

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENGENHARIA

ESTUDO CRÍTICO DA METODOLOGIA DE CÁLCULO PARA SILOS PRISMÁTICOS  
MULTICELULARES

Márcio Waltzer Timm

Porto Alegre, 2002

**Este Trabalho de Conclusão foi analisado e julgado adequado para a obtenção do título de mestre em ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo orientador e pelo coordenador do Mestrado Profissionalizante em Engenharia, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.**

---

**Prof. Ignacio Iturrioz**

Orientador  
Escola de Engenharia  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

**Prof<sup>a</sup>. Helena Beatriz Bettella Cybis**

Coordenadora  
Mestrado Profissionalizante em Engenharia  
Escola de Engenharia  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

BANCA EXAMINADORA

**Prof. Dr. Alberto Tamagna**  
PROMEC/UFRGS

**Prof. Dr. Jun Fonseca**  
PPGEP/UFRGS

**Prof. Dr. Mário Paluch**  
UPF

Aos meus Pais:  
Ingrid e Wilson

À minha namorada:  
Grisly

## RESUMO

A armazenagem de grãos é atualmente um importante tópico a ser explorado na região sul do Brasil, e vem se desenvolvendo consideravelmente nos últimos anos. Atualmente a armazenagem é feita através de silos cilíndricos que podem ser de grandes diâmetros ou elevados.

Na área da armazenagem é importante implantar novas tecnologias como o caso de silos multicelulares prismáticos que são bastante difundidos nos Estados Unidos.

Para estudar estes silos propõe-se analisar um caso real sob a ótica morfológica e dimensional. O estudo baseia-se na comparação entre métodos de análise estrutural analítica convencional com análise numérica através do cálculo por elementos finitos, além de testar as análises de cálculo mais avançadas.

Para estudar um caso real buscaram-se informações detalhadas através de desenhos fornecidos por empresas que fabricam estes tipos de silos. Adotando um caso prático como padrão, na seqüência fez-se a análise da interação entre o número de módulos do silo com o objetivo de verificar a influência do número de módulos no dimensionamento dos componentes do silo. Analisou-se o referido projeto utilizando procedimentos clássicos de análise de dimensionamento (métodos analíticos) e compararam-se os mesmos com a análise utilizando o método dos elementos finitos. Adicionalmente executaram-se análises mais avançadas utilizando o método dos elementos finitos como não linearidade geométrica e física, flambagem e análise de frequências e modos.

Após as referidas análises pôde-se concluir que analisando dimensionalmente somente um módulo do silo, pode-se obter resultados que representam todo o conjunto de módulos. Além disso, verificou-se que a análise por elementos finitos é mais apropriada, pois permite menos simplificações de cálculo, apresentando assim resultados mais reais. Quanto às análises adicionais, verificou-se que a carga crítica de flambagem considerando a análise não linear geométrica por elementos finitos é maior do que a carga crítica obtida por análises convencionais.

## ABSTRACT

### "CRITICAL STUDY OF THE METHODOLOGY OF CALCULATION FOR MULTICELLULAR PRISMATIC SILOS "

The storage of grains is an important theme for the south of Brazil, which is being developed considerably in the last years. Nowadays for the storage in our area, the cylindrical silos are used and it can be of great diameters or heigh.

In the storage it is important to implant new technologies as the case of multicellular prismatic silos that are quite diffused in United States.

To study these silos propose to analyze a real case under the morphologic and dimensional point of view. The study bases on the comparison between methods of conventional analytic structural analysis and numeric analysis through the calculation of finite elements, besides studying the calculation analyses that are not conventionals.

To study a real case, detailed information was sought in form of drawings supplied by companies that manufacture these types of silos. Adopting a practical case as a standard, it was made the analysis of the interaction of the number of modules of the silo in order to verifying the influence of the number of modules in the design of the components of the silo. The project it was analyzed using classic procedures of design analysis (analytic methods) and this procedures were compared with the analysis using the method of the finite elements. In addition to this it was executed non conventionals analyses using the method of the finite elements, for instance: geometric and physical non linearity, buckling and analysis of frequencies and modes.

After these analyses it was concluded that analyzing the design of one module of the silo, it wss obtained results that represent the whole group of modules. Besides, it was verified that the analysis for finite elements is more appropriate, because it allows less simplifications, presenting more real results. To the not conventionals analyses, it was verified that the critical load of buckling, considering the non linear geometric analysis for finite elements, is larger than the critical load obtained by conventional analyses.

## ÍNDICE

	Pág.
1. Introdução.....	1
1.1 Contexto Geral.....	1
1.2 Motivação do Trabalho.....	3
1.3 Objetivos Gerais .....	3
1.4 Objetivos Específicos.....	4
1.5 Metodologia.....	4
1.6 Estrutura do Trabalho.....	4
2 Revisão Bibliográfica.....	6
2.1 Cálculo de Pressões nas Paredes dos Silos.....	6
2.2 Evolução da Tecnologia Utilizada na Construção de Silos para a Armazenagem de Grãos .....	7
3. Fundamentos Teóricos.....	9
3.1 Cálculo da pressão nos Grãos nas Paredes dos Silos (expressões utilizadas).....	9
3.1.1 Pressões Dinâmicas ou Sobrepressões.....	14
3.1.2 Incrementos de Pressões sobre as Paredes de Silos Retangulares devido à Saída Excêntrica de Material.....	20
3.1.3 Pressões Exercidas sobre o Funil .....	21
3.2 Aplicação das Teorias da Elasticidade e Elementos Finitos num Silo.....	23
3.3 Vento.....	24
4 Descrição do Silo Considerado como Padrão.....	25
4.1 Considerações Gerais.....	25
4.2 Descrição do Silo.....	25
5 Cálculo das Cargas Atuantes no Silo.....	30
5.1 Cálculo das Pressões Exercidas sobre o Silo Considerado como Padrão.....	30
5.2 Cargas devido a Ação do Vento.....	38
5.2.1 Cálculo do Carregamento Estático sobre o Silo Multicelular.....	38
5.2.2 Coeficiente Externo de Pressão e Forma. ....	40
5.2.3 Coeficiente de pressão Interno.....	40
5.2.4 Pressões nas Paredes - Direção do Vento 1.....	40
6 Comparação dos Métodos de Dimensionamento Analítico e Numérico.....	42
6.1 Interação entre Número de Módulos do Silo.....	42

6.2	Comparação dos Métodos de Dimensionamento Analítico e Numérico.....	46
6.2.1	Análise Analítica das Tensões.....	46
6.2.2	Análise por Elementos Finitos das Tensões no Silo.....	51
6.2.3	Comparação entre as Diferentes Análises realizadas.....	58
7	Influência de Outros tipos de Análise.....	60
7.1	Flambagem.....	60
7.1.1	Flambagem no Silo - Cálculo de Autovalores.....	60
7.1.2	Análise Não Linear Geométrica.....	62
7.1.3	Análise dos Resultados.....	64
7.2	Cálculo dos Modos e Freqüências do Silo.....	64
7.2.1	Silo Vazio.....	64
7.2.2	Silo Cheio.....	67
8	Verificação do Suporte de apoio dos compartimentos do silo.....	70
8.1	Ação do Peso Próprio do silo e do material armazenado.....	70
8.2	Ação devido ao Carregamento do Vento.....	70
8.3	Análise do Suporte por Elementos Finitos (Compartimento mais Suporte).....	71
8.4	Análise de flambagem.....	73
8.5	Análise dos Resultados.....	74
9.	Conclusões.....	75
	Referências Bibliográficas.....	78
	Apêndice I: Método dos Elementos Finitos.....	80
	Apêndice II: Resumo sobre Mecânica dos Sólidos, Teoria de Vigas e Cascas.....	83
	Apêndice III: Resumo sobre Flambagem e análises comparativas.....	88
	Apêndice IV: Resumo sobre Análise Dinâmica.....	99
	Apêndice V: Resumo de Cálculo das Tensões Analíticas.....	106

## LISTA DE SÍMBOLOS

### GRANDEZAS FÍSICAS

A	Área da seção transversal através do silo	$[\text{mm}^2]$
a	Comprimento de uma placa	$[\text{mm}]$
ae	Largura imaginária da parede do silo	$[\text{mm}]$
b	Largura de uma placa	$[\text{mm}]$
C	Abcissa característica	$[\text{mm}]$
D	Diâmetro do silo	$[\text{mm}]$
e	Excentricidade do bocal do funil	$[\text{mm}]$
E	Módulo de elasticidade	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
esp	Espessura da placa	$[\text{mm}]$
F	Força	$[\text{N}]$
F1,F2	Força devido à ação do vento em 1 e 2	$[\text{N}]$
F2,F3	Força devido à ação do vento em 2 e 3	$[\text{N}]$
H	Altura do silo	$[\text{mm}]$
h	Espessura de uma placa	$[\text{mm}]$
h1	Altura do funil do silo	$[\text{mm}]$
Hi	Altura do trecho que incide o vento	$[\text{m}]$
I	Momento de inércia	$[\text{mm}^4]$
k	rigidez da mola do sistema massa-mola	$[\text{N}/\text{m}]$
l	Comprimento da viga	$[\text{mm}]$
m	Massa de um sistema massa e mola	$[\text{N}/\text{m}/\text{s}^2]$
M1	Momento na extremidade 1 da viga submetida a flambagem	$[\text{N}.\text{mm}]$
Mc	Momento fletor no centro da parede do silo	$[\text{N}.\text{mm}]$
Me	Momento fletor na extremidade da parede do silo	$[\text{N}.\text{mm}]$
Nx	Carga axial distribuída	$[\text{N}/\text{mm}]$
P	Carga na direção axial de uma viga	$[\text{N}]$
p	Pressão estática horizontal	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
pdes	Pressão horizontal nas paredes do silo de projeto (design)	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
pe	Correção da pressão devido à excentricidade	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$

$P_{f,max}$	Pressão de horizontal máxima no enchimento do silo - segundo norma DIN	$[N/mm^2]$
$P_{f,y}$	Pressão de horizontal em Y no enchimento do silo - segundo norma DIN	$[N/mm^2]$
$p_h$	Pressão estática horizontal	$[N/mm^2]$
$P_{h,des}$	Pressão horizontal de projeto (design)	$[N/mm^2]$
$p_i$	Pressão lateral estática para um silo imaginário	$[N/mm^2]$
$p_{max}$	Pressão horizontal máxima	$[N/mm^2]$
$p_n$	Pressão normal a parede do funil	$[N/mm^2]$
$p_{ndes}$	Pressão normal às paredes do funil do silo de projeto (design)	$[N/mm^2]$
$p_t$	Pressão tangencial a parede do funil	$[N/mm^2]$
$p_{tdes}$	Pressão tangencial às paredes do funil do silo de projeto (design)	$[N/mm^2]$
$p_v$	Pressão estática vertical	$[N/mm^2]$
$q$	Carregamento devido ao vento por unidade de área	$[kN/m^2]$
$q$	Carregamento distribuído sobre a viga	$[N/mm]$
$q$	Pressão estática vertical	$[N/mm^2]$
$q_{eq}$	Carregamento devido ao vento por unidade de comprimento	$[kN/m]$
$q_{f,max}$	Pressão vertical máxima no enchimento do silo - segundo norma DIN	$[N/mm^2]$
$q_{f,y}$	Pressão vertical em Y no enchimento do silo - segundo norma DIN	$[N/mm^2]$
$Q_{max}$	Peso máximo	$[N]$
$q_{max}$	Pressão vertical máxima	$[N/mm^2]$
$q_{media,\alpha}$	Pressão média normal a parede do funil (segundo norma DIN)	$[N/mm^2]$
$Q_o$	Peso do cone superior	$[N]$
$Q_y$	Peso em Y	$[N]$
$q_\alpha$	Pressão normal a parede do funil (segundo norma DIN)	$[N/mm^2]$
$R$	Raio hidráulico	$[mm]$
$S$	Momento resistente da seção da placa	$[mm^3]$

t	Espessura da placa	[mm]
t	Tempo	[s]
Te	Período	[1/s]
Th	Tração na parede do silo	[N]
U	Perímetro da seção transversal	[mm]
$\ddot{u}(t)$	Aceleração ou segunda derivada do deslocamento	[m/s <sup>2</sup> ]
$\dot{u}(t)$	Velocidade (primeira derivada do deslocamento u)	[m/s]
u(t)	Deslocamento da massa "m"	[m]
V0	Velocidade básica do vento	[m/s]
Vdes	Pressão de atrito nas paredes do silo de projeto (design)	[N/mm <sup>2</sup> ]
V <sub>f,max</sub>	Pressão de atrito máxima na parede no enchimento do silo- segundo norma DIN	[N/mm <sup>2</sup> ]
Vk	Velocidade característica do vento	[m/s]
V <sub>α</sub>	pressão de atrito ou tangencial na parede do funil (segundo norma DIN)	[N/mm <sup>2</sup> ]
w	Deslocamento máximo de uma viga	[mm]
W	Peso do material dentro do silo	[N]
w1, w2	Deslocamentos generalizados	[mm]
Y	Ordenada da altura do silo	[mm]
α	Ângulo entre a parede do funil e a direção horizontal	[graus]
γ	Peso específico do material armazenado	[ $\frac{N}{mm^3}$ ]
δ(t)	Deslocamento da massa "m"	[m]
θ1, θ2	Deslocamentos generalizados	[graus]
ρ	Ângulo de repouso do material no enchimento	[rad]
σ <sub>f</sub>	Tensão de flexão na placa da parede do silo	[N/mm <sup>2</sup> ]
σ <sub>x</sub>	Tensão axial numa placa	[N/mm <sup>2</sup> ]
σ <sub>x,crit</sub>	Tensão axial crítica numa placa	[N/mm <sup>2</sup> ]
ω <sub>n</sub>	Frequência natural	[rad/s]

## MATRIZES E GRANDEZAS ADIMENSIONAIS

C	Coeficiente dinâmico para calcular $C_m$
C	Constante de amortecimento sistema
$C_d$	Fator de sobrepressão
$C_e$	Coeficiente dinâmico devido a excentricidade
$C_g$	Coeficiente dinâmico devido ao material
$C_H$	Coeficiente dinâmico devido à altura
$C_m$	Coeficiente dinâmico segundo norma DIN
$C_r$	Coeficiente dinâmico devido a rigidez
k	Coeficiente que representa a relação entre a pressão horizontal e vertical
k	Fator de flambagem
K	Matriz $n \times 1$
$K_{NL}$	Matriz de rigidez de flambagem
m	Número de ondas da direção de $\sigma_x$ , durante a flambagem
n	Número de semi-ondas da direção transversal a $\sigma_x$
P	Vetor de forças aplicadas
S, C	Funções de instabilidade
S1,S2,S3	Fatores para determinação da velocidade característica do vento
u	Vetor deslocamento $n \times 1$
z	Forma da curva de atrito
$\varepsilon$	Deformação unidirecional
$\mu$	Coeficiente de atrito do grão contra a parede do silo
$\nu$	Módulo de Poisson
$\rho$	Relação entre carga axial e carga crítica de flambagem

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.	TÍTULO	Pág.
1.1	Silos cilíndricos metálicos de grande diâmetro.....	1
1.2	Silo cilíndrico metálico elevado.....	2
1.3	Silo metálico prismático multicelular.....	3
3.1	Diferencial de altura para cálculo das pressões.....	9
3.2	Pressão horizontal em função do coeficiente k.....	10
3.3	Silo com a curva da pressão lateral para grandes alturas (assintótica).....	11
3.4	Curvas das pressões laterais e verticais e de atrito usadas nas equações d Reimbert.....	12
3.5	Comparação das pressões horizontais de Janssen e Reimbert silo H=5000mm.....	13
3.6	Comparação pressões Janssen e Reimbert altura H=25000 mm.....	14
3.7	Dimensões do silo.....	19
3.8	Comparação pressão versus altura do silo método Safarian e Alemão.....	19
3.9	Mudança de pressão devido à descarga excêntrica em um silo retangular.....	20
3.10	Pressões exercidas sobre o funil.....	21
3.11	Descarga do material e pressões sobre o funil.....	22
3.12	Relação das pressões normais e pressões tangenciais no funil (Janssen e DIN).....	23
4.1	Vista frontal e de perfil do silo multicelular.....	25
4.2	Vista superior dos compartimentos do silo.....	26
4.3	Interior de um módulo do silo (1 enrigecedores 2 chanfro e 3 fixação compartimentos...)	26
4.4	Indicação detalhes sobre os enrigecedores e os chanfros e paredes internas e externas....	27
4.5	Vista de cima dos compartimentos do silo e detalhe dos chanfros.....	27
4.6	Enrigecedor horizontal.....	28
4.7	Vista de perfil e superior de um funil e cada compartimento do silo.....	29
4.8	Detalhe do apoio do silo (funil apoiado sobre as vigas suportes).....	29
5.1	Desenho de uma célula do silo e funil.....	30
5.2	Carregamentos (Pressões) exercido sobre o silo.....	31
5.3	Gráfico da sobrepressão ou pressão de projeto pdes [N/mm <sup>2</sup> ].....	35
5.4	Gráfico da pressão de atrito sobre a parede pdes [N/mm <sup>2</sup> ].....	36
5.5	Gráfico da pressão Vertical [N/mm <sup>2</sup> ].....	37
5.6	Pressões de projeto horizontal, de atrito e vertical.....	38
5.7	Esboço silo e direção do vento.....	39

5.8	Coeficientes de forma para $\alpha= 90^\circ$ .....	40
6.1	Combinações de número de módulos e tipo de carregamentos estudados.....	42
6.2	Indicação das partes onde foram obtidas as tensões e deformações máximas.....	43
6.3	Tensões de Von Mises para um silo de 12 módulos.....	43
6.4	Tensões adimensionalizadas em função do número de célula e componentes.....	44
6.5	Deformações adimensionalizadas em função do número de célula e componentes.....	44
6.6	Diferença percentual entre as tensões de um silo de um módulo para um de quatro.....	46
6.7	Vista superior das células do silo indicando os esforços aplicados.....	47
6.8	Placa de uma parede vertical.....	48
6.9	Modelo com elementos finitos.....	52
6.10	Pressões horizontais e vinculação.....	52
6.11	Tensões de Von Mises - análise linear.....	53
6.12	Tensões de Von Mises - análise não linear geométrica.....	53
6.13	Tensões de Von Mises - análise não linear geométrica e física.....	54
6.14	Tensões de Von Mises em um módulo do silo.....	55
6.15	Tensões nas paredes verticais próximas a metade da altura do silo.....	55
6.16	Tensões numa placa da parede vertical.....	56
6.17	Tensões nas paredes do funil do silo.....	56
6.18	Tensões numa placa do funil.....	57
6.19	Coluna entre duas vigas horizontais.....	57
7.1	Modelo para um módulo do silo quadrado multicelular.....	60
7.2	Condições de vinculação do silo.....	61
7.3	Primeiro modo de flambagem.....	62
7.4	Carga versus deformação para comportamento não para o silo inteiro.....	63
7.5	Deformada do silo - análise não linear geométrica.....	63
7.6	Primeiro modo de vibração.....	65
7.7	Primeiro modo de vibração silo completo.....	66
7.8	Segundo modo de vibração silo completo.....	66
7.9	Terceiro modo de vibração silo completo.....	67
7.10	Primeiro modo de vibração.....	68
7.11	Segundo modo de vibração.....	69
7.12	Terceiro modo de vibração.....	69
7.13	Espectro de potência do vento.....	69
8.1	Carregamento devido ao peso próprio mais peso material estocado.....	70

8.2	Modelo silo vazio completo e carregamento devido ao peso do material.....	71
8.3	Tensões de Von Mises devido à ação do vento e peso de material armazenado.....	72
8.4	Deformada e elementos do suporte.....	73
8.5	Primeiro modo de flambagem do suporte do silo.....	74

## ÍNDICE DE TABELAS

Tab.	TÍTULO	Pág.
3.1	Valores do fator dinâmico Cd.....	15
3.2	Pressões segundo DIN 1055-6 no enchimento d silo.....	16
3.3	Pressões no silo durante o esvaziamento de material.....	17
3.4	Coeficientes dinâmicos segundo DIN 1055-6.....	17
3.5	Coeficiente da expressão 3.12.....	18
5.1	Valores de Y [mm] para cada incremento (i).....	33
5.2	Coeficientes de forma em função das dimensões do silo para $\alpha= 90^\circ$ .....	40
5.3	Carregamento estático - direção 1.....	41
6.1	Resultados analíticos das tensões nos componentes do silo.....	50
6.2	Comparação das tensões de Von Mises das partes mais solicitadas do silo.....	58
7.1	Modos e respectivos fatores de flambagem para o silo inteiro.....	61
7.2	Resultados das análises para cada componente.....	64
7.3	Freqüências e modos de vibração silo vazio.....	65
7.4	Freqüências e modos de vibração silo cheio.....	67
8.1	Valor máximo Tensão [MPa] nas vigas suporte.....	73
8.2	Modos e fatores de flambagem linear.....	73

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Contexto Geral

A agricultura no sul do Brasil vem se desenvolvendo de maneira considerável nos últimos anos. Para acompanhar esta evolução, se faz necessário o desenvolvimento de novas tecnologias e a atualização das técnicas empregadas neste setor. Um dos aspectos mais importantes dentro da agricultura é a questão da armazenagem. A tendência é que pequenos empresários invistam em projetos próprios de armazenagem, visando melhorar as margens de lucro.

No país, atualmente, existem alguns tipos de silos metálicos, normalmente empregados para a estocagem de grãos, como os silos cilíndricos metálicos planos de grandes diâmetros, apresentados na figura abaixo.



*Fonte: Site Kepler Weber*

Figura 1.1 – Silos cilíndricos metálicos de grande diâmetro

Além dos silos cilíndricos metálicos, existem os silos cilíndricos elevados, que são caracterizados pela distância da sua base até o chão, o que facilita o carregamento direto por caminhões de transporte de grãos. Estes silos podem ser visualizados na figura que segue.



*Fonte: Site Kepler Weber*

Figura 1.2 – Silo cilíndrico metálico elevado

Sob a ótica internacional, podemos analisar o caso dos Estados Unidos, onde os silos metálicos prismáticos multicelulares são usados para a estocagem de grãos como maneira eficiente e econômica de armazenar vários tipos de produtos dentro de um mesmo silo. Estes silos são compostos por compartimentos internos, isolados por paredes, que permitem a separação de diversos tipos de cereais e facilitam a descarga, já que, por serem silos elevados, favorecem a dosagem durante o carregamento dos caminhões.

Na figura 1.3 pode-se verificar a construção dos referidos silos em uma fazenda americana.

Uma das vantagens dos silos modulares é a praticidade na montagem de vários módulos em uma única estrutura. Outro fator considerável é a economia de espaço, já que, uma única parede divide duas células. Nos silos cilíndricos não teríamos o mesmo aproveitamento.



*Fonte: MSSSI "Material Storage Systems, Inc"*

Figura 1.3 – Silo metálico prismático multicelular

## 1.2 Motivação do trabalho

Tendo em vista as diversas vantagens apresentadas pelos silos metálicos multicelulares prismáticos, como: eficiência, praticidade e economia na área da armazenagem de grãos, percebe-se a relevância da implantação dessas tecnologias no sul do Brasil, permitindo inovações na agricultura e resultando no desenvolvimento da região.

Conforme abordado anteriormente, estes tipos de silos apresentam mais vantagens do que os silos cilíndricos, no que diz respeito a montagem, descarga, dosagem, separação de cereais e economia de aço.

Entende-se que o estudo do tema proposto contribuirá para o conhecimento técnico dos silos metálicos multicelulares, através da determinação de uma sistemática para sua análise estrutural e dimensionamento mecânico.

## 1.3 Objetivos Gerais

Este trabalho tem como foco principal a discussão da metodologia de cálculo empregada para silos prismáticos multicelulares, tanto nos diversos aspectos ligados a sua análise estrutural, como seu dimensionamento mecânico.

## 1.4 Objetivos específicos

Analisando de uma maneira mais específica tem-se como objetivos:

- 1 Comparar os resultados obtidos, aplicando os métodos de análise estrutural e dimensionamento mecânico analítico convencional, encontrado na bibliografia (Troistky, 1990), com métodos mais sofisticados, utilizando ferramentas numéricas de cálculo, como o método dos elementos finitos, tomando como padrão o projeto de um silo multicelular projetado pela empresa americana MSSSI – Material Storage Systems, Inc;
- 2 Discutir as limitações dos diferentes modelos e análises baseados no método dos elementos finitos;
- 3 Estudar os efeitos desconsiderados nas análises avançadas visando estabelecer seu efeito no dimensionamento.

## 1.5 Metodologia

O estudo de caso do silo multicelular teve seu início através de contatos com empresas que projetam e fabricam estes tipos de silos. Após contato com a empresa americana MSSSI - Material Storage Systems, Inc., obteve-se um projeto que serviu como base para o estudo apresentado neste trabalho.

Tal projeto foi verificado através dos procedimentos clássicos de análise e dimensionamento baseados em métodos analíticos, discutindo os diversos aspectos encontrados.

Foi utilizado o método de elementos finitos, em particular o Sistema Comercial Ansys 5.5, 1998, confeccionando diversos modelos de análise e discutindo a validade e a importância de sua aplicação no caso estudado (silos quadrados multicelulares).

## 1.6 Estrutura do trabalho

Para uma melhor compreensão por parte do leitor, organizou-se o trabalho a partir da presente introdução, passando, no capítulo 2, para uma revisão bibliográfica sobre os assuntos estudados. A parte teórica foi concentrada no capítulo 3, o qual apresenta fundamentos teóricos, abordando cada tema separadamente.

No capítulo 4 são apresentados todos os detalhes de projeto do silo multicelular, que serviu como base para o estudo proposto nesta dissertação. No capítulo 5 encontra-se o cálculo das pressões exercidas sobre o silo e o cálculo das forças do vento sobre a estrutura.

No capítulo 6 é apresentada a interação do número de módulos do silo. Também são apresentados os resultados e comparações realizadas, utilizando os métodos convencionais e empregando o método dos elementos finitos, discutindo diversos aspectos dos mesmos. No capítulo 7, são apresentadas algumas análises avançadas, as quais são flambagem, não linearidade geométrica e o cálculo das propriedades dinâmicas do sistema em estudo. Todas as análises realizadas nos compartimentos dos silos foram feitas, também, na estrutura suporte de apoio (pórtico) dos mesmos e estão descritas no capítulo 8. Finalmente, o capítulo 9 expõe as conclusões finais sobre o trabalho desenvolvido.

No apêndice I é apresentado um resumo sobre o método dos elementos finitos. No apêndice II é estudado um problema genérico da mecânica dos sólidos, além das teorias de vigas e cascas. No apêndice III se encontra um resumo sobre flambagem e algumas análises comparativas sobre o mesmo tema. O apêndice IV é um resumo sobre a teoria da parte dinâmica. E finalmente no apêndice V é apresentado o resumo de cálculo das tensões analíticas do silo.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta revisão bibliográfica compreende diversos aspectos do cálculo de silos:

### 2.1 Cálculo de pressões nas paredes de silos

O problema de determinar a pressão nas paredes de silos não é um tema trivial e tem ocupado a engenheiros práticos e pesquisadores a várias décadas, sendo este tópico ainda tema de trabalhos e novas pesquisas.

Uma das expressões clássicas, ainda utilizada para cálculo de pressões de materiais armazenados, foi desenvolvida por H.A. Janssen, 1895, que desenvolveu equações diferenciais baseadas na lei do equilíbrio para determinação de pressões estáticas horizontais. A determinação da relação das pressões horizontais e verticais foi obtida de forma experimental também por Janssen, 1895, que não considera o efeito dinâmico. Ele resolve a equação diferencial de equilíbrio para um caso estático e não considera o efeito dinâmico do deslocamento de grãos. Este tema é abordado com mais detalhe no capítulo 3.

Na França, nos anos de 1953 e 1954, Marcel e André Reimbert, apresentam um método para cálculo de pressões estáticas, obtendo equações baseadas em ensaios experimentais, conforme salientado no capítulo 3.

Reimbert, 1953, estabeleceu que quanto mais altos os silos, a curva da pressão lateral sobre as paredes verticais do silo tornam-se assintóticas em relação a direção vertical, na parte inferior do silo, conforme pode se verificar no capítulo 3.

Na segunda metade do século passado, foi reconhecido que sobrepressões ocorriam quando houvesse movimento de material. Um dos estudos mais citados na literatura técnica foi feito por Safarian, 1969, que é baseado em coeficientes experimentais de correção das pressões estáticas. Um respeitado trabalho relacionado com sobrepressões está apresentado na Norma Alemã (DIN 1055, folha 6, Norma de silo), que teve sua primeira publicação em 1964. Este método utiliza as equações de Janssen e aplica coeficientes empíricos, determinando as sobrepressões ou pressões dinâmicas.

Em relação ao problema da saída excêntrica dos grãos do silo, seu tratamento é um tema delicado. Entre as formas de estudar o problema, as mais clássicas são as Normas DIN 1055-6, 1964. Outro trabalho a salientar é o de Safarian, 1969, que apresenta o método do silo imaginário que consiste em considerar um silo com paredes mais largas do que a realidade para representar o efeito da saída excêntrica do grão.

Mais recentemente tem-se trabalhos científicos relacionados com as pressões, devido ao material armazenado, como U. Marconi, A. Petri, A. Vulpiani, 2000, que apresentam uma forma de esclarecer os mecanismos que determinam a teoria de Janssen, com uma abordagem experimental e numérica.

## 2.2 Evolução da tecnologia utilizada na construção de silos para a armazenagem de grãos

Estudos realizados sobre a história antiga da agricultura e armazenagem, constataram que em um determinado período do ano, que hoje corresponde ao mês de julho, o nível das águas do Nilo subia causando inundações na terra. Nesse período, os agricultores pouco tinham a fazer, assim, trabalhavam para o faraó em construções, como celeiros de armazenamento de cereais, para que quando o mês de março chegasse, fosse possível estocar os cereais em celeiros. Estes celeiros parecem ser os primeiros silos da história.

Na Europa, o início do século XIX, foi marcado pelas construções em forma de cavas subterrâneas para a armazenagem de comida.

Em 1875 o artigo "French Mode of Curing Forrage" mostrou os esforços dos agricultores franceses e alemães para a armazenagem de pastagem no inverno. Um agricultor francês, chamado August Goffart, armazenou milho durante muitos anos e escreveu "The Ensilage of maized and Green Forage Crop", onde mostrava seus silos elípticos de alvenaria, bem como métodos de armazenagem. Estas duas publicações foram traduzidas para o idioma Inglês em 1879 e causaram um impacto imediato nos agricultores americanos.

Em 1910 foi publicado nos Estados Unidos um boletim denominado "Concrete Silo Construction", onde foram detalhadas instruções para construir um silo de concreto armado, que tornaram-se os mais populares do século XX.

Nos últimos anos difundiram-se fortemente os silos metálicos, que vêm sendo fortemente utilizados por grandes empresas do ramo de armazenagem.

Em relação a dimensionamento de silos, Juan Ravenet Catalan, 1977, mostra exemplos de cálculo de silos multicelulares retangulares de concreto. Troitsky, 1990, apresenta uma metodologia analítica bem abrangente de dimensionamento de silos metálicos multicelulares prismáticos. Projetos estruturais de silos metálicos estão apresentados no Eurocode 3, Part 4, mas os estudos ainda não estão completos. Encontra-se na ESDEP WG, o cálculo de silos metálicos cilíndricos, quadrados e retangulares, entretanto não abrange silos multicelulares.

Fazendo referência a empresas que projetam e fabricam silos metálicos multicelulares quadrados, a área de concentração está nos Estados Unidos, onde tem-se empresas respeitadas como

MSSI – Material Storage Systems, Inc, TOM-CINMETALS e Abel Manufacturing Company. Em relação ao Brasil uma das maiores empresas no ramo de silos é a Kepler Weber localizada no Rio Grande do sul, a qual direciona seus projetos a silos cilíndricos.

### 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo apresentam-se os fundamentos teóricos de ferramentas, leis e análises utilizadas no desenvolvimento do trabalho.

#### 3.1 Cálculo da pressão dos grãos nas paredes dos silos (expressões utilizadas)

A pressão exercida pelos grãos sobre as paredes do silo é sem dúvida uma das principais ações que este tipo de estrutura está submetida. Sua determinação não é trivial e deve ser considerada em diversos aspectos:

- Pressão estática
- Pressão dinâmica exercida na carga e na descarga do silo
- Incidência da excentricidade no bocal de saída

As mais clássicas expressões sobre pressões de materiais armazenados apareceram em 1895, quando Janssen, apresentado por Juan Ravenet Catalan, 1977, desenvolveu equações para calcular pressões laterais e verticais de materiais granulares sobre silos.

Tal método é baseado no equilíbrio de uma diferencial de altura conforme figura 3.1.

$$q \cdot A + \gamma \cdot A \cdot dy = A \cdot \left( q + dy \cdot \frac{dq}{dy} \right) + \mu' \cdot p \cdot (U \cdot dy) \quad (3.1)$$

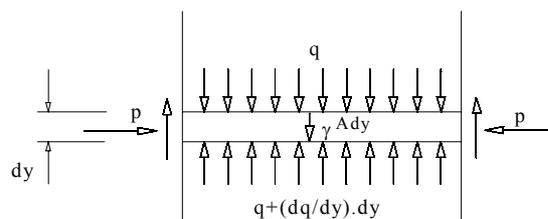


Figura 3.1 – diferencial de altura para cálculo das pressões

onde:

$q$  = pressão estática vertical na altura  $Y$

$A$  = área da seção transversal horizontal através do silo

$U$  = perímetro da seção transversal

$p$  = pressão do material armazenado sobre as paredes na altura  $Y$ , abaixo da superfície do material armazenado.

$\gamma$  = peso específico do material armazenado

$\mu$  = coeficiente de atrito do grão contra a parede do silo.

A solução para a equação diferencial é dada pela fórmula de Janssen para a pressão vertical na altura Y, como:

$$q = \frac{\gamma \cdot R}{\mu' \cdot k} \left( 1 - e^{-\frac{\mu' \cdot k \cdot Y}{R}} \right) \quad (3.2)$$

O valor de k foi obtido experimentalmente por Janssen, o qual verificou que tal coeficiente varia conforme o tipo de material armazenado no silo.

Segundo Janssen, k é a relação entre as pressões horizontal e vertical. Koenen melhorou o método de Janssen para a determinação do termo de k, onde definiu que  $k = (1 - \text{sen}\rho)/(1 + \text{sen}\rho)$ , ou simplesmente  $K = \tan^2(45 - \rho/2)$ , onde  $\rho$  = ângulo de repouso do material no enchimento.

O raio hidráulico definido pela relação entre a área e o perímetro da seção transversal do silo é representado pela variável R.

Chegando-se finalmente a expressão 3.3, que permite calcular o valor da pressão lateral ou horizontal nas paredes de um silo em função da ordenada Y. Considerando-se a expressão 3.3, na figura 3.2 são apresentadas variações da pressão horizontal (p) de um silo quadrado de 5 metros de altura, onde cada curva tem diferentes valores de k (armazenagem de ervilha, feijão, milho e açúcar granulado).

$$p = \frac{\gamma \cdot R}{\mu' \cdot k} \left( 1 - e^{-\frac{\mu' \cdot k \cdot Y}{R}} \right) \quad (3.3)$$

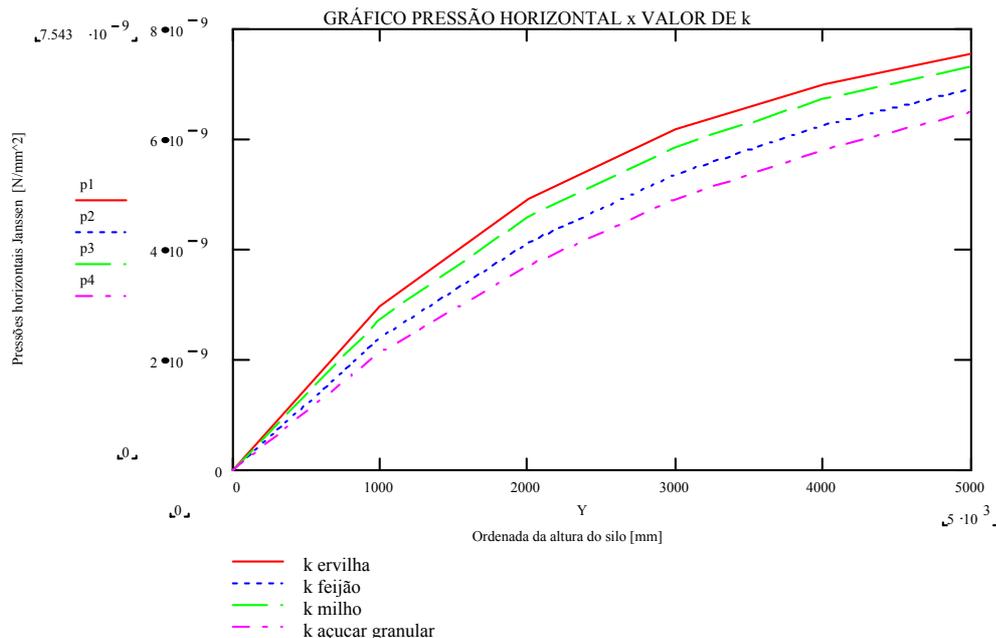


Figura 3.2 -pressão horizontal em função do coeficiente K.

Outro método para cálculo da pressão estática nas paredes dos silos foi apresentado por Marcel e A. Reimbert nos anos de 1953 e 1954.

Este método tem como base que para grandes alturas (Y) a curva da pressão lateral é assintótica, como pode se verificar na figura 3.3.

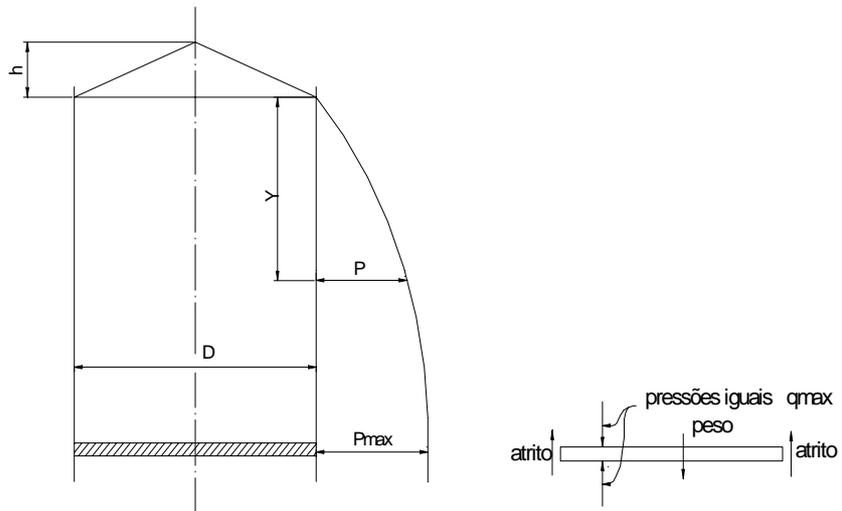


Figura 3.3 - Silo com a curva da pressão lateral para grandes alturas (assintótica)

Uma lâmina de material tirada da parte da curva (figura 3.3), onde a pressão é máxima, tem as mesmas pressões tanto na sua parte superior como na parte inferior. Conseqüentemente o peso da lâmina é balanceado pelo atrito nas paredes do silo conforme equação abaixo:

$$\gamma \cdot A \cdot dy = \mu \cdot p_{\max} \cdot U \cdot dy \quad (3.4)$$

Onde:

A = área da seção transversal

U = perímetro da seção transversal do silo

Considerando que R é o raio hidráulico, A/U, pode-se escrever que:

$$p_{\max} = \frac{\gamma \cdot R}{\mu} \quad (3.5)$$

A pressão vertical neste ponto (pressão horizontal máxima) é:

$$q_{\max} = \frac{p_{\max}}{k} = \frac{\gamma \cdot R}{\mu \cdot k} \quad (3.6)$$

Considerando o cone de material no topo do silo (figura 3.3), o peso total do material acima da lâmina vale:

$$W = \gamma \cdot A \cdot Y + \gamma \cdot A \cdot h / 3 \quad (3.7)$$

Este peso é graficamente apresentado pela curva I da figura 3.4.

Na figura 3.2, pode-se notar a Curva I, onde tem-se o peso total versus altura Y. Se não existisse atrito entre o material estocado e as paredes do silo, a pressão vertical sobre a lâmina seria igual ao peso do material estocado representado pela curva I. O método de cálculo é caracterizado pela determinação experimental do atrito entre as paredes do silo e o material (curva III). A pressão vertical é dada pela diferença entre a curva I e curva III. M. e A. Reimbert mostraram experimentalmente que a forma da curva do atrito é expressa por:

$$z = \frac{a1 \cdot y^2 + a2 \cdot y + a3}{b1 \cdot y + b2} \quad (3.8)$$

Onde: a1, a2, a3, b1 e b2, são constantes obtidas usando cinco condições de contorno nas curvas da figura 3.4.

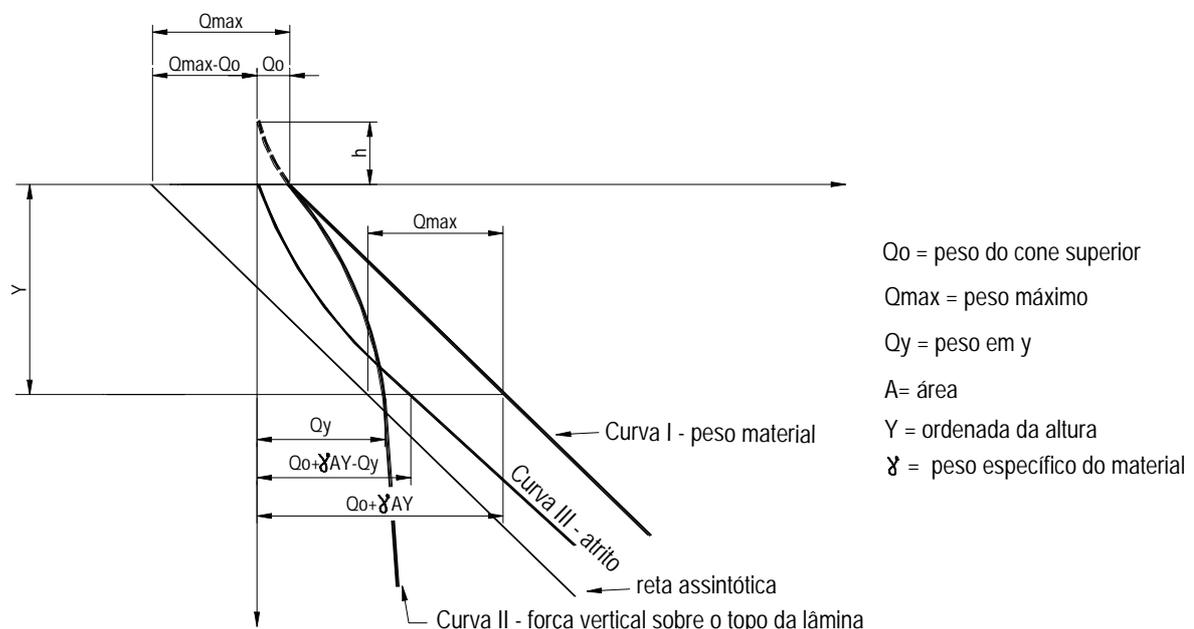


Figura 3.4 – Curvas das pressões laterais e verticais e de atrito usadas nas equações de Reimbert

A altura h é a altura do cone na extremidade do silo conforme figura 3.3.

As equações de Reimbert para pressões estáticas são tiradas das curvas da figura 3.4, pois a curva I do peso do material é conhecida. A curva III de atrito é obtida conforme descrito anteriormente e a curva II, é a diferença entre as duas anteriores, portanto, analisando as equações que representam as curvas, tira-se as expressões da pressão vertical e pressão horizontal..

Pressão Vertical, a uma altura Y:

$$q = \gamma \cdot \left[ \left( \frac{Y}{C} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right] \quad (3.9)$$

Pressão Lateral, a uma altura Y:

$$p_{\max} = \left[ 1 - \left( \frac{Y}{C} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (3.10)$$

Onde:

$h$  = altura do cone formado pelo material armazenado (figura 3.3).

$Y$  = ordenada da altura do silo (figura 3.3).

$C$  = abscissa característica, que para silos quadrados vale:  $C = \frac{a}{\pi\mu.R} - \frac{h}{3}$

A seguir é apresentada uma comparação entre o método de Janssen e Reimbert, considerando dois tipos de materiais armazenados: milho e ervilha. Primeiramente calculou-se as pressões considerando a altura do silo de  $H = 5000$  mm. Em uma segunda análise, considerou-se uma altura de  $H = 25000$  mm. Os resultados estão apresentados nas figuras 3.5 e 3.6 a seguir.

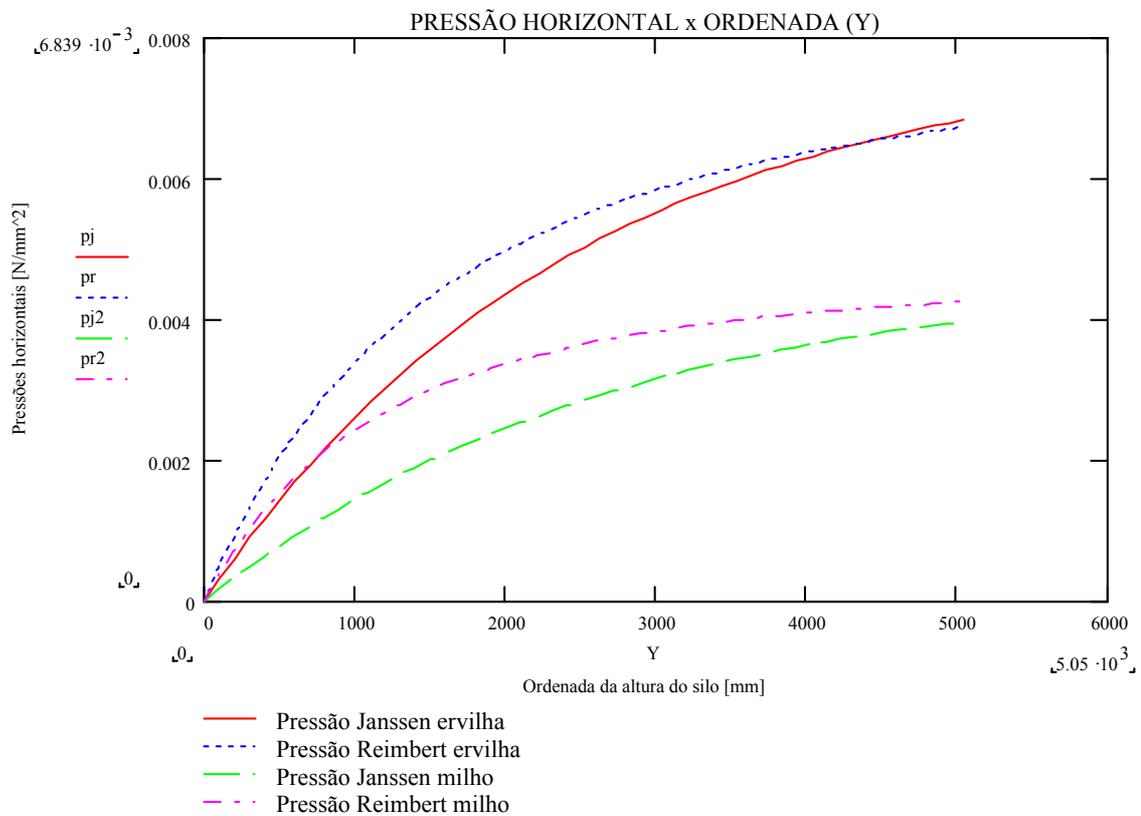


Figura 3.5 - comparação das pressões horizontais de Janssen e Reimbert silo  $H = 5000$  mm

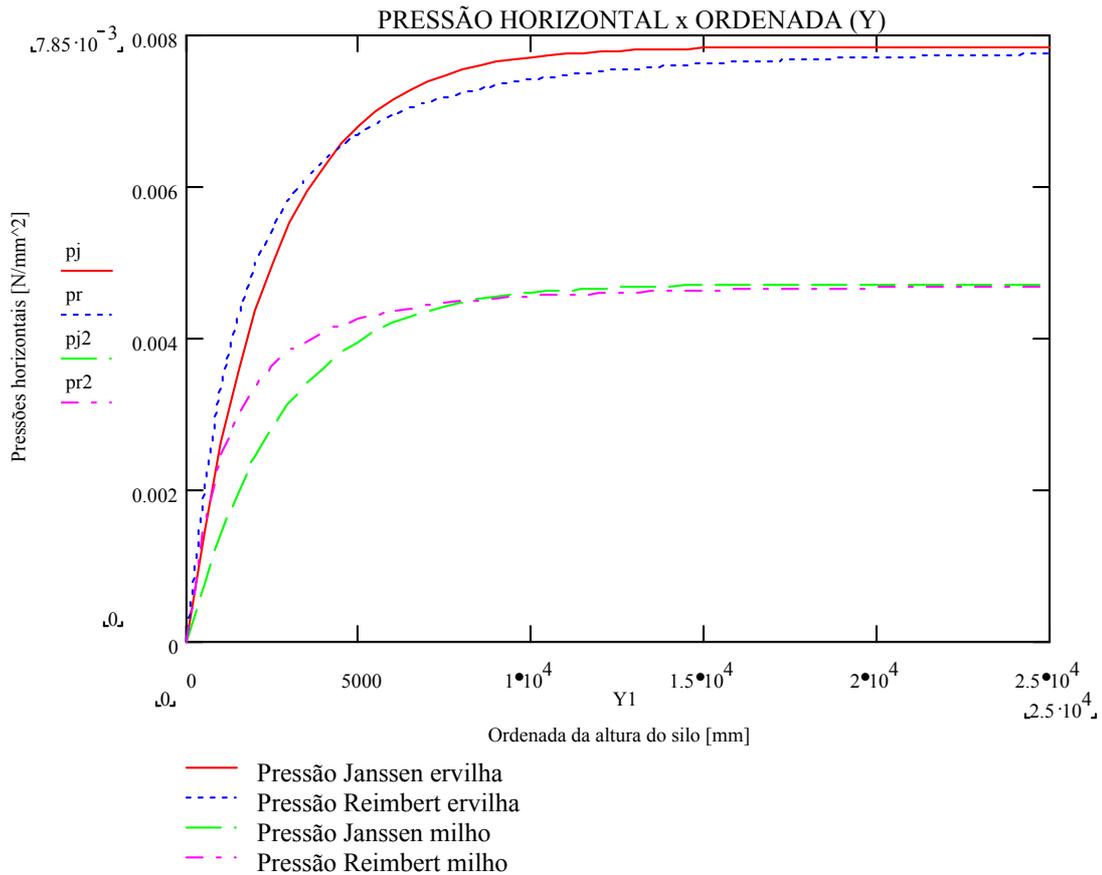


Figura 3.6 - comparação pressões Janssen e Reimbert altura  $H = 25000$  mm

Fazendo uma analogia dos gráficos acima (figura 3.4 e 3.6), pode-se dizer que:

1. Para silos relativamente baixos, as pressões horizontais, segundo o método de Reimbert, são ligeiramente maiores do que no método de Janssen.
2. Para grandes alturas, há uma inversão na pressão horizontal de Reimbert, tornando-se menor a pressão de Reimbert do que a de Janssen.
3. A tendência apresentada nos itens 1 e 2, mostrados acima, se mantém para diferentes materiais
4. A determinadas alturas as pressões apresentam valores constantes (curva assintótica).

### 3.1.1 Pressões Dinâmicas ou Sobrepressões

As pressões dinâmicas ou sobrepressões são causadas quando temos o movimento do produto armazenado, no esvaziamento de material.

As sobrepressões podem ser geradas por várias causas, como: arqueamento do material armazenado; colapso do material; súbitas mudanças no canal de fluxo, velocidades e direções; mudanças entre o fluxo no funil e o fluxo de massa.

Existem alguns métodos para determinar estas pressões, baseados na aplicação de coeficientes empíricos sobre as pressões estáticas e outros que calculam diretamente as sobrepressões.

Entre os métodos mais utilizados podem-se citar o método de Safarian (1969) e o método proposto pela Norma Alemã (DIN 1055-6,1964).

Safarian, 1969, desenvolveu um processo para cálculo das pressões de projeto de materiais armazenados sobre silos, envolvendo os métodos de Janssen ou Reimbert, ou seja, as pressões estáticas calculadas por um destes métodos são multiplicadas por fatores de sobrepressão denominados Cd, obtendo-se assim as pressões de projeto.

Os valores dados para o fator de correção (Cd) são baseados em vários estudos experimentais e são determinados utilizando tabelas. Estas tabelas dão o valor de Cd em função do tipo de aplicação, morfologia do silo e relações de dimensões, tanto para aplicação sobre as pressões estáticas de Janssen, como nas pressões estáticas de Reimbert. Estes coeficientes são facilmente encontrados na literatura. Como demonstração, pode-se verificar na tabela 3.1 abaixo, uma amostra destas tabelas.

Descrição de aplicação	Reimbert	Janssen	Nota
Fator de correção Cd. Silos quadrados e retangulares $H / (a \text{ ou } b) = 1,5$	1,40	1,65	Para ambos os métodos se $H/(a \text{ ou } b) > 5$ , o valor de Cd deve ser aumentado de 15%.
$H / (a \text{ ou } b) \geq 1,5$	1,65	1,65	

Tabela 3.1 Valores do fator dinâmico Cd

Já a Norma Alemã (DIN 1055-6, 1964), apresenta expressões próprias aplicáveis em certas condições que se detalham na continuação:

As hipóteses consideradas na Norma Alemã são que:

- As estruturas para armazenagem devem ser cilíndricas ou prismáticas;
- Os materiais a serem armazenados são granulares ou em pó;
- A coesão dos materiais em pó ou granulares é pequena em relação ao atrito interno
- Os silos não podem ter seção transversal variável;
- A relação H/D (altura e largura) deve ser maior do que 0,8;

- Os silos devem armazenar materiais não muito coesos, como no caso de materiais que incham (comida de animais);
- Os silos devem armazenar materiais granulares e em pó, onde a razão pressão vertical peso específico ( $q/\gamma$ ) seja menor do que 25 metros.
- Os silos devem ter altura menor do que 25 metros.

A DIN 1055-6, 1964, segue uma analogia parecida com a do método anterior, aplicando coeficientes às pressões estáticas de Janssen, entretanto, sob uma ótica diferente. No esvaziamento, que segundo a norma DIN, é onde ocorrem alterações nas pressões estáticas devido ao efeito dinâmico da saída do material.

As expressões para cálculo das pressões, considerando o enchimento do silo são resumidas na tabela abaixo;

Pressão/profundidade	Profundidade Ilimitada	Profundidade limitada
Atrito na parede	$V_{f,\max} = \frac{\gamma}{R}$	$V_{f,\max} = \frac{\gamma}{R}$
Pressão horizontal	$P_{f,\max} = \frac{\gamma \cdot R}{\mu'}$	$(P_f)_y = P_{f,\max} \cdot zy$
Pressão Vertical	$q_{f,\max} = \frac{\gamma \cdot R}{\mu' \cdot K}$	$(q_f)_y = q_{f,\max} \cdot zy$

Tabela 3.2 - Pressões segundo DIN 1055-6 no enchimento do silo

Onde:

$$zy = 1 - e^{-\frac{\mu' \cdot k \cdot Y}{R}} \quad (\text{valor tirado da equação de Janssen})$$

$\gamma$  = peso específico do material estocado

$\mu$  = coeficiente de atrito entre material armazenado e parede do silo

$Y$  = ordenada da altura do silo

$R$  = raio hidráulico

Analisando a tabela acima verifica-se que as pressões de enchimento para profundidade limitada são as mesmas pressões estáticas de Janssen

Conforme salientado anteriormente, durante o esvaziamento as pressões são calculadas, aplicando fatores dinâmicos (definidos a seguir) sobre as pressões calculadas no

enchimento do silo, sendo as expressões mostradas na tabela 3.3, a seguir.

Pressão de atrito	$V_e = 1,10.V_f$
Pressão horizontal	$P_e = C_e \cdot C_m \cdot p f$
Pressão vertical	$q_e = q f$

Tabela 3.3 - pressões no silo durante o esvaziamento de material

Os coeficientes acima apresentados são empíricos e são função de:

- Forma do silo (circular e prismático);
- Altura do silo;
- Excentricidade do funil (saída de material);
- Rigidez do silo;
- Tipo de material armazenado.

Estes coeficientes são definidos e resumidos na tabela 3.3 abaixo.

Silos circulares com $r/h \geq 100$	Silos circulares com $r/h \leq 70$	Silos quadrados, retangulares e poligonais
$C_m = 1 + 0,5.C + 0,02.C \cdot \frac{r}{h}$	$C_m = 1,0 + 3.C \cdot \sqrt{\frac{H}{D}}$	$C_m = 1 + 0,8.C$

Tabela 3.4 - Coeficientes dinâmicos segundo DIN1055-6

Observação: Os valores de  $C_m$  entre 70 e 100 são obtidos por interpolação.

Onde:

$C$  = definido a seguir

$H$  = altura do silo

$D$  = diâmetro ou largura do silo

$h$  = espessura da parede do silo

Conforme tabela 3.3 o coeficiente  $C_m$  é função de outro coeficiente ( $C$ ). Este é determinado multiplicando-se vários coeficientes como mostrado na expressão abaixo:

$$C = C_H \cdot C_e \cdot C_r \cdot C_g \quad (3.11)$$

Os coeficientes da expressão acima são obtidos conforme tabela 3.4.

Fator altura	$1,0 < C_H = \left( 0,13 \cdot \frac{H}{D} + 0,87 \right) \leq 1,4$	
Fator excentricidade	$1,0 \leq C_e = 0,5 \cdot \left( 1 + 3 \cdot \frac{e}{r} \right) \leq 2,0$	
Fator rigidez	$r/h \leq 70$	$r/h \geq 100$
	$C_r = 0,3$	$C_r = 0,05$
Fator material	Cg (Este fator é encontrado na norma DIN 1055-6 em função do material armazenado.)	

Tabela 3.5 - Coeficientes da expressão 3.12.

Onde:

H = altura do silo

D = diâmetro ou largura do silo

e = excentricidade do bocal do funil

r = raio do silo ou metade da largura do silo

h = espessura da parede do silo

Comparativo entre os métodos de Safarian e a Norma DIN:

Para efeitos de comparação, utilizou-se um exemplo de um silo quadrado similar as dimensões de um silo multicelular, conforme figura 3.6, de altura H= 5050 mm, com o lado a = 1000 mm, utilizado para armazenar grãos. As características do material estão relacionadas abaixo. Estes coeficientes, apresentados abaixo, foram definidos anteriormente e para a ervilha valem:

$$\gamma = 7,85 \cdot 10^{-6} \text{ N/mm}^3$$

$$\mu = 0,25$$

$$\phi = \frac{25\pi}{180} \text{ rad}$$

$$K = \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)}$$

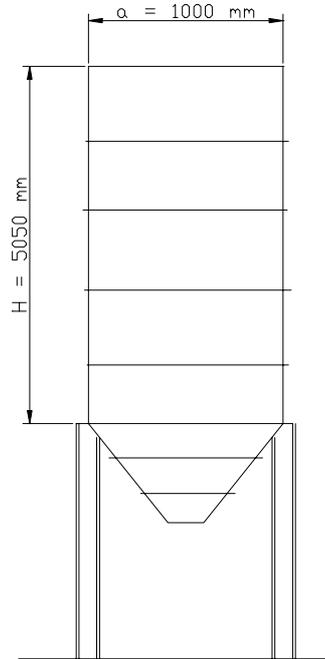


Figura 3.7 - dimensões do silo

No gráfico da figura 3.8, abaixo, constata-se que o método de Safarian calcula pressões horizontais em torno de 20% maiores que o código alemão.

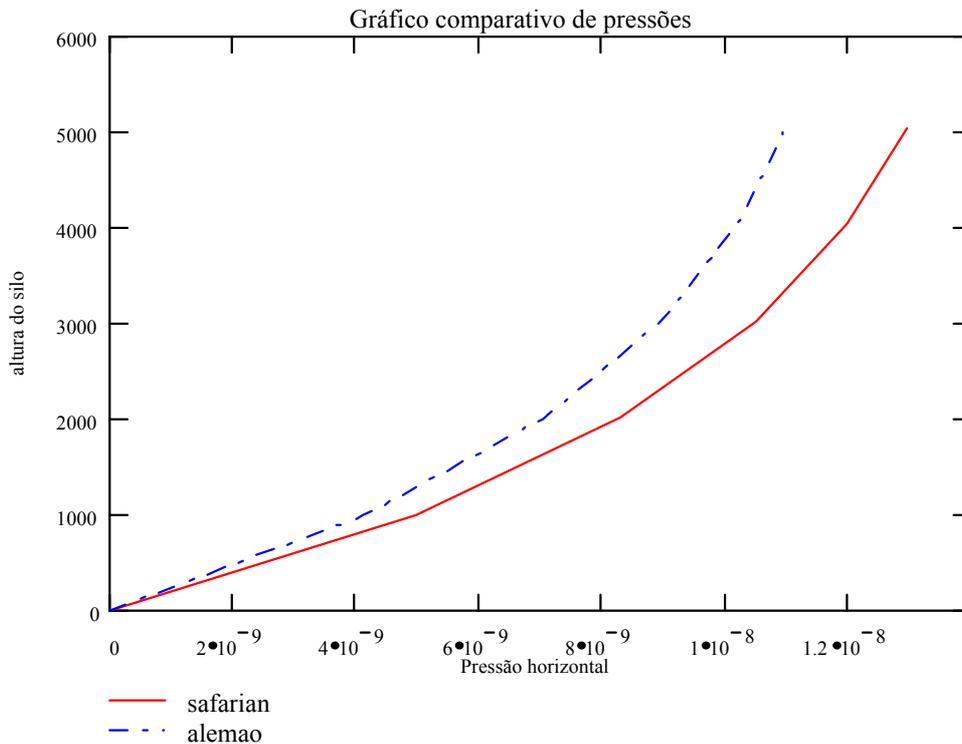


Figura 3.8 – Comparação pressão versus altura do silo método Safarian e Alemão

### 3.1.2 Incrementos de pressões sobre as paredes de silos retangulares devido à saída excêntrica de material

As pressões atuantes em paredes de silos, devido a saídas excêntricas, podem ser diferenciadas sensivelmente das pressões em silos de saída concêntrica.

Um método bastante difundido para cálculo destas pressões excedentes é o método do Silo Imaginário (ACI 313-77), no qual o efeito causado pela descarga excêntrica pode ser considerado pela adição de uma pressão  $pe$ , correspondendo à pressão lateral de projeto, que é calculada baseando-se ou no método de Janssen ou de Reimbert.

A pressão *de projeto* lateral a uma altura  $Y$  é calculada pela seguinte equação:

$$P_{h,des} = Cd \cdot ph + \frac{Y}{H} \cdot pe \quad (3.12)$$

A correção  $pe$  a altura  $H$  é:

$$pe = pi - ph(y = H) \quad (3.13)$$

onde:

$P_h$  = pressão horizontal estática

$P_{h,des}$  = pressão de projeto (*design*)

$H$  = altura do silo

$Y$  = ordenada da altura do silo

$Cd$  = coeficiente dinâmico (sobrepessão)

$pi$  = a pressão lateral estática a uma altura  $H$  em um silo imaginário como mostrado na figura 3.9.

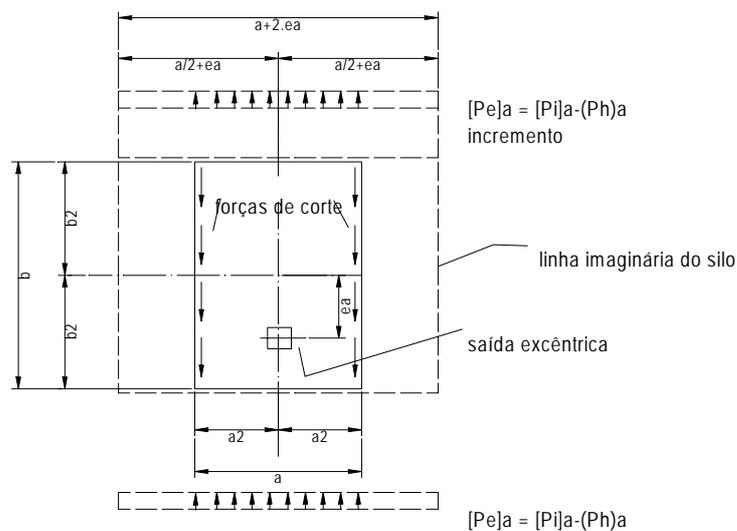


Figura 3.9 –mudança de pressão devido a descarga excêntrica em um silo retangular

### 3.1.3 Pressões exercidas sobre o Funil

Janssen (1895) definiu as pressões sobre as paredes inclinadas ( $p_n$  e  $p_t$ ), conforme figura 3.10 abaixo. Estas pressões são função das pressões estáticas, horizontal e vertical.

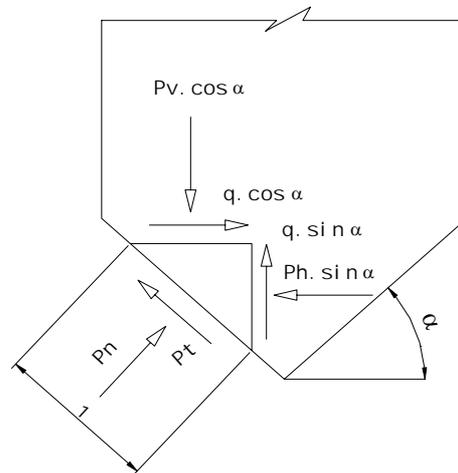


Figura 3.10 – pressões exercidas sobre o funil

Fazendo-se uma projeção destas pressões sobre as linhas de ação de  $p_n$  e  $p_t$ , obtém-se:

$$p_n = p_v \cdot (\cos(\alpha))^2 + p_h \cdot (\sin(\alpha))^2 \quad (3.14)$$

$$p_t = \frac{1}{2} \cdot (p_v - p_h) \cdot \sin(2\alpha) - q \cdot \cos(2\alpha) \quad (3.15)$$

Onde:

$p_h$  = pressão horizontal

$p_v$  = pressão vertical

$q$  = pressão de atrito ( $q = \mu \cdot p_h$ )

Para a obtenção das sobrepensões ou pressões de projeto que agem no funil, faz-se a mesma análise das paredes verticais do silo, onde as pressões horizontais e verticais são multiplicadas por coeficientes empíricos ( $C_d$ ), os quais são os mesmos para o caso das pressões exercidas nas paredes verticais, conforme visto anteriormente.

Outra ótica relacionada à pressões sobre o funil é apresentada no código alemão que calcula a pressão de atrito por unidade de área  $V\alpha$  e a pressão normal ( $q\alpha$ ), para silos com paredes inclinadas  $\alpha > 20$  graus,

A Norma Alemã DIN sugere um simples método, onde os efeitos do material que está dentro do funil e o material que está acima do funil são considerados separadamente, e posteriormente são somados, conforme figura 3.11.

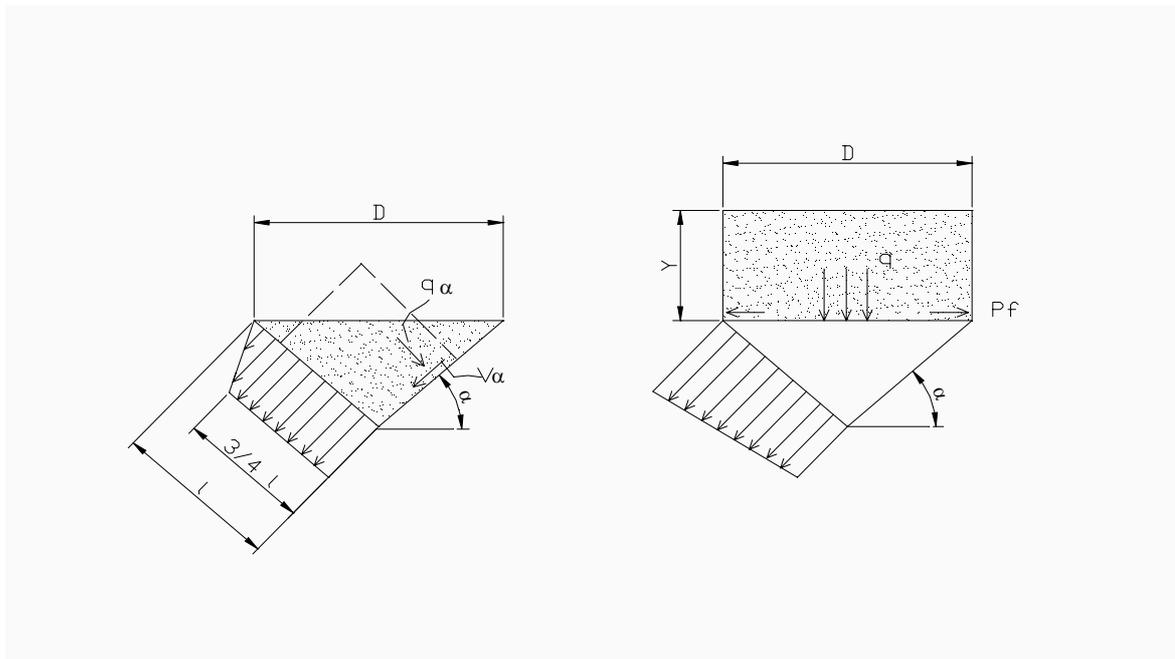


Figura 3.11 – Descarga do material e pressões sobre o funil

- Material dentro do funil:

Pressão normal:

$$q\alpha = 2,4 \cdot \gamma \cdot R \cdot \frac{(\sin^2(\alpha))}{\sqrt{\mu'}} \quad (3.16)$$

Força de atrito por unidade de área:

$$V\alpha = \frac{q\alpha}{2} \quad (3.17)$$

Material acima do funil:

Extremidade Superior:

$$q\alpha = (qf \cdot \cos^2 \alpha + pf \cdot \sin^2 \alpha) \left( 1 + \frac{\sin(2\alpha)}{4 \cdot \mu'} \right) \quad (3.18)$$

Extremidade inferior:

$$q\alpha = qf \cdot \cos^2(\alpha) \quad (3.20)$$

- Força de atrito por unidade de área:

$$V\alpha = \frac{q_{medio}\alpha}{2} \quad (3.21)$$

Para efeitos de comparação entre os dois métodos de cálculo das forças que agem no funil, traçou-se um gráfico da relação entre a pressão normal de Janssen ( $pn$ ) e a pressão normal,

segundo código alemão ( $q\alpha$ ). Apresenta-se no gráfico a relação da pressão tangente de Janssen ( $pt$ ) e a pressão tangencial segundo norma alemã ( $V\alpha$ ) para valores de alfa ( $\alpha$ ) de  $20^0$  a  $90^0$ , conforme gráfico da figura 3.12.

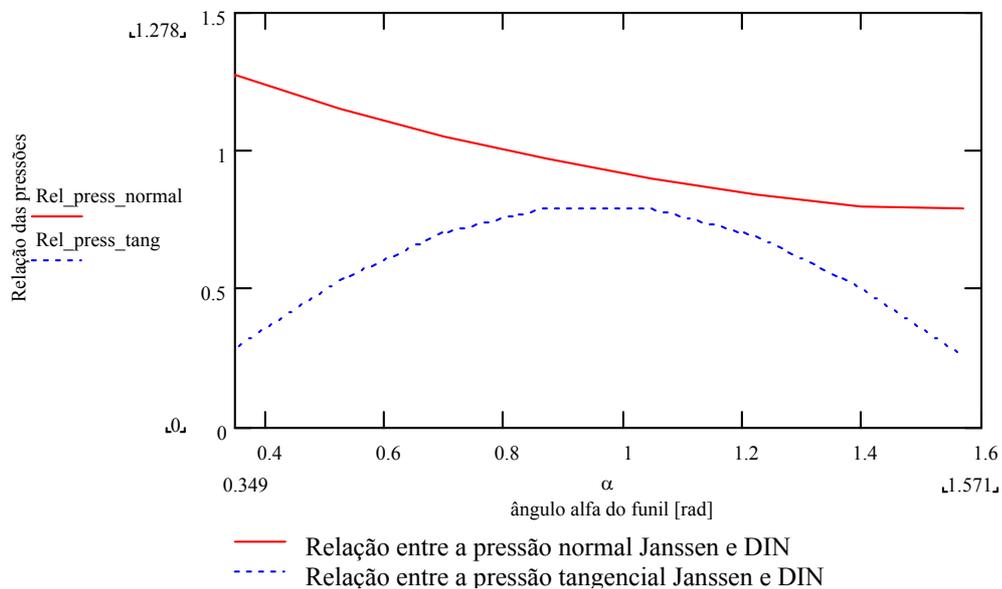


Figura 3.12 - Relações das pressões normais e pressões tangenciais no funil (Janssen e DIN)

Pode-se verificar que:

1. Os valores das pressões normais de Janssen e DIN são similares;
2. As pressões tangenciais de Janssen são menores para todos os valores de alfa;
3. As pressões de Janssen para alfa pequenos e grandes ( $20$  e  $90$  graus ou  $0.349$  e  $1.57$  radianos) são menores que a metade dos valores das pressões tangenciais segundo a norma DIN;
4. Para ângulos intermediários as pressões tangenciais, segundo os dois métodos, quase se equivalem.

### 3.2 APLICAÇÃO DAS TEORIAS DA ELASTICIDADE E ELEMENTOS FINITOS EM UM SILO

Quando se tem uma estrutura complexa como um silo quadrado multicelular, composto de um conjunto de vigas acopladas com cascas, o uso de soluções prontas como as teorias de vigas e cascas, podem ser usadas, entretanto, com hipóteses conservativas, que levam ao superdimensionamento da estrutura, causando elevações de custos de material. O método dos elementos finitos permite dimensionar a estrutura de forma global, podendo melhor representar a realidade.

Para modelar o problema do silo, utilizou-se o programa de elementos finitos Ansys 5.5, onde para os elementos de placas utilizou-se o elemento Shell 63, caracterizado por estar baseado na hipótese de placas finas (Kirchhof-Love), considerando o material elástico. Além disso, tem capacidade de flexão e membrana, permite cargas normais e no plano do elemento tem seis graus de liberdade por nó e capacidade de incluir grandes deslocamentos (não linearidade geométrica). Para as vigas utilizou-se o elemento "BEAM4", caracterizado por ser elástico, baseado na teoria de vigas finas de Euler-Bernoulli, com seis graus de liberdade por nó e com capacidade de grandes deslocamentos (não linearidade geométrica).

### 3.3 VENTO

Segundo a ESDEP, 1994, o efeito do vento sobre silos não é considerado no dimensionamento das paredes destes silos, mas somente na estrutura da fundação ou no caso de silos elevados na estrutura suporte. Um argumento que pode se destacar é que a pressão dinâmica devido à ação do vento é mais de dez vezes menor do que a pressão lateral devido à ação do material.

Segundo Troitsky, 1990, a ação do vento em uma estrutura de um silo elevado apoiado sobre um conjunto de vigas suporte, pode causar um aumento das tensões nestas vigas. Quanto mais alto é o silo, maior é o efeito da força do vento na estrutura de apoio dos compartimentos.

A determinação da força do vento pode ser calculada segundo a Norma Brasileira NBR 6123 "Forças Devidas ao Vento nas Edificações".

## 4. DESCRIÇÃO DO SILO CONSIDERADO COMO PADRÃO

### 4.1 Considerações Gerais

Neste capítulo será apresentado um projeto de silo quadrado modular de patente americana (MSSI – Material Storage Systems, Inc) que será utilizado como modelo para a realização de várias verificações estruturais. A seleção do silo foi baseada na disponibilidade de informação, a qual permitiu realizar as comparações e análises de forma mais ajustada.

Pelo que foi observado na pesquisa bibliográfica, não há muita diferença nas características globais da estrutura deste tipo de silo.

### 4.2 Descrição do silo

O silo em análise é formado por 12 células, sendo que cada uma delas tem uma área transversal de 3048 mm por 3048 mm e uma altura de 21107 mm.

Na figura 4.1 tem-se as vistas frontal e de perfil do silo. Na figura 4.2 é mostrada a vista superior, onde se pode analisar a disposição das células.

Como se pode notar, este silo é composto de 12 células ou compartimentos dispostos, conforme vista superior da figura 4.2 a seguir.

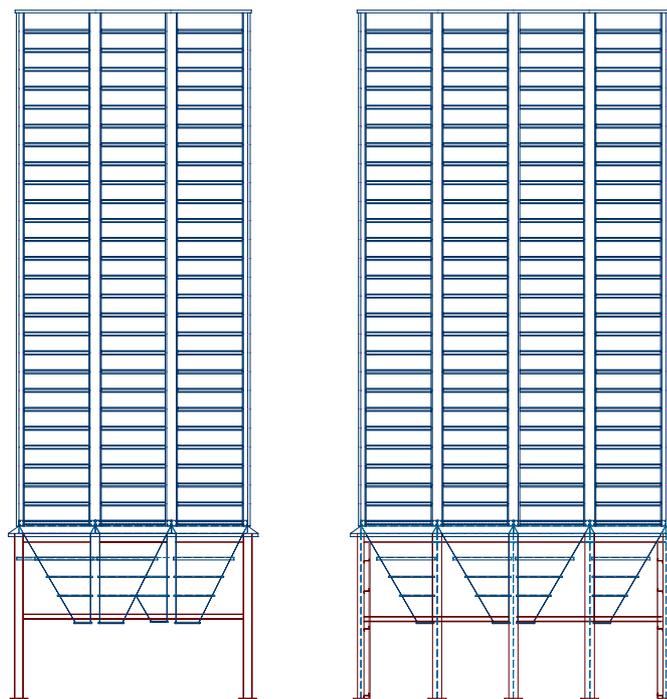


Figura 4.1 - Vista frontal e de perfil do silo multicelular

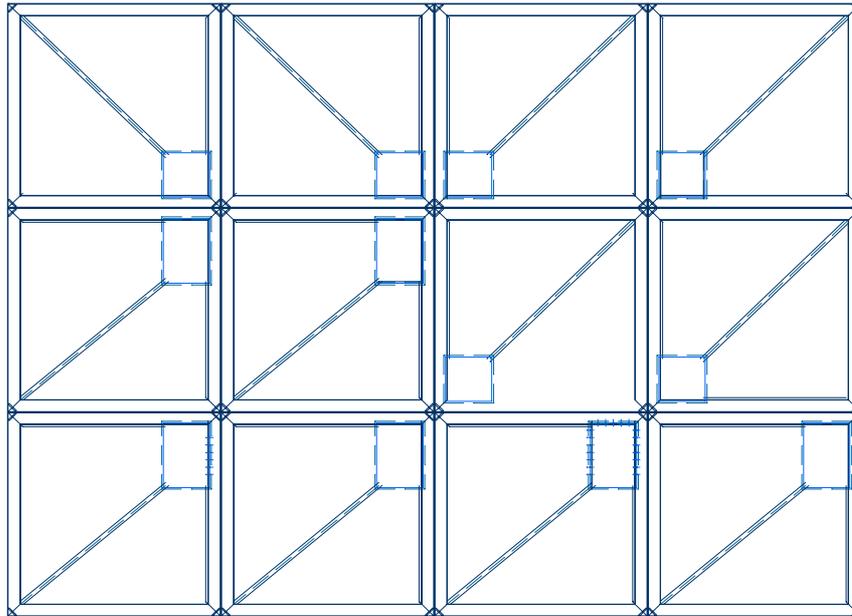
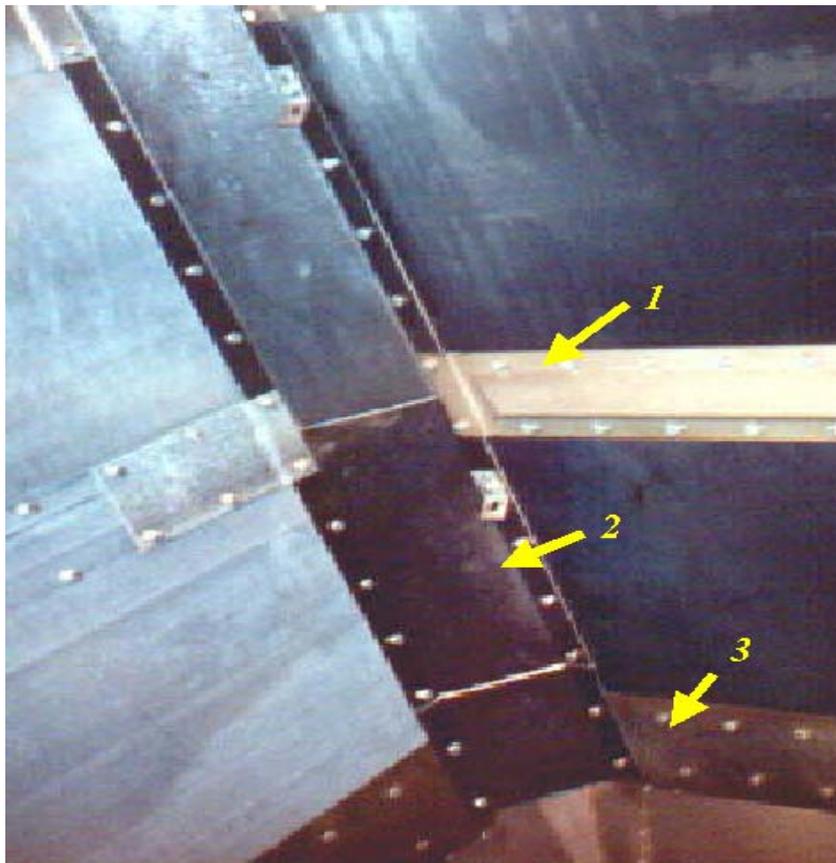


Figura 4.2 - vista superior dos compartimentos do silo

Os chanfros das uniões entre cada módulos dos silos ("Interior Corner Chamfer") são ilustrados na figura 4.3.

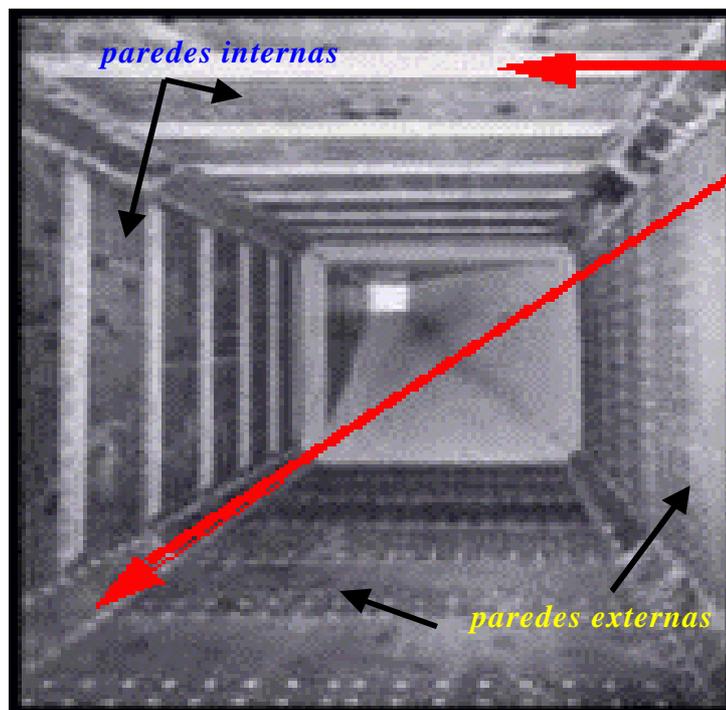


Fonte: MSSSI, "Material Storage Systems, Inc"

Figura 4.3 - Interior de um módulo do silo (1 enrijecedores 2 chanfro e 3 fixação compartimentos)

Analisando o interior de um módulo dos silos é possível visualizar detalhes construtivos como os chanfros entre os módulos dos silos, conforme indicado na figura 4.3 (flecha inferior), bem como na figura 4.4 (flecha inferior).

Na figura 4.5 pode-se observar como são dispostos os chanfros entre os compartimentos dos silos e assim percebe-se como são feitas as uniões entre as células. É importante observar que estes chanfros nada mais são, que as próprias colunas verticais dos compartimentos do silo.



Fonte: MSSSI, "Material Storage Systems, Inc"

Figura 4.4 – indicação de detalhes sobre os enrijecedores, chanfros e paredes internas e externas.

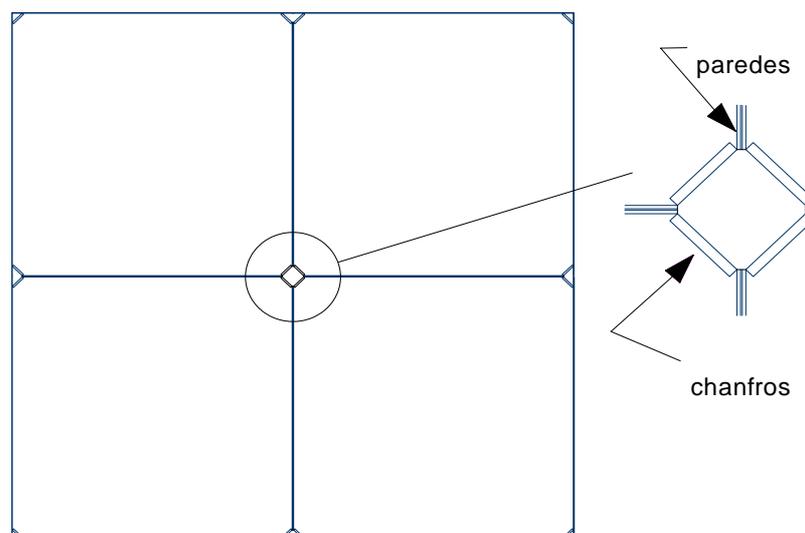


Figura 4.5 – Vista de cima dos compartimentos do silo e detalhe dos chanfros

Outro aspecto importante refere-se aos enrijecedores horizontais, que são utilizados para diminuir a flexão das paredes, gerada pela pressão horizontal exercida pelo material estocado. Observou-se que estes têm a forma triangular com um ângulo de  $60^{\circ}$ , conforme figura 4.6. Estes podem também ser vistos nas figuras 4.3 e 4.4.

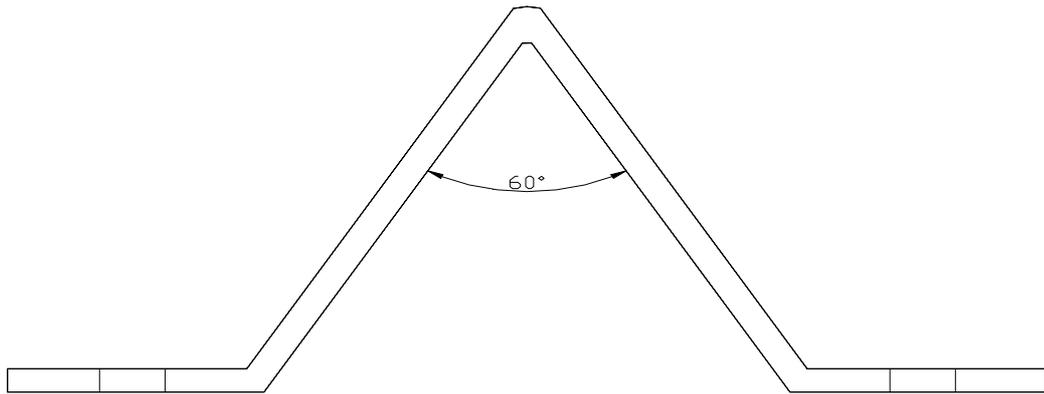


Figura 4.6 – Enrijecedor horizontal

É importante ressaltar que os enrijecedores horizontais são fixados em todas as paredes dos silos, tanto nas paredes externas do silo, como nas paredes divisórias das células. Nas paredes externas, estes enrijecedores são fixados na parte de fora do silo. Para cada parede interna, os enrijecedores são fixados em somente um dos lados de cada parede. Na figura 4.4 pode-se verificar o acima exposto.

Os enrijecedores horizontais têm a forma triangular que permite ligeira diminuição do coeficiente de atrito e conseqüentemente, diminuem as pressões horizontais sobre as paredes.

Outro componente importante em um silo é o funil. Ele é responsável pela descarga do material em caminhões. Como se pode imaginar cada compartimento possui um funil individual. A saída do funil, conforme visto no item 3.1, pode ser excêntrica, dependendo das necessidades dos clientes. Na figura 4.7 é apresentado o desenho de um dos funis, onde se percebe a disposição da boca do funil. É importante ressaltar que as paredes dos funis seguem a mesma filosofia das paredes, quanto aos enrijecedores, embora estes possuam paredes inclinadas, entretanto, com a diferença que os enrijecedores dos funis tem a seção transversal em forma de "L".

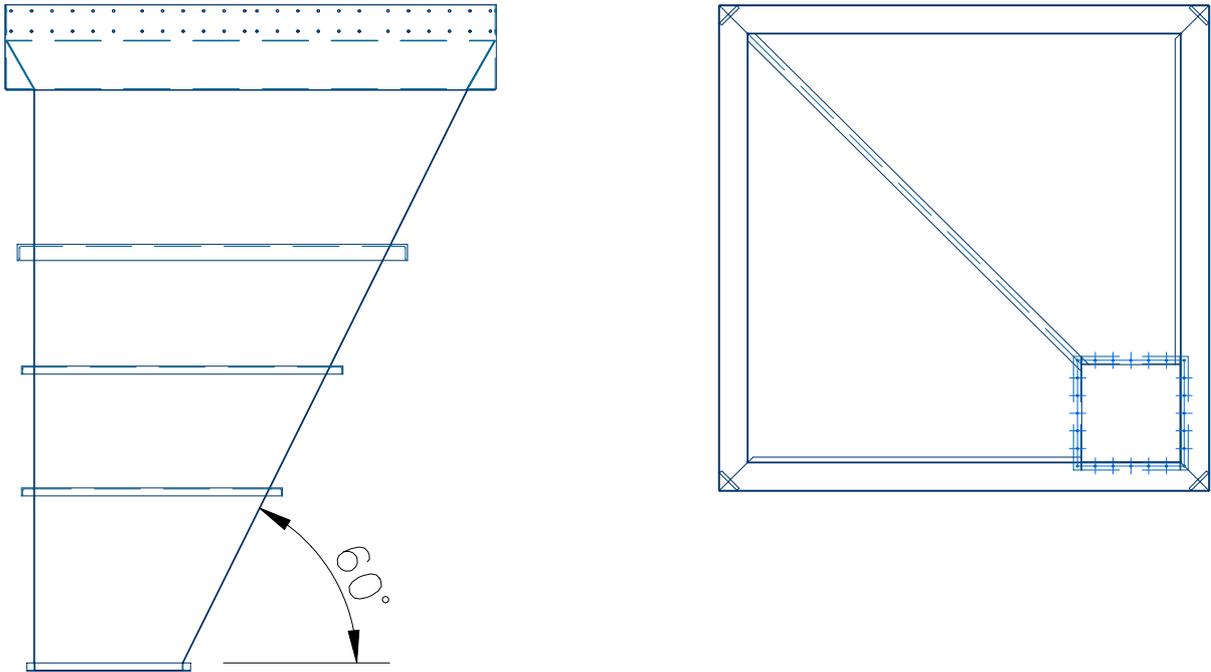


Figura 4.7 - Vista de perfil e superior de um funil de cada compartimento do silo

Os apoios dos silos sobre a estrutura suporte podem ser verificados na figura 4.9, os quais são em forma de “L” e apóia sobre uma viga “I” da estrutura suporte. Também verifica-se que as paredes e colunas dos módulos dos silos são unidas aos funis através de parafusos. Isto pode ser verificado na parte inferior da figura 4.3, conforme indicado, bem como na figura 4.8, abaixo.

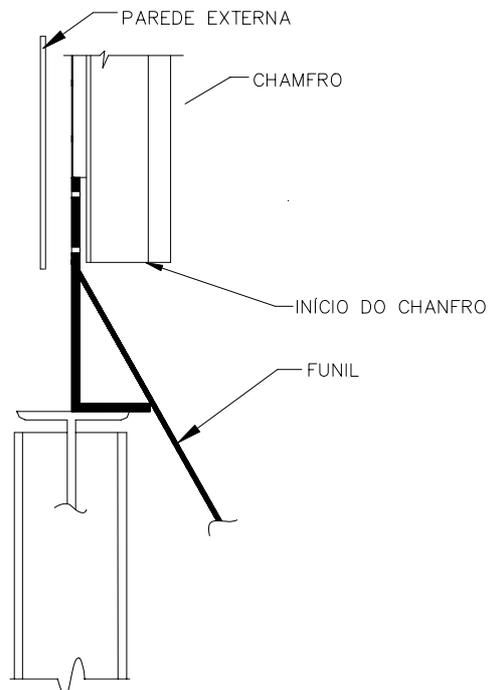


Figura 4.8 – Detalhe do apoio do silo (funil apoiado sobre as vigas suportes)

## 5. CÁLCULO DAS CARGAS ATUANTES NO SILO

Para efeito de dimensionamento e comparações estruturais do silo, se faz necessário determinar as cargas que atuam sobre a estrutura do silo.

### 5.1 CÁLCULO DAS PRESSÕES EXERCIDAS SOBRE O SILO CONSIDERADO COMO PADRÃO

Neste capítulo será realizado o cálculo das pressões exercidas pelo material armazenado sobre o silo que foi tomado como base (capítulo 4), seguindo os preceitos do capítulo 3.1.

Como todos os módulos ou células do silo são iguais, as dimensões são referentes a uma célula (vide figura 5.1 a seguir), sendo elas apresentadas a seguir:

- Número de módulos: 12
- Dimensões dos módulos (a): 3048 x 3048 mm ( fig. 5.1)
- Espessura das paredes: 4,763 mm
- Espessura dos “L” dos funis: 6,350 mm (conforme cap. 4 fig. 4.9)
- Espessura dos chanfros das ligações das paredes e módulos: 19 mm (capítulo 4, figura 4.5)
- Altura do silo (H): 21107 mm
- Altura do funil (h1): 3890 mm
- Ângulo do funil com a horizontal:  $60^{\circ}$

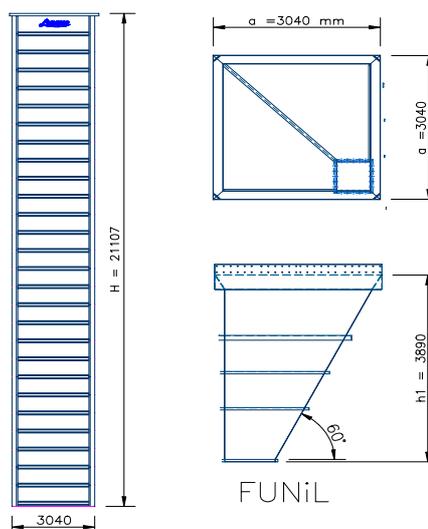


Figura 5.1 - Desenho de uma célula do silo e funil

O material considerado para efeitos de cálculo das pressões é o milho, que é um dos materiais mais usuais.

As características deste material são:

- Tipo: milho
- Densidade:  $\gamma = 44 \cdot \frac{4,450}{0,305^3 \cdot 1000^3} \quad \gamma = 6,912 \cdot 10^{-6} \quad \text{N/mm}$
- Ângulo de repouso:  $\phi = 27,5 \cdot \frac{\pi}{180} \quad \text{rad}$
- Coeficiente de atrito grão x parede:  $\mu = 0,374$
- Valor de K  $K = \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)} \quad K = 0,368$

#### Configuração das pressões agindo no silo

Com o objetivo de melhor visualizar as pressões atuantes no silo, indicou-se na figura 5.2 as direções e sentidos de todas as pressões que agem no módulo.

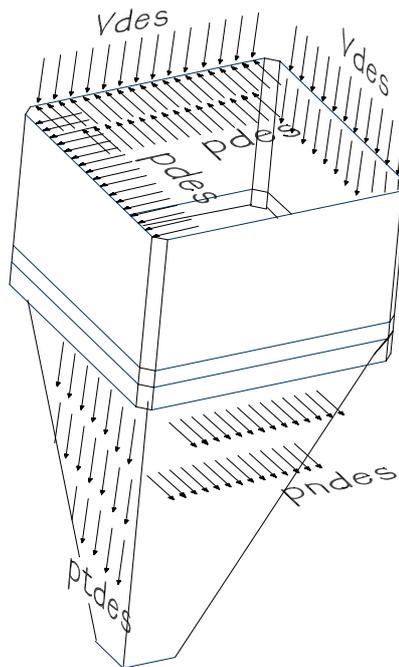


Figura 5.2 Carregamento (Pressões) exercido sobre o silo

Onde:

$p_{des}$ : pressão horizontal de projeto (des = "design")

$V_{des}$ : pressão de atrito na parede de projeto

$p_{ndes}$ : pressão normal a parede **do funil** de projeto

$p_{tdes}$ : pressão transversal a parede **do funil** de projeto

a) Cálculo das Pressões Horizontais segundo Janssen [ $N/mm^2$ ]

Como um dos enfoques deste trabalho é analisar dimensionalmente uma estrutura real de um silo multicelular, é importante seguir o método de cálculo de pressões mais conservativo, que conforme analisado no capítulo 3, é o método de Safarian, 1969, que adota como base as pressões de Janssen.

Conforme visto no capítulo 3, a pressão horizontal de Janssen é calculada conforme equação 3.4 definida como:

$$p_i = \frac{\gamma \cdot R}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu \cdot K \cdot \frac{Y_i}{R}} \right)$$

Onde:

1.  $\gamma, \phi, \mu$  e  $K$  são valores dependentes do material mencionadas anteriormente;
2.  $R$  é o raio hidráulico definido por:  $R = a/4$ ;
3. A altura do silo foi dividida em 27 partes ( $i = 27$ ), pois o silo possui 27 enrijecedores horizontais ao longo da altura portanto, a ordenada  $Y$  é dividida também em incrementos mostrados na tabela 5.1.

1	781.741
2	1.563e3
3	2.345e3
4	3.127e3
5	3.909e3
6	4.690e3
7	5.472e3
8	6.254e3
9	7.036e3
10	7.817e3
11	8.599e3
12	9.381e3
13	1.016e4
14	1.094e4
15	1.173e4
16	1.251e4
17	1.329e4
18	1.407e4
19	1.485e4
20	1.563e4
21	1.642e4
22	1.720e4
23	1.798e4
24	1.876e4
25	1.954e4
26	2.033e4
27	2.111e4

Tabela 5.1 - Valores de Y [mm] para cada incremento (i)

## b) Sobrepressão ou pressão dinâmica

O silo real adotado como padrão possuem saídas excêntricas, portanto a pressão de projeto (ou pressão dinâmica) é calculada conforme equação 3.13 do capítulo 3, abaixo apresentada:

$$pdes_i = Cd \cdot p_i + \frac{Y_i}{H} \cdot pe_i$$

Onde:

$Cd$  = fator dinâmico

$pe$  = pressão incremental devido a excentricidade

$H$  = altura do silo

$Y$  = ordenada da altura  $H$

$i$  = número do incremento considerado

Conforme descrito no capítulo 3, item 3.2, o valor de  $C_d$  é tirado de tabelas (ver tabela 3.1) em função da aplicação (tipo de silo, relação altura/largura). Como o silo é quadrado, a relação  $H/a$  é aproximadamente 9, portanto  $C_d = 1.65$ .

O incremento de pressão devido a excentricidade é obtido pela seguinte equação (equação 3.14):

$$pe_i = pi_i - p_i$$

Onde:

$pi$  = pressão horizontal imaginária, para um silo com parede imaginária (ver item 3.3)

$p$  = pressão horizontal estática de Janssen.

Então para calcular  $pi$ , se faz necessário calcular a pressão horizontal de Janssen para um silo imaginário que possua a largura da parede aumentada.

Denomina-se largura imaginária ou virtual da parede a variável "ae", onde:

$$ae = (a + 2.e)$$

$$ae = 3045 \text{ mm}$$

Onde:

$e$  = excentricidade do bocal de descarga  $e = 1033 \text{ mm}$

$a$  = largura da parede real de uma célula do silo.

Como todas as variáveis são conhecidas é possível calcular  $pi$ , a equação que calcula  $pi$  é a mesma que calcula a pressão horizontal de Janssen e está apresentada no capítulo 3 (equação 3.4) :

$$p_i = \frac{\gamma \cdot R}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu \cdot K \cdot \frac{Y_i}{R}} \right)$$

E, portanto o valor de  $pe$ .

Finalmente se têm todos os dados necessários para determinar a pressão dinâmica (ou sobrepressão), denominada "pd<sub>es</sub>". Os valores da referida pressão são calculados para cada valor da ordenada  $Y$  (dividida em 27 incrementos "i") e estão apresentados na Figura 5.3.

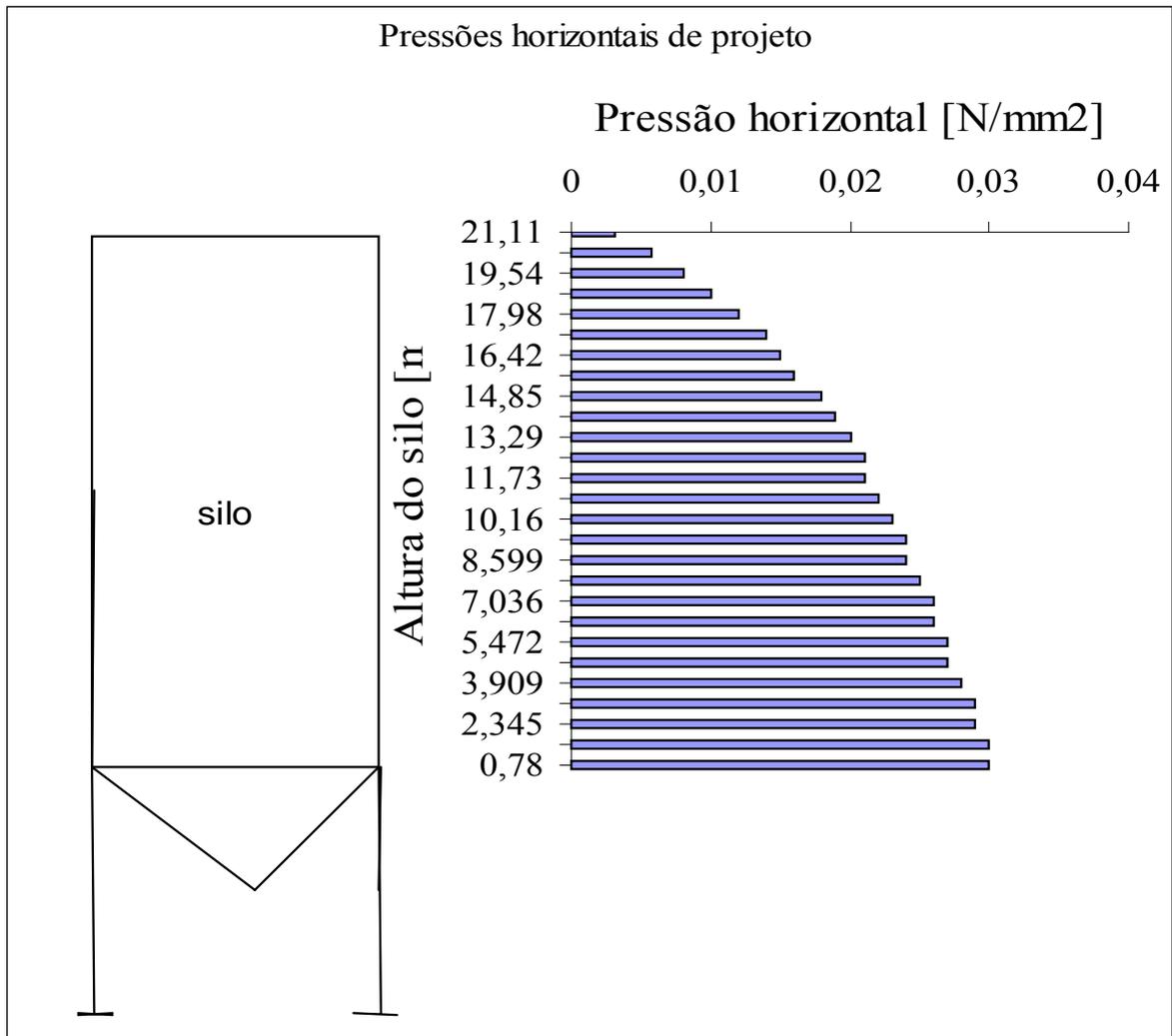


Figura 5.3 - Gráfico da sobrepressão ou pressão de projeto  $p_{des}$  [N/mm<sup>2</sup>]

c) Pressão de atrito na parede  $V_{des}$

A pressão de atrito na parede é dada multiplicando-se a pressão horizontal de projeto (sobrepressão) pelo coeficiente de atrito entre o material armazenado e a parede do silo, então:

$$V_{des} = p_{des} \cdot \mu$$

Os valores da pressão de atrito para cada incremento da ordenada  $Y$ , é apresentado na Figura 5.4.

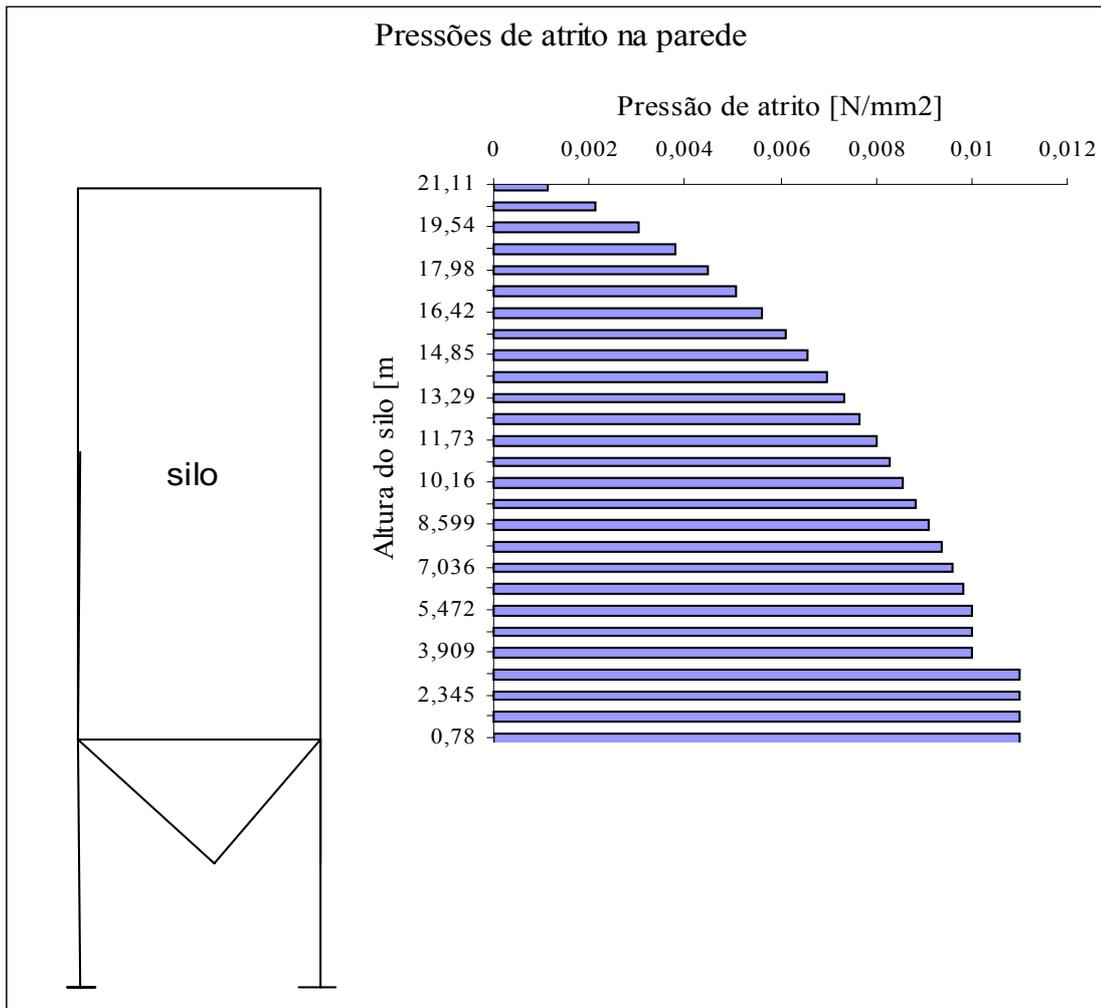


Figura 5.4 - Gráfico da pressão de atrito sobre a parede do silo [N/mm<sup>2</sup>]

Mesma coisa que a figura anterior, tal vez seria uma boa colar a grafica em forma vertical e do lado de um esquema do silo para saber onde se esta para cada valor de pressão

d) Pressão vertical de projeto -  $q_{des}$  (sobrepessão)

Conforme descrito no item 3.1 do capítulo 3, para determinar a pressão vertical é simplesmente dividir  $p_{des}$  por  $K$ , portanto:

$$q_{des} = p_{des} / K$$

Os resultados de  $q_{des}$  em função de  $Y$  é apresentado na Figura 5.5 a seguir:

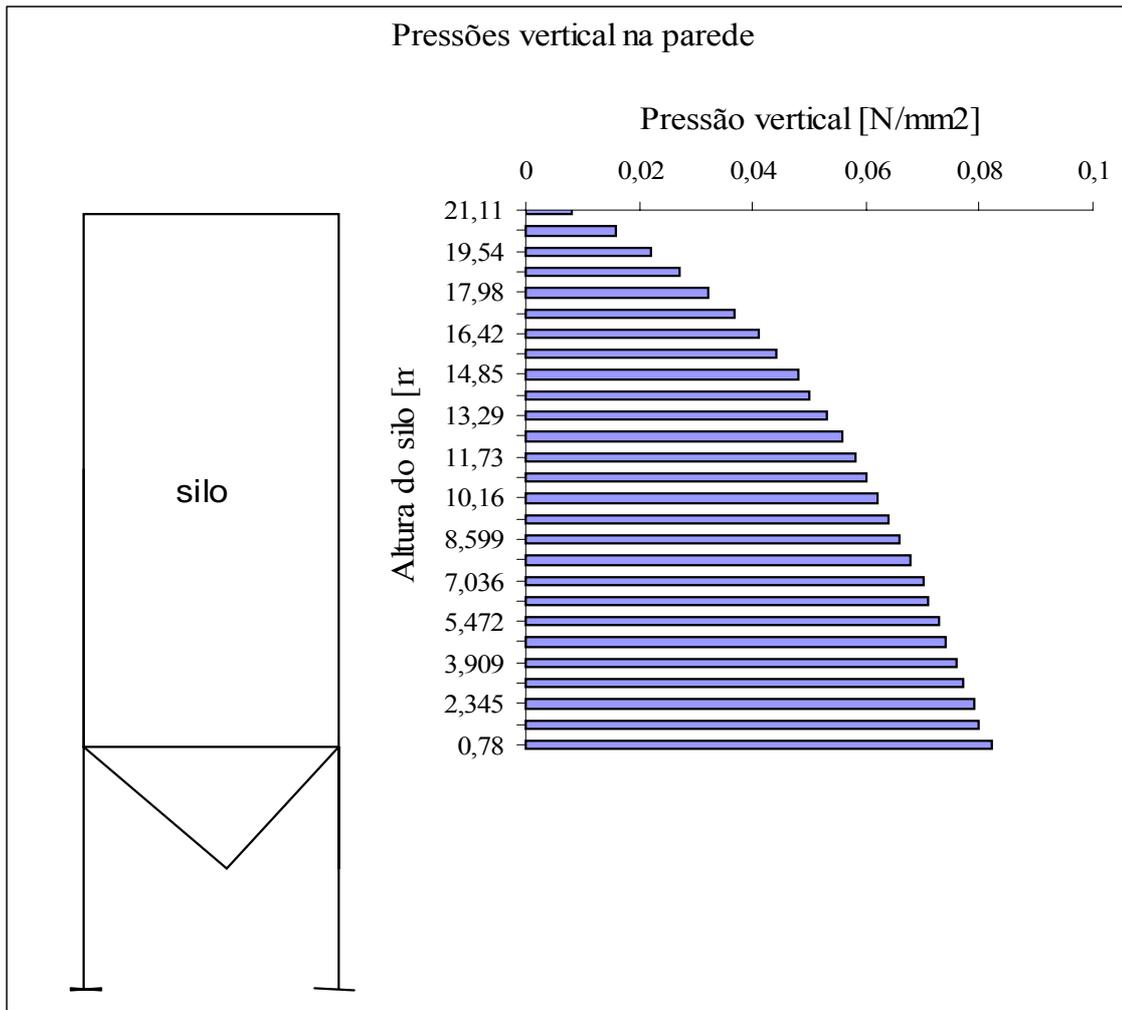


Figura 5.5 - Gráfico da pressão vertical [N/mm<sup>2</sup>]

De acordo com o estudado no capítulo 3 (equação 3.15 e 3.16), as pressões no funil segundo Janssen são calculadas pelas expressões abaixo.

$$p_{ndes} = q_{des_{27}} \cdot (\cos(\alpha))^2 + p_{des_{27}} \cdot (\sin(\alpha))^2 \quad p_{ndes} = 0,043 \text{ N/mm}^2$$

Onde:

as pressões no funil são calculadas para as pressões máximas horizontais e verticais (ordenada  $Y=H$  ou  $i=27$ ).

$\alpha$  = ângulo entre a horizontal e a parede inclinada do silo

A pressão tangencial vale:

$$p_{tdes} = p_{ndes} \cdot \mu \quad p_{tdes} = 0,016 \text{ N/mm}^2$$

e) Comparação das pressões anteriores

No gráfico da figura 5.6 abaixo, pode-se verificar os gráficos acima demonstrados superpostos num mesmo gráfico para efeito comparativo.

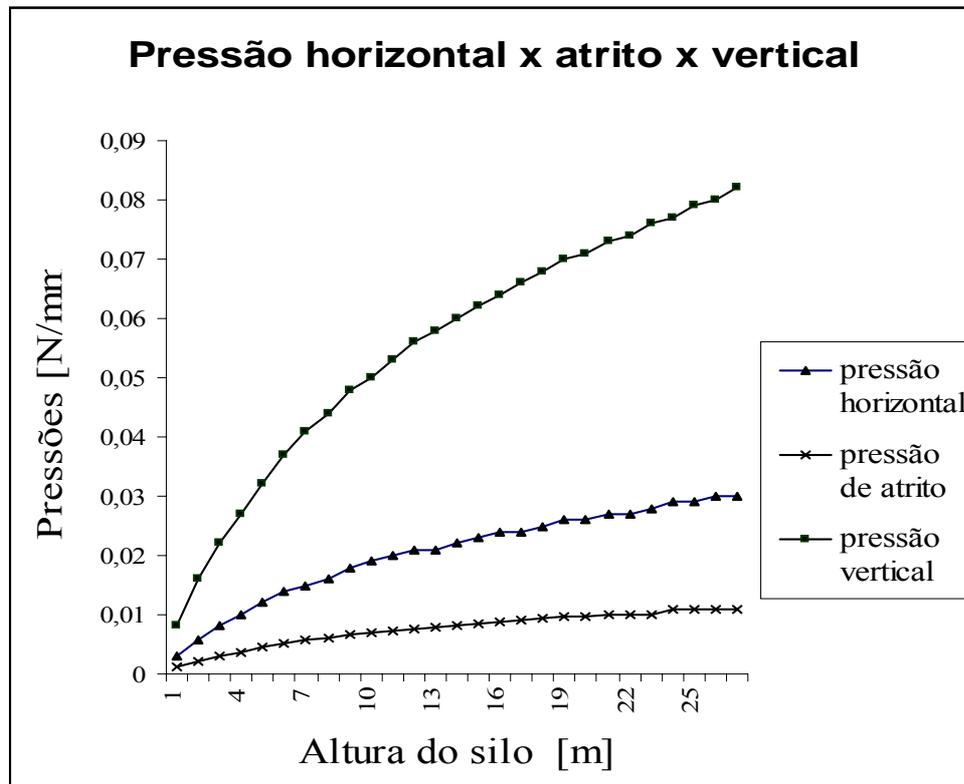


Figura 5.6 - Pressões de projeto horizontal, de atrito e vertical

Nota-se no gráfico acima que a pressão mais intensa é a pressão vertical a menor é a pressão de atrito e a pressão horizontal na parede está numa posição intermediária. Também se pode concluir que na medida em que há aumento no número de incrementos, ou quanto mais aproxima-se da base do silo, maior é a diferença entre as referidas pressões.

## 5.2 CARGAS DEVIDO A AÇÃO DO VENTO

Conforme visto no capítulo 3 ("Fundamentos teóricos"), as cargas exercidas sobre uma estrutura devido à ação do vento segue a metodologia de cálculo da norma NBR 6123, e neste trabalho considerou-se as cargas estáticas devido a ação do vento, isto poderia ser justificado em função da frequência do vento (1 a 3) hz

### 5.2.1 Cálculo do carregamento estático sobre silo multicelular

A influência significativa do efeito do vento numa estrutura de um silo dá-se sobre as vigas suportes de apoio do silo, ou seja, onde os compartimentos do silo

são apoiados.

Para melhor visualizar as direções do vento sobre a estrutura, fez-se um esboço conforme figura 5.7 abaixo.

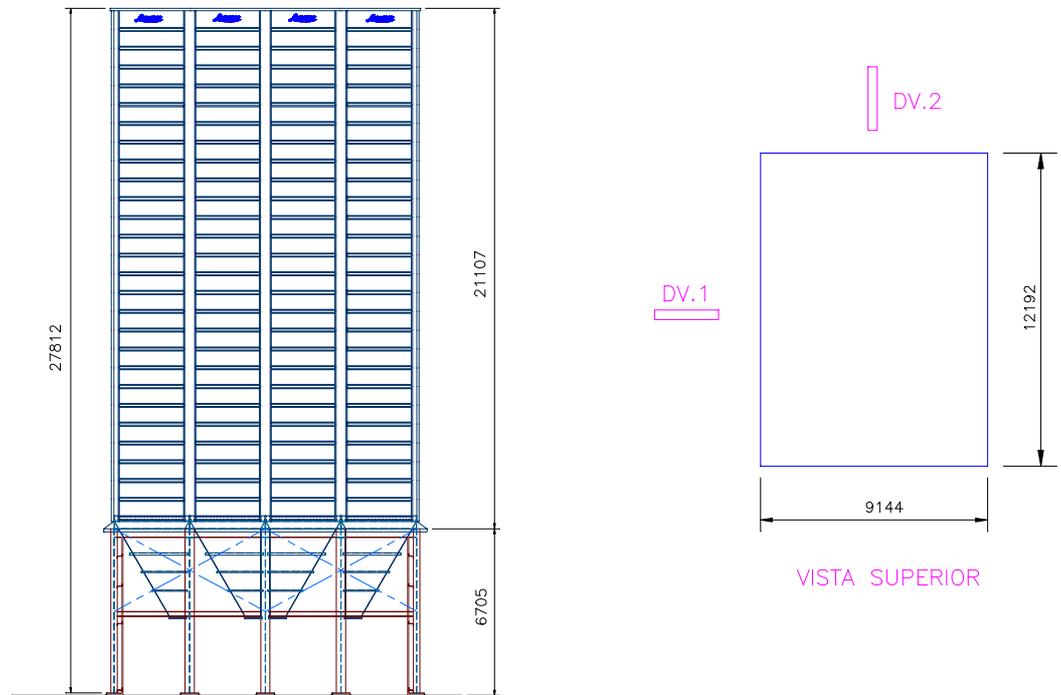


Figura 5.7 – Esboço silo e direção do vento

Baseando-se no descrito no NBR 6123, assumiu-se para este caso particular do silo as seguintes características:

- Velocidade básica ( $V_0$ ): Isopletas conforme NBR 6123 –  $V_0 = 45$  m/s
- Categoria II – campo com poucos obstáculos isolados
- Classe B – maior dimensão vertical entre 20 e 50 metros
- Vento não turbulento

Os fatores para determinação da velocidade característica do vento são os seguintes:

- $S_1 = 1,0$  (terreno plano)
- $S_2 =$  determinação por trechos (conforme definido nos fundamentos teóricos)
- $S_3 = 0,95$  (para silos)

### 5.2.2 Coeficiente externo de pressão e forma

Conforme a Norma NBR 6123, as pressões devido à ação do vento, atuam nas paredes e telhados e dependem das dimensões, como altura, largura, comprimento, ângulo de incidência do vento e forma e ângulo do telhado.

Para o caso do silo multicelular da figura 5.7, considerou-se a direção 1 do vento ( $\alpha=90^\circ$ ), que é uma situação que gera maiores solicitações na zona de apoio do compartimento do silo.

Os coeficientes de forma estão apresentados na figura 5.8 e seus valores na tabela 5.2

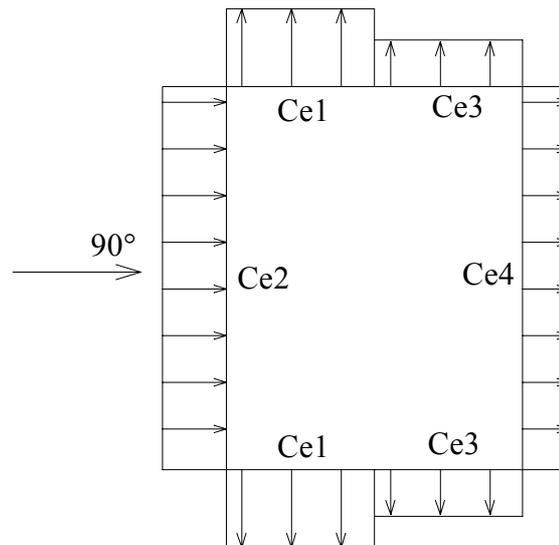


Figura 5.8 – Coeficientes de forma para  $\alpha=90^\circ$

Ce1	Ce2	Ce3	Ce4
0,8	1,0	0,6	0,6

Tabela 5.2 – Coeficientes de forma em função das dimensões do silo para  $\alpha=90^\circ$

### 5.2.3 Coeficiente de pressão interno

Como as paredes do silo são fechadas (impermeáveis) o coeficiente de pressão interno é zero.

### 5.2.4 Pressões nas paredes – Direção do vento 1

Conforme tabela 5.3 abaixo, determinaram-se as pressões devido à ação do vento conforme configuração da figura 5.8.

Trechos	Hi (m)	V0.S1.S 3	S2	Vk (m/s)	q (kN/m <sup>2</sup> )	Pressão (Ce1)	Pressão (Ce2)	Pressão (Ce3)	Pressão (Ce4)
1	6,953	42,75	0,95	40,61	1,01	0,81	1,01	0,61	0,61
2	13,906	42,75	1,00	42,75	1,12	0,90	1,12	0,67	0,67
3	20,859	42,75	1,05	44,89	1,24	0,99	1,24	0,74	0,74
4	27,812	42,75	1,07	45,74	1,28	1,02	1,28	0,77	0,77

Tabela 5.3 – carregamento estático direção 1

## 6. COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO ANALÍTICO E NUMÉRICO

Este capítulo é composto primeiramente de um estudo referente à interatividade entre o número de células que possui um silo multicelular e as tensões resultantes para cada caso. O objetivo é determinar se toda a estrutura com um ou mais módulos (1, 4, 6, 9 e 12) comporta-se de maneira semelhante no que diz respeito às tensões resultantes. Este estudo inicial é necessário para reduzir o modelo numérico utilizado. Na seqüência (item 6.2) se faz a comparação dos métodos de dimensionamento analítico e numérico.

### 6.1 Interação entre número de módulos dos silos

Conforme exposto anteriormente, o estudo da interatividade entre o número de módulos visa verificar qual é a influência da quantidade de módulos de um silo multicelular nas solicitações na estrutura.

Para esta verificação calculou-se as tensões máximas de Von Mises e deformações máximas, em determinadas partes dos silos (paredes, funil), e assim pôde-se verificar a influência do número de módulos. O cálculo foi executado através de elementos finitos, usando o sistema Ansys5.5(2000).

Na figura 6.1, pode-se verificar a configuração que foi adotada para cada caso simulado, bem como quais módulos foram carregados com as pressões calculadas no capítulo 5.

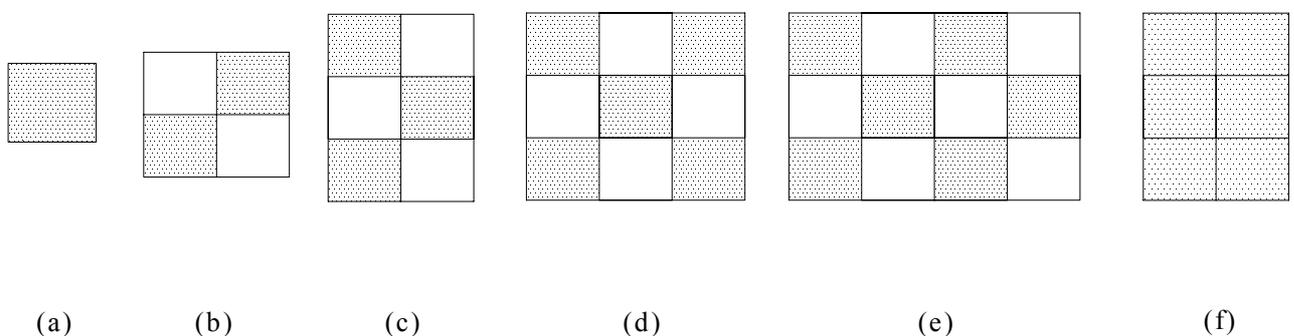


Figura 6.1 - Combinações de número de módulos e tipo de carregamentos estudados

O caso “a” com somente um módulo, o caso “b” com 4 módulos e dois carregados, o caso com 6 módulos sendo 3 carregados, o caso “d” com 9 módulos e 5 carregados e por fim o caso “d” com 12 módulos, sendo 6 carregados.

Analisou-se o silo tomado como padrão (ver capítulo 4). O caso “d”, com 12 módulos representa a referido projeto.

As partes que foram analisadas estão representadas na figura 6.2.

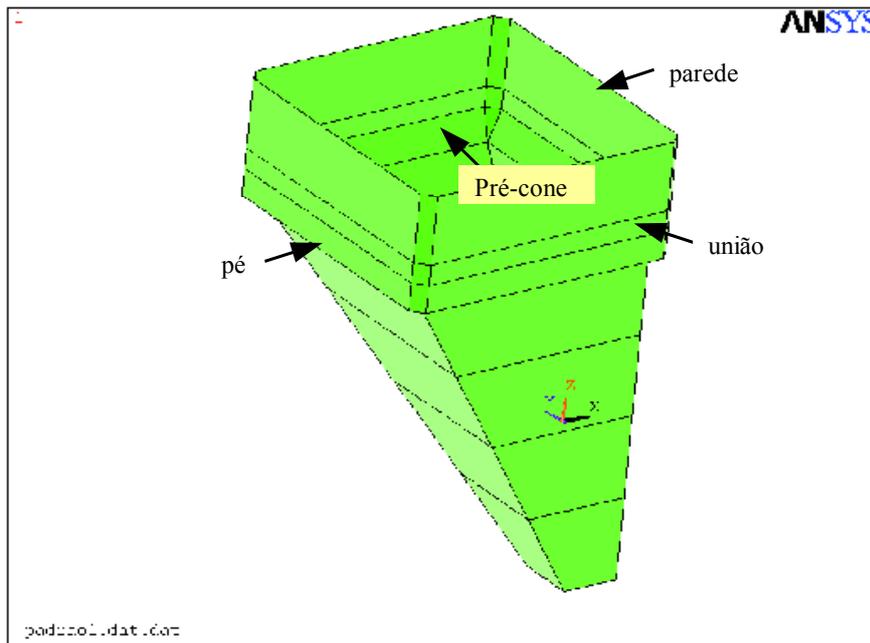


Figura 6.2 – Indicação das partes onde foram obtidas as tensões e deformações máximas

Na figura 6.3, pode-se verificar as tensões de Von Mises no caso “d” de 12 módulos.

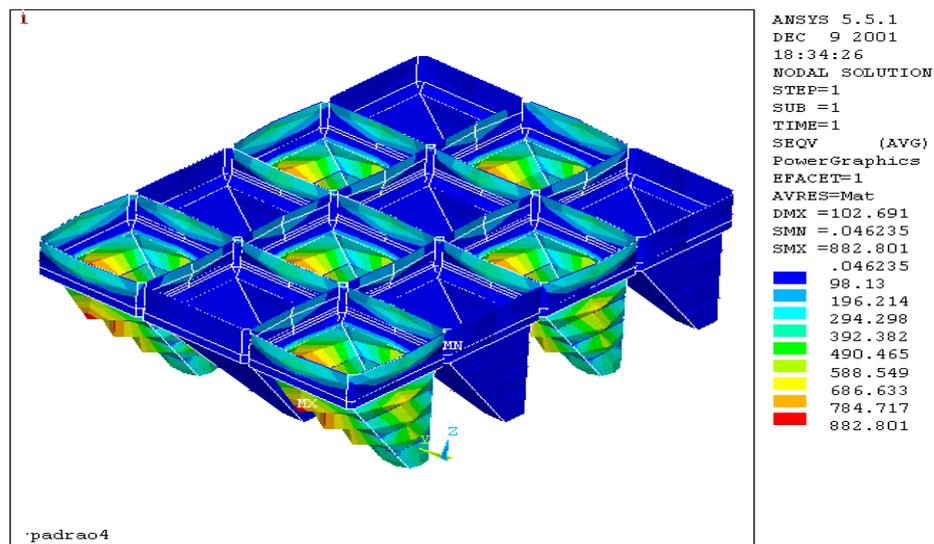


Figura 6.3 – Tensões de Von Mises para um silo de 12 módulos

### Análise dos resultados

As figuras 6.4 e 6.5 a seguir mostram os valores adimensionais das tensões e deformações em função da combinação do número de células do silo (casos a, b, c, d, e figura 6.1) e dos componentes estruturais do silo (figura 6.2). Os valores adimensionais referem-se à relação entre a tensão ou deformação no componente analisado (parede, cone, etc) e o valor da menor tensão ou deformação entre todos os componentes e todos os casos (a,b,c,d,e,f). Por exemplo: a tensão adimensional para a parede no caso "a", é igual a:  $\frac{\sigma_{parede\_caso\_a}}{\sigma_{min\_global}}$ . O mesmo vale para as deformações.

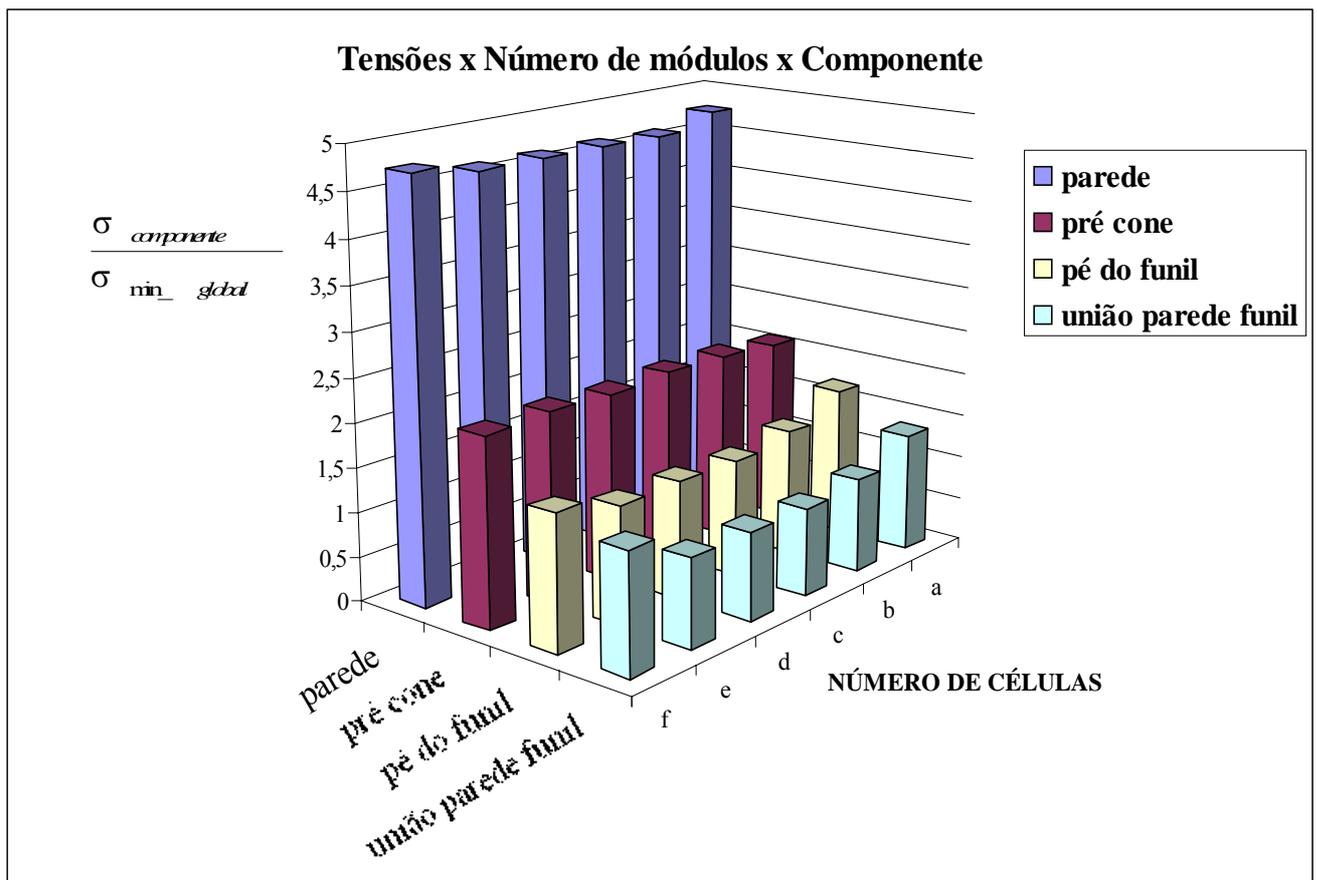


Figura 6.4 -Tensões adimensionalizadas em função do número de células e componentes

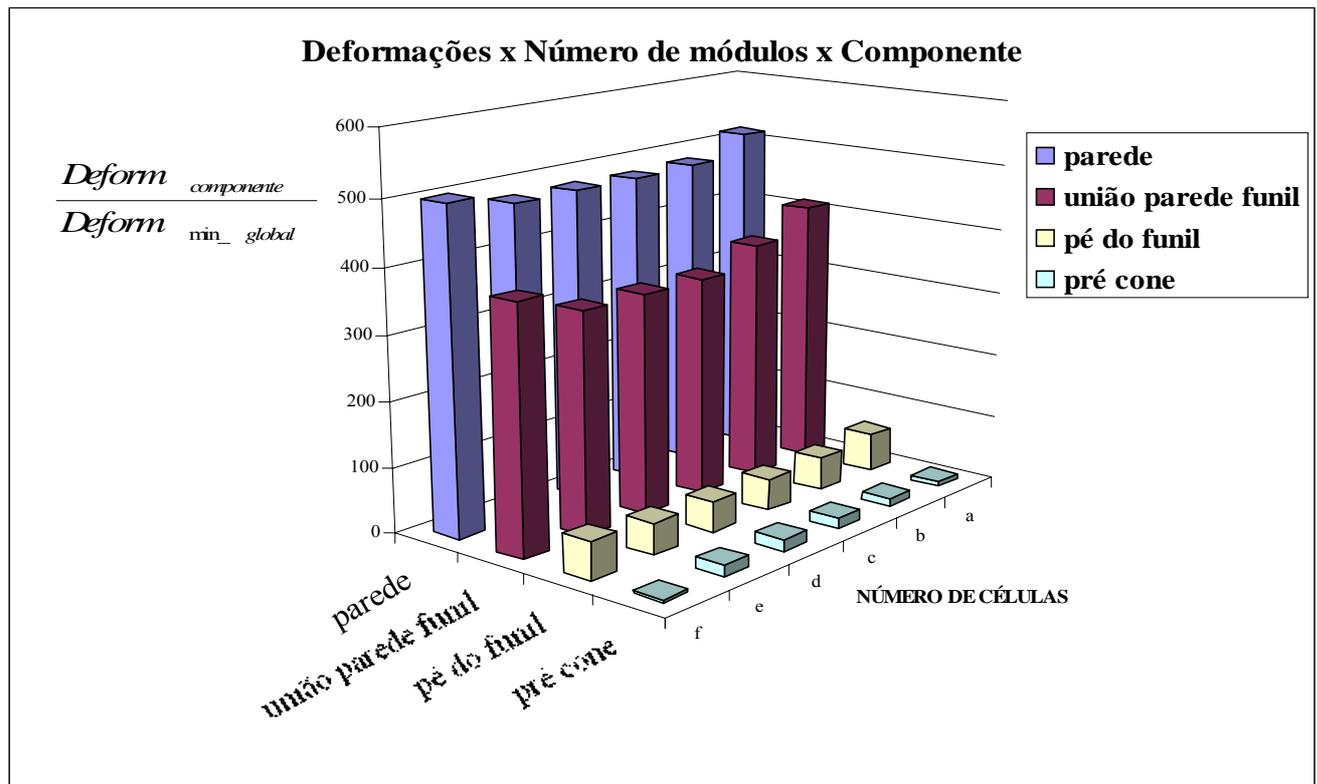


Figura 6.5 -Deformações adimensionalizadas em função do número de células e componentes

Tendo como base as figuras 6.4 e 6.5, pode-se destacar as seguintes conclusões:

- Analisando primeiramente a parede do silo, verificou-se que conforme se tem o aumento da quantidade de módulos, ocorre a diminuição das tensões e das deformações, e estas tendem a se estabilizarem. Isto pode ser notado na figura 6.6 abaixo.
- No pré-cone se teve um ligeiro aumento da tensão máxima e da deformação máxima conforme o aumento do número de módulos do silo.
- Na união do funil com as paredes verticais do silo, verifica-se o mesmo efeito do que nas paredes do silo.

Analisando os resultados acima e os resultados mostrados na figura 6.6, pode-se dizer que a maior diferença de tensões entre o número de módulos é constatada na união, onde passando de um módulo para quatro módulos, há uma diferença percentual das tensões de +26,5%, o que nos leva a dizer que calculando com um módulo estamos a favor da segurança. Por outro lado na região do pré-cone, analisando-se para somente um módulo temos a tensão máxima de Von Mises mais baixa do que em quatro módulos em 2%.

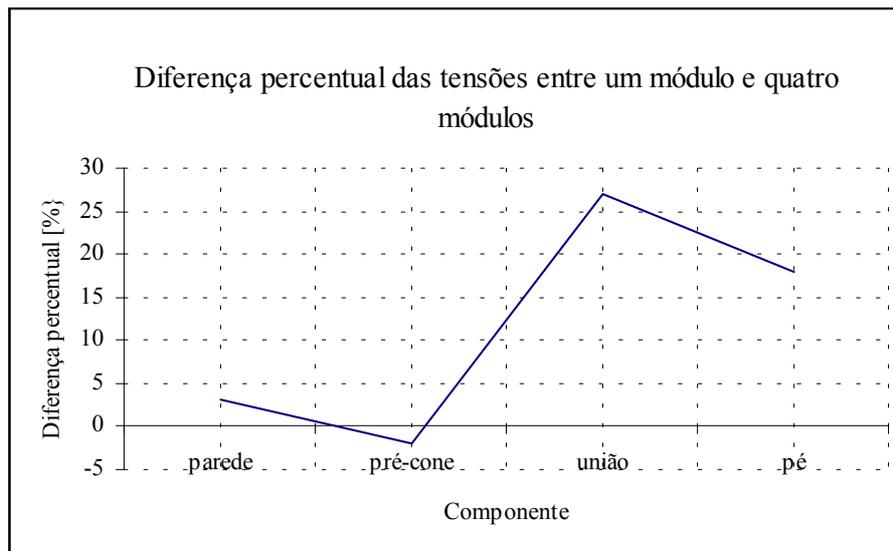


Figura 6.6 – Diferença percentual entre as tensões de um silo de um módulo para um de quatro

Desconsiderando as diferenças de tensões de silos de um para quatro módulos, verifica-se que a maior diferença constatada é entre silos de quatro para seis módulos onde se tem uma diferença de 7,5% para mais no caso de quatro módulos.

Analisando todos estes resultados, pode-se dizer que no momento em que se faz um cálculo considerando somente um módulo, está-se a favor da segurança exceto na região pré-cone, onde se tem uma diferença muito pequena de tensões.

Já para casos de cálculos considerando silos com quatro módulos se têm desvios na ordem de 7,5%, os quais são relativamente pequenos.

## 6.2 Comparação dos métodos de dimensionamento Analítico e numérico

Como foi verificado no item anterior, é viável fazer uma análise dimensional considerando uma única célula ou compartimento do silo. Baseando-se nisto foi feito um estudo comparativo entre o método de dimensionamento convencional e o método através de elementos finitos, visando obter as tensões dos componentes estruturais como vigas horizontais, verticais e as placas, para cada método utilizado, podendo assim analisar qual método é mais adequado para analisar estes tipos de silo.

### 6.2.1 Análise analítica das tensões

Neste item analisa-se como é a metodologia convencional para cálculo de silos multicelulares quadrados, segundo Troitsky, 1990 e para esta metodologia são calculadas as tensões em cada componente do silo que são definidos como:

- Paredes Verticais
- Vigas Horizontais das paredes verticais
- Paredes do Funil
- Vigas Horizontais do Funil (enrigeceadores conforme capítulo 4)
- Colunas verticais

Estes componentes podem ser verificados no capítulo 4.

### Paredes Verticais

Primeiramente são definidos os esforços atuantes nas paredes, os quais são causados pelas pressões que atuam no silo, os quais são apresentados a seguir:

Como visto anteriormente as pressões horizontais agem sobre as paredes fazendo com que hajam sobre cada parede forças de tração e momentos fletores.

Troitsky, 1990 considera que num silo multicelular existem esforços de tração ( $T_h$ ) que agem no plano de cada parede vertical, os quais são causados pela pressão horizontal de projeto resultante do material armazenado. Além dos esforços de tração as pressões horizontais causam momentos fletores os quais são indicados como  $M_c$  e  $M_e$ , conforme figura 6.7

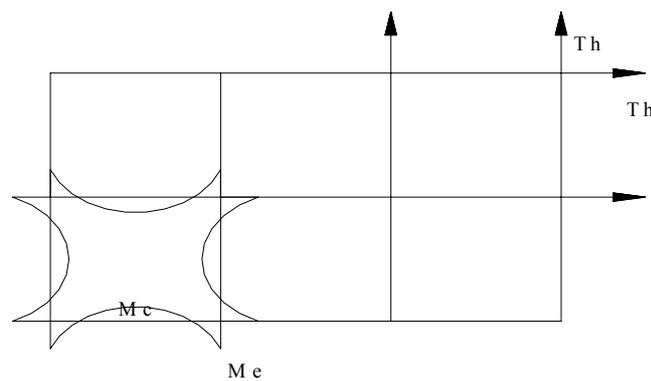


Figura 6.7 – Vista superior das células do silo indicando os esforços aplicados

Portanto os valores das trações são calculados multiplicando-se a pressão horizontal de projeto ( $p_{des}$ ) na parede pela largura de cada célula, ou seja:

$$T_h = p_{des} \cdot l \quad (6.1)$$

Os momentos fletores agem no centro da parede e são expressos como:

$$M_c = \frac{pdes}{24} \cdot l^2 \quad (6.2)$$

Já na extremidade os momentos valem:

$$M_e = -\frac{pdes}{12} \cdot l^2 \quad (6.3)$$

Nota-se que os momentos acima apresentados consideram o comportamento similar à uma viga bi-engastada de comprimento unitário.

Cada placa da parede é definida como uma placa localizada dentro de um cruzamento de quatro vigas conforme figura 6.8, abaixo.

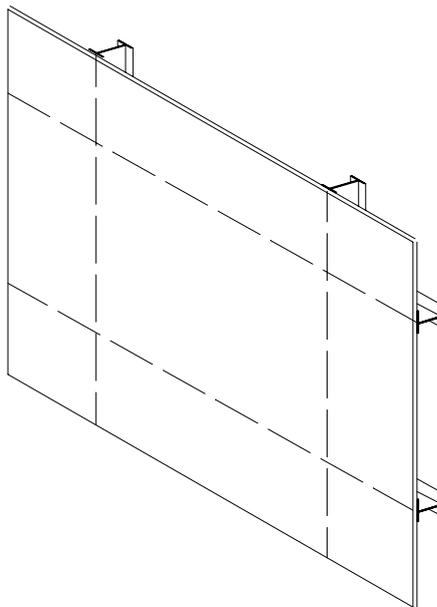


Figura 6.8 – Placa de uma parede vertical

Segundo Troitsky, 1990 as tensões de flexão são calculadas através do momento médio, obtido considerando da média do momento fletor nas extremidades para placas apoiadas e o momento nas extremidades para placas engastadas. Este momento por unidade de comprimento é apresentado na equação 6.4, a seguir.

$$M = \frac{pdes \cdot l^2}{10} \quad (6.4)$$

Onde:

$p_{des}$  = pressão de projeto horizontal

$l$  = vão menor da placa

A tensão de flexão da placa é calculada da seguinte forma:

$$\sigma_f = \frac{M}{S} \quad (6.5)$$

Onde:

$M$  = momento calculado conforme item "a"

$S$  = momento resistente da seção da placa por unidade de comprimento

### Vigas horizontais das paredes verticais

Para cálculo das tensões das vigas horizontais, soma-se a tensão devido a força de tração ( $T_h$ ) nas vigas com a tensão devido ao momento no centro da parede (equação 6.2), o qual é multiplicado pela distância entre duas vigas horizontais consecutivas.

É importante destacar que Troitsky, 1990 faz uma hipótese conservativa para o caso das vigas horizontais do silo, pois ao multiplicar o momento fletor da parede, pela distância vertical entre duas vigas horizontais, faz com que todo o momento fletor da parede seja absorvido somente pelas vigas horizontais. Na realidade a parede tem um grande percentual de absorção do momento, neste caso desconsiderado.

### Paredes do funil

De modo análogo ao caso das paredes verticais as paredes do funil são sujeitas a trações e momentos fletores, os quais são determinados fazendo a mesma analogia das paredes verticais.

Além das forças de tração e momentos sobre o funil agem o peso do material estocado na célula e o peso próprio do funil.

### Vigas horizontais do funil

A mesma analogia para as paredes verticais é aplicada do funil, onde se acrescentam as trações nas placas devido ao peso do material e peso próprio do funil.

### Colunas verticais

A coluna vertical localiza-se entre duas vigas horizontais consecutivas e está sujeita a um momento fletor causado pela pressão horizontal na parede, multiplicado pela distância entre duas colunas consecutivas.

$$M = \frac{l^2 \cdot pdes}{8} \quad (6.6)$$

Onde:

$l$  = distância entre duas vigas horizontais

$pdes$  = pressão de projeto nas paredes

Este momento nada mais é que o momento fletor para uma viga simplesmente apoiada.

A tensão de flexão é expressa como:

$$\sigma_f = \frac{M}{S} \quad (6.7)$$

Onde:

$M$  = momento fletor por unidade de comprimento

$S$  = seção resistente da coluna por unidade de comprimento

### Resultados das tensões

Considerando as dimensões e cargas para o silo considerado como padrão, foram calculadas as tensões dos componentes, conforme as expressões citadas anteriormente, e obtiveram-se os resultados conforme tabela 6.1.

Parede Vertical [MPa]	Parede Funil [MPa]	Viga horizontal parede vertical [MPa]	Viga horizontal funil [MPa]	Coluna [MPa]
457	1050	275	389	718

Tabela 6.1 - Resultados analíticos das tensões nos componentes do silo

No anexo V, encontra-se o resumo de cálculo destas tensões.

#### 6.2.2 Análise por elementos finitos das tensões no silo

Na continuação se apresenta a modelagem feita através do método dos elementos finitos do mesmo caso estudado analiticamente.

Utilizaram-se elementos finitos de vigas esbeltas (modelo de Euler-Bernoulli) e

elementos de placas finas (baseados na teoria de Love-Kirchoff). Para simplificar, como hipótese decidiu-se ao invés de considerar o pórtico de apoio do silo (composto de vigas "I") considerar que a base dos compartimentos do silo fosse engastada. Esta hipótese foi baseada no fato de que o pórtico é mais rígido e que os maiores valores de tensões aparecem nas paredes verticais e no funil.

Para o elemento de viga utilizou-se o elemento "Beam4" que é baseado na teoria de Euler-Bernoulli, sendo elástico, seis graus de liberdade por nó e capacidade de grandes deslocamentos e é um elemento para seções simétricas. As vigas horizontais do silo não são simétricas, portanto consideraram-se as mesmas como simétricas e para efeitos conservativos (resultados das tensões) a altura "TKZ" (altura da viga), foi considerada como duas vezes a maior distância do centróide da seção.

Para o elemento de casca utilizou-se o elemento "shell63", caracterizado por estar baseado na hipótese de placas finas (Kirchoff-Love), considerando o material elástico, capacidade de flexão e membrana, permitir cargas normais (pressão horizontal) e no plano (pressão de atrito), ter seis graus de liberdade por nó e capacidade de incluir grandes deslocamentos (não linearidade geométrica).

Como as placas do silo multicelular podem sofrer grandes deslocamentos, além da análise linear realizou-se a análise geométrica não-linear para cálculo das tensões.

Com base ao desenho do silo quadrado multicelular (ver capítulo 4) elaborou-se o cálculo das tensões de Von Mises para a estrutura do silo considerando somente um módulo do silo. Como foi concluído no item 6.1, é possível analisar um único módulo do silo, visto que se está em favor da segurança.

O programa utilizado foi o Ansys 5.5 (2000) e o carregamento considerado (pressões atuantes) está conforme o descrito no capítulo 5. Na figura 6.9 está representado o modelo referido com seus elementos definidos e na figura 6.10 pode-se observar as pressões horizontais atuantes e as condições de vinculação.

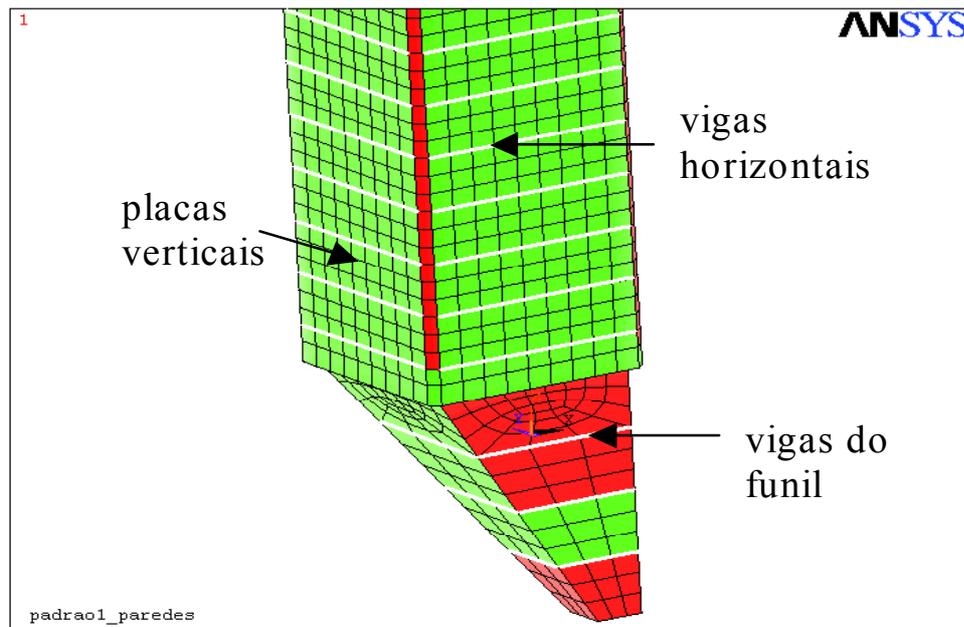


Figura 6.9 –Modelo com elementos finitos

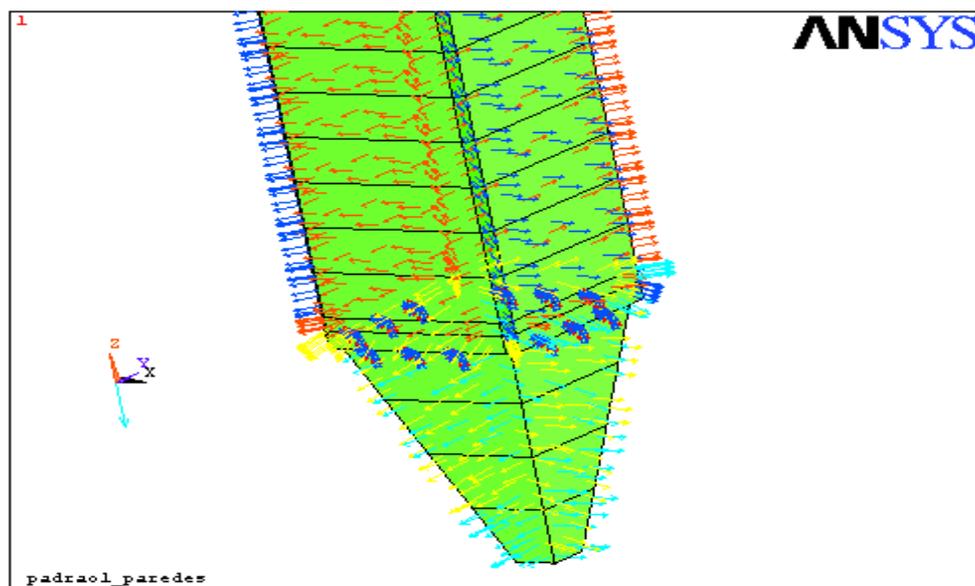


Figura 6.10 - Pressões horizontais e vinculação

Conforme foi discutido anteriormente no capítulo 4, estes tipos de silos são constituídos de chapas lisas com espessuras relativamente finas e as paredes destes comportam-se como estruturas não-lineares devido aos grandes deslocamentos dos componentes. Isto foi verificado comparando-se tensões de Von-Mises para o caso linear e para o caso não linear. No caso linear adota-se a teoria da elasticidade linear, discutida no capítulo 3. Também foi considerada a possibilidade de que a estrutura plastificasse (modelo não linear físico e geométrico), considerando uma lei constitutiva elastoplástica com encruamento isotrópico. Como resultados globais,

obtiveram-se as tensões para os casos considerados e seus valores podem ser visualizadas nas figuras 6.11, 6.12 e 6.13 (caso linear, não linear geométrico e não linear geométrico e físico respectivamente).

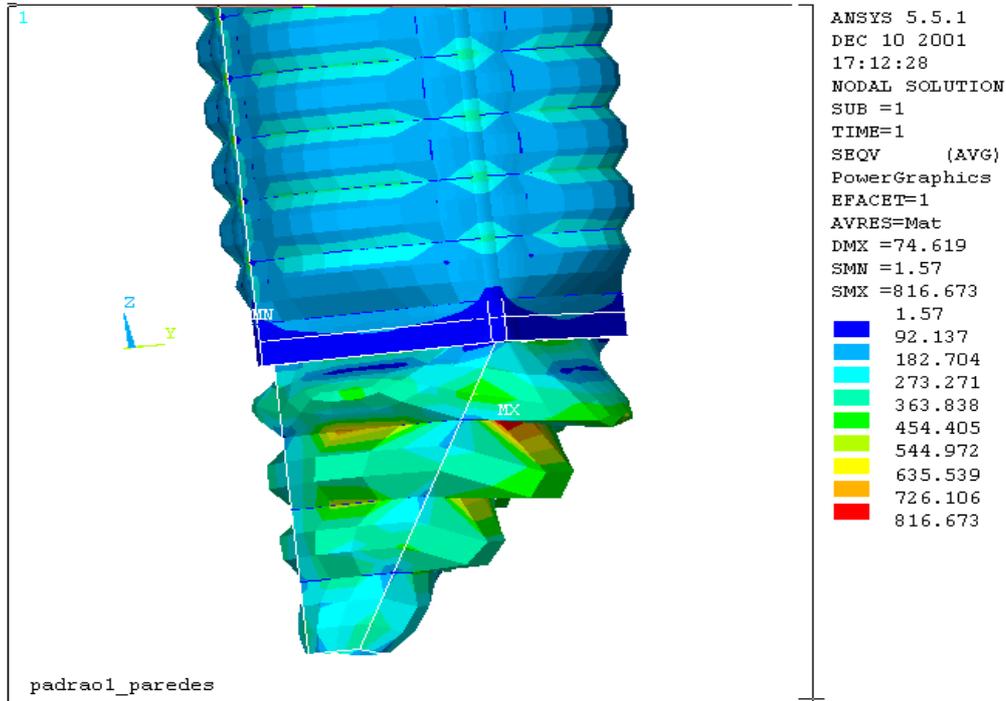


Figura 6.11 - Tensões de Von Mises - análise linear

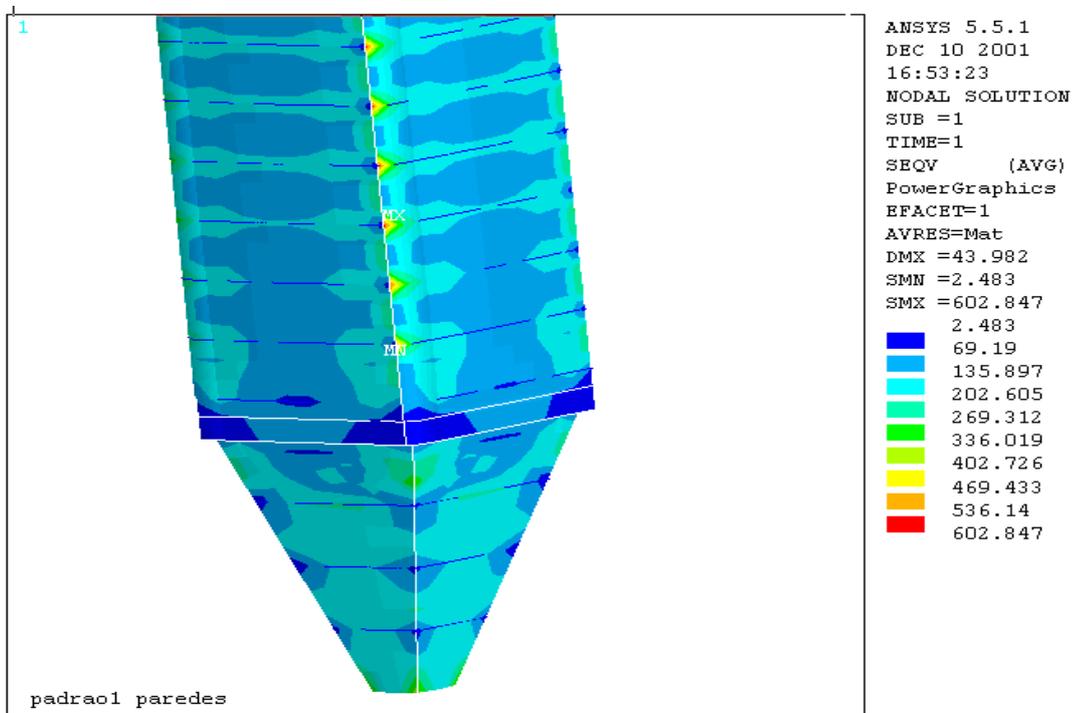


Figura 6.12 - Tensões de Von Mises - análise não linear geométrico

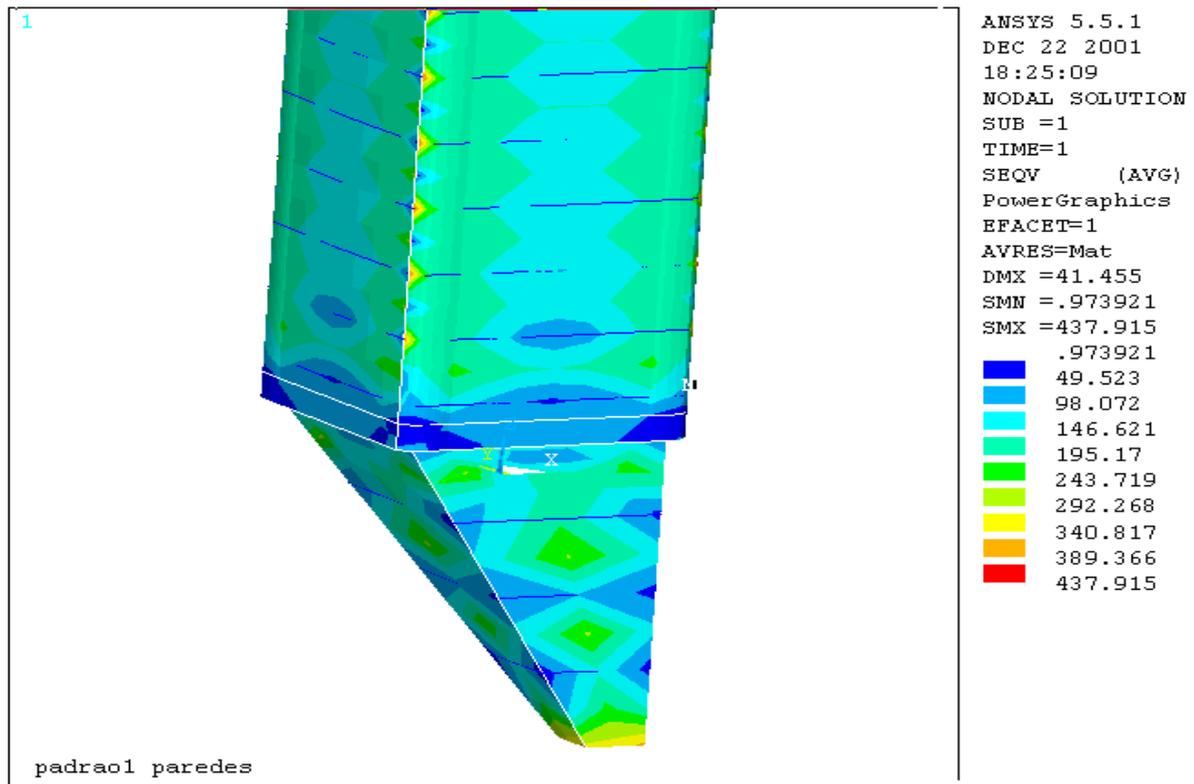


Figura 6.13 - Tensões de Von Mises - análise não linear geométrico e físico

Com base nos resultados das tensões, foi verificado que as tensões para o caso não linear, tanto geométrico como geométrico e físico, apresentam valores menores, como o esperado, e podem ser tomados como resultados mais reais do que para o caso linear. Assim sendo, são apresentadas a seguir as tensões em cada componente, considerando a análise não-linear.

Como um dos aspectos deste capítulo é comparar as tensões calculadas através do método analítico convencional com o método dos elementos finitos, na continuidade se analisará com detalhe o cálculo por elementos finitos considerando somente a não linearidade geométrica.

Baseando-se no acima exposto, rodou-se o modelo (Ansys 5.5), e se obteve as tensões de Von Mises para o conjunto do silo, conforme a figura 6.14 abaixo.

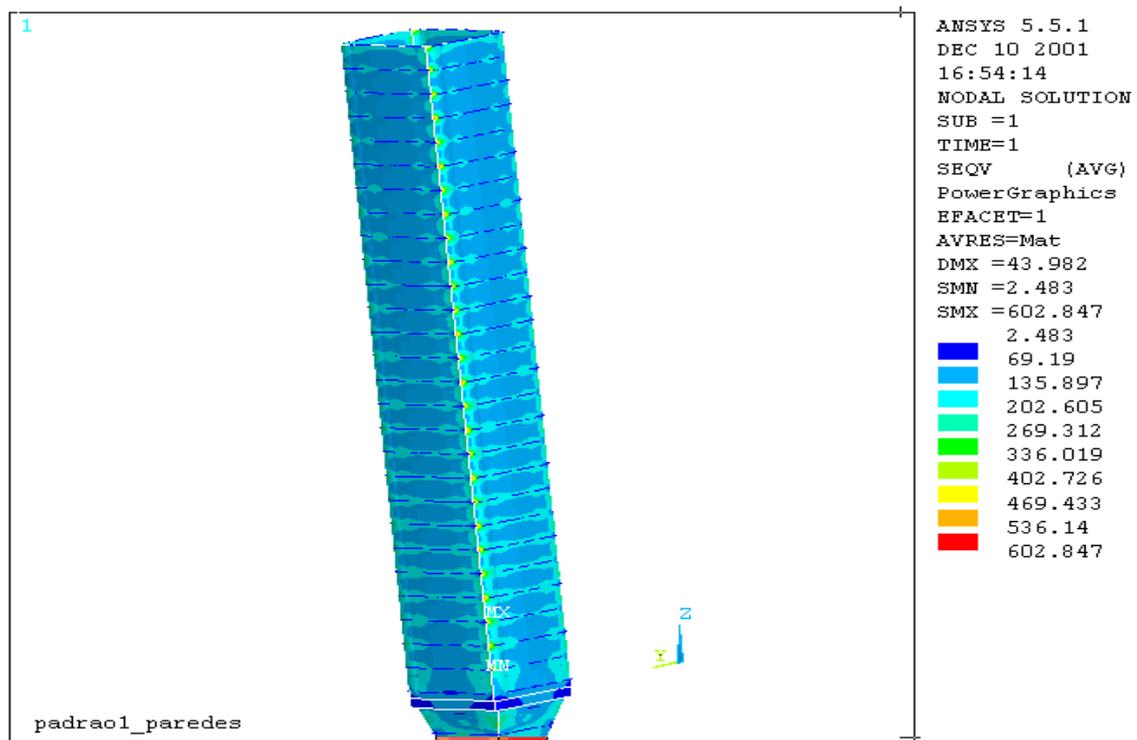


Figura 6.14 – Tensões de Von Mises em um módulo do silo

Conforme figura 6.14 acima, analisou-se separadamente as tensões nas paredes verticais para a base do silo. As tensões mais altas aparecem ao longo da altura do silo e na figura 6.13 pode-se verificar estas tensões.

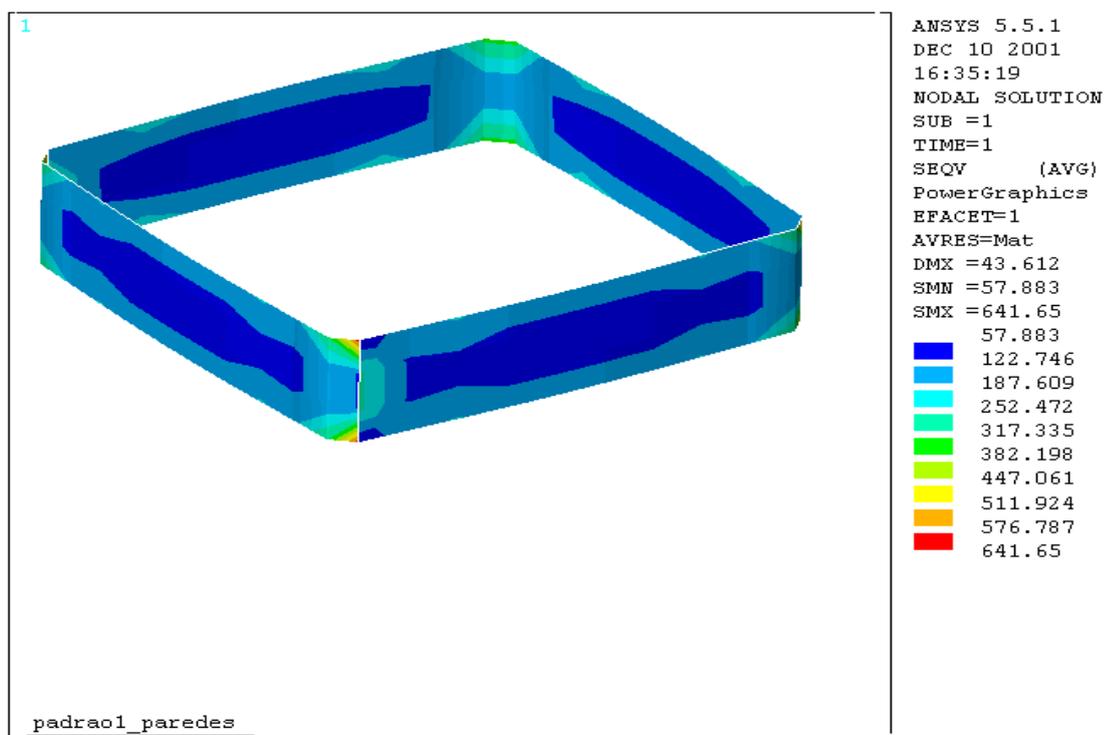


Figura 6.15 – Tensões paredes verticais próximas à meia altura do silo

Fazendo uma análise individual das placas verticais, apresentadas nas figuras 6.15, pode-se verificar as tensões somente numa placa (figura 6.16). Esta placa foi que apresentou maiores valores de tensões.

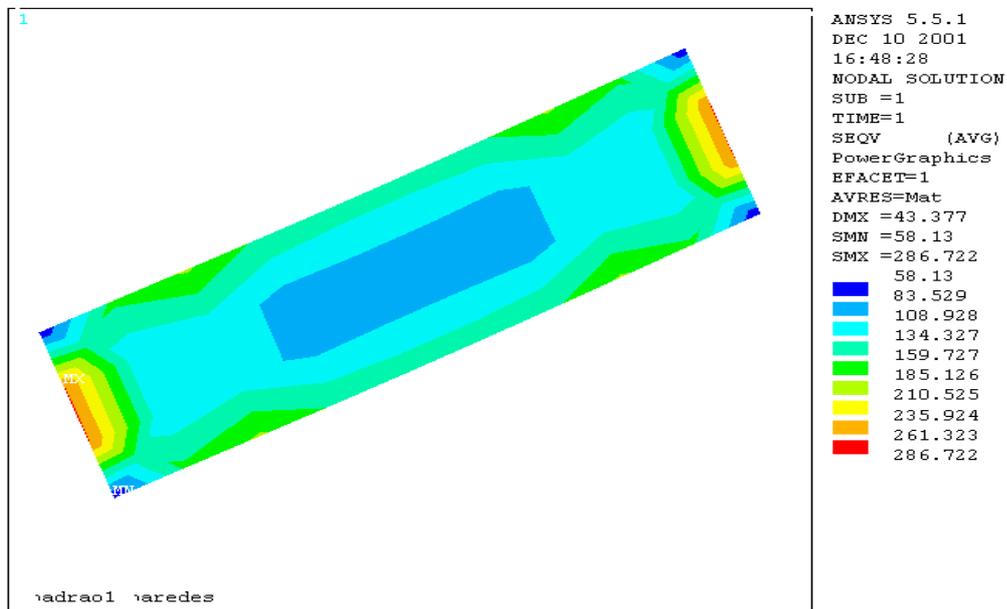


Figura 6.16 -Tensões numa placa da parede vertical

Analisando-se o funil em maior detalhe tem-se as tensões conforme figura 6.17 abaixo.

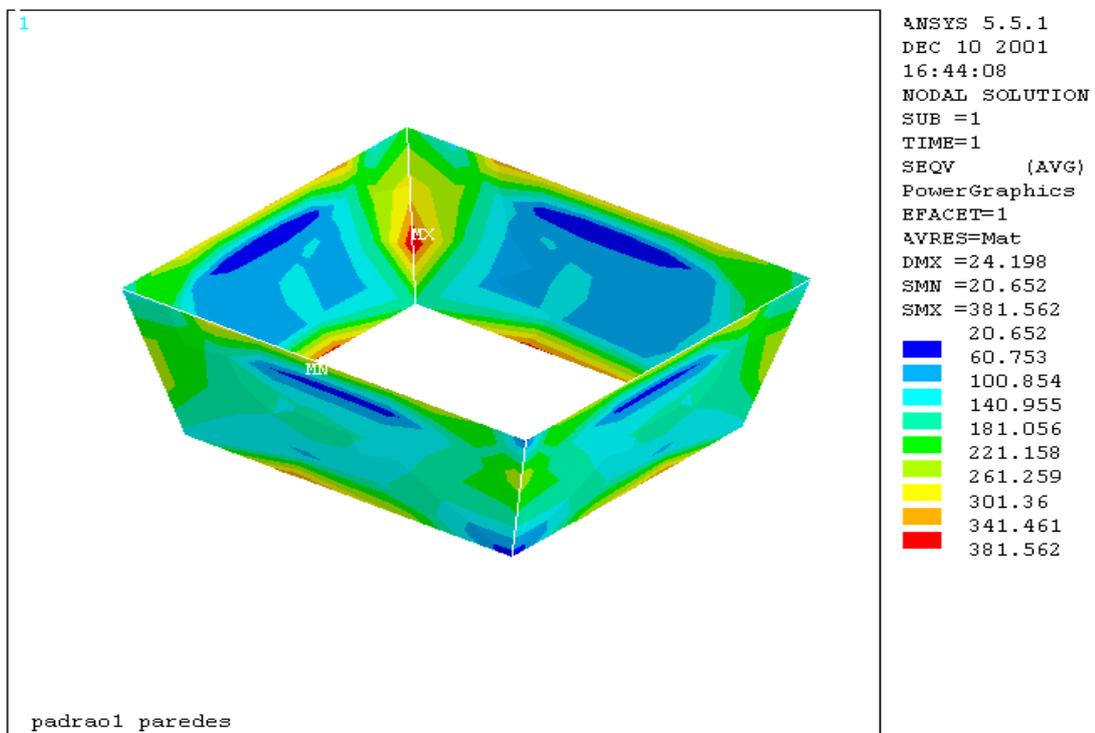


Figura 6.17 – Tensões nas paredes dos funis do silo

Analisando-se somente uma das placas inclinadas do funil, têm-se as tensões conforme figura 6.18.

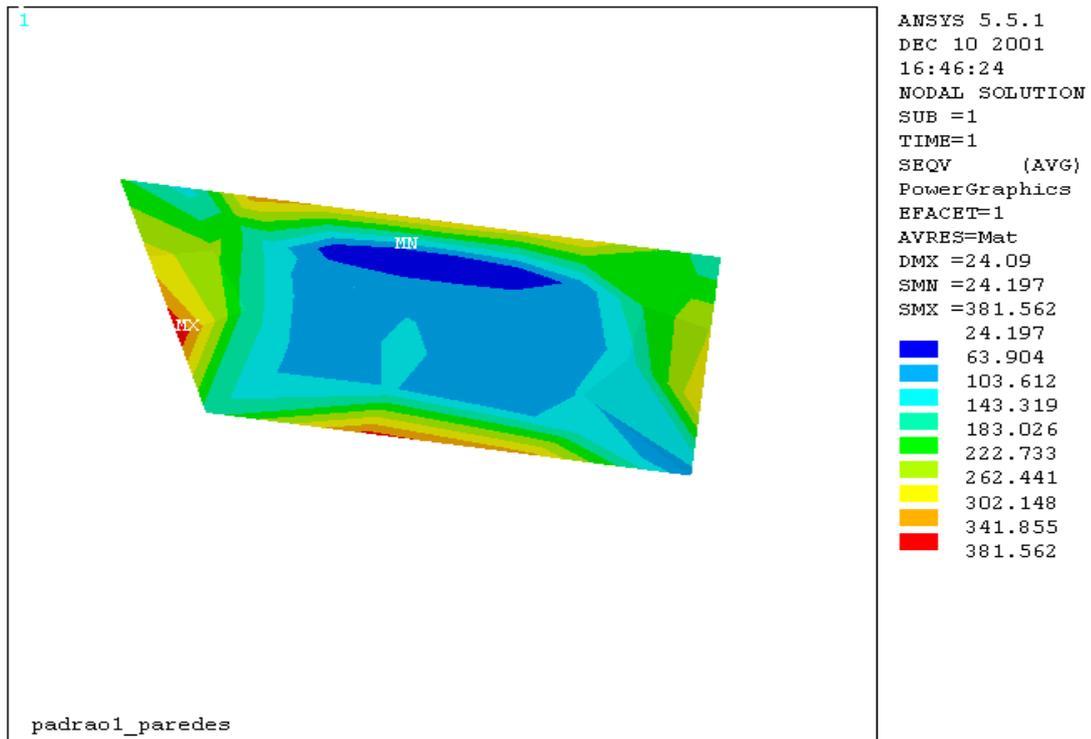


Figura 6.18 - Tensões numa placa do funil

Analisaram-se também as tensões nas colunas verticais, as quais situam-se entre duas vigas (enrijecedores) horizontais. As tensões resultantes estão apresentadas na figura 6.19 a seguir.

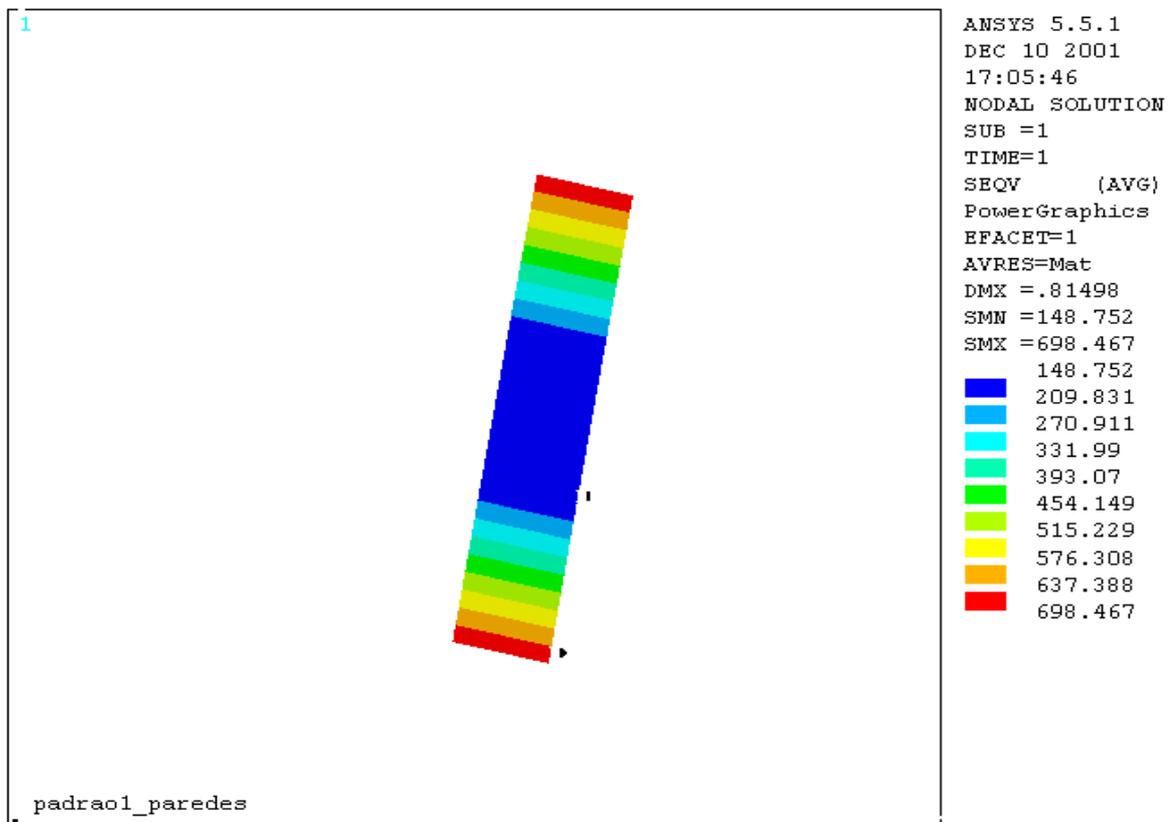


Figura 6.19 - Coluna entre duas vigas horizontais

Os reforços ou vigas horizontais tanto das paredes verticais como das paredes dos funis estão submetidos à tensões sensivelmente inferiores. Em termos de resultados analisou-se um elemento da viga mais solicitada da parede vertical próxima a base e o valor de tensão máximo é de 331,00 MPa.

### 6.2.3 Comparação entre as diferentes análises realizadas

Para comparar o método analítico com elementos finitos e o caso real, através da tabela 6.2, abaixo, para os componentes mais solicitados fez-se a comparação das tensões determinadas.

Método/parte do silo	Parede Vertical [MPa]	Parede Funil [MPa]	Viga Horizontal das paredes verticais [MPa]	Coluna Vertical [MPa]
Analítico	457,00	1050,00	656,94	718,05
Elementos Finitos Linear	349,00	864,00	340,12	698,15
Elementos Finitos Não Linear geométrico	261,32	341,85	331,00	641,00
Elementos Finitos Não Linear geométrico e físico	198,00	259,34	346,07	452,82
Material utilizado USI-SAC-350 $\sigma_e=350$ MPa	350,00	350,00	350,00	350,00

Tabela 6.2 – Comparação das tensões de Von Mises das partes mais solicitadas do silo

Analisando a tabela 6.2 acima, pode-se concluir que:

- O método analítico é conservativo, no caso das vigas horizontais. Este fato se deve porque as mesmas são dimensionadas para resistir o momento fletor das paredes verticais, como se não existissem as paredes.
- As colunas não resistem ao carregamento em todos os casos, portanto como alternativa pode-se aumentar o momento de inércia da seção.

- Calculando o silo seguindo a metodologia analítica e método por elementos finitos (lineares) poderá se estar superdimensionando a estrutura.
- A melhor alternativa é seguir o método dos elementos finitos considerando comportamento não-linear geométrico da estrutura.

## 7. INFLUÊNCIA DE OUTROS TIPOS DE ANÁLISE

O presente capítulo mostra as análises feitas no silo considerado como padrão, as quais são consideradas menos convencionais como flambagem e análise dinâmica (cálculo de frequências e modos).

### 7.1 Flambagem

Analisando o caso prático do silo considerado como referência deste trabalho, calculou-se algumas cargas críticas de flambagem para um módulo do silo através do programa Ansys 5.5 (não linear)

#### 7.1.1 Flambagem no silo - cálculo de autovalores

Aplicando a teoria conforme os itens 3.5.1 e 3.5.2, através do programa Ansys 5.5, calculou-se os 3 modos de flambagem adotando um modelo com elementos finitos conforme a situação da figura 7.1 e figura 7.2.

É interessante calcular mais de um modo de flambagem para analisar como a estrutura se comporta, além de saber potenciais instabilidades que ela tem. Caso o primeiro modo de flambagem for coibido de alguma maneira é fundamental saber os demais modos de flambagem.

Os valores das cargas atuantes no silo são calculados e esquematizados conforme o capítulo 5.

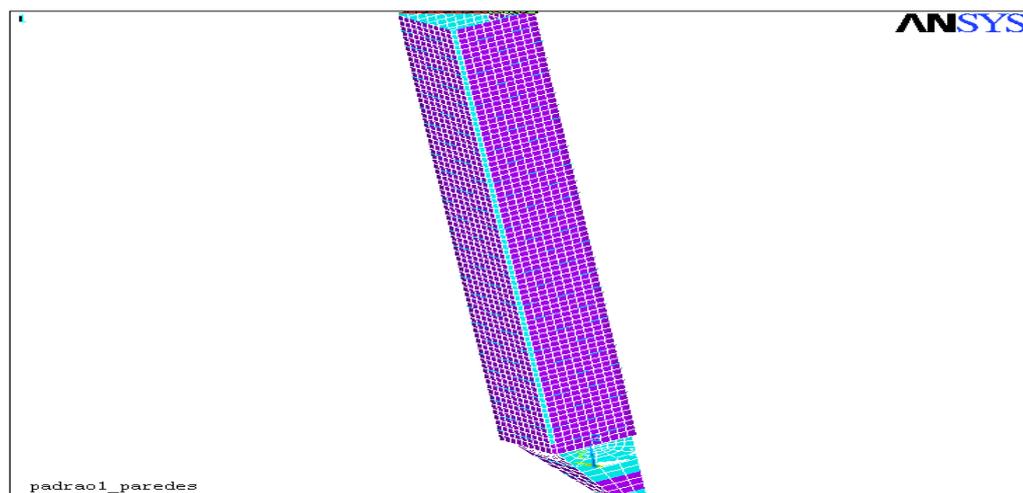


Figura 7.1 – modelo para um módulo do silo quadrado multicelular

Na figura 7.2, está apresentado um detalhe da parte inferior do silo com os elementos configurados.

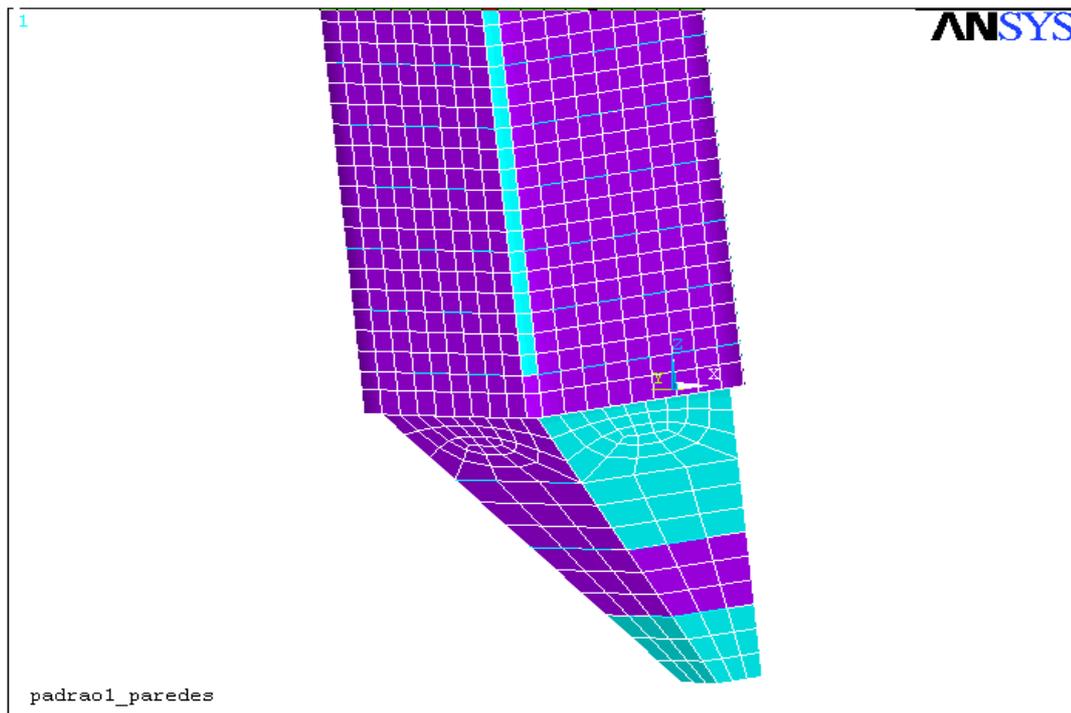


Figura 7.2 - condições de vinculação do silo

Como resultados foram obtidos os modos de flambagem com as respectivas cargas críticas de flambagem conforme Tabela 7.1.

Modo	Fator flambagem
1	1,19
2	1,20
3	1,24

Tabela 7.1 - Modos e respectivos fatores de flambagem para o silo inteiro

O primeiro modo de flambagem é apresentado na figura 7.3, onde é possível verificar que as paredes inferiores verticais que estão localizadas entre duas vigas horizontais entram em colapso devido à força de atrito que é calculada conforme capítulo 5. Também é importante notar que as colunas (chapas verticais dos cantos), não sofrem colapso por flambagem.

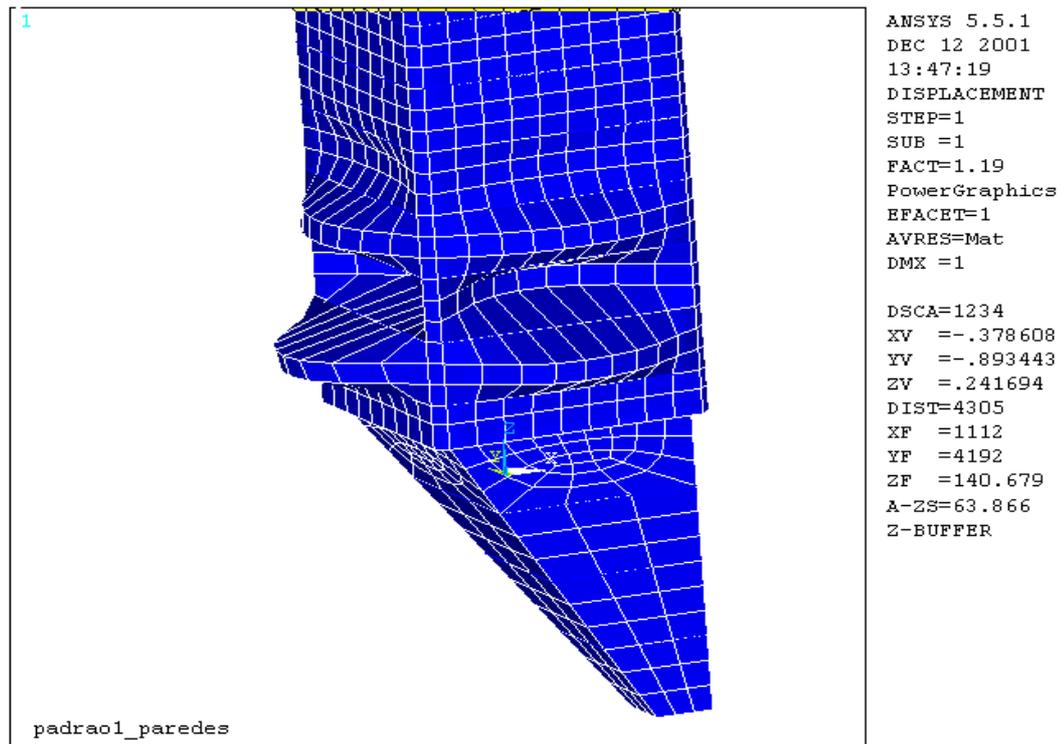


Figura 7.3 – primeiro modo de flambagem

### 7.1.2 Análise não linear geométrica

A análise não linear geométrica é a mais apropriada para estes tipos de silos, onde se têm paredes muito finas em relação as suas dimensões de largura e altura e as cargas horizontais exercidas sobre as paredes verticais laterais agem sobre tais paredes que se comportam de forma não-linear, onde estão sujeitas a grandes deslocamentos, isto pode ser verificado no anexo IV. Assim sendo utilizou-se também o Ansys 5.5 para analisar o comportamento não-linear geométrico da estrutura modelada conforme as figuras 7.1 e 7.2.

Para verificar a instabilidade é necessário aplicar um carregamento superior ao exercido devido às pressões no silo. Por isto todas as cargas atuantes no silo (capítulo 4), foram multiplicadas por um fator igual a 50. O colapso foi verificado quando a carga chegou a aproximadamente a 20% do valor das cargas aplicadas (conforme figura 7.4), ou seja, multiplicando todas as cargas atuantes no silo por 10, teremos colapso no silo. Também se pode dizer que o silo em estudo encontra-se em segurança quanto a problemas de instabilidade.

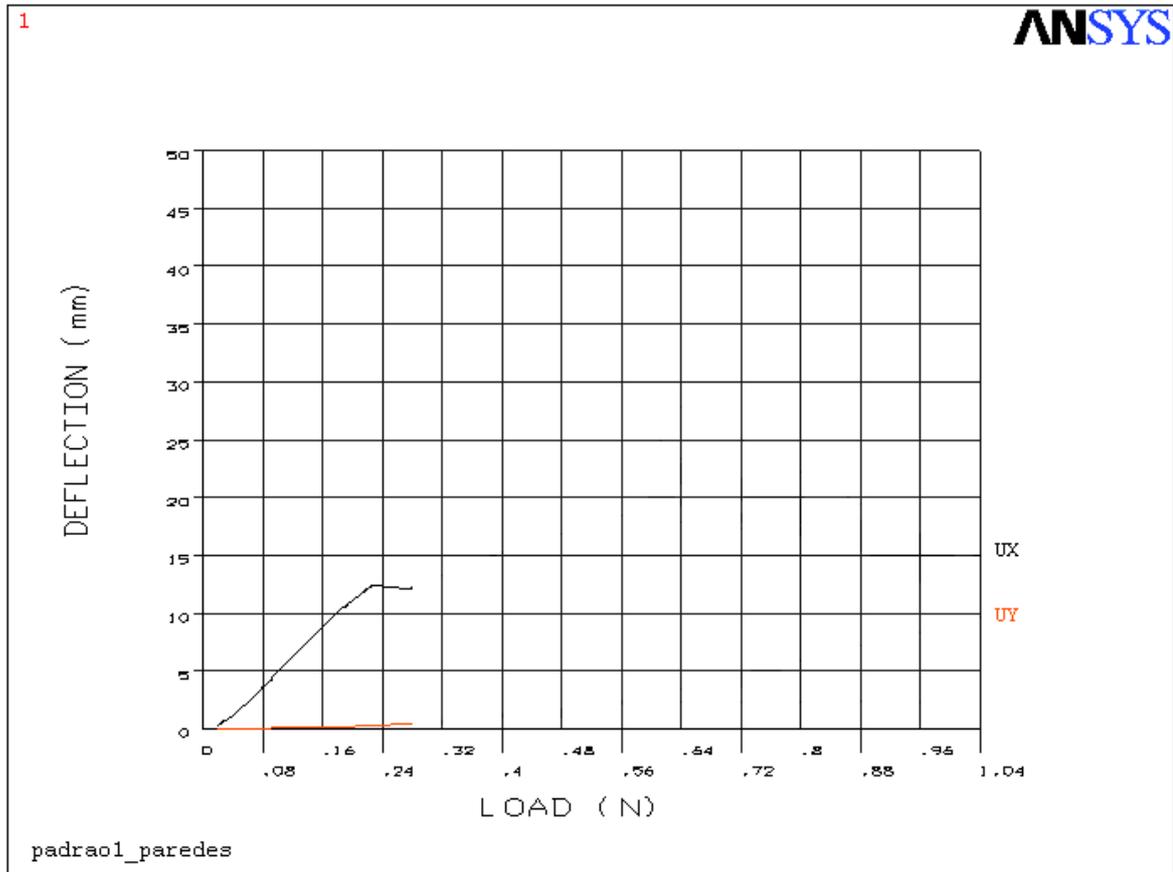


Figura 7.4 – Carga versus deformação para comportamento não linear para o silo inteiro

Na figura 7.5, pode-se verificar a deformada do silo após ocorrer a instabilidade.

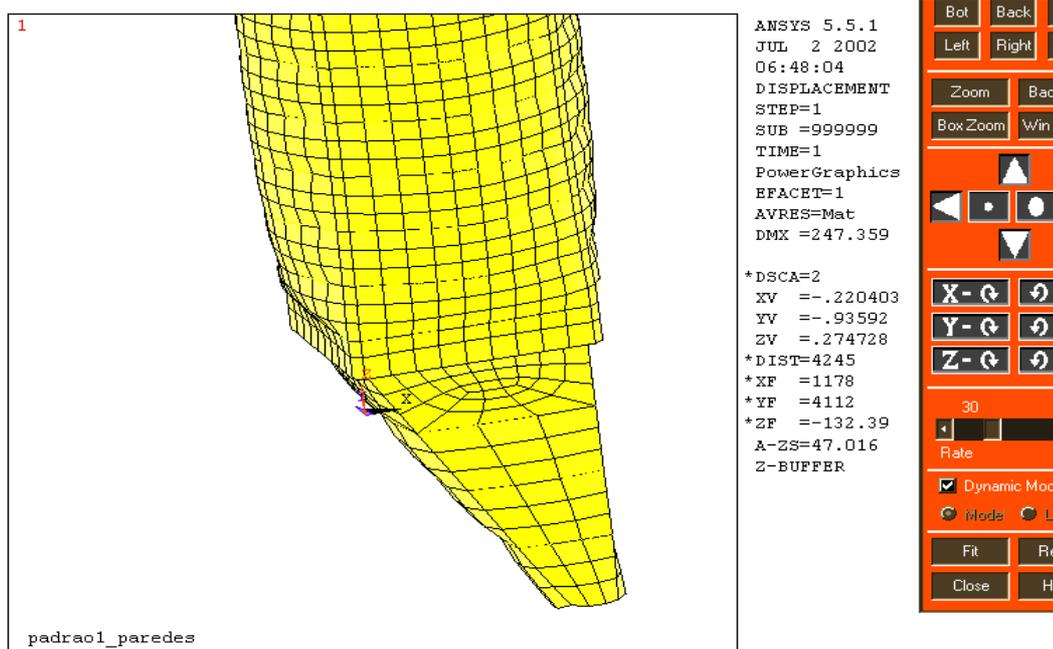


Figura 7.5 – Deformada do silo análise não linear geométrica

### 7.1.3 Análise dos resultados

Para os casos de flambagem (autovalores) e não linearidade geométrica (instabilidade), descritos nos itens acima, pode-se verificar os resultados conforme tabela 7.2 abaixo.

Componente/comportamento	Silo inteiro (valor que multiplicado pela carga atuante resulta a carga crítica)
Flambagem (buckling)	1.19
Não-linear geométrico	10

Tabela 7.2 – Resultados das análises para cada componente

Analisando a tabela 7.2 acima, pode-se dizer que:

- O fato de haver grandes deslocamentos nas paredes do silo, faz com que haja considerável aumento da carga crítica de flambagem;
- Na parede vertical acontece a flambagem;
- O silo está dentro da segurança quanto a flambagem.
- A análise por autovalores é válida quando se têm somente carregamentos axiais, ou seja, o efeito dos grandes deslocamentos causado pelas pressões horizontais não é considerado (vide anexo IV).

## 7.2 Cálculo modos e frequências do silo

### 7.2.1 Silo vazio

Considerando o silo sem carregamento, através do programa Ansys 5.5, calcularam-se 3 modos e frequências naturais de vibração. O modelo considerado ( figura 7.1) representa um compartimento do silo (paredes mais funil), o qual é engastado na parte onde deveria ser o apoio sobre a estrutura de vigas suporte.

Os valores obtidos do programa (frequências e modos) são apresentados na tabela 7.3..

Modo	Frequência (Hz)
1	13,59
2	19,30
3	27,44

Tabela 7.3 – frequências e modos de vibração silo vazio

O primeiro modo de vibração está apresentado na figura 7.6

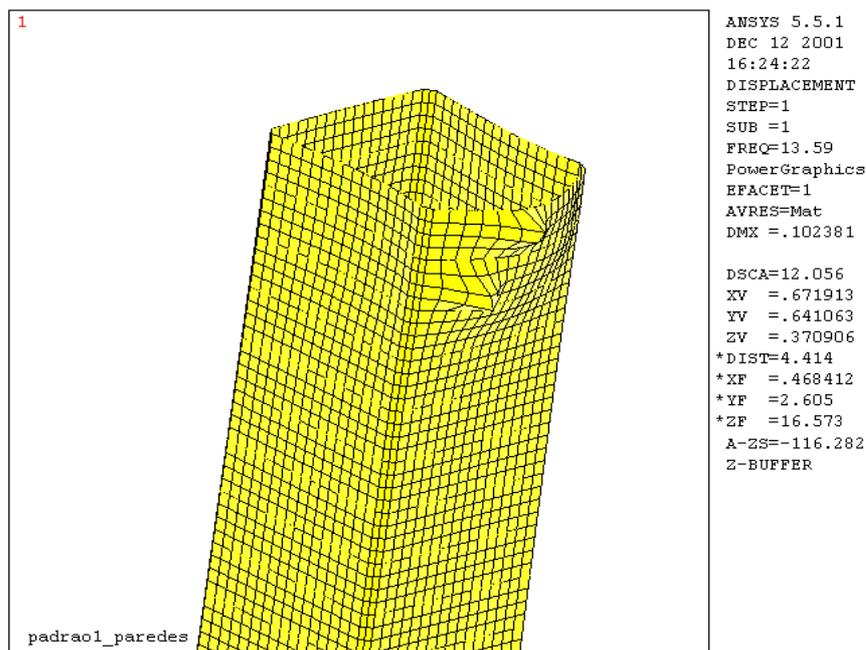


Figura 7.6 –primeiro modo de vibração

Verifica-se que o valor da frequência para o primeiro modo (13,59 Hz) é relativamente alto, considerando estruturas como silos metálicos. Além disso, o modo de vibração é local, não representando a estrutura como um todo. Para analisar uma situação mais real se faz necessário considerar o silo como um conjunto (compartimentos mais estrutura de apoio).

Baseado no acima exposto, partiu-se para uma análise mais global incluindo no modelo os suportes de apoio e considerando o conjunto dos 12 módulos ou compartimentos do silo.

A frequência do primeiro modo de vibração baixou para 1,897 Hz. Para o segundo modo obteve-se 2,066 Hz e para o terceiro 3,224 Hz. Os modos de vibração estão apresentados nas figuras 7.7, 7.8 e 7.9.

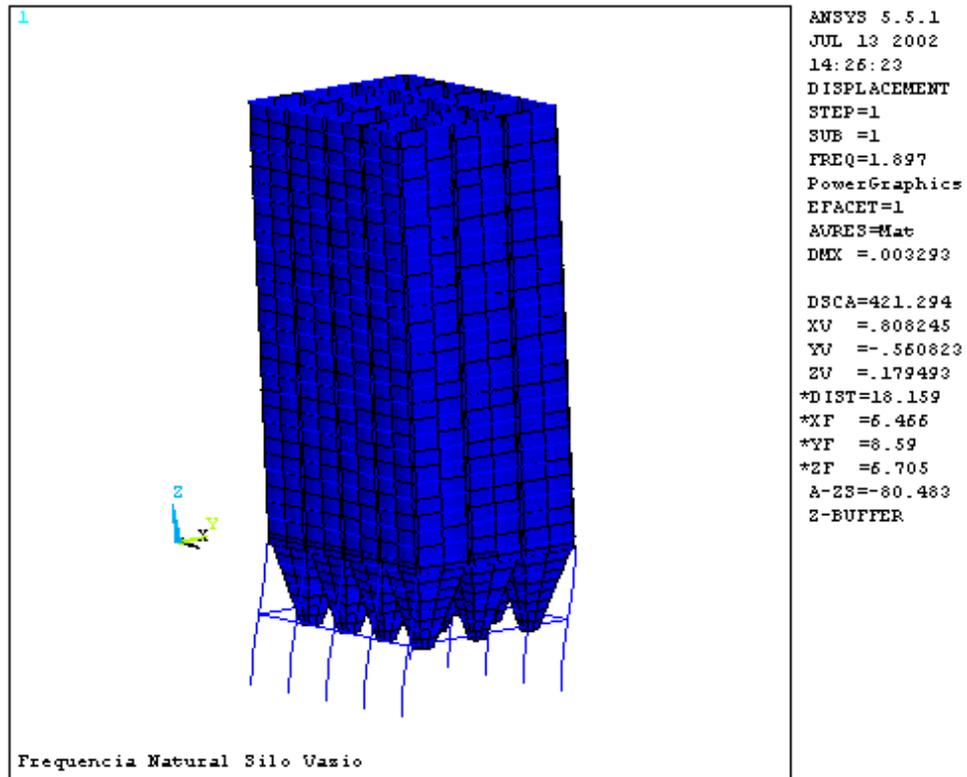


Figura 7.7 – Primeiro modo de vibração do silo completo

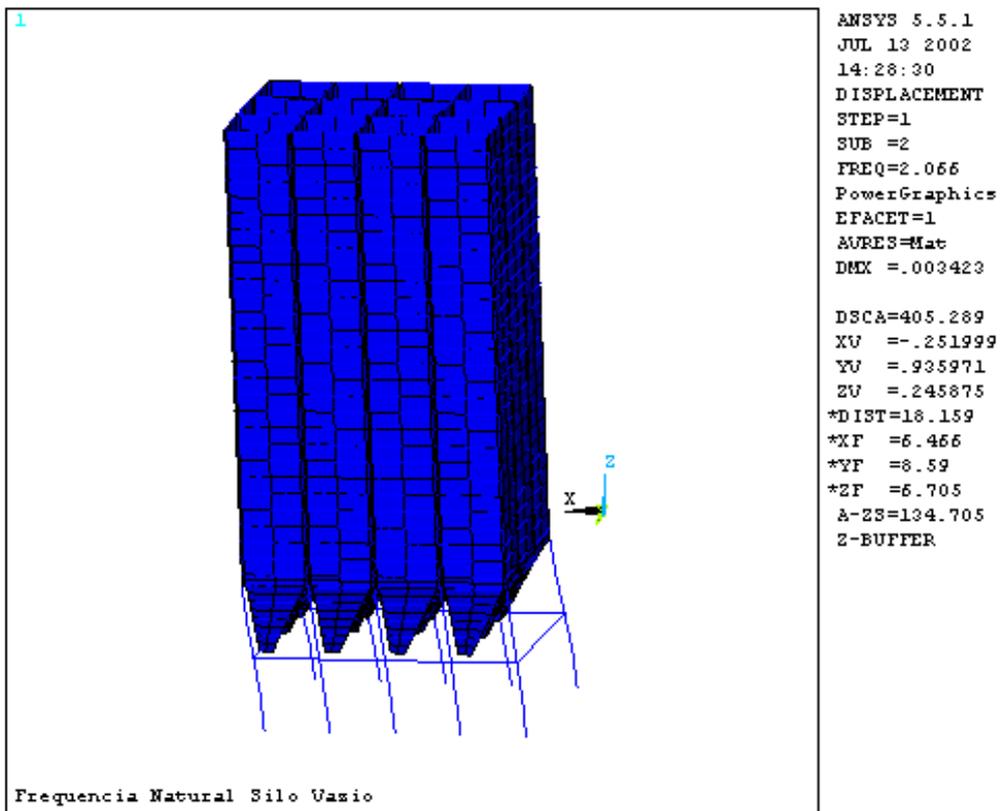


Figura 7.8 – Segundo modo de vibração do silo completo

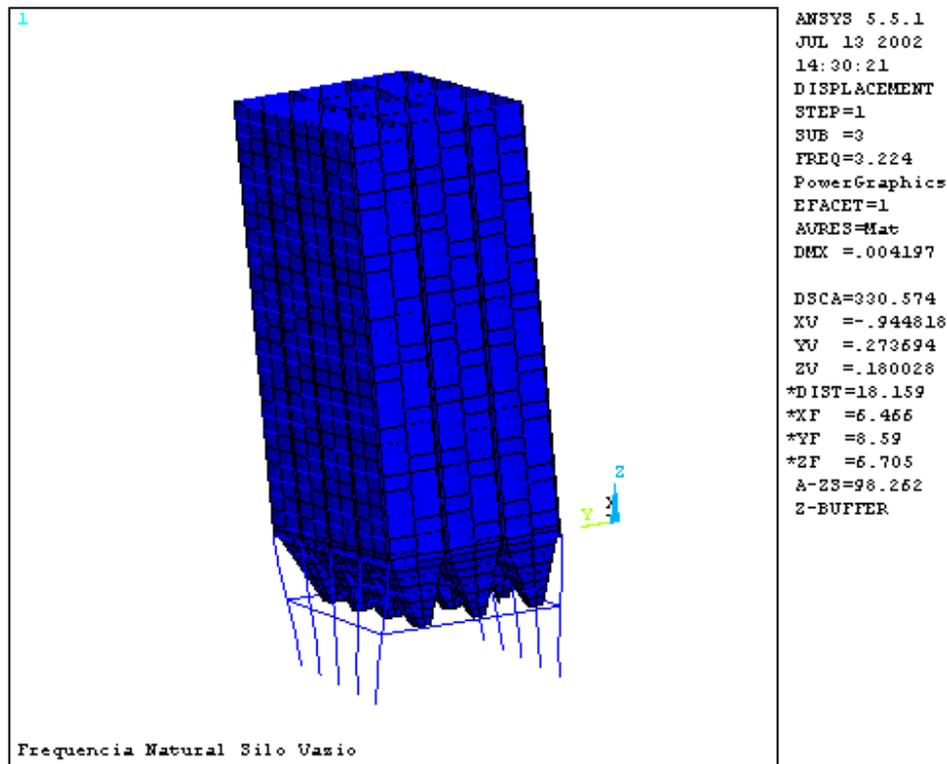


Figura 7.9 – Terceiro modo de vibração do silo completo

### 7.2.2 Silo cheio

Para simular o efeito da massa do material estocado no silo (milho), considerou-se chapas de aço horizontais, localizadas entre as vigas horizontais de cada compartimento para todos os níveis, com espessura tal que o somatório das massas destas chapas totalizassem a massa total de material armazenado. Esta analogia é válida, pois como se viu para o silo vazio completo (compartimento mais suporte de apoio) os primeiros modos de vibração ocorrem na estrutura de suporte de apoio, portanto o acréscimo de massa nos compartimentos tende a diminuir as frequências naturais de vibração.

Como resultados obtiveram-se os apresentados abaixo na tabela 7.4 abaixo:

Modo	Frequência (Hz)
1	0,47
2	0,52
3	0,77

Tabela 7.4 – frequências e modos de vibração silo cheio

O primeiro, o segundo e o terceiro modos de vibração para o silo cheio estão

apresentados nas figuras 7.10, 7.11 e 7.12 respectivamente.

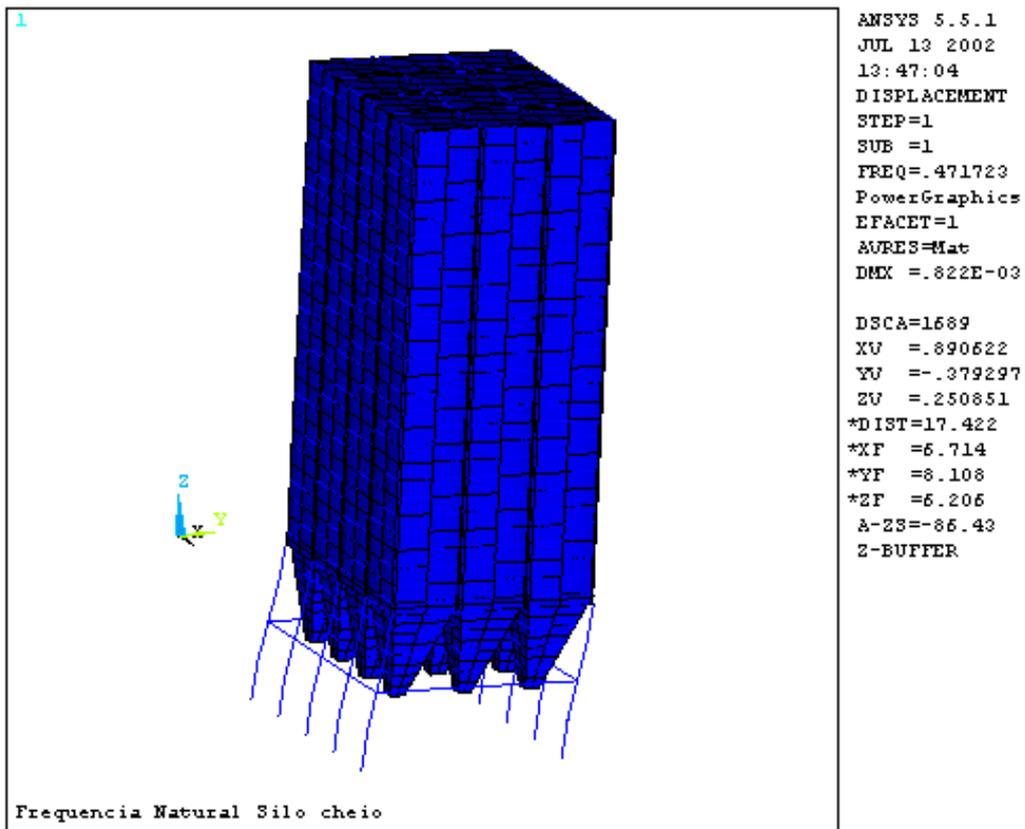


Figura 7.10 –primeiro modo de vibração

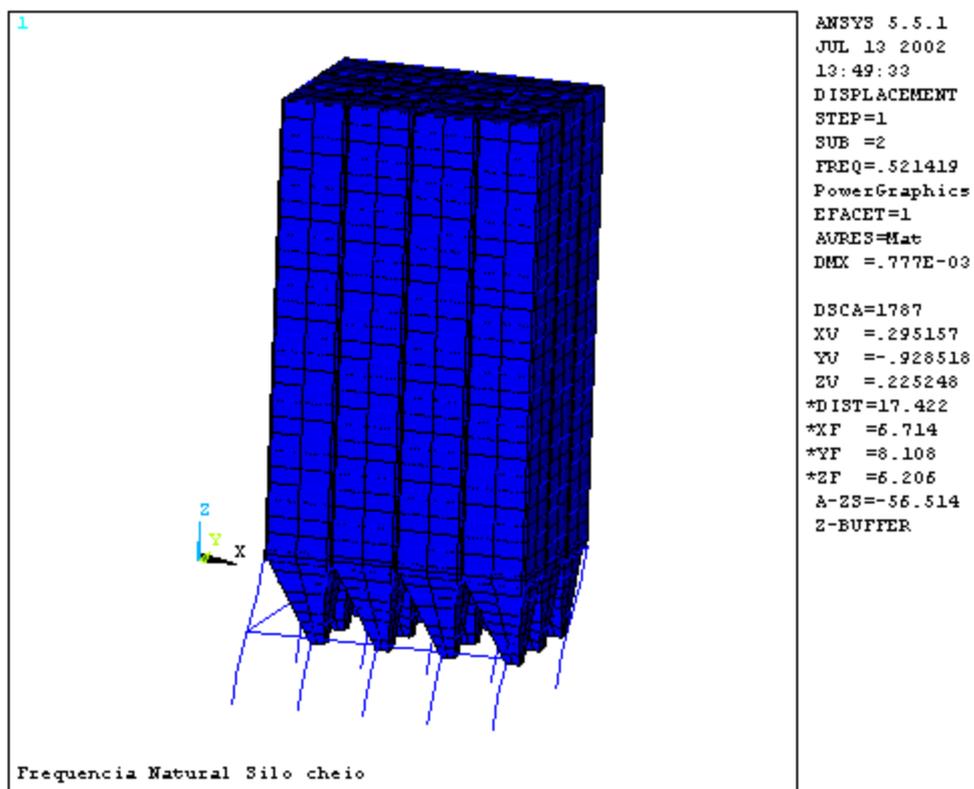


Figura 7.11 –segundo modo de vibração

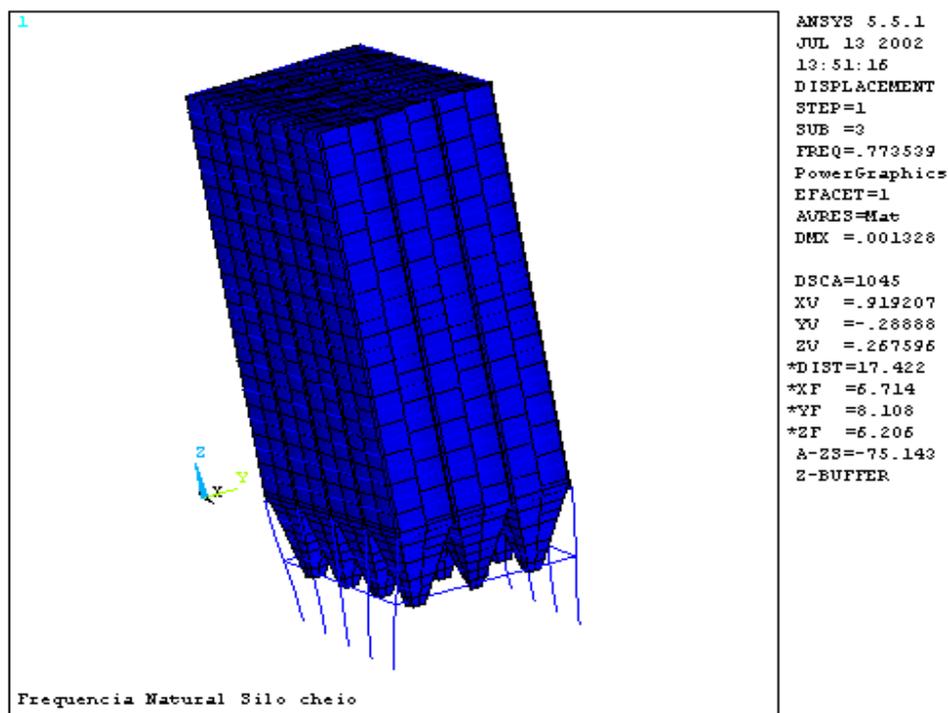


Figura 7.12 – Terceiro modo de vibração

No caso do silo cheio de material, as frequências naturais são 4 vezes menores do que o silo vazio.

As frequências naturais para o silo vazio e cheio apresentam valores na faixa de 0,48 a 1,90 Hz, o que significa que a estrutura tem as primeiras frequências na zona de 1,00 Hz, sendo uma faixa normal para edificações de médias a grandes alturas. Além disso, conforme verifica-se na figura 7.13, o vento constitui uma sollicitação de caráter dinâmico para estruturas de frequências relativamente mais baixas.

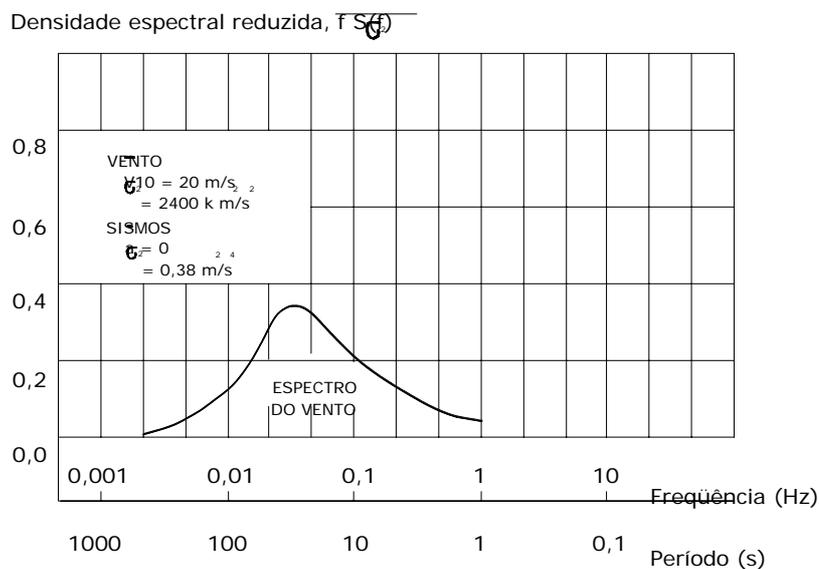


Figura 7.13 - Espectro de potência do vento

## 8. VERIFICAÇÃO DO SUPORTE DE APOIO DOS COMPARTIMENTOS DO SILO

### 8.1 Ação do peso próprio do silo e do material armazenado

Um dos carregamentos que agem sobre o suporte de vigas das células do silo é devido ao peso próprio dos compartimentos do silo e do peso do material estocado. O valor do somatório destas duas cargas vale 18,88 MN. Considera-se que esta carga seja aplicada na parte mais rígida do suporte de apoio (pórtico) que é a região sobre as colunas verticais (ver fig. 8.1). A carga distribuída nesta região vale  $18,88 \text{ MN} / 24,384 \text{ m}$  ou **0,77 MN/m**.

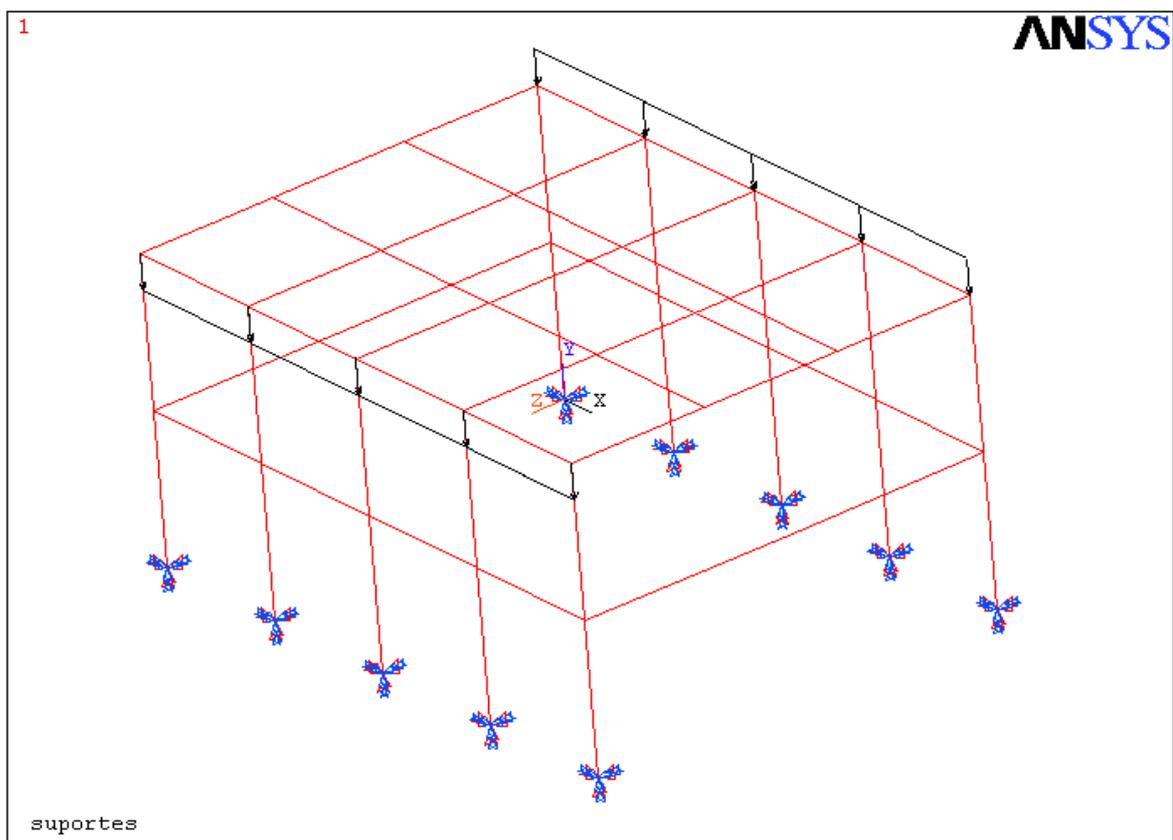


Figura 8.1 - Carregamento devido ao peso próprio mais peso material estocado

### 8.2 Ação devido ao carregamento do vento

Conforme foi estudado e calculado no capítulo 5, as pressões que agem nas paredes do silo (Tabela 5.3) foram calculadas para a direção do vento ( $\alpha = 90^\circ$ ), que é uma situação que gera maiores solicitações no suporte de apoio dos compartimentos.

Conforme Tabela 5.3 do capítulo 5, as pressões variam em função da altura do silo. Como uma

hipótese simplificada e conservativa, considerou-se o maior valor de pressão como uniforme para toda a altura.

### 8.3 Análise por elementos finitos do silo vazio (compartimentos mais suporte)

Na figura 8.2 é apresentado o modelo do silo vazio completo com as pressões devido à ação do vento mais o carregamento devido ao peso do material estocado, conforme figura 8.1.

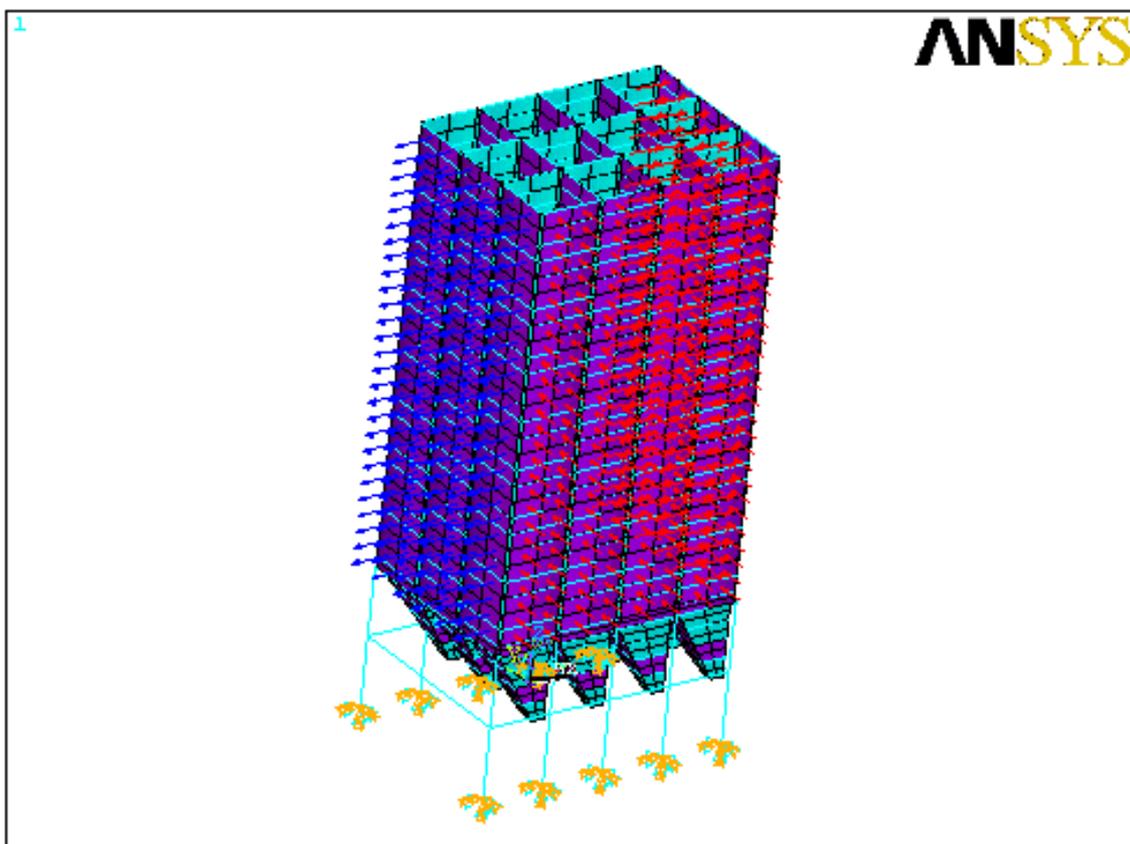


Figura 8.2 – Modelo silo vazio completo e carregamento devido ao peso do material

Na figura 8.3 são apresentadas as tensões de Von Mises com intensidades maiores na base de apoio do silo. A tensão máxima é de 221 Mpa.

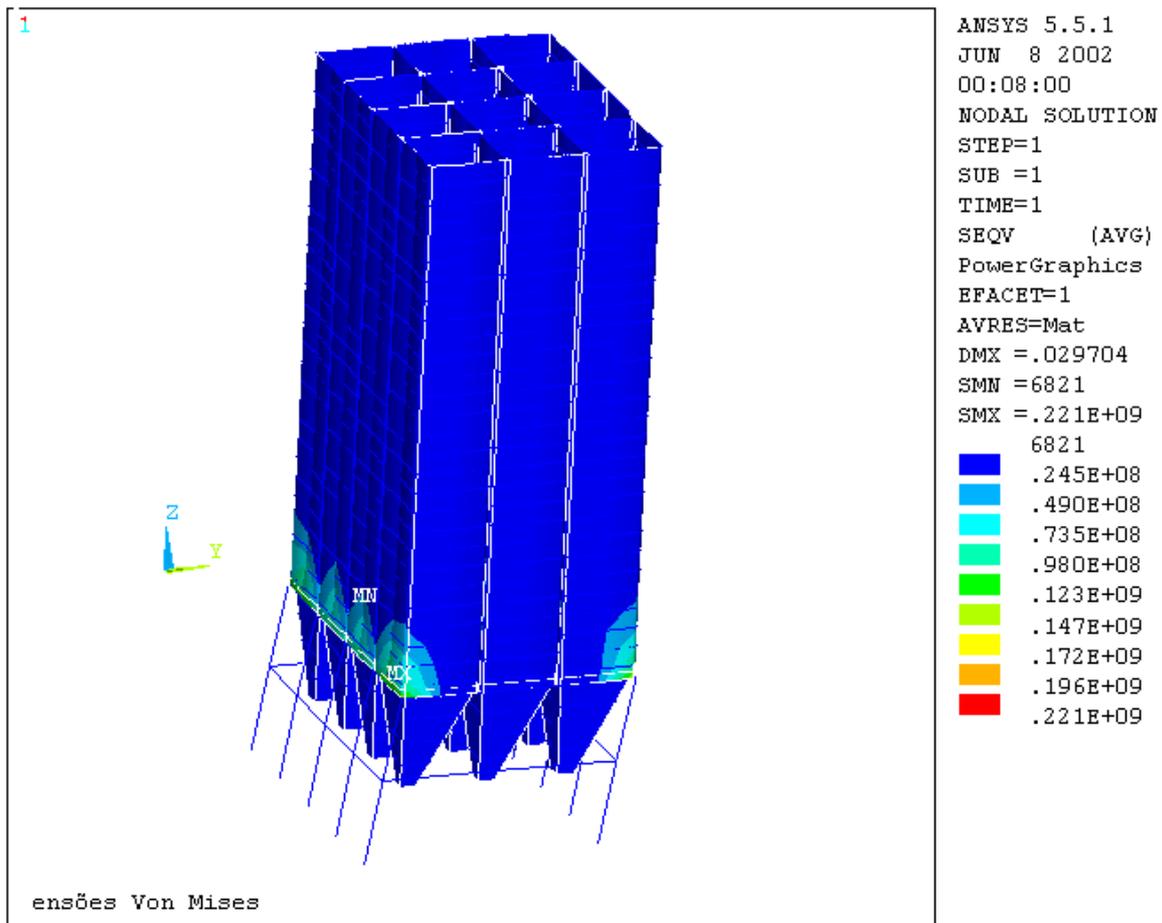


Figura 8.3 – Tensões de Von Mises devido à ação do vento e peso do material armazenado

Pode-se concluir que:

1. As tensões nas paredes devido à ação do vento são bem menores do que as tensões devido ao material armazenado, calculadas no capítulo 6.
2. As tensões mais intensas são na união entre compartimentos e suporte de apoio.

Na figura 8.4 abaixo está visualizada a deformada do silo.

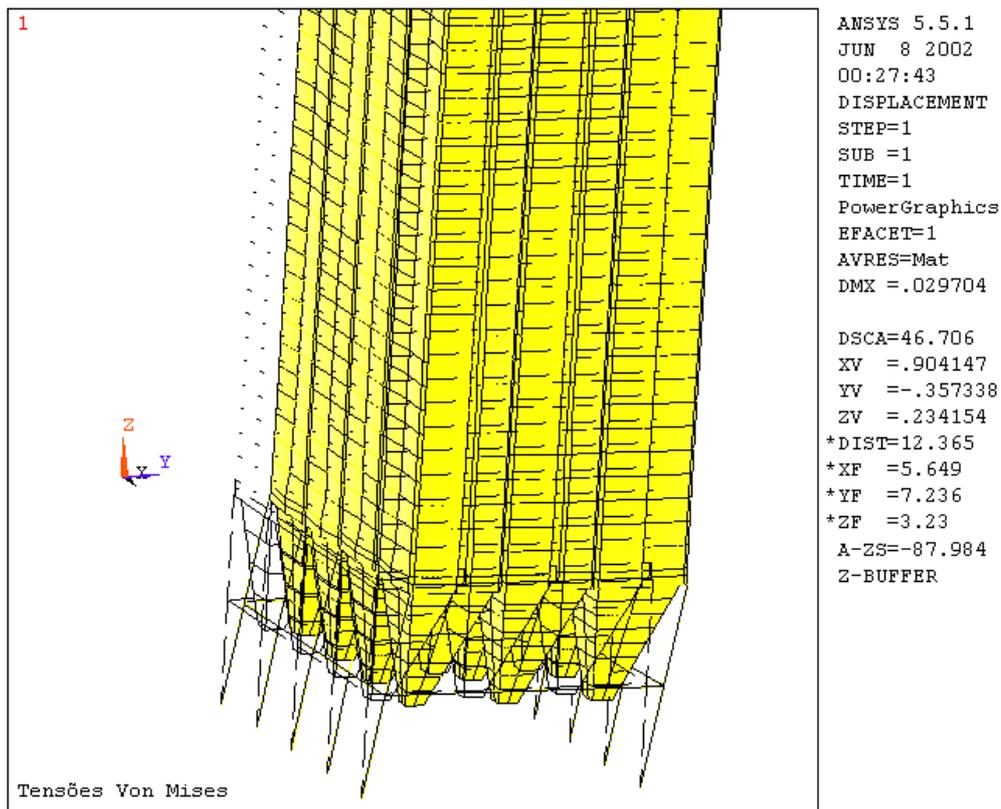


Figura 8.4 - deformada e elementos do suporte

Os resultados das tensões máximas no suporte de apoio estão apresentados na tabela 8.1 abaixo.

Elemento	Smáx
2170	176,31 MPa

Tabela 8.1 – Valor máximo Tensão [MPa] nas vigas do suporte

#### 8.4 Análise de flambagem

Considerando a distribuição de todas as cargas conforme as figuras 8.1 e 8.2, analisou-se o modo de flambagem linear e os respectivos fatores. Os valores estão apresentados na Tabela 8.2, abaixo.

Modo	Fator Flambagem
1	2,77
2	3,97
3	4,31

Tabela 8.2 – modos e fatores de flambagem linear

O primeiro modo de flambagem está apresentado na figura 8.5 abaixo.

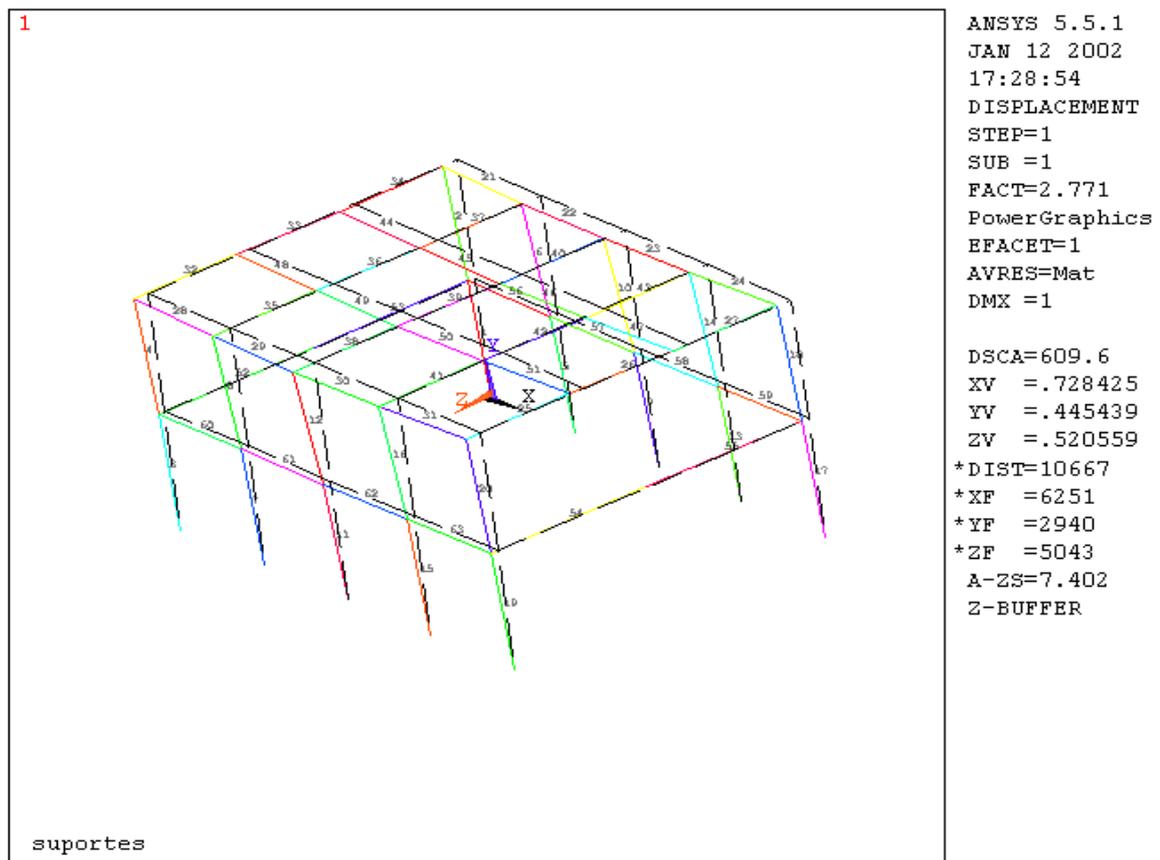


Figura 8.5 – Primeiro modo de flambagem do suporte do silo

### 8.5. Análise dos resultados

Baseando-se nos resultados obtidos acima, para os suportes do silo americano, verifica-se que todas as tensões se apresentam abaixo da tensão admissível do aço.

Analisando os fatores de flambagem, verifica-se também que os mesmos dão margem de segurança à estrutura.

## 9. CONCLUSÕES

O presente trabalho tem como principal objetivo discutir a metodologia de cálculo empregada para silos prismáticos multicelulares, comparando o método analítico convencional com métodos mais sofisticados, como o caso dos elementos finitos, e analisando métodos de cálculos que não fazem parte da análise convencional.

Baseando-se em todos os resultados obtidos após as análises feitas pode-se ressaltar as seguintes conclusões:

Em relação à análise da interação entre o número de módulos de silos multicelulares, destaca-se que é possível simplificar as análises dimensionais considerando somente um módulo ou uma célula. A análise entre o número de módulos mostrou que tanto para silos com vários módulos, como para silos com poucos módulos ou ainda silos com um único módulo não existem diferenças significativas quanto ao dimensionamento, o qual pode facilitar a construção de um sistema pré-fabricado modular.

Considerando o modelo do silo analisado por elementos finitos, é importante salientar que para uma análise mais refinada deve-se considerar que:

- Para analisar o comportamento de certa parte da estrutura de forma mais específica, é adequado fazer uma análise local do modelo, utilizando como base o modelo global;
- Para as vigas horizontais seja utilizado, por exemplo, o elemento de viga "BEAM181" ao invés do elemento "BEAM4", pois este considera que a seção transversal da viga seja simétrica, o que não é exatamente a realidade.
- Que o centróide da seção das vigas horizontais tenha afastamento das paredes verticais. Isto é possível utilizando também elementos de viga mais avançados como o "BEAM181".

No que se refere à comparação entre o dimensionamento analítico convencional e o dimensionamento numérico por elementos finitos é importante salientar que a análise mais apropriada é a análise numérica. O método numérico dos elementos finitos permite que o nível de

simplificações de cálculo seja relativamente menor que um dimensionamento analítico convencional, conseqüentemente os métodos numéricos podem apresentar resultados mais reais. Entretanto é importante destacar que o cálculo por elementos finitos nos induz a aceitar facilmente os resultados apresentados, pois os mesmos são ricos em cores e efeitos e deixam possíveis erros escondidos dentro de uma caixa preta. Portanto, é fundamental ter um conhecimento detalhado da estrutura em estudo, saber enquadrar o problema real no cálculo por elementos finitos (condições de contorno, tipo de elementos, simplificações) e ter um conhecimento apropriado das teorias que estão relacionadas aos métodos numéricos para evitar maiores erros.

Quanto aos métodos avançados, concluiu-se que para o caso da análise não linear geométrica através do método dos elementos finitos, a carga crítica de flambagem é significativamente mais elevada que a carga crítica calculada por análise linear, devido ao fato de que as paredes dos silos sofrem grandes deslocamentos causados por pressões horizontais fazendo trabalhar a estrutura como membrana e, portanto se está mais a favor da segurança. Portanto, não é indicado utilizar o método de flambagem por autovalores pois a estrutura do silo apresenta grandes deslocamentos antes de perder a estabilidade.

Fazendo referência ao caso prático do silo tomado como padrão, pode-se dizer que todas as análises realizadas mostraram que a estrutura está bem dimensionada, não apresentando fatores de segurança muito elevados e nem pondo em risco a segurança da estrutura. É importante salientar que simples análises analíticas convencionais não são apropriadas para analisar o silo estudado, pois não apresentam resultados compatíveis com as dimensões dos componentes estruturais do silo analisado.

### Considerações finais

Sem dúvida existem nos estudos de silos em geral vários tópicos que são temas de pesquisa em andamento, entre eles:

- Ação sísmica e de vento em estruturas de silos;
- Determinação de pressões devido à estocagem de grãos;

- Efeitos de imperfeições na estabilidade de silos.

Em particular a continuação natural deste trabalho consiste em realizar parcerias com empresas da região para desenvolver um sistema estrutural modular pré-fabricado baseado nas necessidades e tecnologias disponíveis no Brasil.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abel "**Manufacturing Company Inc.**", Box 757 Appleton, WI 54912, U.S.A.
- American Society of Civil Engineers (ASCE), 1990. "**Minimum design loads for buildings and other structures**", Revision and redesignation of ANSI AS8. 1-1982, New York.
- Andrade Junior, L. J., Sáles, J.J., Malite, M.,1997 "**Dimensionamento de Silos Elevados com Paredes Lisas**", Artigo Científico – Escola de Engenharia de São Carlos - USP.
- ANSYS, 1998, "**Basic Analysis Guides Release 5.5**", Swanson Analysis Systems, Inc., P.O. Box 65, Johnson Road, Houston, PA
- Boresi, A.P., 1978. "**Advanced Mechanics of Materials**", John Wiley & Sons, New York.
- Bulson, P.S., 1925, "**Background to buckling**", McGraw-Hill New York.
- Catalon, J.R., 1977. "**Silos: teoria, investigacion, construccion**", Eta, Barcelona.
- Dym, Clive L., 1974, "**Introduction to the Theory of Shells**", New York
- ESDEP - "**Structural Systems: Miscellaneous**" Lecture ISC.2: Structural Design of Bins Kepler Weber, "**Indústria de silos**", Panambi, RS, Brasil.
- Malven, L., 1969, "**Introduction to the Mechanics of Continuous Media**", Prentice-Hall.
- MSSI - "**Material Storage Systems, Inc**", P.O. Box 1010, Gadsden, AL. 35902.
- Ravara, Arthur, 1969, "**Dinâmica de Estruturas**", Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.
- Rotter, J. M., Ansourion, P., Trahair, N. S., 1986. "**A Survey of Recent Bockling Advances and their Applications to Design**", Elsevier, England.
- Sáles, J.J., Malite, M., **Gonçalves, R. M.**, "**Ação do Vento nas Edificações**", Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos, 1998.
- Timoshenko, 1952, S.P. and Gere, J.M., "**Theory of Elastic Stability**", McGraw-Hill, New York
- TOM-CIN METALS, "**Bulk Storage Systems**", Hortonville, WI.
- Troitsky, M.S., 1990. "**Tubular Steel Structures - Theory and Design**", Concordia University, Montreal.
- Young, Warren C., 1989, "**Roark's Formulas for Stress and Strain**", McGraw-Hill, New York.

Yu, Wei-Wen, 1991, "**Cold-formed Steel Design**", John Wiley & Sons. Inc. New York.

## APÊNDICE I - RESUMO SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

### 1. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

#### 1.1 Introdução:

Qualquer fenômeno da natureza pode ser descrito com ajuda de leis da Física, as quais podem ser expressas através de equações algébricas diferenciais ou integrais, onde participam as variáveis em jogo.

A determinação das equações que governam os problemas estudados é relativamente fácil de ser encontrada através de métodos de análise exatos. Entretanto, a complexidade na definição das condições de contorno resulta em uma tarefa, na maioria dos casos, difícil ou impossível.

Nestes casos, os métodos aproximados de análise provêm caminhos alternativos para encontrar uma solução. Entre estes métodos, ocupa um lugar de destaque o método dos elementos finitos.

#### 1.2 O método dos elementos finitos situado no contexto de outros métodos empregados

Supondo que o objeto de nosso interesse é um sistema físico, é o que existe na realidade (um silo metálico, por exemplo).

Para realizar seu estudo, realizam-se hipóteses que permitam simplificar o problema (por exemplo, supor que uma viga está contida no plano e que tem um comportamento elástico linear). Nesta passagem de um modelo físico a um modelo teórico, o qual pode-se expressar através de expressões matemáticas, deve-se observar duas características:

- a) No processo de passagem o papel do engenheiro é crucial;
- b) No processo de passagem introduzem-se erros.

As expressões matemáticas que expressam o modelo teórico podem ser classificadas em dois tipos bem diferenciados:

$A_1$  – Equações diferenciais e

$A_2$  – Equações integro-diferenciais.

As equações diferenciais, também chamadas formulação forte do problema estudado, são formadas em geral por expressões onde aparecem derivadas das variáveis envolvidas. Como um

exemplo deste tipo de equações, pode-se citar as equações de equilíbrio, no caso de um sistema estrutural.

As equações integrais, também chamadas de formulação fraca do problema estudado, são formadas em geral por equações onde aparecem integrais das variáveis de nosso interesse e derivadas de mais baixa ordem na formulação forte. Como um exemplo deste tipo de equação pode-se citar as equações resultantes da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais.

Tendo expressado o problema em forma matemática, pode-se tentar resolvê-lo por dois caminhos:

B<sub>1</sub> – Aplicando técnicas analíticas: este caminho só é válido no caso de problemas simples com condições de contorno simples. Em geral, os métodos contidos neste grupo, levam a soluções fechadas exatas.

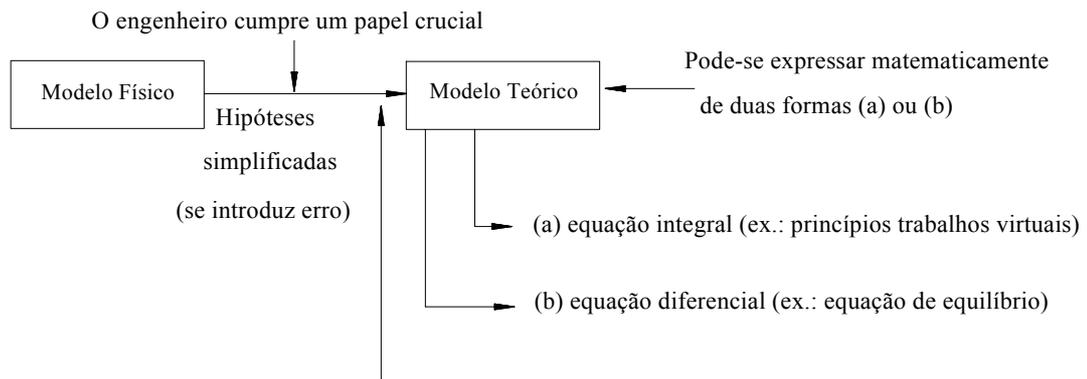
B<sub>2</sub> – Aplicando técnicas numéricas, hoje acessíveis graças ao emprego do computador, temos uma grande variedade de técnicas disponíveis, que por sua vez, classificam-se em dois grandes grupos:

B<sub>11</sub> – Métodos aplicáveis sobre as equações diferenciais, onde pode-se citar o método das diferenças finitas.

B<sub>22</sub> – Métodos aplicáveis sobre as equações integrais, como os métodos variacionais diretos, entre eles o mais popular hoje em dia é o método dos elementos finitos.

É importante salientar que ao resolver a equação matemática que representa o modelo teórico estudado se introduz em geral erro, pois os métodos numéricos são na sua maioria aproximados.

A figura seguinte apresenta de forma resumida os conceitos vistos até aqui:



Pode-se resolver por dois caminhos:

- Aplicando técnicas numéricas (aplicável para problemas simples)
  - soluções fechadas (exatas)
- Aplicando técnicas numéricas
  - a) sobre equações diferenciais - método das diferenças finitas
  - b) sobre as equações integrais - métodos variacionais
  - o mais popular é o método dos elementos finitos

Figura 1.1 – Quadro resumo que apresenta o método dos elementos finitos em seu contexto.

## APÊNDICE II - RESUMO SOBRE MECÂNICA DOS SÓLIDOS, TEORIA DE VIGAS E CASCAS

### 1. ANÁLISE DE UM PROBLEMA GENÉRICO DA MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Dado um corpo tridimensional contínuo, sobre o qual atuam cargas na sua superfície e submete-se também a cargas de corpo (ex.: peso próprio). O corpo está fixo em vários pontos de seu contorno. Um esquema do corpo pode ser observado na fig. 1.1.

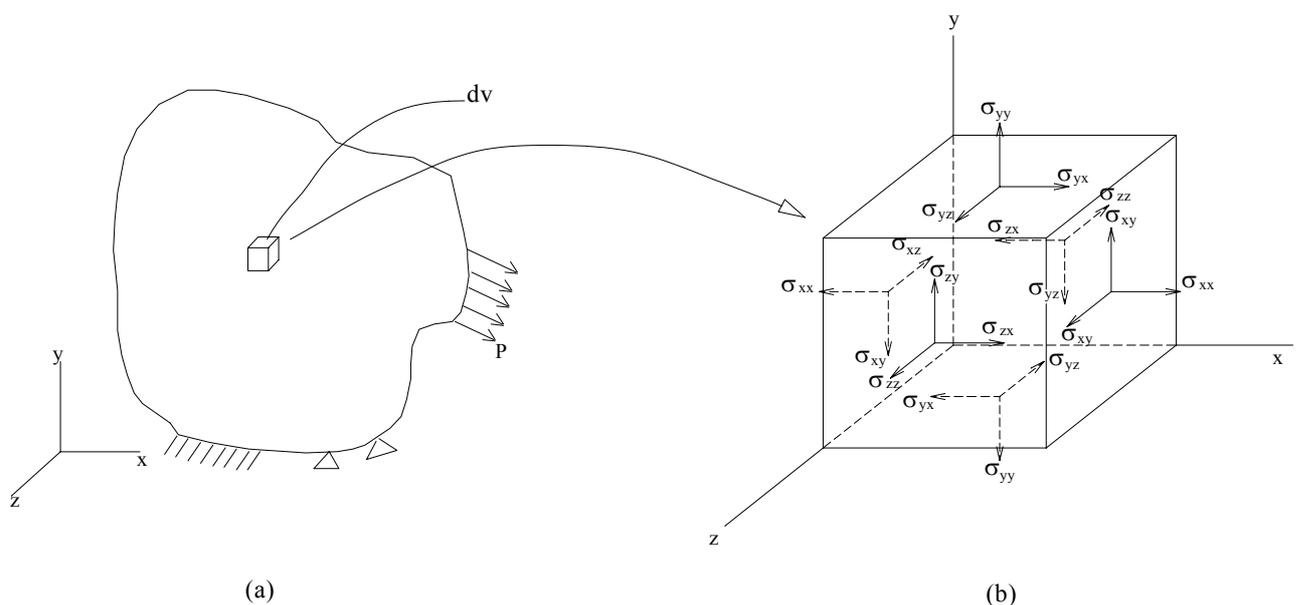


Figura 1.1 - (a) corpo tridimensional contínuo (b) cubo infinitesimal extraído do corpo principal com as tensões atuantes

Se extrairmos uma porção cúbica elementar do corpo de volume  $dv$ , temos a atuação de tensões normais e tangenciais, como apresenta a figura 1.1 (b).

Neste problema vamos ter as seguintes incógnitas: 6 tensões, 6 deformações e 3 deslocamentos. No total serão 15 incógnitas.

Equacionando o problema acima exposto encontramos as seguintes equações de equilíbrio:

- Três equações de equilíbrio das forças;
- Três equações de equilíbrio dos momentos.

Nas equações de equilíbrio dos momentos é possível considerar a condição de simetria do tensor de tensões. Considerando a simetria do tensor de tensões, o número de incógnitas baixa de 9, para 6.

Utilizando a notação para o índice  $i=1..3$  e  $k=1..3$ , as três equações de equilíbrio do somatório de forças utilizadas são representadas por:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\sigma_{i,k} + p \cdot b_i) = 0 \quad (1.1)$$

As equações que relacionam os deslocamentos com as deformações totalizam 9, mas como 3 destas 9 equações são simétricas, na realidade resultam 6 equações. Como consequência disto tem-se o tensor simétrico.

As relações acima citadas, para o caso mais geral de deformações finitas, podem ser expressas como:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad (1.2)$$

Onde  $x_i$  é as coordenadas da configuração deformada. Se as componentes dos deslocamentos e suas derivadas primeiras são suficientemente pequenas, seus produtos e potências são desprezados fazendo com que a expressão anterior (1.2) resulte em:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.3)$$

As equações anteriores (1.2 e 1.3) são válidas quando se tem presente deformações e deslocamentos infinitesimais. Neste caso a relações se tornam lineares.

Teríamos também 6 equações que relacionam as tensões com as deformações, chamadas de relações constitutivas, que em geral podem ser expressadas como:

$$\sigma_{ij} = C \cdot (\varepsilon_{kl}) \quad (1.4)$$

A determinação das equações constitutivas, que representam o comportamento mecânico dos materiais, até hoje representa um campo amplo e em desenvolvimento.

Uma lei muito utilizada pela sua simplicidade, sendo que muitos materiais a seguem para níveis de tensões baixas e elasticidade linear, pode ser expressa como segue:

$$\sigma_{ik} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (1.5)$$

Onde  $C_{ijkl}$  é um tensor de quarta ordem formado por constantes elásticas. A partir de considerações energéticas é possível determinar que o mesmo é simétrico e no caso de se estudar

um meio isotrópico e homogêneo, determina-se duas constantes independentes que podem ser o Módulo de Elasticidade Longitudinal de Young e o coeficiente de Poisson. Associando isto a um caso uniaxial da relação constitutiva ( $C_{ijkl}$ ), se está presente a lei de Hooke:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1.5)$$

As equações acima citadas dividem-se em três grupos de equações: 3 equações de equilíbrio, 6 relações entre deformações e deslocamentos e 6 relações constitutivas, totalizando 15 equações diferenciais, que juntamente com condições de contorno (que serão as cargas aplicadas na superfície do corpo e os deslocamentos prescritos aplicados), possibilitam a resolução do problema proposto.

Algumas observações:

- 1) Se as equações que relacionam deformações e deslocamentos são as eq. 1.4 (aplicáveis no caso de deformações infinitesimais) e as relações constitutivas são às apresentadas conforme a elasticidade linear, o problema será linear e sua solução será simplificada.
- 2) Se as deformações ou os deslocamentos não são pequenos, deverá se utilizar às equações 1.2, e neste caso o problema é chamado de não linear geométrico.
- 3) Se a relação entre as tensões e as deformações não é elástica linear, deverão ser utilizadas outras leis de comportamento, e os problemas serão tratados como não lineares físicos.
- 4) Outro conjunto de equações, que até agora não foi mencionado, refere-se às equações de compatibilidade, as quais garantem que as equações diferenciais anteriores possam ser integradas. Elas são utilizadas para controlar o acontecimento de interpenetrações internas no material estudado.
- 5) Maiores detalhes sobre a teoria dos meios contínuos e sobre o comportamento dos materiais elásticos podem ser encontrados na grande quantidade de bibliografia existente, entre elas pode-se citar dois clássicos: Malvern (1969), e Timoshenko (1952).
- 6) Muitas vezes o problema analisado é linear, mas não possibilita uma resolução de forma analítica, portanto, deve-se utilizar algum método numérico, como o caso do método dos elementos finitos ou elementos de contorno.
- 7) É importante salientar também que pela natureza do problema a ser estudado, muitas vezes é possível simplificar o conjunto de equações, utilizando teorias aproximadas que permitem reduzir uma ou duas dimensões do problema estudado. Como exemplos, pode-se destacar a teoria de vigas, teoria de casca e a teorias de estados planos (estado plano de tensões, estado

plano de deformações e estado axissimétrico). A seguir serão apresentadas brevemente as duas primeiras teorias, já que são utilizadas neste trabalho.

### Teoria de vigas

Esta teoria é aplicável no caso de sistemas formados por elementos onde uma das dimensões é predominante sobre as outras duas.

Está baseada em uma série de hipóteses simplificativas que permitem substituir todas as tensões atuantes, em seis componentes de tensões generalizadas em cada seção transversal do elemento unidirecional estudado. A partir destas tensões generalizadas é possível recalculer o valor das tensões e deformações em qualquer ponto da peça em estudo. Estas tensões generalizadas são: o esforço normal, os momentos fletores (2), os esforços cortantes (2) e o momento torçor.

A relação entre o deslocamento da viga e os esforços é representada pela conhecida equação de quarta ordem que é expressa como:

$$P(x) = \frac{dq}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E \cdot I \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \right) \quad (1.6)$$

Onde  $P(x)$  é a carga sobre a viga sendo  $x$  o eixo longitudinal,  $E$  o módulo de elasticidade longitudinal,  $I$  o momento de inércia da seção em relação ao eixo perpendicular ao eixo  $x$  e ao eixo em que atua a carga, e  $w$  e o deslocamento na direção transversal da viga.  $Q$  representa o esforço cortante na mesma direção que  $P(x)$  e  $M$  e o momento fletor.

Existem várias teorias de vigas. A mais conhecida é a teoria de Euler-Bernoulli, que é aplicável no caso em que a relação entre a altura da viga e seu comprimento é pequeno (menor que 10). Neste caso, é possível considerar que uma seção transversal plana antes da deformação da viga continuará sendo plana e perpendicular ao eixo neutro da viga.

Outra teoria de viga é a de Timoshenko, aplicável até esbeltezes menores que  $l/h < 7$ , e considera que as seções transversais planas e perpendiculares ao eixo neutro se mantêm planas, mas não perpendiculares ao eixo neutro deformado.

Do ponto de vista energético, considerar ou não considerar as hipóteses de Timoshenko, implica em considerar ou não considerar a deformação produzida pelo esforço cortante na viga.

Maiores detalhes sobre a teoria de vigas podem ser encontrados dentre outros livros em Borelli (1978) e Timoshenko (1952).

### Teorias de cascas

Estas teorias permitem reduzir uma das dimensões do problema em estudo e com a introdução de hipóteses têm-se 12 tensões generalizadas (esforços normais, cortantes, momentos lineares). Em uma seção perpendicular ao plano médio da placa é possível representar todas as tensões que acontecem no sistema em estudo. Isto equivale a diminuir em uma ordem o sistema estudado, sendo importante representar o plano médio da estrutura incorporando a espessura como uma propriedade da mesma.

Para casos de cascas é comum se dividir as tensões generalizadas em duas teorias que podem ou não trabalhar em conjunto. Uma delas é a teoria de membrana, que considera a existência de esforços contidos no plano médio da casca, e a outra que considera os esforços perpendiculares ao referido plano médio.

As teorias completas de cascas incluem os dois conjuntos de tensões generalizadas.

Assim como em vigas, existem diversas teorias de cascas, como a teoria de Love-Kirchoff, equivalente a teoria de Euler Bernoulli em vigas, que é aplicável no caso de placas finas. No caso de placas semi-espessas é comum utilizar a teoria de Reissner-Mindlin, a qual é equivalente a hipótese da teoria de viga de Timoshenko em vigas.

Maiores informações sobre as teorias de placas podem ser encontradas em bibliografias especializadas, entre elas o livro de Dym, 1974.

Cabe salientar que nos métodos numéricos utilizados para resolver o problema visto, em particular no método dos elementos finitos, vamos ter a aplicação do método sobre as teorias específicas como o caso de elementos de viga, elementos de placas, elementos de estado plano, elementos tridimensionais, sendo cada um deles formulado a partir da teoria respectiva.

## APÊNDICE III - RESUMO SOBRE FLAMBAGEM E ANÁLISES COMPARATIVAS

### 1. INSTABILIDADE DE ESTRUTURAS ESBELTAS COMPRIMIDAS

O fenômeno da instabilidade acontece em estruturas que sofrem cargas no sentido de seu maior desenvolvimento geométrico e consiste em uma perda da rigidez no sentido perpendicular a aplicação da solicitação em função da magnitude da referida solicitação.

O fato de que a rigidez muda com a carga implica em um tipo de não linearidade.

Uma estrutura metálica composta de placas finas (silo prismático), onde a pequena espessura leva a condições potenciais de flambagem. O tipo de flambagem em silos metálicos quadrados multicelulares é devido à fricção que ocorre entre a parede e o material armazenado.

#### 1.1 Flambagem de Euler (flambagem por flexão)

A primeira pessoa a formular o fenômeno de instabilidade foi Euler. Ele realizou a análise de uma viga (figura 1.1), chegando a equação diferencial abaixo apresentada (1.1). A resolução da equação diferencial permite obter o valor da carga crítica:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{-P \cdot W}{E \cdot I} \quad (1.1)$$

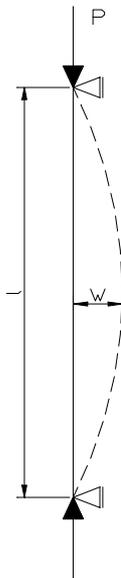


Figura 1.1 - Situação típica de flambagem linear

Analisando-se ainda o fenômeno de instabilidade, podemos nos deparar com o caso de uma viga que esteja carregada tanto na direção axial, como no plano transversal (conforme fig. 1.2).

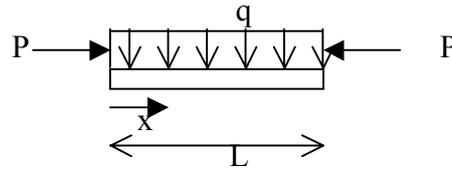


Figura 1.2 - Outra situação de flambagem (carregamento axial e no plano transversal)

A equação diferencial que expressa matematicamente o problema é:

$$E \cdot I \cdot \frac{dw^4}{dx^4} \mp P \cdot \frac{dw^2}{dx^2} = q \quad (1.2)$$

Observações:

- 1) O fenômeno de instabilidade estudado não é o único que se apresenta em vigas. Outros tipos de modos de flambagem podem acontecer, como flambagem lateral de vigas ou flambagem de flexo-torção. No caso de estruturas bidimensionais, muitas vezes, a carga crítica de flambagem não é a carga última, pois nestes tipos de estruturas (estruturas laminares), existem uma reserva de rigidez chamada de resistência pós-crítica.
- 2) Em peças de esbeltez intermediária, muitas vezes, deve-se levar em conta a interação entre o fenômeno de instabilidade elástica e a plasticidade. Muitos estudos sobre este tema têm sido realizados devido a sua complexidade. As normas os levam em conta através de expressões semi-empíricas que foram ajustadas com resultados experimentais. Sobre este tema, pode-se encontrar maiores detalhes em Bulson (1925).
- 3) Tratamento matricial do problema de instabilidade: Um elemento finito de viga é representado pela equação que vincula a carga com os deslocamentos. Esta vinculação é feita através da matriz de rigidez. Esta matriz de rigidez está baseada na equação diferencial que define o problema (eq. 1.2). Resolvendo esta equação diferencial é possível chegar a uma equação matricial para a viga submetida a cargas axiais  $P$  (considerando a possibilidade que a viga flambe por flexão), sendo esta equação:  $K_{NL}(\rho) \cdot \vec{u} = \vec{P}$ , onde  $K_{NL}(\rho)$  é uma matriz com termos de funções trigonométricas de  $\rho$ , onde  $\rho = \frac{P}{P_e} = \frac{PL^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I}$ . Assim sendo, o problema não é trivial, pois se têm termos dependentes. Para um caso de um elemento de viga, a equação resultante do momento em um dos extremos, em função de

deslocamentos generalizados  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  é:

$$M1 = M1^F + \frac{E \cdot I}{L} \cdot [S\theta_0 + SC\theta C - S(1+C)w_2 - w_1] \quad \text{onde } S \text{ e } C \text{ são funções de } \rho,$$

são chamadas de funções de instabilidade.

Desenvolvendo em séries de Taylor as funções  $S$  e  $C$  e ficando com os dois primeiros termos da série, obtêm-se equações lineares ( $S(\rho) = 4 - 1.32 \cdot \rho$  e  $C(\rho) = 0.5 + 0.25 \cdot \rho$ ) que serão uma boa aproximação das funções reais para valores de  $\rho$  pequenos como se observa na figura 1.3. Substituindo em  $K_{NL}(\rho)$  as funções  $S$  e  $C$  obtém-se:  $K_L \cdot \vec{u} + P \cdot K_G \vec{u} = F$ . Desta última equação interessa conhecer o valor mínimo de  $P$  que verifica a equação  $(K_L + P \cdot K_G) \vec{u} = 0$ , que será o valor da carga crítica ( $P_{crit}$ ). Para obter este valor de  $P_{crit}$  deve-se resolver um problema de autovalores. Para considerar em forma matricial outros tipos de flambagem, a forma de proceder é similar, chegando sempre a resolução de um problema de autovalores.

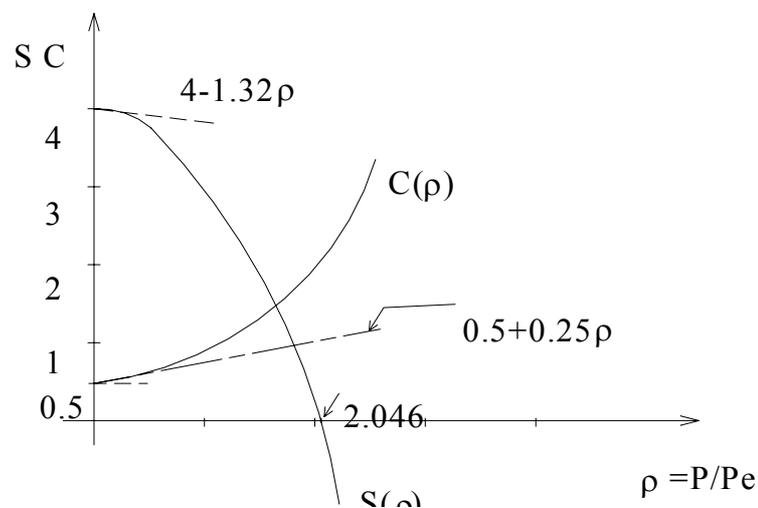


Figura 1.3 - Funções  $C$  e  $S$  - funções de instabilidade, sua variação em função do quociente entre carga axial e a carga axial crítica

Para o caso de poucos elementos, o valor de  $\rho$  é alto ( $Pe$  diminui). Analisando o gráfico da figura 1.3, nota-se que para valores altos de  $\rho$ , existem distorções dos valores de  $C$  e  $S$ , pois os mesmos são considerados lineares e na verdade eles apresentam variação não linear.

## 1.2 Flambagem em placas

Kirchoff analisou a flambagem em placas, chegando a equação diferencial que se apresenta a seguir (1.3), onde  $\bar{N}_x$ ,  $\bar{N}_y$  e  $\bar{N}_{xy}$  são cargas por unidade de comprimento.

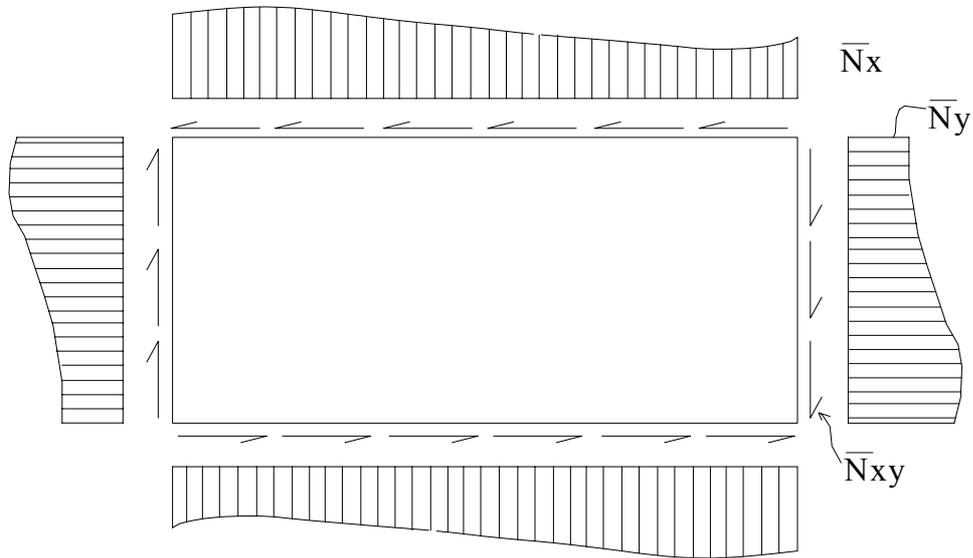


Figura 1.4 – placa com quatro faces apoiadas

$$\frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] = \bar{N}_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \bar{N}_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \cdot \bar{N}_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.3)$$

Considerando o caso particular da figura 1.5 abaixo:

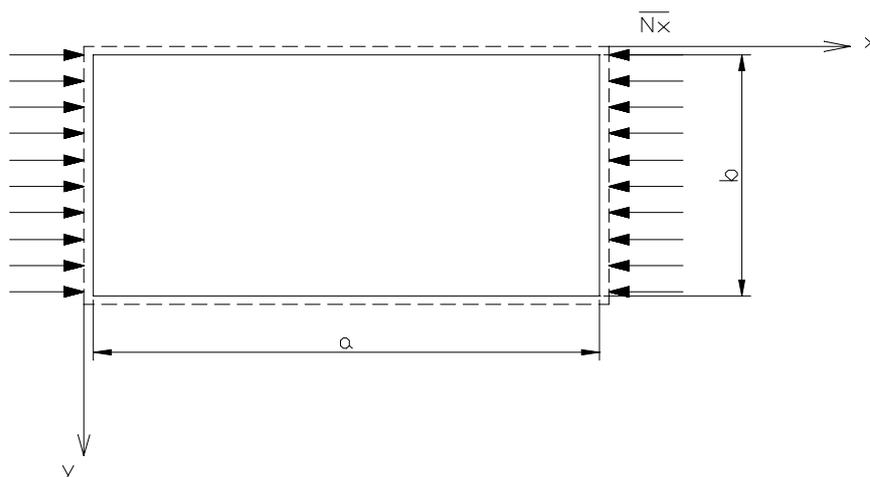


Figura 1.5 - placa com quatro faces apoiadas

A equação diferencial fica:

$$\frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] = \bar{N}_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1.4)$$

A qual tem como solução, a equação abaixo:

$$\sigma_x = \frac{\pi^2 \cdot a^2 \cdot D}{t \cdot m^2} \cdot \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (1.5)$$

onde:

$$D = \text{rigidez da peça} = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} \quad (1.6)$$

m = número de ondas na direção de  $\sigma_x$ , durante a flambagem

n = número de semi-ondas da direção transversal a  $\sigma_x$ , durante a flambagem.

Se considerar n= 1, tem-se o menor valor para  $\sigma_x$ , ou seja, a placa flamba formando apenas uma semi-onda transversal. Assim sendo a tensão de flambagem é dada por:

$$\sigma_{x_{\text{crit}}} = \frac{\pi^2 \cdot D}{t \cdot b^2} \cdot \left( m \cdot \frac{b}{a} + \frac{1}{m} \cdot \frac{a}{b} \right)^2 \quad (1.7)$$

A equação anterior pode se escrever como:

$$\sigma_{x_{\text{crit}}} = k \cdot \sigma_e \quad (1.8)$$

Onde:

$$\frac{\pi^2 \cdot D}{t \cdot b^2} = \sigma_e \quad (1.9)$$

e

$$k = \left( m \cdot \frac{b}{a} + \frac{1}{m} \cdot \frac{a}{b} \right)^2 \quad (1.10)$$

A forma apresentada na equação 1.8 é utilizada para outras condições de carga, para relações geométricas (a/b) e condições de borda utilizando outros fatores k.

O estudo da flambagem utilizando as expressões até aqui apresentadas (baseadas no cálculo de autovalores) se baseia no fato de que a estrutura flamba antes de violar a hipótese dos pequenos deslocamentos. Neste caso, a análise pode ser realizada utilizando as relações de deformações e deslocamentos apresentadas na equação 1.3-Apêndice II, contudo, existem certos

tipos de estruturas em que a instabilidade aparece após a estrutura ter deformações ou sofrer deslocamentos finitos, neste caso, a determinação da carga crítica utilizando autovalores não é correta e para determinar a carga crítica é necessário realizar uma análise não linear geométrica.

### 1.3 Comparação dos resultados de cargas críticas utilizando análise não linear geométrica e análise por autovalores

Visando comparar os dois modelos de análise para verificar se é correta a hipótese de considerar que a estrutura venha a ser instável a partir de uma configuração próxima da configuração indeformada, foi utilizado o sistema Ansys 5.5, para analisar uma placa de dimensões 300 x 800 mm e espessura de 4mm, engastada num extremo e livre no outro.

Na figura 1.6 apresenta-se o modelo da placa realizado com elementos de casca shell63 descritos na seção 3.2.

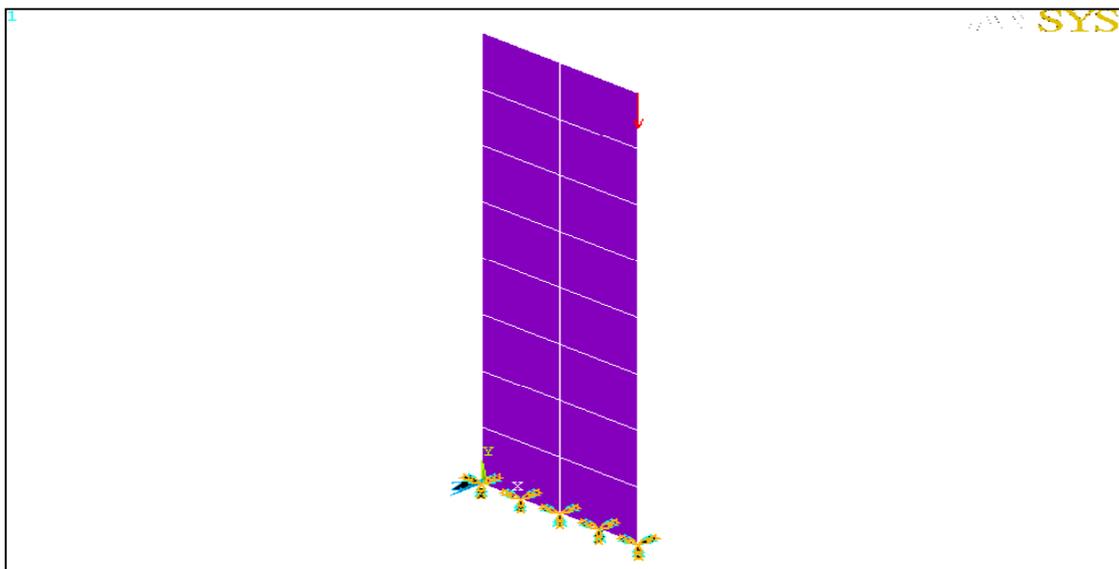


Figura 1.6– placa engastada com extremidade livre

Na Tabela 1.1 apresentam-se as cargas críticas obtidas realizando análise por autovalores, a qual foi de 231.60 N.

Modo	Fator Flambagem
1	231,61
2	1751,54
3	3972,45

Tabela 1.1 – resultado dos autovalores com os respectivos modos de flambagem

Analisando a mesma placa, considerando a possibilidade de ter grandes deslocamentos ou deformações, considerou-se a mesma placa da figura 1.6 e colocando uma carga na extremidade

livre de 500 N foi realizado um cálculo não linear geométrico no Ansys 5.5, onde a carga mencionada é aplicada por incremento procurando o equilíbrio após cada incremento. As características sobre este e outros métodos de análise não lineares podem ser encontrados em Bathe (1994).

Na figura 1.7 se apresenta em abscissas a percentagem da carga aplicada e em ordenadas o deslocamento horizontal no extremo livre da placa. Na mesma figura pode-se observar que a instabilidade acontece entre 0.4 e 0.45, então, a carga crítica será  $P_{crit} = (0.40 \text{ a } 0.45) \times 500 =$  aproximadamente 240 N. Pode-se notar que tal valor é semelhante ao obtido fazendo a análise por flambagem (autovalores).

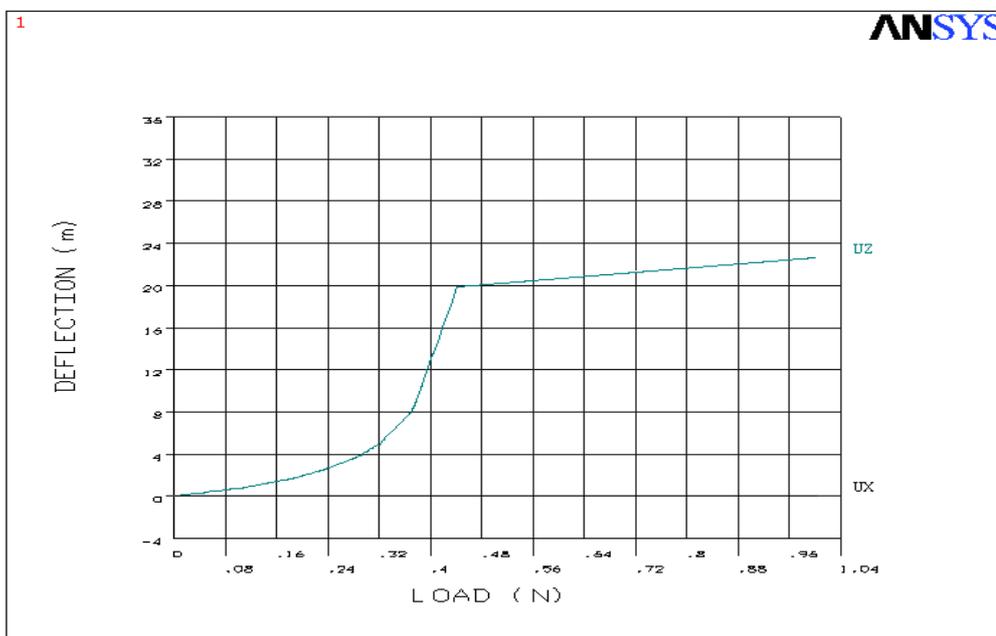


Figura 1.7 – carga x deformação -resultado do método não-linear

Um aspecto a ser salientado é que quando não se têm presentes deslocamentos infinitos, os métodos de análise (autovalor e não linear geométrico) se equivalem.

É importante observar que neste caso a carga de flambagem determina a carga de colapso, mas se as condições de apoio fossem outras (por exemplo, as quatro bordas apoiadas) a carga de colapso não seria a crítica de flambagem.

#### 1.4 Comparação do valor da carga crítica e da discretização

Visando analisar a influência da discretização na determinação da carga crítica,

considerou-se uma placa de aço retangular com dimensões de 3040 mm x 780 mm, com espessura de 4,76 mm. Levou-se em conta todas as extremidades simplesmente apoiadas sob a ação de atrito distribuído (figura 1.8).

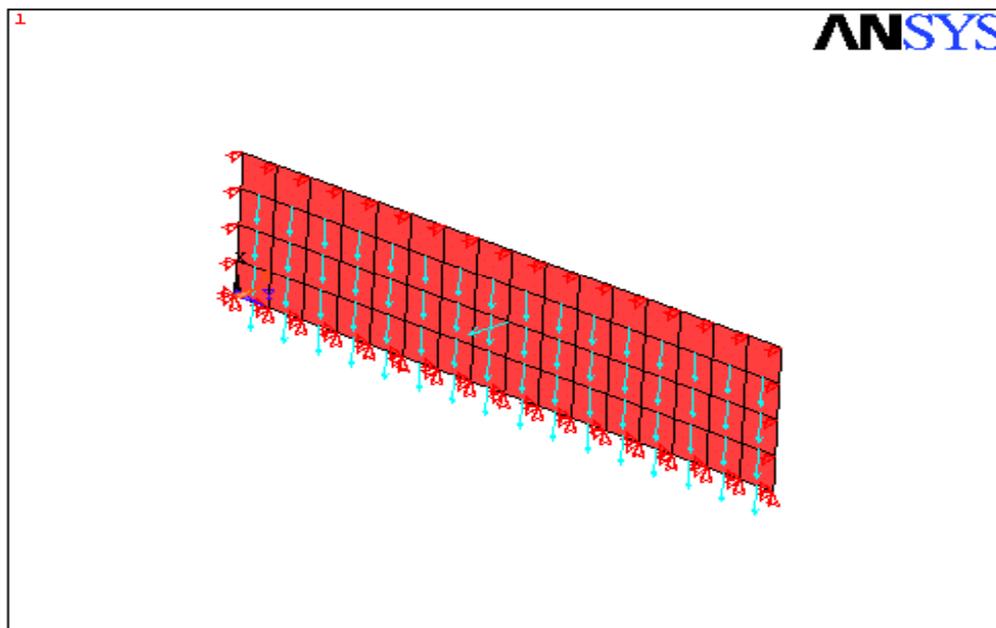
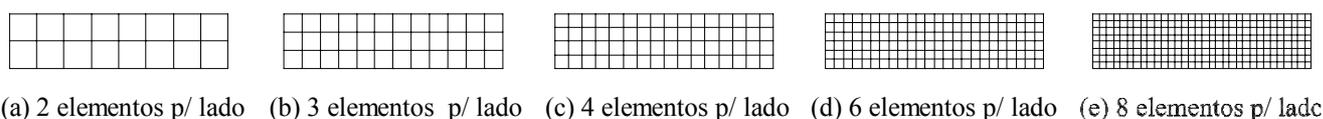


Figura 1.8– Placa com bordas apoiadas com atrito distribuído

Obteve-se, através do programa de cálculo Ansys 5.5, o valor da carga crítica em função do número de elementos. Em cada caso o lado menor da placa foi dividido por 2, 3, 4, 6 e 8, conforme configuração apresentada na figura 1.9,



(a) 2 elementos p/ lado (b) 3 elementos p/ lado (c) 4 elementos p/ lado (d) 6 elementos p/ lado (e) 8 elementos p/ lado

Figura 1.9- Número de elementos na placa em cada caso considerado

No gráfico abaixo (figura 1.10), pode-se verificar que para o caso “a” a carga crítica é consideravelmente maior do que no outros casos, que se mantém constante num valor menor.

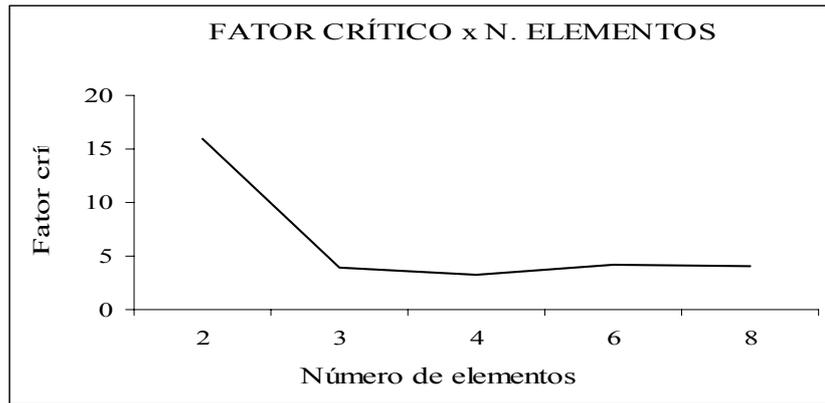


Figura 1.10 – Fator crítico de flambagem versus numero de elementos

O efeito do gráfico acima (figura 1.10) está relacionado com o problema encontrado no item 1.1, com uma maior discretização, se está mais perto da condição de considerar as funções de instabilidade lineares, pois a relação entre a carga axial e a carga crítica ao nível do elemento, é um valor menor.

### 1.5 Comparação entre flambagem por autovalores, segundo método analítico e por elementos finitos e análise não linear geométrica por elementos finitos

Considerando uma placa simplesmente apoiada com carregamento de atrito e com uma pressão lateral, simulando a pressões horizontais geradas pelo material armazenado, conforme figura 1.11. Calculou-se a carga crítica de flambagem analítica, a carga crítica de flambagem calculada por elementos finitos (Flambagem e análise não linear geométrica).

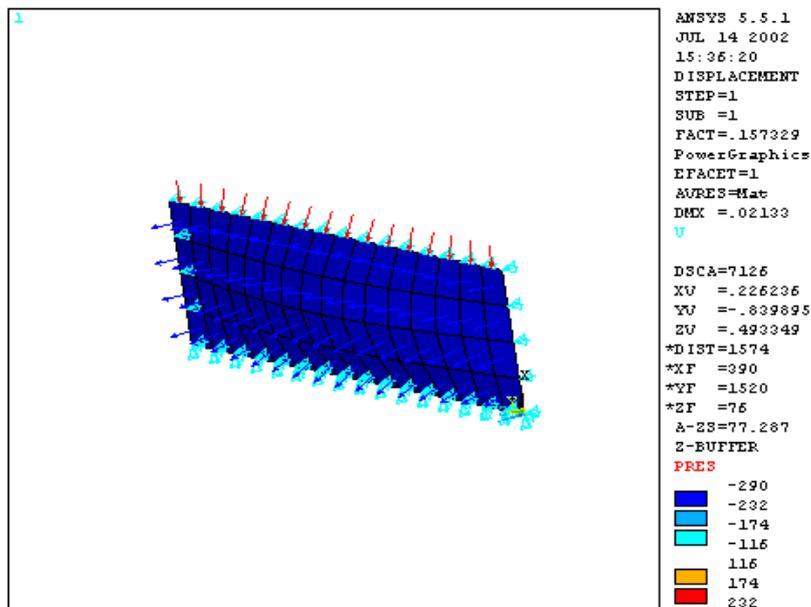


Figura 1.11 – Placa simplesmente apoiada com carregamento de atrito na extremidade

Os valores dos fatores críticos de flambagem estão apresentados na tabela 1.2, abaixo.

Estes fatores devem ser multiplicados por todas as cargas atuantes na placa para obter-se a carga crítica de flambagem.

Fator / método	Cálculo Analítico (item 1.2)	Cálculo por Autovalor Elementos finitos	Método não linear geométrico	Método não linear geométrico
Fator crítico de Flambagem	0,1568	0,1573	0,161	1,3

Tabela 1.2 – Fatores críticos de flambagem versus método utilizado

Com os resultados da tabela acima, pode-se concluir que:

- O cálculo analítico é ligeiramente mais conservativo que o cálculo que leva em consideração o método não linear geométrico;
- Nas análises de flambagem por autovalores, tanto analítico como elementos finitos, é considerado somente o carregamento axial (atrito), ou seja, a pressão horizontal não influencia no cálculo.
- Quando não se têm presentes deslocamentos finitos, antes da ocorrência da instabilidade, os métodos de análise (autovalor e não linear geométrico) se equivalem.
- Para a análise não-linear geométrica a carga crítica aumenta consideravelmente no caso de se ter aplicada uma pressão lateral na casca, pois a mesma (considerando a análise de grandes deslocamentos) passa a trabalhar como uma membrana tracionada, devido à ação da pressão lateral, sendo este um efeito que colabora na forma de dar resistência adicional a carga de compressão devido as tensões de atrito.
- É importante calcular a flambagem em um silo considerando as pressões laterais que aumentam o fator crítico de flambagem.

## 1.6 Efeitos devidos à ações não simétricas

Um aspecto importante a ser considerado quando se está analisando a flambagem em silos, são os fatores devido às imperfeições nas paredes dos silos, que podem ser geradas durante a montagem ou fabricação dos componentes do silo. Em um estudo conduzido por Knoedel, Ummenhoffer e Schulz, 1995, são expostos diversos modelos de imperfeições com aplicação em silos metálicos. Este fenômeno é de maior importância e pode ser analisado na figura 1.12, onde verifica-se o comportamento pós-flambagem de membros como: placas, colunas e tubos cilíndricos.

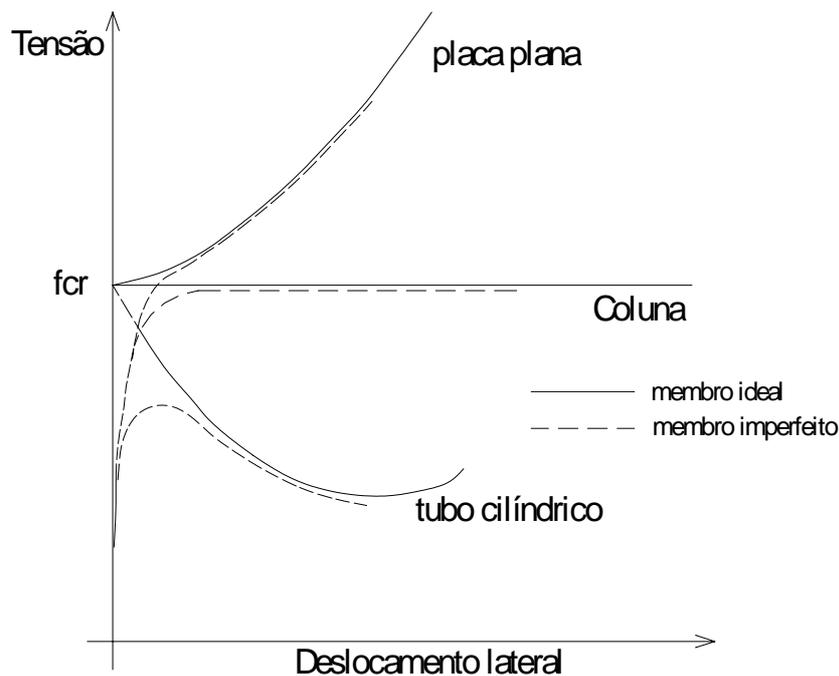


Figura 1.12 - Comportamento de flambagem de placas planas, colunas e tubos cilíndricos

## APÊNDICE IV - RESUMO SOBRE ANÁLISE DINÂMICA

### 1. VIBRAÇÕES

Para saber se uma excitação é dinâmica ou estática, sua variação no tempo deve ser comparada com os períodos em que a estrutura tem tendência natural de vibrar, a qual é uma propriedade intrínseca dela.

Não tem sentido falar em forma genérica de excitações estáticas ou dinâmicas sem conhecimento do tipo de sistema em que estão sendo aplicadas.

A caracterização dos períodos e formas em que uma estrutura tem tendência natural de vibrar não dependem das excitações aplicadas (para os sistemas lineares). São propriedades do sistema, assim como são o módulo de elasticidade  $E$  e a densidade. São as chamadas propriedades dinâmicas dos sistemas, são elas:

- frequências naturais de vibração e seus modos ou formas de vibração associadas;
- amortecimento.

Frequências naturais: são as frequências em que a estrutura estudada tem tendência a vibrar.

Modos de vibração associados: informam sobre a forma em que a estrutura tenderá a vibrar em cada frequência natural.

Amortecimento: característica do sistema estrutural que permite dissipar parte da energia entregue ao sistema, externamente.

É importante conhecer as propriedades dinâmicas de uma estrutura, pois com elas poderemos saber se as excitações que atuam sobre ela irão produzir uma resposta dinâmica ou não.

No caso de excitações periódicas, se alguma das frequências naturais de vibração está perto de alguma das frequências da excitação, será produzido o fenômeno de ressonância, onde a resposta da excitação é amplificada até mudar as características mecânicas da estrutura, produzindo sua plastificação ou colapso. O amortecimento tem grande influência na atenuação do fenômeno de ressonância. Muitas vezes é possível aumentar, através de certos artifícios, o amortecimento de uma estrutura para atenuar o fenômeno de ressonância.

\* A maior rigidez do sistema  $\rightarrow$  maior sua frequência fundamental de vibração (a frequência natural mais baixa do sistema).

\* A maior massa do sistema  $\rightarrow$  menor sua frequência fundamental de vibração.

Para entender melhor os conceitos básicos, analisou-se um modelo de um grau de liberdade, formado por uma massa  $m$  e uma mola de rigidez  $K$ , como aparece na figura 3.28.

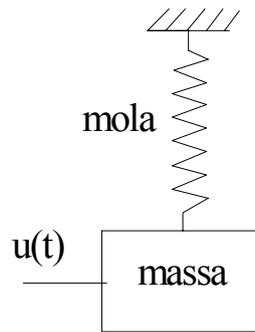


Figura 1.1 - sistema massa mola de um grau de liberdade

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [rad/s]} \quad (1.1)$$

Como será visto posteriormente,  $\omega_n$  é o argumento de uma função trigonométrica do tipo  $\text{sen}(\omega_n t + \theta)$ , por isso sua unidade deve ser rad/s.

Neste caso, a equação de movimento do sistema está dada por

$$m\ddot{u}(t) + Ku(t) = 0 \quad (1.2)$$

Trabalhando a expressão anterior, como será mostrado posteriormente, é possível chegar a uma expressão para a frequência natural de vibração do sistema (ele terá só uma neste caso, por tratar-se de uma estrutura de um grau de liberdade).

Esta frequência dá-se o nome de frequência circular, que tem como unidade [rad/s], sendo mais usual apresentar-se em outras unidades [ciclo/s]. O período é o inverso das frequências e fisicamente representa a quantidade de tempo que se gasta para completar um ciclo de oscilação.

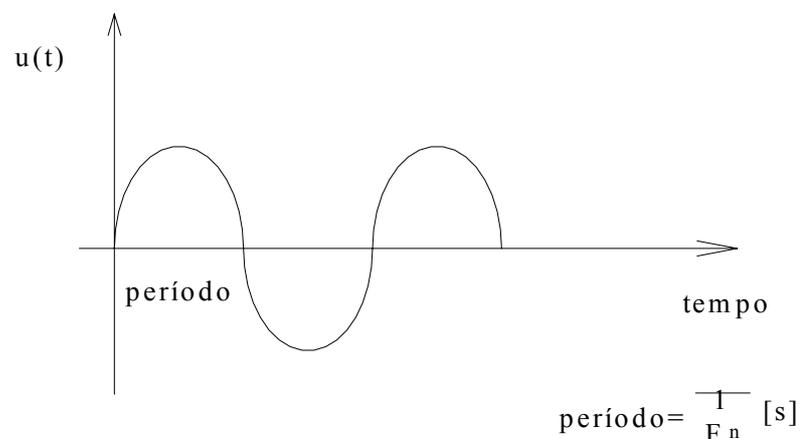


Figura 1.2 - resposta de um sistema no tempo.

A frequência é a quantidade de ciclos num segundo.

1 ciclo/s = 1 hertz → unidade de freqüência

(força/comprimento) → unidade de rigidez

(força/aceleração) → unidade de massa

Força = massa \* aceleração

Então:

$$[\omega_n] = \sqrt{\frac{[K]}{[M]}} = \sqrt{\frac{\text{Newton}/\text{metro}}{\text{Newton}/\text{m}/\text{s}^2}} = \sqrt{\frac{1}{[\text{segundo}]}}$$

Em dinâmica deve-se ter cuidado com as unidades. Recomenda-se usar sempre N, m, s, kgmassa. Isto deve ser levado em conta ao se trabalhar com sistemas computacionais.

Se as estruturas têm mais de um grau de liberdade, para cada grau de liberdade haverá uma freqüência natural que é associada a uma forma particular de vibrar (modo associado).

Dado um sistema como o da figura 1.3, se sobre ela atua uma excitação  $F(t)$  e uma resposta, em termos de deslocamentos, como a indicada na figura 1.3 b e 1.3 c, respectivamente, neste caso se verifica que a variação da excitação acontece em períodos de tempo maior que o período fundamental de vibração do sistema.

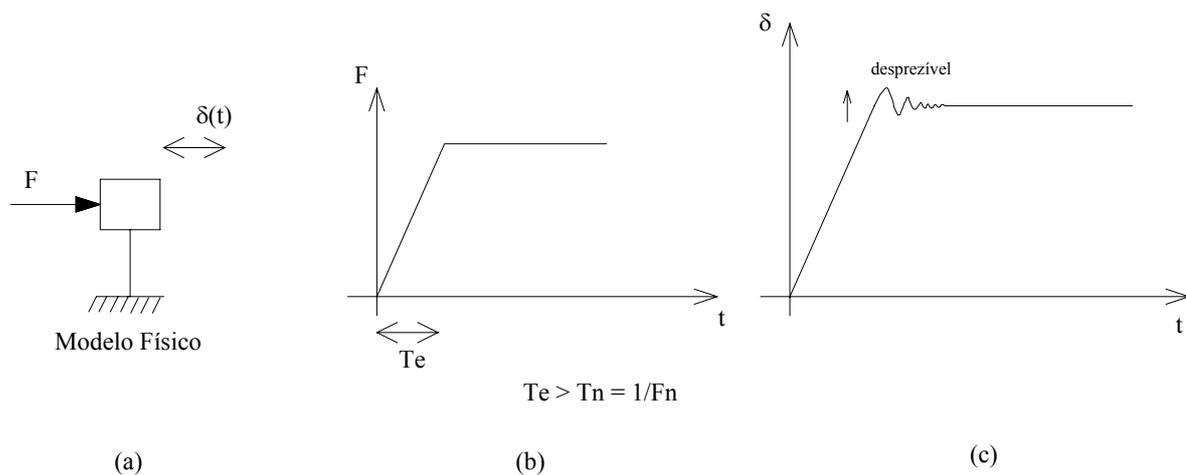


Figura 1.3 - a) Esquema de um sistema de um grau de liberdade excitado por uma força  $F(t)$ , b) variação no tempo da excitação  $F(t)$ , c) variação no tempo da resposta  $\delta(t)$  do sistema.

No caso assinalado anteriormente não é necessário levar em conta a variação no tempo do problema e pode-se analisar as cargas considerando, no modelo teórico, que a equação que vincula as cargas com os deslocamentos é:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{P} \rightarrow \text{equação independente do tempo} \quad (1.3)$$

No caso de ser um sistema de um grau de liberdade a equação anterior (1.3) é escalar.

No caso de um sistema de  $n$  graus de liberdade, torna-se um sistema matricial com

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (1.4)$$

Onde:

$\mathbf{K}$  = matriz  $n \times n$

$\mathbf{u}$  = vetor deslocamento  $n \times 1$

$\mathbf{P}$  = vetor forças aplicadas

Considera-se agora que as variações das ações ocorrem em períodos de tempo da mesma ordem de grandeza do período fundamental da estrutura ou inferior a este. Em tais casos as respostas são geralmente defasadas da excitação, e diferem das respostas estáticas causadas pelo valor máximo da ação (podendo, as respostas dinâmicas, serem bem maiores que as estáticas correspondentes ao valor máximo da excitação).

Desta forma, não basta um valor instantâneo da ação. Para se realizar uma análise dinâmica é necessário utilizar a lei de variação da ação com o tempo.

Na figura 1.4 se esquematiza este segundo caso em estudo

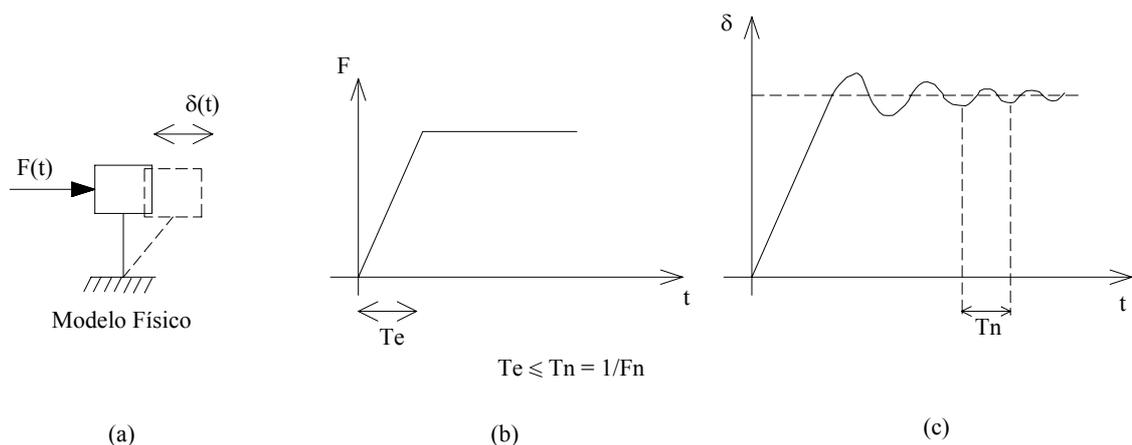


Figura 1.4 – a) Sistema de um grau de liberdade excitado por uma força  $F(t)$ , b) variação da excitação em função do tempo, c) variação da resposta em função do tempo.

O vento é uma carga que varia com o tempo, porém, para prédios de pouca altura ele é considerado como uma pressão média sem considerar os efeitos dinâmicos porque  $T_e > T_n$ . Os

prédios de pouca altura são rígidos e tem, em geral, altas frequências fundamentais de vibração, ou seja, período fundamental pequeno.

Nos casos de prédios de grande altura, pontes, torres de transmissão, torres estaiadas, dentre outros exemplos, não se pode deixar de considerar os efeitos dinâmicos do vento sobre a estrutura, pois ao serem estruturas flexíveis seu período fundamental diminui.

Excitações dinâmicas mais comuns:

- Ação devida ao vento;
- Ação sísmica;
- Vibrações de máquinas;
- Ação de cargas móveis, pessoas em passarelas ou outro tipo de estrutura, veículos rodoviários e ferroviários.

#### Vibrações livres: Determinação das frequências naturais de vibração e modos de um sistema.

Se o sistema analisado deve ser considerado excitado por ações dinâmicas pode-se expressar a formulação do problema através da seguinte equação de movimento:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P \quad (1.5)$$

Esta é a equação escalar para um sistema de um grau de liberdade.

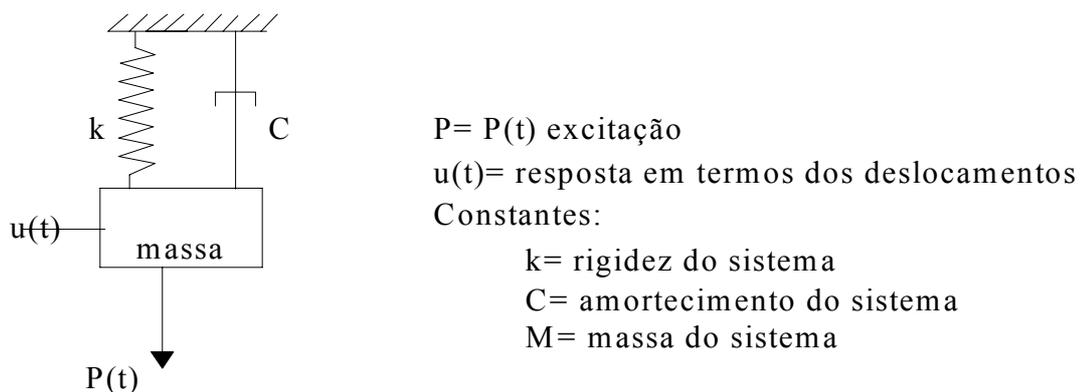


Figura 1.5– Sistema de um grau de liberdade amortecido

Se o sistema analisado tem  $n$  graus de liberdade então a equação de movimento se torna matricial (equação matricial).

$$M\ddot{\vec{u}} + C\dot{\vec{u}} + K\vec{u} = P \quad (1.6)$$

Onde M, C e K passam a ser matrizes e

$$\ddot{u} - \dot{u} - u \rightarrow \text{vetores} \quad (1.7)$$

As equações (1.3) e (1.4) apresentam uma equação diferencial no domínio do tempo que deve ser resolvida junto com uma condição inicial do tipo  $u(0) = C1$  em  $t=0$

$$\dot{u}(0) = C1$$

$$\ddot{u}(0) = C3$$

Que poderiam ser interpretadas como uma excitação.

As propriedades dinâmicas são independentes da excitação.

Para achar as frequências naturais de vibração e seus modos para simplificar estuda-se um sistema não amortecido  $\rightarrow (C = 0)$ , denominado de vibrações livres, porque não aplicamos cargas sobre ele ( $P = 0$ ), então a equação de movimento fica:

$$M\ddot{\vec{u}} + K\vec{u} = 0 \quad (1.8)$$

$$\ddot{\vec{u}} = -\omega^2 \vec{u} \quad (1.9)$$

A equação diferencial (1.8), para ser resolvida, exige que o vetor de acelerações seja proporcional ao vetor deslocamento, mas com sinal oposto como se apresenta na equação (1.9), então pode-se propor como solução a seguinte expressão:

$$u(t) = \hat{u} \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (1.10)$$

Onde  $\hat{u}$  é um vetor formado por coeficientes constantes e  $\omega$  e  $\theta$  são constantes escalares.

Substituindo (1.10) em (1.8) tem-se:

$$-\omega^2 M\vec{u} \text{sen}(\omega t + \theta) + K\vec{u} \text{sen}(\omega t + \theta) = 0 \quad (1.11)$$

Dividindo a equação (1.11) por  $\text{sen}(\omega t + \theta)$  obtêm-se:

$$(K - \omega^2 M)\hat{u} = 0 \quad (1.12)$$

Sendo a equação acima um sistema de n equações lineares homogêneas (sendo n a quantidade de graus de liberdade), onde  $\mathbf{u}$  é o vetor das incógnitas e  $(K - \omega^2 M)$  é a matriz de coeficientes do sistema.

Para que o sistema da expressão (1.12) tenha solução diferente da trivial, deve-se verificar que o determinante da  $(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}) = 0$ , ou seja:

$$|(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})| = 0 \quad (1.13)$$

## APÊNDICE V: RESUMO DE CÁLCULO DAS TENSÕES ANALÍTICAS

Neste anexo encontra-se um resumo do cálculo analítico utilizando as expressões descritas no capítulo 6.

### 1. Esforços sobre a parede lateral

#### 1.1 Cálculo da força de tração [N/mm]

Para o cálculo da força de tração, considera-se a pressão lateral de projeto  $p_{des}$

$$l = 3.04 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$Th_i := p_{des_i} \cdot l$$

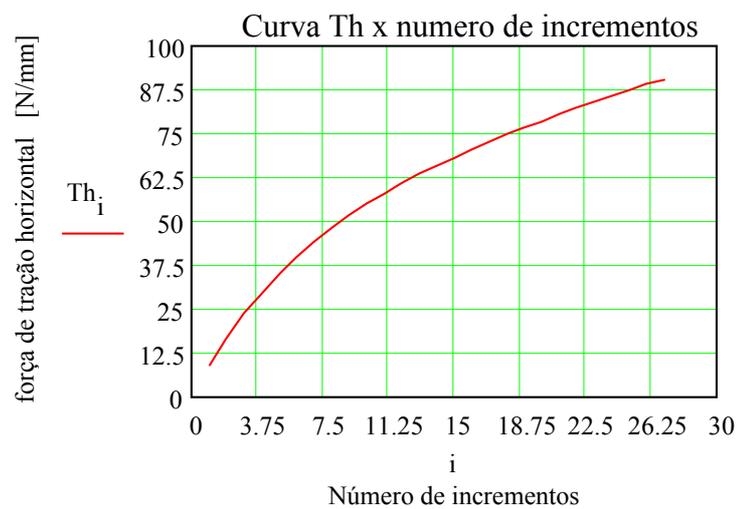


Figura 1 - força de tração x número de incrementos

#### 1.2 Cálculo dos Momentos fletores

$$Mc_i := \frac{p_{des_i} \cdot l^2}{24} \text{ N.mm/mm}$$

Na extremidade da célula, o maior momento vale:

$$Me_i := - \left( \frac{pdes_i \cdot l^2}{12} \right) \text{ N.mm/mm}$$

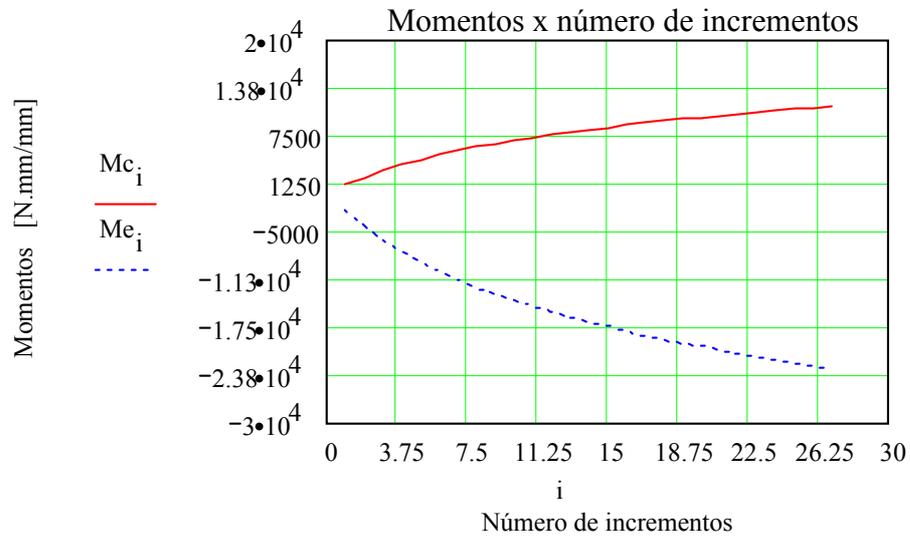


Figura 1.2 - momentos nas paredes x número de incrementos

## 2 Projeto das paredes laterais

$$\text{altura\_placa} := 762 \text{ mm}$$

O momento agindo sobre a placa retangular por unidade de comprimento vale:

$$M := \frac{pdes_{27} \cdot \text{altura\_placa}^2}{10}$$

$$M = 1.729 \cdot 10^3 \text{ N.mm/mm}$$

Considerando a chapa de espessura de 4.76 mm, obtem-se um módulo de resistência da chapa de:

$$\text{esp} := 4.76 \text{ mm}$$

$$S1 := \frac{\text{esp}^2}{6}$$

$$S1 = 3.776 \text{ mm}^3/\text{mm}$$

A tensão de flexão da chapa vale:

$$\sigma_f := \frac{M}{S1}$$

$$\sigma_f = 457.971 \text{ N/mm}^2$$

### 3 Vigas horizontais

Considera-se uma viga I de momento de inércia e seção transversal respectivamente:

$$I = 7,3 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

$$\text{Area} := 1189,87 \text{ mm}^2$$

$$y = 25 \text{ mm}$$

$$\text{Tracao} := Th_{27} \cdot \text{altura\_placa}$$

A viga horizontal deverá segurar o Momento no centro (item 1.2) já calculado gerado por pressões internas em silos em forma de células vezes a distância que separa duas vigas consecutivas. Este vale:

$$Mca_{27} := Mc_{27} \cdot \text{altura\_placa}$$

$$Mca_{27} = 1,75 \cdot 10^7$$

$$\sigma_{fa} := \frac{\text{Tracao}}{\text{Area}} + \frac{Mca_{27} \cdot y}{I}$$

$$\sigma_{fa} = 656,94 \text{ N/mm}^2$$

### 4. Projeto paredes do funil

$$\text{altura\_placa\_funil} = 965 \text{ mm}$$

$$M := \frac{pn \cdot (\text{altura\_placa\_funil})^2}{10} \text{ N.mm/mm}$$

$$\text{esp} := 4,76 \text{ mm}$$

$$S1 := \frac{\text{esp}^2}{6} \text{ mm}^3/\text{mm}$$

A tensão de flexão da chapa vale:

$$\sigma_f := \frac{M}{S1}$$

$$\sigma_f = 1,05 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

## 5 Vigas horizontais do funil

Considera-se uma viga I de momento de inércia e seção transversal respectivamente:

$$I := 2.27 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{Area} := 2370 \text{ mm}^2$$

$$y := 72.38 \text{ mm}$$

$$\text{Tracao} := Th_{27} \cdot \text{altura\_placa\_fun}$$

$$\text{Tracao} = 8.738 \cdot 10^4$$

$$\text{Mca}_{27} := Mc_{27} \cdot \text{altura\_placa\_fun}$$

$$\text{Mca}_{27} = 1.107 \cdot 10^7$$

$$\sigma_{fa} := \frac{\text{Tracao}}{\text{Area}} + \frac{\text{Mca}_{27} \cdot y}{I}$$

$$\sigma_{fa} = 389.763 \text{ N/mm}^2$$

## 6. Coluna vertical

Momento de inércia da seção da coluna

$$b := 152 \text{ mm}$$

$$h := 19 \text{ mm}$$

$$I := \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I = 8.688 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$y := 9.5 \text{ mm}$$

Momento devido a pressão horizontal

$$M := \frac{pdes_{27} \cdot \text{altura\_placa}^2 \cdot l}{8}$$

$$\text{altura\_placa} = 762$$

$$l = 3.04 \cdot 10^3$$

$$M = 6.572 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_f := \frac{M \cdot y}{I}$$

$$\sigma_f = 718.596 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$