz de ganhos relativos (RGA) mostra a interação entre os canais, isto é quanto a alteração em uma variável manipulada irá influenciar cada uma das controladas. O condicionamento mínimo de um sistema mostra a direcionalidade do sistema ao longo das frequências. Já o número de desempenho robusto (RPN) quantifica a facilidade do sistema atingir o desempenho desejado de forma robusta.

#### 6.3.1 - Tanques fechados

A Tabela 6.6 mostra os zeros de transmissão e a matriz de ganhos relativos estacionária (RGA(0)) para os respectivos pontos de operação, com o sistema operando com os tanques fechados.

**Tabela 6.6:** Zeros de transmissão no semi-plano direito (SPD) e matrizes dos ganhos relativos para os três pontos de operação com o sistema operando com os tanques fechados

	OP1	OP2	OP3
ZERO NO SPD	–	0.0141	–
ZERO NO SPD DIREÇÃO DE ENTRADA	–	$\begin{bmatrix} 0.732 \\ 0.681 \end{bmatrix}$	–
ZERO NO SPD DIREÇÃO DE SAÍDA	–	$\begin{bmatrix} 0.656 \\ 0.755 \end{bmatrix}$	–
RGA(0)	$\begin{bmatrix} 5.56 & -4.56 \\ -456 & 5.56 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -7.08 & 8.08 \\ 8.08 & -7.08 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15.6 & -14.6 \\ -14.6 & 15.6 \end{bmatrix}$

O primeiro ponto de operação (OP1) não apresenta zeros de transmissão no SPD. A matriz do RGA estacionário mostra que há significativa interação entre os canais, provocada pela alimentação indireta entre os tanques. Neste ponto de operação, o emparelhamento das malhas de controle será  $h_1 - F_1$  e  $h_2 - F_2$ .

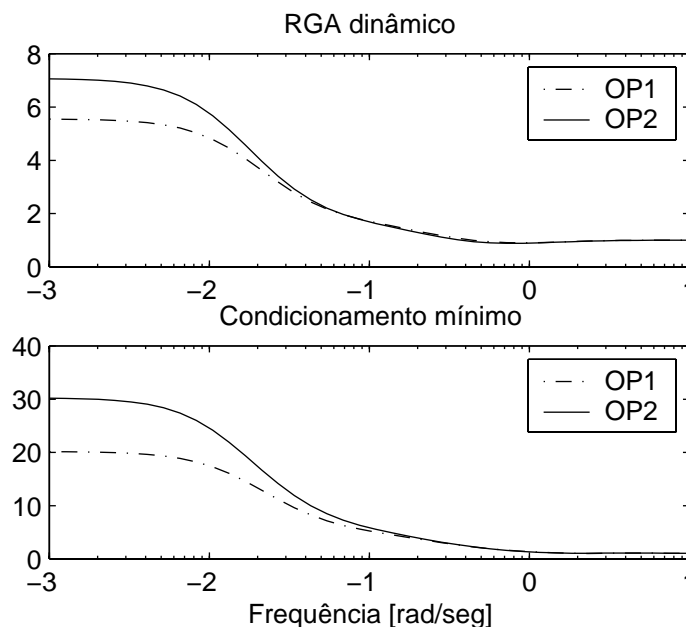
No segundo ponto de operação (OP2), observa-se a existência de um zero no semi-plano positivo, cuja magnitude irá determinar a deterioração do desempenho da malha de controle (Trierweiler, 1997). A matriz de ganhos relativos estacionários mostra que seu

emparelhamento deve ser invertido em relação ao primeiro ponto de operação ( $h_1 - F_2$  e  $h_2 - F_1$ ).

O terceiro ponto de operação (OP3) não apresenta zero de transmissão no semi-plano positivo, apesar da soma das frações  $x_1$  e  $x_2$  ser menor que a unidade. Conforme mencionado, na planta de cinco tanques, o zero de transmissão positivo não depende somente da soma  $x_1$  e  $x_2$ , mas também dos níveis dos tanques superiores. O zero de transmissão no semi-plano positivo é originado pelo fato da alimentação indireta ser preponderante, isto é, ter ganho superior à alimentação direta (parte da vazão que alimenta diretamente os tanques inferiores), porém de dinâmica mais lenta. Caso parte da quantidade da água que é direcionada aos tanques superiores for retirada do sistema, o ganho das variáveis indiretas vai decrescendo até tornar-se inferior ao da alimentação direta, alterando o sinal do zero de transmissão. Esta retirada é feita pelas saídas intermediárias que retiram água dos tanques superiores e direcionam para o tanque 5. Este tanque, por sua vez, equaliza a quantidade de fluido ganho entre os tanque inferiores, aumentando a interação entre os tanques.

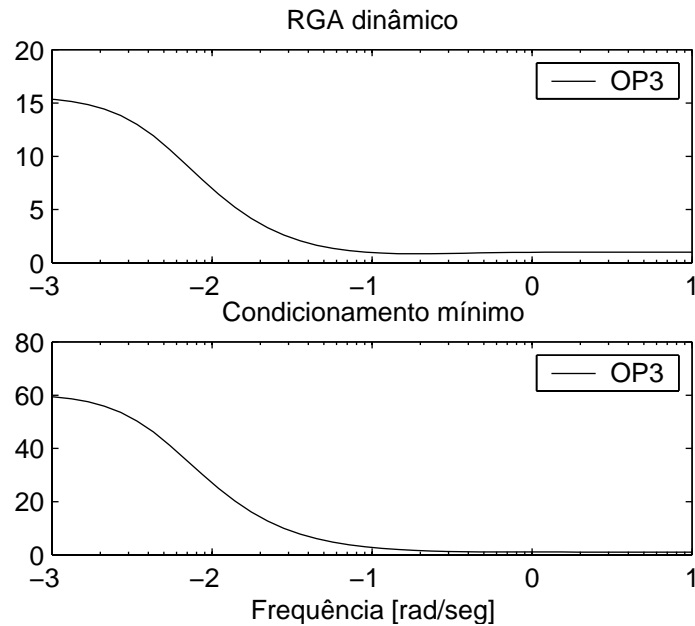
Esta afirmação é ratificada pela matriz de ganhos relativos deste ponto de operação: observa-se que o sinal de seu determinante é positivo, díspar em relação ao segundo ponto de operação. Além disso, os valores individuais da matriz de ganhos relativos são elevados, evidenciando grande interação entre os canais.

A Figura 6.3 mostra a matriz dos ganhos relativos ao longo da frequência e o condicionamento mínimo para os pontos de operação 1 e 2. Já a Figura 6.4 mostra os mesmos gráficos para o terceiro ponto de operação.



**Figura 6.3:** RGA dinâmico e condicionamento mínimo para OP1 e OP2





**Figura 6.4:** RGA dinâmico e condicionamento mínimo para OP3

A partir da Figura 6.3 e Figura 6.4 pode-se observar que tanto a direcionalidade quanto a interação entre os canais intensifica-se com a diminuição da frequência. Caso o controlador tenha uma sintonia agressiva, a interação entre os canais é pequena, porém se o ajuste for lento, a interação é significativa para todos os pontos de operação, em especial para o terceiro. Todos os sistemas são bem condicionados para altas frequências e mal condicionados para baixas frequências.

Subseqüentemente à análise dos zeros, RGA e condicionamento mínimo, quantificar-se-á a controlabilidade do sistema, utilizando a metodologia RPN (Trierweiler, 1997). Calculou-se o RPN utilizando diferentes desempenhos desejados. O RPN e o rRPN estão dispostos na Tabela 6.7 utilizando diversos tempos de subida e 5% de *overshoot*.

**Tabela 6.7:** RPN e rRPN para os sistema operando com os tanques fechados

TEMPO DE SUBIDA [s]	OP1		OP2		OP3	
	RPN	rRPN	RPN	rRPN	RPN	rRPN
0,01	0,87	0	5,48	2,20	0,30	0,0012
0,1	1,00	0,0002	5,48	0,41	0,87	0,0013
1	1,00	0,003	5,49	0,099	1,00	0,003
10	1,46	0,031	5,56	0,060	1,13	0,017
50	2,25	0,037	5,68	0,059	2,41	0,051

A Tabela 6.7 mostra que os pontos de operação 1 e 3 não apresentam limitação para o desempenho do controlador, pois os índices do RPN são baixos. A controlabilidade, quantificada pelo rRPN, se torna mais difícil à medida que o controlador se torna mais lento, devido ao aumento da interação entre os canais. Para o segundo ponto de operação, conforme o rRPN, a controlabilidade torna-se tão mais difícil quanto mais rápido o controlador. Este fenômeno ocorre devido à existência do zero de transmissão no semi-plano direito, impondo limitações no desempenho do controlador. Para controladores extremamente rápidos, a controlabilidade é seriamente comprometida devido ao zero de transmissão no semi-plano direito.

### 6.3.2 - Tanques abertos

Um segundo enfoque será a determinação da controlabilidade do sistema operando com os tanques abertos. Novamente, serão expostas as mesmas análises realizadas para o sistema operando com os tanques fechados.

A Tabela 6.8 mostra os zeros de transmissão, suas direções de entrada e saída e a matriz de ganhos relativos estacionária (RGA(0)) para os respectivos pontos de operação, com o sistema operando com os tanques abertos.

**Tabela 6.8:** Zeros de transmissão no semi-plano direito (SPD) e RGA estacionários para os dois pontos de operação com o sistema operando com os tanques abertos

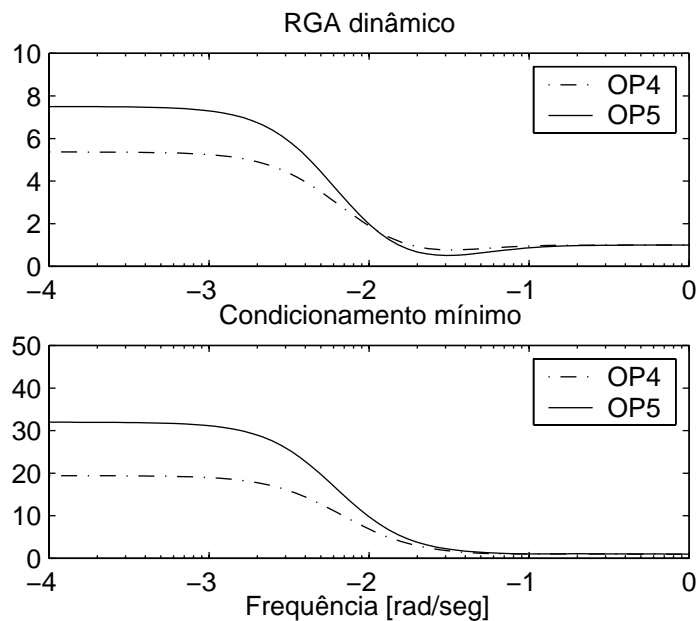
	OP4	OP5
ZERO NO SPD	–	0,0082
ZERO NO SPD		$[0,724]$
DIREÇÃO DE ENTRADA	–	$[0,684]$
ZERO NO SPD		$[0,700]$
DIREÇÃO DE SAÍDA	–	$[0,719]$
RGA(0)	$\begin{bmatrix} 5,4 & -4,4 \\ -4,4 & 5,4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -7,5 & 8,5 \\ 8,5 & -7,5 \end{bmatrix}$

Observa-se que o quarto ponto de operação não apresenta zeros de transmissão no semi-plano direito. Além disso, baseado na análise do RGA estacionário, pode-se afirmar que o sistema apresenta considerável interação entre os canais, sendo o emparelhamento adequado ( $h_1 - F_1$ ) e ( $h_2 - F_2$ ). O quinto ponto de operação apresenta um zero de transmissão positivo e próximo à origem, indicando grandes limitações no desempenho do controlador.

Comparando o sistema aberto com o fechado, observa-se que a controlabilidade de ambos é muito próxima. Analisando os pontos de operação de fase mínima que apresentam as mesmas

razões de distribuição (OP1 e OP4), observa-se que o acoplamento entre os canais é próximo, tendo pronunciado acoplamento entre os canais. Este mesmo fenômeno é observado para os pontos de operação de fase não mínima (OP2 e OP5). Além disso, o zero de transmissão no semi-plano direito é um pouco mais próximo da origem para o sistema aberto.

As curvas do RGA e do condicionamento mínimo para OP4 e OP5 estão dispostas na Figura 6.5.



**Figura 6.5:** RGA dinâmico e condicionamento mínimo para OP4 e OP5

A partir dos gráficos do RGA da Figura 6.5, pode-se constatar que o sistema operando com os tanques abertos apresenta baixo acoplamento entre os canais, a altas frequências. Já para baixas frequências, o sistema apresenta considerável interação entre os canais, para ambos os pontos de operação. A direcionalidade entre os canais, dada pelo gráfico do condicionamento mínimo, também apresenta o mesmo padrão de resposta: o sistema é bem condicionado a altas frequências e mal condicionado a baixas frequências. Isso significa que a controlabilidade se torna mais complicada à medida que os controladores forem ajustados mais lentos. Um ajuste agressivo é possível para o quarto ponto de operação, pois o sistema não apresenta nenhum elemento de fase não mínima. Já o quinto ponto de operação tem um zero de transmissão positivo próximo à origem, impedindo que o controlador seja rápido. Este mesmo comportamento é observado para o sistema operando com os tanques fechados.

O resultado da metodologia RPN está disposto na Tabela 6.9.

**Tabela 6.9:** RPN e rRPN para os sistema operando com os tanques abertos

TEMPO DE SUBIDA [S]	OP4		OP5	
	RPN	rRPN	RPN	rRPN
0,1	0,30	0,003	4,53	2,21
1	0,87	0,003	4,54	0,41
5	1	0,005	4,56	0,15
10	1	0,007	4,58	0,11
50	1,69	0,032	4,78	0,07
500	2,75	0,095	4,90	0,07

A Tabela 6.9 mostra que a controlabilidade do quarto ponto de operação torna-se tão mais difícil quanto mais lento o controlador, devido ao aumento da direcionalidade, conforme mostrado anteriormente. O quinto ponto de operação apresenta o comportamento inverso para desempenhos rápidos, devido ao zero positivo de transmissão.

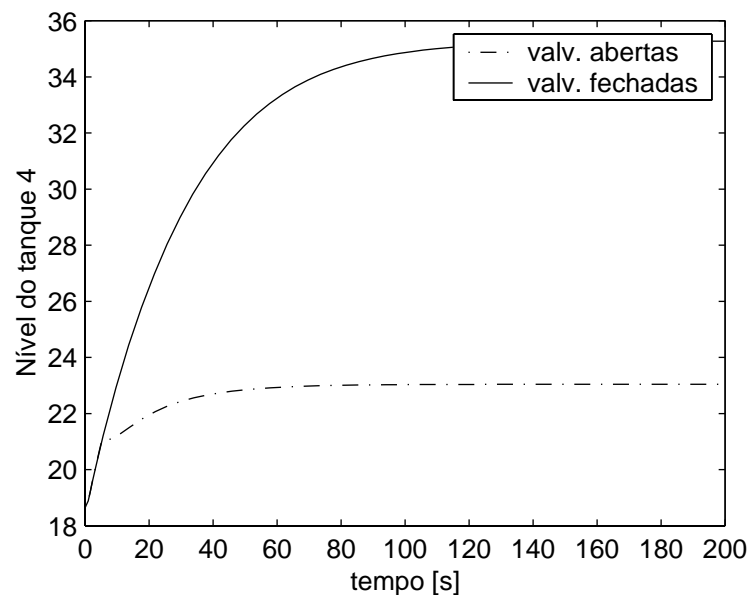
## 6.4- Outras características dinâmicas interessantes

Esta seção mostra algumas peculiaridades dinâmicas da planta de cinco tanques, entre elas a alteração repentina de dinâmica e sistemas onde o condicionamento é extremamente elevado.

### 6.4.1 - Alteração de dinâmica

A planta de cinco tanques apresenta alteração na dinâmica dos tanques superiores, devido à retirada lateral presente nestes tanques. Quando o sistema está no segundo ponto de operação (OP2), operando com os tanques fechados, e o nível dos tanques superiores é inferior às retiradas laterais, há no sistema um zero de transmissão com a parte real positiva. Porém, quando a vazão de alimentação aumenta, fazendo os níveis dos tanques superiores ultrapassarem as retiradas laterais, o zero altera seu sinal.

A Figura 6.6 mostra a resposta do tanque 4 a um distúrbio na vazão  $F_1$ . A linha cheia mostra o comportamento para o sistema operando com as válvulas R35 e R45 fechadas e a linha traço-ponto mostra a resposta para as válvulas abertas.

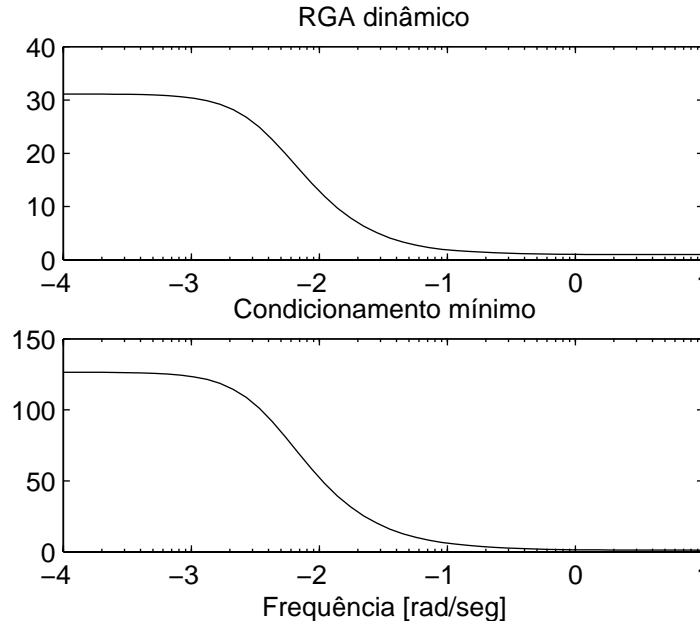


**Figura 6.6:** Alteração de dinâmica do sistema de cinco tanques - comportamento do sistema com as válvulas R35 e R45 abertas (linha traço-ponto) e fechadas (linha cheia)

Observa-se, a partir da Figura 6.6, que a dinâmica do sistema se altera sensivelmente quando passa pela retirada lateral do tanque ( $h_4=21$  cm), quando o sistema apresenta as referidas válvulas abertas.

#### **6.4.2 - Sistemas mal condicionados**

A planta de cinco tanques apresenta cenários onde a interação entre os canais é extremamente elevada. Estes cenários podem ser obtidos mediante simples alteração do conjunto de variáveis controladas e manipuladas. Considere o sistema operando em OP1, porém com o seguinte emparelhamento:  $(F_1 - h_1)$  e  $(F_2 - h_5)$ . A Figura 6.7 mostra o gráfico da matriz de ganhos relativos e do condicionamento para o referido sistema.



**Figura 6.7:** Matriz dos ganhos relativos e condicionamento mínimo para o sistema operando em OPI com  $h_1$  e  $h_5$  controladas

Tanto condicionamento quanto a interação entre os canais são extremamente elevados para este sistema. O responsável por esta grande interação é o quinto tanque, que apresenta resposta muito próxima tanto para variação em  $F_1$  quanto  $F_2$ , tornando o sistema quase singular.

## 6.5- Análise do grau de não-linearidade

Nesta seção o grau de não-linearidade da planta de cinco tanques, utilizando a metodologia nRPN será determinado. Inicialmente serão definidas as regiões de operação onde o grau de não-linearidade será explorado. Posteriormente, serão determinados os graus de não-linearidade para estes sistemas, operando tanto com os tanques abertos quanto fechados. Por fim, os controladores indicados para cada região de operação serão aplicados.

Cabe ressaltar que a abscissa dos gráficos da análise do nRPN, que representa a frequência em estudo, está em escala logarítmica, isto é -4, -3, -2 e -1, são respectivamente  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ . Além disso, a unidade da frequência está representada em radianos por segundo.

### 6.5.1 - Regiões de operação para o sistema operando com os tanques fechados

A partir dos pontos de operação definidos anteriormente na análise de controlabilidade, serão definidas as regiões de operação onde o grau de não-linearidade será quantificado. A Tabela 6.10 mostra os pontos de operação considerados para o cálculo do grau de não-linearidade, para cada uma das regiões de operação, considerando o sistema fechado.

**Tabela 6.10:** Definição das regiões de operação para o cálculo do grau de não-linearidade - sistema operando com os tanques fechados

VARIÁVEL	OR1			OR2			OR3			OR4		
F <sub>1</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	40	50	60	40	40	40	40	50	60	40	40	40
F <sub>2</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	40	50	60	40	40	40	40	50	60	40	40	40
x <sub>1</sub> [-]	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8	0,6	0,35	0,35	0,35	0,35	0,45	0,25
x <sub>2</sub> [-]	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7	0,5	0,45	0,45	0,45	0,45	0,35	0,25
ZEROS NO SPD	-	-	-	-	-	-	0,014	0,016	0,021	0,014	0,014	0,094

VARIÁVEL	OR5			OR6			OR7		
F <sub>1</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	80	90	70	40	40	40	40	40	80
F <sub>2</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	80	90	70	40	40	40	40	40	80
x <sub>1</sub> [-]	0,35	0,35	0,35	0,7	0,20	0,35	0,35	0,20	0,35
x <sub>2</sub> [-]	0,45	0,45	0,45	0,6	0,20	0,45	0,45	0,20	0,45
ZEROS NO SPD	-	-	-	-	0,094	0,014	0,014	0,094	-

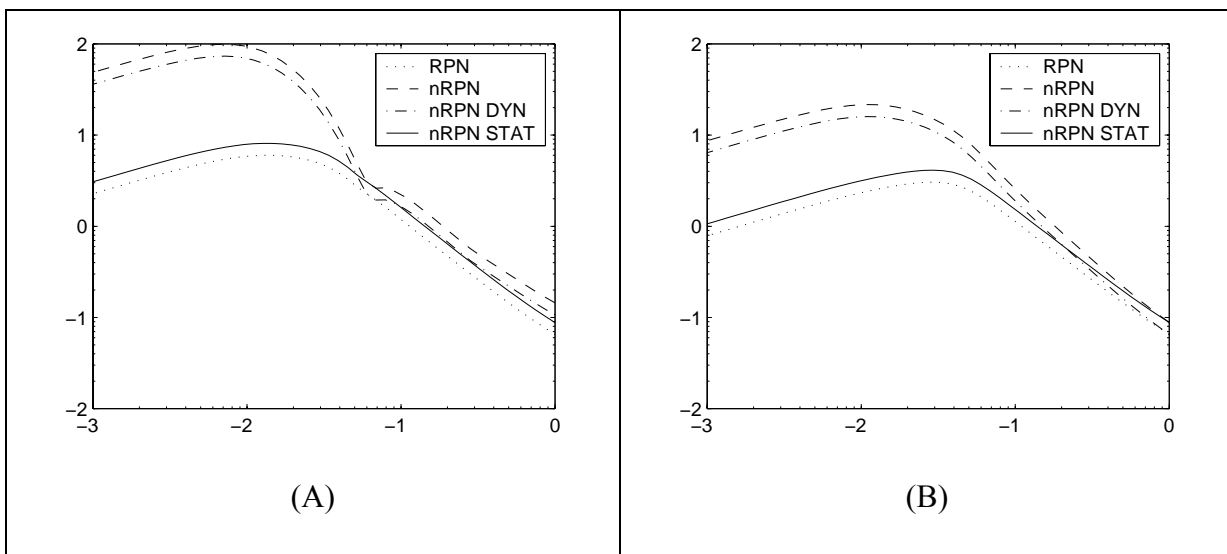
Cabe ressaltar que o modelo nominal utilizado para o cálculo do nRPN é o primeiro indicado em cada região de operação.

### 6.5.2 - Determinação do grau de não-linearidade do sistema fechado

A partir das regiões de operação definidas na Tabela 6.10, calculou-se o grau de não-linearidade, utilizando a metodologia nRPN, para o sistema operando com os tanques fechados.

O desempenho desejado para o sistema operando com os tanques fechados é de uma função de segunda ordem com 50 segundos de tempo de subida e 5% de *overshoot*

Na primeira região de operação (OR1) será analisada a influência da vazão de alimentação para a região de fase mínima. Na região de operação subsequente (OR2), é calculado o grau de não-linearidade para pontos de operação onde a razão de distribuição é díspar, mas sempre superior à unidade. A Figura 6.8 mostra o gráfico da metodologia nRPN para a (A) OR1 e (B) OR2, respectivamente.



**Figura 6.8:** Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR1 e (B) OR2

A Tabela 6.11 mostra os índices da metodologia nRPN para OR1 e OR2.

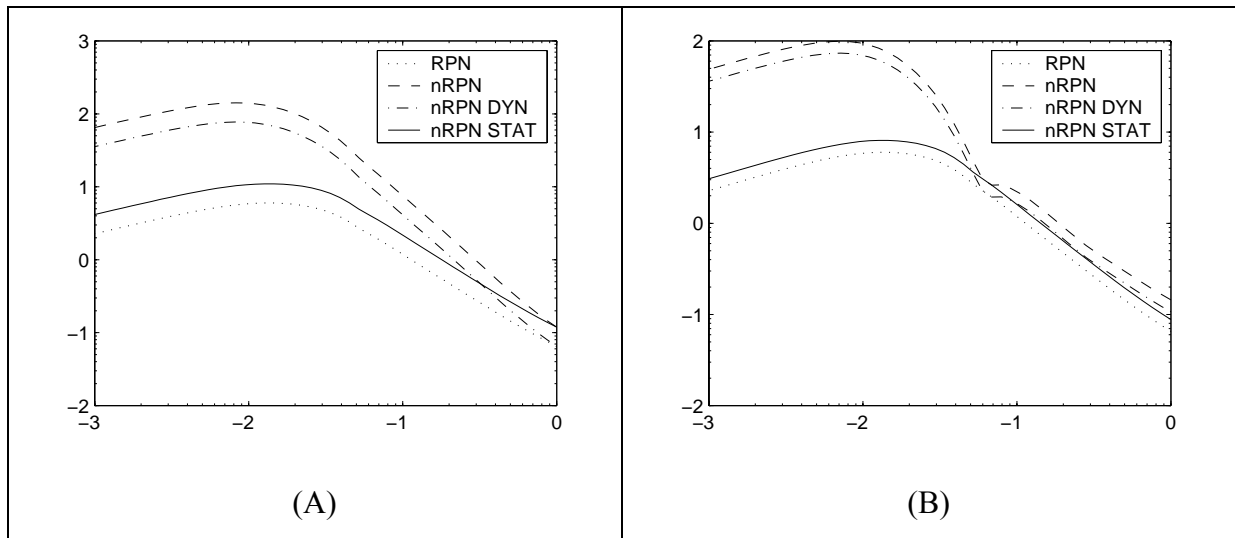
**Tabela 6.11:** Índices da metodologia nRPN para OR1 e OR2

	OR1	OR2
nRPN	0,727	0,356
nRPN <sub>DYN</sub>	0,451	0,151
nRPN <sub>STAT</sub>	-0,184	-0,452

A Figura 6.8 e a Tabela 6.11 mostram que o sistema tem sensível não-linearidade, tanto causada pela vazão quanto pela razão de distribuição, tendo como principal contribuição a não-linearidade do tipo dinâmica. Neste caso, um controlador linear pode ser aplicado para ambos os casos, sem prejuízo em seu desempenho.

Na terceira e quarta regiões de operação (OR3 e OR4), é quantificada a não-linearidade acarretada respectivamente pela variação da vazão de alimentação e da razão de distribuição entre os canais, para regiões onde a soma destas variáveis é inferior à unidade e o nível dos tanques superiores é inferior à retirada intermediária, ou seja, na região de fase não mínima. A Figura 6.9 mostra o gráfico da metodologia nRPN para a (A) OR3 e (B) OR4.





**Figura 6.9:** Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR3 e (B) OR4

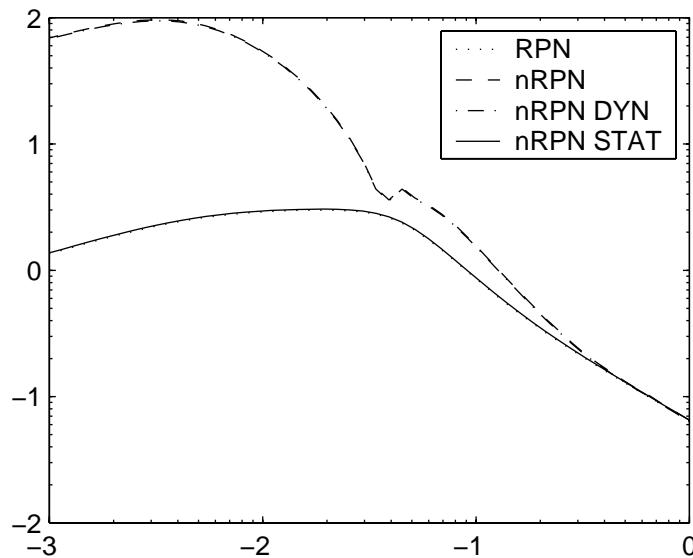
A Tabela 6.12 mostra os índices da metodologia nRPN para OR3 e OR4.

**Tabela 6.12:** Índices da metodologia nRPN para OR3 e OR4

	OR3	OR4
nRPN	0,981	0,622
nRPN <sub>DYN</sub>	0,679	0,452
nRPN <sub>STAT</sub>	-0,08	-0,453

O grau de não-linearidade quantificado para o sistema operando na região de características de fase não mínima é pequeno, porém superior ao verificado para o sistema operando com as características de fase mínima, conforme mostrado anteriormente. Novamente, a maior parte do grau de não-linearidade é acarretada pela contribuição dinâmica.

A não-linearidade do sistema operando na região onde a soma das frações é inferior à unidade e a altura dos tanques superiores é superior à retirada intermediária é quantificada na quinta região de operação (OR5), para diferentes vazões, conforme mostrado na Figura 6.10.



**Figura 6.10:** Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em OR5  
A Tabela 6.13 mostra os índices da metodologia nRPN para OR5

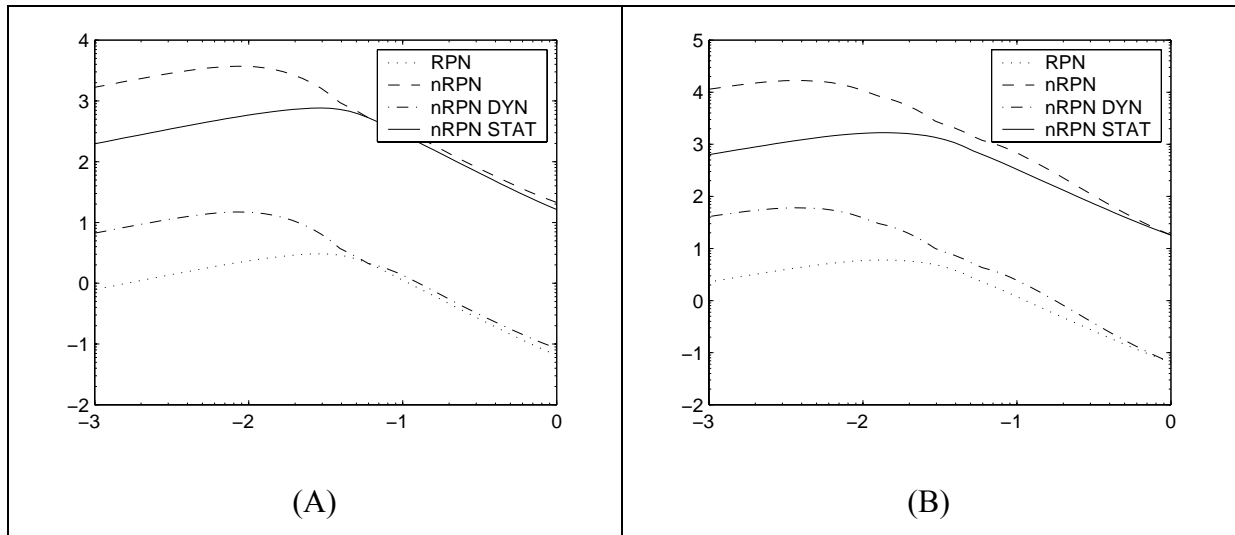
**Tabela 6.13:** Índices da metodologia nRPN para OR5

	OR5
nRPN	0,538
nRPN <sub>DYN</sub>	0,528
nRPN <sub>STAT</sub>	-1,75

O grau de não-linearidade verificado na quinta região de operação é pequeno, sendo principalmente acarretado novamente pela variação na dinâmica do processo.

A sexta região de operação apresenta inversão no determinante da matriz de ganhos. Esta região possui modelos onde  $x_1$  e  $x_2$  são distintos, entretanto o nível dos tanque superiores é sempre inferior à retirada lateral. A Figura 6.11 mostra o gráfico das curvas do nRPN para esta região de operação.

A sétima região de operação engloba modelos cuja soma de  $x_1$  e  $x_2$  é inferior à unidade, porém o nível dos tanques superiores é livre, podendo operar acima ou abaixo da retirada lateral. Nesta região também verifica-se inversão no determinante da matriz de ganhos. A Figura 6.11 mostra os gráficos da metodologia nRPN para OR6 e OR7.



**Figura 6.11:** Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR6 e (B) OR7

A Tabela 6.14 mostra os índices da metodologia nRPN para OR6 e OR7.

**Tabela 6.14:** Índices da metodologia nRPN para OR6 e OR7

	OR6	OR7
nRPN	2,65	2,91
nRPN <sub>DYN</sub>	-0,09	0,28
nRPN <sub>STAT</sub>	2,40	2,44

Nas regiões OR6 e OR7, verifica-se que o grau de não-linearidade é elevado, sendo causado principalmente pela parte estática. Este grau de não-linearidade se deve à inversão no determinante da matriz de ganhos do sistema.

O controlador indicado para as 5 primeiras regiões de operação (OR1 a OR5) é do tipo linear, PI por exemplo, pois o grau de não-linearidade é baixo. Porém, para as outras duas regiões, o controlador indicado é do tipo não-linear, devido à alta não-linearidade do processo. Como esta é principalmente provida pela contribuição estática, o controlador indicado é do tipo *Gain-Scheduling*, com compensação apenas do ganho estacionário.

### 6.5.3 - Regiões de operação para o sistema operando com os tanques abertos

Subseqüentemente à análise do grau de não-linearidade de algumas regiões de operação com os tanques fechados, definir-se-ão as regiões de operação para o sistema operando com os tanques abertos. A Tabela 6.15 mostra os modelos referentes a cada região de operação.

**Tabela 6.15:** Definição das regiões de operação para o cálculo do grau de não-linearidade - sistema operando com os tanques abertos

VARIÁVEL	OR8			OR9			OR10		
F <sub>1</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	30	40	20	30	30	30	30	40	20
F <sub>2</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	30	20	20	30	30	30	30	20	20
x <sub>1</sub> [-]	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8	0,6	0,43	0,43	0,43
x <sub>2</sub> [-]	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7	0,5	0,34	0,34	0,34
ZEROS NO SPD	-	-	-	-	-	-	0,0082	0,0082	0,012

VARIÁVEL	OR11			OR12		
F <sub>1</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	30	30	30	30	30	30
F <sub>2</sub> [CM <sup>3</sup> /S]	30	30	30	30	30	30
x <sub>1</sub> [-]	0,43	0,45	0,2	0,7	0,43	0,2
x <sub>2</sub> [-]	0,34	0,45	0,2	0,6	0,34	0,2
ZEROS NO SPD	0,0082	0,0033	0,032	-	0,0082	0,032

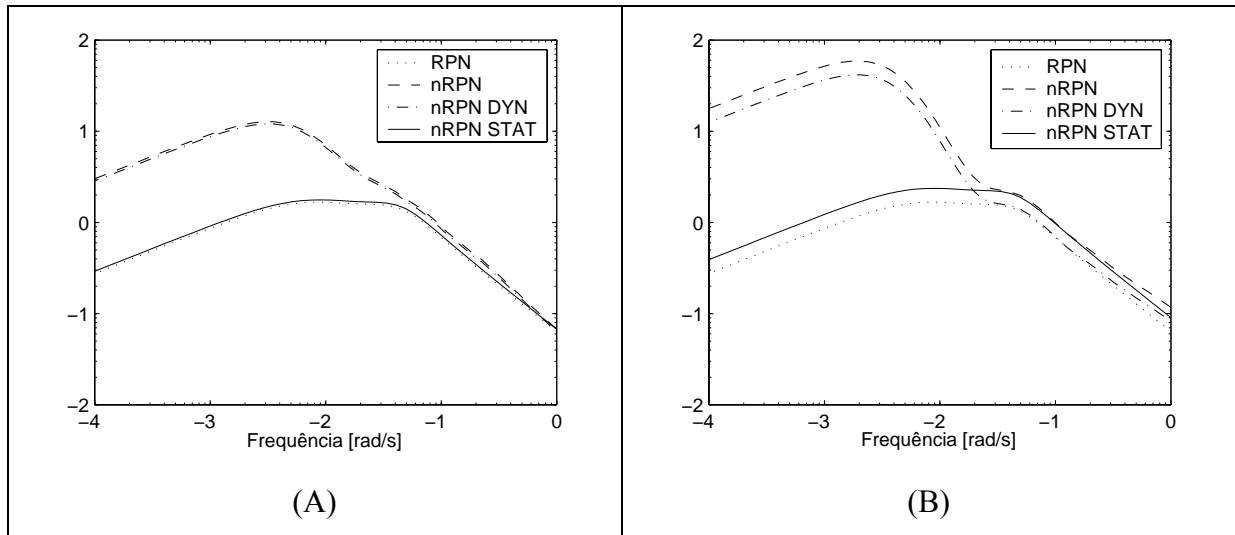
Novamente, o modelo nominal utilizado para o cálculo do nRPN é o primeiro indicado em cada região de operação.

#### 6.5.4 - Determinação do grau de não-linearidade do sistema aberto

A partir das regiões de operação definidas na Tabela 6.15, calculou-se o grau de não-linearidade, utilizando a metodologia nRPN, para o sistema operando com os tanques abertos.

O desempenho desejado para o sistema operando com os tanques fechados é de 50 segundos de tempo de subida e 5% de *overshoot*. Cabe ressaltar também que a abscissa dos gráficos da análise do nRPN está em escala logarítmica, isto é -4, -3, -2 e -1, são respectivamente  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ .

Na primeira região de operação (OR8) será analisada a influência da vazão de alimentação para a região de fase mínima. Na região de operação posterior (OR9), é calculado o grau de não-linearidade para pontos de operação que possuem a razão de distribuição da vazão díspares, mas somadas são superiores à unidade. A Figura 6.12 mostra o gráfico da metodologia nRPN para a (A) OR8 e (B) OR9, respectivamente.



**Figura 6.12:** Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR8 e (B) OR9

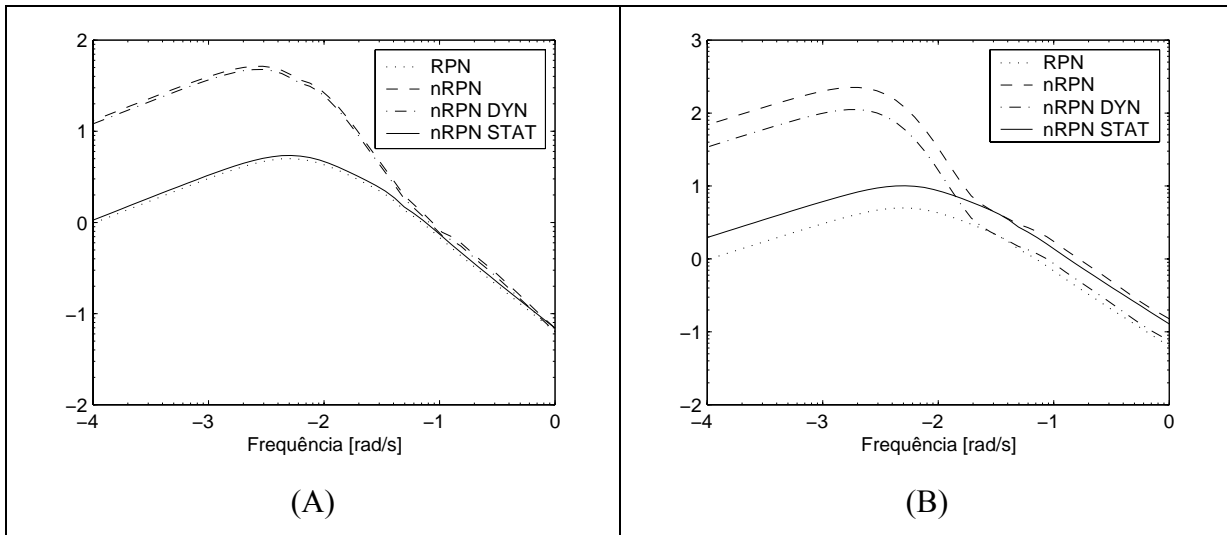
A Tabela 6.16 mostra os índices da metodologia nRPN para OR8 e OR9.

**Tabela 6.16:** Índices da metodologia nRPN para OR8 e OR9

	OR8	OR9
nRPN	-0,13	0,26
nRPN <sub>DYN</sub>	-0,20	0
nRPN <sub>STAT</sub>	-1,20	-0,37

Observa-se que o grau de não-linearidade, a partir da Tabela 6.16, é irrisório tanto para variação na vazão de alimentação quanto na razão de distribuição entre os tanques. Comparando estas regiões com as análogas para os tanques fechados (OR1 e OR2), verifica-se que o grau de não-linearidade é inferior quando os tanques operam abertos.

As regiões de operação OR10 e OR11 evidenciam a variação na vazão de alimentação e na razão de distribuição, respectivamente, para pontos de operação onde a soma destas variáveis é inferior à unidade. A Figura 6.13 mostra o gráfico das curvas do nRPN para (A) OR10 e (B) OR11.



**Figura 6.13:** Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em (A) OR10 e (B) OR11

A Tabela 6.17 mostra os índices da metodologia nRPN para OR10 e OR11.

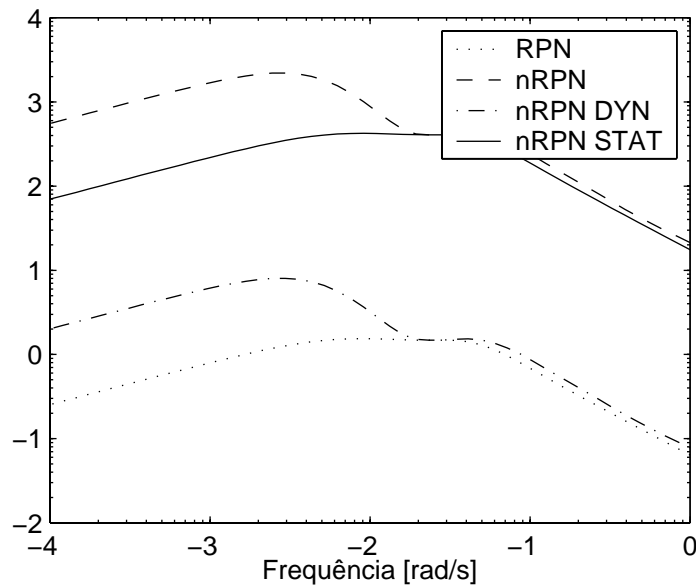
**Tabela 6.17:** Índices da metodologia nRPN para OR10 e OR11

	OR10	OR11
nRPN	0,25	0,69
nRPN <sub>DYN</sub>	0,19	0,28
nRPN <sub>STAT</sub>	-1,05	0

O grau de não-linearidade é pequeno também para a variação da vazão na região de fase não mínima. Já para a variação da razão de distribuição, verifica-se uma sensível não-linearidade, capaz de alterar, mesmo que não acentuadamente, o desempenho de um controlador linear. Esta alteração é acarretada pelo zero de transmissão positivo, que altera sua magnitude nos diferentes modelos que compõe OR11. Novamente, o grau de não-linearidade apresentado pelo sistema aberto é inferior ao fechado.

Em OR12, analogamente à OR6 ocorre inversão no determinante da matriz de ganhos, acarretada pela inversão do sinal de um zero de transmissão. De ante mão, sabe-se que o grau de não-linearidade deve ser elevado, superior a 2. Além disso, esta não-linearidade deve ser provida principalmente pela contribuição estática.

A Figura 6.14 mostra o gráfico da metodologia nRPN para OR12, enquanto que a Tabela 6.18 mostra os correspondentes índices.



**Figura 6.14:** Gráfico das curvas do nRPN para a planta de cinco tanques operando em OR12

**Tabela 6.18:** Índices da metodologia nRPN para OR12

	OR12
nRPN	2,57
nRPN <sub>DYN</sub>	-0,45
nRPN <sub>STAT</sub>	2,44

A metodologia nRPN novamente refletiu o grau de não-linearidade esperado: alto índice devido à inversão de ganho e alta não-linearidade estática.

## 6.6- Aplicação do controlador indicado

Após a determinação do grau de não-linearidade para diversas regiões de operação, o controlador indicado pela metodologia para cada caso será aplicado para algumas regiões de operação. As regiões analisadas são a 1 (OR1), cujo grau de não-linearidade é baixo, e a 12 (OR12) cujo grau de não-linearidade é elevado devido à inversão no determinante da matriz de ganhos. Na primeira região, o controlador indicado é do tipo linear, sendo utilizado neste caso um controlador do tipo MPC. Já para a segunda região de operação analisada, será aplicado um controlador preditivo não-linear NMPC proposto por Duraiski (2001). Nesta região um MPC linear também será aplicado. Neste caso, conforme a metodologia, o controlador apresentará desempenho muito ruim ou tornará o sistema instável.

O ajuste do controlador preditivo linear para o presente teste está disposto na Tabela 6.19. Utilizou-se o controlador MPC do pacote MPC Toolbox (função *mpecsim*) do software Matlab 5.3 (MathWorks, 1988), tanto para OR1 quanto para OR12.

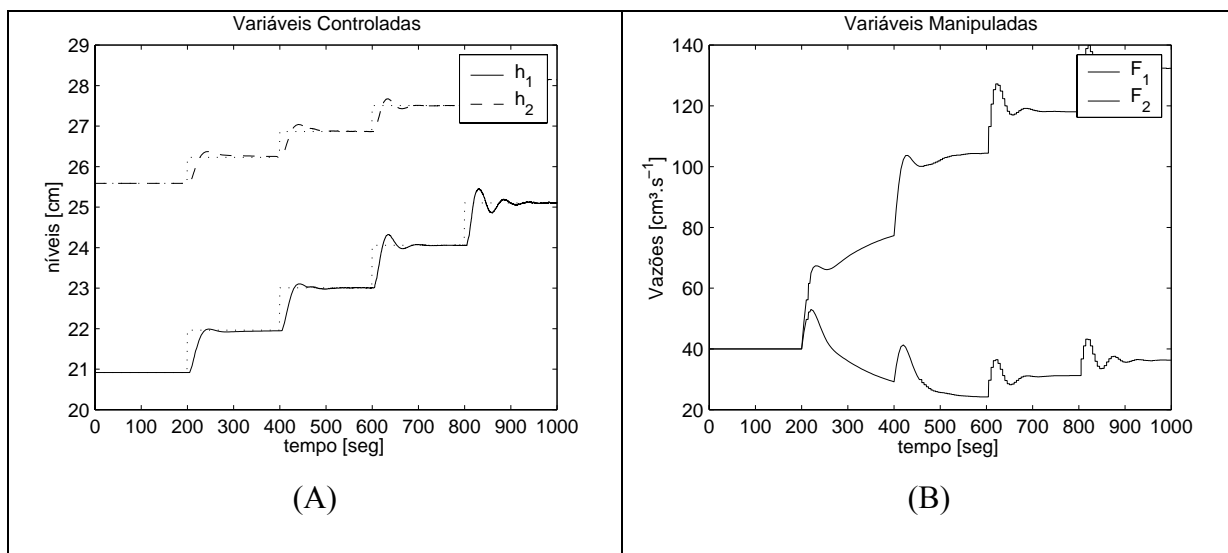
As simulações foram feitas utilizando o modelo não-linear da planta de cinco tanques. Apenas o modelo nominal utilizado pelo controlador é linear.

A Tabela 6.19 mostra o ajuste do referido controlador.

**Tabela 6.19:** Ajuste do controlador preditivo linear para OR1

Variáveis	Valor	Unidade
Peso do erro	[1 1]	-
Supressão da manipulada	[0,1 0,1]	-
Movimentos	10	-
Predições	40	-
Amostragem	5	seg

Considere que o sistema se encontra no primeiro ponto de operação (OP1). A Figura 6.15 mostra as variáveis controladas (A) e manipuladas (B), para diversas mudanças de *setpoint*.



**Figura 6.15:** Aplicação do controlador preditivo linear na planta de cinco tanques operando em OR1 - (A) variáveis controladas e (B) variáveis manipuladas

Conforme proferido anteriormente, baseado na metodologia nRPN, o controlador apresentaria irrisória perda de desempenho causada pela não-linearidade. Observa-se, a partir da Figura 6.15 (A), que o controlador apresenta o mesmo comportamento para todos os pontos de operação, ratificando as conclusões da metodologia nRPN.

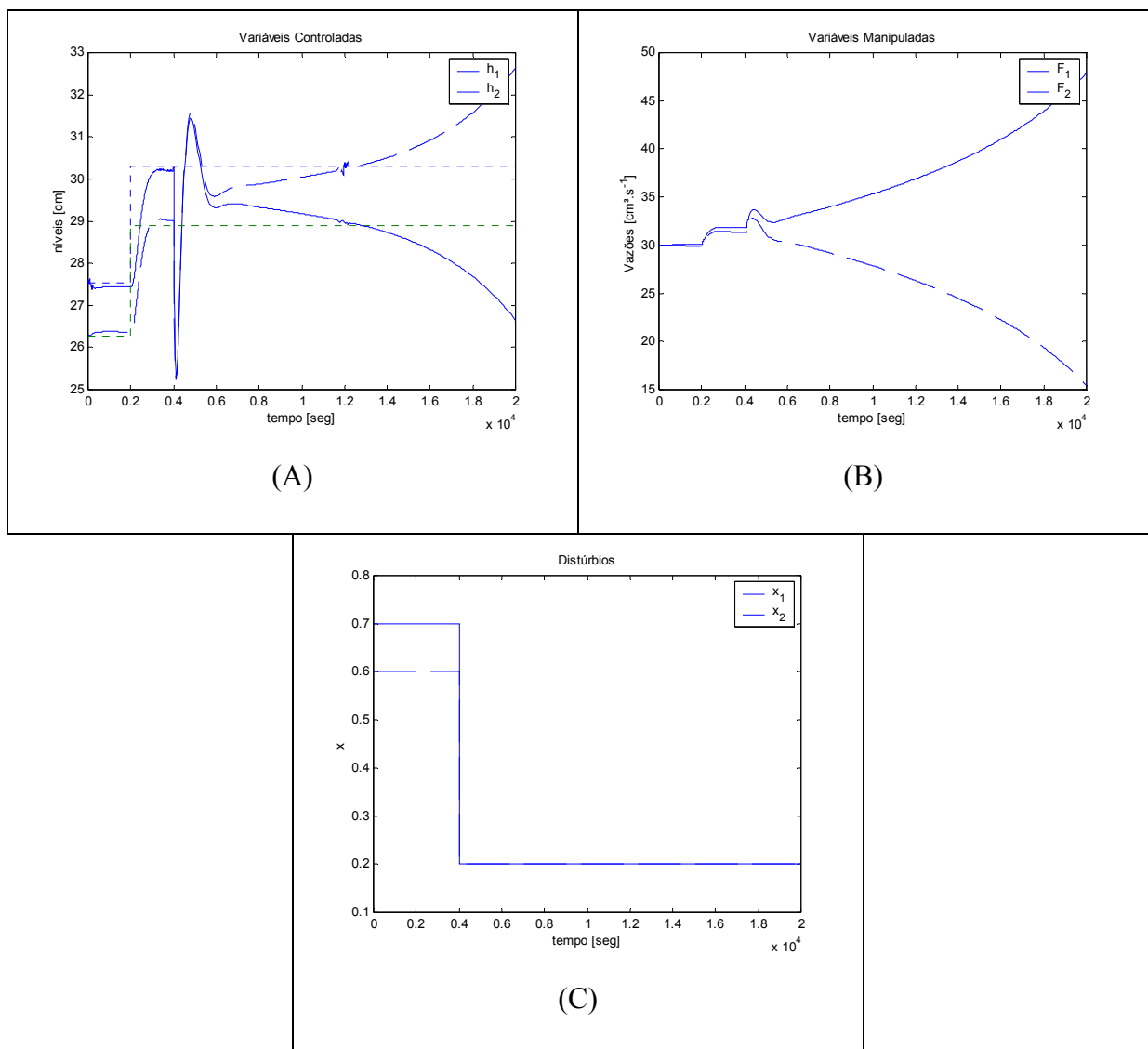
A segunda região de operação estudada é a OR12, onde a metodologia afirma que um controlador linear falharia, sendo necessário um controlador não-linear. Aplicou-se então o mesmo controlador para o sistema no primeiro ponto de operação desta região. A Tabela 6.20 mostra o ajuste para o controlador.



**Tabela 6.20:** Ajuste do controlador preditivo linear para OR12

Variáveis	Valor	Unidade
Peso do erro	[0,1 0,1]	-
Supressão da manipulada	[1 1]	-
Movimentos	10	-
Predições	40	-
Amostragem	5	seg

A Figura 6.16 mostra o comportamento do controlador para a presente região.



**Figura 6.16:** Aplicação do controlador preditivo linear na planta de cinco tanques operando em OR12 - (A) variáveis controladas, (B) variáveis manipuladas e (C) distúrbios

Partiu-se a planta no ponto de operação correspondente ao primeiro modelo que compõe OR12. Posteriormente procedeu-se um distúrbio no *setpoint* ( $t = 2000$  segundos). Alterou-se

então a razão de distribuição entre os tanques ( $t = 4000$  segundos, Figura 6.16 C). Verifica-se que o controlador instabilizou o sistema, levando as variáveis manipuladas à saturação. Este fato é justificado pela inversão no determinante da matriz de ganhos da planta, fenômeno não captado pelo controlador. Este comportamento foi predito utilizando a metodologia nRPN.

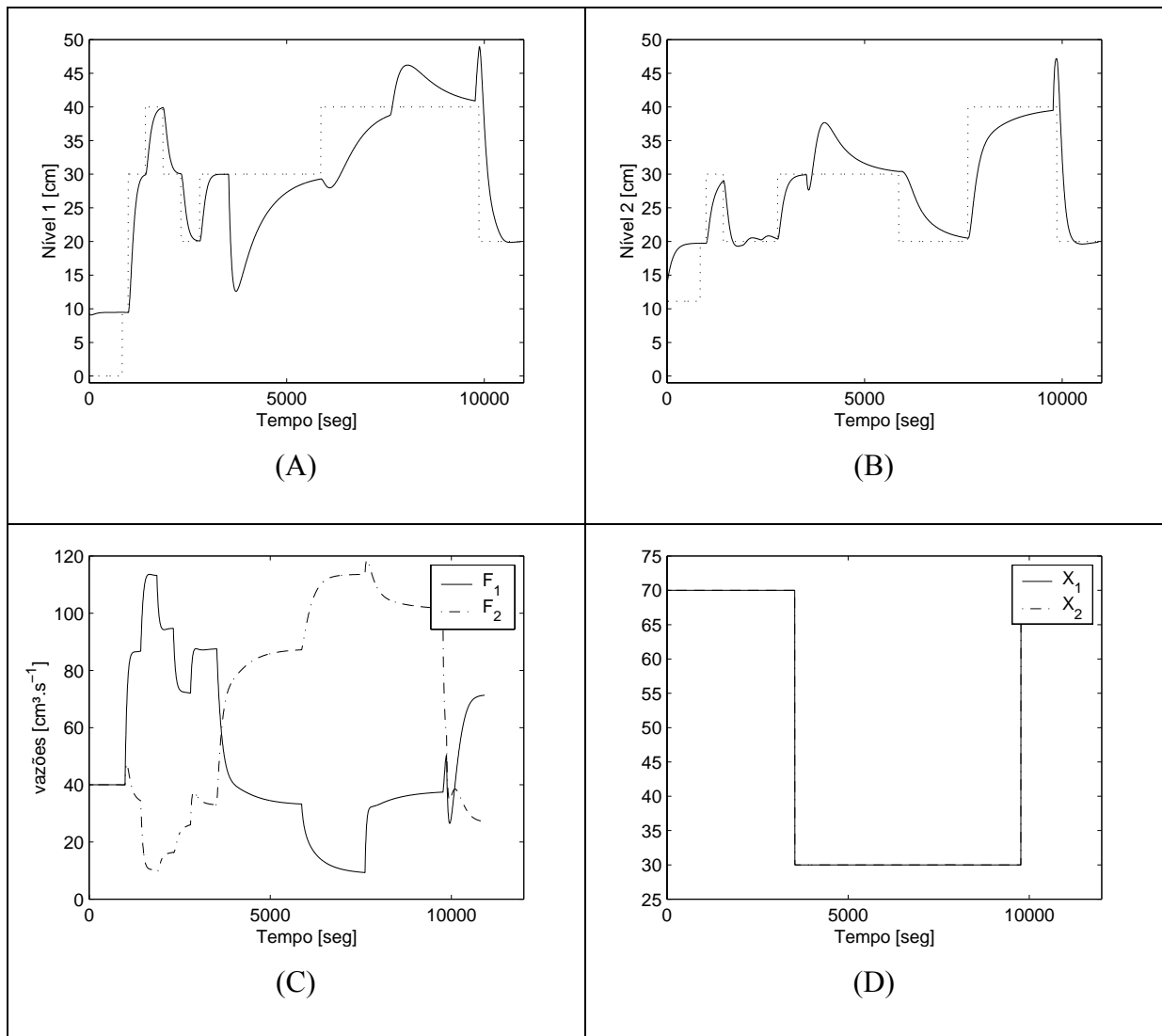
Nesta região de operação, um controlador preditivo não-linear também foi testado. O controlador utilizou como modelo não-linear o descrito pela Equação 6.1, isto é, o modelo utilizado é fidedigno à planta.

O ajuste deste controlador foi feito utilizando a metodologia RPN (Trierweiler e Farina, 2002), utilizando como modelo nominal o primeiro referente à OR12, utilizando desempenho desejado uma função de segunda ordem com 50 segundos de tempo de subida e 5% de *overshoot*.

De ante mão, pode-se afirmar que este controlador deve apresentar bom desempenho, em ambas as regiões (fase mínima e não-mínima), bem como suportar a transição entre elas, visto sua característica não-linear.

A Figura 6.17 mostra o comportamento do controlador para a presente região.

A partir da Figura 6.17 pode-se verificar que o controlador preditivo não-linear, manteve o sistema estável, tanto para alterações no *setpoint*, para ambas as fases, bem como durante a transição de fases.



**Figura 6.17:** Aplicação do controlador preditivo não-linear na planta de cinco tanques operando em OR12 - (A) variável controlada - Nível do tanque 1, (B) variável controlada - Nível do tanque 2, (C) variáveis manipuladas e (D) distúrbios

## 6.7- Bibliografia

DURAIKI, R., G.; *Controlador Preditivo Não-Linear Utilizando Linearizações ao Longo da Trajetória*. Dissertação de Mestrado PPGEQ - UFRGS. 2001.

JOHANSON, K., H.; The Quadruple-Tank Process: a Multivariable Laboratory Process with and Adjustable Zero. *IEEE Transactions on Control Systems Tecnology*. Vol 8, nº3. 2000.

MATHWORKS INC, The; *MPC Toolbox for use with MATLAB*, Natick/MA/EUA. 1998.

OGUNNAIKE, B., RAY, W., H.; *Process Dynamics, Modelling and Control*. Oxford University Press, 1994.

SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I.; *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*. John Wiley & Sons. 1996.

TRIERWEILER, J., O.; *A Systematic Approach to Control Structure Design*. Tese de Doutorado. Universidade de Dortmund. 1997.

TRIERWEILER, J. O., FARINA, L.A.; The RPN Metodology Apllied to Quantify Process Operability and Control Design. *IFAC-World Congress*. 2002.

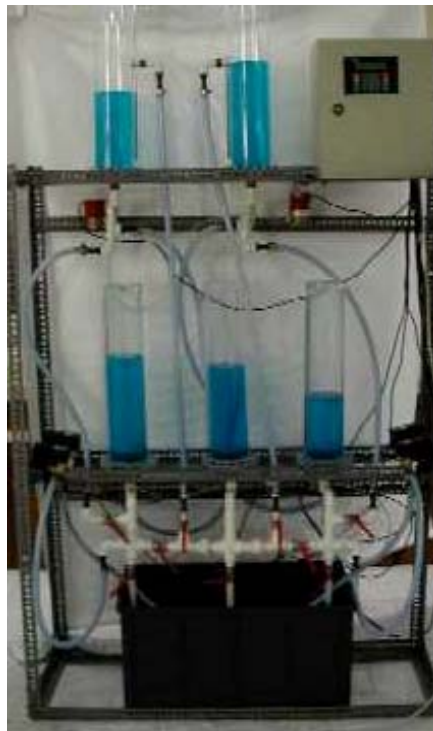
## Capítulo 7

### Planta de cinco tanques - Construção da planta e verificação experimental

A partir das simulações realizadas, a planta de cinco tanques se mostrou um rico exemplo em controle de processos, pois vislumbra muitos fenômenos encontrados na indústria, como inversão de ganho, alteração de dinâmica, acoplamento entre canais, entre outros. A planta inicialmente com os tanques abertos foi construída no DEQUI-UFRGS.

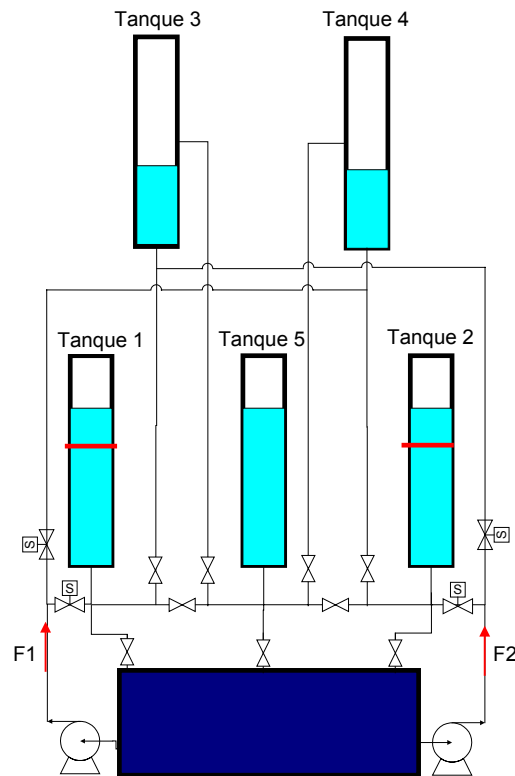
#### 7.1- Construção da planta

A Figura 7.1 mostra a foto da planta construída.



**Figura 7.1:** Foto da planta de cinco tanques

A Figura 7.2 mostra a representação esquemática da planta de cinco tanques.



**Figura 7.2:** Representação esquemática da planta de cinco tanques

A planta é composta de cinco tanques de acrílico, com orifícios apenas na parte superior e inferior, podendo operar tanto abertos quanto fechados. Os tanques possuem 50 cm de altura e 10 cm de diâmetro interno. A planta possui duas bombas centrífugas axiais, onde em cada uma destas há duas válvulas solenóide proporcionais em paralelo, sem a utilização de medidor de vazão.

O principal detalhe construtivo desta planta em relação à concepção original é a alimentação dos tanques: estas são realizadas na parte inferior de cada tanque, inserindo um novo problema de controle à unidade.

Os níveis dos tanques são medidos por células de pressão, com tomadas no fundo e no topo de cada tanque. O controle das vazões é feito utilizando válvulas solenóide proporcionais. A instrumentação é comandada por um CLP industrial marca BCM modelo 3101. A comunicação da planta com o PC foi feita diretamente com o CLP, utilizando a porta RS232 do microcomputador.

Os dados são interfaceados utilizando o software comercial Elipse Scada 10.5 (Elipse, 2003). Os controladores utilizados, tanto em Matlab quanto o LLT, comunicam-se com o software supervisor através de comunicação DDE.

### **7.1.1 - Diferenças entre a planta construída e a planta analisada no capítulo anterior**

A planta construída apresenta alguns detalhes construtivos diferentes em relação a planta analisada no capítulo anterior. A primeira diferença está nas variáveis manipuladas: a configuração original só possuía uma válvula de controle de vazão e uma válvula de três vias de distribuição entre os tanques superiores e inferiores, para cada bomba. A planta construída possui duas válvulas solenóides proporcionais em paralelo, em cada bomba. Nesta configuração, a vazão de cada corrente é dependente não só da abertura de sua respectiva válvula, mas também da outra ligada à mesma bomba.

O segundo detalhe construtivo é alimentação dos tanques: no sistema original estes são alimentados pela parte superior, enquanto que na planta construída, preferiu-se a alimentação pela parte inferior. Optou-se por essa alimentação para diminuir o ruído de processo, tendo em vista que, se os tanques fossem alimentados pela parte superior, o choque da água alimentada causaria vibração na água acumulada nos tanques. O sistema alimentado pelo fundo não elimina totalmente o ruído dos tanques, visto que, se os tanque superiores estiverem vazios, ocorre sifonamento do ar, sendo arrastado juntamente com a água para os tanques inferiores, ocorrendo borbulhamento, acarretando também em ruído de processo.

Nesta configuração, a força motriz de descarga dos tanques superiores não é diretamente proporcional à altura do respectivo tanque elevada a uma determinada potência, mas sendo dependente também do nível dos tanques inferiores. Quanto maior os níveis dos tanques inferiores, maior resistência à descarga é imposta aos tanques superiores.

Na planta construída, também não se dispunha de medidores de vazão, determinando-se a vazão a partir da abertura da válvula. A partir da curva de vazão em função da abertura da válvula, observa-se que esta possui um obturador do tipo abertura rápida, pois a curva é dada por uma função de transferência de primeira ordem, com tempo morto, isto é, a válvula possui uma zona morta, e posteriormente a vazão aumenta logaritmicamente, tendendo assintoticamente a um valor final.

Como as válvulas utilizadas não possuem posicionador, a válvula apresenta visível histerese, isto é, ela não é repetitiva para diferentes seqüências de alterações em sua posição.

## **7.2- Modelagem**

Após a construção da planta, procedeu-se sua etapa de modelagem, tanto linear quanto não-linear, visando o cálculo do grau de não-linearidade e teste de alguns controladores. Cabe ressaltar que, nestes testes, todos os tanques operaram abertos. A versão fechada ainda precisa ser adicionalmente instrumentada para poder operar.

### 7.2.1 - Identificação linear

Inicialmente, procedeu-se a identificação do sistema linear em alguns pontos de operação. Cabe ressaltar que as variáveis controladas são  $h_1$  e  $h_2$ , as variáveis manipuladas  $F_1$  e  $F_2$ , os distúrbios  $x_1$  e  $x_2$ .

A Tabela 7.1 mostra os pontos de operação onde o sistema foi identificado.

**Tabela 7.1:** Parâmetros dos modelos lineares identificados da planta de cinco tanques

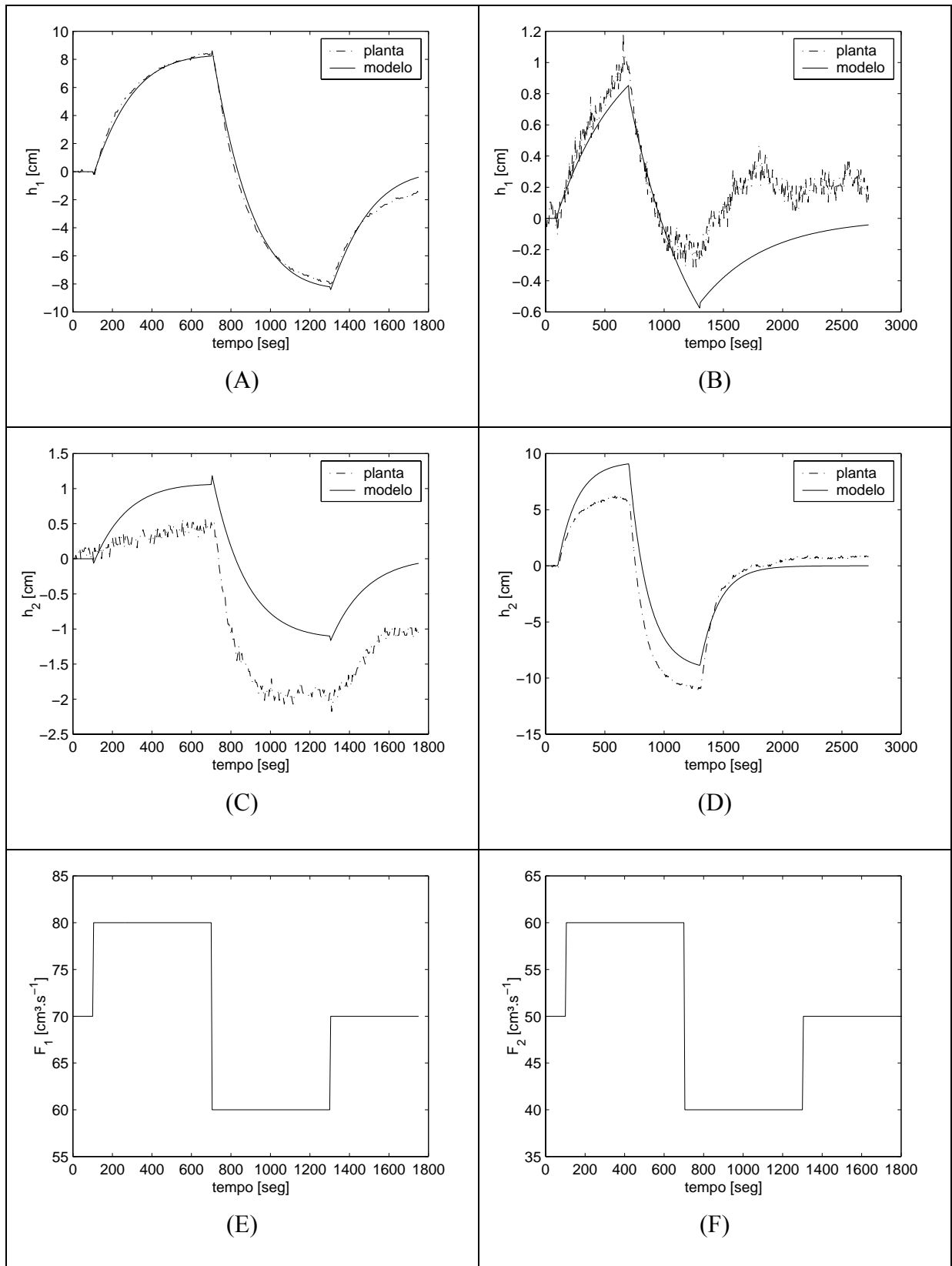
Variáveis	OP1	OP2	OP3
$F_1$ [ $\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]	70	50	70
$F_2$ [ $\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]	50	30	70
$F_5$ [ $\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]	0	0	0
$x_1$	0,70	0,70	0,30
$x_2$	0,70	0,70	0,30

Observa-se que os dois primeiros pontos de operação são de fase mínima, enquanto que o terceiro é de fase não-mínima, devido à soma das frações de distribuição das vazões. O estudo completo da controlabilidade será apresentado na seção subsequente.

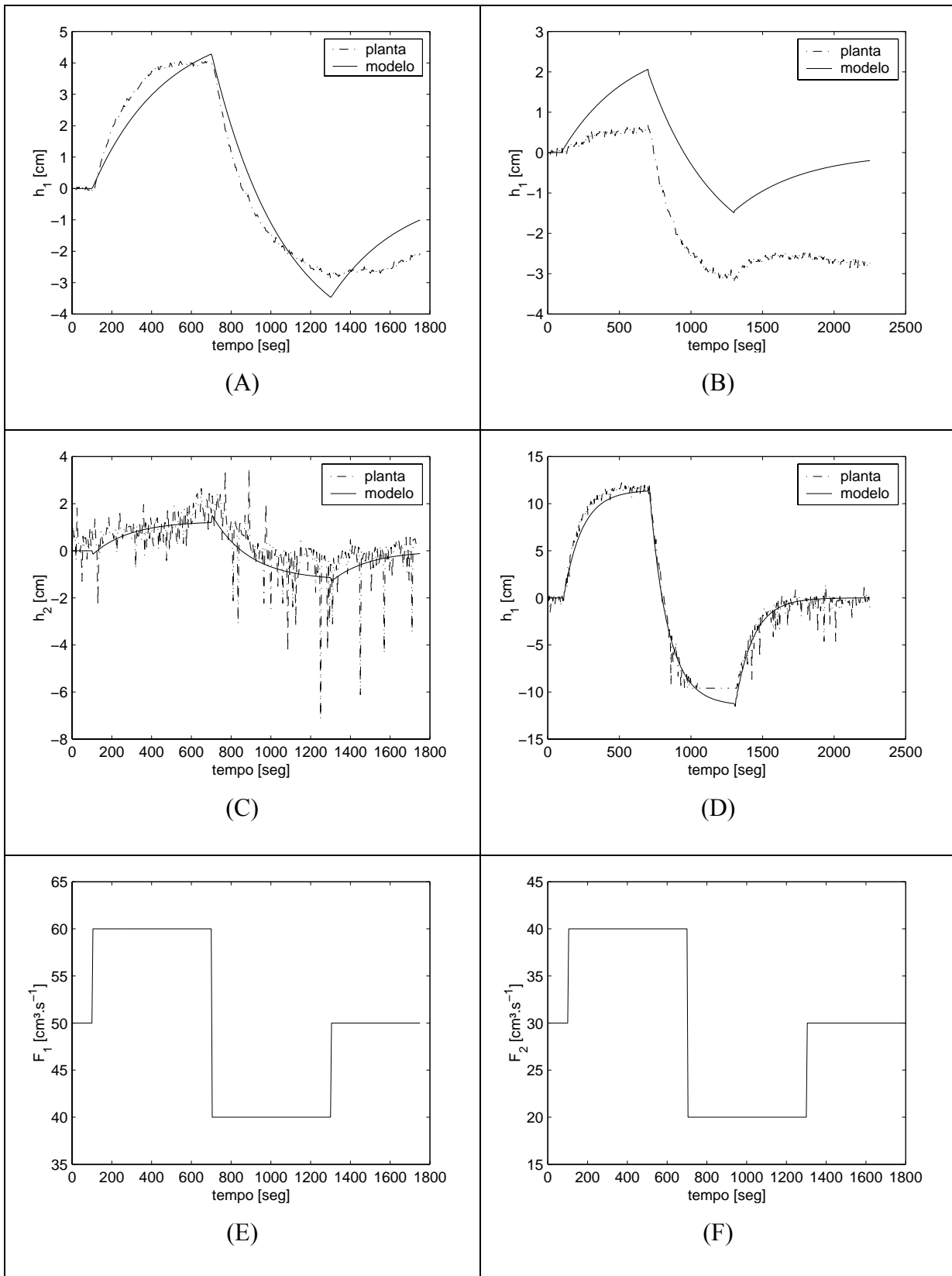
A técnica de identificação utilizada é tipo *step*: procederam-se degraus na vazão de alimentação e identificou-se o sinal de saída, utilizando identificação no subespaço de estado (van Overschee e de Moor, 1996). Procederam-se distúrbios tipo degrau em cada variável manipulada independentemente e, posteriormente identificaram-se os modelos isoladamente para cada canal, isto é, identificação tipo SISO.

As Figura 7.3, Figura 7.4 e Figura 7.5 mostram a comparação entre os dados de planta e os modelos identificados, para cada um dos pontos OP1, OP2 e OP3, respectivamente, onde (A) canal relativo à  $(h_1 - F_1)$ , (B) canal relativo à  $(h_2 - F_1)$ , (C) canal relativo à  $(h_1 - F_2)$ , (D) canal relativo à  $(h_2 - F_2)$  e as variáveis manipuladas (E)  $F_1$  e (F)  $F_2$ . Observa-se a boa aproximação entre os modelos interpolados e os dados de planta.

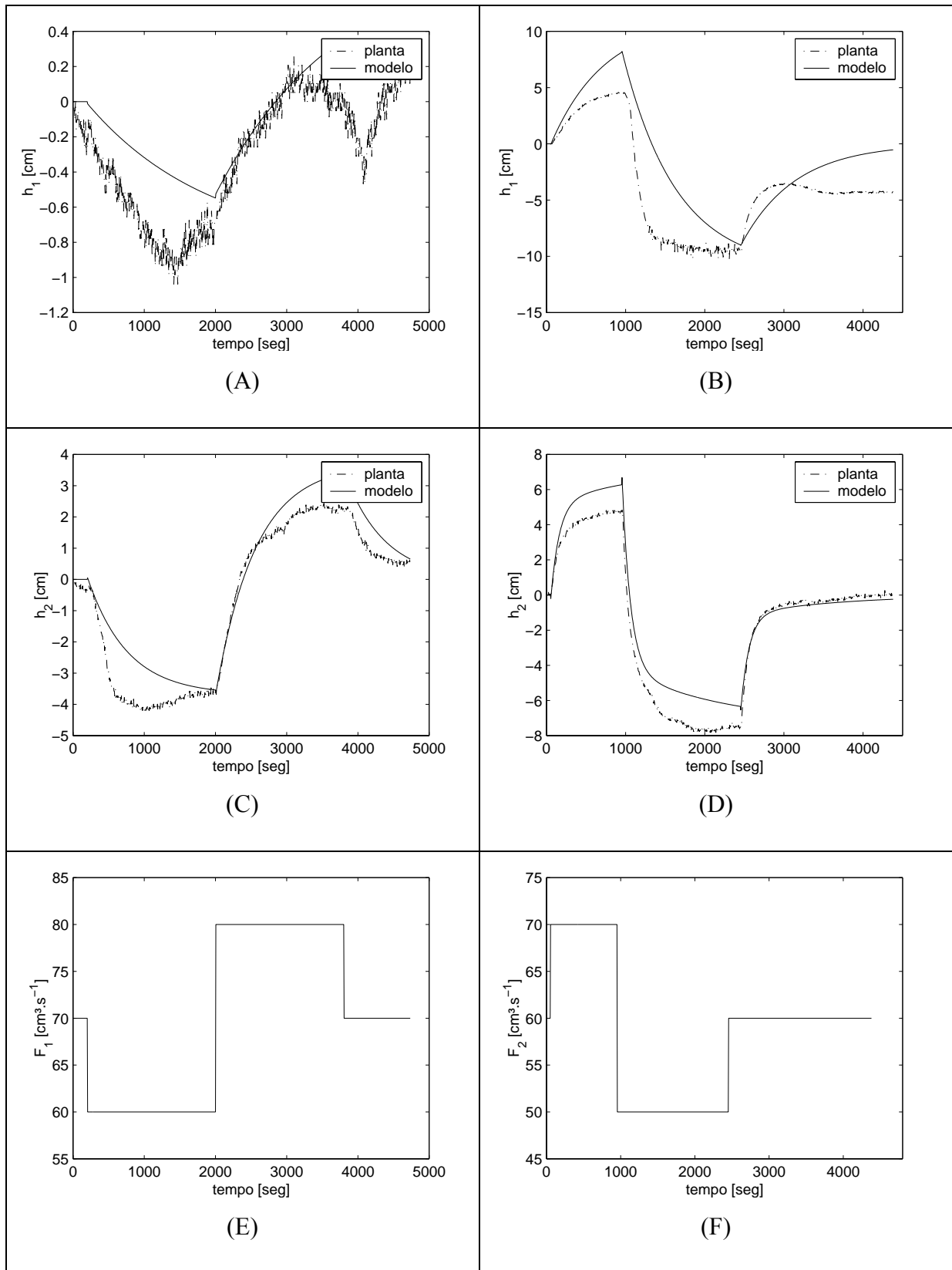




**Figura 7.3:** Identificação do modelo em OP1 - saídas do (A) canal relativo à  $(h_1 - F_1)$ , (B) canal relativo à  $(h_1 - F_2)$ , (C) canal relativo à  $(h_2 - F_1)$ , (D) canal relativo à  $(h_2 - F_2)$  e as variáveis manipuladas (E)  $F_1$  e (F)  $F_2$ .



**Figura 7.4:** Identificação do modelo em OP2 - saídas do (A) canal relativo à  $(h_1 - F_1)$ , (B) canal relativo à  $(h_1 - F_2)$ , (C) canal relativo à  $(h_2 - F_1)$ , (D) canal relativo à  $(h_2 - F_2)$  e as variáveis manipuladas (E)  $F_1$  e (F)  $F_2$ .



**Figura 7.5:** Identificação do modelo em OP3 - saídas do (A) canal relativo à  $(h_1 - F_1)$ , (B) canal relativo à  $(h_1 - F_2)$ , (C) canal relativo à  $(h_2 - F_1)$ , (D) canal relativo à  $(h_2 - F_2)$  e as variáveis manipuladas (E)  $F_1$  e (F)  $F_2$ .

### 7.2.2 - Modelo não-linear

Após a identificação dos modelos lineares, procedeu-se a modelagem não-linear da planta de cinco tanques abertos. A Tabela 7.2 mostra os parâmetros referentes ao modelo não-linear. Estes parâmetros foram obtidos através da adequação do modelo não-linear proposto aos dados de planta. Utilizou-se um algoritmo de otimização para solução do problema de mínimos quadrados.

**Tabela 7.2:** Parâmetros do modelo não-linear da planta de cinco tanques

Variáveis	Valor	Unidade
$h_S$	30	cm
$\rho$	1	$\text{g.cm}^{-3}$
$A_i$	78.5	$\text{cm}^2$
$g$	981	$\text{cm.s}^{-2}$
$R_1$	14,5	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_2$	8,9	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_3$	4,3	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_4$	4,12	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_5$	0	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_{51}$	0	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_{52}$	0	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_{53}$	0	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$R_{54}$	0	$[\text{cm}^{2.5} \text{s}^{-1}]$
$dH_{31}$	60	cm
$dH_{42}$	60	cm
$h_{Ti}$	50	cm
$F_{\min 1}$	4	$\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$F_{\min 2}$	4	$\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$F_{\min 3}$	4	$\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$F_{\min 4}$	4	$\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Onde:

$dH_{31}$ : diferença de altura entre o fundo do tanque 1 e o fundo do tanque 3

$dH_{42}$ : diferença de altura entre o fundo do tanque 2 e o fundo do tanque 4

$F_{\min,i}$ , Vazão mínima de alimentação do tanque  $i$ . Como os tanques são alimentados pela parte inferior, há uma vazão mínima necessária para vencer a resistência e levar nível ao pé do tanque.

A modelagem da planta é dada por:

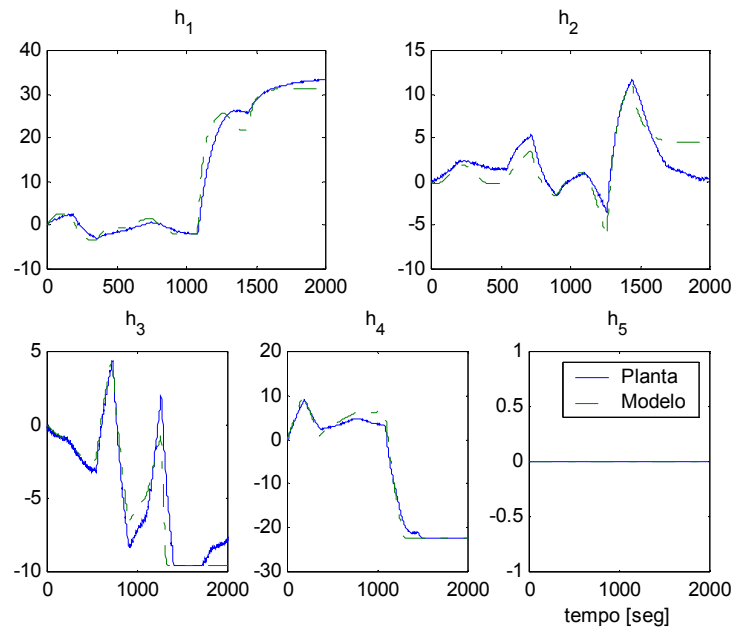
$$\begin{aligned}
A_1 \frac{dh_1}{dt} &= (x_1 \cdot F_1 - F_{\min 1}) \cdot Fc_{14} + R_3 \sqrt{h_3 + h_{T31} - h_1} - R_1 \sqrt{h_1} \pm R_{51} \sqrt{|h_5 - h_1|} \\
A_2 \frac{dh_2}{dt} &= (x_2 \cdot F_2 - F_{\min 2}) \cdot Fc_{23} + R_4 \sqrt{h_4 + h_{T42} - h_2} - R_2 \sqrt{h_2} \pm R_{52} \sqrt{|h_5 - h_2|} \\
A_3 \frac{dh_3}{dt} &= ((1 - x_2) \cdot F_2 - F_{\min 3}) \cdot Fc_{23} - R_3 \sqrt{h_3 + h_{T31} - h_1} - R_{35} \sqrt{h_3 - h_{s3}} \\
A_4 \frac{dh_4}{dt} &= ((1 - x_1) \cdot F_1 - F_{\min 4}) \cdot Fc_{14} - R_4 \sqrt{h_4 + h_{T42} - h_2} - R_{45} \sqrt{h_4 - h_{s4}} \\
A_5 \frac{dh_5}{dt} &= F_5 + R_{35} \sqrt{h_3 - h_{s3}} + R_{45} \sqrt{h_4 - h_{s4}} \mp \\
&R_{51} \sqrt{|h_5 - h_1|} \mp R_{52} \sqrt{|h_5 - h_2|}
\end{aligned} \tag{7.1}$$

onde:  $Fc_{14}$  e  $Fc_{23}$ : fatores de correção das vazões, visto que as válvulas estão em paralelo, sendo calculado baseado na diferença de pressão em cada uma das linhas.

$$\begin{aligned}
F_{C14} &= \sqrt{\frac{100^2}{F_1 x_1^2 + 2 \cdot F_1 x_1 \cdot F_1 (1 - x_1) + F_1 (1 - x_1)^2}} \\
F_{C23} &= \sqrt{\frac{100^2}{F_2 x_2^2 + 2 \cdot F_2 x_2 \cdot F_2 (1 - x_2) + F_2 (1 - x_2)^2}}
\end{aligned} \tag{7.2}$$

Considerou-se que as forças motrizes de descarga dos tanques superiores não são proporcionais apenas às alturas dos respectivos tanques, mas sim da diferença de altura dos tanques superiores e inferiores, utilizando como referencial o pé do tanque inferior, visto que os tanques são alimentados pela parte inferior.

A Figura 7.6 mostra a comparação entre os dados de planta e os modelo não-linear, para um conjunto de perturbações.



**Figura 7.6:** Comparação do modelo não-linear com os dados de planta referente ao sistema de cinco tanques abertos

A partir da Figura 7.6, observa-se que o modelo não-linear representa satisfatoriamente os dados de planta, pois capta a tendência dos dados, mesmo que muitas vezes apresente pequenos erros no ganho. A dinâmica também é bem representada pelo modelo, tanto para os tanques inferiores (1 e 2) quanto os superiores (3 e 4).

### 7.3- Análise da controlabilidade

A partir dos três modelos identificados anteriormente, para OP1, OP2 e OP3 determinou-se a controlabilidade para cada ponto de operação. A Tabela 7.3 mostra os zeros com a parte real positiva e a matriz de ganhos relativos estacionária para os referidos pontos de operação.

**Tabela 7.3:** Zeros de transmissão no semi-plano direito (SPD) e matriz de ganhos relativos estacionária referente aos modelos identificados

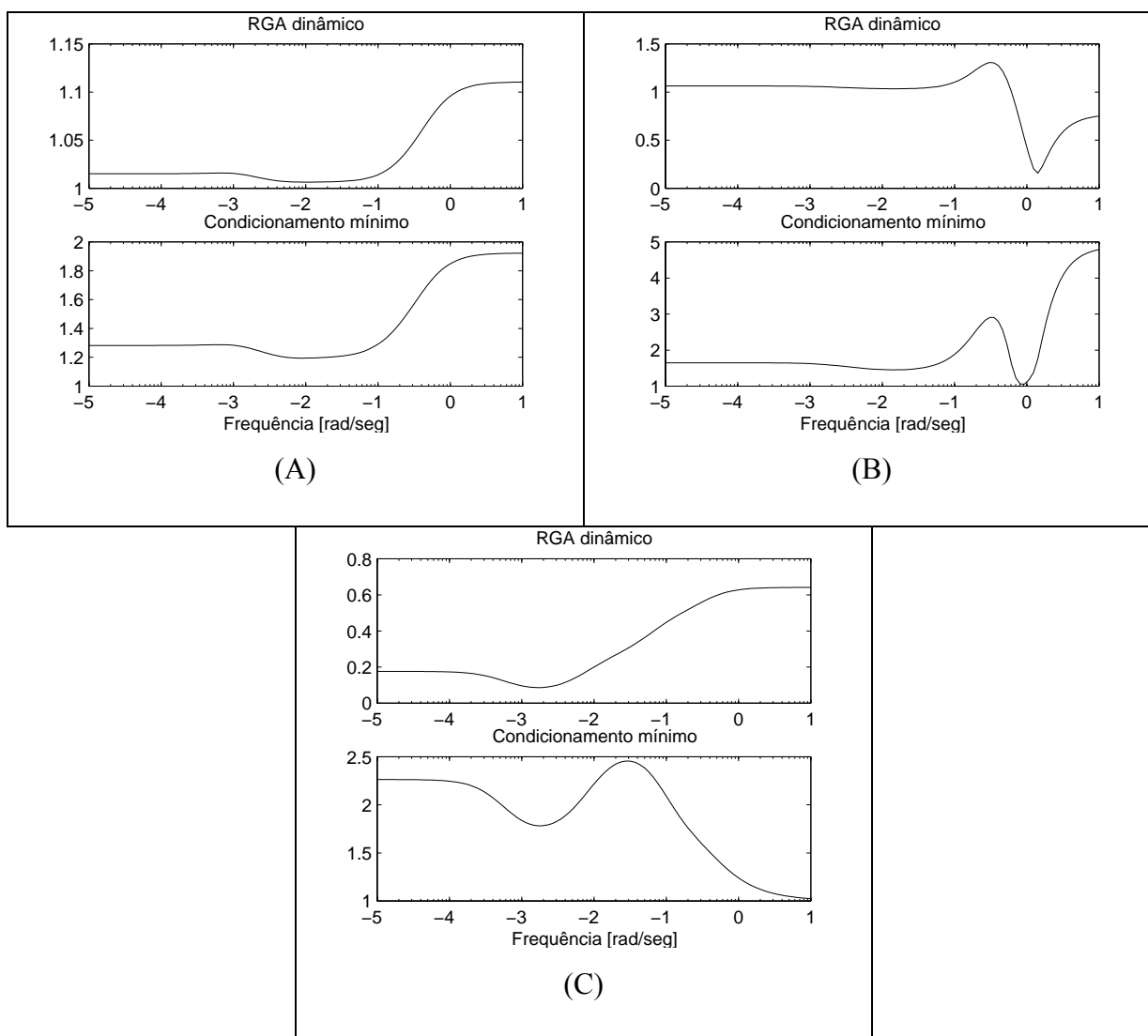
	OP1	OP2	OP3
ZERO NO SPD	0,23	0,50 0,41	0,33 0,069
RGA(0)	$\begin{bmatrix} 1,02 & -0,02 \\ -0,02 & 1,02 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1,06 & -0,06 \\ -0,06 & 1,06 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0,18 & 1,18 \\ 1,18 & -0,18 \end{bmatrix}$

Observa-se que ambos os modelos apresentam zeros com a parte real positiva, porém os relativos aos modelos OP1 e OP2 são de magnitude considerável, cujo efeito é pouco visível no desempenho alcançável do controlador, só tendo influência a altas frequências. Estes zeros

são gerados artificialmente pelo método de identificação. O terceiro modelo também tem dois zeros de transmissão, sendo o primeiro (0,33) também gerado pela metodologia de identificação, tendo pouca influência na resposta final. Já o outro zero (0,069) é mais crítico, limitando visivelmente o desempenho da resposta final.

A matriz de ganhos relativos estacionária mostra que o emparelhamento para OP1 e OP2 é  $(h_1 - F_1)$  e  $(h_2 - F_2)$ . O terceiro ponto de operação apresenta emparelhamento inverso  $(h_1 - F_2)$  e  $(h_2 - F_1)$ . Além disso, a interação entre os canais, para ambos os casos e baixa.

A Figura 7.7 mostra o gráfico do RGA e condicionamento mínimo para (A) OP1, (B) OP2 e (C) OP3.



**Figura 7.7:** Gráficos do RGA e condicionamento mínimo para os três modelos identificados na planta em para (A) OP1, (B) OP2 e (C) OP3

A Figura 7.7 (A) mostra que a interação entre os canais varia muito pouco ao longo das frequências para o primeiro ponto de operação, sendo quase totalmente desacoplado. A mesma observação pode ser feita para os modelos 2 e 3.

A Tabela 7.4 mostra os índices do RPN para cada região de operação.

**Tabela 7.4:** Índices da metodologia RPN para cada região de operação

TEMPO DE SUBIDA [s]	OP1		OP2		OP3	
	RPN	rRPN	RPN	rRPN	RPN	rRPN
0,5	2,13	0,82	2,51	0,71	2,19	3,31
1	2,07	0,53	2,50	0,62	2,18	2,05
5	1,77	0,23	2,21	0,47	2,17	0,67
10	1,57	0,18	1,88	0,43	2,11	0,44
50	1,18	0,11	1,23	0,37	1,75	0,20
100	1,10	0,10	1,13	0,36	1,53	0,15

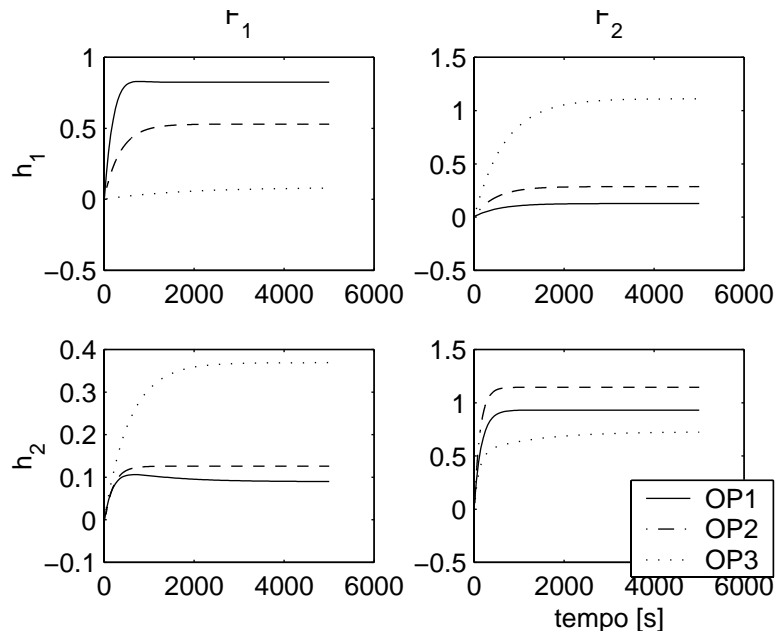
A Tabela 7.4 mostra que para todos os pontos de operação a controlabilidade se torna mais fácil à medida que o controlador perde desempenho, visto que o rRPN vai reduzindo com o decréscimo do desempenho desejado. O terceiro ponto de operação, que tem o emparelhamento díspar em relação aos demais, apresenta a maior limitação em seu desempenho, devido ao zero de transmissão no semi-plano direito próximo à origem. Neste ponto, desempenhos extremamente rápidos não são alcançáveis, baseado nos altos valores do rRPN.

## 7.4- Determinação do grau de não-linearidade

Subseqüentemente ao cálculo da controlabilidade, o grau de não-linearidade será estimado. Serão consideradas duas regiões de operação: a primeira delas (OR1) engloba os pontos onde o emparelhamento é análogo (OP1 e OP2). A segunda região de operação (OR2) engloba os três pontos de operação especificados.

A Figura 7.8 mostra a resposta ao distúrbio tipo degrau em cada variável manipulada, para os três modelos considerados na análise do grau de não-linearidade.

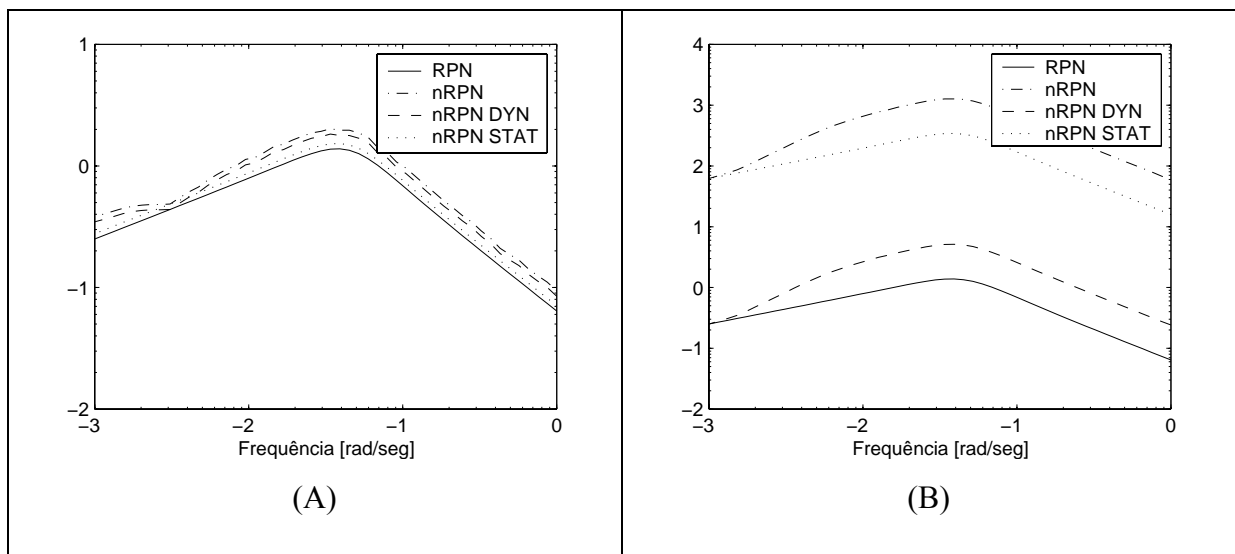




**Figura 7.8:** Distúrbio tipo degrau para os três modelos identificados na planta real

Verifica-se que os modelos de fase mínima (OP1 e OP2) apresentam tanto dinâmicas quanto ganhos próximos para todos os canais, evidenciando o baixo grau de não-linearidade do processo. A inclusão do modelo de fase não-mínima na região de operação deve aumentar o grau de não-linearidade, devido à inversão no sinal do determinante da matriz de ganhos. Nesta região, o índice deve apresentar um valor superior a dois, pois um controlador não-linear se faz necessário.

A Figura 7.9 mostra os gráficos do nRPN para as regiões (A) OR1 e (B) OR2, considerando o desempenho desejado 50 segundos de tempo de subida e 5% de *overshoot*. O modelo nominal foi para ambos os casos o relativo a OP1.



**Figura 7.9:** Gráficos da metodologia nRPN para as duas regiões de operação identificadas para a planta real

A Tabela 7.5 mostra os índices da metodologia nRPN para as duas regiões de operação.

**Tabela 7.5:** Índices da metodologia nRPN para OR1 e OR2 identificadas a partir da planta real

	OR1	OR2
nRPN	-0,34	2,96
nRPN <sub>DYN</sub>	-0,50	0,43
nRPN <sub>STAT</sub>	-0,97	2,39

A partir da Figura 7.9 e da Tabela 7.5, pode-se afirmar que o grau de não-linearidade da primeira região de operação é muito baixo, sendo um controlador linear suficiente. Para a segunda região de operação, um controlador não-linear deve ser aplicado, devido ao índice nRPN ser superior a 2. Neste caso, o controlador indicado deve compensar principalmente a não-linearidade estática do sistema. Estas conclusões vão ao encontro com as proferidas anteriormente, onde a não-linearidade foi qualificada, a partir da resposta ao degrau de cada modelo que compõe as regiões de operação.

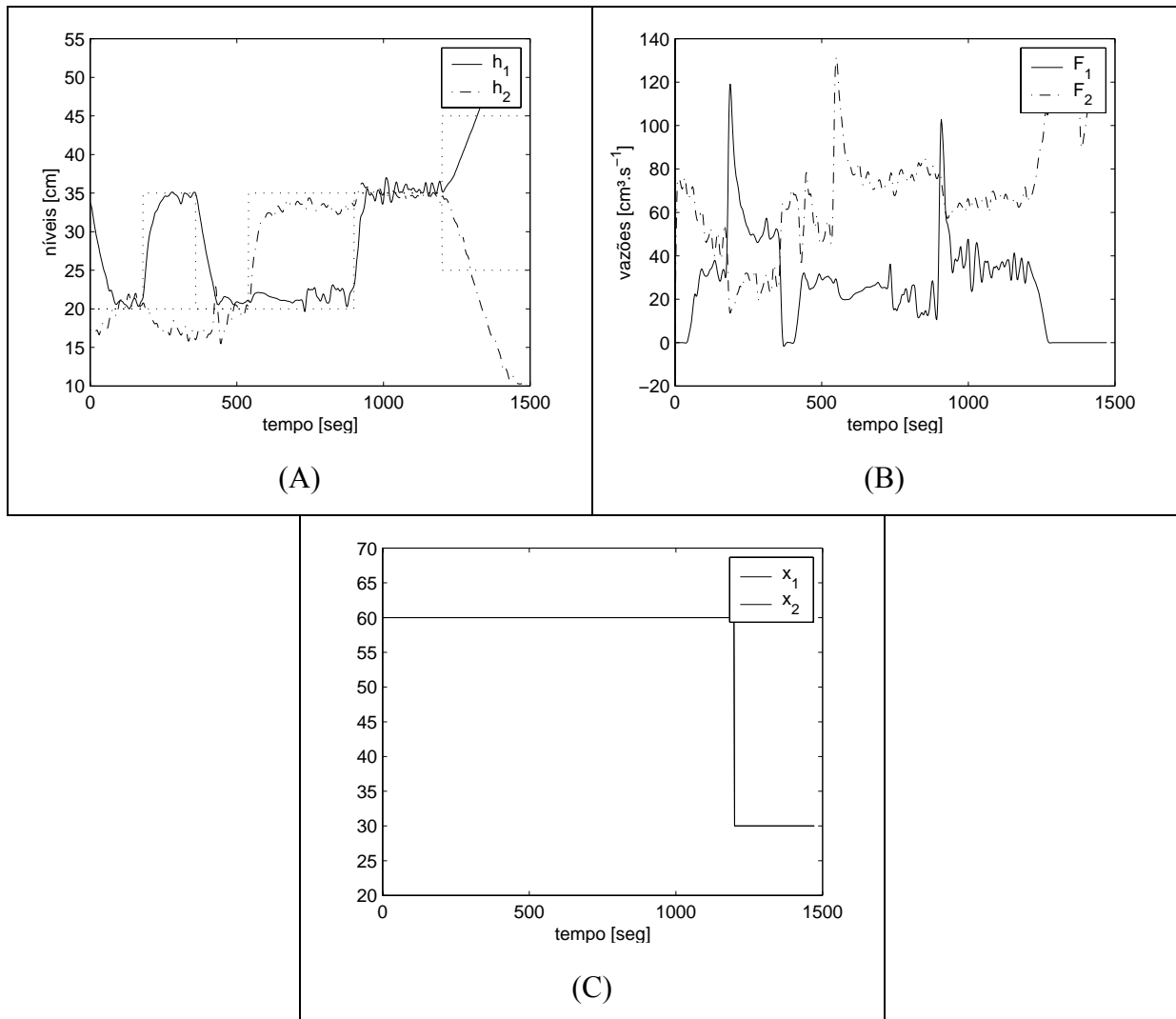
## 7.5 - Aplicação dos controladores indicados

Após a identificação e determinação da não-linearidade do processo, aplicaram-se dois diferentes controladores lineares, no primeiro ponto de operação, onde o sistema apresentava características de fase mínima. Na segunda região de operação, inseriu-se um controlador preditivo não-linear, visto a inversão da matriz de ganhos.

### 7.5.1 - Controlador PI

O primeiro controlador aplicado foi do tipo PI, descentralizado tendo como emparelhamento  $h_1 - F_1$  e  $h_2 - F_2$ . O controlador foi ajustado utilizando o método IMC (Marlin, 1995). Procederam-se diferentes mudanças de *setpoint* no nível dos tanques 1 e 2, conforme mostrado na Figura 7.10.

O controlador PI utilizado foi implementado pelo software Matlab (MathWorks, 1999).



**Figura 7.10:** Aplicação do controlador PI na planta de cinco tanques - (A) variáveis controladas, (B) manipuladas e (C) distúrbios

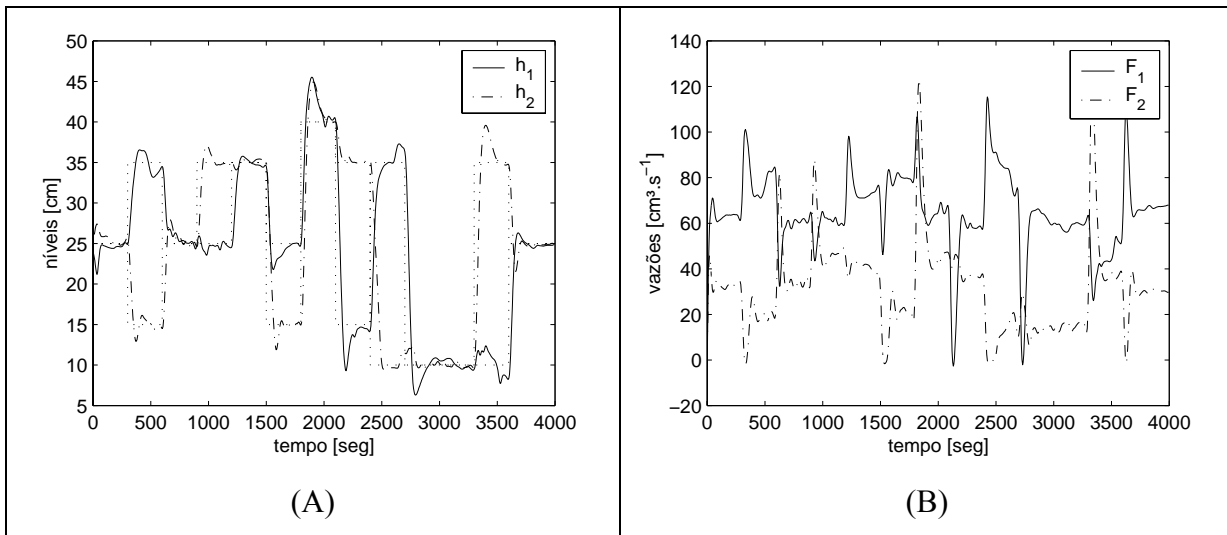
Observa-se que o controlador foi robusto para todas as mudanças de *setpoint*, exceto no final do experimento onde instabilizou a planta, levando-a à saturação das variáveis manipuladas, devido à inversão do sinal do determinante da matriz de ganhos. Verifica-se que o controlador apresentou ainda desempenho praticamente constante, para todos os pontos de operação, evidenciando o baixo grau de não-linearidade do sistema, resultado que vai ao encontro do obtido utilizando a metodologia nRPN.

Os dados apresentados foram previamente filtrados utilizando um filtro Butter (MathWorks, 1997), de segunda ordem que filtrava as frequências superiores à 0,1.

Cabe ressaltar que em alguns pontos de operação, as variáveis apresentaram pequeno *offset*, em relação ao *setpoint*. Esta deficiência se deve à zona-morta da válvula, que apresentava variações nulas no posicionador, para ações de controle inferiores a 3 cm<sup>3</sup>/s.

### 7.5.2 - Controlador MPC

O segundo controlador aplicado foi do tipo MPC, utilizando como modelo base o primeiro modelo identificado na planta (OP1). Procederam-se distúrbios no *setpoint* das malhas, e o resultado é apresentado na Figura 7.11. O controlador MPC utilizado foi implementado pelo *software* Matlab 5.3 (MathWorks, 1998).



**Figura 7.11:** Aplicação d controlador MPC na planta de cinco tanques para o sistema de fase mínima - (A)variáveis controladas e (B) manipuladas

Os dados apresentados foram previamente filtrados utilizando um filtro *Butter* (MathWorks, 1997), de segunda ordem que filtrava as freqüências superiores à 0,1.

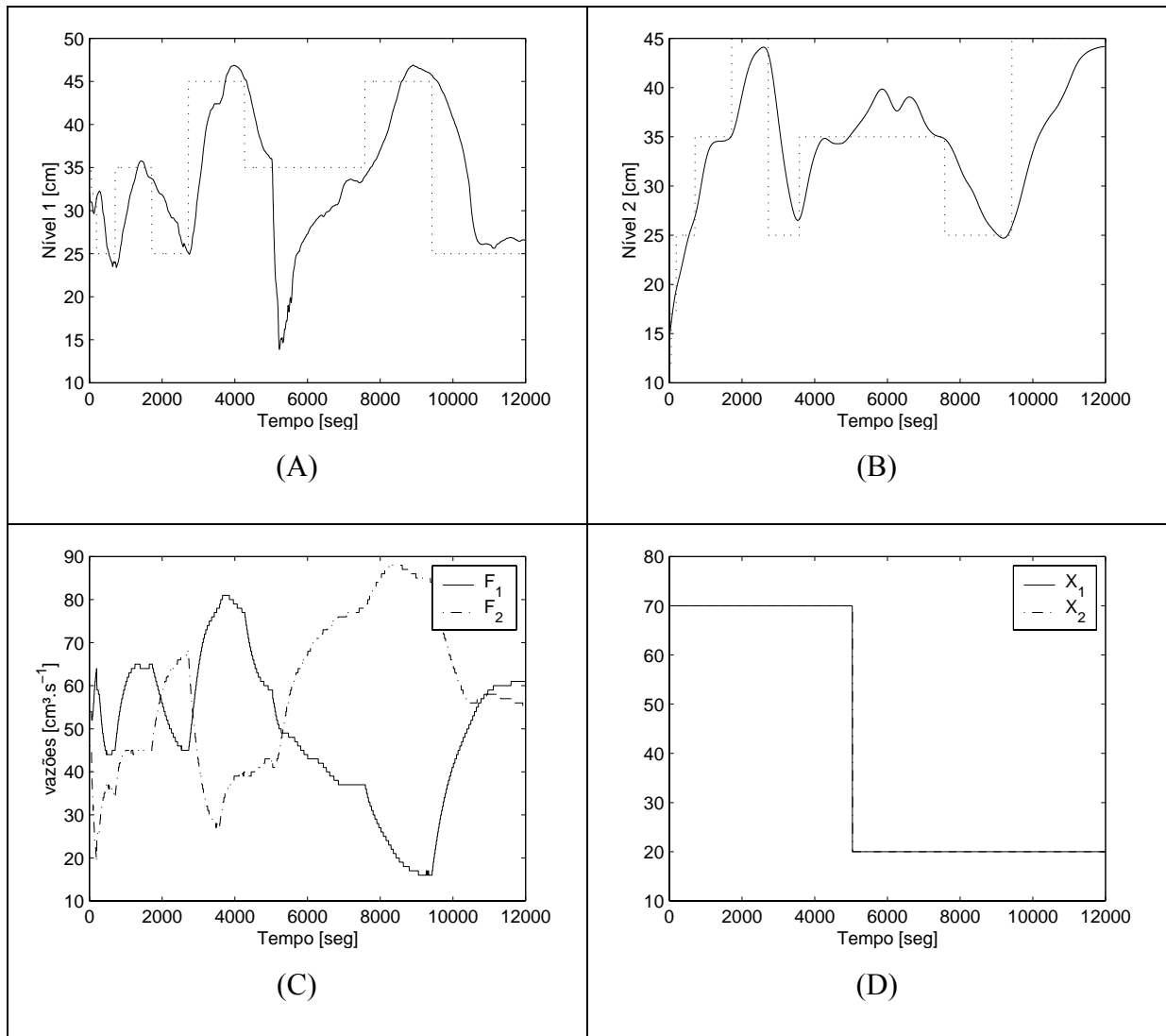
Novamente observa-se que o controlador utilizado foi robusto para manter a planta no *setpoint* em todos os pontos de operação.

### 7.5.3 - Controlador NMPC

Visando controlar a planta de cinco tanques numa região de operação onde ocorre alteração do emparelhamento das malhas de controle, isto é, inversão do ganho multivariável utilizando um controlador único, inseriu-se um controlador preditivo não-linear (NMPC) neste sistema. O referido controlador foi proposto por Duraiski (2001), descrito no Apêndice B desta dissertação.

O controlador preditivo não-linear utiliza um modelo baseado nas equações de balanço (Equação 7.1), apresentando as mesmas malhas de controle que nos controladores anteriores.

A Figura 7.12 mostra o comportamento do controlador NMPC.



**Figura 7.12:** Aplicação do controlador NMPC na planta de cinco tanques - (A) variável controlada 1 - Nível 1, (B) variável controlada 2 - Nível 2, (C) manipuladas e (D) distúrbios

Verifica-se, baseado na Figura 7.12, que o controlador preditivo não-linear mostrou-se robusto para operar tanto na região de fase mínima, quanto não-mínima. Inicialmente, até tempo inferior a 5000 segundos, o controlador operou na região de fase mínima. Posteriormente, ocorreu a transição de fases e posteriormente o controlador operou na região de fase não-mínima, onde o emparelhamento é inverso em relação ao inicial.

No presente teste ratificou-se as características servo-regulatórias do controlador, devido aos distúrbios impostos: alteraram-se os *setpoints* de ambas as malhas no mesmo instante e isoladamente.

## 7.6- Bibliografia

DURAIKI, R., G.; *Controlador Preditivo Não-Linear Utilizando Linearizações ao Longo da Trajetória*. Dissertação de Mestrado PPGEQ - UFRGS. 2001.

ELIPSE SCADA; *Manual do Usuário*. Porto Alegre.2003.

JOHANSON, K., H.; The Quadruple-Tank Process: a Multivariable Laboratory Process with and Adjustable Zero. *IEEE Transactions on Control Systems Tecnology*. Vol 8, nº3. 2000.

MATHWORKS INC, The; *System Identification Toolbox*; Natick/MA/EUA. (1997).

MATHWORKS INC, The; *MPC Toolbox for use with MATLAB*, Natick/MA/EUA. (1998).

MATHWORKS INC, The; *Simulink: Dynamic System Simulation with Matlab*, Natick/MA/EUA. (1999).

## Capítulo 8

# Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Ao final deste trabalho, a conclusão relativa a cada capítulo será apresentada. Por fim, alguns estudos subseqüentes, baseados nesta dissertação, serão propostos.

### 8.1- Conclusões

No capítulo 1, realizou-se uma revisão bibliográfica acerca das metodologias para quantificação do grau de não-linearidade de processos. Há um número muito reduzido de métodos, sendo os propostos por Helbig et al. (2000) e Guay, McLellan e Bacon (1997) de difícil utilização industrial, pois necessitam do modelo não-linear do processo para estimar seu grau de não-linearidade e não consideram no cálculo a velocidade do controlador.

No segundo capítulo foi discutida a metodologia RPN e o índice RPPN utilizado no cálculo do grau de não-linearidade. As ferramentas matemáticas necessárias foram apresentadas. Esta metodologia foi proposta por Trierweiler (1997), e apresenta as vantagens de necessitar de apenas um conjunto de modelos lineares do sistema, obtidos por linearização ou identificação, e considerar explicitamente a velocidade do controlador (da malha de controle) no cálculo da não-linearidade.

No terceiro capítulo, as deficiências da metodologia RPPN foram apresentadas. Verificou-se que ela falhava na captação da variação da direcionalidade do sistema, além de não captar a inversão do sinal do ganho multivariável. Novas definições foram apresentadas, bem como a nova representação (nRPN, número de performance robusta não-linear) foi introduzida. Neste mesmo capítulo, a divisão da não-linearidade em suas componentes estática e dinâmica foi apresentada. Além disso, os índices numéricos que quantificam a não-linearidade total, estática e dinâmica também foram mostrados. Outra contribuição, também apresentada no Capítulo 3, foi o desenvolvimento de um algoritmo para determinação do desempenho alcançável do processo considerando as restrições das variáveis manipuladas e controladas.

No quarto capítulo, aplicou-se a metodologia proposta em três diferentes casos. O primeiro exemplo apresentado é um reator de neutralização, cuja não-linearidade é totalmente estática. O índice mostrou que em regiões no entorno do pH neutro, o sistema apresentava pequeno grau de não-linearidade. Para uma região de operação maior (até  $\text{pH} = 5$ ) o grau de não-linearidade é mediano. Para a região de operação que engloba as duas anteriores até o  $\text{pH} = 3$ , o grau de não-linearidade é elevado, sendo provido exclusivamente pela contribuição estática, para os três casos. Aplicou-se um controlador linear projetado para região do pH neutro e verificou-se que, para este ponto de operação, seu desempenho era muito bom. Porém constatou-se que, à medida que se afastava do ponto de operação, perdia muito seu desempenho. O controlador indicado (*Gain-Scheduling*) foi aplicado, mostrando bom desempenho, igualmente nas três regiões.

No segundo exemplo, o grau de não-linearidade do reator de Van de Vusse foi calculado. Para os pontos de operação onde o ganho apresentava mesmo sinal, o grau de não-linearidade era insignificante. Para a região de operação onde se verificava a inversão no sinal do ganho, o grau de não-linearidade calculado através da metodologia nRPN foi elevado. Utilizando este sistema mostrou-se que a metodologia é também adequada para quantificar a influência da velocidade do controlador no grau de não-linearidade.

O terceiro caso de estudo apresenta um reator de mistura com múltiplos estados estacionários. A partir da aplicação da metodologia, verificou-se que, para regiões de operação onde a conversão é próxima, o grau de não-linearidade é pequeno, sendo um controlador linear suficiente. Para regiões de operação com diferentes conversões, ou regiões que apresentam pontos instáveis, o grau de não-linearidade foi elevado. Neste caso, um controlador que compense tanto a variação estática quanto a dinâmica deve ser aplicado.

No Capítulo 5 determinou-se o grau de não-linearidade de uma torre de benzeno da unidade de separação de aromáticos (BTX), para diferentes regiões de operação. Na análise qualitativa do grau de não-linearidade desta coluna, verificou-se que o tempo de assentamento se altera mais de 40 vezes entre as concentrações limítrofes, tornando o sistema mais lento à medida que os produtos se tornam mais puros. Por sua vez, o ganho varia mais de 100 vezes entre os pontos de operação onde as concentrações eram extremas.

A aplicação da metodologia nRPN mostrou que o sistema apresenta elevada não-linearidade para concentrações dos produtos inferiores a 200 ppm. Nesta região de operação, tanto a não-linearidade estática quanto a dinâmica são significativas. A concentrações superiores a 200 ppm o grau de não-linearidade é mediano.

O controlador indicado para a primeira região de operação é do tipo preditivo não-linear, pois deve compensar ambos os tipos de não-linearidade. Para a região complementar, um controlador linear é suficiente, porém existe pequena perda de desempenho. O controlador que indicado, neste caso, é do tipo *Gain-Scheduling*, pois o sistema tem apenas não-linearidade estática relevante.



Também se explorou na coluna de Benzeno-Tolueno o impacto da velocidade do controlador no grau de não-linearidade da malha de controle. Controladores mais rápidos mostraram um menor comportamento não-linear em relação a controladores lentos, o qual foi capturado pelos índices desenvolvidos neste trabalho. Estas predições foram confirmadas mediante diversas simulações não-lineares.

No capítulo 6 foi apresentada a planta de cinco tanques, unidade que serve não somente como exemplo para determinação da não-linearidade e de cenários lineares e não-lineares, mas também apresenta outras características dinâmicas, como acoplamento entre os canais, alteração de dinâmica, entre outros. Inicialmente, as regiões de operação para o sistema teórico foram determinadas. Posteriormente, a controlabilidade e o grau de não-linearidade foram calculados tanto para o sistema aberto quanto fechado.

No capítulo 7, apresentou-se a planta real, sua construção, modelagem linear e não-linear, determinação da controlabilidade, cálculo do grau de não-linearidade e aplicação de controladores lineares e não-lineares.

Ao analisar os resultados desta dissertação, verifica-se que todos os objetivos citados na introdução foram alcançados: obteve-se uma metodologia para determinação do grau de não-linearidade de plantas, até então ausente. Esta análise, permite não só a determinação do tipo de controlador adequado: linear ou não-linear, mas também a escolha do tipo de controlador não-linear, quando este se fizer necessário. Obteve-se ainda, um índice numérico único, capaz de inferir o grau de não-linearidade apresentado pela análise gráfica, não só para a não-linearidade total, mas também para suas componentes estática e dinâmica.

## 8.2- Trabalhos futuros

Após a conclusão desta dissertação, uma série de trabalhos ainda poderiam ser feitos, visando aperfeiçoar a metodologia. Entre eles se destaca:

- Aplicação da metodologia em exemplos de plantas industriais, onde os modelos proviessem da identificação direta da planta e posteriormente aplicação do controlador determinado pela metodologia;
- Criação de uma ferramenta capaz de determinar o grau de não-linearidade *on-line* em plantas.
- Estudo da influência da escolha do modelo nominal no grau de não-linearidade.

## 8.3 - Bibliografia

GUAY, M., MCLELLAN, P., J., BACON, D., W.; Measure of Closed-Loop nonlinearity and Interaction for Nonlinear Chemical Processes. *AIChE Journal* vol 43 n°9 pág. 2261-2278. 1997.

HELBIG, A., MARQUARDT, W., ALGÖWER, F.; Nonlinearity Measures: Definition, Computation and Applications. *Journal of Process Control* 10 pág 113-123. 2000

TRIERWEILER, J., O.; *A Systematic Approach to Control Structure Design*. Tese de Doutorado. Universidade de Dortmund. 1997.

# Apêndice A

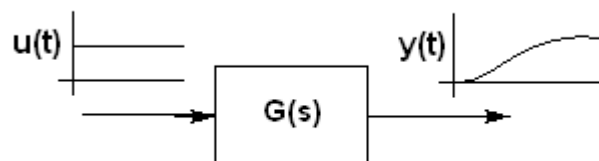
## Tipos de Modelos

Um dos maiores problemas, não só de controle de processos, mas de toda a ciência, é prever o efeito de uma entrada sobre um dado sistema. Como esta questão envolve o conhecimento futuro do processo, um modelo deve necessariamente ser construído.

A forma rigorosa de modelar um processo envolve um sistema de equações diferenciais e algébricas que representam as equações de transferência do processo. A construção e atualização deste tipo de modelo é bastante custosa.

### A.1 - Modelos lineares

No campo do controle de processos, modelos mais simples geralmente são suficientes, bastando representar a influência de uma entrada  $u(t)$  sobre a saída  $y(t)$ . Estes modelos são denominados de modelos de entrada e saída. A Figura A.1 mostra a representação genérica desta classe de modelos.

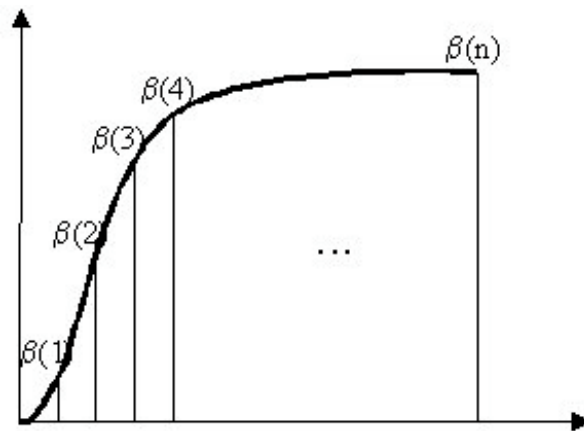


**Figura A.1:** Representação genérica de modelos de entrada e saída

#### A.1.1 - Modelos de resposta ao degrau

O modelo utilizado pelo controlador DMC (*Dynamic Matrix Control*) utiliza a resposta ao distúrbio do tipo degrau (*step response model*). Este modelo consiste numa série de parâmetros  $\beta(t)$  que representam a saída do processo para cada intervalo de tempo

subsequente ao distúrbio para um distúrbio unitário na variável de entrada. A Figura A.2 mostra a representação dos parâmetros da resposta degrau.



**Figura A.2:** Parâmetros do modelo à resposta degrau

Assume-se que  $\beta(t)$  denota a resposta ao degrau de um dado sistema,  $k$  o tempo atual e a última ação de controle tomada em  $k-1$ . Este tipo de modelo é utilizado para predição das ações de controle no futuro da seguinte forma: a predição da saída do processo na ausência de ações de controle é denotada por  $y^0$  durante  $p$  intervalos de tempo. Assumindo ainda que a influência dos distúrbios não medidos é representada para cada amostragem por  $w(t)$ . A predição da saída  $y$  do sistema para tempo de amostragem subsequente  $k+1$  é dado por:

$$y(k+1) = y^0(k+1) + \beta(1)\Delta u(k) + w(k+1) \quad (\text{A.1})$$

Para  $m$  tempos de amostragens subsequentes:

$$y(k+m) = y^0(k+m) + \beta(m)\Delta u(k) + \beta(m-1)\Delta u(k+1) + \dots + \beta(1)\Delta u(k+m-1) + w(k+m) \quad (\text{A.2})$$

onde  $\Delta u(k)$  é representado pelas ações de controle  $m$  tempos de amostragem após o tempo de *step*  $k$ :

$$\Delta u = [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \Delta u(k+2) \quad \Delta u(k+m-1)] \quad (\text{A.3})$$

e a matriz  $\beta$  dada por:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta(1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \beta(2) & \beta(1) & 0 & \dots & 0 \\ \beta(3) & \beta(2) & \beta(1) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta(m) & \beta(m-1) & \beta(m-2) & \dots & \beta(1) \\ \beta(p) & \beta(p-1) & \beta(p-2) & \dots & \beta(p-m+1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Tal matriz é denominada matriz dinâmica. O controlador DMC é assim denominado pois utiliza esta matriz no algoritmo interno.

### A.1.2 - Modelos em espaço de estado

A representação do tipo resposta ao degrau é de bastante simples obtenção, mas muitas vezes só é válida para uma estreita região de operação. Uma alternativa é, de posse do modelo fenomenológico do processo, expandir as equações em torno do presente ponto de operação, truncando a série de *Taylor* no termo linear. O mesmo procedimento é realizado para as equações que descrevem as saídas do processo:

$$\frac{d\Delta x}{dt} = A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta u \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta y = C \cdot \Delta x + D \cdot \Delta u \quad (\text{A.6})$$

onde:  $\Delta u$  é a variação nas entradas  
 $\Delta x$  é a variação nos estados  
 $\Delta y$  é a variação nas saídas e  
 $A, B, C$  e  $D$  são as matrizes geradas na linearização

Para sistemas químicos a matriz  $D$  geralmente é nula, pois os processos não são instantâneos de modo a manifestar o efeito da entrada diretamente na saída.

## A.2 - Modelos não-lineares

Para muitos processos a representação linear é insuficiente, pois apresentam grande variação de dinâmica ou ganho, mesmo para regiões em torno do ponto de operação. Assim, faz-se necessário modelos não-lineares que capturem este comportamento. Modelos não-lineares são na maioria dos casos mais onerosos para serem obtidos e serem atualizados, ou seja, mantê-lo representativo à planta ao longo da operação.

### A.2.1 - Redes de modelos locais

A alternativa mais simples para representar um sistema de forma não-linear é segmentá-lo em um conjunto de modelos lineares (Posser, 2000).

Uma rede de modelos locais pode ser definida como:

$$y = f(x_l, x_r) = \sum_{i=1}^n f_i(x_l) \rho_i(x_r) \quad (\text{A.7})$$

onde:  $f_i(x_l)$  : modelos locais  
 $x_l$  : variáveis utilizadas nos modelos locais  
 $\rho_i(x_r)$  : função peso

$x_r$  : variáveis que definem o ponto de operação do sistema

A Equação A.7 mostra que um modelo não-linear é representado através de uma série de  $n$  sub-modelos locais, válidos para uma dada região. O modelo global é obtido através da ponderação das funções base associadas. Isso permite que a transição entre os modelos seja feita de forma suave.

### A.2.2 - Séries de Volterra

A partir de um modelo linear-analítico (Levine, 1996):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + u(t)g(x(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Assume-se que  $f$ ,  $g$  e  $h$  possuem uma representação analítica em  $x$ , numa dada vizinhança da resposta.

Pode-se afirmar que um sistema linear-analítico pode ser representado por um série de Volterra se existir um conjunto de funções contínuas, localmente limitadas

$$w_n : R^n \rightarrow R, n = 0,1,2,\dots \quad (\text{A.9})$$

Admite-se que para cada  $T > 0$  exista um  $\varepsilon(t) > 0$ , possuindo a propriedade, para cada função local contínua  $u(\cdot)$  com  $|u(t)| < \varepsilon$ , tem-se:

$$y(t) = \omega_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \omega_n(t, \sigma_1, \dots, \sigma_n) u(\sigma_1) \dots u(\sigma_n) d\sigma_1 \dots d\sigma_n \quad (\text{A.10})$$

com séries convergentes em  $[0, T]$ .

Séries de Volterra são utilizadas em sistemas onde apenas a variação de ganho é significativa.

### A.2.3 - Sistemas Bilineares

Define-se como modelos bilineares contínuos, a classe de modelos cuja representação é dada por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A + u(t) \cdot B]x(t), x(0) = x_0 \\ y(t) = C \cdot x(t) \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Sistemas bilineares são muito utilizados em trocadores de calor, fissão nuclear ou sistemas populacionais.

### **A.2.4 - Séries de Hammerstein**

Muitos processo industriais que apresentam ganho variável nas variáveis de entrada (dinâmica de válvulas de controle, por exemplo) podem ser modelados a partir de uma série de Hammerstein (Stack e Doyle, 1997). Este modelo considera uma dinâmica fixa e um ganho variável, que é uma função apenas da entrada.

$$\dot{x} = Ax + f(u) \quad (\text{A.12})$$

### **A.2.5 - Séries de Wiener**

Os modelos de Wiener apresentam uma dinâmica fixa somada a um ganho variável associado à saída (Stack e Doyle, 1997).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= f(x) \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Estes modelos são bastante representativos para sistemas reais, principalmente os que apresentam grande não-linearidade estática.

## **A.3 - Bibliografia**

LEVINE, W. S.; *The Control Handbook*. CRC Press. 1996.

POSSER, M. S.; *Redes de Modelos Locais*. Dissertação de Mestrado PPGEQ - UFRGS. 2000.

STACK, A., J., DOYLE III, F.J.; The optimal control structure: an approach to measuring control-law nonlinearity. *Computers and Chemical Engineering* vol 21 n° 9 pag 1009-1019. 1997.

## Apêndice B

### Algoritmos de controle

O controle automático permite a manutenção de variáveis de interesse (controladas) num valor desejado (*setpoint*), alterando alguma variável que possa ser manipulada. A forma de atuação sobre a planta depende do algoritmo empregado. Estes podem ser divididos em duas grandes áreas, baseado na forma como representam a planta: lineares ou não-lineares.

#### B.1 - Controladores lineares

Os controladores lineares são a classe mais difundida industrialmente de controladores. Estes representam a planta (processo não-linear) a partir de um modelo linear. Os dois controladores lineares mais difundidos industrialmente são o PID e MPC.

##### B.1.1 - Controlador PID

O controlador proporcional-integral-derivativo (PID) é certamente o mais utilizado industrialmente. Estima-se que cerca de 90% a 95% das malhas industriais utilizam este controlador (Åström e Wittenmark, 1997). O PID vem sendo utilizado industrialmente desde os anos 40 (Marlin, 1995).

O algoritmo PID é extremamente simples, representado apenas por uma equação, mas apresenta bons resultados para a grande maioria dos processos. Esta flexibilidade é alcançada através de alguns parâmetros de ajuste, que determinam o comportamento da malha *feedback*.

A grande maioria destes controladores encontra-se aplicado em malhas SISO, isto é, controla-se individualmente cada variável, manipulando apenas uma variável manipulada. Por outro lado, há controladores PID multivariável (MIMO) capazes de compensar o acoplamento entre as malhas de controle. Este é pouco difundido devido à dificuldade na implementação e ajuste (Trierweiler, Müller e Engell, 2000).

A ação de controle  $u(t)$  de um PID é a soma de três contribuições



$$u(t) = u_p(t) + u_I(t) + u_D(t) \quad (\text{B.1})$$

onde  $u_p$  é a parte proporcional,  $u_I$  a parte integral e  $u_D$  a parte derivativa.

Definindo o erro da variável controlada  $e(t)$  como a diferença entre o *setpoint*  $y_{set}$  e a variável medida  $y$ , isto é

$$e(t) = y_{SET}(t) - y(t) \quad (\text{B.2})$$

A parte proporcional é dada por

$$u_p(t) = K_c e(t) \quad (\text{B.3})$$

onde  $K_c$  é denominado ganho do controlador. Geralmente o controlador proporcional apresenta erro não nulo no estado estacionário. Para eliminar esta deficiência, introduziu-se a ação integral  $u_I(t)$

$$u_I(t) = \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t e(s) ds \quad (\text{B.4})$$

onde  $\tau_I$  é a constante integral do controlador.

Esta ação pode causar oscilação da variável controlada em torno do *setpoint*. A ação derivativa  $u_D(t)$  é dada por

$$u_D = K_c \tau_D \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{B.5})$$

onde  $\tau_D$  é a constante integral do controlador. A ação derivativa elimina a oscilação, bem como captura a tendência da variável controlada, melhorando o desempenho do controlador a médias frequências. Entretanto, pode prejudicá-lo a alta frequência devido à presença de ruído.

### **B.1.2 - Controlador MPC**

Define-se como controladores preditivos os algoritmos de controle que utilizam o modelo da planta para predição do comportamento futuro e cálculo da ação de controle (Ogunnaike e Ray, 1994).

O fato que suscitou o desenvolvimento de um controlador preditivo foi a necessidade de um controlador que permitisse a fácil implementação de estruturas de controle MIMO, permitindo lidar com sistemas com grande interação entre as malhas de controle. Um controlador preditivo é capaz de lidar também com malhas que apresentem grandes tempos mortos,

resposta inversa ou outras dinâmicas problemáticas, assim como implementar estratégias de controle *feedforward* de forma simples e eficiente.

Segundo Ogunnaike e Ray (1994), um controlador MPC é aconselhável quando uma ou mais destas características são encontradas em um processo:

- Entradas e saída múltiplas com visível interação entre os canais.
- O número de entradas e saídas for díspar.
- Entradas e saídas com restrição.
- Dinâmicas problemáticas.

O modelo mais utilizado pelo MPC tradicional é linear do tipo resposta degrau, descrito no Apêndice A.

O controlador preditivo utiliza o conhecimento do futuro do processo (predição) para determinar a ação de controle ótima que leva a planta mais próxima do *setpoint*. A cada amostragem um novo problema de otimização é resolvido, que objetiva minimizar funções objetivo do tipo.

$$J = \min_{\Delta u_0^M} \left( \sum_{i=0}^P \gamma_i \cdot (\hat{y}_i - r_i)^2 + \sum_{i=0}^M \lambda_i \cdot \Delta u_i^2 \right) \quad (\text{B.6})$$

onde:  $r_i$  é o *setpoint* ou trajetória de referência para cada instante de tempo futuro

$\hat{y}_i$  é a saída predita pelo modelo no instante  $i$

$\gamma_i$  é o peso do erro no instante  $i$

$\Delta u_i$  é a variação das variáveis manipuladas no instante  $i$

$\lambda_i$  são os pesos que limitam os movimentos das variáveis manipuladas (supressão)

O controlador preditivo possui quatro definições básicas, necessárias para compreensão da filosofia do controlador.

#### 1. Trajetória de referência

O primeiro elemento do MPC é a definição da trajetória desejada de referência para cada saída do controlador  $r_i$ . Esta pode ser simplesmente um degrau ou uma função menos abrupta.

## 2. Predição da saída do processo

Um modelo  $M$  apropriado é utilizado para prever a saída do processo sob um horizonte determinado (horizonte de predição) sem nenhuma ação de controle subsequente, assumindo o tempo corrente ( $k$ ) como tempo inicial. Para modelos discretos equivale a prever  $y^{\wedge}(k+1)$ ,  $y^{\wedge}(k+2)$  ...  $y^{\wedge}(k+i)$  em  $i$  tempos de amostragem no futuro, baseado nas  $j$  ações de controle passadas  $u(k)$ ,  $u(k-1)$ , ...  $u(k-j)$ . Usualmente admite-se que o horizonte de predição é igual ao tempo de assentamento da malha mais lenta.

## 3. Seqüência de ações de controle

O modelo de planta  $M$  também é utilizado para calcular a seqüência de movimentos que minimizem a diferença entre cada saída e seu respectivo valor base ponderado pelo peso do erro e minimize o esforço da variável manipulada também ponderado pelo parâmetro denominado de supressor do movimento. A partir da inversa do modelo pode-se determinar a seqüência de movimentos em um horizonte de tempo  $p$  (horizonte de controle) que satisfaça o comportamento desejado para cada saída. Usualmente o horizonte de controle é computado como  $\frac{1}{4}$  do horizonte de predição (Trierweiler e Farina, 2003).

## 4. Atualização da predição do erro

Considerando que nenhum modelo pode representar fidedignamente o processo, o erro  $e(t)$  entre cada saída medida  $y(k)$  e predita  $\hat{y}(k)$  é calculado para atualização das futuras predições.

## B.2 - Controladores não-lineares

Define-se como controladores não-lineares a classe de algoritmos que utiliza um modelo não-linear do sistema, capaz de determinar parte ou a totalidade do comportamento do processo baseado nas variáveis de entrada e no estado atual.

Nesta seção serão apresentados os dois controladores não-lineares mais difundidos industrialmente: *Gain-Scheduling* e NMPC (*Nonlinear Model Predictive Control*).

### B.2.1 - Gain-Scheduling

O controlador do tipo *Gain-Scheduling* é uma maneira simplificada para construção de controladores não-lineares. Para diferentes pontos de operação, identifica-se o ganho e a dinâmica do sistema. A partir da medida de uma variável indireta  $s$ , que pode ser a variável manipulada, tanto o ganho quanto a constante de tempo do controlador são atualizados.

Não é necessário o conhecimento do ganho e da constante de tempo do processo ao longo de toda a trajetória  $s$ , bastando o conhecimento em alguns pontos. A troca de valores pode ser suave, mediante interpolação das regiões próximas, ou abrupta.

Originalmente, o controlador Gain-Scheduling foi concebido para compensação apenas estática. Posteriormente, seu conceito foi estendido para compensar também a dinâmica. Entretanto, nos dias de hoje, este controlador é ainda utilizado apenas como um compensador de ganhos, devido às dificuldades numéricas trazidas pela alteração de dinâmica do processo (Klatt e Engell, 1995).

### **B.2.2 - Controlador NMPC – (Nonlinear Model Predictive Control)**

Os controladores preditivos não-lineares apresentam a mesma concepção descrita para controladores MPC. O grande advento deste controlador é a utilização de um modelo não-linear na construção das trajetórias.

A literatura acerca deste tipo de controladores é escassa, pois estes são produtos comerciais, sendo sua formulação segredo industrial. O que difere os controladores preditivos não-lineares existentes no mercado é o formato do modelo não-linear utilizado (Qin e Badgwell, 1998).

Os controladores preditivos não-lineares permitem a utilização de modelos que apresentem tanto variação estática quanto dinâmica consideráveis. Entretanto, a implementação de modelos que apresentam apenas o ganho variável com dinâmica fixa, entre eles pode-se citar Wiener e Hammerstein (veja Apêndice A) são mais fáceis frente a modelos que apresentem mapeamento tanto no ganho quanto na dinâmica.

A primeira metodologia de representação não-linear de um processo foi utilizando modelos do tipo “entrada e saída”, utilizado pelo controlador não-linear comercial *Process Perfect* da *Pavillion*.

Genericamente, um modelo pode ser decomposto em duas contribuições: a primeira destas composta apenas das contribuições dinâmicas do modelo (tempos mortos, respostas inversas, tempo de assentamento e subida) e a segunda composta apenas pela parte estática. O principal advento deste tipo de controlador é a utilização apenas da parte estática na construção do modelo não-linear, mantendo a parte dinâmica constante para todo o processo. As variáveis de entrada ( $u_k$ ) e saída ( $y_k$ ) no tempo relativo a  $k$  amostragens, são descritas como variáveis de desvio ( $\delta u_k, \delta y_k$ ), isto é, seus valores atuais descontados de um valor de equilíbrio ( $u_s$  e  $y_s$ )

$$\delta u_k = u_k - u_s \quad (\text{B.7})$$

$$\delta y_k = y_k - y_s \quad (\text{B.8})$$

O desvio na variável de saída para o presente tempo ( $k$ ) segue uma relação linear de segunda ordem.

$$\delta y_k = \sum_{i=1}^2 (a_i \cdot \delta y_{k-i} + b_i \cdot \delta u_{k-i}) \quad (\text{B.9})$$

Este modelo linear é utilizado para os cálculos que envolvem apenas a dinâmica do sistema. A identificação do modelo linear representativo à planta é feita através da resposta ao pulso. O ganho de cada região de operação é provido por uma rede neural, construída a partir de dados de histórico de planta.

Para o cálculo das ações de controle, utiliza-se um modelo não-linear de ganho variável. Inicialmente, define-se ainda o ganho local  $K_j$  para o processo em um ponto de operação  $j$ , a partir de um modelo estacionário não-linear

$$K_j = \left. \frac{dy_s}{du_s} \right|_{u_j} \quad (\text{B.10})$$

Para a determinação do ganho do sistema ( $K_S$ ), utiliza-se uma interpolação linear dos ganhos dos pontos de operação inicial e final:

$$K_S = K_S^i + \frac{K_S^f - K_S^i}{u_S^f - u_S^i} \delta u_k \quad (\text{B.11})$$

Aplicando o ganho interpolado (Equação B.11) na equação do modelo B.9, obtém-se

$$\delta y_k = \sum_{i=1}^n a_i \delta y_{k-i} + \bar{b}_i \delta u_{k-i} + \bar{g}_i (\delta u_{k-i})^2 \quad (\text{B.12})$$

onde

$$\bar{b}_j = \frac{b_j K_S^j \left( 1 - \sum_{n=1}^M a_n \right)}{\sum_{n=1}^M b_n} \quad (\text{B.13})$$

$$\bar{g}_j = \frac{\bar{b}_j (K_S^f - K_S^j)}{K_S^f (u_S^f - u_S^j)} \quad (\text{B.14})$$

onde os sobrescritos  $i$  e  $f$  representam os pontos inicial e final, respectivamente.

Uma segunda metodologia para representação do processo, baseada na equações de balanço de energia e massa é utilizada pelo controlador LLT proposto por Duraiski (2001). O algoritmo é composto dos seguintes passos:

1. A trajetória inicial é baseada no ponto de operação atual, donde o primeiro modelo linear é derivado. Utilizando a trajetória obtida, obtém-se a partir do modelo não-linear a seqüência de modelos lineares que será utilizada no próximo passo.

2. De posse dos modelos lineares obtidos anteriormente, uma nova trajetória de controle é calculada.
3. Novamente obtém-se os modelos lineares ao longo da nova trajetória, de maneira análoga ao item 1.
4. Os passos 2 e 3 são repetidos até a convergência dos modelos.

### **B.3 - Bibliografia**

ÅSTON, K., J., WITTENMARK, B.; *Computer-Controlled Systems - Theory and Design*. Prentice Hall Information and System Science Series. 1997.

DURAIKI, R., G.; *Controlador Preditivo Não-Linear Utilizando Linearizações ao Longo da Trajetória*. Dissertação de Mestrado PPGEQ - UFRGS. 2001.

KLATT, K., ENGELL, S.; Nichtlinearer Reglerentwurf mit Gain-Scheduling Techniken. *Entwurf Nichtlinearer Regelungen*. Oldenbourg. 1995.

LEVINE, W. S.; *The Control Handbook*. CRC Press. 1996.

QIN, J., BADGWELL T. A.; An Overview on Nonlinear Model Predictive Control Applications; *International Symposium on Nonlinear Predictive Control: Assessment And Future Directions*. Ascona, Switzerland. June, 3-5, 1998.

TRIERWEILER, J., O.; MÜLLER, R.; ENGELL, S.; Multivariable Low Order Structured-Controller Design by Frequency Response Approximation. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, Campinas, SP, Brasil, v. 17, n. 04, p. 793-807, 2000.

TRIERWEILER, J., O.; FARINA, L. A.; RPN tuning strategy for model predictive control. *Journal of Process Control* 13 591–598. 2003

## Apêndice C

### Conceitos Básicos

Neste apêndice, alguns conceitos básicos necessários para o cálculo do grau de não-linearidade utilizando a metodologia nRPN serão apresentados.

#### C.1 - Decomposição em valores singulares

Define-se com o decomposição em valores singulares (SVD) a metodologia de transformação em uma matriz quadrada e cheia  $M$  em uma matriz diagonal  $\Sigma$ , utilizando duas bases ortogonais, obtidas dos autovetores das matrizes simétricas, não negativas e definidas  $M^T M$  e  $MM^T$ :

$$M = V\Sigma U^T \quad (C.1)$$

onde  $V$  é a matriz ortogonal dos autovetores do produto  $MM^T$  e  $U$  é a matriz ortogonal dos autovetores do produto  $M^T M$ .  $\Sigma$  é a matriz não negativa dos valores  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \dots \sigma_n \geq 0$  denominados valores singulares de  $M$ .

Para matrizes retangulares, a metodologia de cálculo dos valores singulares é exatamente igual à apresentada para matrizes quadradas.

#### C.2 - Solução Numérica para o Condicionamento Mínimo

O problema de condicionamento mínimo é um problema de otimização convexo. A seguir serão dispostos alguns métodos para calculá-lo.

##### C.2.1 - Usando a banda superior $\mu$

Inicialmente, define-se a matriz  $H$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & G^{-1} \\ G & 0 \end{bmatrix} \quad (C.2)$$

Bratz e Morari (1994) mostraram que o condicionamento mínimo pode ser calculado através

$$\gamma^*(G) = \left\{ \min_{R,L} \overline{\sigma}(DHD^{-1}) \right\} \quad (C.3)$$

onde  $D = \text{diag}(R^{-1}, L)$ .

## 2. Utilizando LMI

Boyd et al. (1994) propõe a abordagem LMI (*linear matrix inequalities*) para cálculo do condicionamento mínimo. A solução do problema consiste na resolução do problema de autovalores generalizados, utilizando restrições do tipo LMI.

$$\begin{aligned} & \min \gamma^2 \\ & \text{sujeito} \\ & P \in \mathfrak{R}^{n \times n} \\ & Q \in \mathfrak{R}^{n \times n} \\ & Q \leq M_i^H P M_i \leq \gamma^2 Q, \forall i = 1 \dots K \end{aligned} \quad (C.4)$$

As matrizes L, R e  $\gamma^*$  são obtidas através da raiz quadrada matricial de P, Q e  $\gamma^2$ , respectivamente.

## C.3 - Bibliografia

BOYD, S., P., GHAOUI, L., E., FERON, E., BALAKRISHNAN, V.; *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia. 1994.

BRAATZ, R., D., MORARI, M.; Minimizing the Euclidian Condition Number. *J. Control and Optimization* 32(6), pág 1763-1768. 1994

TRIERWEILER, J., O.; *A Systematic Approach to Control Structure Design*. Tese de Doutorado. Universidade de Dortmund. 1997.



## Apêndice D

### Fatoração Blaschke

Neste apêndice, a fatoração Blaschke, metodologia utilizada para determinação do desempenho alcançável de sistemas considerando as restrições do modelo, isto é pólos e zeros de transmissão com a parte real positiva, será apresentada (Zhou, Doyle e Glover, 1996).

Como, para sistemas multivariável, deve-se não só considerar a existência de pólos e zeros com parte real positiva, mas também suas direções de entrada e saída, a fatoração de Blaschke possui definições distintas para as entradas e saídas de sistemas com elementos de fase não-mínima.

#### D.1- Fatoração de Blaschke para sistemas que apresentam zeros com a parte real positiva

Considerando um sistema  $G(s)$  com  $nz$  zeros com a parte real positiva, objetiva-se a fatorização de  $G$  em

$$G(s) = G_{I,z}(s)B_{I,z}(s) \quad (D.1)$$

onde  $G_{I,z}$  e  $B_{I,z}$  representam respectivamente os elementos de fase mínima e não-mínima de  $G$ . Como as direções de interesse, neste caso, são as direções de entrada, utiliza-se o subscrito I em  $G$  e  $B$ .

A fatorização de  $G$  em  $G_{I,z}$  e  $B_{I,z}$  para a direção de entrada de sistemas com zeros com a parte real positiva pode ser feita pelo algoritmo a seguir:

1. Assuma  $(A,B,C,D)$  sendo a mínima realização de  $G(s)$  e  $B^{(0)}=B$
2. Repita o mesmo procedimento para cada um dos zeros positivos (i)

$$\begin{bmatrix} A - z_i I & B^{(i-1)} \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{z,i} \\ u_{z,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

$$B^{(i)} = B^{(i-1)} - 2\Re e(z_i) x_{z,i} u_{z,i}^H \quad (\text{D.3})$$

onde o operador H denota o complexo conjugado do vetor das direções de entrada  $u_{z,i}$ .

Assim, a fatorização de Blascke para as entradas de  $G(s)$  é dada por:

$$G(s) = G_{I,z}(s) B_{I,z}^{(nz)} \dots B_{I,z}^{(1)} \quad (\text{D.4})$$

onde  $G_{I,z}$  representa os elementos de fase mínima de  $G$ , correspondendo a representação no espaço de estado de  $(A, B^{(nz)}, C, D)$ . Os fatores de fase não-mínima para cada zero com a parte real positiva  $B_{I,z}^{(i)}$  é calculada:

$$B_{I,z}^{(i)} = I - \frac{2\Re e(z_i)}{s + \bar{z}_i} u_{z,i} u_{z,i}^H \quad (\text{D.5})$$

A fatorização de Blaschke para a saída de sistemas com zeros com a parte real positiva é dada por:

$$G(s) = G_{O,z}(s) B_{O,z}(s) \quad (\text{D.6})$$

Verifique que agora os termos são denominados utilizando o subscrito O. O procedimento para fatorização é dado por:

1. Assuma  $(A, B, C, D)$  sendo a mínima realização de  $G(s)$  e  $C^{(0)} = C$
2. Repita para cada um (i) dos  $nz$

$$\begin{bmatrix} x_{z,i}^H & y_{z,i}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A - z_i I & B \\ C^{(i-1)} & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

$$C^{(i)} = C^{(i-1)} - 2\Re e(z_i) y_{z,i} x_{z,i}^H \quad (\text{D.8})$$

A fatorização de Blaschke para as saídas  $y_{z,i}$  de  $G$  é dada por

$$G(s) = B_{O,z}^{(1)} \dots B_{O,z}^{(nz)} G_{O,z}(s) \quad (\text{D.9})$$

onde  $G_{O,z}$  representa os elementos de fase mínima de  $G$ . Os fatores de fase não-mínima para cada zero com a parte real positiva  $B_{O,z}^{(i)}$  são calculados

$$B_{0,z}^{(i)} = I - \frac{2\Re(z_i)}{s + \bar{z}_i} y_{zi} y_{zi}^H \quad (D.10)$$

A determinação do desempenho alcançável  $T(s)$  para sistemas que apresentam zeros de transmissão positivos é dependente da fatorização de Blaschke para saída:

$$T(s) = B_{0,z}(s) B_{0,z}^\diamond(0) T_d(s) \quad (D.11)$$

onde  $T_d(s)$  representa o desempenho desejado para o sistema em malha fechada e  $B_{0,z}^\diamond$  a pseudo inversa de  $B_{0,z}$ , isto é,  $B_{0,z} B_{0,z}^\diamond = I$ .

## D.2 - Fatoração de Blaschke para sistemas que apresentam pólos com a parte real positiva

Sistemas que apresentam  $np$  pólos com parte real positiva (RHP pólos) também podem ser fatorados utilizando a metodologia de Blaschke, utilizando uma definição análoga à anterior. A fatoração para sistemas que apresentam RHP pólos para as entradas é dada por

$$G(s) = G_{I,p} B_{I,p} \quad (D.12)$$

O algoritmo para fatoração das entradas  $u_p$  é dado por:

1.  $A^{(0)}=A$  &  $C^{(0)}=C$
2. Repetir para  $i$  de 1 até  $np$

$$\begin{aligned} x_{p,i}^H (A^{(i-1)} - p_i I) &= 0 \\ u_{p,i} &= B^T x_{p,i} \\ B_{I,p}^{(i)} &= I + \frac{2\Re(p_i)}{s - p_i} u_{p,i} u_{p,i}^H \end{aligned} \quad (D.13)$$

sendo

$$\begin{aligned} A^{(i)} &= A^{(i-1)} - 2\Re(p_i) B u_{p,i} x_{p,i}^H \\ C^{(i)} &= C^{(i-1)} - 2\Re(p_i) D u_{p,i} x_{p,i}^H D \end{aligned} \quad (D.14)$$

onde o sobrescrito T significa o transposto da matriz.

Definindo

$$B_{I,p}(s) = B_{I,p}^{(np)}(s) \dots B_{I,p}^{(1)}(s) \quad (\text{D.15})$$

A determinação do desempenho alcançável para sistemas que apresentam RHP pólos é dada por:

$$T(s) = I - (I - T_d(s)) B_{I,p}^\diamond(0) B_{I,p}(s) \quad (\text{D.16})$$

Através da fatoração de  $G(s)$  para a saída de sistemas que apresentam RHP pólos obtém-se

$$G(s) = G_{O,p}(s) B_{O,p}(s) \quad (\text{D.17})$$

onde  $G_{O,p}$  e  $B_{O,p}$  representam respectivamente os elementos de fase mínima e não-mínima de  $G$ .

O algoritmo para a referida fatoração é dado por

1.  $A^{(0)}=A$  &  $B^{(0)}=B$
2. Repetir o procedimentos para cada um  $i$  dos  $np$  pólos instáveis de  $G$

$$\begin{aligned} (A^{(i-1)} - p_i I) x_{p,i} &= 0 \\ y_{p,i} &= C x_{p,i} \\ B_{o,p}^{(i)} &= I + \frac{2\Re(p_i)}{s - p_i} y_{p,i} y_{p,i}^H \end{aligned} \quad (\text{D.18})$$

onde:

$$\begin{aligned} A^{(i)} &= A^{(i-1)} - 2\Re(p_i) x_{p,i} y_{p,i}^H C \\ B^{(i)} &= B^{(i-1)} - 2\Re(p_i) x_{p,i} y_{p,i}^H D \end{aligned} \quad (\text{D.19})$$

Os componentes de fase não-mínima  $B_{O,p}(s)$  são dados por

$$B_{O,p}(s) = B_{O,p}^{(np)}(s) \dots B_{O,p}^{(1)}(s) \quad (\text{D.20})$$

### D.3 - Fatoração de Blaschke para sistemas que apresentam pólos e zeros com a parte real positiva

O caso genérico para sistemas que apresentam tanto RHP pólos quanto zeros fazem uso das expressões derivadas para os casos específicos. O desempenho alcançável para sistemas que apresentam pólos e zeros positivos é dada por:

$$T(s) = B_{O,z}(s)B_{O,z}^\diamond(0)[I - (I - T_d(s))B_{I,p}^\diamond(0)B_{I,p}(s)] \quad (\text{D.21})$$

Observa-se que o desempenho alcançável quando há tanto pólos quanto zeros positivos é dado pelo produto das contribuições isoladas, significando que a limitação imposta por cada fator é independente das demais.

## D.4– Bibliografia

ZHOW, K., DOYLE, J., C., GLOVER; *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, New Jersey. 1996.