

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

**Aerodinâmica de automóveis
baseado no método dos
contornos virtuais**

por

Davi Eugênio T. I. Ferreira

Dissertação submetida como requisito parcial
para a obtenção do grau de
Mestre em Matemática Aplicada

Prof. Dr. Álvaro Luiz de Bortoli
Orientador

Porto Alegre, Março de 2005.

CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Ferreira, Davi Eugênio T. I.

Aerodinâmica de automóveis baseado no método dos contornos virtuais / Davi Eugênio T. I. Ferreira.—Porto Alegre: PPGMAp da UFRGS, 2005.

59 p.: il.

Dissertação (mestrado) —Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre, 2005.

Orientador: de Bortoli, Álvaro Luiz

Dissertação: Matemática Aplicada
Aerodinâmica, Contornos Virtuais

Aerodinâmica de automóveis baseado no método dos contornos virtuais

por

Davi Eugênio T. I. Ferreira

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de

Mestre em Matemática Aplicada

Linha de Pesquisa: Métodos Numéricos, Dinâmica de Fluidos Computacional

Orientador: Prof. Dr. Álvaro Luiz de Bortoli

Banca examinadora:

Prof. Dr. Sebastião C. P. Gomes
Depto de Matemática - FURG

Prof. Dr. Jorge A. Villar Alé
DEMM/PUC-RS

Prof. Dr. Paulo R. A. Zíngano
PPGMAp/IM/UFRGS

Dissertação apresentada e aprovada em
18 de Março de 2005.

Prof.^a Maria C. Varriale
Coordenadora

RESUMO

Este trabalho desenvolve um método numérico para a solução de escoamentos bidimensionais em torno de geometrias automobilísticas utilizando o método de diferenças finitas. O código computacional resolve as equações de Navier-Stokes e de Euler para uma distribuição adequada dos pontos discretos na malha. O método de integração empregado baseia-se no esquema explícito de Runge-Kutta de 3 estágios para as equações da quantidade de movimento e no de sub-relaxações sucessivas para a pressão na base Gauss-Seidel. Utilizou-se a técnica dos contornos virtuais em coordenadas cartesianas para resolver o escoamento sobre uma geometria simplificada, com a superfície coincidente com a malha computacional, e uma geometria automobilística mais complexa (BMW).

Para a certificação da técnica empregada, optou-se pela utilização da teoria do escoamento potencial e pela comparação com dados experimentais encontrados na literatura e outros coletados em túnel de vento em escala reduzida. Houve dificuldade nesta comparação devido à falta de artigos relativos às simulações numéricas de escoamentos sobre automóveis e na aplicação da técnica dos contornos virtuais em geometrias complexas. Os resultados foram satisfatórios, com boas perspectivas para trabalhos futuros, contribuindo assim para o desenvolvimento da área.

ABSTRACT

This work develops a numerical method for the solution of two-dimensional incompressible flows over vehicle geometries using the finite difference method. The computational code solves the Navier-Stokes equations for an adequate distribution of points in the computational mesh. The time integration is based on the three-stages explicit Runge-Kutta scheme for momentum equations and on successive under-relaxation for pressure using Gauss-Seidel. The virtual boundary technique in cartesian coordinates is used to solve the flow over a simplified geometry, with the body surface coinciding with the computational mesh, and for a more complex vehicle geometry (BMW).

For the certification of the results obtained, the option was made for use of the theory of potential flows and by the comparison with experimental data encountered in the literature and others obtained in a wind tunnel in reduced scale. There appeared difficulties in this comparison due to the lack of articles related to the numerical simulations of the flow over automobiles and also in the application of the virtual boundary technique to complex geometries. The results were satisfactory, with good perspectives for future works, contributing to the development of this area.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à todas as pessoas que estiveram comigo durante este trabalho e outras que não estiveram mas foram muito importantes, especialmente a:

Meus pais e irmãos pelo apoio que demonstraram durante este tempo que estive longe.

Ao professor Álvaro pela qualificada orientação, pela valorização de meus esforços e por acreditar em minha capacidade.

Ao Prof. Dr. Jorge Alé e ao estudante Cléber Wilges pela realização dos experimentos.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada da UFRGS.

À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - pelo auxílio financeiro.

Enfim, a todos os meus amigos que fiz nesta cidade.

SUMÁRIO

RESUMO	IV
ABSTRACT	V
LISTA DE FIGURAS	XIII
LISTA DE TABELAS	XV
LISTA DE SÍMBOLOS	XVI
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Aspectos Gerais em Escoamentos e Aerodinâmica Automob- ilística	1
2 EQUAÇÕES GOVERNANTES	8
2.1 Equações para as velocidades	8
2.2 Equação para a pressão	9
2.3 Equação para o escoamento potencial	10
2.4 Equações Adimensionais	12
3 PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO	14
3.1 Geração da malha computacional	14
3.2 Aproximação por Diferenças Finitas	16
3.3 Condições de contorno e iniciais	18
3.3.1 Parede	19

3.3.2	Extrapolação	19
3.3.3	Longe do corpo "Far Field"	20
3.3.4	Condições Iniciais	21
3.4	Método dos contornos virtuais	22
3.4.1	Técnicas padrão	23
3.4.2	Técnica implementada	25
3.5	Método de integração temporal	28
3.6	Critério de convergência	29
3.7	Fluxograma do código computacional	30
4	RESULTADOS	32
4.1	Resultados para geometria simplificada	32
4.1.1	Resultados utilizando as equações potenciais	33
4.1.2	Resultados utilizando as equações de Navier-Stokes e de Euler	34
4.1.3	Comparação entre os resultados obtidos numericamente.	37
4.2	Resultados sobre o automóvel BMW	38
4.2.1	Utilizando as equações do escoamento potencial	40
4.2.2	Utilizando as equações de Navier-Stokes	42
4.2.3	Utilizando um túnel de vento	44
4.2.4	Dificuldades encontradas	49
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	51

5.1	Conclusões geral e específica	51
5.2	Perspectivas	53
	BIBLIOGRAFIA	54

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1	Refinamento da malha sobre um modelo	15
Figura 3.2	Armazenamento das variáveis na malha	15
Figura 3.3	Regiões contínua e discretizada	17
Figura 3.4	Visualização da condição de contorno de parede sólida	19
Figura 3.5	Visualização da extrapolação da pressão	20
Figura 3.6	Visualização da condição de contorno longe do corpo	21
Figura 3.7	Transferência de informações entre cada ponto do contorno imerso para os nós adjacentes da malha.	24
Figura 3.8	Transferência de informações de cada ponto do contorno imerso com dois nós adjacentes da malha.	26
Figura 3.9	Pontos do contorno superior do automóvel.	27
Figura 3.10	Fluxograma do código computacional.	31
Figura 4.1	Dimensões da geometria simplificada e indicação das regiões no domínio.	32
Figura 4.2	Coefficiente de pressão via equação do escoamento potencial. . .	33
Figura 4.3	Linhas de corrente para a geometria simplificada.	34
Figura 4.4	Indicação das regiões no domínio computacional.	35
Figura 4.5	Comparação dos coeficientes de pressão para a Eq. de Navier Stokes segundo o número de iterações.	36
Figura 4.6	Campo de velocidades sobre a geometria simplificada através da equação de Navier-Stokes.	36

Figura 4.7	Coeficiente de pressão utilizando as equações de Euler.	37
Figura 4.8	Comparação entre os coeficientes de pressão para geometria simplificada.	37
Figura 4.9	Dimensões do automóvel em relação à malha computacional.	38
Figura 4.10	Malha Refinada.	39
Figura 4.11	Ampliação da malha computacional e o contorno do automóvel.	39
Figura 4.12	Domínio computacional (a) e Contorno superior do automóvel (b)	40
Figura 4.13	Linhas de corrente sobre o automóvel.	41
Figura 4.14	Comparação entre os coeficientes de pressão potencial e experimental.	41
Figura 4.15	Domínio computacional.	42
Figura 4.16	Campo de velocidades sobre o automóvel.	43
Figura 4.17	Ampliação do campo de velocidades da figura 4.16.	43
Figura 4.18	Medição da pressão estática.	45
Figura 4.19	Túnel de vento de pequeno porte.	46
Figura 4.20	Comparação entre os coeficientes de pressão experimentais.	47
Figura 4.21	Comparação entre os coeficientes de pressão.	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Condições iniciais da simulação na forma adimensional	21
Tabela 4.1	Diferenças entre os experimentos.	46

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos gerais

c	Velocidade do som
C_p	Coefficiente de pressão
$d_{i,j}(x_s)$	Distância em relação ao ponto do contorno imerso
d_1, d_2	Distâncias longitudinais no contorno imerso
D_{x_i}	Matriz Jacobiana associada à direção característica
dx, dy	Elementos de comprimento em x e y, respectivamente
du, dv	Termos dissipativos em u e v, respectivamente
$\mathbf{f}(x_s, t)$	Termo forçante
F_P	Força de arrasto por pressão
F_F	Força de arrasto por efeito viscoso do ar
h	Altura da geometria automobilística
$\frac{\partial v}{\partial \eta}$	Gradiente de velocidade na direção normal à superfície
\vec{n}	Vetor normal à superfície
N_b	Número de pontos do contorno imerso
p	Pressão
$p1, p2, p3, p4$	Pontos da geometria automobilística
R	Constante dos gases
Re	Número de Reynolds
T	Temperatura
tol	Tolerância; medida do erro
u, v	Componentes do vetor velocidade
u_∞	Velocidade de referência
\vec{V}	Vetor velocidade
\vec{V}_0	Vetor velocidade de referência
x_s	Coordenada de cada ponto da superfície do corpo
\vec{W}	Vetor solução

Símbolos Especiais

α_i	Coeficientes do método de Runge-Kutta
α	Frequência de oscilação de realimentação do campo de velocidade
β	Amortecimento
δ	Razão entre os calores específicos à pressão e à volume constantes
ε	Erro relativo
$\varepsilon_{i,j}(x_s)$	Coeficiente de redistribuição Gaussiana
$\xi_{i,j}$	Variável qualquer
ϕ	Função potencial
ν	Viscosidade $\nu = \mu / \rho$
μ	Viscosidade dinâmica
ψ	Função corrente
ρ	Massa específica
σ	Constante que ajusta a frequência do campo de forças
ω	Fator de relaxação do método de Relaxações Sucessivas
Δt	Tamanho do passo de tempo
ρ_0, p_0	Valores de referência (corrente livre)

1 INTRODUÇÃO

O estudo do movimento de fluidos é uma atividade que vem sendo desenvolvida há muitos séculos [45]. Egípcios tinham relógios de água; Aristóteles foi provavelmente o primeiro a descrever o princípio da continuidade; Arquimedes definiu as condições para que um corpo, quando mergulhado em um fluido, flutuasse ou não; Leonardo da Vinci, no século XV, sugeriu, entre outras coisas, formas que reduziam o arrasto de barcos na água; Leonard Euler, considerado um dos fundadores da hidrodinâmica, deduziu as equações de movimento de fluidos, as chamadas equações de Euler [45]. Porém, as descrições matemáticas do comportamento dos fluidos só ganharam mais força no século XIX, na forma das equações de Navier-Stokes, a partir dos trabalhos pioneiros dos franceses Claude Navier [31], Simeon Poisson [36] e do inglês George Stokes [41].

Soluções analíticas para as equações de Navier-Stokes foram determinadas para algumas situações, algumas delas apresentadas em [46]. A dificuldade de se encontrar soluções analíticas decorre do fato de que as equações de Navier-Stokes são do tipo parciais altamente não-lineares, e a teoria matemática dessa classe de equações ainda não foi suficientemente desenvolvida para permitir a obtenção de soluções analíticas em regiões arbitrárias e com condições de contorno gerais. Por inúmeras dessas razões é que, no estudo do movimento de fluidos e de seus efeitos, utilizam-se mais freqüentemente ensaios experimentais e métodos numéricos. Porém, cada um destes métodos, analítico, experimental e numérico possui vantagens e desvantagens [43], [10], cuja discussão extrapola aos objetivos deste trabalho.

1.1 Aspectos Gerais em Escoamentos e Aerodinâmica Automobilística

Antes da crise do petróleo dava-se pouca importância à aerodinâmica automobilística. Com a crise buscaram-se, nos túneis de vento, melhoramentos da

estabilidade dos veículos e, além disso, economia de combustível. As formas das carrocerias foram sendo suavizadas, com a eliminação dos cantos retos, para vencer com maior facilidade a resistência do ar, além das questões estéticas. Pela complexidade do campo do escoamento em torno de automóveis, os métodos experimentais [2] [29], com resultados obtidos em túnel de vento, apresentam limitações e dificuldades técnicas de tempo e custo para quantificar de forma detalhada os fenômenos apresentados. Todo resultado de experimento, para ser confiável, exige equipamento e profissionais muito especializados. Desta forma, são úteis as técnicas que forneçam aos projetistas envolvidos na aerodinâmica dos automóveis respostas rápidas e confiáveis; entre elas estão os métodos numéricos.

O uso de técnicas numéricas para a solução de fenômenos que envolvem fluidos em movimento foi impulsionado pelo desenvolvimento de computadores de alta velocidade. O desenvolvimento de computadores mais potentes e métodos numéricos mais eficazes permitem obter resultados cada vez mais confiáveis, diminuindo a necessidade de experimentos em laboratório. Em função dessa disponibilidade computacional, o desenvolvimento de algoritmos para a solução dos mais diversos problemas tem recebido enorme atenção dos analistas numéricos; esta aceitação se explica pela grande versatilidade de aplicação destas técnicas [24].

No entanto, quantificar a confiabilidade ou a precisão dos resultados das simulações em dinâmica de fluidos não é uma tarefa fácil. Este tipo de simulação envolve dois passos essenciais: a definição de um modelo matemático conveniente que descreva o sistema físico de interesse e o desenvolvimento de técnicas numéricas na implementação deste modelo. Segundo [20], validar um método computacional não consiste simplesmente em comparar resultados numéricos com dados experimentais. Deve-se verificar se o modelo matemático é consistente e se está sendo aproximado por um método numérico correto, o qual deve ser implementado corretamente.

Para estabelecer o modelo matemático analisa-se as propriedades do fluido e do escoamento em questão. Por exemplo, em relação ao fluido deve-se distinguir entre compressíveis e incompressíveis. Quando a massa específica não

muda ao longo do escoamento ou podemos desprezar qualquer alteração em seu valor, dizemos que o fluido é incompressível; por outro lado, fluidos compressíveis são aqueles cuja massa específica varia significativamente com a pressão.

Os escoamentos podem ainda ser classificados como laminares ou turbulentos, permanentes ou transientes [40]. Escoamentos laminares são aqueles nos quais camadas muito finas (lâminas) de fluido parecem deslizar umas sobre as outras; escoamentos turbulentos consistem em um movimento caótico ou desordenado de partículas individuais [49]. Escoamentos permanentes ou estacionários são aqueles cujas grandezas como velocidade e pressão não variam com o tempo. Caso contrário, eles são ditos transientes.

Ludwig Prandtl [37] foi o primeiro pesquisador a demonstrar que, ao redor da superfície de corpos imersos em um fluido há uma região na qual o gradiente de velocidade $\frac{\partial v}{\partial n}$, normal à superfície do corpo, é significativo: a essa região dá-se o nome de camada limite. Na camada limite, a velocidade varia desde zero, na superfície sólida, até v_∞ , na fronteira da camada limite. Em geral, a camada limite é muito fina na região frontal de um corpo imerso em um fluido e se deslocando no mesmo, mas aumenta progressivamente em espessura devido aos efeitos das tensões de cisalhamento. Além disso, quanto maior a velocidade relativa entre o fluido e o corpo, mais fina é a camada limite.

Na computação de alguns escoamentos, muitas vezes, o efeito da viscosidade pode ser desprezado, especialmente se estivermos longe de uma superfície sólida, isto é, fora da camada limite. Os fluidos são, então, tratados como invíscidos, também denominados de ideais, para distinguí-los dos fluidos viscosos reais. As equações de Euler são freqüentemente utilizadas para a simulação de escoamentos de fluidos invíscidos, sendo obtidas a partir das equações de Navier-Stokes fazendo-se $\mu=0$.

Um fenômeno que pode surgir no escoamento de fluidos viscosos é o da separação. Esse fenômeno acontece quando surge um gradiente de pressão adverso

no escoamento, isto é, a pressão, na direção do escoamento, aumenta, ao invés de diminuir. O fenômeno da separação ocorre quando, por exemplo, a geometria de uma parede muda rapidamente e a camada limite não consegue acompanhar essa mudança. O escoamento forma zonas de recirculação, que recebem esse nome devido aos redemoinhos (vórtices) formados nessas regiões [54]. É importante notar que a simples presença desses redemoinhos não define se o escoamento é laminar ou turbulento. Por depender da camada limite e, portanto, da viscosidade, a separação não é prevista para fluidos ideais. A separação, quando ocorre, tende a dificultar o movimento do corpo no meio.

Para realizar simulações de escoamentos em torno de geometrias complexas são empregadas diversas estratégias numéricas, todas elas merecendo atenção especial. Deve-se observar os contornos, a sua definição, as malhas utilizadas, as aproximações das equações, o esquema de passo de tempo; enfim, são vários os tópicos que precisam ser analisados atentamente. As principais exigências impostas à estes métodos decorrem da necessidade de se obter simulações numéricas precisas para a enorme diversidade de escalas de comprimento e tempo presentes nos escoamentos [9].

A simulação de escoamentos sobre geometrias complexas pode ser feita em coordenadas cartesianas ou generalizadas. Como alternativa para o uso de coordenadas generalizadas [22] [44], e a correspondente transformação de coordenadas, Peskin [35] desenvolveu o método dos contornos virtuais, que consiste em representar o corpo no interior do escoamento pela aplicação de um termo forçante acoplado às equações de Navier-Stokes. Saiki e Biringen [38] usaram o método do termo forçante [13] para calcular o escoamento ao redor de cilindros circulares estacionários e rotatórios. Em outros trabalhos recentes Verzicco *et al.* [26], [7] e Ferziger *et al.* [47] utilizaram-se também desta técnica. Fadlun *et al.* [7] mostraram que o termo de força temporal sugerido por Mohd-Yusof [26] é mais eficiente do que a força de re-alimentação para escoamentos tridimensionais. Moser [28] confirma a eficiência e a aplicabilidade da técnica na simulação de esteiras em transição.

A principal vantagem da técnica dos contornos imersos está na habilidade de modelar geometrias relativamente complexas sem a necessidade de transformação de coordenadas, necessitando simplesmente uma malha cartesiana uniforme. Desta forma, modificações na geometria da superfície requerem tão somente modificações nos dados de entrada, sem a necessidade de modificar o próprio código.

Para a certificação dos resultados obtidos numericamente através das mais variadas técnicas, a experimentação é a alternativa mais empregada. A partir do século XIX foram muitas as descobertas realizadas com o auxílio da visualização de escoamentos. A título de exemplo, pode-se citar a descoberta de Osborne Reynolds, em 1883, quando utilizando-se de um filete colorido com tinta de anilina, pode observar a transição do fluxo laminar para o turbulento, ou ainda, a publicação de Ludwig Prandtl de 1904 [37], onde o conceito de camada limite foi primordialmente estabelecido, utilizando pequenos flocos de mica em suspensão na superfície da água arrastados pelo escoamento, permitindo a visualização.

Capaz de processar um enorme conjunto de informações num pequeno intervalo de tempo, a visualização constitui um instrumento extremamente eficiente de diagnóstico e análise. Nas últimas décadas, artigos empregando a visualização numérica [42] [33] ou experimental de escoamentos [39], para subsidiar a análise de problemas físicos, aparece em praticamente todos os números dos principais periódicos consagrados ao estudo dos fluidos em movimento. Além disto, excelentes textos, publicados por renomados autores, têm sido inteiramente dedicados ao tema, dentre os quais figuram as obras de Merzkirch [25], Van Dyke [48] e Yang [56], que se destacam pela clareza com que determinados fenômenos são colocados em evidência.

O fluxo de ar em torno de automóveis em movimento gera forças e momentos que afetam diretamente a estabilidade do veículo. A estrutura do fluxo, desta forma, é muito complexa e sua compreensão é de grande importância para avaliar a performance dos automóveis, reduzindo a resistência ao escoamento e proporcionando conforto e economia de combustível.

Para avaliar as principais forças aerodinâmicas, denominadas forças de arrasto e de sustentação, é necessário determinar a distribuição de pressão em torno do veículo. O arrasto é uma força aerodinâmica que se opõe ao movimento do automóvel, afetando a sua velocidade e o consumo de combustível. Este apresenta dois componentes: uma força de arrasto por pressão (F_P), devido a forma, e força de arrasto (F_F) por efeito viscoso do ar. A soma destas forças fornece o arrasto total; nos carros de passeio o arrasto total é formado predominantemente por pressão e, segundo Himeno et al. [16], somente 5% do arrasto total é devido ao efeito viscoso. Para avaliar a força de arrasto por pressão é determinada a distribuição de pressão em torno do automóvel no túnel de vento.

A sustentação é uma força perpendicular à direção do movimento provocada pela diferença de pressão entre a parte superior e inferior do veículo; geralmente, esta força tende a levantar o automóvel. Para corrigir esta diferença de pressão, quando a altas velocidades, introduzidos aerofólios e spoilers [32] para gerar uma força negativa mantendo o carro aderido ao solo, além de permitir velocidades maiores nas curvas.

Uma das ferramentas para avaliar a performance aerodinâmica de automóveis é o túnel de vento. Sistemas de balança ou sensores de pressão permitem determinar as forças e momentos aerodinâmicos do automóvel. Devido a sua forma e tamanho dentro da seção de teste, o carro gera uma perturbação da corrente de fluido, denominado efeito de bloqueio, que representa a razão entre a área frontal do carro e a seção transversal do túnel; esta razão pode chegar a 21% segundo testes realizados em um BMW [29] e [30].

Baseado no que foi dito anteriormente, o objetivo do presente trabalho é desenvolver um método numérico para a solução de escoamentos bidimensionais em torno de geometrias automobilísticas utilizando a técnica dos contornos virtuais. Para certificação de alguns resultados optou-se pela utilização da teoria do escoamento potencial e pela comparação com dados experimentais encontrados na literatura e outros coletados em túnel de vento em escala reduzida.

Quanto à estrutura do trabalho, no capítulo 2 definem-se as equações governantes que caracterizam o tipo de fluido: equações de Navier-Stokes e de Euler na forma adimensional; discute-se ainda as equações do escoamento potencial. Para determinar a equação da pressão utiliza-se o Método da Pressão.

No capítulo 3 descreve-se a obtenção da malha computacional e a aproximação das equações pelo método de diferenças finitas. Os métodos de solução empregados para resolver o sistema de equações são o de Runge-Kutta para as equações da quantidade de movimento e o de Relaxações Sucessivas para a pressão. Além disso, são discutidas as condições iniciais e de contorno, o método dos contornos virtuais, o critério de convergência, bem como uma descrição do algoritmo computacional desenvolvido.

Os resultados das simulações bidimensionais nas geometrias automobilísticas são apresentados no capítulo 4, assim como suas comparações com a teoria do escoamento potencial, com os testes experimentais encontrados na literatura e com outros coletados no túnel de vento em escala reduzida.

Finalmente, no capítulo 5, são apresentadas as conclusões gerais e específicas, além das perspectivas para trabalhos futuros. Em seguida indicam-se as principais referências bibliográficas utilizadas.

2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

A natureza do escoamento de um fluido real é muito complexa; desta forma, o conjunto de equações que descreve o escoamento é fundamental para a análise do fenômeno em questão. As equações governantes do escoamento analisado neste trabalho são as de Navier-Stokes ou simplificações destas juntamente com uma equação para a pressão, que contém implicitamente a equação da continuidade.

No que segue, apresenta-se as equações utilizadas para simular o escoamento: equações para as velocidades e para a pressão no sistema cartesiano de coordenadas e na sua forma adimensional.

2.1 Equações para as velocidades

A aplicação da segunda Lei de Newton a um elemento de fluido em escoamento, levando em conta as forças que atuam sobre o elemento e supondo-se o fluido como newtoniano, resulta na equação básica da Dinâmica de Fluidos Viscosos, denominadas de equações de Navier-Stokes.

As equações de Navier-Stokes sem forças de campo (corpo ou que dependam da massa), escritas no sistema cartesiano de coordenadas para o escoamento incompressível são dadas, por [3]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

onde ρ é a massa específica, u e v as componentes do vetor velocidade em cada direção, p a pressão e ν a viscosidade cinemática. As equações de Euler são obtidas a partir das equações de Navier-Stokes tomando-se $\nu = 0$, ou seja, negligenciando o efeito da viscosidade.

É necessário ainda, definir a equação para a pressão, uma vez conhecidas as equações do movimento, para definir o escoamento.

2.2 Equação para a pressão

Como a massa específica não varia significativamente com a pressão, determina-se um campo de pressões que, quando inserido nas equações do movimento, origina um campo de velocidades que satisfaz a equação da continuidade [24]. Assim, o acoplamento pressão-velocidade é importante, ainda que as variações da pressão sejam relativamente pequenas se comparadas com as de velocidade.

A equação para a pressão é obtida através do Método da Pressão na formulação incompressível [14]. Este método consiste na aplicação das seguintes operações às equações de movimento:

$$\frac{\partial}{\partial x}[\text{equação (2.1)}] + \frac{\partial}{\partial y}[\text{equação (2.2)}]$$

resultando em,

$$\frac{-1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t \partial x} + \frac{\partial^2(uu)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(uv)}{\partial y \partial x} - \nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.3)$$

$$\frac{-1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{\partial v}{\partial t \partial y} + \frac{\partial^2(uv)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2(vv)}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

somando estas duas últimas expressões, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{-1}{\rho} \nabla^2 p = & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2(uu)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(vv)}{\partial y^2} + \\ & + 2 \frac{\partial^2(uv)}{\partial x \partial y} - \nu \left[\frac{\partial(\nabla^2 u)}{\partial x} + \frac{\partial(\nabla^2 v)}{\partial y} \right] \end{aligned}$$

Denominando de

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.5)$$

resulta para

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\nabla^2 u)}{\partial x} + \frac{\partial(\nabla^2 v)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\
&= \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \\
&= \nabla^2 D
\end{aligned}$$

Então, obtém-se a seguinte expressão para a pressão:

$$\nabla^2 p = -\rho \left(\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial^2 (uu)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (vv)}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 (uv)}{\partial x \partial y} \right) + \rho \nu \nabla^2 D \quad (2.6)$$

onde $D=0$ corresponde à continuidade, que reflete o princípio da conservação da massa.

Para mais detalhes sobre as equações mencionadas anteriormente o leitor pode consultar as bibliografias [40] e [11]. Nas simulações referentes às equações de Euler e de Navier-Stokes na forma incompressível D não é nulo, mas deve se aproximar deste valor no decorrer das iterações.

Como primeira estimativa das características do escoamento pode-se empregar as equações do escoamento potencial, que podem ser vistas como uma simplificação das equações de Euler.

2.3 Equação para o escoamento potencial

Por escoamento potencial entende-se que a velocidade decorre de uma função potencial de escoamento ϕ , isto é,

$$\vec{V} = -\nabla \phi \quad (2.7)$$

Já um escoamento é irrotacional quando $\nabla \times \vec{V} = 0$. A condição de irrotacionalidade é necessária e suficiente para que a velocidade seja dedutível de um potencial escalar de velocidade ϕ ; como $\vec{V} = -\nabla \phi$ em coordenadas cartesianas (bidimensional) resulta para as componentes do vetor velocidade

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Nas condições de incompressibilidade a velocidade, em termos do potencial ϕ , pode ser substituída na equação de continuidade $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ para se chegar à condição de que ϕ é harmônica (satisfaz a equação de Laplace) [19]:

$$\nabla^2 \phi = 0$$

Portanto, um fluxo irrotacional, invíscido e isocórico, também chamado escoamento potencial, é governado pela equação de Laplace [52]. Por escoamento isocórico entende-se todo escoamento em que \vec{V} satisfaz a equação da continuidade $\nabla \cdot \vec{V} = 0$.

Já a função corrente ψ é definida em termos de \vec{V} em coordenadas cartesianas como

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.8)$$

Na condição de irrotacionalidade, que combina com a definição de ψ dada para qualquer escoamento potencial incompressível bidimensional permanente, resulta [19]

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

Além disso,

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

que são conhecidas como condições de Cauchy-Riemann.

Por consequência, como ϕ e ψ são harmônicas e satisfazem as condições de Cauchy-Riemann, temos que as linhas ϕ e ψ constantes são ortogonais [19]. Após a determinação das linhas ϕ e ψ para um dado escoamento, as componentes de velocidade são conhecidas e a pressão pode ser determinada pela equação de Bernoulli [19],

$$p = p_0 + \frac{\rho}{2} \left(V_0^2 - \left| \frac{dW}{dz} \right|^2 \right)$$

onde $W = \phi + i\psi$ é uma função potencial, analítica de variável complexa $z = x + iy$.

No próximo item são apresentadas as equações (2.1) e (2.2) na forma adimensional visando facilidade de implementação e redução da propagação de erros numéricos.

2.4 Equações Adimensionais

As grandezas dimensionais que caracterizam os problemas de mecânica de fluidos podem ser agrupadas em parâmetros adimensionais, que passam a caracterizar o escoamento. O mais importante desses parâmetros, o número de Reynolds, é escrito como

$$Re = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} \quad (2.9)$$

que representa a relação entre as forças de inércia e as viscosas.

Considere, por exemplo, o escoamento ao redor de um modelo automobilístico em escala reduzida dentro de um túnel de vento. Deve-se garantir que as geometrias do modelo e do carro em tamanho natural sejam proporcionais, mas não simplesmente uma redução de escala. Além disso, os campos de velocidade e aceleração devem ser similares, e os escoamentos devem possuir os mesmos parâmetros adimensionais relevantes. Isto não é geralmente possível visto que a formação de vórtices atrás dos modelos em diferentes escalas pode não ter o mesmo comportamento.

A adimensionalização das equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis pode ser feita a partir das grandezas adimensionais:

$$p^* = \frac{p}{\rho U_\infty^2}, \quad u^* = \frac{u}{U_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{U_\infty}, \quad x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad t^* = \frac{t U_\infty}{L}$$

em que L , U_∞ , ρ e t são, respectivamente, valores de referência de comprimento, velocidade, massa específica e tempo. Substituindo-se os valores com índice (*) nas equações de momento (2.1) e (2.2) e pressão (2.6), obtém-se as seguintes equações adimensionais sem os indicadores asteriscos para simplificar a notação [34]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.11)$$

$$\nabla^2 p = - \left(\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial^2(uu)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(vv)}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2(uv)}{\partial x \partial y} \right) + \frac{1}{Re} \nabla^2 D \quad (2.12)$$

Conhecendo-se o sistema de equações a ser resolvido parte-se agora para o procedimento de solução.

3 PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

Neste capítulo, descreve-se a importância da escolha da malha computacional na simulação de um escoamento, a aproximação por diferenças finitas das equações governantes, a aplicação das condições de contorno e iniciais, a técnica dos contornos virtuais, o método de integração temporal de Runge-Kutta e o procedimento de relaxações sucessivas para a pressão (método SUR). Logo após, apresenta-se o critério de convergência e o fluxograma do código computacional desenvolvido.

3.1 Geração da malha computacional

A solução numérica de equações diferenciais parciais (EDP) em um domínio pode indicar regiões nas quais os gradientes das variáveis são elevados e, outras, onde os gradientes são pequenos. Para resolver adequadamente os gradientes nas regiões em que eles são elevados precisamos dispor de uma malha fina, isto é, com espaçamento pequeno entre os pontos. Já nas regiões em que os gradientes são pequenos, uma malha grossa (com espaçamento maior entre os pontos) é, em geral, suficiente. Apesar de podermos utilizar malhas finas em todo o domínio, o grande número de pontos eleva o custo computacional. A solução é combinar o uso de malhas finas, nas regiões em que os gradientes são maiores, com o de malhas mais grossas, nas regiões em que eles são menores, conforme mostra a figura 3.1. Consegue-se isso variando o espaçamento entre os pontos da malha [21]. A técnica de expansão em série de Taylor pode também tratar esses casos.

Para facilitar a implementação utiliza-se diferenças finitas e coordenadas cartesianas. Deve-se ter cuidado na aplicação das condições de contorno, já que as fronteiras da geometria nem sempre coincidem com o sistema de coordenadas. Uma forma de contornar isto seria a utilização do sistema de coordenadas generalizadas ou a técnica dos contornos imersos em um sistema de coordenadas cartesianas, método este que será discutido posteriormente.

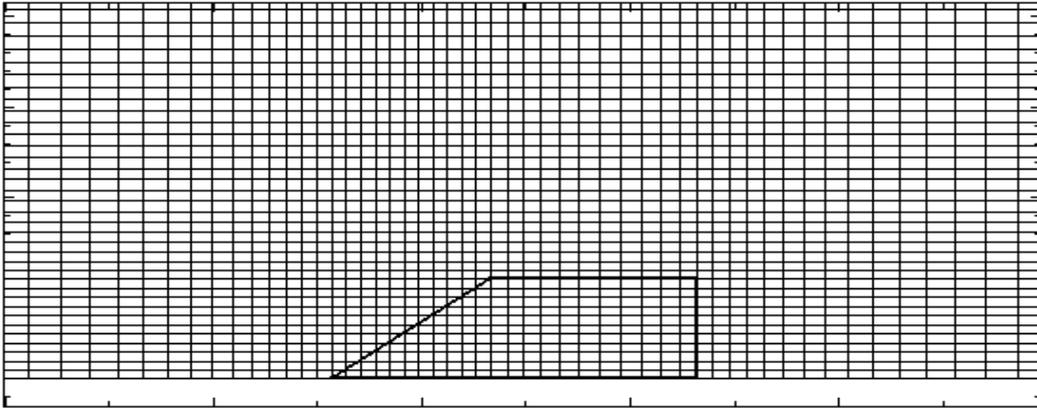


Figura 3.1: Refinamento da malha sobre um modelo

A disposição das variáveis na malha adotada é a co-localizada, pois permite grande economia de memória e de tempo computacional [6], visto que todas as incógnitas são armazenadas no mesmo ponto, conforme mostra a figura 3.2.

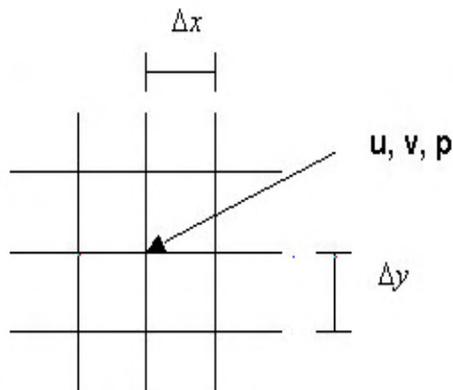


Figura 3.2: Armazenamento das variáveis na malha

Utiliza-se a técnica da interpolação com spline cúbico [4] para a geração de curvas em geometrias complexas. Estas curvas são geradas por funções que consistem de polinômios cúbicos entre cada par sucessivo de nós, da forma:

$$S_x = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3 \quad (3.1)$$

onde $x_j \leq x \leq x_{j+1}$ para $j = 0, 1, \dots, n-1$.

Determinando-se as funções que geram as curvas superior e inferior do automóvel é possível delimitar a região do contorno automobilístico na malha computacional. Daí determina-se as distâncias radiais entre os pontos da superfície e os nós adjacentes da malha necessários na aplicação da técnica de contornos virtuais, cujo método será discutido mais adiante.

No próximo item discute-se aproximações por diferenças finitas de segunda ordem para a primeira e segunda derivadas de uma função.

3.2 Aproximação por Diferenças Finitas

A solução de uma EDP em uma região R implica na obtenção dos valores para a variável dependente em cada ponto de R . Como não podemos obter soluções numéricas sobre uma região contínua, devido aos infinitos pontos da mesma, o domínio é discretizado; como exemplo a figura 3.3 apresenta uma região contínua R .

Observe que os pontos da malha localizam-se na intersecção das linhas horizontais com as verticais, estando separados entre si por uma distância Δx e Δy , respectivamente, não necessariamente iguais. Um dado ponto (x_i, y_j) possui coordenadas $(x_0 + i \cdot \Delta x, y_0 + j \cdot \Delta y)$, com (x_0, y_0) representando a origem do sistema de coordenadas.

Antes de resolvermos a EDP de forma numérica precisamos encontrar, para os termos que nela aparecem, as respectivas expressões escritas em função dos pontos da malha. Essas expressões são denominadas de aproximações por diferenças finitas. O resultado final desse processo é uma equação algébrica, denominada equação de diferenças finitas (EDF). Resolvendo as EDFs para cada ponto da malha, encontra-se a solução aproximada do problema.

As aproximações de diferenças finitas têm como base a expansão em série de Taylor de uma função ξ . Supondo que ξ seja contínua no intervalo $[a, b]$ de

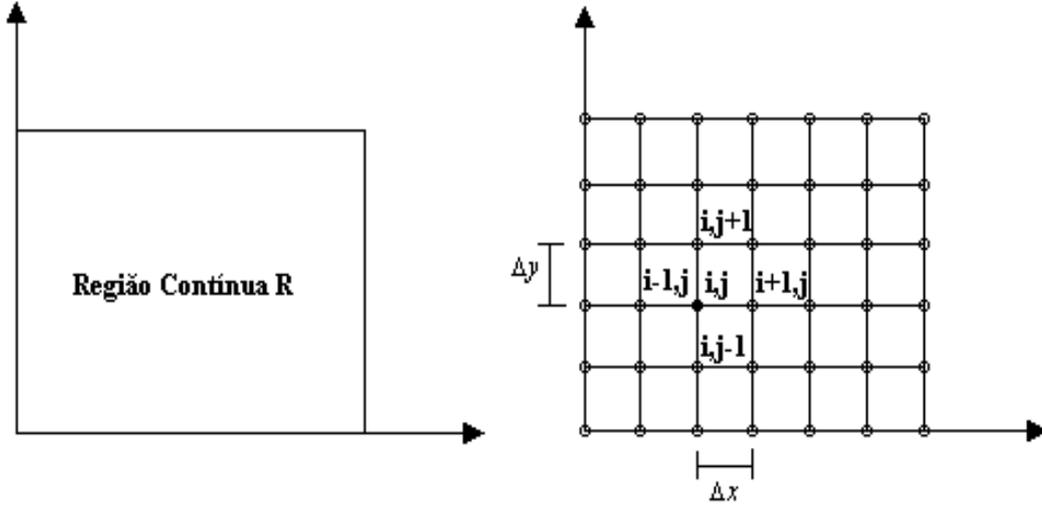


Figura 3.3: Regiões contínua e discretizada

interesse e que possua derivadas até ordem N contínuas nesse intervalo, o Teorema de Taylor nos permite escrever, para todo ponto $x \in [a, b]$,

$$\xi(x) = \xi(x_0) + (\Delta x) \frac{d\xi}{dx} \Big|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2\xi}{dx^2} \Big|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3\xi}{dx^3} \Big|_{x_0} + \dots + R_N \quad (3.2)$$

em que $\Delta x = x - x_0$ e R_N é o resto, definido como

$$R_N = \frac{(\Delta x)^N}{N!} \frac{d^N \xi}{dx^N} \Big|_{\zeta}, \quad \zeta \in [a, b]$$

Considere agora que ξ seja uma função de duas variáveis, $\xi(x, y)$. Deseja-se determinar a primeira derivada de ξ em relação a x no ponto $(x_i, y_j) = (i \cdot \Delta x, j \cdot \Delta y)$, a qual será denotada por $\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{i,j}$. Para simplificar a notação escreve-se $\xi(x_i, y_j)$ como $\xi(i, j)$, ou, em geral, $\xi(x_i \pm k \Delta x, y_j \pm s \Delta y)$ como $\xi(i \pm k, j \pm s)$. Expandindo $\xi(i+1, j)$ e $\xi(i-1, j)$ utilizando um número finito de termos na série de Taylor em torno do ponto (x_i, y_j) , tem-se:

$$\xi(i+1, j) \approx \xi(i, j) + \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{i,j} \Delta x + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right)_{i,j} (\Delta x)^2 \quad (3.3)$$

$$\xi(i-1, j) \approx \xi(i, j) - \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{i,j} \Delta x + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right)_{i,j} (\Delta x)^2 \quad (3.4)$$

Dessas equações encontram-se:

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{\xi(i+1, j) - \xi(i-1, j)}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (3.5)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{\xi(i+1, j) - 2\xi(i, j) + \xi(i-1, j)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \quad (3.6)$$

que são aproximações numéricas em diferenças finitas de segunda ordem, centrais, para a primeira e segunda derivadas de ξ , respectivamente [17].

A discretização para o termo temporal $\frac{\partial u}{\partial t}$, por exemplo, fornece relações entre os valores de u em instantes sucessivos de tempo conforme

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{i,j} \approx \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (3.7)$$

As aproximações (3.5), (3.6), (3.7) são utilizadas nas equações adimensionais que governam o escoamento. Um exemplo é a aproximação explícita em diferenças finitas para a equação (2.10), que resulta em:

$$\begin{aligned} & \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} + u_{i,j}^n \left(\frac{u(i+1, j) - u(i-1, j)}{2\Delta x} \right)_{i,j}^n \\ & + v_{i,j}^n \left(\frac{u(i, j+1) - u(i, j-1)}{2\Delta y} \right)_{i,j}^n \\ & = - \left(\frac{p(i+1, j) - p(i-1, j)}{2\Delta x} \right)_{i,j}^n \\ & + \frac{1}{Re} \left(\frac{u(i+1, j) - 2u(i, j) + u(i-1, j)}{(\Delta x)^2} \right)_{i,j}^n \\ & + \frac{1}{Re} \left(\frac{u(i, j+1) - 2u(i, j) + u(i, j-1)}{(\Delta y)^2} \right)_{i,j}^n \end{aligned}$$

No tópico seguinte discute-se a aplicação das condições iniciais de contorno utilizados neste trabalho.

3.3 Condições de contorno e iniciais

O sistema de equações diferenciais que modela os fenômenos de interesse necessita de condições de contorno e iniciais apropriadas para ser resolvido.

Estas condições ditam a solução particular a ser obtida das equações governantes. Emprega-se para a condição inicial os valores da corrente livre ou, conhecendo-se o comportamento da solução, pode-se melhorar a estimativa inicial [10].

As condições de contorno empregadas neste trabalho são de parede, extrapolação e longe do corpo (far field); cada uma é introduzida a seguir.

3.3.1 Parede

Para uma parede impermeável a condição de fluxo nulo através da fronteira deve ser exigida, ou seja, a velocidade no contorno do domínio deve ser zero, conforme mostra a figura 3.4.

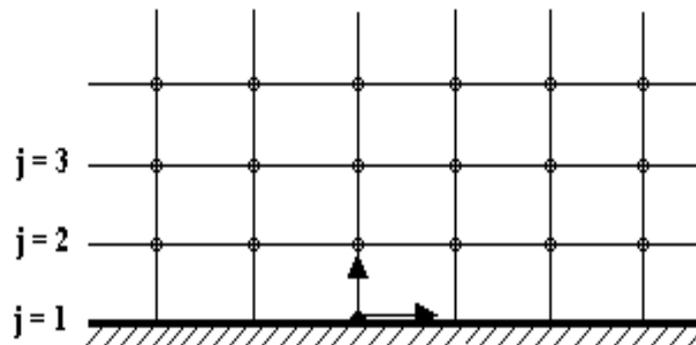


Figura 3.4: Visualização da condição de contorno de parede sólida

Para parede em $j=1$, resulta

$$u_{i,1} = 0,$$

$$v_{i,1} = 0, \quad i = 1, \dots, r$$

3.3.2 Extrapolação

Quando os valores das variáveis não são conhecidos no contorno, pode-se fazer uma extrapolação utilizando os valores de células adjacentes. Por exemplo, para saber o valor da pressões $p(k,j)$ e $p(s,j)$ na superfície e no interior da geometria

utiliza-se a seguinte extrapolação, conforme mostra a figura 3.5:

$$p_{s,j} = p_{s-1,j}$$

$$p_{k,j} = p_{k+1,j}$$

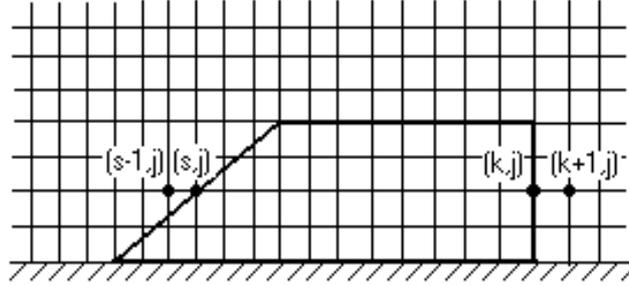


Figura 3.5: Visualização da extrapolação da pressão

3.3.3 Longe do corpo "Far Field"

A condição de contorno longe do corpo é muito importante para escoamentos externos a baixa velocidade [6]. Assumindo que a fronteira longe do corpo coincida com a fronteira da malha, o escoamento unidimensional, normal ao contorno, é governado pela equação característica [53],

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + D_{x_i} \frac{\partial \vec{W}}{\partial x_i} = 0 \quad (3.8)$$

onde $\vec{W} = \{u, v, p\}^T$ e D_{x_i} é a matriz Jacobiana associada à direção característica.

Nos contornos leste e norte do domínio, de acordo com a figura 3.6, obtém-se [53],

$$u_b = u_a + \frac{p_a - p_b}{\rho_0 c_0} \quad (3.9)$$

$$v_b = v_a + \frac{p_a - p_b}{\rho_0 c_0} \quad (3.10)$$

$$p_b = p_0 \quad (3.11)$$

onde ρ_0 , c_0 e p_0 são valores de referência da massa específica, da velocidade do som e da pressão.

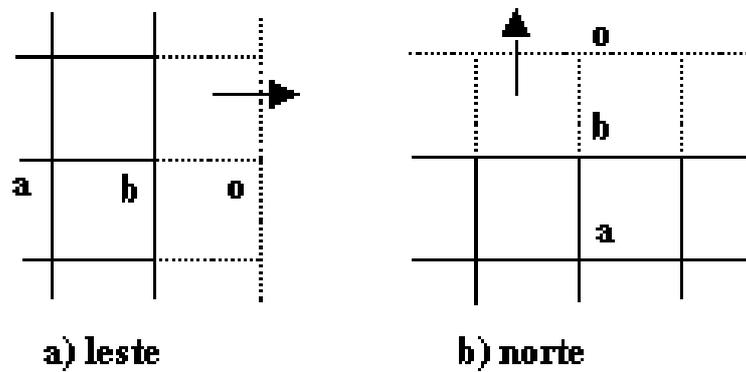


Figura 3.6: Visualização da condição de contorno longe do corpo

3.3.4 Condições Iniciais

As condições iniciais usadas correspondem aos valores da corrente livre. Uma vez que o comportamento físico da solução pode ser previsto, adequa-se a estimativa inicial ao problema. As condições iniciais, colocadas na forma adimensional e utilizadas para o problema proposto, são indicadas na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Condições iniciais da simulação na forma adimensional

Parâmetros	Condições Iniciais
Pressão	1.0
ρ	1.0
Som (c)	$\sqrt{\delta \cdot R \cdot T}$
u	1.0
v	0.0
δ	1.4
R	1.0
T	1.0

No próximo item citam-se os processos de modelagem de geometrias no interior do escoamento pelo método dos contornos virtuais [12] e, posteriormente, descrevem-se dois métodos.

3.4 Método dos contornos virtuais

O fluido ao escoar sobre um corpo origina forças de pressão e de cisalhamento na sua superfície e, em oposição ao escoamento, a superfície exerce no fluido forças de sinal contrário. Logo, por meio da aplicação de um conjunto adequado de forças em uma dada região do domínio, é possível modelar o escoamento do fluido como se ele estivesse passando sobre uma superfície sólida posicionada naquela região do escoamento. Desta forma, é possível impor certas condições de contorno sem a necessidade de especificar os valores dos parâmetros de contorno.

A introdução do termo forçante $\mathbf{f}(x_s, t)$ nas equações da quantidade do movimento, equações (2.10) e (2.11), permite a aplicação do campo de forças diretamente sobre a superfície do corpo. Obtém-se um campo de forças através do efeito de realimentação da informação do campo de velocidades do escoamento do fluido. O termo forçante é calculado conforme:

$$\mathbf{f}(x_s, t) = \alpha \int_0^t \mathbf{u}(x_s, t') dt' + \beta \mathbf{u}(x_s, t) \quad (3.12)$$

onde t é o tempo e x_s é a coordenada de cada ponto da superfície do corpo.

Na equação (3.12) α e β são constantes livres negativas com dimensões $1/T^2$ e $1/T$, respectivamente. De acordo com Goldstein *et al.* [13], a frequência de oscilação de realimentação do campo de velocidades é representada por α e o amortecimento por β . Estas constantes permitem ajustar o campo de forças de acordo com as frequências presentes no escoamento nas proximidades da superfície do corpo.

A integral no tempo, apresentada na equação (3.12), é aproximada por uma soma de Riemann

$$\int_0^t \mathbf{u}(x_s, t') dt' \approx \sum_{j=1}^N \mathbf{u}(x_s, t) \Delta t, \quad (3.13)$$

onde N é o número de passos de tempo e Δt é o tamanho deste passo de tempo.

É fundamental garantir que o campo do escoamento externo seja totalmente independente da condição adotada no interior do corpo [35]. Von Terzi *et al.* [51] fornece várias alternativas de aplicação do termo forçante para gerar um corpo imerso no interior do escoamento: contorno sólido [35], corpo sólido [12], fluxo contrário [26] e diferenças de um único lado [23].

Na representação do contorno imerso no interior do escoamento são empregadas técnicas de projeção que, através de procedimentos de aproximação e interpolação, permitem transferir informações entre os pontos do contorno imerso e o nós adjacentes da malha. A seguir descreve-se uma das técnicas usuais de projeção dos contornos imersos.

3.4.1 Técnicas padrão

Entre as técnicas de projeção dos contornos imersos mais conhecidas na literatura têm-se a distribuição Gaussiana de Goldstein *et al.* [13] e de interpolação bilinear de Saiki e Biringen [38]. Estas serviram como modelo de referência para o desenvolvimento de duas técnicas alternativas: aproximação Gaussiana espectral e redistribuição Gaussiana. Estas técnicas alternativas foram desenvolvidas por Moser [28] para simulações de escoamentos ao redor do cilindro circular e de um prisma quadrado na captação de esteiras em transição.

Das técnicas citadas anteriormente, apresenta-se a de redistribuição Gaussiana que, de acordo com Moser [28], permite uma redução significativa na transferência de informações e, por conseqüência, no custo computacional.

A técnica de redistribuição Gaussiana fornece a localização geométrica exata do contorno de modo independente da malha computacional, sem a necessidade de impor qualquer condição de contorno nos nós situados no interior do corpo. O contorno imerso é representado por N_b pontos, cuja quantidade deve ser suficiente para permitir uma adequada transferência de informações entre o contorno e a malha. Cada ponto do contorno troca informações com cinco

nós adjacentes da malha, conforme mostra a figura 3.7. Os cinco nós adjacentes $x(i+m, j+n)$ ($-1 \leq m, n \leq 1$) têm índices inteiros, enquanto que os pontos do contorno $x_s(i_s, j_s)$ tem índices reais, onde: $i-1 \leq i_s \leq i+1$, $j-1 \leq j_s \leq j+1$ e $s = 1, 2, \dots, N_b$.

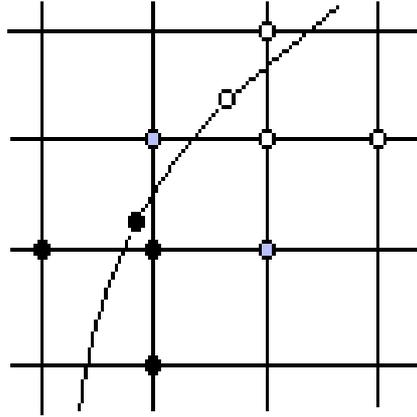


Figura 3.7: Transferência de informações entre cada ponto do contorno imerso para os nós adjacentes da malha.

O coeficiente de redistribuição Gaussiana permite quantificar a transferência de informações entre um dado ponto do contorno imerso e os cinco nós adjacentes da malha.

Considerando o nó adjacente $x(i,j)$ localizado a uma distância $d_{i,j}(x_s)$ do ponto do contorno imerso $x_s(i_s, j_s)$; obtém-se o coeficiente de redistribuição Gaussiana utilizando

$$\varepsilon_{i,j}(x_s) = e^{-\sigma d_{i,j}^2(x_s)}, \quad (3.14)$$

onde σ é uma constante usada para ajustar a influência do campo de forças produzido no ponto $x_s(i_s, j_s)$ do contorno imerso e $d_{i,j}(x_s)$ a distância entre $x_s(i_s, j_s)$ e o nó da malha $x(i,j)$, obtida por :

$$d_{i,j}^2(x_s) = (i - i_s)^2 + (j - j_s)^2. \quad (3.15)$$

O campo de velocidades $u(x_s, t)$ no contorno imerso corresponde à média aritmética ponderada das velocidades do fluido, $u_{i,j}(x, t)$, na malha com-

putacional:

$$u(x_s, t) = \frac{\sum_{i-1, j-1}^{i+1, j+1} \varepsilon_{i,j}(x_s) u_{i,j}(x, t)}{\sum_{i-1, j-1}^{i+1, j+1} \varepsilon_{i,j}(x_s)} \quad (3.16)$$

tendo como fator de ponderação o coeficiente de aproximação Gaussiana, $\varepsilon_{i,j}(x_s)$, de cada nó adjacente da malha.

O termo forçante de Goldstein [13], dado pela equação (3.12), é empregado para determinar a força de realimentação da velocidade. Esta força é transferida para o nó $x(i,j)$, de um conjunto de pontos do contorno imerso, que varia conforme a posição relativa do contorno/malha.

$$f_{i,j}(x_s, t) = \sum_{s=s_i}^{s_f} \varepsilon_{i,j}(x_s) \left(\alpha \sum_{t=0}^{t_n} u_{i,j}(x, t) \Delta t + \beta u_{i,j}(x, t) \right), \quad (3.17)$$

onde $(1 \leq s_i \leq s \leq s_f \leq N_b)$ e n é o número de passos de tempo ($t_n = n\Delta t$).

Por se ter interesse em tratar geometrias complexas, nas simulações em geometrias automobilísticas teve-se dificuldades na implementação desta técnica. Desta forma, optou-se por outro método simplificado que é apresentado a seguir.

3.4.2 Técnica implementada

Na técnica padrão cada ponto do contorno troca informações com cinco nós adjacentes da malha, acrescentando-se um termo forçante nas equações da quantidade de movimento para realimentação do campo de forças.

Na nova técnica necessita-se impor a condição de contorno nos nós situados no interior do corpo e cada ponto do contorno troca informações com apenas dois nós adjacentes da malha, conforme mostra a figura 3.8.

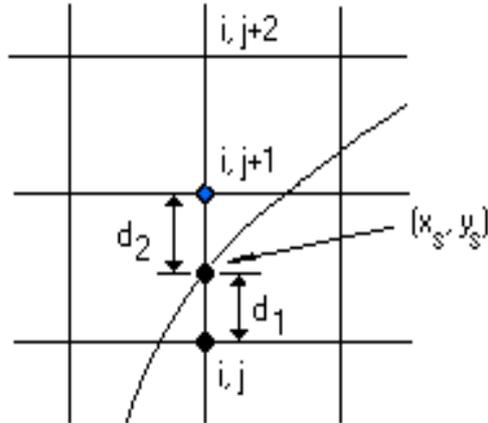


Figura 3.8: Transferência de informações de cada ponto do contorno imerso com dois nós adjacentes da malha.

Para as velocidade $u(x_s)$ e $v(x_s)$ no contorno imerso foram consideradas as distâncias d_1 e d_2 , de acordo com a descrição a seguir:

$$u(x_s) = \frac{u_{i,j} \cdot d_2 + u_{i,j+1} \cdot d_1}{d_1 + d_2} \quad (3.18)$$

$$v(x_s) = \frac{v_{i,j} \cdot d_2 + v_{i,j+1} \cdot d_1}{d_1 + d_2} \quad (3.19)$$

onde:

$$d_1 = y_s - y_{i,j}$$

$$d_2 = y_{i,j+1} - y_s$$

sendo y_s a coordenada do contorno.

Observe que as distâncias calculadas associam a proximidade do nó interno ao ponto do contorno com o nó acima da curva superior do automóvel. Tal procedimento mostrou-se razoável para geometrias como a superfície superior de um automóvel; porém o procedimento falha na parte frontal e traseira do mesmo.

Ao utilizar o spline cúbico foi possível determinar pontos situados no contorno da geometria e coincidentes com as linhas longitudinais formadas pelos nós da malha, que podem ser observados na figura 3.9. Desta forma, não houve necessidade em calcular a distância na direção do comprimento entre um ponto do

contorno e algum nó vizinho, pois esta distância refere-se ao Δx , cuja variação é relativamente pequena entre nós vizinhos.

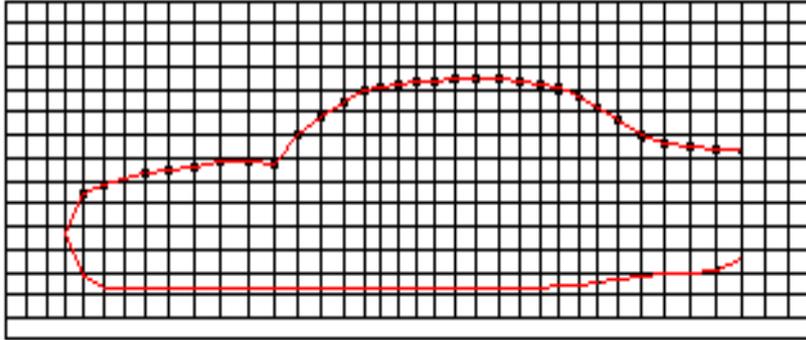


Figura 3.9: Pontos do contorno superior do automóvel.

Porém, nos pontos extremos à direita e à esquerda do automóvel ocorrem alguns problemas. Ao determinar os pontos da curva que sejam coincidentes com as linhas longitudinais formadas pelos nós da malha, as velocidades abaixo destes pontos extremos não são nulas e a aproximação por spline cúbico provoca erros no cálculo das distâncias d_1 e d_2 nestes pontos. Caso a intenção fosse considerar os extremos, poderia-se acrescentar nesta técnica as distâncias horizontais Δx ou adequar a implementação do procedimento padrão descrito anteriormente.

A vantagem da técnica implementada é permitir uma redução significativa na transferência de informações, já que cada ponto do contorno troca informação com apenas dois nós.

Resultados utilizando a técnica de projeção dos contornos imersos em torno de geometrias como o cilindro e o prisma quadrado realizados por Saiki et. al [38] e Moser [28] foram excelentes na captação de esteiras em transição. O acoplamento destas técnicas ao método dos contornos virtuais permitiu modelar escoamentos em torno destas geometrias utilizando apenas uma malha cartesiana. Ao utilizar esta técnica padrão nas equações de Navier-Stokes para o escoamento incompressível em torno de um automóvel obteve-se oscilações da velocidade na superfície. Logo, utilizou-se a técnica implementada nas equações do escoamento potencial cujos resul-

tados foram melhores, podendo ser comparados com dados experimentais de artigos e em laboratório. Infelizmente, existem poucos artigos tratando de contornos virtuais para geometrias complexas como a de um automóvel e, conforme descrito por Moin [27], para tais geometrias a combinação de coordenadas generalizadas com contornos virtuais torna-se mais eficiente.

Uma vez definidas as equações diferenciais, realizada a sua discretização e aplicadas as condições de contorno, parte-se para a sua integração temporal.

3.5 Método de integração temporal

São inúmeros os métodos que podem ser empregados na resolução das equações do escoamento na forma aproximada $Ax = b$; cada método possui suas próprias vantagens e desvantagens. Trabalhos encontrados na literatura indicam que métodos como o SUR (Método de Relaxações Sucessivas), o MSI ("Modified Strongly Implicit Procedure") e o Runge-Kutta são de aplicação fácil e eficiente [55] e [6].

No problema apresentado utiliza-se o método de Runge-Kutta de 3 estágios simplificado por ser adequado para escoamentos incompressíveis e por requerer menos memória computacional que o método de Runge-Kutta clássico [8].

As equações (2.10) e (2.11) podem ser colocadas na forma

$$\frac{\partial \vec{W}_{i,j}}{\partial t} + \vec{R}_{i,j} = 0$$

onde $\vec{W} = \{u, v\}^T$ e \vec{R} corresponde a discretização espacial dos termos convectivos e difusivos.

Então,

$$\vec{W}_{i,j}^0 = \vec{W}_{i,j}^t$$

$$\vec{W}_{i,j}^r = \vec{W}_{i,j}^0 - \alpha_r \Delta t \vec{R}_{i,j}^{r-1}, \quad r = 1, 2, 3$$

$$\vec{W}_{i,j}^{t+1} = \vec{W}_{i,j}^t$$

Os coeficientes para uma aproximação temporal de segunda ordem [6], para o esquema de 3 estágios, são $\alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.5, \alpha_3 = 1.0$, que podem ser obtidos analiticamente [5].

Para a equação da pressão utiliza-se o SUR (método das sub-relaxações) na base Gauss-Seidel, pois neste não aparece o termo temporal da pressão. O SUR consiste na aplicação de uma correção para os valores calculados a cada passo, onde a constante ω representa a relaxação; ω assume valores entre 0 e 2, sendo classificado como um processo de sobre-relaxação para $1 < \omega < 2$ (utilizado para problemas parabólicos e hiperbólicos) e como um processo de sub-relaxação para $0 < \omega < 1$ (usado em problemas elípticos e oscilatórios) [6]. Como a pressão tem caráter elíptico, escolhe-se $\omega = 0.7$. O SUR, aplicado para a pressão, resulta em:

$$p_{i,j}^{t+1} = p_{i,j}^t + \omega(p_{i,j}^{t+1} - p_{i,j}^t)$$

Uma vez obtidos os métodos de solução das equações governantes, a seguir é apresentado o critério de convergência utilizado neste trabalho.

3.6 Critério de convergência

A solução numérica de problemas de escoamento contém imprecisões, as quais podem ser limitadas pelo critério de convergência. Na prática é comum a escolha de um critério pequeno o suficiente de forma a poder desprezar tais imprecisões. Alguns problemas possuem convergência lenta e, caso a execução seja interrompida por um critério mal escolhido, pode-se estar longe da solução [6].

Neste trabalho opta-se por utilizar o erro relativo em ψ como critério de convergência, sendo o mesmo:

$$\varepsilon = \left| \frac{\psi - \psi^0}{\psi} \right| < tol$$

onde tol é a tolerância especificada (erro admitido): $\text{tol} = 10^{-7}$. Nesta expressão: ψ^0 é o valor de ψ na iteração anterior e ε é o erro relativo.

A seguir é apresentado o fluxograma do código computacional adotado neste trabalho; procurou-se o desenvolvimento de um programa o mais direto (objetivo) possível.

3.7 Fluxograma do código computacional

Os programas desenvolvidos neste trabalho são implementados em linguagem FORTRAN 90. O procedimento de solução pode ser resumido no fluxograma da figura 3.10, o qual representa o código utilizado para a solução do problema.

O primeiro passo é atribuir valores para as variáveis e para as condições iniciais, depois constrói-se a malha calculando os pontos no sistema cartesiano de coordenadas. Logo após inicia-se o cálculo iterativo obtendo, em cada ponto, as componentes do vetor velocidade através do método de Runge-Kutta de 3 estágios; anula-se as velocidades no interior do domínio e calcula-se a pressão pelo SUR. Depois extrapola-se a pressão e considera-se as condições de contorno. No estágio seguinte avalia-se a convergência do processo; se convergiu cria-se o arquivo de dados e finaliza-se o processo e, se não convergiu, retorna-se ao cálculo iterativo das componentes do vetor velocidade e pressão até que o critério de parada seja satisfeito.

Uma vez apresentado o método de solução das equações governantes mostra-se, no próximo capítulo, os resultados numéricos obtidos com a metodologia descrita até o momento.

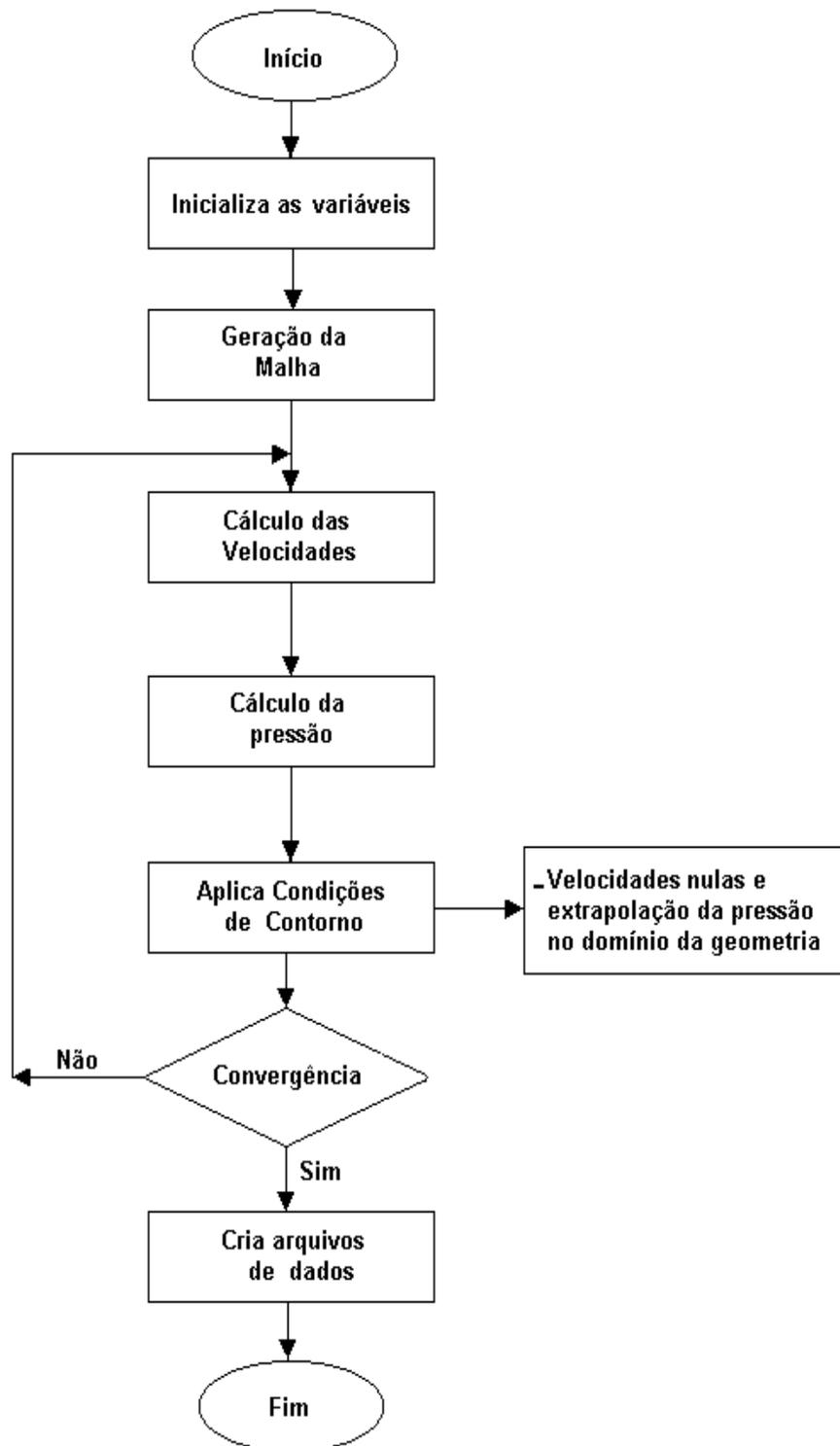


Figura 3.10: Fluxograma do código computacional.

4 RESULTADOS

No escoamento sobre geometrias automobilísticas determina-se campos de velocidades e o coeficiente de pressão utilizando a teoria do escoamento potencial e as equações de Euler e de Navier-Stokes. Optou-se pela utilização da teoria do escoamento potencial na comparação dos resultados por se tratar de um escoamento bidimensional incompressível em regime permanente. Obteve-se, ainda, resultados experimentais em túnel de vento de pequeno porte, que é mais indicado nos trabalhos de escoamento de fluidos.

Começa-se pelo estudo do escoamento sobre uma geometria simplificada e, em seguida, sobre uma geometria mais complexa (um BMW).

4.1 Resultados para geometria simplificada

Sendo c o comprimento e h a altura do corpo, fixa-se as seguintes medidas para uma malha de 208 x 139 células, de acordo com a figura 4.1. A malha retangular é refinada nas quinas do corpo, na direção dos pontos $p1$, $p2$, $p3$ e logo acima da geometria.

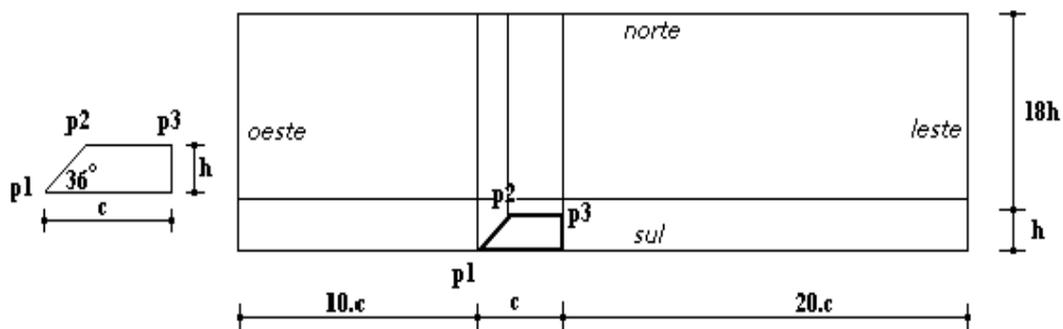


Figura 4.1: Dimensões da geometria simplificada e indicação das regiões no domínio.

4.1.1 Resultados utilizando as equações potenciais

Para o caso do escoamento potencial determina-se, via equação de Bernoulli, o coeficiente de pressão conforme:

$$C_p = 1 - \left(\frac{V_{i,j}}{V_0} \right)^2, \quad (4.1)$$

onde $V_{i,j}$ é a velocidade calculada no ponto (i,j) e V_0 é a velocidade da corrente livre.

$$V_{i,j} = \sqrt{u_{i,j}^2 + v_{i,j}^2}, \quad u_{i,j} = \frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial y}, \quad v_{i,j} = -\frac{\partial \psi_{i,j}}{\partial x} \quad (4.2)$$

Utiliza-se a função corrente $\psi_{i,j} = u_\infty \cdot y_{i,j}$ no contorno do domínio e a equação $\nabla^2 \psi = 0$ para calcular $\psi_{i,j}$ nos pontos internos do domínio. Considera-se $\psi_{i,j} = 0$ no domínio da geometria e posteriormente, após a convergência de $\psi_{i,j}$, calculam-se as velocidades.

Observa-se, na figura 4.2, que no ponto p2, o C_p é aproximadamente 0.4, devido ao aumento da velocidade na superfície inclinada do corpo. Já na superfície horizontal superior da geometria há uma variação da velocidade e, conseqüentemente, uma variação do C_p , obtendo-se no final desta superfície C_p aproximadamente nulo.

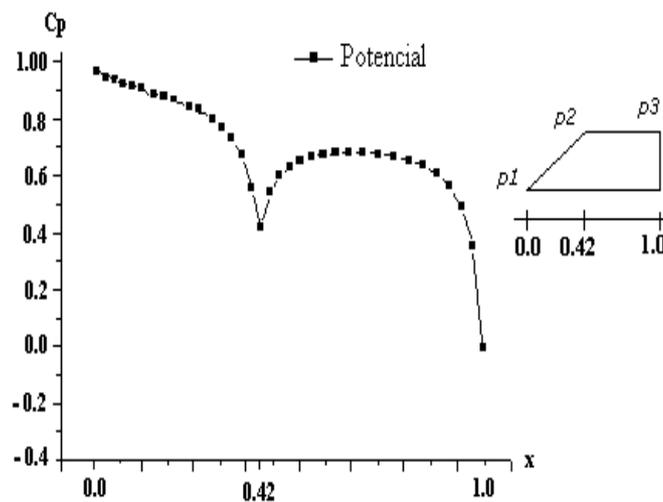


Figura 4.2: Coeficiente de pressão via equação do escoamento potencial.

Na figura 4.3 observam-se as linhas de corrente sobre a geometria simplificada; elas tendem a contornar a superfície. Embora as equações do escoamento potencial não sejam indicadas para geometrias bojudas submetidas a altas velocidades, elas dão uma boa indicação do fluxo na parte frontal para esta geometria simplificada.

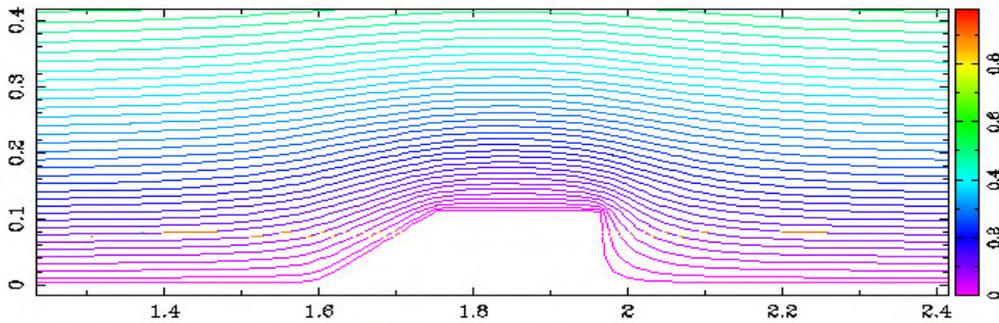


Figura 4.3: Linhas de corrente para a geometria simplificada.

4.1.2 Resultados utilizando as equações de Navier-Stokes e de Euler

Foram realizadas simulações do escoamento incompressível para o maior número de Reynolds possível utilizando as equações de Navier-Stokes. Foi constatado que para Re acima de 10000 o código divergia. Isto ocorre pois, para a maioria dos escoamentos, a partir de $Re \sim 10000$ o escoamento torna-se transiente e a análise torna-se bem mais complicada. Desta forma, adotou-se $Re=8000$ que, posteriormente, foi comparado com os resultados da equação de Euler. Para evitar o aumento indevido do gradiente de velocidades nas 2 quinas acrescentou-se termos dissipativos de 4^a ordem nas equações para as velocidades da forma:

$$\frac{\theta_x + \theta_y}{2},$$

onde,

$$\theta_x = \theta_{i+2,j} - 4.\theta_{i+1,j} + 6.\theta_{i,j} - 4.\theta_{i-1,j} + \theta_{i-2,j}$$

$$\theta_y = \theta_{i,j+2} - 4.\theta_{i,j+1} + 6.\theta_{i,j} - 4.\theta_{i,j-1} + \theta_{i,j-2}$$

onde $\theta_{i,j}$ é a velocidade $u_{i,j}$ ou $v_{i,j}$. Adotou-se $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ pois para valores superiores o código tornava-se instável.

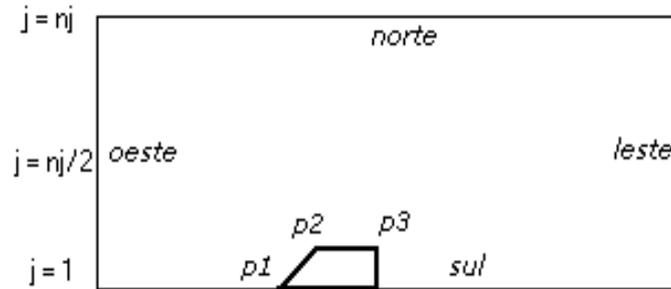


Figura 4.4: Indicação das regiões no domínio computacional.

As condições de contorno utilizadas são as seguintes, conforme a figura 4.4: para a região sul do domínio tem-se a condição de parede para as velocidades ($u = v = 0$) e extrapolação para a pressão ($p_{i,1} = p_{i,2}$); para o norte tem-se a condição "far field" para a velocidade e pressão; para a região leste novamente a condição "far field"; para a região oeste, para j variando de 1 a $nj/2$, faz-se uma extrapolação da velocidade u utilizando 75% da velocidade da 2ª célula e 25% da velocidade da 3ª célula, já para a velocidade v tem-se a condição inicial; para $j > nj/2$ utiliza-se as condições iniciais para u e v ; além disto, adiciona-se a extrapolação para a pressão $p_{1,j} = p_{2,j}$, para $j = 1, 2, \dots, nj$.

Sobre a superfície do corpo foram realizadas interpolações através da média das velocidades de 4 nós adjacentes. Observa-se que se esta média for calculada de modo diferente os resultados podem variar.

Na figura 4.5 compara-se o C_p para 3 tempos; nota-se que à medida que aumenta o número de iterações, aumenta gradativamente o coeficiente de pressão na superfície horizontal devido à diminuição na velocidade e pela formação de vórtices na região posterior ao corpo (parte traseira do automóvel).

Na figura 4.6 tem-se o campo de velocidades junto ao corpo. As regiões de velocidade mais alta (baixa) devem coincidir com as regiões de pressão mais baixa (alta), conforme indica a equação de Bernoulli. Através do software Visual 2D [21],

observa-se a formação de vórtice (zona de circulação) atrás da geometria. Isto deve-se ao fato de que as partículas tendem a 'ocupar' o espaço vazio (vácuo) que se forma nesta região. Portanto, algumas retornam, sobem e encontram a corrente livre, repetindo este processo que dá origem aos vórtices.

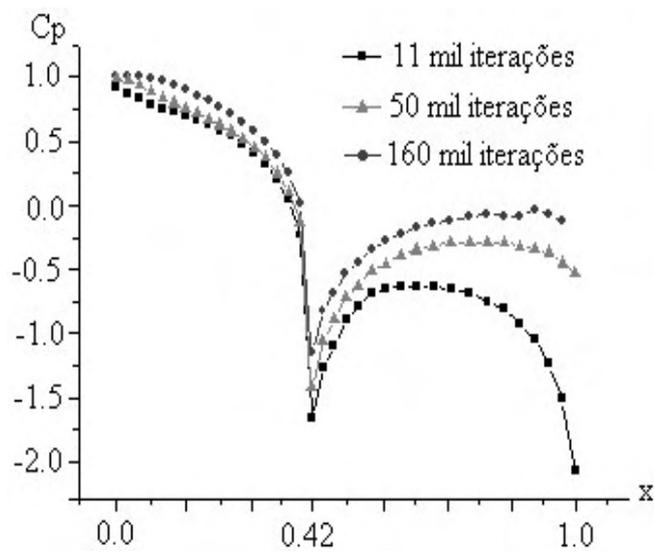


Figura 4.5: Comparação dos coeficientes de pressão para a Eq. de Navier Stokes segundo o número de iterações.

Apenas retirando os termos viscosos da equação de Navier-Stokes e utilizando as condições de contorno apropriadas, implementou-se o código utilizando as equações de Euler. Pelo resultado obtido verifica-se uma grande influência da viscosidade no amortecimento das perturbações, provocando oscilações nas velocidades

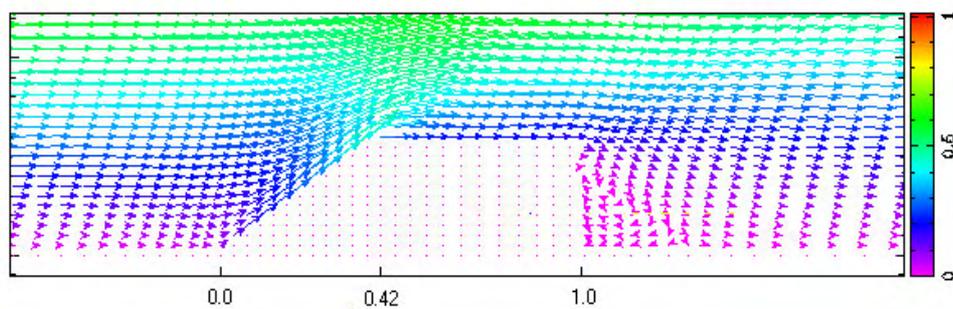


Figura 4.6: Campo de velocidades sobre a geometria simplificada através da equação de Navier-Stokes.

sobre a superfície horizontal e, conseqüentemente, no coeficiente de pressão, como mostra a figura 4.7.

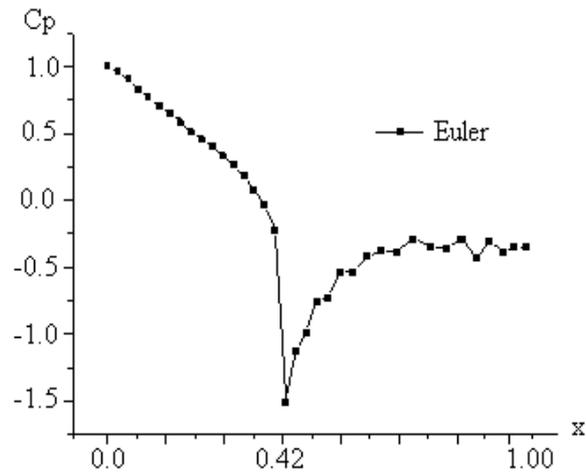


Figura 4.7: Coeficiente de pressão utilizando as equações de Euler.

4.1.3 Comparação entre os resultados obtidos numericamente.

Comparando os coeficientes de pressão, conforme indica a figura 4.8, obtidos das equações de Navier-Stokes e de Euler, nota-se que há um aumento da

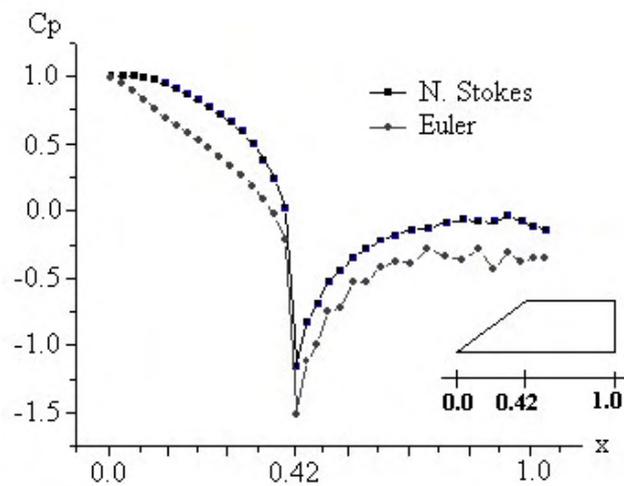


Figura 4.8: Comparação entre os coeficientes de pressão para geometria simplificada.

velocidade na superfície inclinada até a primeira quina (ponto p2 da figura 4.4); já na região horizontal ocorre uma pequena diferença dos resultados comparando-se os coeficientes de pressão via equações de Euler e de Navier-Stokes.

4.2 Resultados sobre o automóvel BMW

Para o escoamento em torno da geometria escolhida por ter resultados bem discutidos na literatura, BMW 730i, a malha retangular utilizada contém 141 x 73 células. Na figura 4.9 são apresentadas as direções do refinamento da malha no automóvel; nos pontos p1, p2, p3, p4 e sobre a geometria na direção vertical. Para os testes experimentais foi utilizado o BMWm3 [1], modelo cujos contornos geométricos aproxima-se do BMW730i [29] [30].

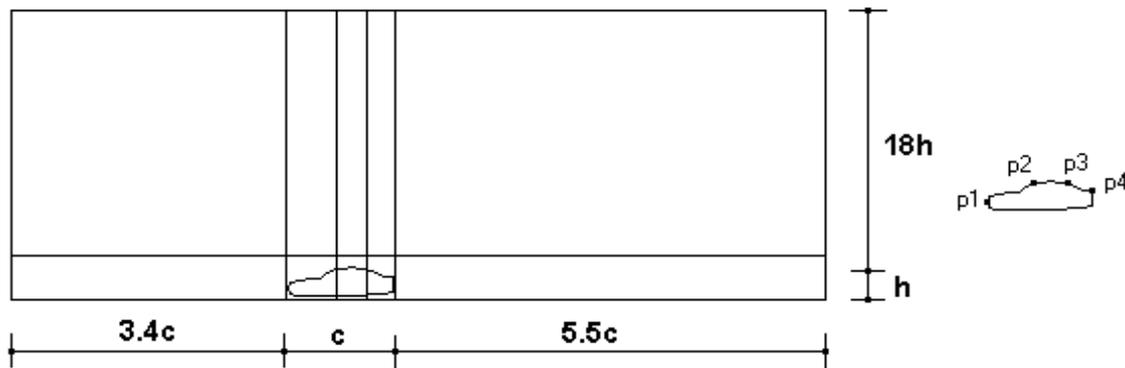


Figura 4.9: Dimensões do automóvel em relação à malha computacional.

Para evitar problemas numéricos nas células mais afastadas do automóvel devido ao refinamento, adotou-se a relação $\Delta x/\Delta y < 14$; na figura 4.10 é apresentada a malha refinada. Pela necessidade de imposição de condições de contorno nos pontos situados na superfície e no interior do automóvel foi preciso determinar funções cujos gráficos se unem nos pontos do contorno automobilístico.

Optou-se pela técnica de interpolação via spline cúbico [4], que consiste na utilização de polinômios cúbicos entre cada par sucessivo de nós. Determinando-se as funções que geram as curvas superior e inferior do automóvel é possível delimitar

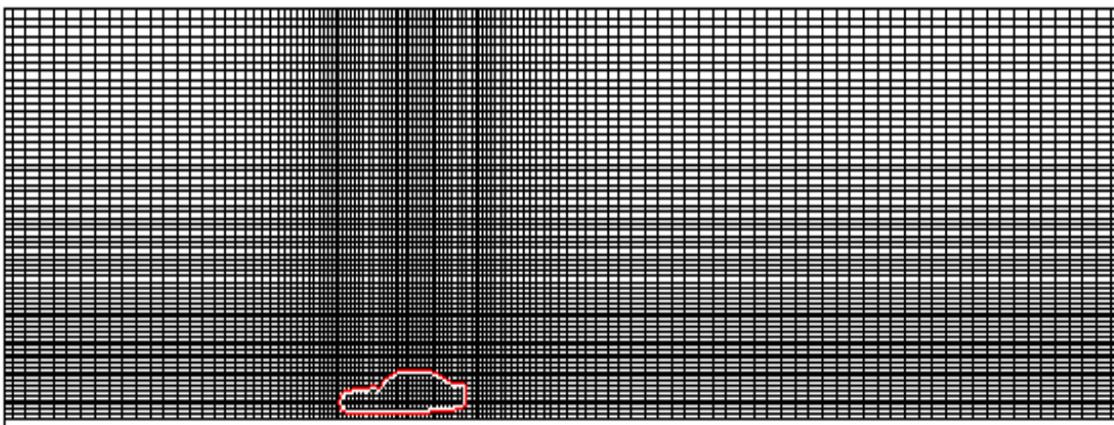


Figura 4.10: Malha Refinada.

a região do contorno na malha computacional. Na utilização desta técnica foram coletados 252 pontos do contorno automobilístico.

Para a aplicação da técnica de contornos virtuais é necessário determinar as distâncias radiais entre os pontos da superfície e os nós adjacentes da malha; no intuito de facilitar o cálculo destas distâncias, através do spline cúbico, foram calculados pontos situados no contorno da geometria e coincidentes com as linhas verticais, como pode ser observado na figura 4.11.

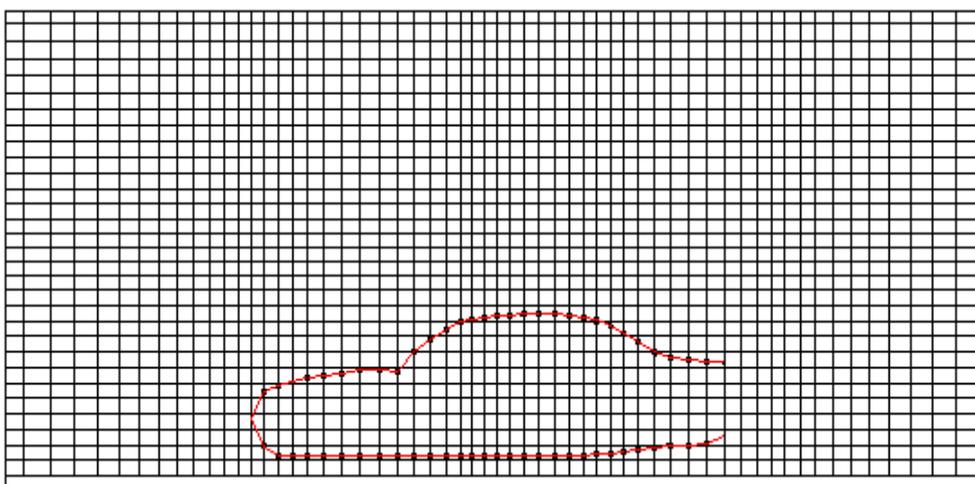


Figura 4.11: Ampliação da malha computacional e o contorno do automóvel.

A seguir apresentam-se os resultados utilizando as equações do escoamento potencial e de Navier-Stokes e de testes experimentais em túnel de vento.

4.2.1 Utilizando as equações do escoamento potencial

Para a simulação do escoamento potencial utiliza-se a função corrente $\psi_{i,j} = u_\infty \cdot y_{i,j}$ no contorno do domínio conforme a figura 4.12a, $\nabla^2 \psi = 0$ para o cálculo de $\psi_{i,j}$ nos pontos internos do domínio e anula-se $\psi_{i,j}$ no interior da geometria automobilística. Após a convergência de $\psi_{i,j}$ calculam-se as velocidades de acordo com as relações (2.8).

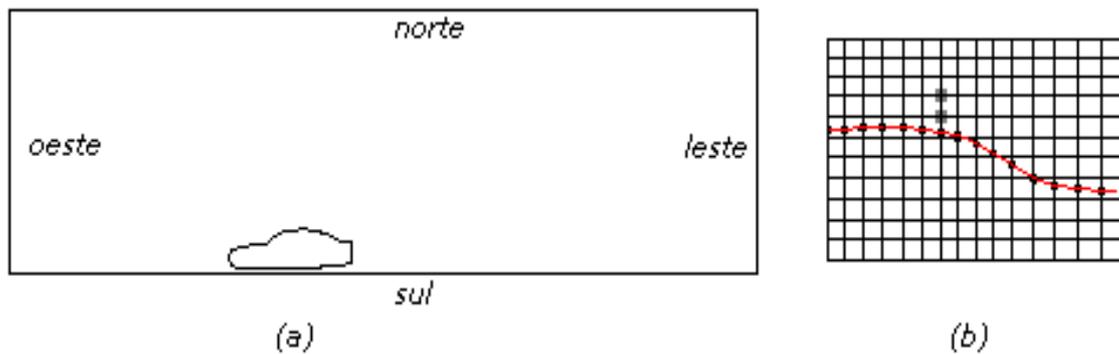


Figura 4.12: Domínio computacional (a) e Contorno superior do automóvel (b)

Extrapolam-se as velocidades no contorno superior da geometria de acordo com a figura 4.12b; para a velocidade u utilizando 75% da velocidade da 2ª célula e 25% da velocidade da 3ª célula. Da mesma forma procede-se para a velocidade v .

Na figura 4.13 apresenta-se as linhas de corrente em torno do automóvel, que tendem a contornar a superfície do mesmo e na figura 4.14 compara-se o coeficiente de pressão numérico e experimental, obtido por Müllenbach et al. [29] [30]. Estes resultados apresentam concordância razoável. Salienta-se que no teste experimental para velocidade de 100 Km/h há formação de vórtices atrás do automóvel e na simulação numérica em escoamento potencial não pode ser verificada tal formação.

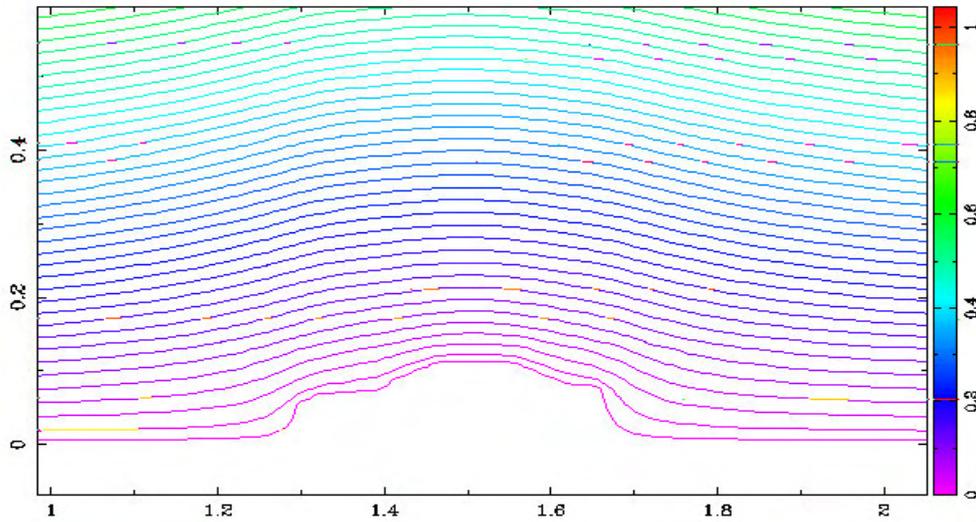


Figura 4.13: Linhas de corrente sobre o automóvel.

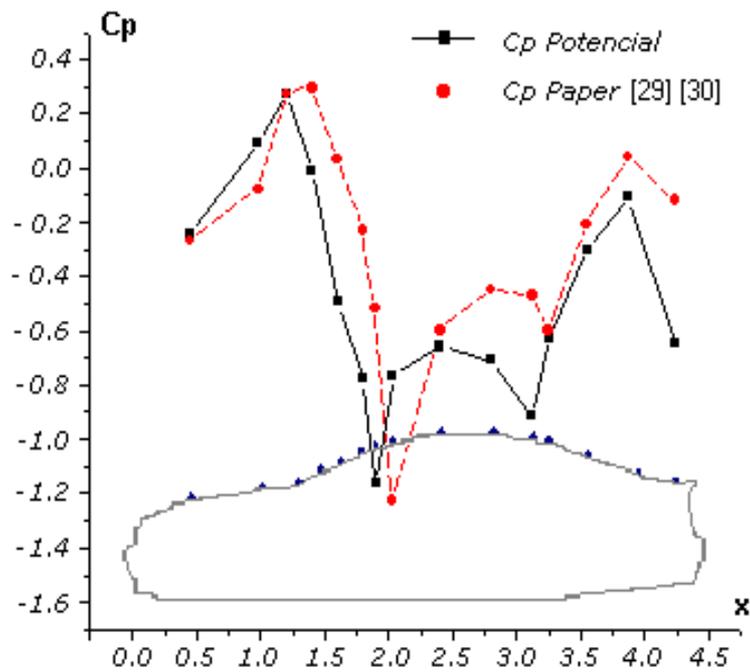


Figura 4.14: Comparação entre os coeficientes de pressão potencial e experimental.

4.2.2 Utilizando as equações de Navier-Stokes

As condições de contorno na simulação utilizando as equações de Navier-Stokes são as seguintes, conforme indicado na figura 4.15: para a região sul tem-se a condição de parede para as velocidades ($u = v = 0$) e extrapolação para pressão ($p_{i,1} = p_{i,2}$); para o norte extrapola-se a pressão e as velocidades u e v ; na região leste aplica-se a condição "far field" para as velocidades u e v e a pressão p ; para a região oeste, para j variando de 1 a $nj/2$, extrapola-se a velocidade u utilizando 75% da velocidade da 2^a célula e 25% da velocidade da 3^a célula, para a velocidade v tem-se a condição inicial nesta mesma região e para $j > nj/2$ utiliza-se as condições iniciais para u e v ; além disto, extrapola-se a pressão, ($p_{1,j} = p_{2,j}$). Já próximo ao corpo utiliza-se a técnica dos contornos virtuais já descrita para as velocidades u e v ; no interior do corpo faz-se uma extrapolação para a pressão do tipo ($p_{i,j} = p_{i-1,j}$) à oeste, ($p_{i,j} = p_{i+1,j}$) à leste, ($p_{i,j} = p_{i,j+1}$) ao norte e ($p_{i,j} = p_{i,j-1}$) ao sul da geometria automobilística.

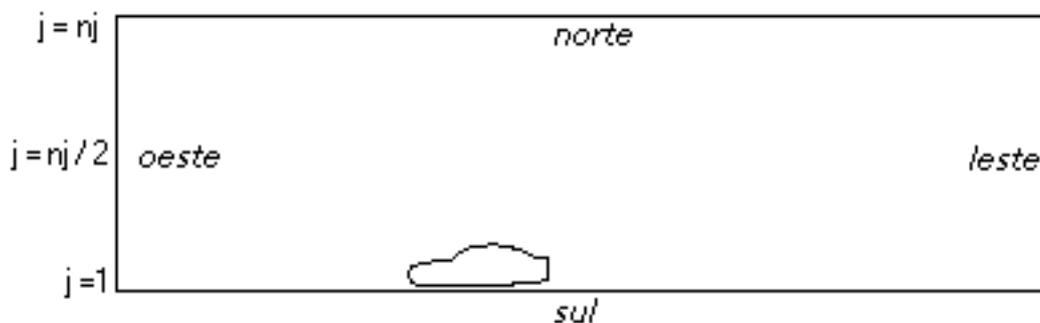


Figura 4.15: Domínio computacional.

Na figura 4.16 mostra-se o campo de velocidade obtido sobre a geometria automobilística para $Re = 500$. Observe a redução de velocidade na parte anterior da geometria e a região de recirculação na parte posterior da mesma. Já na figura 4.17 indica-se uma ampliação do campo de velocidade da figura 4.16. Além do grande vórtice que surge na parte traseira do automóvel, há a formação de vórtices menores sobre o vidro traseiro, pelo aumento da área, o que provoca um gradiente de pressão adverso e a conseqüente recirculação.

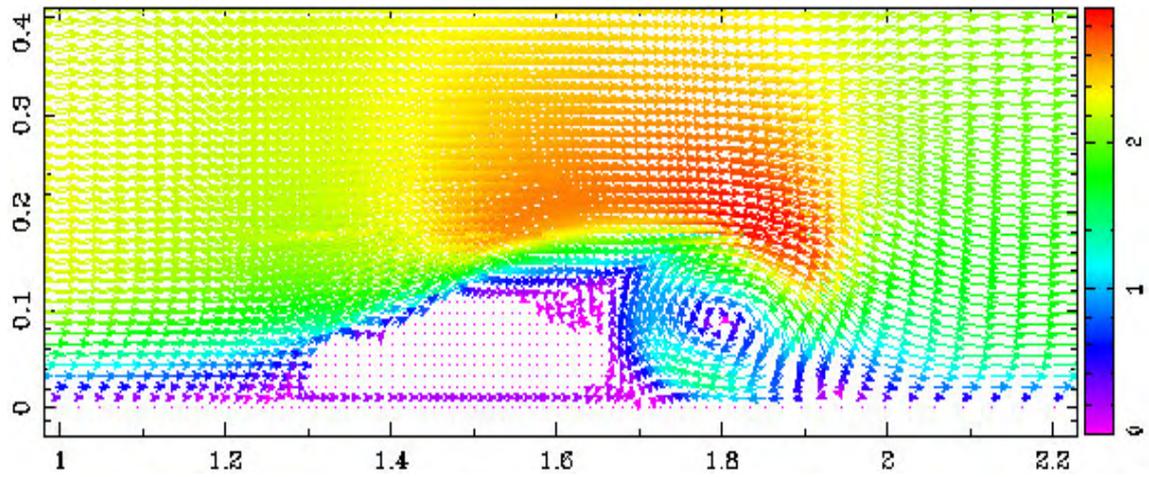


Figura 4.16: Campo de velocidades sobre o automóvel.

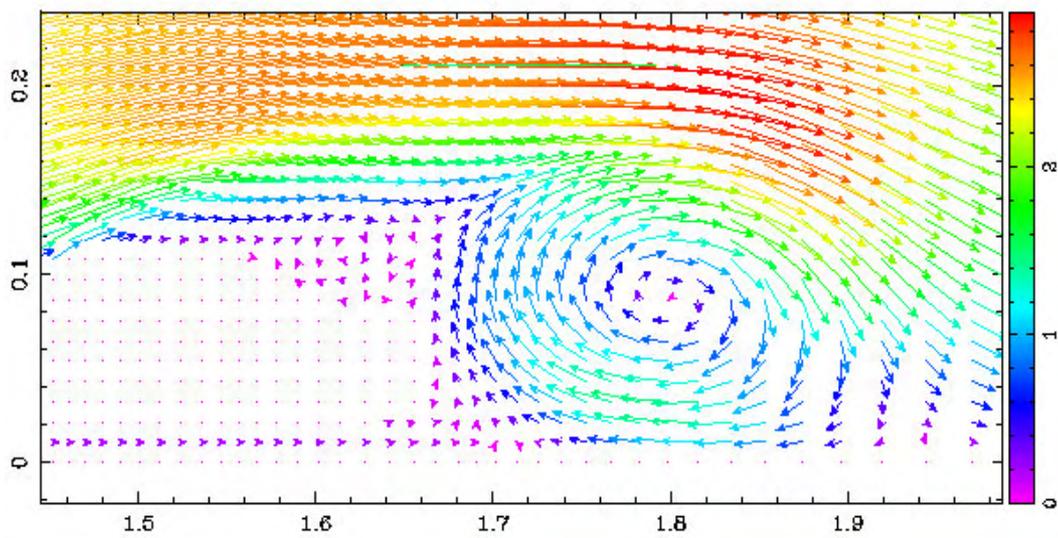


Figura 4.17: Ampliação do campo de velocidades da figura 4.16.

Para uma comparação do C_p utilizando as equações de Navier-Stokes seria necessário uma malha bem mais refinada; devido a limitações computacionais a mesma não foi realizada.

Segundo Moin [27], não é conveniente a utilização dos contornos virtuais em malha cartesiana para escoamentos em torno de geometrias complexas; para tais geometrias torna-se mais eficiente a combinação de coordenadas generalizadas com contornos virtuais.

Apresenta-se, a seguir, testes realizados em túnel de vento de pequeno porte em comparação com outros resultados experimentais.

4.2.3 Utilizando um túnel de vento

Além dos resultados experimentais em túneis de vento de grande porte encontrados na literatura [29] [30], realizou-se testes em túnel de pequeno porte utilizando um automóvel (BMWm3) em escala 1:24; estes testes foram executados no Laboratório de Sistemas Fluido-Mecânicos da PUC-RS [1]. O tunel é acionado por um ventilador centrífugo com velocidade na seção de teste de até 12m/s; a velocidade é regulada por um inversor de frequência. A maquete do modelo automobilístico corresponde a uma redução de dimensões em escala da geometria real, tornando-se uma alternativa para se ter uma melhor idéia sobre o escoamento.

Quando um fluido é levado à situação de velocidade zero em um ponto, este é conhecido como ponto de estagnação, e a pressão deste local é denominada pressão total ou de estagnação. Esta pressão é medida no laboratório usando-se uma sonda com um orifício que fica voltado diretamente para montante. Tal instrumento é chamado de sonda de pressão de estagnação ou tubo de pitot. Assim, se considerarmos que o escoamento é levado completamente à condição de estagnação na entrada do tubo de Pitot, através da diferença entre as pressões total e estática em um manômetro, e conhecendo-se a massa específica do fluido no local, pode-se

determinar a sua velocidade, de acordo com a equação:

$$V_{i,j} = \sqrt{\frac{2(P_\infty - P_{i,j})}{\rho}} \quad (4.3)$$

A tomada de pressão é um pequeno orifício perfurado na parede do corpo, com o seu eixo perpendicular à superfície; desta forma, medições precisas da pressão estática podem ser realizadas pela sua conexão a um instrumento medidor adequado, de acordo com a figura 4.18.

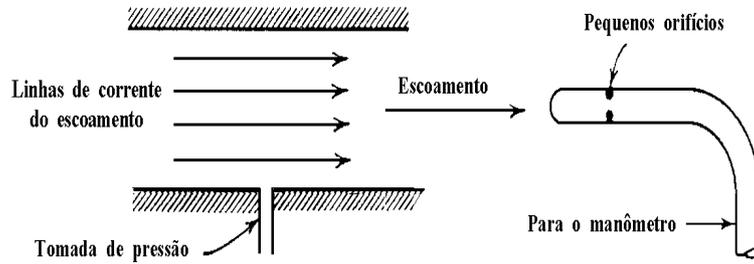


Figura 4.18: Medição da pressão estática.

Para o cálculo do coeficiente de pressão utiliza-se, via equação de Bernoulli, a seguinte equação:

$$C_p = \frac{P_{i,j} - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} \quad (4.4)$$

No caso do túnel de vento preferiu-se a utilização de outra fórmula, conforme os artigos de Müllenbach e Deutenbach [29] [30]:

$$C_p = \frac{P_{LOCAL} - P_{REF}}{P_{DIN}} = \frac{P_{i,j} - P_N}{P_S - P_N} \quad (4.5)$$

onde os pontos N e S estão indicados na figura 4.19.

Observe que testes para carros em túnel de vento apresentam limitações [18]. Devido à forma abrupta e suas dimensões em relação à seção de teste, o automóvel realiza uma perturbação no fluxo. A razão entre a área frontal do carro e a seção transversal do túnel é denominado de efeito bloqueio. Para o BMW 730i, testes experimentais indicaram razões de 11% e 21%, dependendo das seções dos

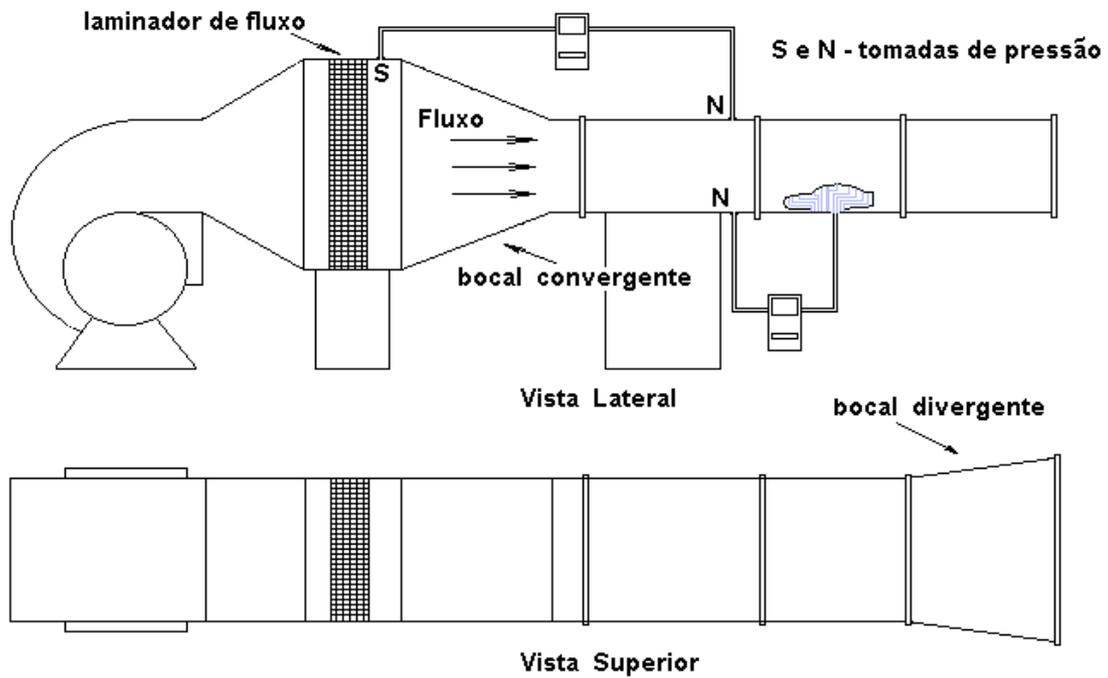


Figura 4.19: Túnel de vento de pequeno porte.

túneis, como é apresentado na tabela 4.1; já para o modelo BMWm3 o efeito de bloqueio foi de 14%.

Foram efetuados dois experimentos com o BMWm3, como mostra a figura 4.20. No primeiro teste foi coletada a pressão dinâmica uma única vez, cujo valor foi de 68.5 Pa, e também foi medida a diferença $P_{LOCAL} - P_{REF}$. Já no segundo teste, tem-se a pressão dinâmica cuja variação foi de 2.18 % entre o menor e o maior valor. Neste mesmo gráfico verifica-se uma boa concordância entre os dois experimentos e nota-se que, com exceção do primeiro ponto, há um crescimento do

Tabela 4.1: Diferenças entre os experimentos.

	Escala	Modelo Autom.	Veloc. do ar no túnel	A_{Tun}	A_{Aut}/A_{Tun}
Tún. PUC-RS [1]	1:24	BMWm3	38,5 Km/h	256 cm^2	14 %
Tún. Artigo [29]	1:5	BMW730i	100 Km/h	10 m^2	21 %
				20 m^2	11 %

C_p no capô do automóvel, atingindo o máximo na base do pára-brisas; após ocorre um decréscimo até o início do teto.

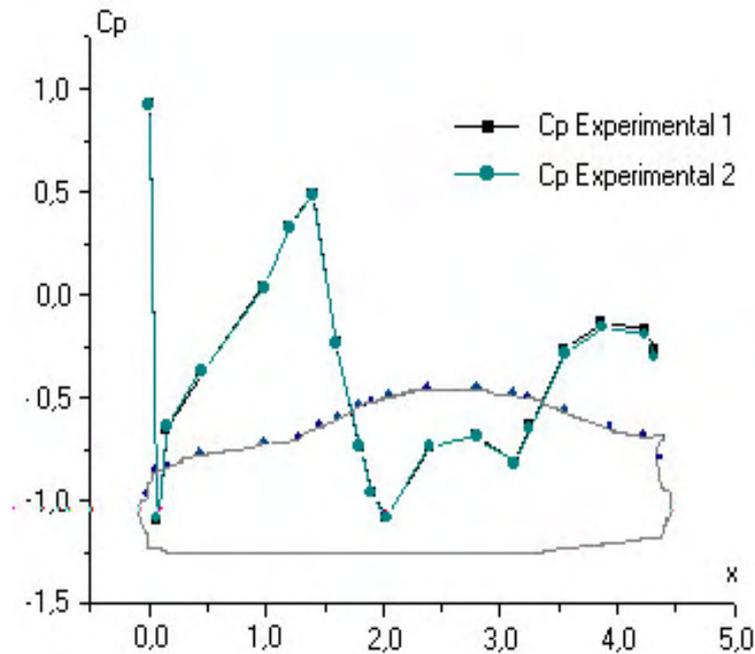


Figura 4.20: Comparação entre os coeficientes de pressão experimentais.

Os orifícios efetuados no modelo não correspondem exatamente aos mesmos pontos em escala reduzida da geometria apresentada em [29] [30]; ressalta-se também diferenças nas áreas das seções dos automóveis em relação à seção do túnel e também nas velocidades do escoamento nos experimentos, de acordo com a tabela 4.1.

A reprodução do escoamento pode ser influenciada também pelos seguintes aspectos: a interferência da camada limite na parede do túnel, a geometria do túnel, os detalhes do modelo em escala, a precisão na tomada das medições pelo manômetro e a formação de vórtices na traseira do automóvel. Adicionalmente, Von Schulz-Hausmann et. al [50] observaram que o fluxo no coletor, que representa a região de saída do fluxo no túnel, pode ser perturbado se o comprimento da seção de teste for insuficiente e se a área da seção transversal do coletor for demasiadamente pequena comparada à área de seção transversal do bocal.

Outros fatores podem interferir na experimentação em túnel de vento. O movimento entre o veículo e o solo mais a rotação das rodas são muito difíceis de se reproduzir experimentalmente [18]. Na literatura observou-se ainda que foram realizados testes em túnel de vento sobre corpos simples, em solos fixos e móveis, analisando a influência da distância entre o corpo e o solo; os resultados mostraram que estes fatores produzem efeitos significativos no arrasto aerodinâmico e no campo do fluxo [8].

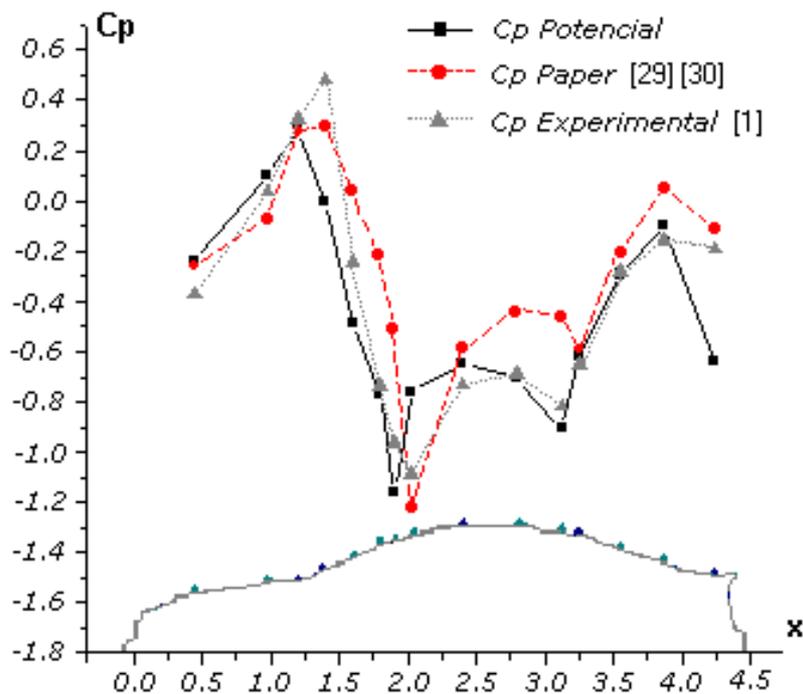


Figura 4.21: Comparação entre os coeficientes de pressão.

Constata-se, na figura 4.21, que a tendência dos resultados experimental e numérico referentes à distribuição de pressão é de acompanhar as variações de pressão no contorno da geometria.

Devido à complexidade na simulação numérica do escoamento em torno de geometrias automobilísticas utilizando a técnica de contornos virtuais em malha cartesiana e às dificuldades da reprodução experimental em escala, no que tange ao aumento e à diminuição do C_p nas regiões do automóvel, principalmente no

capô, no pára-brisa e no teto, obteve-se resultados satisfatórios conforme mostra a figura 4.21. Lembre-se que no emprego das equações do escoamento potencial não se capta a formação de vórtices. Este gráfico advém dos resultados via teoria do escoamento potencial, dos experimentos realizados em túnel de vento de pequeno porte [1], acrescidos dos resultados apresentados nos artigos [29] [30].

4.2.4 Dificuldades encontradas

Dentre as principais dificuldades enfrentadas podem ser destacadas: a confecção da malha computacional, a aplicação das condições de contorno na superfície da geometria e a escassez da literatura relacionada a simulações numéricas em geometrias automobilísticas.

Na confecção da malha computacional a principal dificuldade está relacionada ao refinamento da malha nos pontos de maior variação das velocidades e pressão apresentadas nas figuras 4.1 e 4.9. Além disto, teve-se o cuidado na relação de dimensões nas células mais afastadas da geometria, onde limitou-se $\Delta x/\Delta y < 14$.

Em um momento deste trabalho, ao simular o fluxo utilizando a equação de Navier-Stokes em torno do BMW, optou-se pelo método da redistribuição Gaussiana [28], que necessita calcular as distâncias radiais entre o contorno da superfície automobilística e os pontos mais próximos da malha. Porém, estas informações não são tão facilmente transferidas como em geometrias simples, como as apresentadas por Moser [28]. Dificuldades também foram encontradas na mensuração do número de Reynolds para a simulação da equação de Navier-Stokes que representasse de forma melhor o escoamento, levando-se em conta a convergência do código. Observou-se haver escassez de trabalhos empregando a técnica dos contornos virtuais para geometrias automobilísticas.

Outras dificuldades que surgiram estão relacionadas à reprodução experimental, em túnel de vento, visto que procurou-se um modelo automobilístico que

representasse da melhor forma os detalhes geométricos e que possibilitasse comparar os resultados com outros experimentos publicados em artigos.

No próximo ítem indica-se as conclusões e as perspectivas de continuidade deste trabalho.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

5.1 Conclusões geral e específica

Este trabalho teve como objetivo analisar o escoamento bidimensional em torno de geometrias automobilísticas utilizando a técnica dos contornos virtuais. Nas simulações numéricas utilizaram-se as equações de Navier-Stokes, de Euler e do escoamento potencial. Pode-se concluir, pelos resultados numéricos obtidos, que o método implementado, utilizando Runge-Kutta para as equações da quantidade de movimento e o SUR para a pressão, conseguiu captar as regiões de recirculação atrás das geometrias; pela equação de Laplace pode-se determinar as linhas de corrente em torno das geometrias automobilísticas e captar as velocidades na superfície. Adicionalmente, obteve-se o C_p em túnel de vento para um automóvel (BMW) em escala reduzida comparável aos dos encontrados na literatura [29] [30].

Utilizando-se as equações do escoamento potencial, o código captou bem as velocidades e as linhas de corrente para o BMW, obtendo-se resultados satisfatórios em comparação com os dados experimentais mostrados nos artigos [29] [30]. Para a geometria simplificada os resultados foram coerentes na região inclinada em comparação com a implementação da equação de Euler e de Navier-Stokes; surgem diferenças nos resultados na região horizontal devido à formação de vórtices na parte traseira da geometria, o qual não ocorre utilizando a teoria do escoamento potencial.

Na simulação do escoamento utilizando as equações de Navier-Stokes foi possível a captação de vórtices na parte traseira da geometria simplificada para $Re=8000$. Comparado com os resultados utilizando-se as equações de Euler, observa-se um decréscimo maior do C_p até a primeira quina e uma oscilação na região horizontal. Para a geometria automobilística (BMW) verificou-se a formação de um pequeno vórtice no vidro traseiro e um maior atrás da geometria, devido ao

aumento da área, o que provoca um gradiente de pressão adverso e a conseqüente recirculação.

Para os testes em túnel de vento de pequeno porte os resultados foram satisfatórios levando-se em conta as dificuldades que se encontrou devido às escalas e aos fatores técnicos como a velocidade do escoamento, a interferência da camada limite na parede do túnel, o efeito bloqueio, a formação de vórtices na traseira do automóvel, entre outros. Foram utilizados dois métodos para medir a pressão dinâmica: no primeiro teste foi mantida a primeira leitura e no segundo foram realizadas leituras da pressão dinâmica a cada leitura da pressão na superfície do modelo. Observou-se que houve um aumento do C_p no capô do automóvel, atingindo o máximo na base do pára-brisa; após ocorre uma diminuição até o início do teto, de acordo com os resultados apresentados em [29] [30].

Dentre os cuidados numéricos necessários, inclui-se o ajuste cuidadoso nos refinamentos da malha a fim de que as relações entre Δx e Δy não levassem o algoritmo para uma situação de erro ou de instabilidade. Estas relações interferem na quantidade de pontos da malha cartesiana e, conseqüentemente, no tempo computacional. Desta forma, a qualidade da malha interfere decisivamente na obtenção de resultados satisfatórios.

Conforme descrito por Moin [27], para escoamentos em torno de geometrias complexas como a de um automóvel, não é viável a utilização da técnica dos contornos virtuais em malha cartesiana e, para tais geometrias torna-se mais eficiente a combinação de coordenadas generalizadas com contornos virtuais.

Portanto, diante das dificuldades encontradas na simulação numérica, devido à complexidade das geometrias automobilísticas, às técnicas de implementação das condições de contorno em malha cartesiana, ao baixo número de artigos relacionados a experimentos em túnel de vento e a simulações numéricas disponíveis para geometrias automobilísticas, e o bom desempenho na utilização da equação de Laplace na simulação do escoamento potencial, os resultados obtidos neste trabalho

forneem uma contribuição na previsão de escoamentos sobre geometrias automobilísticas.

5.2 Perspectivas

Note que o método dos contornos virtuais utilizado neste trabalho foi baseado em expansões de segunda ordem ao invés das ordens elevadas utilizadas por Moser [28]. Propõe-se, então, num trabalho futuro a inclusão destes termos nas equações que regem o escoamento, com a finalidade de tentar captar mais precisamente as velocidades na superfície do automóvel.

Sugere-se analisar a formação de vórtices atrás do automóvel devido à influência do formato geométrico do carro. Resultados experimentais têm apresentado uma comparação entre os modelos de Fastback e Notchback na redução do coeficiente de arrasto através da diminuição de vórtices atrás do carro, como consta em [15].

Sugere-se também analisar a região inferior do automóvel que pode causar forte influência no arrasto aerodinâmico e na formação de vórtices na traseira do carro, como indicam os artigos [8] [39]; esta influência é denominada de efeito solo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ALÉ, J. A. V., AND WILGES, C. *Aerodinâmica de Automóveis utilizando Código Computacional*. Projeto FAPERGS, Porto Alegre, 2004/2005.
- [2] ANGELIS, W., DRIKAKIS, D., DURST, F., AND KHIER, W. Numerical and experimental study of the flow over a two-dimensional car model. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 62 (1996), 57–79.
- [3] BEJAN, A. *Transferência de Calor*. Edgard Blücher, São Paulo, 1994.
- [4] BURDEN, R. L., AND FAIRES, J. D. *Análise Numérica*. Thomson Learning, São Paulo, 2003.
- [5] BUTCHER, J. C. *The Numerical Analysis of Ordinary Differential Equations - Runge-Kutta and General Linear Methods*. John Willey & Sons, 1987.
- [6] DE BORTOLI, A. L. *Introdução à Dinâmica de Fluidos Computacional*. Ed. UFRGS, Porto Alegre, 2000.
- [7] FADLUN, E. A., VERZICCO, R., ORLANDI, P., AND MOHD-YUSOF, J. Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *J. Comp. Phys.*, 161 (2000), 35–60.
- [8] FAGO, B., LINDNER, H., AND MAHRENHOLTZ, O. The effect of ground simulation on the flow around vehicles in wind tunnel testing. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 38 (1991), 47–57.
- [9] FERZIGER, J. H., AND PERIC, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*, 2nd ed. Springer, Berlin, 1999.
- [10] FORTUNA, A. O. *Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos: Conceitos Básicos e Aplicações*. EdUsp, São Paulo, 2000.

- [11] FOX, R. W., AND McDONALD, A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. LTC, Rio de Janeiro, 1998.
- [12] GOLDSTEIN, D., ADACHI, T., AND SAKATA, H. *Modeling a flow between concentric cylinders with an external force field*. 11th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Orlando, Florida, 1993.
- [13] GOLDSTEIN, D., HANDLER, R., AND SIROVICH, L. Modeling a no-slip boundary with an external force field. *J. Comp. Phys.* 105 (1993), 354–366.
- [14] GRESHO, P. M., AND SANI, R. L. On pressure boundary conditions for the incompressible Navier-Stokes equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 7 (1987), 1111–1145.
- [15] GROSCHE, F. R., AND MEIER, G. E. A. Research at DLR Göttingen on bluff body aerodynamics, drag reduction by wake ventilation and active flow control. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 89 (2001), 1201–1218.
- [16] HIMENO, R., AND FUJITANI, K. Numerical analysis and visualization of flow in automobile aerodynamics development. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 46-47 (1993), 785–790.
- [17] HIRSCH, C. *Numerical Computational of Internal and External flows*, vol. 1: Fundamentals of Numerical Discretization. John Wiley and Sons, New York, 1988.
- [18] HUCHO, W., AND SOVRAN, G. Aerodynamics of road vehicles. *Fluid Mechanics to Vehicle Engineering* 25 (1993), 485–537.
- [19] HUGHES, W. F., AND BRIGHTON, J. *Introdução à Dinâmica de Fluidos*, 2nd ed. Coleção Shaum. McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1979.
- [20] JAMESON, A., AND MARTINELLI, L. Mesh refinement and modelling errors in flow simulation. *AIAA Journal.* 36 (1998), 676–686.

- [21] JUSTO, A. Geração de malhas, condições de contorno e discretização de operadores para dinâmica de fluidos computacional. Dissertação de Mestrado, UFRGS - PPGMAp, Porto Alegre, 2001.
- [22] KNUPP, P., AND STEINBERG, S. *The Fundamentals of Grid Generation*. CRC Press, New Mexico, 1993.
- [23] LEVEQUE, R. J., AND LI, Z. The immersed interface method for elliptic equations with discontinuous coefficients and singular sources. *SIAM J. Numer. Anal.* 31, 4 (1994), 827–862.
- [24] MALISKA, C. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1995.
- [25] MERZKIRCH, W. *Flow Visualization*. Academic Press Inc., New York, 1974.
- [26] MOHD-YUSOF, J. Combined immersed-boundary/b-spline methods for simulation of flow in complex geometries. *Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research* (1997), 317–324.
- [27] MOIN, P. Advances in large eddy simulation methodology for complex flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 23 (2002), 710–720.
- [28] MOSER, C. A. S. Simulação numérica de esteiras em transição utilizando o método dos contornos virtuais. Dissertação de Mestrado, UFRGS - PPGMAp, Porto Alegre, 2002.
- [29] MÜLLENBACH, P., AND DEUTENBACH, K. R. Determination of dynamic pressure and reference pressure in automotive wind tunnels with open test section. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 38 (1991), 11–22.
- [30] MÜLLENBACH, P., AND DEUTENBACH, K. R. Influence of boundary layer control systems on the flow field around passenger cars. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 38 (1991), 29–45.

- [31] NAVIER, C. L. M. H. *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France t. VI*. Paris, 1822.
- [32] OKUMURA, K., KURIYAMA, T., KATO, A., AND HAYASHI, Y. Development of crosswind spoiler. *JSAE*, 17 (1996), 293–299.
- [33] PARAMESWARAN, S., ANDRA, R., SUN, R., AND GLEASON, M. A critical study on the influence of far field boundary conditions on the pressure distribution around a bluff body. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 67 & 68 (1997), 117–127.
- [34] PEDROSO, C. A. Simulação de fluxos bidimensionais, laminares e incompressíveis entre superfícies móveis. Dissertação de Mestrado, UFRGS - PPGMAp, Porto Alegre, 2001.
- [35] PESKIN, C. Flow patterns around heart valves: A numerical method. *J. Comp. Phys.*, 25 (1977), 220–252.
- [36] POISSON, S. D. Mémoire sur les équations générales de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques et des fluids. *Journal de l'Ecole Polytechnique xiii*, 1 (1829).
- [37] PRANDTL, L. On the fluid motions with very small friction. *Anais do III Congresso Internacional de Matemática, Heidelberg* (1904), 484–491.
- [38] SAIKI, E., AND BIRINGEN, S. Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: Application of a virtual boundary method. *J. Comp. Phys.* 123, 36 (1996), 450–465.
- [39] SARDOU, M. "Reynolds effect" and "moving ground effect" tested in a quarter scale wind tunnel over a high speed moving belt. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 22 (1986), 245–270.
- [40] SCHLICHTING, H. *Boundary Layer Theory*. McGraw-Hill, New York, 1968.

- [41] STOKES, G. G. *On the Theory of the Internal Friction of Fluids in Motion and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids*, vol. 8-287. Trans. Cambridge Phil. Society, Cambridge, 1845.
- [42] TAKAGI, M. Application of computers to automobile aerodynamics. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 33 (1990), 419–428.
- [43] TANNEHILL, J. C., ANDERSON, D. A., AND PLETHCER, R. H. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 2 ed. Taylor and Francis, Whashington, 1997.
- [44] THOMPSON, J. F., WARSI, Z. U. A., AND MASTIN, C. W. *Numerical Grid Generation - Foundations and Applications*. Elsevier Science Publishing, New York, 1985.
- [45] TOKATY, G. A. *A History and Philosophy of Fluidmechanis*. G. T. Foulis and Co Ltd, London, 1971.
- [46] TOURVILLE, S. Existence and uniqueness of solutions for a modified Navier-Stokes equation in R^2 . *Comm. Partial Differential Equations*, 23 (1998), 97–121.
- [47] TSENG, Y., AND FERZIGER, J. H. A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *J. Comp. Phys.*, 192 (2003), 593–623.
- [48] VAN DYKE, M. *An Album of Fluid Motion*. The Parabolic Press, Stanford, 1982.
- [49] VENNARD, J. K., AND STREET, R. L. *Elementos de Mecânica dos Fluidos*. Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro, 1978.
- [50] VON SCHULZ-HAUSMANN, F. K., AND VAGT, J.-D. Influence of test-section length and collector area on measurements in 3/4-open-jet automotive wind tunnels. *SAE*, 880251 (1988).

- [51] VON TERZI, D., LINNICK, M., SEIDEL, J., AND FASEL, H. Immersed boundary techniques for high-order methods. *AIAA*, 01-2918 (2001), 1–9.
- [52] WENDT, J. *Computational fluid dynamics: an introduction*, 2nd ed. Springer, Berlin, 1996.
- [53] WHITFIELD, D. L. *Three dimensional unsteady Euler equation solutions using flux vector splitting*. MS 39762, Mississippi, 1983.
- [54] WILLIAMS, J. C. Incompressible boundary-layer separation. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 9 (1977), 113–144.
- [55] WILLIAMSON, J. Low-storage Runge-Kutta schemes. *J. Comp. Phys.*, 35 (1980), 48–56.
- [56] YANG, W. J. *Handbook of Flow Visualization*. Hemisphere Publishing Co, 1989.