

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE FÍSICA

**ESTUDO DE ACOPLAMENTO DE LUZ A SISTEMAS
MULTICAMADAS: PLASMONS DE SUPERFÍCIE E GUIAS DE
ONDA**

Helena Libardi

Tese realizada sob a orientação do Dr. Hans-Peter Grieneisen, apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Trabalho parcialmente financiado pelas seguintes instituições: Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Porto Alegre

2005

Agradecimentos

Desejo agradecer a todos os colegas do Grupo do Laser que, de uma forma ou de outra, me ajudaram durante esse trabalho.

Agradeço ao grupo de Filmes Finos e de Implantação Iônica, pelo apoio no preparo das amostras.

Agradeço aos amigos professores, alunos e funcionários que em muitas horas me ajudaram.

Em especial, agradeço:

ao Janir, por tudo;

aos meus pais, irmãs, sobrinhos e cunhados, que sempre acreditaram em mim;

aos amigos Luiza, Reguinho e Tiago que me ajudaram e me apoiaram durante todos estes anos;

ao Júlio, pelas discussões e apoio;

aos colegas da UCS, em especial à Andrea e ao Andreazza, por caminharem comigo nesta jornada;

aos professores Silvio Cunha, Jorge Lisbôa e Ricardo Francke, pelo apoio e amizade,
ao professor Hans-Peter, pela orientação e amizade.

Dedico este trabalho à
memória de
Janir S. Hickmann
com carinho

*“A verdade é um oceano ilimitado; o homem só
dele conhece as conchinhas que vêm ter à praia.”*

Sir Isaac Newton

Índice

Resumo.....	1
Abstract.....	3
Capítulo 1 - Introdução.....	5
Capítulo 2 - Modos ópticos guiados - Revisão teórica.....	12
2.1 - Guia de ondas.....	12
2.1.1 - Campo eletromagnético em meio de múltiplas camadas.....	13
2.1.2 - Relação de dispersão para uma guia de ondas dielétrica.....	17
2.1.3 - Guia de ondas com uma camada metálica.....	20
2.2 - Plasmon de superfície.....	23
2.2.1 - Relação de dispersão de um plasmon de superfície.....	24
2.2.2 - Acoplamento do plasmon à superfície metálica.....	28
2.3 - Energia dos modos acoplados.....	33
2.4 - Acoplamento a modos guiados com e sem atenuação.....	34

Capítulo 3 - Resultados experimentais.....	36
3.1 - Montagem experimental.....	36
3.2 - Preparação das amostras.....	38
3.3 - Índices dielétricos complexos / constantes dielétricas dos filmes	39
3.4 - Cálculo de refletividade.....	42
3.5 - Medidas em estruturas envolvendo três, quatro e cinco meios... 43	
3.5.1 - Sistema Prisma/MgF ₂ /Metal.....	43
3.5.2 - Sistema Prisma/Na ₃ AlF ₆ /Ag/Na ₃ AlF ₆ /ar.....	48
3.5.3 - Sistema Prisma/Ag /SiO ₂ /ar.....	53
3.6 - Modificação da camada dielétrica.....	58
3.6.1 - Implantação de íons.....	58
3.6.2 - Oxidação de filmes dielétricos.....	66
3.7 - Oxidação de filmes de prata.....	69
3.7.1 - Oxidação de filmes de prata em célula de descarga.....	69
3.7.2 - Oxidação de filmes de prata durante a evaporação.....	75
Capítulo 4 - Conclusão.....	78
Referências.....	82
Apêndice A - Ondas eletromagnéticas.....	89
A.1 - Ondas eletromagnéticas em um meio.....	89
A.2 - Equação da onda eletromagnética.....	91

A.3 - Índice de refração.....	92
A.4 - Condições de contorno.....	94
A.5 - Reflexão e refração de ondas planas.....	95
A.6 - Reflexão interna total.....	97
A.7 - Coeficientes de Fresnel.....	98
A.8 - Mudança de fase na reflexão interna total em uma guia de onda	106
Apêndice B - Coeficiente de reflexão para um sistema de N camadas e vetor de Poynting nos respectivos meios.....	110
B.1 - Polarização P. Exemplo de cálculo para 5 camadas.....	110
B.2 - Polarização S. Exemplo de cálculo para 5 camadas.....	117
B.3 - Fórmula iterativa para o coeficiente de reflexão para um sistema de N camadas para as duas polarizações:.....	122
B.4 - Vetor de Poynting.....	123
B.4.1 - Amplitude dos campos para polarização P. Sistema de N camadas	124
B.4.2 - Amplitude dos campos para polarização S. Sistema de N camadas	124

Resumo

O acoplamento de radiação óptica em sistemas multicamadas tem sido objeto de diversas pesquisas, não somente acadêmicas, mas também para aplicações industriais, tanto na área de sensores ópticos, como na de processadores ópticos e na de comunicações ópticas. Existe uma variedade de técnicas que são exploradas nestes estudos. Nesta tese, focalizamos nossa atenção no acoplamento de radiação laser ou mesmo de luz branca incoerente a um filme tipo multicamadas e estudamos os mecanismos físicos que governam as reflexões e as perdas por absorção nas multicamadas, efeitos que normalmente não parecem quando a incidência ocorre diretamente do ar para o filme. A técnica que exploramos é conhecida como reflexão interna total atenuada, ATR. A presença de um filme fino metálico permite o estudo experimental de plasmons de superfície e do acoplamento a modos guiados do sistema multicamadas. Além dos estudos experimentais, apresentamos um cálculo teórico iterativo para a refletividade dos filmes do tipo multicamadas para um número qualquer de camadas, que apresenta vantagens computacionais no ajuste dos dados experimentais ou em simulações. Esta contribuição não necessita as aproximações encontradas em um grande número de trabalhos que envolvem sistemas mais simples. Apresentamos também

o cálculo do fluxo de energia dentro de cada camada individual do sistema, o que nos permite determinar o tipo de modo acoplado e a sua localização. O método foi aplicado a diversos sistemas, quando uma das camadas foi modificada. Estes estudos foram realizados como função do ângulo de incidência e do comprimento de onda da radiação incidente para uma variedade de sistemas multicamadas. Nossa simulação teórica se mostra bastante adequada e útil para a projeção de sistemas multicamadas complexos com camadas metálicas e dielétricas para sensores óticos.

Abstract

The coupling of optical radiation in multilayer systems has been object of many investigations, not only academic but also for industrial applications such as in the area of optical sensors, optical processing and optical communication. There are a variety of techniques explored in these studies. In this thesis we focus on the coupling of a laser radiation or incoherent white light to a multilayer film and investigate the physical mechanism which governs the reflection and absorption losses of multilayer, effects normally not seen when the incidence occurs from the air side onto the film. The technique we explore is known as attenuated total reflection, ATR. The presence of a thin metal film allows for the experimental study of surface plasmons and waveguide mode coupling in a multilayer system. Besides the experimental investigations we present an iterative theoretical calculation for multilayer films for any number of layers, which presents computational advantages in the fitting of experimental data or for simulation purpose. This contribution does not need approximations found in a large number of papers which involve simpler systems. We also present the calculation of the flow of energy within each individual layer of the system which allows us to determine the type of coupled mode and its localization. The method was applied to several systems, when

one of the layers was modified. These studies have been carried out both as function of the angle of incidence and wavelength of the incident light beam for a variety of film systems. Our theoretical approach is well suited and useful for designing complex film systems with metal and dielectric layers for optical sensors.

Capítulo 1 - Introdução

Filmes finos ópticos foram amplamente estudados durante várias décadas, principalmente com a finalidade de se obter filmes refletivos, de anti-reflexão ou filtros de interferência. Com o advento do laser, estes filmes ganharam nova importância por seu uso em guias de onda e em dispositivos eletro-ópticos.

Os métodos ópticos são muito atrativos para análises químicas de superfícies porque a interação entre a luz e a matéria (como a absorção e a emissão) é específica para cada espécie química. A intensidade da interação depende da concentração das moléculas na área da interação. Dispositivos ópticos do tipo multicamadas têm um papel importante nas técnicas analíticas, como em microsensores, e são muito utilizados em óptica integrada.

As técnicas de medições ópticas têm algumas vantagens sobre as elétricas, pois podem ser empregadas em áreas com elevado risco de explosão, uma vez que nenhum fio elétrico é necessário. Sensoriamento remoto é possível sobre distâncias longas com o uso de fibras ópticas. Sensores ópticos, além disso, são imunes à interferência eletromagnética. Tem-se, também, a vantagem de aumentar a sensibilidade dos sensores ópticos simplesmente aumentando o comprimento da interação da luz com a camada

detectora. As técnicas ópticas também têm a vantagem de serem não destrutivas, em contraste com outras técnicas como as químicas. Desta forma, nas últimas décadas, uma nova fronteira tem emergido no entendimento das propriedades dos materiais, por meio do monitoramento e análise das propriedades ópticas.

Grande parte dos sensores baseados em dispositivos ópticos do tipo multicamadas usa campo evanescente, isto é, componente do campo eletromagnético da luz que não se propaga para longe das camadas, chegando apenas até a parte externa próxima à interface. Este campo evanescente decai exponencialmente com a distância às camadas. As mudanças nas propriedades ópticas de algumas das camadas podem influenciar os modos a serem guiados. Observa-se estas mudanças como variações da intensidade em medições ópticas apropriadas. Diversos fatores físicos podem modificar as características de uma ou mais camadas, modificando a resposta do sistema. Desta forma, é possível guiar a luz para a área da interação e fazer a análise óptica, com a vantagem do tamanho reduzido do dispositivo e um baixo custo de implementação.

Quando se incide luz em uma superfície que apresenta uma estrutura periódica, tipo uma grade, esta luz pode potencialmente ser acoplada aos plasmons de superfície (SP - modos de deslocamento dos elétrons de condução na superfície da camada metálica), satisfazendo as condições de conservação de energia e de momentum. O fenômeno de difração anômala em grades de difração devido à excitação das ondas de superfície foi descrito primeiramente no começo do século XX por Wood¹ e foi chamada de anômala porque o efeito não podia ser explicado pela teoria da época.

¹ WOOD, R. W. Remarkable spectrum from a diffraction grating. **Philos. Mag.**, London, v. 4, p. 396–402, Sept. 1902.

Nos anos sessenta, a excitação óptica de plasmons de superfície foi demonstrada por Kretschmann [KR68] e por Otto [O68]. As técnicas experimentais desenvolvidas por estes pesquisadores fazem uso de campos evanescentes, que são acoplados aos modos de oscilação mencionados - os plasmons-poláritons. Nas duas técnicas necessita-se de reflexão interna total, sendo esta a razão pela qual muitos autores posteriores referem-se a ela como reflexão interna total atenuada ou ATR (*attenuated total reflection*)². Neste método, faz-se incidir luz sobre um filme fino, utilizando-se convenientemente um prisma de alto índice de refração como acoplador óptico, e observa-se a luz refletida pelo filme. Ao atingirmos as condições de acoplamento de luz aos modos ópticos do filme, a luz passa a se propagar na direção do guiamento e uma atenuação no sinal refletido é observada. Esta técnica é muito sensível às propriedades ópticas dos filmes. Desde os trabalhos pioneiros de Otto e Kretschmann, os plasmons de superfície e as guias de onda foram estudados intensivamente e suas propriedades principais foram avaliadas.

Plasmons de superfície e guias de onda excitados por ATR oferecem uma ferramenta para aumentar, em muitas ordens de magnitude, os efeitos ópticos nas interfaces e nas camadas devido ao alto valor da amplitude do campo elétrico nos mesmos durante o acoplamento da luz ao modo óptico. Vários sensores ópticos em filmes do tipo multicamadas utilizam plasmons de superfície [JAL+00] ou modos guiados [TDS+00] e estão baseados na alteração do acoplamento óptico devido a mudanças das propriedades físicas das camadas. Nestes sensores, uma dada grandeza física é determinada medindo-se as propriedades do índice de refração, da absorbância e da fluorescência ou de uma mudança nas características químico-ópticas [CWL+02, YNS+01, JAL+00, KK99, PFW+98].

² O termo ATR foi inicialmente empregado em espectroscopia no infravermelho em prismas com múltiplas reflexões.

Diversos sensores ópticos para gases e líquidos utilizam ressonâncias tipo plasmons de superfície ou modos guiados, dependendo da concentração do elemento a ser analisado. Os modos guiados possuem uma largura de linha mais estreita, proporcionando maior resolução para pequenas concentrações, enquanto que para concentrações maiores o deslocamento da linha pela mudança de concentração pode saturar. Nestes casos pode-se fazer uso dos plasmons de superfície [PFW+98].

Desde a primeira aplicação para detectar o fenômeno de ressonância de plasmons de superfície (SPR) há mais de duas décadas, este método fez grandes avanços no seu desenvolvimento e nas suas aplicações. A tecnologia de sensores de SPR comercializados transformou os biosensores em uma ferramenta central para caracterização e quantificação de interações biomoleculares. A informação biológica é obtida analisando a mudança da reflexão na superfície do filme sensível quando da interação [RHM+03, A01, XLH+01, DCH+01, TDS+00].

Imunossensores utilizando plasmons de superfície e medidas de mudança de fase podem detectar características dinâmicas no acoplamento proteína-proteína ou antígeno-anticorpo. A medida da fase aumenta a precisão da medição, pois evita o deslocamento da mesma devido ao sinal DC [XLH+01, SLG98]. Plasmons também são utilizados para monitorar processos químicos e físicos na interface entre metais e materiais orgânicos [ZOY+01] e para monitoramento de qualidades ambientais, como detecção de nicotina em fumaça de cigarro [AAN+02] ou de nível de vapor de mercúrio [MS02]. Uma revisão sobre sensores utilizando plasmons de superfície pode ser encontrada em [HYG99].

Vários pesquisadores vêm trabalhando com modos guiados em filmes excitados por ATR, tanto teórica [AGG99] como experimentalmente. Os modos guiados podem

ser estudados por elipsometria [MW01, F98], mas a técnica de ATR pode ser mais simples e mais sensível para o estudo das propriedades de filmes ópticos [NLL82/83]. Muitos pesquisadores têm usado o método ATR para estudar constantes ópticas de metais, pois não existe a necessidade de medir a diferença de fase como é feito em elipsometria. Sob ótimas condições de acoplamento no sistema prisma/amostra, a energia de uma onda plana incidente na amostra pode ser totalmente absorvida se a amostra tiver perdas nas camadas metálicas [ST77].

Em óptica integrada, modos guiados e plasmons de superfície são utilizados em diversas configurações, tanto com filmes produzidos por evaporação térmica [LG98], por feixes de elétrons [BYC+03], por eletrodeposição [BSW01], por deposição eletroquímica [TTT+02], pela técnica sol-gel [BMS02], como em cristais líquidos [LPL02]. Estudos destes modos também são feitos utilizando técnicas de fotoablação [CMD99] e magneto-óptica [LSZ02].

Acoplamento em superfície também está sendo estudado em poços quânticos [ALG01] e nanopartículas [PVB+01, KK99, KHS+00, KMS+00, SGT+00].

O objetivo do projeto de pesquisa apresentado nesta tese é a produção e a caracterização de filmes tipo multicamadas, estudando o acoplamento de luz aos modos guiados nos meios dielétricos ou o acoplamento de luz aos modos de superfície nas interfaces dielétrico-metal.

O estudo das propriedades destes filmes foi feito utilizando-se o método ATR, excitando-se opticamente plasmons de superfície e modos guiados. O entendimento da interação de ondas eletromagnéticas neste tipo de filme passa pelo conhecimento das propriedades dos plasmons de superfície e dos modos guiados.

O filme multicamadas é preparado sobre um substrato de vidro. O acoplamento de um feixe de luz ao sistema é feito por meio de onda evanescente através de um prisma acoplador.

Em nosso estudo utilizamos sempre camadas metálicas na composição dos filmes finos. Para uma única camada metálica, é possível acoplar luz a um plasmon de superfície. A posição angular desta ressonância muda ao introduzirmos uma camada dielétrica. Fazendo-se um sistema multicamadas, com a relação de índices apropriada, é possível obter uma guia de onda, isto é, um dispositivo em que a luz fica aprisionada, ou confinada. O guiamento é possível quando acoplamos o vetor de onda do campo incidente com o vetor de onda de algum dos modos da guia. Isto ocorre quando a componente tangencial do vetor de onda da luz incidente é igual ao vetor de onda do modo guiado. Os modos guiados ópticos em uma camada dielétrica mudam consideravelmente quando se substitui o meio dielétrico de um lado da camada por um metal. Em particular, o modo TM_0 mostra o comportamento de um plasmon de superfície.

Apresentamos um cálculo iterativo para a refletividade de filmes do tipo multicamadas para um número qualquer de camadas. Esta contribuição apresenta vantagens computacionais no ajuste dos dados experimentais ou em simulações, evitando fazer aproximações como as apresentadas na maioria dos trabalhos que envolvem sistemas mais simples. O cálculo do fluxo de energia através do filme também é apresentado. O conhecimento do tipo de modo acoplado e a sua localização é importante para definir o tipo de filme ou sensor a ser utilizado.

As camadas do filme sofrem vários tipos de modificações, o que acarreta em uma mudança na resposta do sinal. A mudança no sinal refletido, variando-se o ângulo de

incidência ou o comprimento de onda da radiação pode ser calculada e os dados experimentais podem ser ajustados pela teoria com o cálculo iterativo.

Foram feitas medidas com filmes sujeitos a implantação iônica, oxidação ou absorção de substâncias. Para cada sistema apresentamos o espectro de refletividade e o cálculo do fluxo de energia para cada modo observado, identificando-os.

Este trabalho de tese está organizado da seguinte forma.

No Capítulo 2, apresentamos a teoria para modos guiados em filmes finos. Na primeira sessão, introduzimos uma guia de onda dielétrica. A seguir consideramos a guia com uma camada metálica, onde consideramos modos guiados atenuados, e, em particular, plasmons de superfície. Apresentamos também a técnica de acoplamento ATR a estes modos.

No Capítulo 3, apresentamos nossos resultados experimentais, comparando com a teoria apresentada.

No Capítulo 4, apresentamos as conclusões deste trabalho.

Apresentamos também dois apêndices. No Apêndice A, um guia de consulta rápida do formalismo eletromagnético que permite o cálculo das refletâncias para qualquer arranjo de filmes com índices complexos. No Apêndice B, a dedução da fórmula iterativa da refletividade, utilizada nos sistemas ópticos estudados.

Capítulo 2 - Modos ópticos guiados - Revisão teórica

Ao incidirmos um feixe de luz em um sistema de filmes do tipo multicamadas, podemos acoplá-lo a alguns modos do sistema. O acoplamento depende fortemente das espessuras e dos índices de refração das camadas, e do ângulo de incidência do feixe. A luz pode ser confinada e se propagar na direção da guia ou sobre uma superfície mas também pode ser atenuada por absorção no sistema. Neste capítulo, vamos abordar algumas características destas guias de onda. Apresentamos no Apêndice A um apanhado teórico sobre ondas eletromagnéticas para servir como referência rápida para o assunto.

2.1 - Guia de ondas

A mais simples guia de onda é a guia de onda plana de 3 camadas mostrada na figura 2.1, onde um filme plano de índice de refração n_2 está confinado entre dois meios de índices de valores menores, n_3 (substrato) e n_1 (cobertura ou acoplador).

Nesta seção faremos o desenvolvimento teórico dos modos de uma guia de onda dielétrica [H85, K75, T77]. A propagação confinada de luz é explicada em termos de reflexões internas totais nas interfaces da guia de onda. Os modos ópticos aparecem

como solução das equações de Maxwell sujeitas às condições de contorno da geometria da guia de onda.

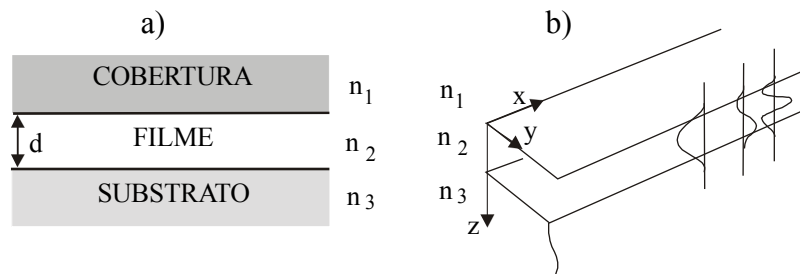


Figura 2.1 - (a) Secção transversal de uma guia de onda plana, consistindo de um filme com índice de refração n_2 , com espessura d , entre dois meios de índices n_1 e n_3 [K75]. (b) Três modos guiados estão esquematizados, representando distribuições do campo elétrico na direção z [H85].

2.1.1 - Campo eletromagnético em meio de múltiplas camadas

Consideramos luz polarizada em meios isotrópicos, onde a radiação eletromagnética consiste de campos elétricos e magnéticos ortogonais entre si e transversais à direção de propagação. No caso em que a radiação incidente tem o vetor campo elétrico oscilando no plano de incidência, tem-se uma luz P polarizada (ou TM - transversal magnética). O plano de incidência é definido pelos vetores de propagação da

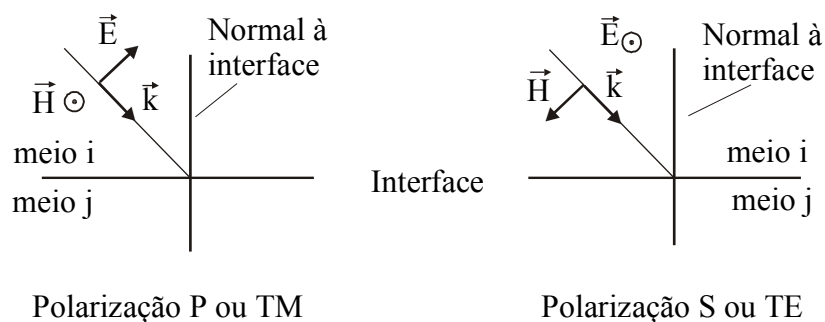


Figura 2.2 - Esquema do sistema de referências utilizado, mostrando as componentes das ondas TM e TE.

onda, k , e pela normal à interface entre os meios i e j . Quando a radiação incidente tem o campo magnético oscilando no plano de incidência tem-se uma luz S polarizada (ou TE - transversal elétrica). Podemos observar os dois tipos de campo na figura 2.2.

As camadas são assumidas como infinitas nas direções x e y e as ondas de luz se propagam na direção x . Um modo guiado corresponde à solução da equação de onda de Maxwell, sujeita às condições de continuidade de E e H .

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2-1)$$

onde E é o vetor campo elétrico, n é o índice de refração e c a velocidade da luz no vácuo. A solução da equação (2-1), para luz monocromática é:

$$E(\vec{r}, t) = E(\vec{r}) \exp[-i\omega t] \quad (2-2)$$

onde ω é a frequência da radiação. Substituindo a solução em (2-1), obtemos:

$$\nabla^2 E(\vec{r}) = -k_0^2 n^2 E(\vec{r}) \quad (2-3)$$

onde $k_0 \equiv \omega/c$ é o vetor de onda no vácuo. Se assumirmos, por conveniência, uma onda

plana se propagando na direção x , isto é, $E(\vec{r}) = E(y, z) \exp[ik_x x]$, k_x sendo a constante

de propagação, então a equação (2-3) fica:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}(y, z)}{\partial z^2} + [k_0^2 n^2 - k_x^2] \vec{E}(y, z) = 0 \quad (2-4)$$

Sendo a guia de onda infinita em y , podemos escrever a equação (2-4), para cada meio i , da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 E(y, z)}{\partial z^2} + [k_0^2 n_i^2 - k_x^2] E(y, z) = 0 \quad (2-5)$$

onde $E(y, z)$ é uma das componentes cartesianas de $E(y, z)$. As soluções de (2-5) são, em cada meio, funções senoidais ou exponenciais de z , dependendo do valor de

$(k_0^2 n_i^2 - k_x^2)$ ser maior ou menor que zero, com $i = 1, 2, 3$ representando cada camada. As possibilidades possíveis estão exemplificadas na figura 2.3.

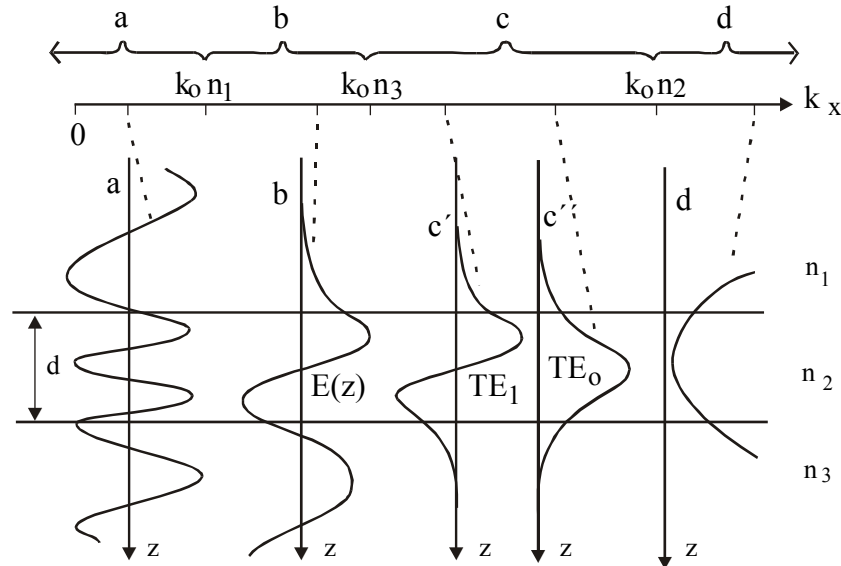


Figura 2.3- Diagrama dos possíveis modos em uma guia de onda plana [H85], considerando um sistema com $n_2 > n_3 > n_1$. O sistema corresponde, por exemplo, a um filme com alto índice de refração sob um substrato com índice menor e em contato com ar.

Na figura 2.4 mostramos outras representações para as situações a, b e c da figura 2.3. Na figura 2.4 (I) mostramos um modelo de zig-zag para o feixe de luz entrando no sistema e na figura 2.4 (II), a representação das frentes de onda para os campos incidentes e refletidos no sistema de camadas. Consideraremos inicialmente a forma dos modos como função de k_x , para o caso de frequência constante ω e $n_2 > n_3 > n_1$. Os vetores de onda da luz em cada meio são $k_0 n_1$, $k_0 n_2$, $k_0 n_3$. Vamos, a seguir, descrever cada uma destas situações.

- $k_x < k_0 n_1$: Para este caso, a solução de $E(z)$ é oscilatória nas três regiões da guia. Estes não são modos guiados, pois a energia é livre para escapar para fora da região

da guia. Na figura 2.3 (a) podemos ver o comportamento oscilatório do campo nas 3 camadas.

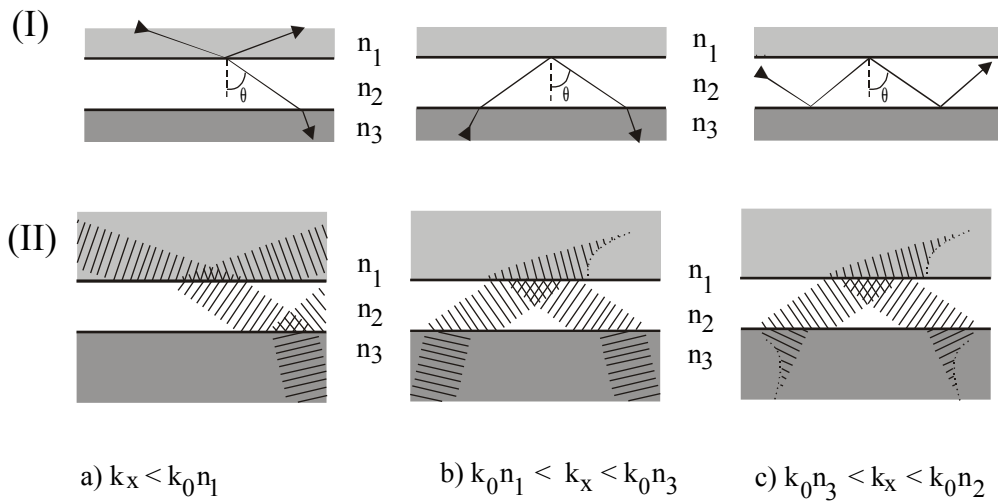


Figura 2.4- I - Modelo tipo zig-zag para os modos em uma guia de onda plana [K75]. II - Representação das frentes de onda dos campos incidentes e refletidos. Quando temos reflexão interna total, representamos os campos com decaimento exponencial nas camadas externas.

Se considerarmos o modelo de zig-zag, observamos na figura 2.4 (I) (a) que a luz incidente pelo meio 1 é refratada através do sistema e escapa através do meio 3. Se chamarmos de θ_{C1} e θ_{C3} os ângulos críticos para as interfaces 1/2 e 2/3, respectivamente, temos na figura 2.4 (I) (a) que $n_2 \sin \theta_2 < n_2 \sin \theta_{C1}$ e $n_2 \sin \theta_2 < n_2 \sin \theta_{C3}$.

- $k_0 n_1 < k_x < k_0 n_3$: Observa-se um modo como em (b) da figura 2.3. Este tipo de modo corresponde a uma onda confinada na interface 2/1, mas que varia senoidalmente na interface 2/3. Este caso corresponde a um raio de luz sofrendo reflexão interna total na interface 1/2, como podemos verificar na figura 2.4 (I) (b), sendo $n_2 \sin \theta_2 \geq n_2 \sin \theta_{C3}$ mas $n_2 \sin \theta_2 < n_2 \sin \theta_{C1}$.

As situações (a) e (b) irradiam para fora da fibra e são chamados modos radiativos.

- $k_0 n_3 < k_x < k_0 n_2$: Neste caso, o campo possui comportamento exponencial nos meios 1 e 3 e comportamento senoidal no meio 2. A situação mostrada em (c) corresponde a um modo guiado. Os modos (c') e (c'') na figura 2.3 correspondem a modos guiados para um feixe de luz S-polarizado, geralmente referidos como modos de ordem zero e de primeira ordem, TE_0 e TE_1 . Na figura 2.4 (I) (c) observamos que, no caso de modos guiados, a luz sofre reflexão interna total nas duas interfaces do filme, sendo $n_2 \sin \theta_2 > n_2 \sin \theta_{c1}$, $n_2 \sin \theta_{c3}$.
- $k_x > k_0 n_2$: Neste caso $k_x > k_0 n_1$ e a função $E(z)$ deve ter comportamento exponencial nas três regiões. O único modo que satisfaz a condição de continuidade de $E(z)$ e $\partial E(z)/\partial z$ nas interfaces tem a forma mostrada como (d) na figura 2.3. Este modo não é fisicamente possível pois implicaria em energia infinita. Corresponde a uma solução matemática da equação (2-5), mas não corresponde a uma solução física.

2.1.2 - Relação de dispersão para uma guia de ondas dielétrica

Ao resolvermos formalmente a equação (2-1), sujeita às condições de contorno apropriadas, observamos que k_x só pode assumir alguns valores discretos quando $k_0 n_3 < k_x < k_0 n_2$. Estes valores correspondem aos vários modos TE_m , $m = 0, 1, 2, \dots$ (ou TM_m , $m = 0, 1, 2, \dots$). O número de modos que pode ser suportado pela guia depende da espessura da camada da guia e de ω , n_1 , n_2 e n_3 .

Para obter a relação de dispersão para a guia usaremos a descrição de raios ópticos, de acordo com a figura 2.4 (I) (c). Consideramos duas ondas planas uniformes superpostas que seguem um caminho tipo zig-zag quando são totalmente refletidas nos contornos da guia. As frentes de onda planas normais aos raios no caminho tipo zig-zag

dentro da guia são assumidas infinitas ou, pelo menos, maiores que a seção transversal da guia.

O modo na guia tem constante de propagação igual à componente x do vetor de onda $k_0 n_2$ dentro da guia:

$$k_x = k_0 n_2 \sin \theta \quad (2-6)$$

Como não há, por hipótese, absorção no meio, a energia propagada ao longo da guia deve permanecer inalterada. No modelo zig-zag, as ondas propagando-se ao longo da guia sofrem múltiplas reflexões. Para dada frequência e ângulo de incidência nas interfaces, estas ondas interferem de modo a manter a energia inalterada.

Devido às reflexões nas interfaces, estas ondas sofrem alteração na fase. Podemos fazer uma análise das diferenças de fase do raio óptico ao percorrer o zig-zag dentro da guia.

A diferença de fase que ocorre devido à passagem da frente de ondas pela guia quando se move da interface 2/1 ($z = 0$) para a interface 2/3 ($z = d$) e retornando para interface 2/1 é $(2k_0 n_2 d \cos \theta_2)$. Nas reflexões internas totais nas interfaces, as diferenças de fase são $2\phi_{21}$ e $2\phi_{23}$, com ($i = 1$ ou 3) [OS71]:

$$\phi_{2i}^P = \arctan \left(\frac{n_2^2 \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}}{n_i^2 n_2 \cos \theta_2} \right) \quad (2-7)$$

$$\phi_{2i}^S = \arctan \left(\frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}}{n_2 \cos \theta_2} \right)$$

Para garantirmos a interferência construtiva dos raios, a soma destas diferenças de fase deve ser um múltiplo inteiro de 2π . Isto leva à relação de dispersão para a guia de onda:

$$2k_0 n_2 d \cos \theta_m - 2\phi_{21} - 2\phi_{23} = 2m\pi, \quad (2-8)$$

onde m corresponde à ordem do modo guiado.

A figura 2.5 mostra o comportamento das diferenças de fase e dá uma idéia da relação de dispersão para a ordem zero dentro da guia. É possível propagar um modo quando a curva representando a diferença de fase no caminho transversal na guia cruzar a curva que representa a soma das diferenças de fase nas reflexões. Mudando a espessura da guia ou o comprimento de onda da luz, a curva $(k_0 n_2 d \cos \theta_2)$ muda de posição. No caso de uma guia simétrica, esta curva pode cruzar a curva $2\phi_{21}$ em qualquer ângulo maior que o ângulo crítico para interface 2/1. Desta forma, não existe um ângulo de corte para o acoplamento em uma guia simétrica. No caso de uma guia assimétrica, entretanto, a curva $(k_0 n_2 d \cos \theta_2)$ somente cruzará a curva $(\phi_{21} + \phi_{23})$ acima do ângulo

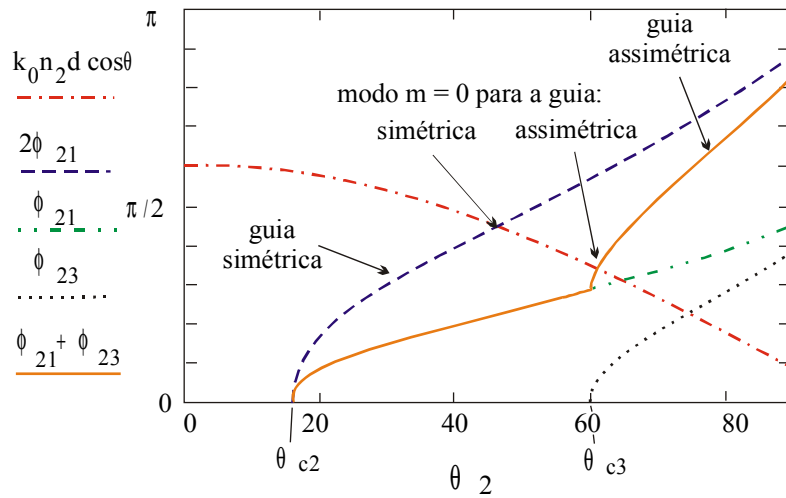


Figura 2.5 - Solução gráfica da relação de dispersão para uma onda S-polarizada para a ordem zero de uma guia simétrica e assimétrica. $n_1=1$, $n_2=2$, $n_3=1,8$, $d=150\text{nm}$, $\lambda=1\mu\text{m}$ [K75].

crítico para interface 2/3. Para espessuras muito pequenas não é possível acoplar luz ao modo da guia assimétrica. Existe uma condição de corte mesmo para o modo fundamental.

Na figura 2.6 temos representada a curva de dispersão k_x versus ω para uma guia dielétrica [K75]. Podemos observar os primeiros três modos guiados ($m = 0, 1$ e 2). Na frequência de corte, a constante de propagação assume o valor da interface 2/3. Ao aumentarmos ω (ou a espessura), k_x se aproxima do valor para a interface 2/1 e podemos acoplar mais modos. As regiões proibida e de modos de radiação estão de acordo com a discussão da figura 2.3.

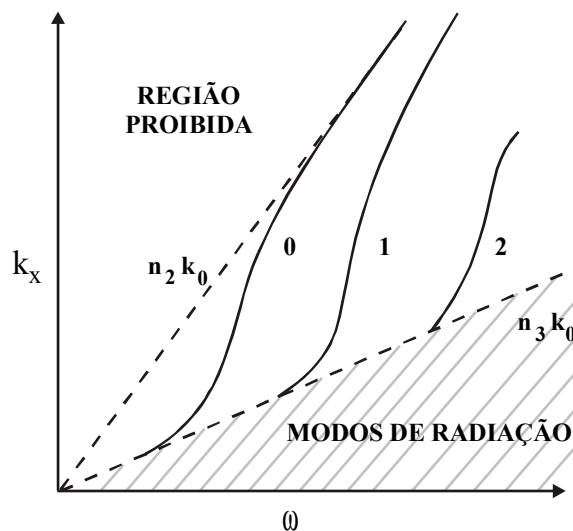


Figura 2.6 - Relação de dispersão para uma guia dielétrica típica [K75].

2.1.3 - Guia de ondas com uma camada metálica

Quando uma das camadas dielétricas que circundam a guia dielétrica é trocada por uma camada metálica, com constante dielétrica $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$, $\epsilon_r < 0$, o comportamento da relação de dispersão muda. As mudanças no comportamento dos modos são bastante significativas, pois podemos notar a mudança na ordem em que aparecem os modos e na separação entre eles. A mudança é muito mais pronunciada para TM_0 , que sofre alterações em sua característica.

Na figura 2.7 representamos a curva de dispersão, em função da espessura da guia, para uma guia dielétrica (figura 2.7 (a)) e para uma guia com uma camada metálica (figura 2.7 (b)). São mostrados os comportamentos para diversos valores de m e para ambas polarizações ao variarmos a espessura da guia em função de k_x [OS71].

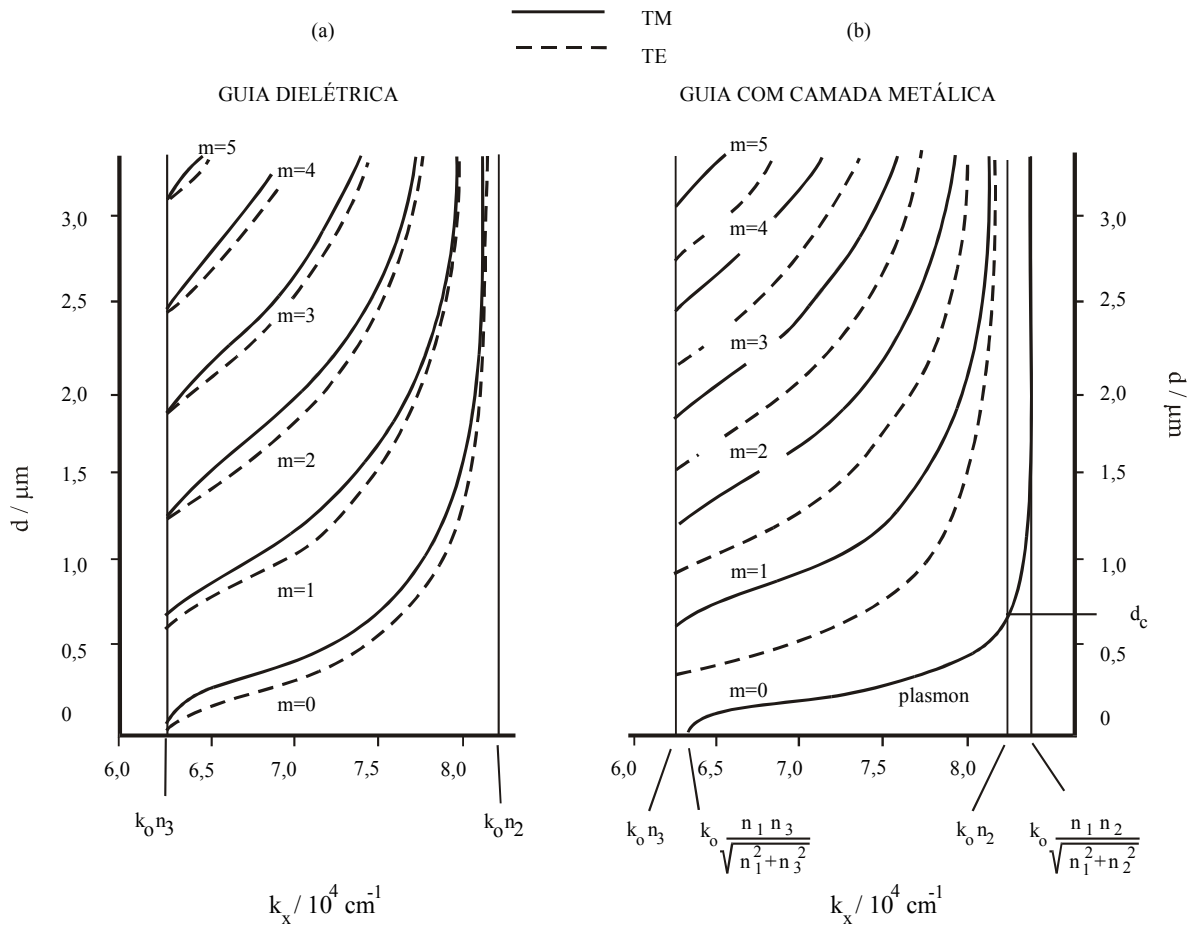


Figura 2.7 – Relação teórica entre a espessura e a constante de propagação k dos modos TM (linhas contínuas) e TE (linhas tracejadas) em uma guia dielétrica com índice de refração $n_2 = 1,31$, para comprimento de onda $\lambda_0 = 1\mu\text{m}$. (a) Guia rodeada por ar em ambos lados ($n_1 = n_3 = 1$) (b) Guia com interface 2/1 com alumínio () e 2/3 com ar ($n_3 = 1$) [OS71].

Para a guia dielétrica, as soluções para as diversas ordens estão confinadas no intervalo

$$k_0 n_3 < k_x < k_0 n_2$$

Para uma dada espessura e frequência, os modos TE_m possuem um valor maior de k_x que o modo TM_m . Isto ocorre porque

$$\phi^{TM}_{2i} < \phi^{TE}_{2i}$$

Para a guia com uma camada metálica, temos $n_{met} = \sqrt{\epsilon_r + i\epsilon_i}$, com $\epsilon_r < 0$. Vamos, nesta primeira discussão, ignorar a parte imaginária da constante dielétrica, pois observamos que, geralmente para metais tipo Ag, Au, Al, $\epsilon_i \ll |\epsilon_r|$. Para um dado valor de ω e d , o modo TE_m tem um valor menor da constante de propagação do que o modo TM_m . Isto porque:

$$\text{Re}(\phi^{TE}_{2met}) < 0 < \text{Re}(\phi^{TM}_{2met}) \quad (2-9)$$

Na figura 2.7 podemos observar que, enquanto todos os outros modos iniciam em $k_0 n_3$, o modo TM_0 inicia em:

$$k_x = k_0 \frac{n_1 n_3}{\sqrt{n_1^2 + n_3^2}}$$

Ao observarmos o modo TM_0 vemos que, para uma espessura d_c , obtida da relação de dispersão (2-8) e dada por:

$$d_c = \frac{-k_0}{n_2^2} \left(\frac{n_1^2}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}} + \frac{n_3^2}{\sqrt{n_2^2 - n_3^2}} \right), \quad (2-10)$$

o valor do vetor de onda tem o valor de:

$$k_x = k_0 n_2$$

Este valor é o valor limite do vetor de onda para todos os outros modos TM ($m \neq 0$) e TE.

Para TM_0 e uma espessura maior que d_c , temos $k_x > n_2 k_0$. A componente z do vetor de onda é imaginário:

$$k_z = ik'_z, \quad \text{com} \quad k'_z = \sqrt{k_x^2 - n_2^2 k_0^2}, \quad (2-11)$$

o que significa que o modo tem decaimento evanescente dos dois lados da interface. Um aumento de k torna o campo cada vez mais confinado próximo à interface dielétrico/metal.

Para uma guia de onda com uma camada metálica, o modo TM_0 tem propriedades de um plasmon de superfície. Este novo modo óptico será discutido na próxima seção. Os modos guiados TM_m , com $m > 0$, e TE_m são modos guiados atenuados [HT84, ST81]. Ao analisarmos o campo elétrico de um modo guiado (figura 2.3), podemos observar que dentro da guia o campo tem comportamento senoidal e fora desta, comportamento exponencial. Este campo evanescente penetra na camada metálica e acaba sendo atenuado.

2.2 - Plasmon de superfície

A interação de uma onda eletromagnética com a interface entre dois meios pode excitar modos de superfície. Estas excitações aparecem diretamente das equações de Maxwell e das condições de contorno para esta interface quando uma onda eletromagnética é enviada ao longo da interface entre dois meios, sendo um deles metal (ou semiconductor) e o outro dielétrico. Estes modos de excitação produzem deslocamento de cargas livres (elétrons) na superfície do condutor e são chamados plasmons de superfície. São modos cujos campos eletromagnéticos decaem exponencialmente com a distância para ambos os lados da interface entre os dois meios e

propagam-se ao longo da mesma. A atenuação da intensidade do modo é determinada pela constante dielétrica complexa do metal.

Para entendermos este tipo de excitação, iniciaremos esta seção estudando uma propriedade fundamental dos plasmons de superfície, que é a relação de dispersão para um modo que se propaga na interface entre dois meios.

2.2.1 - Relação de dispersão de um plasmon de superfície

Estudaremos como o vetor de onda k de uma onda eletromagnética varia com a frequência ω . Para isso, consideramos dois meios semi-infinitos - um meio metálico e um meio dielétrico.

Consideramos a interface plana entre dois meios semi-infinitos. O sistema de referência é escolhido de tal forma que a interface coincida com o plano xy . Os semi-espacos superior e inferior correspondem a um meio metálico, com constante dielétrica complexa $\epsilon_m = \epsilon_r + i\epsilon_i$; com $\epsilon_r < 0$, e um meio dielétrico com constante dielétrica real ϵ_d .

É possível propagar uma onda eletromagnética ao longo da superfície do meio metálico se tivermos um campo elétrico que crie cargas de superfícies, isto é, um campo elétrico que possua uma componente normal à superfície, ou seja, uma onda P-polarizada, como observamos na figura 2.8 [SBY91].

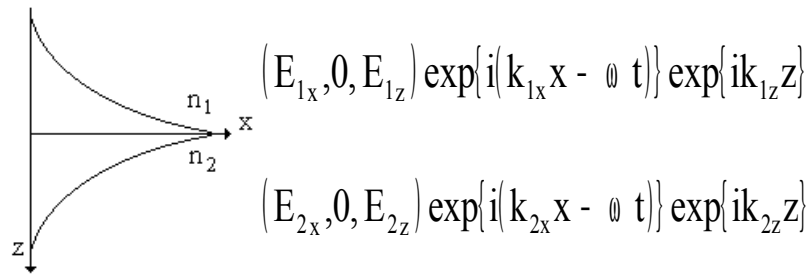


Figura 2.8 - Diagrama esquemático da variação da amplitude dos campos associados à onda de superfície se propagando no contorno entre dois meios.

As condições de contorno para os campos eletromagnéticos na interface entre dois meios onde não existam cargas ou correntes externas exigem que as componentes de \mathbf{E} e \mathbf{H} tangenciais e de \mathbf{D} e \mathbf{B} normais à interface sejam contínuas. Em nosso sistema de coordenadas, para uma onda P polarizada $\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$, a componente E_x é conservada através da interface, mas a componente E_z não. A componente normal de \mathbf{D} , D_z , é contínua (não existem cargas livres). Desta forma, E_z é forçada a mudar se a permissividade elétrica do meio, $\epsilon_e = \epsilon_i \epsilon_0$, mudar, uma vez que $D_z = \epsilon_i \epsilon_0 E_{1z} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{2z}$. Esta descontinuidade de E_z resulta em cargas de polarização na interface. No caso de uma onda S polarizada $\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$, não temos a criação de cargas na interface, pois não existe uma componente do campo elétrico normal à interface.

Podemos escrever as equações dos campos para uma onda P polarizada nos dois meios, com índices de refração $n_i = \sqrt{\epsilon_i}$ dados por n_1 ($z < 0$) e n_2 ($z > 0$):

$$\begin{aligned}
z < 0 & \begin{cases} \vec{E}_1 = (E_{1x}, 0, E_{1z}) \exp[i(k_{1x}x - \omega t)] \exp[ik_{1z}z] & \text{(a)} \\ \vec{H}_1 = (0, H_{1y}, 0) \exp[i(k_{1x}x - \omega t)] \exp[ik_{1z}z] & \text{(b)} \end{cases} \\
& \hspace{15em} \text{(2-12)} \\
z > 0 & \begin{cases} \vec{E}_2 = (E_{2x}, 0, E_{2z}) \exp[i(k_{2x}x - \omega t)] \exp[ik_{2z}z] & \text{(c)} \\ \vec{H}_2 = (0, H_{2y}, 0) \exp[i(k_{2x}x - \omega t)] \exp[ik_{2z}z] & \text{(d)} \end{cases}
\end{aligned}$$

onde $\vec{k}_i = k_{ix}\hat{i} + k_{iz}\hat{k}$ é o vetor de onda da luz em cada meio, com magnitude $k_i = n_i k_0$.

Usando as equações de Maxwell para meios onde não existam cargas ou correntes externas, podemos definir algumas relações entre os campos e os parâmetros ópticos das duas camadas.

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (\rho = 0) \quad \therefore \quad E_z = -\frac{k_x}{k_z} E_x \quad \text{(2-13)}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \therefore \quad H_y = -\frac{\mu_0 \varepsilon \omega}{k_z} E_x \quad \text{(2-14)}$$

Das condições de contorno, temos que $H_{1y} = H_{2y}$ e $E_{1x} = E_{2x}$. Utilizando a equação (2-14), obtemos:

$$\begin{aligned}
-\frac{\mu_0 \varepsilon_1 \omega}{k_{1z}} E_x &= -\frac{\mu_0 \varepsilon_2 \omega}{k_{2z}} E_x \\
\frac{\varepsilon_1}{k_{1z}} &= \frac{\varepsilon_2}{k_{2z}} \quad \text{(2-15)}
\end{aligned}$$

Para obtermos a relação de dispersão, escrevemos a componente z do vetor de onda da forma:

$$k_{iz}^2 = k_i^2 - k_x^2 = \varepsilon_i k_0^2 - k_x^2 = -\left(k_x^2 - \varepsilon_i k_0^2\right). \quad \text{(2-16)}$$

Em um modo de superfície, o campo deve decair exponencialmente para fora da superfície. Desta forma, k_{iz} é um número imaginário. Temos a componente z do vetor de onda dada por:

$$k_{iz} = \pm i \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_i k_0^2}. \quad \text{(2-17)}$$

Retornando à equação (2-15), temos:

$$\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2} = \frac{k_x^2 - \varepsilon_1 k_0^2}{k_x^2 - \varepsilon_2 k_0^2},$$

ou

$$k_x^2 = k_0^2 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \quad (2-18)$$

A equação (2-18) é a equação de dispersão das ondas de superfície, ou seja, do plasmon. Pode-se observar que o vetor de onda de um SP depende das constantes dielétricas dos dois meios. Esta propriedade leva ao uso dos plasmons de superfície em sensores.

Para que tenhamos uma onda com decaimento exponencial nos dois meios, necessitamos que $k_{1z} > 0$ e $k_{2z} < 0$. Desta forma, k_{1z} e k_{2z} possuem sinais trocados e, de acordo com a equação (2-15), ε_1 e ε_2 também possuem. Esta é uma condição necessária para a existência de um modo de superfície. Temos que ter um meio com ε positivo (dielétrico), que é chamado de meio inativo, e um meio com ε negativo (metal ou semiconductor), chamado meio ativo.

A raiz na equação (2-17) deve ser sempre real, isto é, $k_x^2 > \varepsilon_1 k_0^2$. Isto quer dizer que o vetor de onda k_x de um plasmon de superfície será sempre maior que o máximo valor do vetor de onda k no meio $n_i = \sqrt{\varepsilon_i}$ de uma onda incidindo diretamente na interface. Podemos observar pela figura 2.9 que a linha de luz, que representa a relação de dispersão linear da onda eletromagnética incidente no meio inativo, $\omega_L = k_0 c / n_i$, não corta a curva de dispersão do plasmon. Isto implica que estes modos de superfície são não radiativos. Eles não podem ser irradiados como fótons e não podem ser acoplados com luz em experimentos convencionais de absorção. Desta forma,

a luz incidindo diretamente na interface não pode ser acoplada ao plasmon de superfície. Necessitamos de um mecanismo que nos permita acoplar luz a um plasmon de superfície.

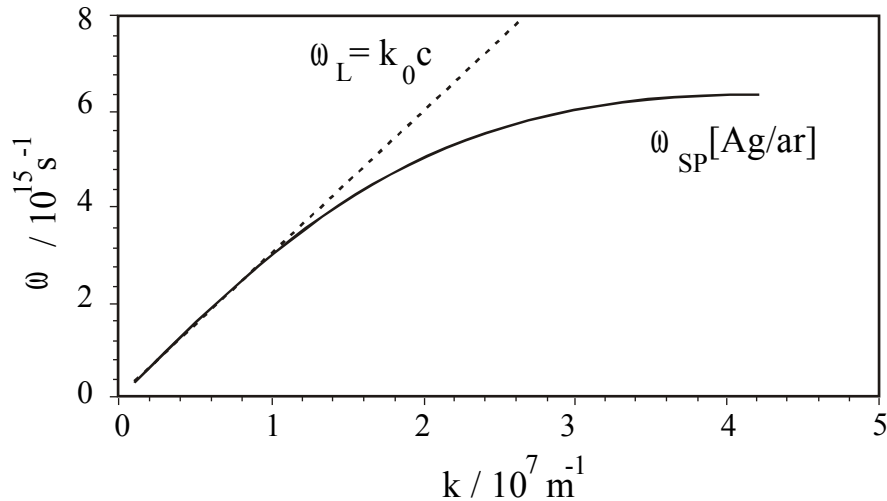


Figura 2.9 - Curva de dispersão para um plasmon de superfície na interface 1/2. A reta ω_L representa a curva de luz do sistema. Para a obtenção das curvas tomamos o meio 1 como sendo ar, e meio 2, prata.

2.2.2 - Acoplamento do plasmon à superfície metálica

Uma vez que não é possível acoplar luz a um modo de superfície incidindo luz diretamente sobre a interface entre dois meios, devemos utilizar algum tipo de acoplador óptico que nos possibilite excitar os plasmons de superfície. De acordo com a figura 2.9, a linha de luz deve ser mais inclinada, de forma a cruzar a curva de dispersão do plasmon. Faz-se então necessário aumentar o valor do vetor de onda da luz incidente de um valor Δk_x . Este aumento é possível utilizando-se vários métodos.

Neste trabalho utilizamos um prisma para acoplar luz ao plasmon de superfície. Existe também a possibilidade de utilizar grades de difração para o acoplamento [R77, R88].

As geometrias possíveis para acoplar luz aos plasmons de superfície utilizando prismas como acopladores ópticos são devido a Otto [O68] e a Kretschmann [K71].

Otto utilizou uma fina camada de ar com espessura tipicamente de um comprimento de onda entre o prisma e o filme metálico. Esta camada permite trabalhar em regime de reflexão interna total, o que produz um campo evanescente através do qual a radiação se acopla. Kretschmann, por outro lado, utilizou um filme metálico evaporado diretamente sobre o prisma, desta forma, a própria camada metálica permite o acoplamento. Nas duas configurações é possível utilizar um outro dielétrico ao invés de ar. Existe ainda a possibilidade de se fazer uma configuração mista: prisma/dielétrico/metal/dielétrico (ver figura 2.10). Em qualquer configuração, o plasmon de superfície é excitado na interface metal/dielétrico (na interface com o prisma o acoplamento não é possível, de acordo com nossa discussão prévia).

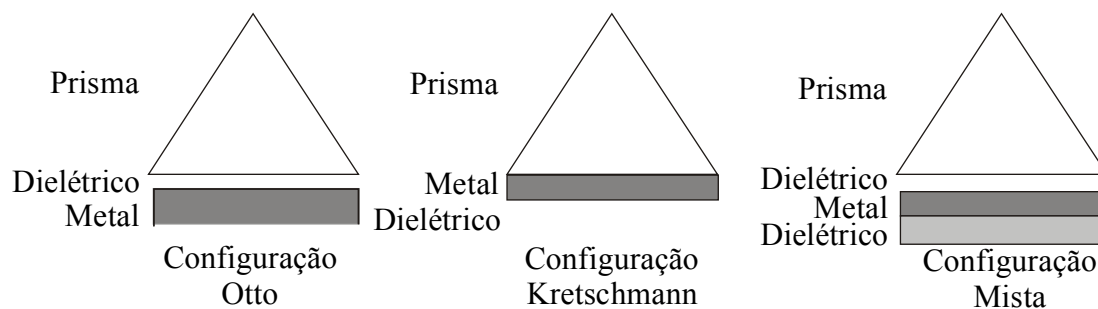


Figura 2.10 - Geometrias utilizando prisma como acoplador óptico para acoplar luz a um plasmon de superfície.

Esta técnica de medida também é conhecida como Reflexão Total Atenuada. Observa-se o sinal refletido pelo filme, ao variarmos o ângulo ou a frequência da luz incidente. Quando a componente tangencial do vetor de onda da luz incidente for igual ao vetor de onda do plasmon de superfície, a energia é absorvida pelo plasmon de superfície e, conseqüentemente, o sinal refletido é atenuado. Plasmons de superfície em metais em frequências ópticas propagam-se tipicamente dezenas de micrometros, devido à alta atenuação.

Com a introdução do prisma acoplador, o nosso sistema passa a ter 3 camadas, sendo que o prisma possui índice de refração n_1 e o modo de superfície se propaga na interface entre os meios 2/3. O índice de refração do prisma deve ser maior que o índice de refração da camada dielétrica. Quando incide-se luz através de um meio com índice de refração $n_1 > n_2$, a curva de luz passa a ter um valor $\omega_L = k_0 c / n_1 < k_0 c / n_2$. Ao trabalharmos com ângulos maiores que o ângulo crítico, criamos um campo evanescente, com decaimento exponencial, que penetra no filme e é capaz de acoplar luz ao plasmon de superfície na interface 2/3.

O vetor de onda da onda eletromagnética incidente, na condição de reflexão interna total, tem valor $k_0 c / n_1 \geq \omega_L \geq k_0 c / n_2$, interceptando a curva de dispersão para o plasmon para a interface 2/3, como podemos observar na figura 2.11.

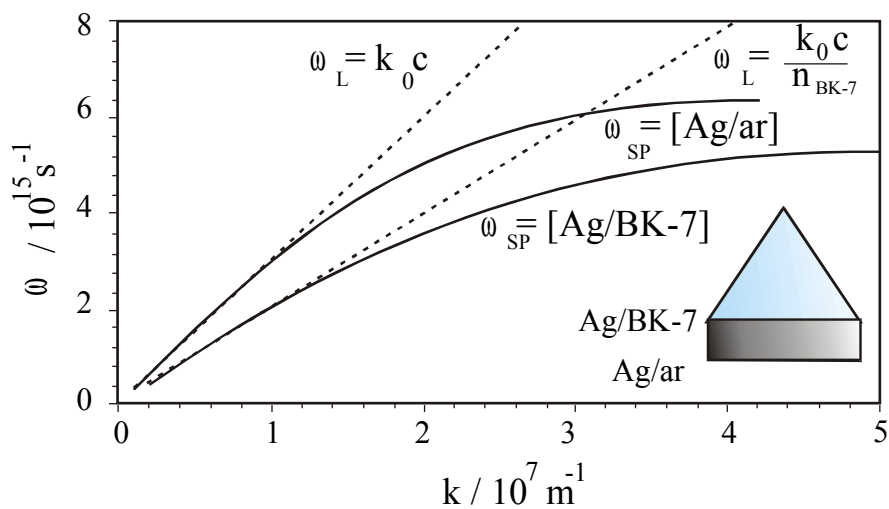


Figura 2.11 - Curva de dispersão para um plasmon de superfície para as interfaces 1/2 e 2/3. A curva de luz para a luz incidindo pelo meio 1 agora corta a curva de dispersão do sistema 1/2. Para a obtenção das curvas tomamos o meio 1 como sendo BK-7, meio 2, ar, e meio 3, prata.

A condição de ressonância dada na equação (2-18), válida para dois meios semi-infinitos, é perturbada pela presença do prisma acoplador. Agora uma das camadas possui espessura finita d_2 . A ressonância vai depender desta espessura. Para sistemas

mais complexos, com várias camadas, o modo de superfície sofre a influência de todas as demais camadas. A refletividade teórica para a técnica ATR é obtida através dos coeficientes de Fresnel e das condições de contorno. A refletividade para um sistema de N camadas é dada por (ver apêndice B):

$$R = |C_{21}|^2, \quad (2-19)$$

onde os coeficientes C_{ij} são dados pela fórmula iterativa:

$$C_{ij} = \frac{R_{ij} + C_{i+1,j+1} e^{2X_{ij}}}{1 + R_{ij} C_{i+1,j+1} e^{2X_{ij}}} \quad (2-20)$$

com

$$C_{N,N-1} = R_{N,N-1}$$

$$X_{ij} = i k_i \cos \theta_i d_j$$

para $i = 2 \rightarrow (N-1)$ e $j = i-1$.

R_{ij} são os coeficientes de Fresnel. Para cada polarização:

<p>Polarização P:</p> $R_{ij}^P = \frac{n_i \cos \theta_j - n_j \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_j + n_j \cos \theta_i}$	<p>Polarização S</p> $R_{ij}^S = \frac{n_j \cos \theta_j - n_i \cos \theta_i}{n_j \cos \theta_j + n_i \cos \theta_i}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

A refletividade dada pela equação (2-19) consiste em uma maneira elegante e compacta de trabalhar com sistemas mais complexos, evitando utilizar aproximações [BKG90].

Quando a camada metálica possui duas interfaces com meios dielétricos diferentes do acoplador óptico o sinal refletido pode apresentar mais de uma atenuação, devido ao acoplamento aos plasmons de superfície das duas interfaces.

Se os dielétricos forem iguais [S81] ou com índices de refração muito semelhantes [WH86], os plasmons das duas superfícies estão acoplados e para os

ângulos em que se excita os plasmons de superfície o campo elétrico é grande nas duas interfaces. Dentro das camadas o campo elétrico pode passar por zero ou não, o que caracteriza o tipo de plasmon que é acoplado em cada interface.

Quanto maior for a intensidade do campo elétrico na camada metálica, mais rapidamente o plasmon é absorvido no metal. Este plasmon não se propaga muito dentro do sistema e é chamado de plasmon de superfície de curto alcance - PSCA.

Quando o campo elétrico for maior dentro da camada dielétrica ele é menos absorvido e a propagação do plasmon é maior. Este modo é chamado de plasmon de superfície de longo alcance PSLA. Devido à maior penetração e ao alto campo, este modo é muito utilizado em óptica não linear.

Para exemplificar o comportamento dos campos no caso de excitarmos um PSLA ou PSCA, calculamos o comportamento das componentes E_x , E_z e H_y , em função da profundidade na camada metálica, para um sistema com o índice dos dielétricos igual a 1,33 e do metal igual a $\sqrt{-16,30 + 0,75i}$, para $\lambda = 632,8$ nm. Na figura 2.12 mostramos os campos na posição angular do acoplamento. Na figura 2.12 (a) vemos que, para um PSLA a componente E_x passa por um zero, enquanto que E_z e H_y são praticamente simétricos em relação ao centro da camada. Para o PSCA a situação se inverte (vide figura 2.12 (b)).

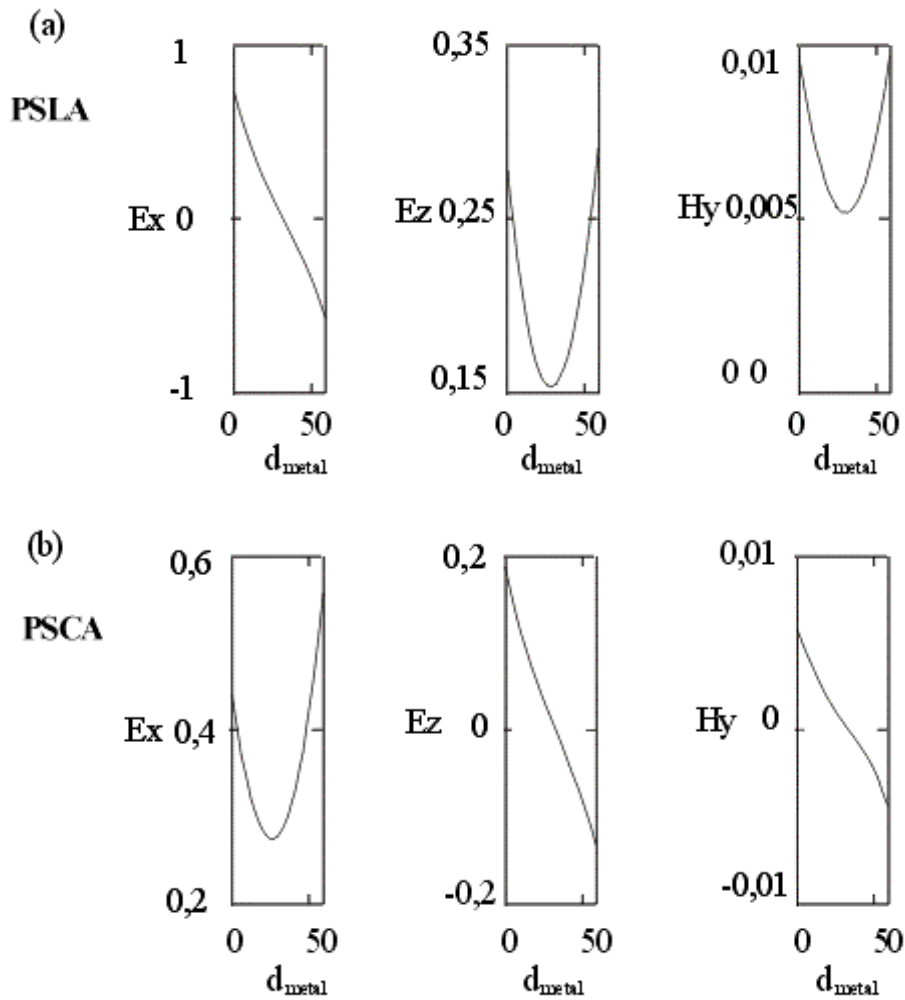


Figura 2.12 - Comportamento das componentes E_x , E_z e H_y , em função da profundidade na camada metálica, para um sistema com o índice dos dielétricos igual a 1,33 e do metal igual a $\sqrt{-16,30 + 0,75i}$, para $\lambda = 632,8$ nm, na posição angular do acoplamento. (a) PSLA - E_x passa por um zero (b) PSCA - E_x é simétrico em relação ao centro da camada.

2.3 - Energia dos modos acoplados

É possível calcular os campos elétrico e magnético através do sistema de camadas e, através deles, calcular a densidade de fluxo de energia. Observando-se o comportamento da densidade de fluxo de energia do campo eletromagnético, através do cálculo do vetor de Poynting com a profundidade para cada camada, é possível identificar onde está ocorrendo o acoplamento no filme. O vetor de Poynting é dado em termos dos campos elétrico e magnético pela relação:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (2-21)$$

considerando, para cada camada, a contribuição dos campos elétricos e magnéticos incidentes e refletidos. Sabendo as amplitudes dos campos para cada polarização podemos calcular este fluxo de densidade de energia.

O vetor de Poynting em uma camada j , para as duas polarizações é obtido pelos produtos:

$$\vec{S}_j^P = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ -\hat{i} E_z^j H_y^{j*} + \hat{k} E_x^j H_y^{j*} \right\} \quad (2-22)$$

$$\vec{S}_j^S = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \hat{i} E_y^j H_z^{j*} - \hat{k} E_y^j H_x^{j*} \right\} \quad (2-23)$$

2.4 - Acoplamento a modos guiados com e sem atenuação

Para acoplar luz a uma guia de onda dielétrica podemos focalizar luz na extremidade da guia em um ângulo sólido conveniente, ou utilizar um acoplador de campo evanescente, como podemos ver na figura 2.13 (a).

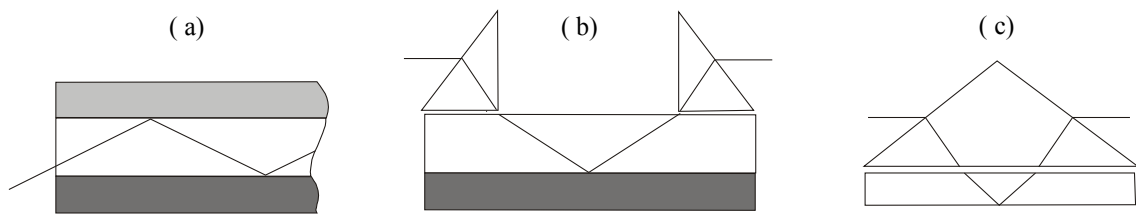


Figura 2.13 – Acoplamento a uma guia de onda dielétrica (a) focalizando a luz em um ângulo apropriado, (b) utilizando um acoplador óptico e (c) com a montagem ATR, em que o mecanismo de acoplamento é o mesmo que desacopla.

No caso de uma guia dielétrica, não é possível acoplar luz utilizando as configurações tipo Otto ou Kretschmann mostradas na figura 2.10. Utiliza-se um prisma como acoplador óptico em uma configuração como a mostrada na figura 2.13 (b). Esta técnica que foi originalmente desenvolvida por Tien [T69] assemelha-se à configuração Otto, mas o acoplador deve ter uma geometria que impeça o desacoplamento. No caso de uma montagem do tipo ATR como a mostrada na figura 2.13 (c) a luz é desacoplada ao incidir novamente na interface com o prisma.

Quando uma das camadas adjacentes à guia é metálica ou possui perdas, o forte campo evanescente na interface com esta camada faz com que parte da luz seja perdida nesta camada, pois na condição de guiamento a intensidade do campo nas interfaces é muito grande.

Desta forma, para estudar modos guiados com atenuação é possível utilizar as configurações de Otto ou Kretschmann e utilizar a técnica de ATR. O campo elétrico na interface com a camada metálica, em condição de reflexão interna total, é perdido nesta, não sendo então desacoplado pelo prisma.

Numa configuração mista com as espessuras adequadas, é possível observar, além das excitações de plasmons de superfície, acoplamento de luz devido aos modos guiados atenuados. Em nosso trabalho, estudamos estes dois tipos de excitações.

Capítulo 3 - Resultados experimentais

Neste trabalho, utilizamos técnicas de refletância para estudar as propriedades de filmes do tipo multicamadas. Em particular, consideramos a reflexão interna total, já que nestas situações os campos evanescentes permitem o acoplamento da luz aos modos guiados do filme e, no caso de filmes metálicos, aos plasmons de superfície.

3.1 - Montagem experimental

Para trabalharmos em condições de reflexão interna total, utilizamos um prisma como acoplador óptico. O feixe de luz, que pode ser um laser ou um feixe de luz policromática, incide sobre o filme em um ângulo maior que o ângulo crítico para o sistema prisma/ar. Este feixe de luz, após interagir com as diversas camadas do filme, é refletido total ou parcialmente pelo sistema. Nossas medidas são obtidas observando-se este sinal refletido, para as polarizações TM e TE, ao variarmos ou o ângulo ou a frequência do feixe incidente.

As montagens experimentais utilizadas neste trabalho para obter o sinal refletido por um filme são representadas na figura 3.1. Nas duas montagens, o prisma é colocado

sobre um goniômetro, permitindo medir a posição angular da luz incidente. Utiliza-se um polarizador (P) para escolher a polarização da luz incidente.

Com a montagem ilustrada na figura 3.1 (a) mede-se a refletância em função do ângulo de incidência com luz monocromática, utilizando um laser como fonte de luz. Um motor de passo, acionado pelo microcomputador, gira o goniômetro entre cada medida. O sinal analisado é a razão entre o sinal refletido e um sinal de referência, que são obtidos através de fotodiodos. No sistema de aquisição de dados, obtém-se um espectro da intensidade do sinal refletido em função do ângulo de incidência, para cada frequência de laser utilizada, $R_{\lambda}(\theta)$. A resolução angular do goniômetro pode ser controlada através do computador com incrementos digitais de $0,006^{\circ}$.

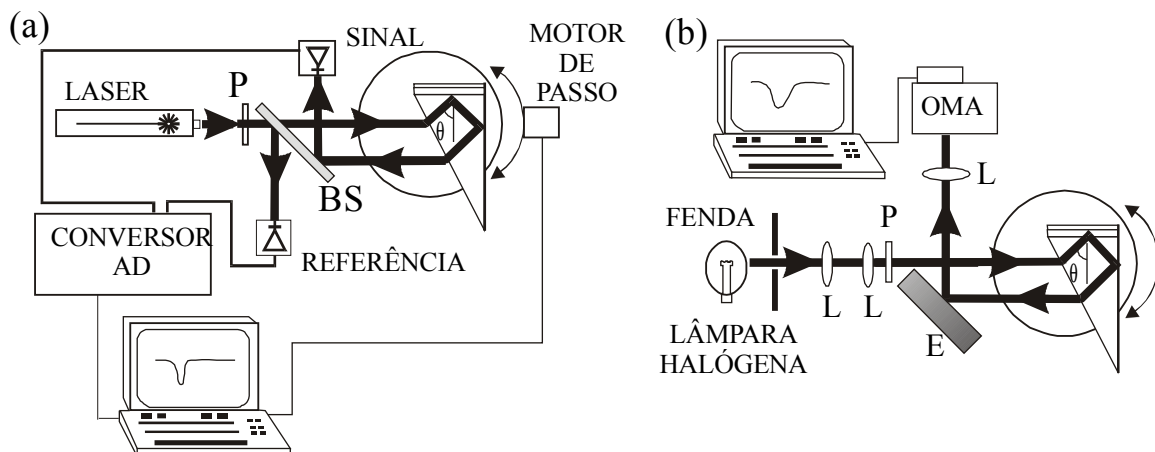


Figura 3.1 - Diagrama experimental para as medidas de reflexão total atenuada utilizando (a) laser e (b) luz branca. **P** representa o polarizador, **L**, lentes, **E**, espelho e **BS**, separador de feixe.

Com a montagem mostrada na figura 3.1 (b) mede-se a refletância espectral em ângulos de incidência fixo, utilizando uma fonte de luz policromática. O sinal é registrado por um analisador óptico multicanal (OMA), montado em nosso laboratório [L91]. Neste caso, obtém-se um espectro da intensidade do sinal refletido em função da

freqüência da luz, para cada ângulo da luz incidente, $R_{\theta}(\lambda)$. Este sinal é posteriormente dividido por um sinal de referência, obtido com um substrato limpo para os mesmos ângulos de incidência.

Para as duas montagens, ao analisar o sinal refletido, observa-se uma atenuação, ao variarmos o ângulo de incidência ou a freqüência da fonte, quando se acopla luz ao filme (técnica ATR).

3.2 - Preparação das amostras

As amostras analisadas são filmes de prata (99,99% de pureza) evaporados termicamente ou por feixes de elétrons em substratos de BK-7 ($n = 1,515$, $\lambda = 632,8$ nm) mantidos à temperatura ambiente. Fizemos estudos com amostras como evaporadas, submetidas à implantação iônica e submetidas à oxidação.

Para um conjunto de medidas o filme foi evaporado diretamente sobre o prisma, com índice de refração $n = 1,83$ para $\lambda = 632,8$ nm (medido por reflexão interna total).

Com o auxílio de um líquido casador de índices, as amostras eram colocadas em contato com o lado menor de um prisma de BK-7 (30° - 60° - 90°), através do substrato. O prisma é montado em canto de cubo. Desta forma, pode-se observar o sinal refletido na mesma direção que a do feixe incidente, independente do ângulo de incidência da luz no filme. Com o objetivo de evitar perdas de sinal na reflexão no lado maior do prisma, esta superfície é espelhada, como podemos observar na figura 3.2.

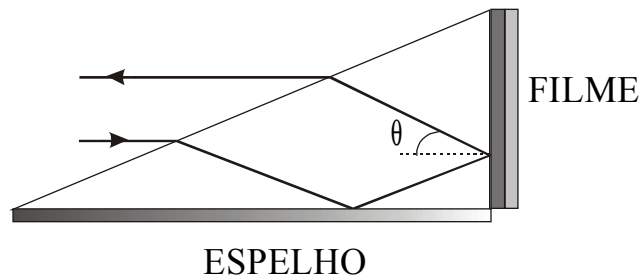


Figura 3.2 - Prisma acoplador. O filme é colocado em contato com o lado menor do prisma utilizando um líquido casador de índices. O lado maior é espelhado para evitar perdas por reflexão.

3.3 - Índices dielétricos complexos / constantes dielétricas dos filmes

As constantes dielétricas dos materiais utilizados neste trabalho foram obtidas da literatura: Ag [JC72], Ag₂O [PS95], BK-7, MgF₂ [MG88], Na₃AlF₆ [B87/88], SiO [B87/88]. Na figura 3.3 podemos ver a variação espectral das constantes ópticas do BK-7, da Ag e do Ag₂O. As curvas contínuas para Ag e Ag₂O correspondem a ajustes dos dados da literatura, sendo para a prata:

$$\text{Re}(\varepsilon_{\text{Ag}}) = 3,1438971 + 0,0014812807 \cdot \lambda - 5,5080768 \cdot 10^{-5} \cdot \lambda^2$$

$$\text{Im}(\varepsilon_{\text{Ag}}) = 0,03433 + 0,00054 \cdot \lambda$$

e para o óxido de prata:

$$\text{Re}(\varepsilon_{\text{Ag}_2\text{O}}) = 4,31962 + 1,43674 \cdot \exp\left[-\frac{\lambda - 440,49935}{112,29654}\right]$$

$$\text{Im}(\varepsilon_{\text{Ag}_2\text{O}}) = 0,45209 + 1,2444 \cdot \exp\left[-\frac{\lambda - 437,9855}{100,53631}\right]$$

com λ em nm.

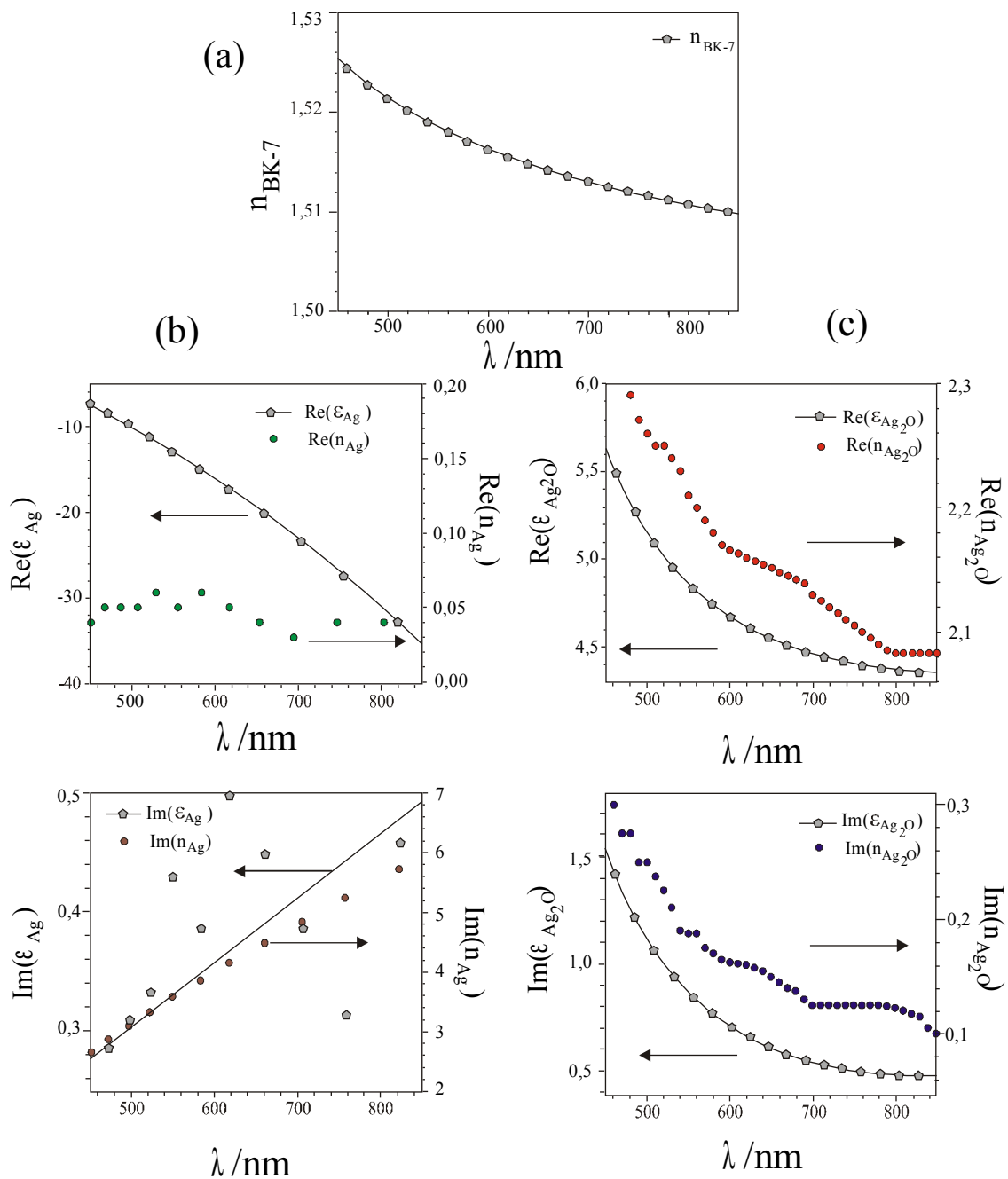


Figura 3.3 - Variação espectral das constantes ópticas: (a) BK-7 [MG88], (b) Ag [JC72] e (c) Ag_2O [PS95]. Para Ag e Ag_2O mostramos separadamente as parte real e imaginária destas constantes. Elas são mostradas nos gráficos superiores e inferiores, respectivamente. Apresentamos os valores do índice de refração obtido da literatura (círculos) no eixo da direita e o ajuste em comprimento de onda da constante dielétrica (linha cheia) no eixo da esquerda ().

As espessuras das camadas foram controladas durante a evaporação. Durante a evaporação por feixe de elétrons, feitas no Laboratório de Filmes Finos do IF-UFRGS, o controle é feito através do monitoramento da massa depositada com a frequência de vibração de uma microbalança de cristal.

Durante a evaporação térmica, feitas no Laboratório de Laser do IF-UFRGS, o controle da espessura é feito utilizando-se um método óptico de reflexão de um laser de He-Ne ($\lambda = 632,8$ nm). Observa-se o sinal do laser refletido a 0° durante a evaporação. Com este método obtemos um valor para a espessura óptica, nd , onde n é o índice de refração e d a espessura do filme.

Uma vez que as constantes ópticas dos filmes evaporados dependem das condições de evaporação, utilizamos um método interferométrico para conferir tais espessuras. Filmes com a forma de um degrau foram evaporados juntamente com algumas amostras. Estes filmes foram feitos sobre substrato refletor utilizando máscaras. No caso de filmes dielétricos, foi depositada uma última camada refletora.

A medida interferométrica é feita colocando o filme em um dos braços de um interferômetro tipo Michelson. Devido ao degrau, obtém-se dois conjuntos de franjas. Sendo o espaçamento entre as franjas de interferência dado pela medida **b** e o deslocamento das franjas, devido ao degrau, dada pela medida **a**, como vemos na figura 3.4, a espessura **d** do degrau pode ser obtida por [H87, KF86]:

$$d = \frac{a \lambda}{b 2}$$

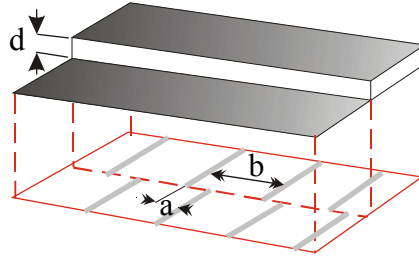


Figura 3.4 - Filme em degrau utilizado para medida da espessura utilizando um interferômetro de Michelson. A espessura é obtida através do espaçamento **b** e do deslocamento **a** das franjas, sabendo-se o comprimento de onda utilizado.

3.4 - Cálculo de refletividade

O acoplamento da luz incidente no filme pode ser analisado calculando-se a refletividade da amostra. Nosso sistema pode ser considerado, para efeito de cálculos, como um sistema de N camadas, sendo que a primeira camada corresponde ao prisma. O coeficiente de reflexão é dado por:

$$r = C_{21}$$

onde os coeficientes C_{ij} são obtidos iterativamente por:

$$C_{ij} = \frac{R_{ij} + C_{i+1,j+1} e^{2i k_i \cos \theta_i d_i}}{1 + R_{ij} C_{i+1,j+1} e^{2i k_i \cos \theta_i d_i}}$$

sendo: N o número de camadas

$$i = 2 \rightarrow N - 1$$

$$j = 1 \rightarrow i - 1 \quad (j = i - 1)$$

e tomando, para a última camada, $C_{N,N-1} = R_{N,N-1}$. θ_j é o ângulo de incidência e d_j a espessura da j -ésima camada. R_{ij}^P e R_{ij}^S são os coeficientes de Fresnel para as duas polarizações, dados por:

$$\text{Polarização P: } R_{ij}^P = \frac{n_i \cos \theta_j - n_j \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_j + n_j \cos \theta_i}$$

$$\text{Polarização S: } R_{ij}^S = \frac{n_j \cos \theta_j - n_i \cos \theta_i}{n_j \cos \theta_j + n_i \cos \theta_i}$$

Estas expressões são obtidas considerando-se as equações de Maxwell e as condições de contorno nas interfaces para os campos para cada polarização, como podemos conferir no Apêndice A.

O uso de uma solução iterativa não é comum em trabalhos envolvendo plasmons de superfície, pois se costuma trabalhar com sistemas de até 3 camadas. A vantagem desta solução é seu uso computacional, que torna a simulação mais fácil. Para se observar o comportamento do sistema frente a pequenas mudanças dos parâmetros basta variar os valores destes.

A seguir mostraremos as medidas obtidas para diversas configurações de filme. Inicialmente mostraremos medidas preliminares, para em seguida apresentarmos resultados de filmes submetidos à implantação e à oxidação.

3.5 - Medidas em estruturas envolvendo três, quatro e cinco meios

Nessa sessão apresentamos um conjunto de medidas em amostras com diferentes estruturas, que nos levaram a conhecer e desenvolver melhor a técnica e confrontar os dados experimentais com as previsões teóricas, tanto para acoplamento a um plasmon de superfície como para acoplamento a uma guia de onda. Amostras obtidas por evaporação térmica e por feixes de elétrons foram medidas como evaporadas.

3.5.1 - Sistema Prisma/MgF₂/Metal

Evaporamos termicamente diretamente sobre um prisma de alto índice ($n = 1,8$ para $\lambda = 632,8$ nm, medido por reflexão interna total) um filme de MgF₂ ($n = 1,383$, $356,3$ nm) / metal. A camada metálica é suficientemente espessa ($74,36$ nm) para que possa ser considerada como sendo infinita em nossas medidas, determinando uma configuração do tipo Otto [O68]. Utilizamos uma última camada de MgF₂ (500 nm) para efeito de proteção. Através de nosso ajuste teórico obtivemos uma constante dielétrica $\epsilon = -34,59 + 0,249i$ para $\lambda = 632,8$ nm. Utilizamos para estas amostras uma liga de prata utilizada em procedimentos odontológicos, mas com composição desconhecida. Nas demais amostras, a prata utilizada é uma prata de alta pureza ($99,99\%$).

As medidas de plasmons de superfície, mostradas na figura 3.5 foram feitas utilizando como fonte de excitação lasers de He-Ne ($632,8$ nm) e Ar⁺ ($514,5$, $496,5$, 488 e $476,5$ nm). No detalhe da figura 3.5 (b) verificamos a variação do mínimo do pico de

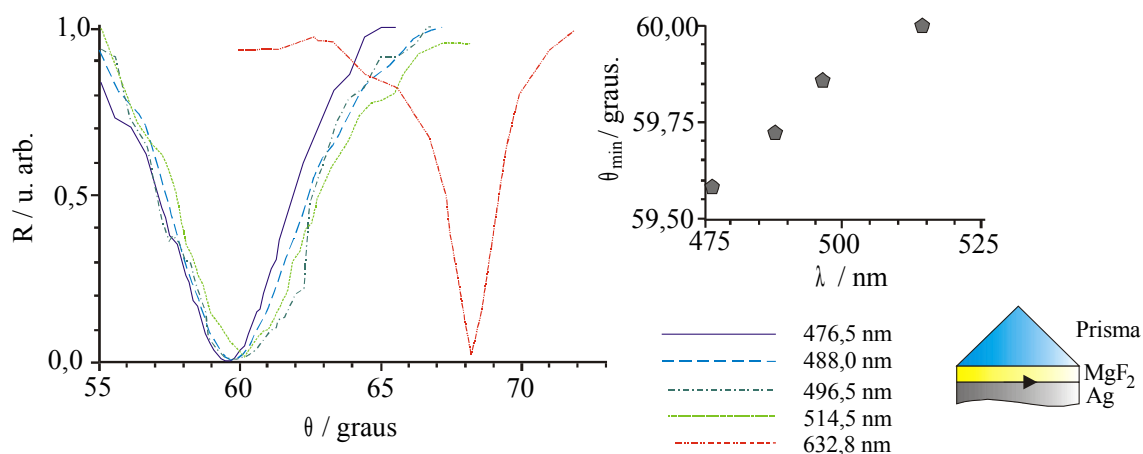


Figura 3.5 - Plasmons de superfície para um sistema Prisma ($n=1,8$) / MgF₂ / Ag utilizando lasers de He-Ne ($632,8$ nm) e Ar⁺ ($514,5$, $496,5$, 488 e $476,5$ nm). , , $\epsilon_{Ag} = -34,59 + 0,249i$ em $\lambda = 632,8$ nm. Em (a) temos a refletividade para diversos comprimentos de onda, em (b) a posição angular dos mínimos de refletividade para as diversas linhas dos lasers de Ar⁺ e em (c) um esquema da amostra, onde a seta representa o acoplamento ao plasmon de superfície.

ressonância como função do comprimento de onda para as diferentes linhas do laser de Ar^+ . O deslocamento dos picos dependendo do comprimento de onda da luz incidente é essencialmente devido à dispersão da constante dielétrica do metal, mas também é função da espessura óptica nd dos filmes. No detalhe em (c) temos um esquema da amostra, onde representamos por uma seta o acoplamento ao plasmon de superfície.

Através do espectro de refletividade não é possível identificar o tipo ou em qual camada ou superfície o modo está sendo acoplado ao filme. O cálculo do fluxo de energia radiante através das camadas nos dá estas informações.

Calculamos, em um ângulo de interesse, o vetor de Poynting para ambas as polarizações (ver equações 2-22 e 2-23) em função da profundidade nas camadas do filme. As componentes do vetor de Poynting paralelas e perpendiculares às interfaces, S_x e S_z , podem ser obtidas em cada camada. S_x mostra o fluxo de energia na direção paralela a superfície do filme e S_z , através do filme.

Na figura 3.6 podemos observar a componente x do vetor de Poynting, em função da profundidade do filme, para o sistema da figura 3.5 excitado com laser de He-Ne, na posição angular $\theta = 68,2^\circ$, correspondendo ao mínimo de reflexão. As camadas estão identificadas e é dada a espessura de cada uma delas. Observamos o alto valor de S_x na interface $\text{MgF}_2/\text{Metal}$, resultado do acoplamento ao plasmon de superfície. Uma propriedade interessante dos plasmons de superfície é que os mesmos têm a componente x do vetor de Poynting dentro do metal negativa, devido ao valor da parte real de ϵ_m ser negativo. Como o valor de S_x no dielétrico é muito maior que no metal, o fluxo líquido da energia radiante se dá na direção do feixe incidente.

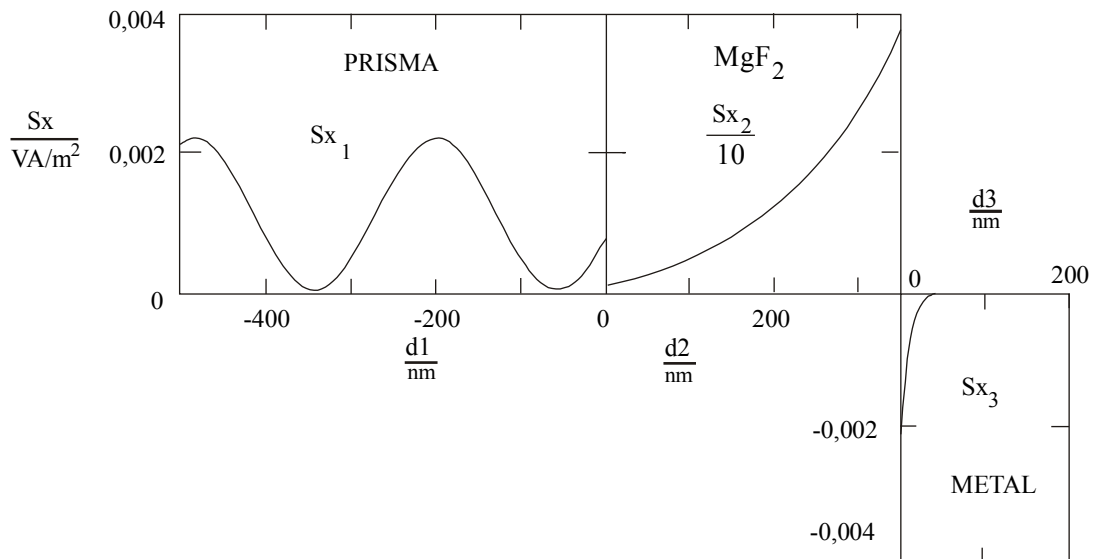


Figura 3.6 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.5, utilizando laser de He-Ne, para $\theta = 68,2^\circ$, que corresponde ao mínimo de refletância para este comprimento de onda. A excitação do plasmon de superfície é caracterizada pelo alto valor de S_x na interface metal/ MgF_2 .

Na figura 3.7 observamos a componente z do vetor de Poynting, em função da profundidade do filme, para o mesmo mínimo de reflexão para o He-Ne da figura 3.5 ($\theta = 68,2^\circ$). O fluxo através do filme é constante nas camadas dielétricas e tende a zero na camada metálica.

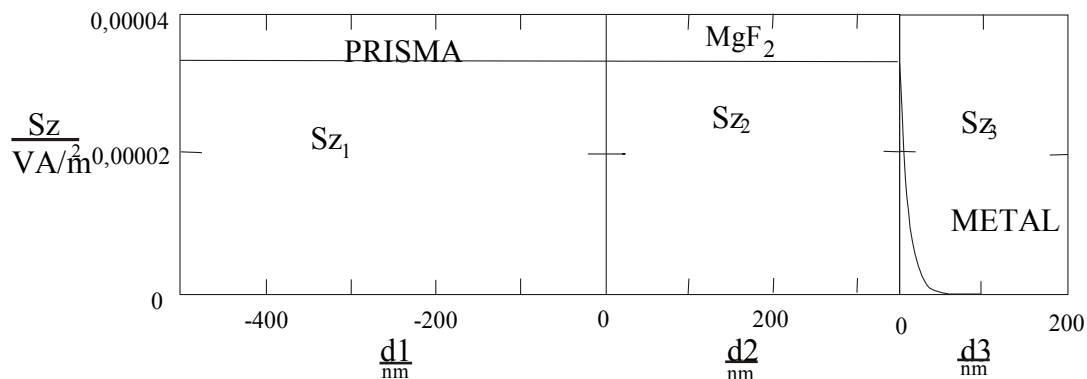


Figura 3.7 - Componente z do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.5, utilizando laser de He-Ne, para $\theta = 68,2^\circ$. Nas regiões dos dielétricos temos um fluxo de energia constante na direção perpendicular às interfaces. No metal, o fluxo de energia nesta direção decai a zero.

Quando não temos excitação de modos no filme, o comportamento das componentes do vetor de Poynting é diferente. Não são observadas intensidades do fluxo de energia radiante tão altas nas camadas ou interfaces. Para ilustrar mostramos na figura 3.8 os gráficos da componente x do vetor de Poynting para as polarizações P e S para o mesmo filme da figura 3.5 para $\theta = 75,9^\circ$ e $\lambda = 632,8$ nm, caso em que não temos luz acoplada a um modo óptico. Nota-se que praticamente nenhuma energia radiante está se propagando ao longo da interface dielétrico/metal. No caso da polarização P, observamos que o fluxo de energia radiante ao longo da superfície metálica é da ordem de 10^4 vezes menor que o da ressonância plasmon.

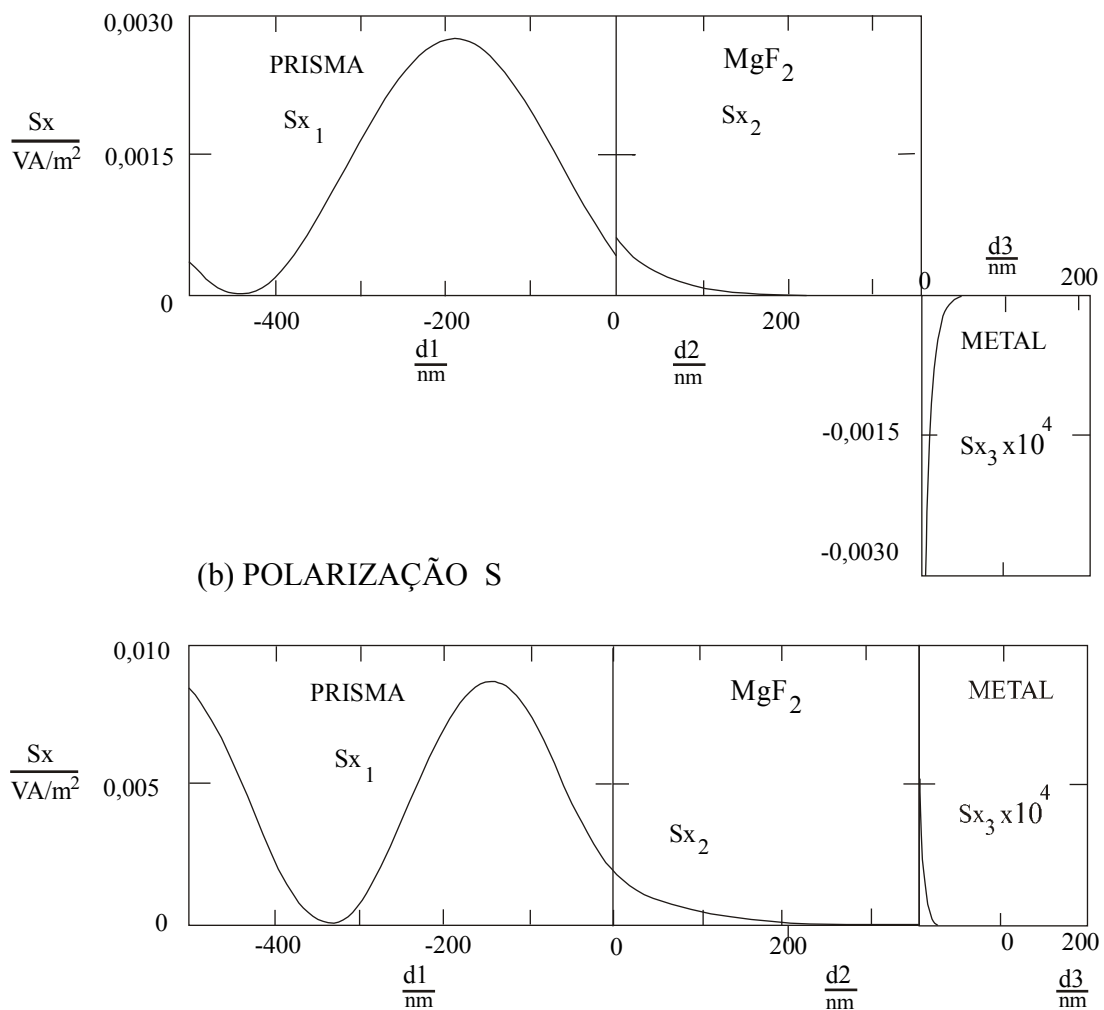


Figura 3.8 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.5, para as polarizações (a) P e (b) S para um ângulo em que não ocorre a excitação de nenhum modo óptico ($\theta = 75,9^\circ$).

3.5.2 - Sistema Prisma/ Na_3AlF_6 /Ag/ Na_3AlF_6 /ar

Nesta configuração, dielétrico/metal/dielétrico, quando a espessura do filme metálico for adequada, é possível observar a excitação de dois plasmons de superfície, um para cada interface metal/dielétrico. O sistema de filme corresponde a uma configuração mista, devido tanto a Otto [O68] quanto a Kretschmann [K71]. Dependendo da espessura da camada dielétrica externa, é possível observar o modo guiado nesta camada.

Para filmes com configuração prisma BK-7/criolita/prata/criolita/ar (criolita sendo Na_3AlF_6) fizemos medidas da refletividade em função do ângulo de incidência utilizando um laser de He-Ne ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$). Na figura 3.9 temos um espectro obtido para este filme utilizando luz P-polarizada. Podemos observar duas atenuações referentes aos plasmons de superfície excitados nas duas interfaces do filme de prata, em $\theta = 65,5^\circ$ e $\theta = 71,38^\circ$. A posição de cada um dos picos de plasmons corresponde à excitação do modo de superfície em cada uma das interfaces. Podemos observar também, em $\theta = 42,7^\circ$, uma atenuação devido ao acoplamento ao modo guiado TM_1 .

No gráfico da figura 3.9, os pontos correspondem aos dados experimentais e a curva cheia corresponde ao ajuste para a configuração prisma BK-7 / criolita (367,6 nm) / prata (58,74 nm) / criolita (370 nm) / ar, sendo $\epsilon_{\text{criolita}} = 1,76$ ($n_{\text{criolita}} = 1,33$) e $\epsilon_{\text{Ag}} = -16,17 + 0,9i$. A curva tracejada corresponde ao cálculo teórico da refletividade do filme com estes parâmetros para a polarização S. Os parâmetros obtidos pelo ajuste concordam com a literatura e as espessuras estão dentro das nossas expectativas.

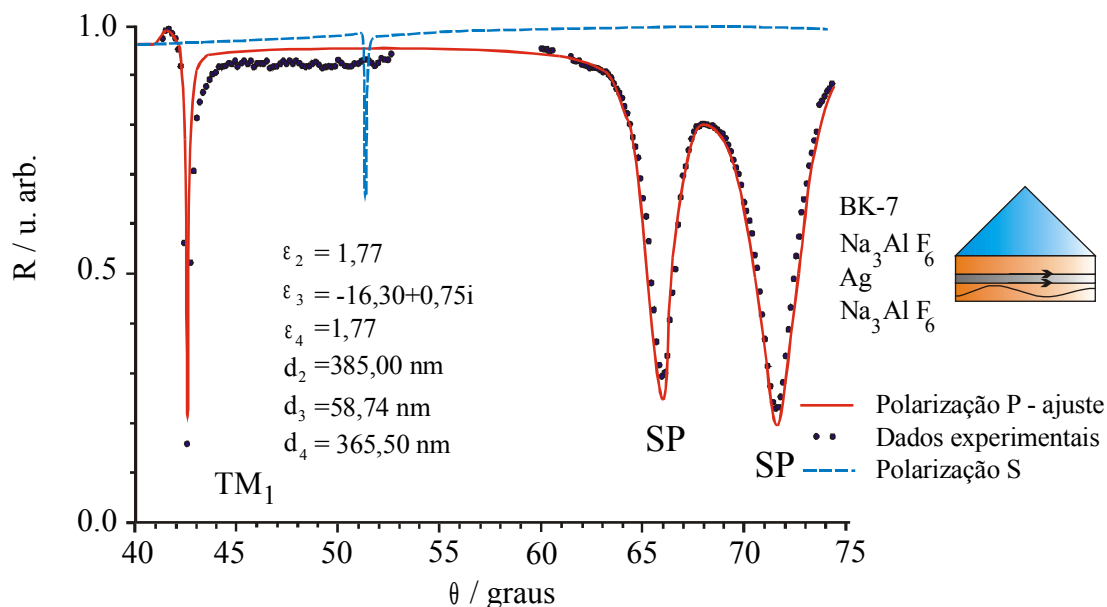


Figura 3.9 - Medida para a polarização P de um sistema BK-7/crionita/Ag/crionita. Podemos observar, além dos dois picos de plasmons em $\theta = 65,5^\circ$ e em $\theta = 71,2^\circ$, uma ressonância mais fina correspondendo ao modo TM_1 na segunda camada de crionita, em $\theta = 42,7^\circ$. No gráfico temos os parâmetros para o melhor ajuste (linha contínua para polarização P). A linha tracejada é o cálculo teórico para polarização S, mostrando o modo TE_0 em 51° . No detalhe, o esquema da amostra, com as setas representando os plasmons de superfície e na última camada, uma onda representando o modo guiado.

Nas figuras 3.10 e 3.11 mostramos como varia o fluxo de energia na direção da guia para a polarização P para três ângulos de incidência. Na figura 3.10 (a) mostramos S_x para o pico em $65,5^\circ$, que corresponde ao plasmon na segunda interface metal/dielétrico e em (b), para o pico em $71,2^\circ$, que corresponde ao plasmon de superfície na primeira interface metal/dielétrico.

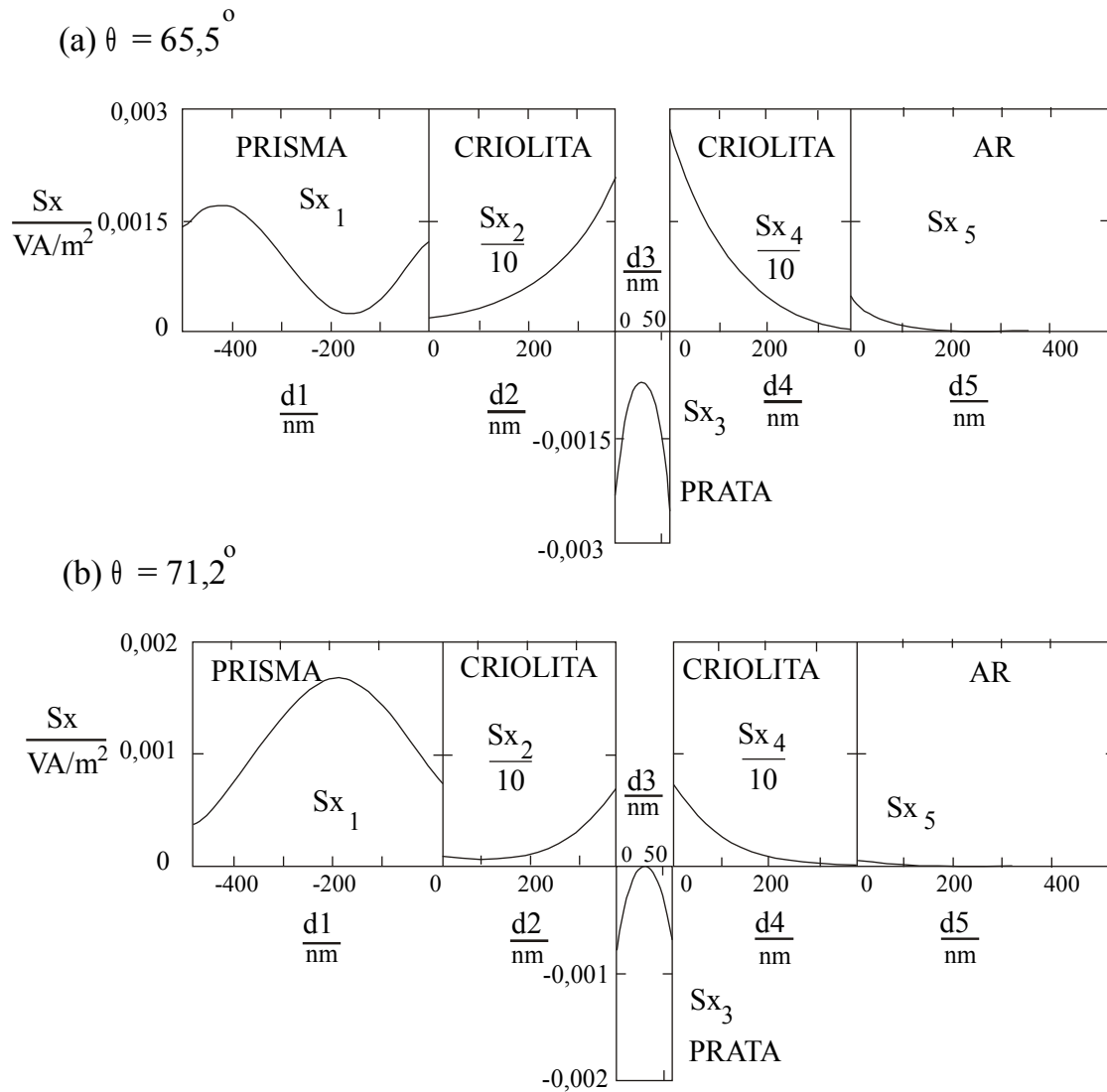


Figura 3.10 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.9, para a polarização P. Em (a) o pico em $65,5^\circ$, correspondendo à excitação do plasmon na segunda interface metal/dielétrico e em (b) vemos o pico em $71,2^\circ$, do plasmon na primeira interface metal/dielétrico. A interface em que ocorre o acoplamento é a que tem um maior valor de S_x . Como o sistema é simétrico, dois plasmons estão acoplados. O que possui $E_x = 0$ dentro do metal (a) possui menor absorção e é chamado PSLA, enquanto o outro (b), PSCA.

Observa-se na camada metálica que os plasmons nas duas interfaces estão acoplados, isto é, observamos que, embora o fluxo de energia seja maior em uma das interfaces, o fluxo de energia na outra interface também é grande.

Para o primeiro pico, para o plasmon acoplado na segunda interface, as componentes E_z e H_y do campo são simétricas dentro do metal, o que causa um fluxo diferente de zero dentro deste (figura 3.10 (b)). A componente E_x do campo passa por zero dentro do metal causando uma absorção menor do modo acoplado, ou seja, trata-se de um PSLA. Já para o segundo pico, para o plasmon acoplado na primeira interface, as componentes do campo E_z e H_y passam por zero dentro do metal, o que causa um fluxo zero dentro deste (figura 3.10 (b)). A componente E_x é simétrica no metal, causando uma maior absorção do modo acoplado, ou seja, um PSCA.

Na figura 3.11 mostramos S_x para o pico em $42,7^\circ$, que corresponde ao modo guiado TM_1 . Pode-se observar a oscilação e o alto valor de S_x na segunda camada dielétrica.

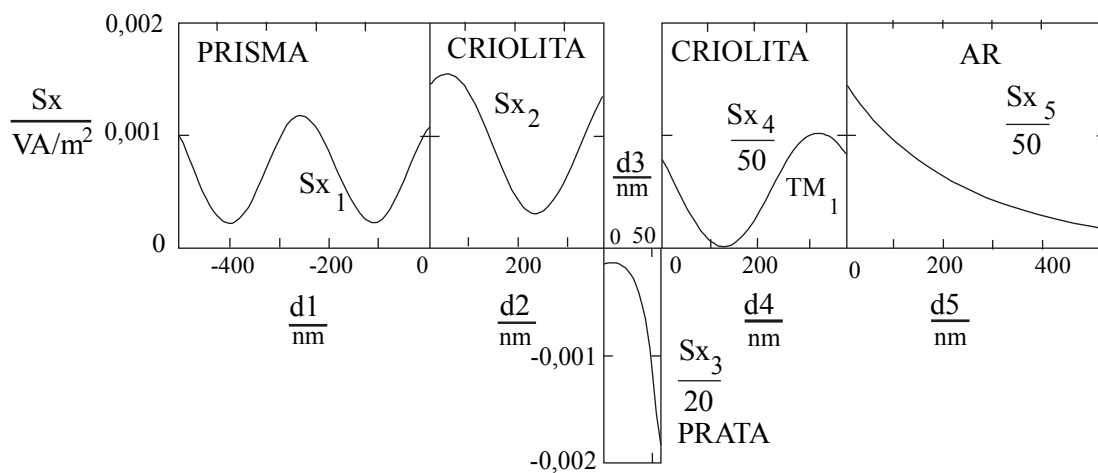


Figura 3.11 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.9, para a polarização P, do pico em $42,7^\circ$, correspondendo ao modo guiado TM_1 .

Para polarização S, temos o modo guiado TE_0 , em $51,0^\circ$. O comportamento de S_x para este modo é mostrado na figura 3.12. O alto valor e a oscilação do fluxo de densidade de energia são mostrados na segunda camada de criolita.

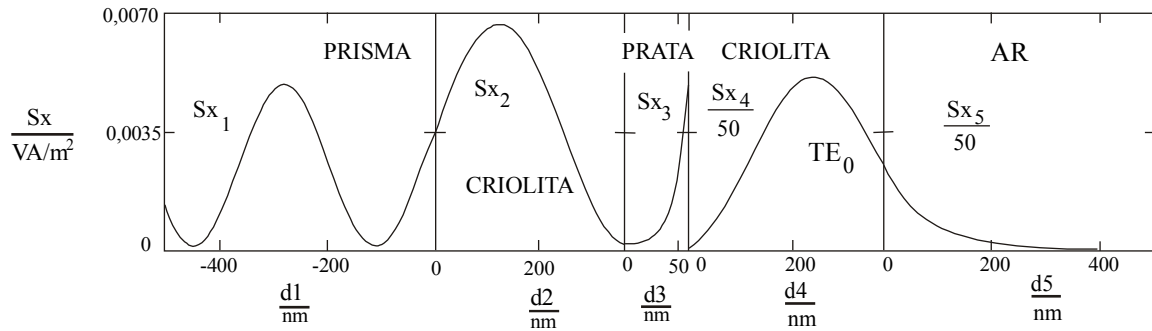


Figura 3.12 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.9, para a polarização S, do pico em $\theta = 51,0^\circ$, correspondendo ao modo guiado TE_0 .

3.5.3 - Sistema Prisma/Ag /SiO/ar.

Outro exemplo em que temos um modo guiado é mostrado na figura 3.13. Utilizando feixes de elétrons, evaporamos no Laboratório de Filmes Finos do IF-UFRGS um filme de Ag (35 nm)/SiO(95 nm, $n = 2,06$)/ar sobre um substrato de BK-7. Nesta configuração, devido ao índice de refração do filme ser maior que o do prisma, o pico de plasmon não pode ser excitado. Isso só ocorreria para uma espessura menor da camada de SiO (um valor menor de nd). Os modos guiados para polarização P apareceriam somente para espessuras maiores dessa camada. Mas é possível acoplar luz ao modo guiado TE_0 . Um pico de absorção em $54,70^\circ$ é observado ao incidirmos com um laser de He-Ne em 632,8 nm para a polarização S.

Na figura 3.14 observamos o comportamento de S_x para este mínimo de reflexão. É possível observar na camada de SiO a oscilação de S_x correspondendo ao modo guiado TE_0 .

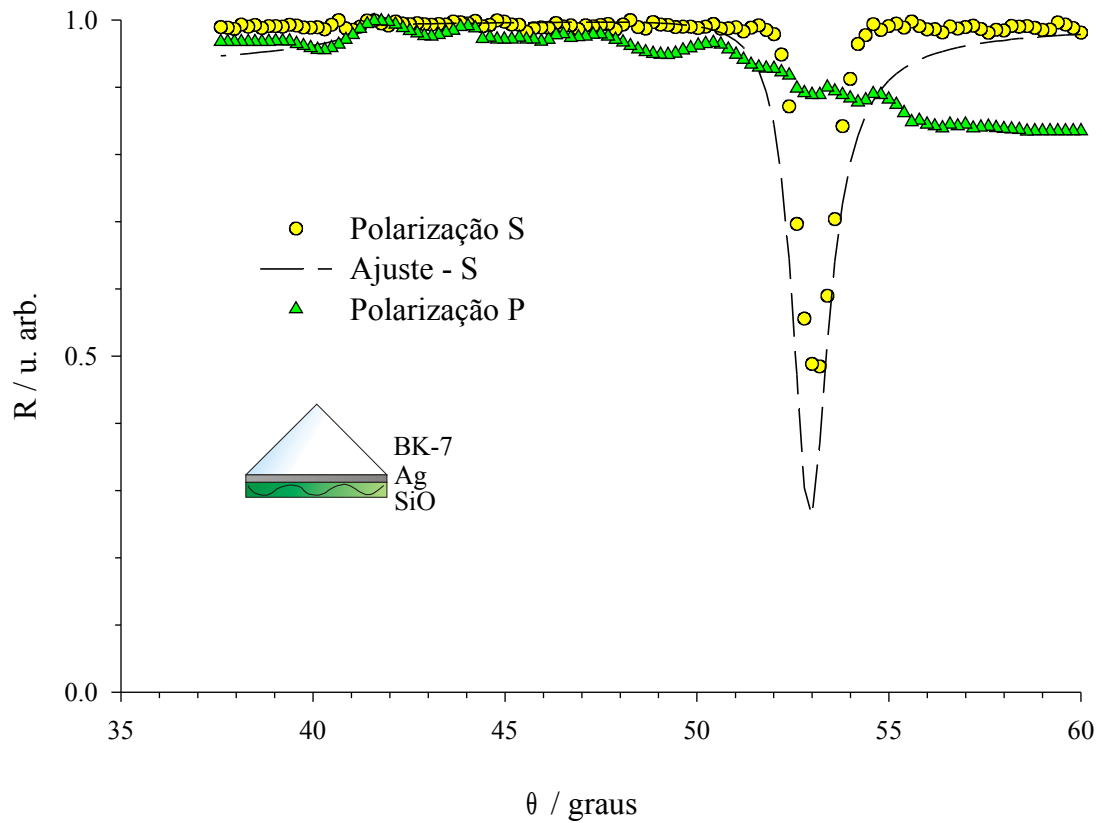


Figura 3.13 - Modo guiado em um filme BK-7/Ag/SiO. Observa-se o modo guiado TE_0 ao incidirmos luz com polarização S sobre o sistema. Para a polarização P não observamos acoplamento devido aos parâmetros utilizados. No detalhe, representamos a amostra com o modo guiado na camada de SiO.

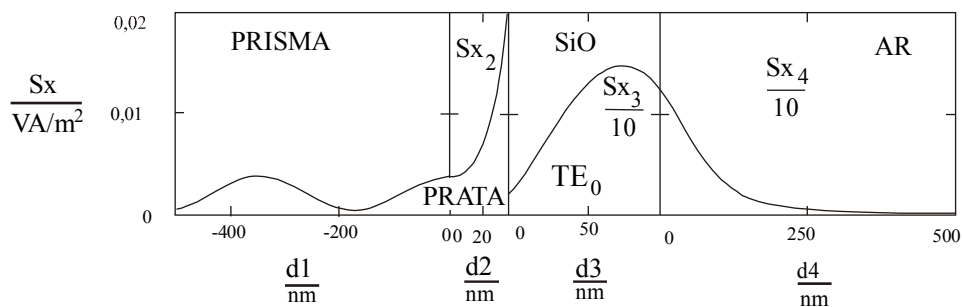


Figura 3.14 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.13, para a polarização S, do pico em $\theta = 54,70^\circ$, correspondendo ao modo guiado TE_0 .

Utilizando a montagem mostrada na figura 3.1 (b), obtivemos o comportamento espectral deste filme (Ag(35 nm)/SiO(95 nm, $n = 2,06$)/ar). O filme é iluminado com luz branca e são feitas medidas para vários ângulos de incidência da luz no filme. A medida de reflexão interna é feita para luz S-polarizada.

Na figura 3.15 temos um conjunto de espectros para diferentes ângulos de incidência no filme. Entre duas medidas consecutivas o ângulo de incidência no filme difere em $0,06^\circ$. Os espectros estão deslocados verticalmente para melhor visualização.

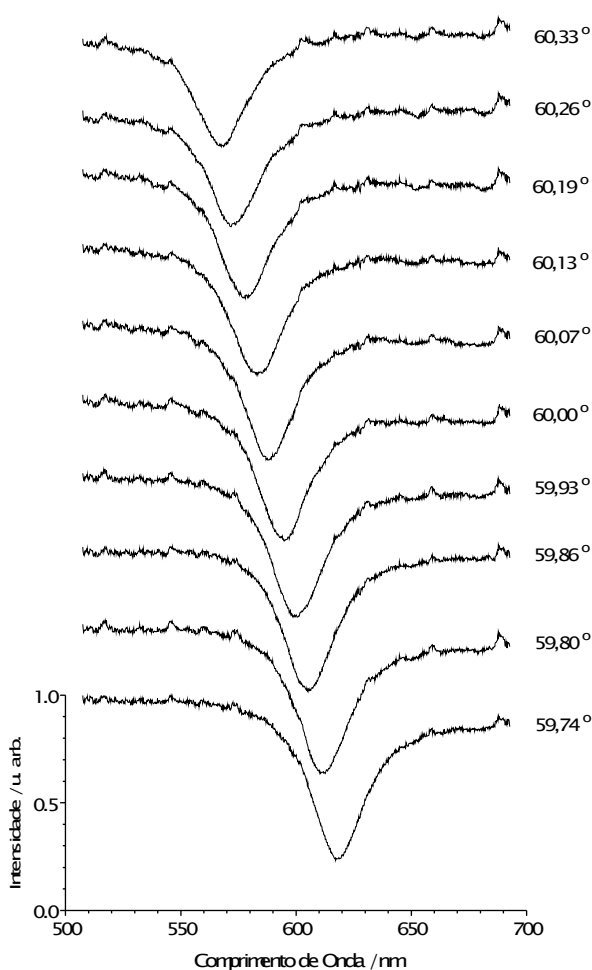


Figura 3.15 - Curvas de reflexão interna em função do comprimento de onda para luz S-polarizada para vários ângulos de incidência fixos. A diferença angular entre os espectros é de $0,06^\circ$. Os espectros estão deslocados verticalmente para facilitar a visualização.

O sistema coordenado, intensidade do sinal refletido versus comprimento de onda, é o mesmo para cada gráfico com a mesma escala. Observamos que, ao aumentarmos o ângulo de incidência de $59,74^\circ$ para $60,33^\circ$, a ressonância é deslocada para o azul.

Para luz P-polarizada não se observa nenhum pico de atenuação em função do ângulo de incidência. Para excitar o plasmon de superfície a espessura da camada de SiO deveria ser menor, até um máximo de 40 nm. Para excitar outros modos guiados, tanto em S quanto em P, a espessura da camada de SiO deve ser maior.

Podemos observar a dependência na espessura da camada de SiO em gráficos teóricos de iso-reflexão. Neste tipo de gráfico, mostramos a dependência da refletividade, em curvas de nível, com a variação de dois parâmetros simultaneamente. Nos gráficos de iso-reflexão apresentados nesta tese, as regiões brancas correspondem a máximos de reflexão, as pretas, a mínimos, e as várias tonalidades de cinza, a valores intermediários de reflexão.

Observamos na figura 3.16 o gráfico de iso-reflexão para o sistema prisma/Ag (35 nm)/SiO (d_{SiO})/ar, em que variamos a espessura da camada SiO até 300 nm, para ambas polarizações. Para polarização P, o primeiro mínimo de refletividade que aparece ao crescermos a espessura de SiO corresponde a um plasmon de superfície. No caso em que a espessura de SiO é zero, este corresponde ao plasmon de superfície para a interface prata/ar. Aumentando a espessura da camada dielétrica observamos o aparecimento de vários modos guiados, para as duas polarizações.

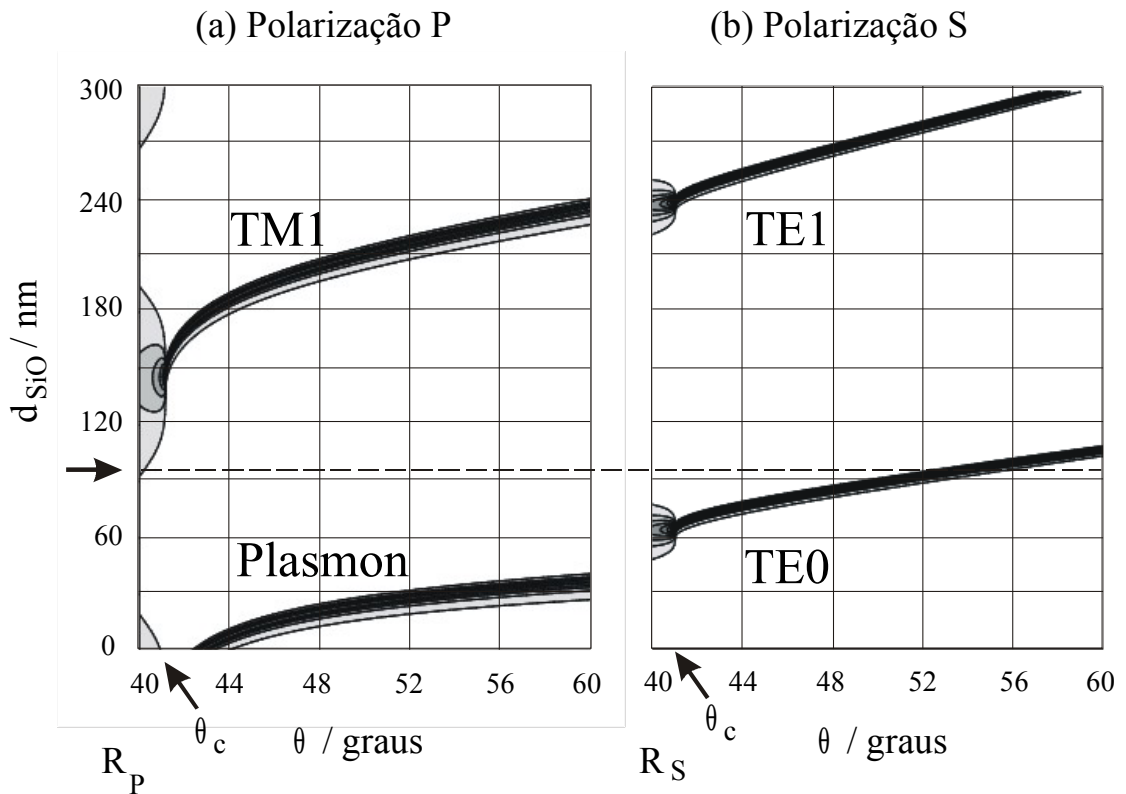


Figura 3.16 - Gráficos de iso-reflexão para o sistema prisma/Ag (35 nm)/SiO (d_{SiO})/ar, em que variamos a espessura da camada SiO até 300 nm, para ambas as polarizações. Observamos para a polarização P o primeiro mínimo que corresponde a um plasmon de superfície e para as duas polarizações vários modos guiados. O modo excitado depende da espessura da última camada dielétrica. O gráfico da figura 3.13 corresponde a um corte em $d_{\text{SiO}} = 99$ nm, indicado pela seta e pela linha tracejada.

Ao escolhermos uma espessura constante $d_{\text{SiO}} = 99$ nm para a camada dielétrica, reproduzimos a curva mostrada no gráfico da figura 3.13. Este corte está indicado pela seta e pela linha tracejada na figura 3.16.

A simulação da figura 3.16 mostra que os modos guiados são bastante estreitos e sensíveis a modificações das propriedades do meio. Estes modos podem ser explorados, para esta configuração, para serem usados como sensores, devido a esta alta sensibilidade.

3.6 - Modificação da camada dielétrica

A seguir mostramos o resultado de alterações em uma das camadas dielétricas dos filmes após a evaporação.

3.6.1 - Implantação de íons

Utilizando íons de Ar, implantamos amostras de criolita/Ag/criolita evaporadas por feixes de elétrons³.

A implantação foi feita no Laboratório de Implantação Iônica do IF-UFRGS utilizando o implantador de 500 kV. A energia de 125 keV e as doses utilizadas na implantação foram escolhidas de modo a modificar apenas a camada dielétrica externa.

Durante a implantação, manteve-se uma máscara em cada amostra com a finalidade de comparar as propriedades do filme com e sem íons implantados. A camada implantada é a do segundo dielétrico, como podemos observar na figura 3.17.

As medidas foram feitas utilizando um laser de He-Ne. Como se trata de uma configuração mista (ver figura 2.10), observamos dois picos de absorção correspondendo à excitação dos plasmons nas duas interfaces metálicas. Na figura 3.18 vemos os espectros de um filme como evaporado e filmes implantados com doses de 1×10^{15} , 1×10^{16} e 2×10^{16} íons/cm².

³ LIBARDI, H.; GRIENEISEN, H. P. Study of attenuated total internal reflection in thin films submitted to different doses of implantation (a ser publicado).

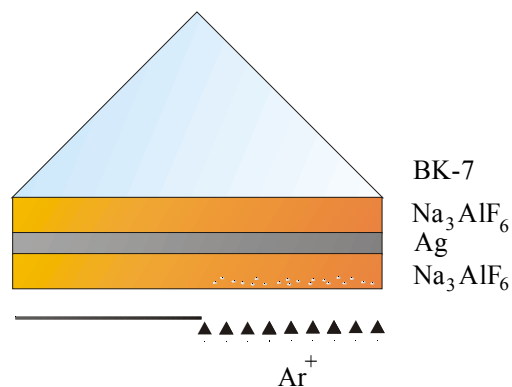


Figura 3.17 - Desenho esquemático da amostra implantada. Utilizamos uma máscara para podermos comparar o mesmo filme com e sem íons implantados. A camada implantada é a do segundo dielétrico.

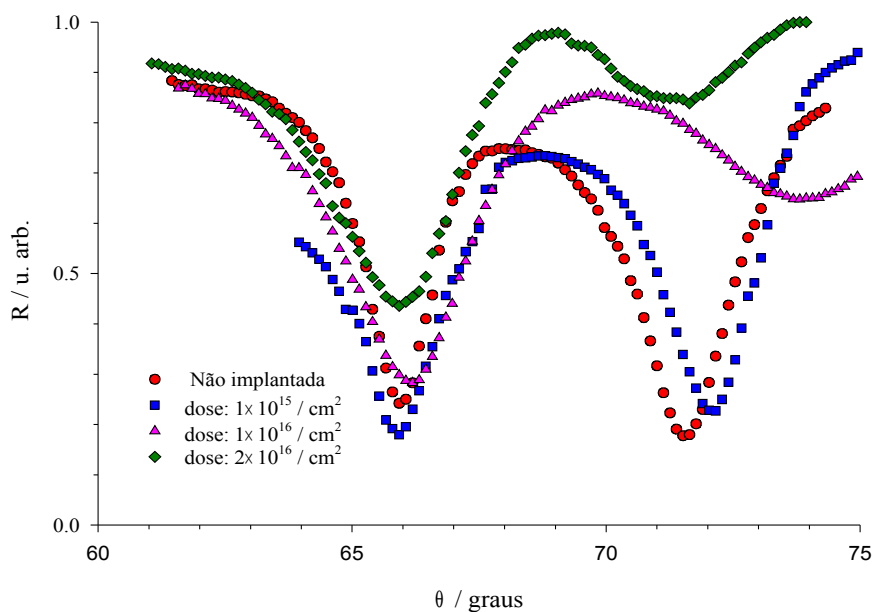


Figura 3.18 - Espectros de filmes $\text{Na}_3\text{AlF}_6/\text{Ag}/\text{Na}_3\text{AlF}_6$ submetidos à implantação de íons de Ar^+ . É possível observar o deslocamento do segundo pico plasmon, excitado na interface $\text{Ag}/\text{Na}_3\text{AlF}_6$ implantada. O primeiro pico é bem menos afetado.

Observamos, com o aumento da dose de implantação, uma diminuição significativa do segundo pico de mínimo de refletividade. Para o primeiro mínimo, uma diferença significativa só é observada para a amostra irradiada com a maior dose.

Comparando uma amostra não implantada com a amostra submetida a uma dose de implantação de 1×10^{15} íons/cm², observamos uma pequena modificação na forma das curvas, com o segundo pico se deslocando pouco mais de meio grau para ângulos maiores. Para uma dose de 1×10^{16} íons/cm², o deslocamento para ângulos maiores é um pouco maior que 2°. Quando a dose é aumentada para 2×10^{16} íons/cm², a camada metálica também foi modificada, mudando a posição dos acoplamentos. O segundo pico retorna para ângulos menores. A posição dos picos plasmons são dados na tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Posição angular dos plasmons para os filmes da figura 3.15, para cada dose de implantação.

Amostra	Posição do Plasmon na primeira superfície	Posição do Plasmon na segunda superfície
Não implantada	65,93 °	71,51 °
Dose 1×10^{15} íons/ cm ²	65,93 °	72,15 °
Dose 1×10^{16} íons/ cm ²	66,19 °	73,81 °
Dose 2×10^{16} íons/ cm ²	65,83 °	71,64 °

Os ajustes teóricos para os dados experimentais dos filmes implantados, supondo um sistema de 5 camadas, são mostrados na figura 3.19 e os parâmetros ópticos destes ajustes são dados na tabela 3.2. O efeito de implantar íons causou perdas ópticas na última camada, como podemos ver nos parâmetros obtidos do ajuste. A função dielétrica da camada implantada passou a ter uma parte imaginária. A parte real da função dielétrica aumentou com o aumento da dose de implantação.

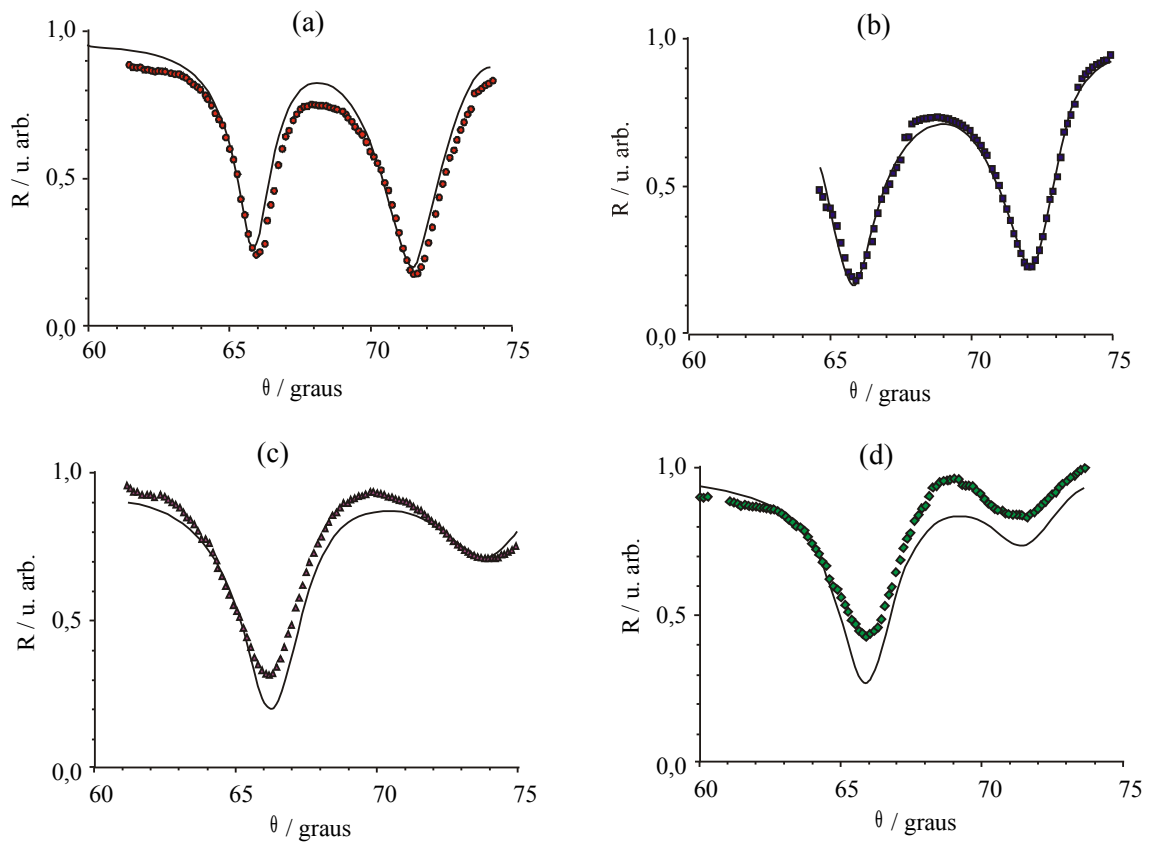


Figura 3.19 - Ajustes teóricos das amostras implantadas. Os parâmetros são dados na tabela 3.2. Curva (a) amostra não implantada. Amostras implantadas: (b) 1×10^{15} íons/cm², (c) 1×10^{16} íons/cm² e (d) 2×10^{16} íons/cm²

Tabela 3.2 - Parâmetros ópticos dos filmes implantados obtidos dos ajustes teóricos mostrados na figura 3.18. A indicação da curva é referente à figura. Os subíndices 2 referem a primeira camada de Criolita, os subíndices 3 a camada de prata e os subíndices 4 a camada implantada.

Amostra	Curva	ϵ_2	d_2 / nm	ϵ_3	d_3 / nm	ϵ_4	d_4 / nm
Não implantada	(a)	1,76	385,00	$-16,25 + 0,75i$	58,50	1,77	450,00
1×10^{15} íons/cm ²	(b)	1,77	374,58	$-16,80 + 0,53i$	56,00	$1,79 + 0,02i$	362,00
1×10^{16} íons/cm ²	(c)	1,75	370,00	$-16,55 + 0,92i$	58,00	$1,86 + 0,01i$	335,00
2×10^{16} íons/cm ²	(d)	1,75	385,00	$-19,00 + 0,85i$	60,00	$1,87 + 0,02i$	340,00

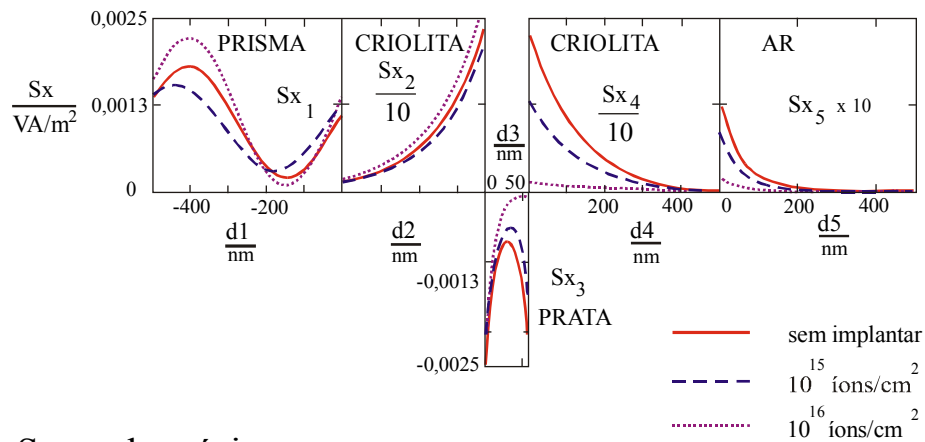
Com os parâmetros encontrados nos ajustes podemos reproduzir o pico de plasmon da primeira interface. Para esta interface, o efeito da implantação de íons não é muito observado.

Para a dose de 2×10^{16} íons/cm² observa-se que a função dielétrica da camada metálica modificou um pouco. Os íons implantados, para esta dose, alcançaram também a camada de prata.

Nas figuras 3.20 e 3.21 observamos o comportamento de S_x para o primeiro e segundo mínimo do gráfico da figura 3.18 para cada dose de implantação. Por meio destes gráficos é possível identificar o tipo de acoplamento para cada caso. A figura 3.20 corresponde aos filmes não implantados (linha contínua), e com doses de implantação de 10^{15} íons/cm² (linha tracejada) e 10^{16} íons/cm² (linha pontilhada). A figura 3.21 corresponde à dose de implantação de 2×10^{16} íons/cm².

Na figura 3.20 (a) podemos observar que o primeiro mínimo da figura 3.18, para o filme não implantado, corresponde a uma maior excitação do plasmon na segunda interface e para as doses mais baixas de implantação, corresponde à excitação do plasmon na primeira interface metal/dielétrico. Na figura 3.20 (b) observamos que o segundo mínimo corresponde à excitação do plasmon na segunda interface metal/dielétrico para os três filmes. Para cada caso calculamos S_x para a posição de mínimo de reflexão. Os modos de superfície, para o filme não implantado e para a menor dose de implantação, são acoplados e o primeiro mínimo corresponde a um PSLA e o segundo a um PSCA. Para as outras doses os plasmons não estão mais acoplados.

(a) Primeiro mínimo



(b) Segundo mínimo

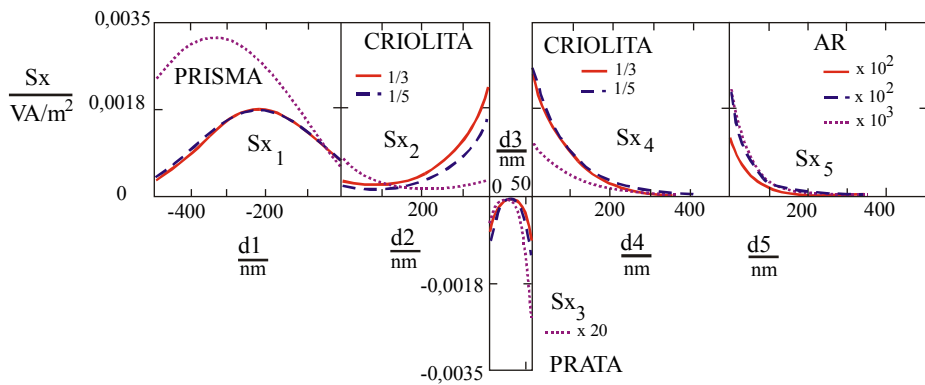
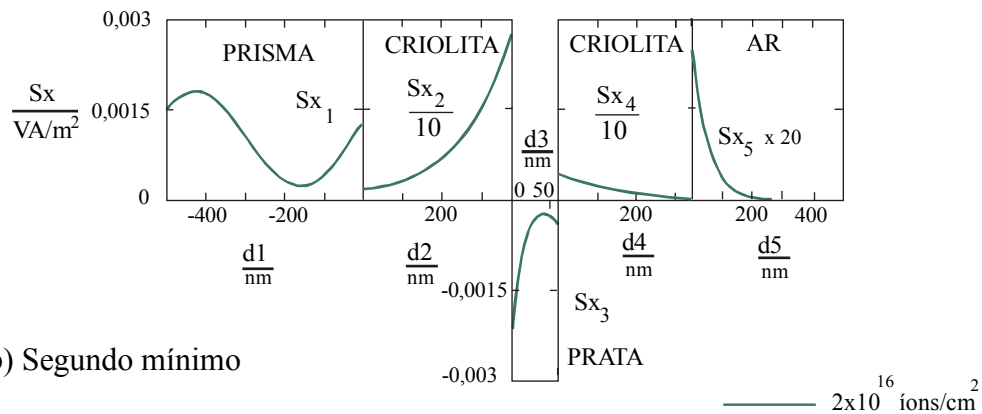


Figura 3.20 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.18, para o filme não implantado (traço contínuo) e para as doses de implantação de 10^{15} íons/cm² (linha tracejada) e 10^{16} íons/cm² (linha pontilhada). Em (a) vemos S_x para o primeiro mínimo de reflexão e em (b) para o segundo mínimo.

Para o filme implantado com a dose mais alta mostramos o comportamento de S_x na figura 3.21. O primeiro mínimo (a) corresponde ao plasmon de superfície excitado na primeira interface metal / dielétrico. O segundo pico (b) corresponde ao plasmon excitado na segunda interface que, com a mudança na camada metálica, retornou para ângulos menores.

(a) Primeiro mínimo



(b) Segundo mínimo

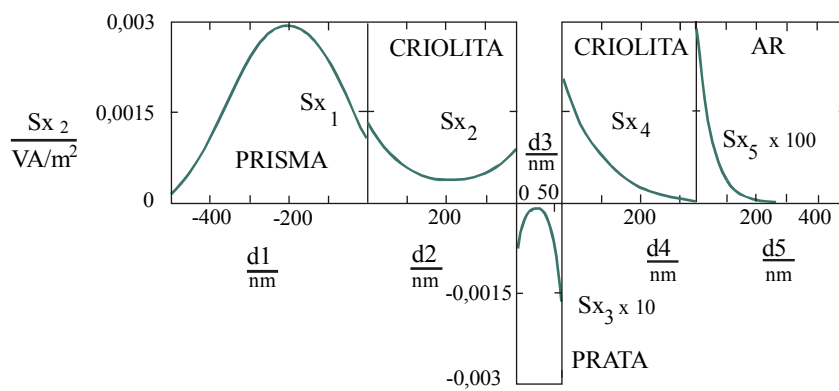


Figura 3.21 - Componente x do vetor de Poynting para o sistema da figura 3.18, para dose de implantação de 2×10^{16} íons/cm². Em (a) vemos que o primeiro mínimo corresponde ao plasmon excitado na primeira interface e em (b), ao plasmon excitado na segunda interface metal/dielétrico.

Se compararmos o filme não implantado da figura 3.18 com o filme da figura 3.9, notamos uma diferença na posição dos picos plasmon para cada interface, embora os filmes sejam praticamente idênticos. A única diferença está na espessura da segunda camada de criolita (na figura 3.9, $d_4 = 370$ nm e na figura 3.18, $d_4 = 450$ nm). A sensibilidade da técnica ATR é fortemente influenciada pela espessura das camadas dos filmes [K00].

A simulação mostrada na figura 3.22 explica esta modificação. Nesta figura, mostramos um gráfico de iso-reflexão em que observamos o mínimo de reflexão (regiões

mais escuras) para um sistema de 5 camadas simétrico (BK-7 / criolita / prata / criolita / ar), onde a espessura da última camada dielétrica foi aumentada.

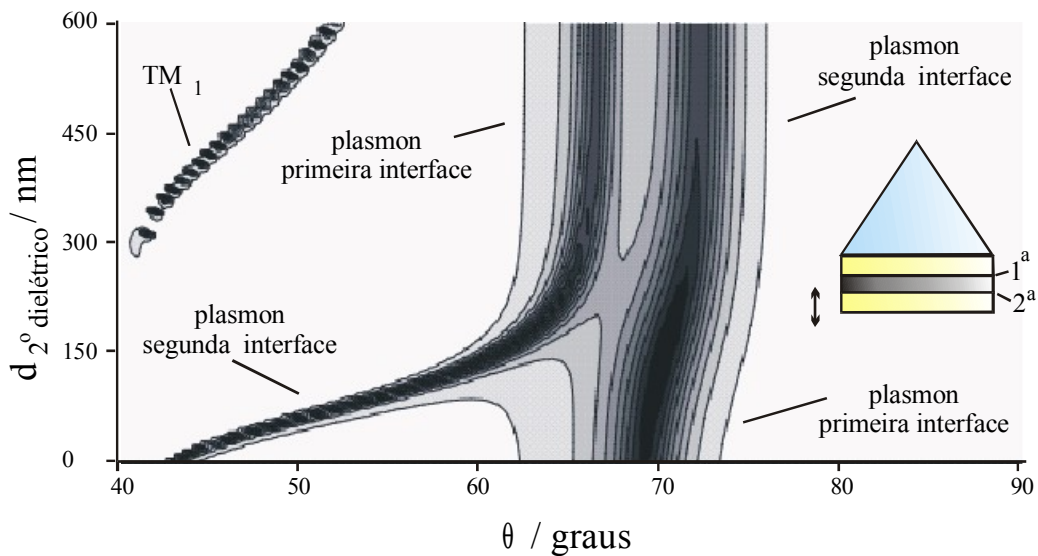


Figura 3.22 - Gráfico em iso-reflexão de um filme de criolita / prata / criolita / ar, em função do ângulo e da espessura da última camada de criolita, ao variarmos a espessura desta camada. Observamos o deslocamento do plasmon da segunda interface desde $43,2^\circ$, para interface prata/ar até $72,3^\circ$, um ângulo maior que o plasmon da primeira interface. Para espessuras maiores podemos observar também o modo guiado TM_1 .

Inicialmente, quando não tínhamos a última camada dielétrica, observamos para $69,5^\circ$ o plasmon na primeira interface (prata / criolita) e para $43,2^\circ$ o plasmon para interface prata/ar. Ao crescermos a camada de criolita, o índice de refração efetivo vai aumentando e o pico plasmon desloca-se para ângulos maiores. Para espessuras entre 350 e 380 nm os plasmons se confundem entre as duas interfaces. Para a espessura do filme da figura 3.9, observamos na figura 3.10 que os campos altos perto das interfaces determinam que o primeiro mínimo corresponde ao plasmon na segunda interface e o segundo mínimo, ao plasmon na primeira interface. Para espessuras maiores, em especial para $d_4 = 500$ nm, os plasmons se invertem. A posição angular do primeiro mínimo corresponde ao plasmon na primeira interface e a do segundo mínimo, na segunda

interface. Para a espessura da quarta camada $d_4 = 450$ nm, estamos na região de inversão dos picos. Desta forma os dois plasmons acoplados são preferencialmente excitados na segunda interface (ver figura 3.20).

Podemos observar nas figuras 3.10 e 3.21 que o fluxo dentro da camada metálica não passa por zero para o primeiro mínimo, caso em que a componente E_x do campo passa por zero dentro da camada. Desta forma, o primeiro mínimo corresponde ao PSLA e o segundo ao PSCA. Se estivermos interessados em utilizar esta propriedade dos plasmons acoplados, em óptica não-linear, por exemplo, podemos ajustar a espessura da última camada para ter o PSLA acoplado em uma ou outra interface.

3.6.2 - Oxidação de filmes dielétricos

Um filme de SiO é facilmente evaporado termicamente utilizando um cadinho de tungstênio. Um filme de SiO₂, entretanto, é preferencialmente evaporado por feixes de elétrons.

Com o objetivo de se obter mais facilmente filmes de SiO₂, verificamos um processo de oxidação posterior à evaporação para converter SiO em SiO₂.

Utilizando filmes de SiO evaporados termicamente sobre Ag, em substrato de BK-7, fizemos medidas da modificação dos parâmetros dos filmes dielétricos submetidos à oxidação assistida por luz, irradiando nossas amostras com uma lâmpada de mercúrio de baixa potência (50 W) e monitorando a oxidação do filme com a técnica de ressonância de plasmons.

O espectro de emissão do mercúrio possui uma forte emissão em $\lambda = 248$ nm, que é notável pela formação de ozônio. A oxidação foi realizada em uma pequena estufa situada em uma capela. O índice de refração de um filme de SiO é tipicamente 1,8. Ao

oxidarmos o filme seu índice diminui lentamente até 1,45, transformando-se em uma camada de SiO_2 .

Na figura 3.23 temos o resultado para um filme submetido à oxidação assistida por luz. À esquerda temos as curvas de reflexão interna para cada tempo de exposição do filme à lâmpada de Hg, juntamente com o índice de refração da camada de SiO_x . A seta neste gráfico indica a direção de deslocamento das curvas. À direita mostramos a posição do mínimo de reflexão para cada caso assinalado no gráfico anterior.

Na figura 3.23 (a) temos um exemplo de medidas de oxidação de filmes de SiO_x . Podemos observar o deslocamento para a esquerda na posição de ressonância do plasmon de superfície com o tempo de exposição do filme à lâmpada de mercúrio. O deslocamento para a esquerda é o esperado. Antes mesmo de ser irradiado o filme já estava parcialmente oxidado, apresentando um índice de 1,57. Aumentando o tempo de exposição além de 21h15min, entretanto, a posição do mínimo passa a se deslocar para a direita, como vemos na figura 3.23 (b). Este comportamento, revelando um aumento do índice de refração da camada, está ligado à absorção de água, uma vez que estas medidas foram feitas em atmosfera não controlada. Aquecendo-se o filme, a água evapora e o pico retorna para ângulos menores, como observamos na figura 3.23 (c).

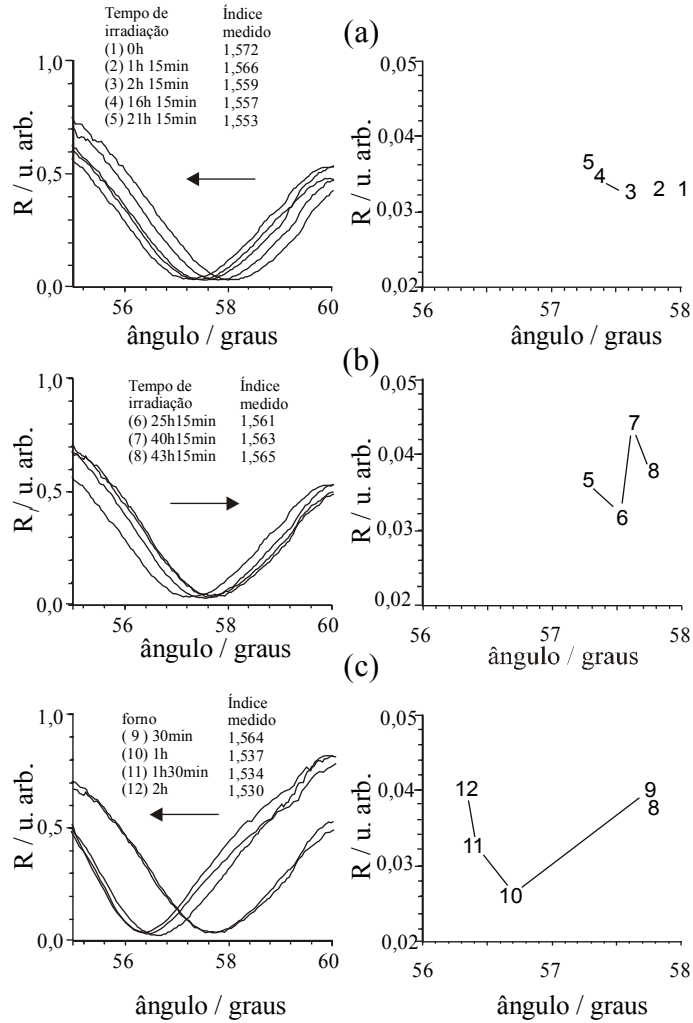


Figura 3.23 - Medidas de oxidação assistida por luz. As curvas de reflexão interna para cada tempo de exposição, juntamente com o índice de refração da camada de SiO_x são mostradas à esquerda. A posição do mínimo de reflexão para cada caso assinalado é mostrada à direita. Em cada gráfico de reflexão uma seta mostra o tempo crescente de exposição. Os valores destes tempos estão destacados, juntamente com o índice de refração da camada obtido através de ajuste. Em (a) observamos a diminuição do índice de refração devido à oxidação. Em (b) o índice volta a aumentar por contaminação com água. Em (c) temos novamente a diminuição do índice devido ao tratamento térmico.

O fato de não termos observado a conversão total de SiO em SiO_2 sugere que o processo de oxidação somente ocorre na camada externa do filme de SiO . O que observamos é um índice efetivo do filme parcialmente oxidado.

3.7 - Oxidação de filmes de prata.

Para a configuração prisma / prata / ar, observamos o efeito da oxidação sobre a camada metálica [LG98]. A oxidação da prata é possível devido à presença de oxigênio atômico. Embora o oxigênio molecular presente na atmosfera não seja capaz de oxidar a prata, na presença de oxigênio atômico ela reage prontamente, gerando Ag_2O . Um filme de óxido cresce no lado exposto do filme, às custas de uma redução da camada de prata, numa taxa de expansão de 1,5 vezes a perda da camada de prata [SOA96].

3.7.1 - Oxidação de filmes de prata em célula de descarga

O método aqui utilizado para obter filmes metálicos oxidados consiste em colocar filmes de prata metálica dentro de uma célula de descarga elétrica, formada por um tubo de pyrex com 20 cm de comprimento e 5 cm de diâmetro, com dois eletrodos nas extremidades. Mantendo um fluxo de oxigênio dopado com hélio na proporção de 1:10 e à pressão de 80 Pa, uma descarga glow-DC era ligada por poucos segundos, formando um plasma a uma corrente de 15mA [LG98].

Na figura 3.24 observamos curvas de reflexão interna em função do ângulo de incidência, para filmes de prata submetidos a diferentes tempos de oxidação. As medidas foram feitas utilizando-se um laser de He-Ne ($\lambda = 632,8$ nm). Nos gráficos, as linhas cheias e tracejadas representam luz P- e S-polarizadas, respectivamente.

Na figura 3.24 (a) temos o espectro de um filme de prata de 40 nm de espessura como evaporado. Para a luz com polarização P, um pico de ressonância é observado correspondendo ao plasmon para $\theta = 42,9^\circ$ com uma absorção de 60% se estendendo sobre um estreito intervalo angular $\Delta\theta = 1^\circ$ de largura à meia altura (*full-width half-*

maximum - fwhm). Para a luz com polarização S, a refletividade permanece constante com o ângulo, como esperado.

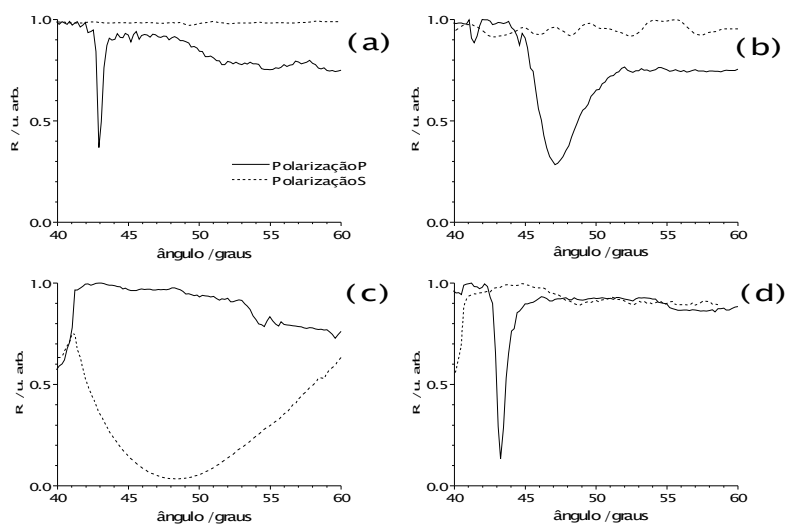


Figura 3.24 - Curvas de reflexão interna como função do ângulo de incidência θ , para $\lambda = 632.8$ nm, incidindo em (a) filme homogêneo de Ag, (b) filme oxidado durante 2,5s, (c) filme oxidado durante 5 s, (d) mesmo como em (c) depois de tratamento térmico (180° por 15 min). Linhas cheias correspondem à polarização P e linha tracejada à polarização S.

Esta mesma amostra é posteriormente sujeita à oxidação durante 2,5 segundos no reator descrito anteriormente. Obtemos a curva de refletividade mostrada na figura 3.24 (b). A posição do pico de plasmon é deslocada para um ângulo maior, $\theta = 47^\circ$, e a largura angular aumenta para $\Delta\theta = 3^\circ$ (fwhm). A refletividade em S permanece inalterada, indicando essencialmente uma reflexão metálica.

O mesmo filme, sujeito a uma oxidação por 5 segundos, produz uma dramática mudança na refletividade para as duas polarizações, como podemos ver na figura 3.24 (c). O pico de plasmon se move para ângulos maiores, fora de nosso intervalo experimental, enquanto que, para a polarização S, observa-se o aparecimento de uma

curva de absorção bastante alargada e profunda com um mínimo de reflexão em $\theta = 48,5^\circ$ e $\Delta\theta = 12^\circ$ (fwhm).

Este novo mínimo de refletividade, acima do ângulo crítico para a interface ($\theta = 41,30^\circ$), é devido ao acoplamento da luz ao primeiro modo guiado TE_0 do filme Ag_2O crescido às custas da espessura do filme de Ag, que se tornou espesso o suficiente para acoplar modos guiados. Este resultado é reproduzido pela refletividade calculada a seguir.

A amostra da figura 3.24 (c) foi sujeita a tratamento térmico em um forno a 180° por 15 min. A figura 3.24 (d) mostra um pico de plasmon, em $\theta = 43,3^\circ$, muito similar ao da figura 3.24 (a), com a ausência de qualquer absorção para a polarização S, dando evidências que o filme oxidado foi reduzido a um filme de prata novamente.

O sistema teórico usado para ajustar nossos dados experimentais foi o sistema de quatro camadas prisma/filme de Ag/filme de Ag_2O /ar. Utilizamos a equação (3-2), juntamente com os índices de refração dependentes do comprimento de onda da Ag, Ag_2O e BK-7 mostrados na figura 3.3.

É possível calcular a refletividade para as polarizações P e S, para um filme de Ag inicialmente puro, e considerar um contínuo crescimento da camada de óxido. Para esta simulação, sabendo que o crescimento da camada de Ag_2O se dá às custas da camada de Ag, consideramos que, para cada perda da camada de Ag, ocorre um aumento em 1,5 vezes na camada de Ag_2O , de acordo com [SOA96].

Na figura 3.25 apresentamos espectros de iso-reflexão que representam o comportamento da refletividade em função do ângulo de incidência e da espessura das camadas para ambas as polarizações. Regiões mais escuras no gráfico correspondem à menor refletividade do filme.

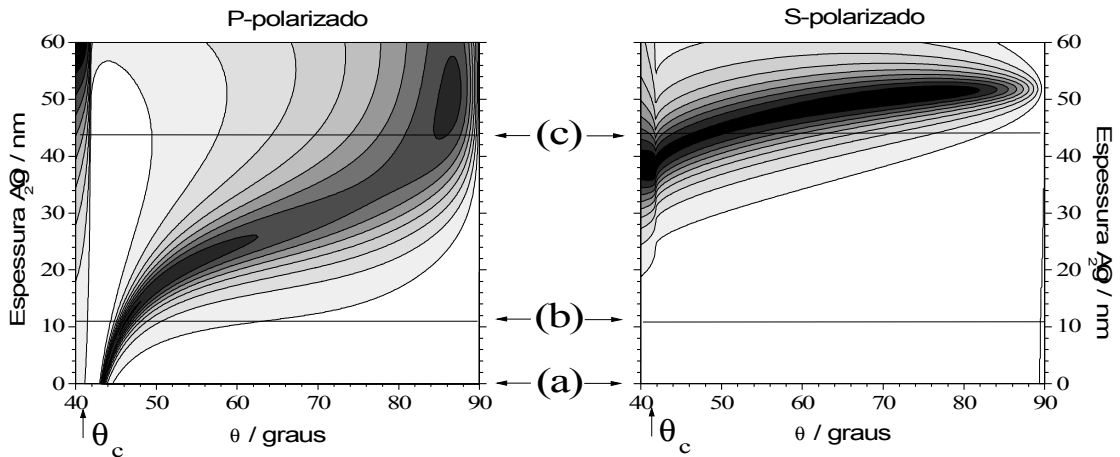


Figura 3.25 - Curvas de nível para refletividade do filme em função do ângulo de incidência e da espessura de Ag_2O para polarização P e S, respectivamente, em $\lambda = 632.8$ nm. Regiões escuras correspondem à menor refletividade. O crescimento de Ag_2O ocorre numa taxa de crescimento de 1,55 vezes a redução da camada de Ag.

Pode-se observar no espectro com a polarização P que, com o aumento da camada de óxido, o pico plasmon que aparece em $\theta = 42,9^\circ$ para $d_{\text{Ag}_2\text{O}} = 0$ nm se desloca para ângulos maiores, ficando fora de nosso limite experimental. Para o espectro com a polarização S observamos o aparecimento de uma nova absorção, correspondendo ao primeiro modo guiado TE_0 , quando a camada de Ag_2O se torna suficientemente espessa.

Os parâmetros utilizados na simulação mostrada na figura 3.25 são: $\lambda = 632,8$ nm, $n_{\text{Ag}} = \sqrt{-17,97 + 0,38i}$, $n_{\text{Ag}_2\text{O}} = 2,5 + 0,11i$. Os cortes indicados na figura correspondem a: (a) $d_{\text{Ag}} = 40$ nm (b) $d_{\text{Ag}} = 32$ nm, $d_{\text{Ag}_2\text{O}} = 12$ nm (c) $d_{\text{Ag}} = 10,8$ nm, $d_{\text{Ag}_2\text{O}} = 43,8$ nm. Podemos comparar nossos resultados experimentais correspondentes às três primeiras curvas da figura 3.24 com estes cortes.

Os gráficos da figura 3.26 correspondem aos cortes mostrados na figura 3.25 e às curvas experimentais da figura 3.24. Pode-se observar que existe uma boa correspondência entre teoria e experimento. O cálculo da densidade de fluxo para as simulações da figura 3.26 é mostrado a seguir. Para a polarização P, na figura 3.27 vemos S_x para o pico da figura 3.26 (a) e na figura 3.28, para o pico na figura 3.26 (b). Para estes dois mínimos observamos o valor alto de S_x na interface metal / dielétrico, devido à excitação do plasmon de superfície.

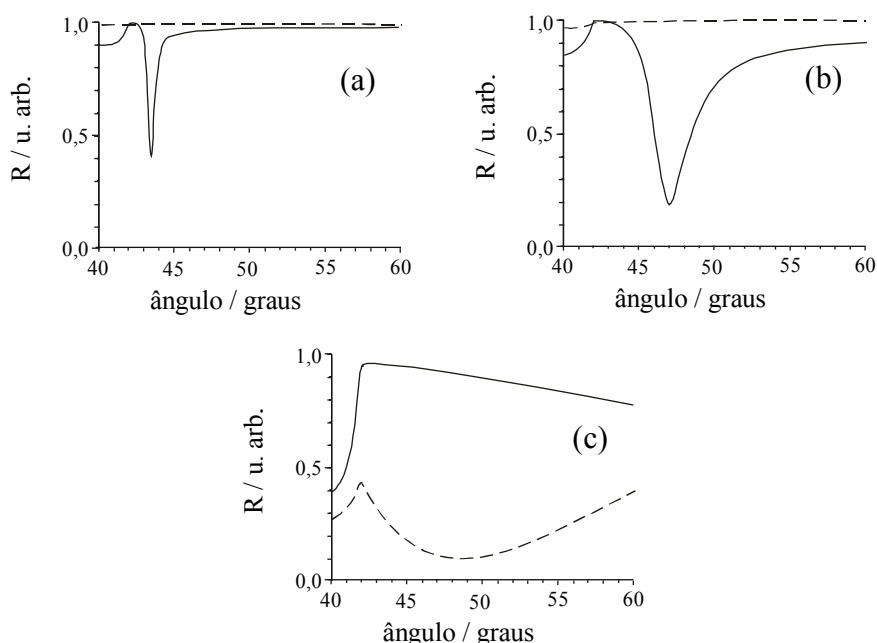


Figura 3.26 - Refletividade teórica correspondendo aos cortes da figura 3.25 e às curvas experimentais da figura 3.24. $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $n = 2,5 + 0,11i$ (a) $d_{\text{Ag}} = 40 \text{ nm}$ (b) $d_{\text{Ag}} = 32 \text{ nm}$, $t = 12 \text{ nm}$ (c) $d_{\text{Ag}} = 10,8 \text{ nm}$, $t = 43,8 \text{ nm}$. Linhas contínua e tracejada correspondem às polarizações P e S, respectivamente.

Na figura 3.29 vemos S_x para o mínimo da figura 3.26 (c), para a polarização S. Observa-se o formato de S_x correspondendo ao modo guiado TE_0 .

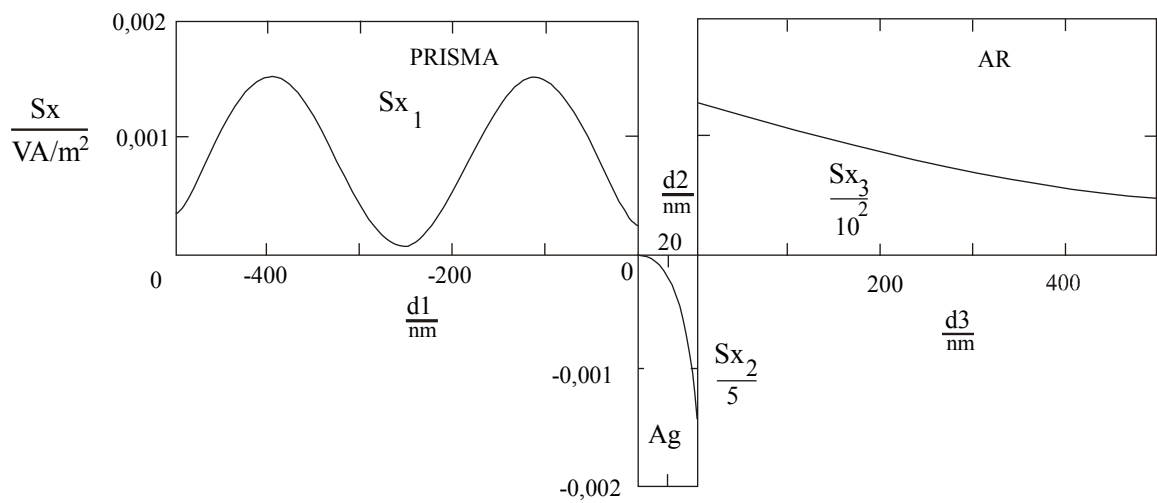


Figura 3.27 - Componente x do vetor de Poynting para o mínimo da figura 3.24 (a).

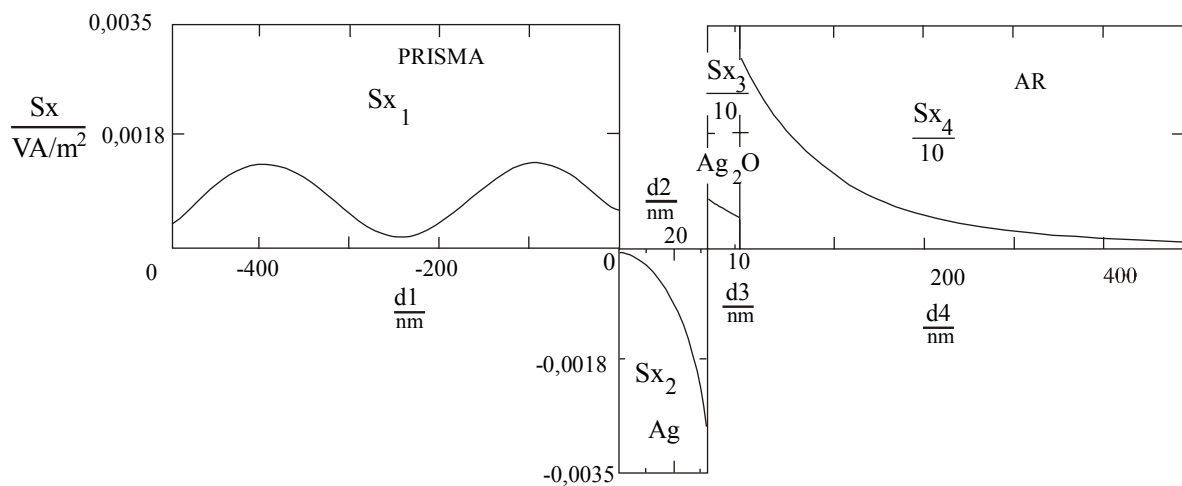


Figura 3.28 - Componente x do vetor de Poynting para o mínimo da figura 3.24 (b).

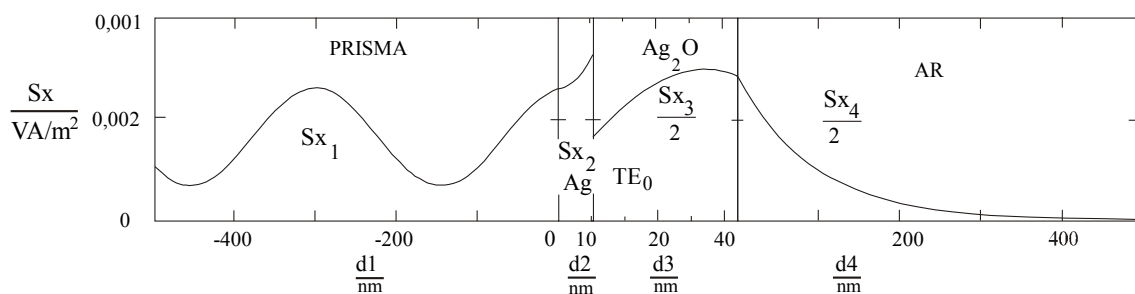


Figura 3.29 - Componente x do vetor de Poynting para o mínimo da figura 3.24 (c). Podemos observar o que este mínimo corresponde ao modo guiado TE_0 .

3.7.2 - Oxidação de filmes de prata durante a evaporação

Outro método utilizado para obter filmes metálicos oxidados é colocar alta pressão de oxigênio atômico dentro da campânula logo após a evaporação térmica. Utilizando como fonte de oxigênio atômico a decomposição de SiO ou Cu₂O, obtivemos filmes oxidados mais lentamente e de uma forma mais homogênea.

Estes filmes foram obtidos, inicialmente, na tentativa de produzir camadas de SiO₂ com evaporação de SiO em uma atmosfera de oxigênio. A camada dielétrica era evaporada sobre uma camada de prata, que, na presença do oxigênio atômico, transformou-se parcialmente em Ag₂O.

Na figura 3.30 apresentamos um espectro de um filme oxidado dentro da campânula. Do nosso ajuste teórico, considerando um sistema de 4 camadas, obtivemos as espessuras das camadas: $d_{Ag} = 27,18 \text{ nm}$ e $d_{Ag_2O} = 68,49 \text{ nm}$. O pico de absorção observado para a polarização S corresponde ao primeiro modo TE₀.

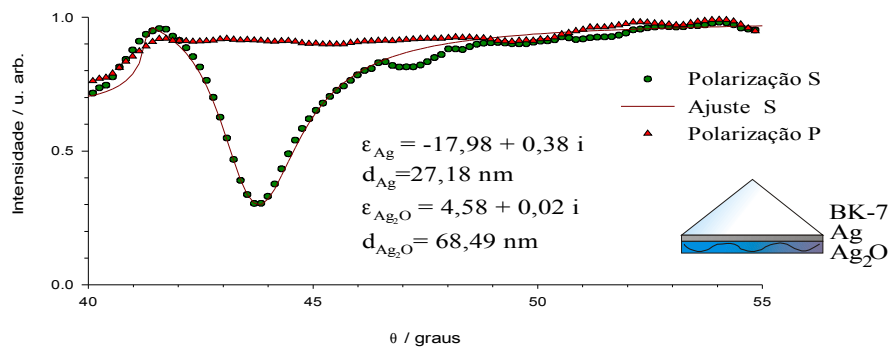


Figura 3.30 - Espectro de reflexão interna de um filme de prata oxidado dentro da campânula de evaporação térmica.

O comportamento espectral deste filme, para medidas feitas com vários ângulos de incidência da luz branca no filme, é mostrado na figura 3.31. A medida de reflexão interna é feita para luz S-polarizada. Para luz P-polarizada não se observa atenuação. Os ângulos de incidência destes espectros diferem em $0,65^\circ$. Observamos que a ressonância é deslocada para o azul ao aumentarmos o ângulo de incidência.

Utilizando como parâmetro do filme $d_{Ag} = 29,65 \text{ nm}$, $d_{Ag_2O} = 68,99 \text{ nm}$, as constantes da Ag e Ag_2O de acordo como mostradas na figura 3.3, porém com a parte

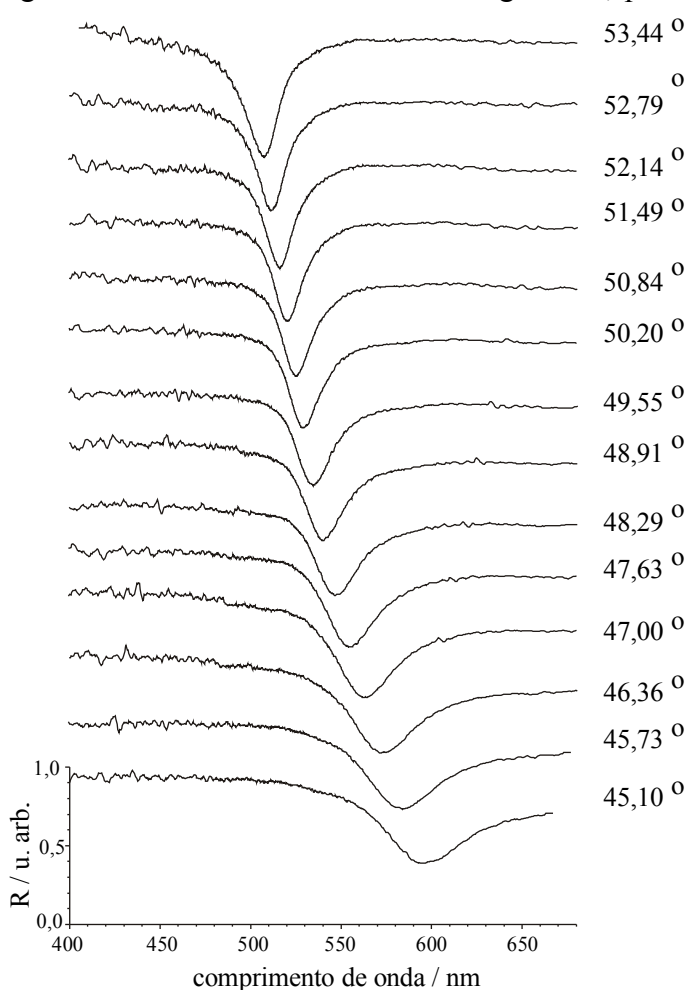


Figura 3.31 - Medida espectral de um filme oxidado na câmara de evaporação térmica. imaginária da constante dielétrica de Ag_2O 0,01 vezes menor, calculamos os espectros teóricos das curvas da figura 3.31 para cada ângulo de incidência da luz branca no filme. Obtém-se boa concordância em relação à posição do mínimo de reflexão, como podemos ver na figura 3.32.

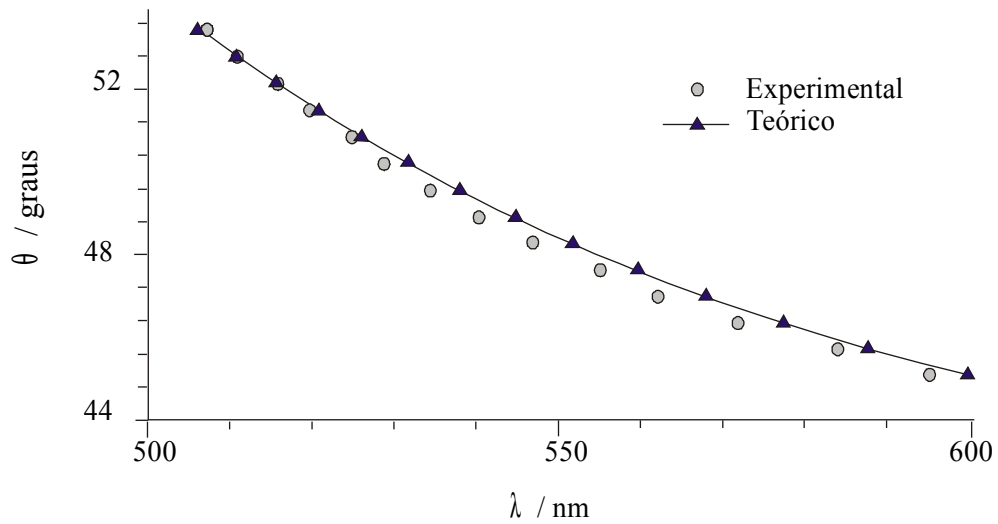


Figura 3.32 - Posição do mínimo de reflexão em função de θ e de λ . Os círculos representam os mínimos de cada curva espectral experimental mostrada na figura 3.22. Os triângulos representam o mínimo de um cálculo teórico para cada ângulo utilizando como parâmetros $d_{Ag} = 29,65 \text{ nm}$, $= 68,99 \text{ nm}$, as constantes da Ag e Ag_2O mostradas na figura 3.3, porém com a parte imaginária da constante dielétrica de Ag_2O 0,01 vezes menor.

Capítulo 4 - Conclusão

No âmbito deste trabalho realizamos um estudo do uso da técnica ATR em filmes finos, acoplando luz a modos guiados e a plasmons de superfície e analisando o efeito das modificações nas diversas camadas. Para a realização desse trabalho foi construído um sistema experimental constituído de sensores de luz e de um goniômetro, onde o filme a ser estudado era montado sobre um prisma. O sinal refletido pelo sistema podia ser observado mantendo-se fixo o ângulo e variando a frequência da luz incidente, ou fixando a frequência e variando o ângulo de incidência.

Os filmes estudados foram produzidos por evaporação térmica, no Laboratório de Laser ou por feixes de elétrons, no Laboratório de Filmes Finos.

O cálculo da luz refletida pelo sistema de N camadas é feito por meio da expressão

$$R = |C_{21}|^2$$

com os C_{ij} dados pela expressão iterativa (2-20), para cada polarização. O uso desta relação iterativa, obtida no apêndice B, facilita o cálculo da refletividade para filmes de várias camadas, evitando o uso de aproximações. Com esta expressão iterativa podemos

facilmente fazer simulações mudando continuamente parâmetros do filme e obter curvas de iso-reflexão, que ajudam visualizar a influência de determinado parâmetro na resposta do sistema.

Os resultados mostrados na seção 3.5 comprovam a eficácia desta expressão, que não é utilizada em trabalhos envolvendo plasmons de superfície ou guias de onda, mas concordam com os resultados obtidos na literatura. A combinação dos cálculos dos campos e do vetor de Poynting com a profundidade das camadas nos permitiram confirmar o tipo de modo acoplado e em que região do filme este acoplamento ocorre. Para sistemas simétricos, em que é possível excitar plasmons de superfície acoplados nas duas interfaces do filme metálico, a observação das componentes do campo elétrico E_x e do vetor de Poynting S_x nos permite identificar não só os modos PSLA e PSCA, mas também em qual superfície são mais fortemente excitados. Esta identificação é importante para a construção de filmes para uso em sensores, onde se espera observar a modificação do sinal refletido com a modificação da última camada.

Estudamos filmes finos sujeitos a modificações das camadas, tanto dielétricas como metálicas.

Na seção 3.6 estudamos modificações nas camadas dielétricas. Para filmes sujeitos a implantação de íons de Ar, utilizando o implantador de 500 kW do Laboratório de Implantação de Íons, modificamos a última camada dielétrica de um sistema simétrico prisma/dielétrico/metal/dielétrico/ar. Para pequenas doses observa-se que o filme implantado passou a apresentar perdas. A função dielétrica da camada implantada passou a possuir uma parte imaginária e a parte real aumentou com o aumento da dose de implantação. Observou-se que o pico plasmon referente à excitação na primeira interface praticamente não modifica com a implantação, mas o pico referente

à interface com o filme implantado apresenta uma significativa modificação, devido às mudanças nos parâmetros do filme, com este pico deslocando para ângulos maiores. Utilizando-se uma dose maior, modificou-se também o filme metálico. Com esta modificação, o pico referente à interface modificada retorna para ângulos menores.

Foi possível mostrar o efeito da implantação nos plasmons acoplados. Uma vez que estamos quebrando cada vez mais a simetria, com a dose de 10^{16} íons/cm² o filme fica suficientemente modificado a ponto de desacoplar os plasmons.

Através da simulação é possível mostrar também que modificando um pouco os parâmetros do filme pode-se mudar a interface em que ocorre a excitação do plasmon para cada ângulo de excitação. Estas informações são importantes na construção dos filmes.

Filmes dielétricos também foram modificados por oxidação, com o objetivo de obter mais facilmente filmes de SiO₂, oxidando filmes de SiO posteriormente à evaporação.

Observou-se a mudança na posição do pico de excitação com a mudança do índice de refração por oxidação. A posição do pico é bastante sensível à contaminação por água, como pudemos observar, uma vez que as modificações não foram feitas em atmosfera controlada. Observa-se a eliminação da água após tratamento térmico.

A oxidação do filme de SiO não foi total, apenas na superfície. Ao considerarmos no cálculo iterativo um sistema de 3 camadas, obtemos o efeito do índice efetivo do filme parcialmente oxidado.

Modificações da camada de prata foram mostradas na seção 3.7. Filmes metálicos foram sujeitos à oxidação tanto em câmara de descarga quanto durante a evaporação.

A modificação observada pode ser reproduzida considerando o crescimento de uma camada de Ag_2O às custas da camada de Ag. Esta camada de óxido tornou-se espessa o suficiente para permitir o acoplamento de modos guiados. Cálculos de iso-reflexão mostram a modificação da refletividade do filme enquanto a camada de óxido é crescida às custas da camada de prata, num aumento de 1,5, de acordo com a literatura [SOA96]. Os cálculos concordam com os resultados experimentais.

A camada de óxido obtida na câmara de descarga foi reduzida após tratamento térmico, como observamos com os espectros de refletividade.

A oxidação do filme de prata dentro da campânula de evaporação, obtida utilizando como fonte de oxigênio atômico a decomposição de SiO ou Cu_2O , se mostrou mais homogênea, como era de se esperar, por ser um método de oxidação mais lento. Espectros da variação da reflexão com a mudança da frequência da luz também são mostrados para a guia de onda na polarização S do filme oxidado. É observado o deslocamento da ressonância para o azul ao aumentarmos o ângulo de incidência.

Nossos resultados corroboram que a técnica ATR é bastante sensível para análise de modificações das camadas. É possível obter, através do cálculo iterativo, o ajuste dos dados experimentais para cada sistema e obter os parâmetros dos filmes. As simulações mostradas nos gráficos de iso-reflexão ajudam a compreender o comportamento do sinal com a modificação das camadas. Mostramos também que os cálculos do fluxo de energia indicam o tipo de modo que é acoplado e em que posição do filme, o que permite definir os parâmetros do filme antes da evaporação, dependendo do efeito desejado.

Referências

- A01 ABDELMALEK, F. Study of the optical properties of corroded gold–aluminum films using surface plasmon resonances. **Thin Solid Films**, Amsterdam, v. 389, n. 1/2, p. 296-300, June 2001.
- AAN+02 ABDALLAH, T.; ABDALLA, S.; NEGM, S.; TALAAT, H. Surface plasmon resonance technique for the detection of nicotine in cigarette smoke. **Sens. Actuators A**, Lausanne, v. 3598, p. 1-6, 2002.
- AB80 AERS, G. C.; BOARDMAN, A. D. Attenuated total reflection analysis of surface polaritons. In: BOARDMAN, A. D. (Ed.). **Physics programs**. New York: John Wiley, 1980. p. 47-78.
- AGG99 ANEMOGIANNIS, E.; GLYTSIS, E. N.; GAYLOR, T. K. Determination of guided and leaky modes in lossless and lossy planar multilayer optical waveguides: wavevector density method. **J. Lightwave Technol.**, New York, v. 17, n. 5, p. 929-941, May 1999.
- ALG01 AIZIN, G. R.; LAIKHTMAN, B.; GUMBS, G. Plasmons in coupled electron-hole double quantum wells. **Phys. Rev. B**, Melville, v. 64, n. 12, 125317 8p., Sept. 2001.
- B87/88 Coating materials, sputtering targets, evaporation sources - Balzers Ltd. Ed. 1987/88.
- BKG90 BRUIJN, H. E.; KOOYMAN, R. P. H.; GREVE, J. Determination of dielectric permittivity and thickness of a metal layer from a surface plasmon resonance experiment. **Appl. Opt.**, Woodbury, v. 29, n. 13, p. 1974-1978, May 1990.

- BMS02 BRADSHAW, J. T.; MENDES, S. B.; SAAVEDRA, S. S. A simplified broadband coupling approach applied to chemically robust sol-gel, planar integrated optical waveguide. **Anal. Chem.**, Washington, v. 74, n. 8, p. 1751-1759, Apr. 2002.
- BSW01 BRENNAN, C. B.; SUN, L.; WEBER, S. G. Investigations of prussian blue films using surface plasmon resonance. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 72, n. 1, p. 1-10, Jan. 2001.
- BW99 BORN, M.; WOLF, E. **Principles of optics** : electromagnetic theory of propagation, interference, and diffraction of light. 7. ed. New York: Cambridge University Press, 1999.
- BYC+03 BOOZER, C.; YU, Q.; CHEN, S.; LEE, C. Y.; HOMOLA, J.; YEE, S. S., JIANG, S. Surface functionalization for self-referencing surface plasmon resonance (SPR) biosensors by multi-step self-assembly. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 90, n. 1/3, p. 22-30, Apr. 2003.
- CMD99 CAIRNS, G. F.; McNEILL, D. A.; DAWSON, P. Application of surface plasmon polaritons in the laser ablation and characterization of thin aluminum film. **Surf. Sci.**, Amsterdam, v. 429, n. 1/3, p. 117-126, June 1999.
- CWL+02 CHIANG, H.-P.; WANG, Y.-C.; LEUNG, P. T.; TSE, W. S. A theoretical model for the temperature-dependent sensitivity of the optical sensor based on surface plasmon resonance. **Opt. Commun.**, Amsterdam, v. 188, n. 5/6, p. 283-289, Feb. 2001.
- DCH+01 DOSTÁLEK, J.; ČTYROKÝ, J.; HOMOLA, J.; BRYNDA, E.; SKALSKÝ, M.; NEKVINDOVÁ, P.; ŠPIRKOVÁ, J.; SKVOR, J.; SCHRÖFEL, J. Surface plasmon resonance biosensor based on integrated optical waveguide. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 76, n. 1/3, p. 8-12, June 2001.
- F98 FERRIEU, F. Observation of a leak wave guide resonance mode in polycrystalline silicon structures using infrared spectroscopic ellipsometer. **Appl. Phys. Lett.**, Woodbury, v. 73, n. 16, p. 2316-2318, Oct. 1998.
- GT78 GHATAK, A. K.; THYAGARAJAN, K. Contemporary optics. In: WOLFE, W. L. (Ed.). **Optical physics and engineering**. New York: Plenum, 1978. p. 1-370.
- H85 HUNSPERGER, R. G. **Integrated optics**: theory and technology. 2. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1985. (Springer series in optical sciences, v. 33).
- H87 HECHT, E. **Optics**. 3. ed. Reading: Addison-Wesley, 1998.
- HT84 HSUE, C. W.; TAMIR, T. Evolution of transverse-electric surface and leaky waves guided by an asymmetric layer configuration. **J. Opt. Soc. Am. A**, Washington, v. 1, n. 9, p. 923-931, Sept. 1984.

- HYG99 HOMOLA, J.; YEE, S. S.; GAUGLITZ, G. Surface plasmon resonance sensors: review. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 54, n. 1/2, p. 3-15, Jan. 1999.
- JAL+00 JOHANSEN, K.; ARWIN, H.; LUNDSTRÖM, I.; LIEDBERG, B. Imaging surface plasmon resonance sensor based on multiple wavelengths: sensitivity considerations. **Rev. Sci. Instrum.**, Melville, v. 71, n. 9, p. 3530-3538, Sept. 2000.
- JC72 JOHNSON P. B.; CHRISTY R. W. Optical constants of the noble metals. **Phys. Rev. B**, New York, v. 6, n. 12, p. 4370-4379, Dec. 1972.
- K71 KRETSCHMANN, E. Die bestimmung der optischen konstanten von metallen durch anregung von oberflächenplasmaschwingungen. **Z. Phys.**, Berlin, v. 241, n. 4, p. 313-324, Nov. 1971.
- K75 KOGELNIK, H. Theory of dielectric waveguides. In: TAMIR, T. (Ed.). **Integrated optics**. New York: Springer-Verlag, 1975. p. 13-81. (Topics in applied physics, v. 7).
- K00 KASUNIC, K. J. Comparison of Kretschmann–Raether angular regimes for measuring changes in bulk refractive index. **Appl. Opt.**, Melville, v. 39, n. 1, p. 61-64, Jan. 2000.
- KF86 KLEIN, M. V.; FURTAK, T. E. **Optics**. 2. ed. New York: John Wiley, 1986.
- KHS+00 KOCIAK, M.; HENRARD, L.; STÉPHAN, O.; SUENAGA, K.; COLLIEX, C. Plasmons in layered nanospheres and nanotubes investigated by spatially resolved electron energy-loss spectroscopy. **Phys. Rev. B**, Melville, v. 61, n. 20, p. 13936-13944, May 2000.
- KK99 KAMBHAMPATI, D. K.; KNOLL, W. Surface-plasmon optical techniques. **Curr. Opin. Colloid In.**, London, v. 4, n. 4, p. 273-280, Aug. 1999.
- KMS+00 KOTTMANN, J. P.; MARTIN, O. J. F.; SMITH, D. R.; SCHULTZ, S. Field polarization and polarization charge distributions in plasmon resonant nanoparticles. **New J. Phys.**, Bristol, v. 2, p. 271-279, Nov. 2000.
- KR68 KRETSCHMANN, E; RAETHER, H. Radiative decay of non-radiative surface plasmons excited by light. **Z. Naturforsch. A**, Tübingen, v. 23, n. 12, p. 2135–2136, Dec. 1968.
- KS77 KOVACS, G. J.; SCOTT, G. D. Optical excitation of surface plasma waves in layered media. **Phys. Rev. B**, New York, v. 16, n. 4, p. 1297-1311, Aug. 1977.

- KS78a KOVACS, G. J.; SCOTT, G. D. Attenuated total reflection angular spectra and associated resonant electromagnetic oscillations of a dielectric slab bounded by Ag film. **Appl. Opt.**, New York, v. 17, n. 20, p. 3314-3322, Oct. 1978.
- KS78b KOVACS, G. J.; SCOTT, G. D. Attenuated total reflection angular spectra of a Ag film bounded by dielectric slabs. **Can. J. Phys.**, Ottawa, v. 56, n. 9, p. 1235-1247, Sept. 1978.
- L91 LIBARDI, H. Estudo de características elétricas e espectroscópicas de uma descarga tipo catodo oco. 1991. 91f. Dissertação (Mestrado em Física) – Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1991.
- LC70 LORRAIN, P.; CORSON, D. R. **Electromagnetic fields and waves**. 2. ed. San Francisco: W. H. Freeman, 1970.
- LG98 LIBARDI, H.; GRIENEISEN, H. P. Guided-mode resonance absorption in partly oxidized thin silver films. **Thin Solid Films**, Amsterdam, v. 333, p. 82-87, Nov. 1998.
- LPL02 LIN, T.-S.; PANG, C.-P.; LUE, J.-T. Variation of attenuated total reflection due to the birefringence of liquid crystals by excitation of surface plasmons. **App. Phys. B.**, New York, v. 74, n. 4/5, p. 401-405, Apr. 2002.
- LSZ02 LAVRINENKO, A.V.; SHYROKI, D.N.; ZHILKO, V.V. Guided and leaky modes in magneto-optical sandwiches with ultrathin metal films. **J. Magn. Magn. Mater.**, Amsterdam, v. 247, n. 2, p. 171–177, June 2002.
- MG88 **Optical Guide 4**. Melles Griot 1988.
- MH95 MARION, J. B.; HEALD, M. A. **Classical eletromagnetic radiation**. 3. ed. Fort Worth: Saunders College Publishing, 1995.
- MS02 MORRIS, T.; SZULCZEWSKI, G. Evaluating the role of coinage metal films in the detection of mercury vapor by surface plasmon resonance spectroscopy. **Langmuir**, Washington, v. 18, n. 15, p. 5823-5829, July 2002.
- MW01 MASTEN, A.; WISSMANN, P. Optical studies on thin cooper films on Si (111). **Appl. Surf. Sci.**, Amsterdam, v. 179, n. 1/4, p. 68-72, July 2001.
- NLL82/83 NYLANDER, C.; LIEDBERG, B.; LIND, T. Gas detection by means of surface plasmon resonance. **Sens. Actuators**, Lausanne, v. 3, n. 1, p. 79-88, Oct. 1982/1983.

- O68 OTTO, A. Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by method of frustrated total reflection. **Z. Phys**, Berlin, v.216, n. 4, p.398-410, Oct. 1968.
- OS71 OTTO, A.; SOHLER W. Modification of the total reflection modes in a dielectric film by one metal boundary. **Opt. Commun.**, Amsterdam, v.3, n. 4, p.254-258, June 1971.
- PFW+98 PODGORSEK, R. P.; FRANKE, H.; WOODS, J.; MORRILL, S. Monitoring the diffusion of vapour molecules in polymer films using SP-leaky-mode spectroscopy. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 51, n. 1/3, p. 146-151, Aug. 1998.
- PS95 PETTERSSON, L. A. A.; SNYDER, P. G. Preparation and characterization of oxidized silver thin films. **Thin Solid Films**, Amsterdam, v. 270, n. 1/2, p. 69-72, Dec. 1995.
- PVB+01 PEYSER, L. A.; VINSON, A. E.; BARTKO, A. P.; DICKSON, R. M. Photoactivated fluorescence from individual silver nanoclusters. **Science**, Washington, v. 291, n. 5501, p. 103-106, Jan. 2001.
- R77 RAETHER, H. Surface plasma oscillations and their applications. In: HASS, G.; FRANCOMBE, M. H.; HOFFMAN, R. W. (Eds.). **Phys. Thin Films**. Orlando: Academic Press, 1977. v. 9. p. 145-261.
- R88 RAETHER, H. **Surface plasmons**. Berlin: Springer-Verlag, 1988. (Springer tracts in modern physics, v. 111).
- RHM+03 RIBOH, J. C.; HAES, A. J.; McFARLAND, A. D.; RANJIT, C.; Van DUYNNE, R. P. A nanoscale optical biosensor: real time immunoassay and nanoparticle adhesion. **J. Phys. Chem. B**, Washington, v. 107, n. 8, p. 1772-1780, Feb. 2003.
- S81 SARID, D. Long-range surface-plasma waves on very thin metal films. **Phys. Rev. Lett.**, New York, v. 47, n. 26, p. 1927-1930, Dec. 1981.
- SBY91 SAMBLES, J. R.; BRADBURY, G. W.; YANG, F. Optical excitation of surface plasmons: an introduction. **Contemp. Phys.**, London, v. 32, n. 3, p. 173-183, May/June 1991.
- SLG98 SHEN, S.; LIU, T.; GUO, J. Optical phase-shift detection of surface plasmon resonance. **Appl. Opt.**, Woodbury, v. 37, n. 10, p. 1747-1751, Apr. 1998.
- SGT+00 SILLY, F.; GUSEV, A. O.; TALEB, A.; CHARRA, F.; PILENI, M.-P. Coupled plasmon modes in an ordered hexagonal monolayer of metal nanoparticles: a direct observation. **Phys. Rev. Lett.**, Melville, v. 84, n. 25, p. 5840-5843, June 2000.

- SOA96 SCHMIDT, A. A.; OFFERMANN, J.; ANTON, R. The role of neutral oxygen radicals in the oxidation of Ag films. **Thin Solid Films**, Amsterdam, v.281/282, n.1/2, p.105-107, Aug. 1996.
- ST77 SHAN, V.; TAMIR, T. Brewster phenomena in lossy structures. **Opt. Commun.**, Amsterdam, v.23, n. 1, p. 113-117, Oct. 1977.
- ST81 SHAN, V.; TAMIR, T. Anomalous absorption by multi-layered media. **Opt. Commun.**, Amsterdam, v.37, n. 6, p. 383-387, June 1981.
- T71 TIEN, P. K. Light waves in thin films and integrated optics. **Appl. Opt.**, New York, v. 10, n. 11, p. 2395-2413, Nov. 1971.
- T77 TIEN, P. K. Integrated optics and new wave phenomena in optical waveguides. **Rev. Mod. Phys.**, New York, v. 49, n. 2, p. 361-420, Apr. 1977.
- TDS+00 TOYAMA, S.; DOUMAE, N.; SHOJI, A.; IKARIYAMA, Y. Design and fabrication of a waveguide-coupled prism device for surface plasmon resonance sensor. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 65, n. 1/3, p. 32-34, June 2000.
- TS89 TILLIN, M. D.; SAMBLES, J. R. Surface plasmon-polariton study of the dielectric function of magnesium. **Thin Solid Films**, Amsterdam, v. 172, n. 1, p. 27-34, May 1989.
- TTT+02 TOYAMA, S.; TAKEI, O.; TSUGE, M.; USAMI, R.; HORIKOSHI, K.; KATO, S. Surface plasmon resonance of electrochemically deposited Au-black. **Electrochem. Comm.**, New York, v. 4, n. 7, p. 540-544, July 2002.
- TUM69 TIEN, P. K.; ULRICH, R.; MARTIN, R. J. Mode of propagating waves in thin deposited semiconductor films. **Appl. Opt.**, New York, v. 14, n. 9, p. 291-294, May 1969.
- W79 WANGSNESS, R. K. **Electromagnetic fields**. New York: John Wiley, 1979.
- WH86 WENDLER, L.; HAUPT, R. Long-range surface plasmon-polaritons in asymmetric layer structures. **J. Appl. Phys.**, Woodbury, v. 59, n. 9, p. 3289-3291, May 1986.
- WMM99 WEISSER, M.; MENGES, B.; MITTER-NEHER, S. Refractive index and thickness determination of monolayers by multimode waveguide coupled surface plasmons. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 56, n. 3, p. 189-197, June 1999.
- WS88 WELFORD, K. R.; SAMBLES, J. R. Coupled surface plasmons in a symmetric system. **J. Mod. Opt.**, London, v. 35, n. 9, p. 1467-1483, Sept. 1988.

- XLH+01 XINGLONG, Y.; LEQUN, Z.; HONG, J.; HAOJUAN, W.;
CHUNYONG, Y.; SHENGGENG, Z. Immunosensor based on optical
heterodyne phase detection. **Sens. Actuators B**, Lausanne, v. 76, n.1/3,
p. 199-202, June 2001.
- Y88 YE, P. **Optical waves in layered media**. New York: John Wiley,
1988.
- YNS+01 YANG, X.; NIU, C.-C.; SHANG, Z.-J.; SHEN, G.-L.; YU, R.-Q.
Optical fiber sensor for determining water content in organic solvents.
Sens. Actuators B, Lausanne, v. 75, n. 1/2, p. 43-47, Apr. 2001.
- ZOY+01 ZHOU, M., OTOHO, A., YOKOYAMA, S., MASHIKO, S. Estimation
of organic molecular film structures using surface-plasmon resonance
spectroscopy. **Thin Solid Films**, Amsterdam, v. 393, p. 114-118, 2001.

Apêndice A - Ondas eletromagnéticas

Este apêndice contém conceitos básicos sobre ondas eletromagnéticas e sua interação com meios materiais. Nosso objetivo não é o de substituir livros textos da área de ondas eletromagnéticas, mas proporcionar uma referência rápida para a compreensão dos conceitos apresentados no corpo da tese, introduzindo a notação, sistema de unidades e convenção de sinais utilizados. A teoria detalhada pode ser obtida da bibliografia básica tradicional de eletromagnetismo e óptica [BW99, MH95, H87, Y88, KF86, W79, GT78, LC70].

A.1 - Ondas eletromagnéticas em um meio

Trataremos de ondas eletromagnéticas planas se deslocando em um meio isotrópico qualquer, caracterizado por sua permissividade elétrica $\epsilon_e = \epsilon \epsilon_0$, permeabilidade magnética $\mu_m = \mu \mu_0$ e condutividade elétrica σ , onde

ϵ_0 é a permissividade do vácuo

ϵ é a constante dielétrica ou permissividade relativa

μ_0 é a permeabilidade do vácuo

μ é a permeabilidade relativa

sendo a velocidade da luz no vácuo dada por $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$.

Uma onda eletromagnética em um meio pode ser descrita por um vetor campo elétrico \vec{E} e um vetor campo magnético \vec{H} . As equações mais fundamentais que descrevem estes campos são as equações de Maxwell. Em um meio homogêneo, isotrópico, linear e estacionário, no sistema internacional, elas são dadas por:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_L}{\epsilon_e} \quad (\text{A-1})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A-2})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{A-3})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_L + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{A-4})$$

Nestas equações, \vec{D} e \vec{B} são, respectivamente, os vetores *deslocamento elétrico* e *indução magnética* e incluem a interação do campo com a matéria. A grandeza ρ_L é a *densidade de carga elétrica livre* e $\vec{J}_L = \sigma \vec{E}$, a *densidade de corrente* devido às cargas livres. As relações entre \vec{E} e \vec{D} e entre \vec{H} e \vec{B} são obtidas das chamadas *equações constitutivas (ou equações dos materiais)*:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}; \quad \vec{D} = \epsilon_e \vec{E} \quad (\text{A-5})$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \vec{B} = \mu_m \vec{H} \quad (\text{A-6})$$

Os vetores $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$ e $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ são, respectivamente, as *polarizações elétrica e magnética*, sendo

$\chi_e = \epsilon - 1$, a susceptibilidade elétrica;

$\chi_m = \mu - 1$, a susceptibilidade magnética.

Quando um campo eletromagnético está presente na matéria, o campo elétrico pode perturbar o movimento dos elétrons e produzir uma polarização de dipolo \mathbf{p} por unidade de volume. Analogamente, o campo magnético pode induzir uma magnetização \mathbf{M} em materiais tendo uma permeabilidade diferente de μ_0 .

A.2 - Equação da onda eletromagnética

Cada componente do campo \mathbf{E} e \mathbf{H} obedece uma equação de onda tridimensional. Obtém-se a equação de onda tomando o rotacional das equações (A-2) e

(A-4) (lembrando que $\nabla \times (\nabla \times) = \nabla (\nabla \cdot) - \nabla^2$):

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_e \mu_m \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_m \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \frac{\rho_L}{\epsilon_e} \quad \text{e} \quad \text{(A-7)}$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \epsilon_e \mu_m \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu_m \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0$$

Nas regiões onde são nulas as densidades de carga elétrica ρ_L e de corrente J_L , temos as equações de onda homogêneas:

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_e \mu_m \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{e} \quad \nabla^2 \vec{H} - \epsilon_e \mu_m \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{(A-8)}$$

No caso de uma dependência temporal e espacial harmônica dos vetores de campo \mathbf{E} e \mathbf{H} , descrita pelo fator $\exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}$, as derivadas temporal e espacial podem ser trocadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &\rightarrow -i\omega \\ \nabla &\rightarrow i\mathbf{k} \end{aligned} \quad \text{(A-9)}$$

Desta forma, as equações de onda diferenciais para os campos se propagando sem amortecimento com velocidade $v = (\epsilon_e \mu_m)^{-1/2}$ são:

$$\nabla^2 E + \epsilon_e \mu_m \omega^2 E = 0 \quad \text{e} \quad \nabla^2 H + \epsilon_e \mu_m \omega^2 H = 0 \quad (\text{A-10})$$

As soluções mais simples para estas equações são:

$$E = E_0 \exp\{i(k \cdot r - \omega t)\}$$

e

$$H = H_0 \exp\{i(k \cdot r - \omega t)\} \quad (\text{A-11})$$

sendo ω a frequência da onda e k o vetor de propagação das ondas, com magnitude $k = nk_0$, sendo $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ o vetor de onda no vácuo e $n = \sqrt{\epsilon}$ o índice de refração do meio. As amplitudes podem ser complexas para incluir as diferenças de fase.

Utilizando as relações (A-9) na equação (A-2), obtemos:

$$\vec{B} = \frac{k \times E}{\omega} \quad (\text{A-12})$$

Desta relação entre E e B vemos que estes campos são perpendiculares entre si e mutuamente perpendiculares a direção de propagação.

A.3 - Índice de refração

O índice de refração é função de ω . Esta dependência do índice com a frequência é chamada de dispersão, e a expressão que relaciona n e ω é chamada equação de dispersão.

O índice de refração pode ser um número complexo. O termo imaginário é devido à atenuação do movimento dos elétrons dentro do material e causa o fenômeno de absorção óptica para alguma frequência ressonante. A parte imaginária do índice de refração é significativa apenas próximo à ressonância. O índice de refração pode ser escrito como:

$$n = \text{Re}(n) + i \text{Im}(n).$$

A parte imaginária do índice de refração, que é conhecida como coeficiente de extinção, representa a absorção (atenuação) das ondas eletromagnéticas.

Para vermos o efeito do coeficiente de extinção na radiação eletromagnética, vamos considerar uma onda plana monocromática em um meio com índice de refração $n = \text{Re}(n) + i \text{Im}(n)$ se propagando na direção z :

$$E = E_0 \exp[i(kz - \omega t)]$$

onde k representa o número de onda no meio complexo:

$$k = \frac{\omega}{c} n = \frac{2\pi}{\lambda} n = \frac{2\pi}{\lambda} (\text{Re}(n) + i \text{Im}(n))$$

$$E = E_0 \exp\left[i\left(\frac{2\pi}{\lambda} \text{Re}(n)z - \omega t\right)\right] \exp\left(\frac{2\pi}{\lambda} \text{Im}(n)z\right) \quad (\text{A-13})$$

O coeficiente de extinção leva a uma atenuação da radiação eletromagnética ao longo da direção de propagação. O coeficiente de atenuação é definido como:

$$\alpha_{\text{aten}} \equiv \frac{1}{I} \frac{dI}{dz} \quad (\text{A-14})$$

sendo I a intensidade da radiação eletromagnética e, fora um fator constante, é proporcional a $|E|^2$. De acordo com (A-13), a intensidade é:

$$I = |E|^2 = I_0 \exp\left(\frac{4\pi}{\lambda} \text{Im}(n)z\right) = I_0 \exp(\alpha_{\text{aten}} z)$$

com I_0 , a intensidade em $z=0$. O coeficiente de atenuação está relacionado com o coeficiente de extinção por:

$$\alpha_{\text{aten}} = \frac{4\pi}{\lambda} \text{Im}(n).$$

A.4 - Condições de contorno

As equações de Maxwell são válidas apenas para meios cujas propriedades físicas sejam contínuas. Quando estamos na região de interface entre dois meios, temos uma descontinuidade em ϵ e μ e devemos esperar também uma descontinuidade nos vetores E , H , D e B . É possível, entretanto, achar relações de continuidade entre algumas das componentes dos campos. As condições de continuidade podem ser obtidas diretamente das equações de Maxwell. Estas relações são como seguem:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= \rho_s \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) &= \mathbf{0} \rightarrow E_{2T} = E_{1T} \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= \mathbf{0} \rightarrow B_{2N} = B_{1N} \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) &= \mathbf{J}_s \end{aligned} \quad (\text{A-15})$$

\mathbf{n} é o vetor unitário normal à interface, apontando do meio 1 para o meio 2, como podemos ver na figura A.1. ρ_s é a densidade de carga superficial e \mathbf{J}_s , a densidade de corrente superficial. Os índices 1 e 2 se referem aos valores nas interfaces nos dois meios, e os índices T e N, às componentes dos campos tangenciais e normais à superfície, respectivamente.

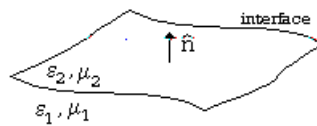


Figura A.1 - Interface entre dois meios.

Temos então que as componentes tangencial do vetor campo elétrico e normal do vetor indução magnética são contínuas na interface:

$$E_{2T} = E_{1T}, \quad B_{2N} = B_{1N} \quad (\text{A-16})$$

enquanto que a diferença entre as componentes normais do vetor deslocamento elétrico é igual à magnitude da densidade de carga superficial:

$$D_{2N} - D_{1N} = \rho_s \quad (\text{A-17})$$

e a diferença entre as componentes tangenciais do vetor campo magnético é igual à densidade de corrente superficial:

$$H_{2T} - H_{1T} = J_s \quad (\text{A-18})$$

Estas condições de contorno são essenciais para se resolver problemas em que temos ondas eletromagnéticas se propagando através da interface entre dois meios, como são os casos tratados neste trabalho.

A.5 - Reflexão e refração de ondas planas

Ao incidirmos uma onda plana na interface entre dois meios, o campo eletromagnético associado a esta onda irá induzir dipolos elétricos na interface. Os dipolos irão oscilar na mesma frequência do campo, mas não necessariamente na mesma fase. Estes dipolos oscilantes irradiam ondas de mesma frequência do campo incidente. Parte desta radiação retorna para o primeiro meio - onda refletida - e parte penetra no segundo meio - onda transmitida ou refratada (figura A.2).

Consideraremos o problema de reflexão e refração de ondas planas monocromáticas em uma interface plana entre dois meios homogêneos e isotrópicos. O plano xy corresponde ao plano interface em $z = 0$.

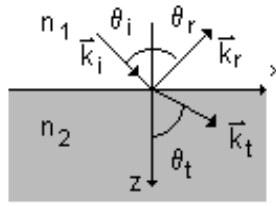


Figura A.2 - Reflexão e transmissão em uma interface.

Os campos incidente, refletido e transmitido na interface entre os meios 1 e 2 são dados por:

$$E^i = E_1^i \exp[i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)] \quad (\text{A-19})$$

$$E^r = E_1^r \exp[i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)] \quad (\text{A-20})$$

$$E^t = E_2^t \exp[i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)] \quad (\text{A-21})$$

sendo \vec{k}_i , \vec{k}_r e \vec{k}_t os vetores de propagação das ondas incidente, refletida e transmitida

e ω a frequência da onda. Sendo $n_j = \sqrt{\epsilon_j}$ o índice de refração para o meio j , o módulo dos números de onda serão dados por:

$$|\vec{k}_i| = |\vec{k}_r| = \frac{\omega}{c} n_1 \quad \text{e} \quad |\vec{k}_t| = \frac{\omega}{c} n_2 \quad (\text{A-22})$$

Como os campos estão relacionados pelas condições de contorno na interface $z = 0$, devemos ter a mesma variação temporal e espacial para todos os campos. Desta forma:

$$(\vec{k}_i \cdot \vec{r})_{z=0} = (\vec{k}_r \cdot \vec{r})_{z=0} = (\vec{k}_t \cdot \vec{r})_{z=0} \quad (\text{A-23})$$

Desta relação podemos observar que os três vetores de onda devem cair no mesmo plano, chamado plano de incidência. Ainda, as componentes tangenciais dos três vetores de onda são iguais. Desta forma, sendo θ_i , θ_r e θ_t os ângulos dos vetores de onda incidente, refletido e transmitido, respectivamente, em relação a normal à interface, temos a seguinte relação:

$$n_1 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r = n_2 \sin \theta_t \quad (\text{A-24})$$

Obtemos desta forma a relação entre os ângulos de incidência e reflexão,

$$\theta_i = \theta_r \quad (\text{A-25})$$

bem como a lei de Snell:

$$n_1 \text{sen} \theta_i = n_2 \text{sen} \theta_t \quad (\text{A-26})$$

A.6 - Reflexão interna total

Consideramos agora uma onda incidindo na interface entre dois meios, sendo que o índice de refração do meio incidente é maior que do segundo meio. O seno do ângulo no segundo meio é dado pela lei de Snell:

$$\text{sen} \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \text{sen} \theta_1 \quad (\text{A-27})$$

Existe um ângulo, chamado ângulo crítico, θ_c , para o qual o ângulo de refração $\theta_2 = 90^\circ$ e $\text{sen} \theta_2 = 1$. Este ângulo é dado por:

$$\theta_c = \text{arcsen} \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{A-28})$$

Para ondas incidindo do meio 1 com ângulo $\theta_1 = \theta_c$, a onda refratada se propaga paralelamente à superfície. Não existe fluxo de energia através da interface. A energia deve ser totalmente refletida, independente do estado de polarização do vetor campo elétrico. Para ângulos de incidência maior que o crítico, $\text{sen} \theta_2 > 1$, o que significa que θ_2 é um ângulo complexo com um cosseno imaginário puro:

$$\cos \theta_2 = -i \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \text{sen} \theta_1\right)^2 - 1} \quad (\text{A-29})$$

Quando $\text{sen} \theta_2 > 1$, θ_2 perde seu significado físico de ângulo de refração. Ele só tem significado nas projeções dos vetores, por exemplo, $k_{2x} = k_2 \text{sen} \theta_2$ e $k_{2z} = k_2 \cos \theta_2$. O sinal negativo no cosseno assegura que a onda transmitida decai exponencialmente quando x se aproxima do infinito.

Reflexão interna total é a base para guiamento de luz em estruturas de camadas e para acoplamento de luz a um modo plasmon de superfície.

A.7 - Coeficientes de Fresnel

No caso de uma onda incidindo em uma interface entre dois meios com propriedades dielétricas diferentes, além da relação entre os ângulos (A-25) e (A-26), podemos obter uma relação entre as amplitudes dos campos. Estas relações são chamadas de coeficientes de Fresnel. Dependendo da polarização da onda, chegaremos a resultados diferentes, devido às componentes de E e H . Desta forma, cada caso será resolvido separadamente.

Onda Transversal Elétrica (polarização S):

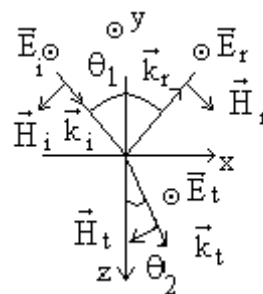


Figura A.3 - Onda Transversal Elétrica.

Consideremos primeiramente uma onda eletromagnética cujo vetor campo elétrico possua apenas uma componente transversal ao plano de incidência (onda TE - figura A.3). Neste caso, as equações dos campos são dados por:

$$\begin{aligned}
\vec{k} &= k_x \vec{i} + k_z \vec{k} \\
\vec{E} &= E_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\} \vec{j} \\
\vec{H} &= \frac{1}{\omega \mu} \vec{k} \times \vec{E} = \frac{1}{\omega \mu} \{(-k_z E_y) \vec{i} + (k_x E_y) \vec{k}\} \\
H_0 &= \frac{1}{\mu c} E_0
\end{aligned} \tag{A-30}$$

e, por simplicidade, adotamos a notação:

$$\begin{aligned}
\exp\{i(k_i \sin \theta_i x \pm k_i \cos \theta_i z - \omega t)\} &\equiv \exp\{\alpha_i \pm \beta_i\} \\
\alpha_i &= i(k_i \sin \theta_i x - \omega t) \quad \text{e} \quad \beta_i = i(k_i \cos \theta_i z)
\end{aligned}$$

As condições de contorno para os campos eletromagnéticos na interface entre dois meios, onde não existam cargas ou correntes externas, são que as componentes de \vec{E} e \vec{H} tangenciais e de \vec{D} e \vec{B} normais à interface sejam contínuas. Escrevendo apenas as componentes de \vec{E} e \vec{H} tangenciais à interface para cada meio, temos:

Meio 1

Incidente:

$$\begin{aligned}
\vec{k} &= k_1 \sin \theta_1 \vec{i} + k_1 \cos \theta_1 \vec{k} \\
(\vec{E}_1^i)_T &= E_1^i \exp\{\alpha_1 + \beta_1\} \\
(\vec{H}_1^i)_T &= -E_1^i \frac{1}{\mu c} n_1 \cos \theta_1 \exp\{\alpha_1 + \beta_1\}
\end{aligned}$$

Refletido:

$$\begin{aligned}
\vec{k} &= k_1 \sin \theta_1 \vec{i} - k_1 \cos \theta_1 \vec{k} \\
(\vec{E}_1^r)_T &= E_1^r \exp\{\alpha_1 - \beta_1\} \\
(\vec{H}_1^r)_T &= E_1^r \frac{1}{\mu c} n_1 \cos \theta_1 \exp\{\alpha_1 - \beta_1\}
\end{aligned}$$

Meio 2

Transmitido:

$$\begin{aligned}
\vec{k} &= k_2 \sin \theta_2 \vec{i} + k_2 \cos \theta_2 \vec{k} \\
(\vec{E}_2^t)_T &= E_2^t \exp\{\alpha_2 + \beta_2\} \\
(\vec{H}_2^t)_T &= -E_2^t \frac{1}{\mu c} n_2 \cos \theta_2 \exp\{\alpha_2 + \beta_2\}
\end{aligned}$$

Das condições de contorno (A-16):

$$\text{cc: } (\vec{E}^i)_T = (\vec{E}^j)_T; \quad (\vec{H}^i)_T = (\vec{H}^j)_T; \quad \forall x, t$$

temos, para a interface ($z=0$):

$$\begin{aligned}
E_1^i + E_1^r &= E_2^t \\
-E_1^i \frac{1}{\mu c} n_1 \cos\theta_1 + E_1^r \frac{1}{\mu c} n_1 \cos\theta_1 &= -E_2^t \frac{1}{\mu c} n_2 \cos\theta_2
\end{aligned} \tag{A-31}$$

Podemos escrever as equações na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -n_1 \cos\theta_1 & n_1 \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1^i \\ E_1^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -n_2 \cos\theta_2 \end{bmatrix} E_2^t$$

Sabendo que:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -n_1 \cos\theta_1 & n_1 \cos\theta_1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} n_1 \cos\theta_1 & -1 \\ n_1 \cos\theta_1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{2n_1 \cos\theta_1},$$

reescrevemos a equação matricial:

$$\begin{bmatrix} E_1^i \\ E_1^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \cos\theta_1 & -1 \\ n_1 \cos\theta_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -n_2 \cos\theta_2 \end{bmatrix} \frac{E_2^t}{2n_1 \cos\theta_1} = \begin{bmatrix} n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2 \\ n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2 \end{bmatrix} \frac{E_2^t}{2n_1 \cos\theta_1}$$

Podemos obter a razão entre as amplitudes dos campos refletido e incidente e entre as amplitudes dos campos transmitido e incidente. Desta forma, os coeficientes de Fresnel de reflexão e transmissão para uma onda S-polarizada, para a interface 1/2 entre dois meios semi-infinitos, são dados por:

$$R_{12}^S = r_s = \frac{E_1^r}{E_1^i} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \tag{A-32}$$

e

$$T_{12}^S = t_s = \frac{E_2^t}{E_1^i} = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{(n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2)} \tag{A-33}$$

Para incidência normal ($\theta_1 = \theta_2 = 0$), temos diretamente de (A-32) e (A-33) que:

$$r_s = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \tag{A-34}$$

$$t_s = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \tag{A-35}$$

As equações (A-32) e (A-33) podem ser reescritas utilizando a lei de Snell (A-26):

$$r_s = \frac{\operatorname{tg}\theta_2 - \operatorname{tg}\theta_1}{\operatorname{tg}\theta_2 + \operatorname{tg}\theta_1} \quad (\text{A-36})$$

e

$$t_s = \frac{2\operatorname{tg}\theta_2}{\operatorname{tg}\theta_2 + \operatorname{tg}\theta_1} \quad (\text{A-37})$$

Observando as expressões (A-34) e (A-35), podemos analisar o comportamento dos campos na reflexão e na transmissão. Na figura A.4, vemos como os campos variam com o ângulo de incidência para interface entre (a) ar/vidro e (b) vidro/ar, onde pode-se observar o ângulo crítico, a partir do qual temos reflexão interna total.

No caso da interface ar/vidro o coeficiente de reflexão é negativo para todos os valores de θ_1 . Pode-se observar isto diretamente de (A-36), pois $n_1 > n_2$ então $\theta_1 > \theta_2$ e $\operatorname{tg}\theta_1 > \operatorname{tg}\theta_2$. Na verdade, este sinal vem da escolha da direção do campo elétrico refletido. O feixe refletido sofre uma mudança de fase na reflexão em uma interface $n_1 < n_2$.

Para a interface vidro/ar observa-se um ângulo acima do qual não temos mais luz transmitida. De fato, para $\theta_1 = \theta_c$, chamado ângulo crítico, $\theta_2 = 90^\circ$. Toda luz é refletida. Para um ângulo de incidência maior que o ângulo crítico $\operatorname{sen}\theta_2 > 1$, isto é, o ângulo de transmissão é imaginário.

Para luz incidindo abaixo do ângulo crítico no caso $n_1 > n_2$ temos $\theta_1 < \theta_2$ e $\operatorname{tg}\theta_1 < \operatorname{tg}\theta_2$. De (A-36) vemos que a reflexão é positiva, isto é, a fase não muda na reflexão.

Nas duas situações a transmissão não muda de sinal. A fase da onda não muda na transmissão.

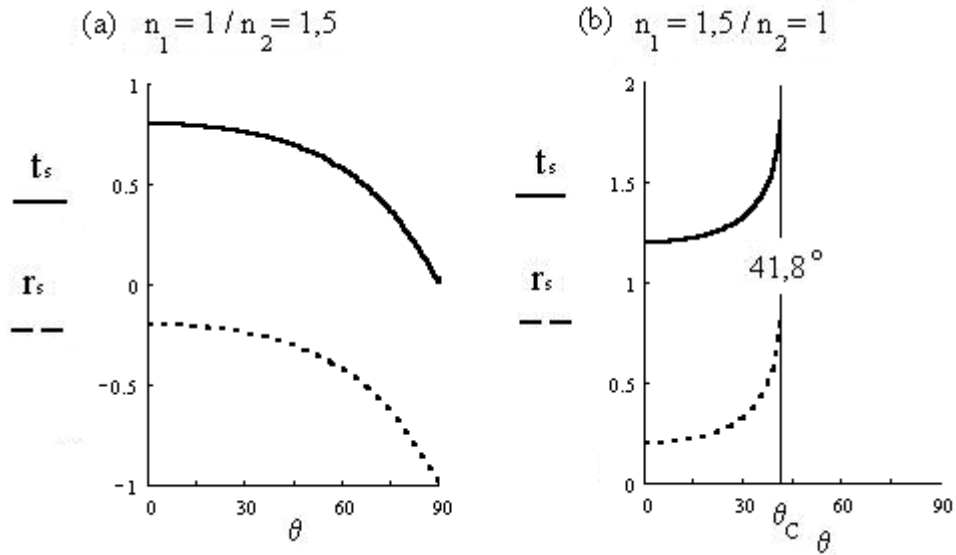


Figura A.4 - Campo refletido e transmitido para uma luz com polarização S. Interface (a) ar ($n_1 = 1$) / vidro ($n_2 = 1,5$) e (b) vidro ($n_2 = 1,5$) / ar ($n_1 = 1$).

Onda Transversal Magnética (polarização P):

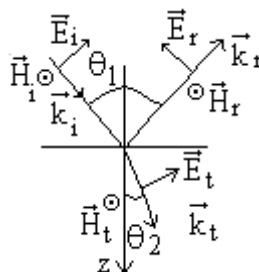


Figura A.5 - Onda Transversal Magnética.

No caso de uma onda eletromagnética cujo vetor campo magnético possua apenas uma componente transversal ao plano de incidência (onda TM - figura A.5), as equações dos campos são dados por:

$$\begin{aligned} \vec{k} &= k_x \vec{i} + k_z \vec{k} \\ \vec{H} &= H_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\} \vec{j} \\ \vec{E} &= -\frac{v^2 \mu}{\omega} \vec{k} \times \vec{H} = -\frac{c^2 \mu}{\omega n^2} \left\{ (-k_z H_y) \vec{i} + (k_x H_y) \vec{k} \right\} \\ H_0 &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 \end{aligned} \quad (\text{A-38})$$

Considerando as condições de contorno para os campos na interface, escrevemos apenas as componentes de \vec{E} e \vec{H} tangenciais à interface. Para cada meio temos:

Meio 1

Incidente:

$$\begin{aligned} \vec{k} &= k_1 \sin \theta_1 \vec{i} + k_1 \cos \theta_1 \vec{k} \\ (\vec{E}_1^i)_T &= E_1^i \frac{\cos \theta_1}{n_1} \exp\{\alpha_1 + \beta_1\} \\ (\vec{H}_1^i)_T &= E_1^i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \exp\{\alpha_1 + \beta_1\} \end{aligned}$$

Refletido:

$$\begin{aligned} \vec{k} &= k_1 \sin \theta_1 \vec{i} - k_1 \cos \theta_1 \vec{k} \\ (\vec{E}_1^r)_T &= -E_1^r \frac{\cos \theta_1}{n_1} \exp\{\alpha_1 - \beta_1\} \\ (\vec{H}_1^r)_T &= E_1^r \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \exp\{\alpha_1 - \beta_1\} \end{aligned}$$

Meio 2

Transmitido:

$$k = k_2 \sin \theta_2 \vec{i} + k_2 \cos \theta_2 \vec{k}$$

$$\vec{(E_2^t)}_T = E_2^t \frac{\cos \theta_2}{n_2} \exp\{\alpha_2 + \beta_2\}$$

$$\vec{(H_2^t)}_T = E_2^t \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \exp\{\alpha_2 + \beta_2\}$$

Utilizando as condições de contorno para os campos em cada interface

$$\text{cc: } (E^i)_T = (E^j)_T; \quad (H^i)_T = (H^j)_T \quad \forall \mathbf{x}, t \quad (\text{A-39})$$

temos:

Na interface ($z = 0$):

$$\begin{aligned} E_1^i + E_1^r &= E_2^i + E_2^r \\ E_1^i \frac{\cos \theta_1}{n_1} - E_1^r \frac{\cos \theta_1}{n_1} &= E_2^i \frac{\cos \theta_2}{n_2} - E_2^r \frac{\cos \theta_2}{n_2} \end{aligned} \quad (\text{A-40})$$

Escrevendo em notação matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_1}{n_1} & -\frac{\cos \theta_1}{n_1} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1^i \\ E_1^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_2}{n_2} \\ 1 \end{bmatrix} E_2^t$$

Sabendo que:

$$\begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_1}{n_1} & -\frac{\cos \theta_1}{n_1} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\cos \theta_1}{n_1} \\ -1 & \frac{\cos \theta_1}{n_1} \end{bmatrix} \frac{n_1}{2 \cos \theta_1},$$

podemos escrever a equação na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} E_1^i \\ E_1^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\cos \theta_1}{n_1} \\ -1 & \frac{\cos \theta_1}{n_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_2}{n_2} \\ 1 \end{bmatrix} \frac{E_2^t n_1}{2 \cos \theta_1}$$

Novamente, a razão entre as amplitudes dos campos refletido e incidente e entre as amplitudes dos campos transmitido e incidente no dá os coeficientes de Fresnel de reflexão e transmissão para uma onda p-polarizada, para a interface 1/2 entre dois meios semi-infinitos:

$$R_{12}^p = r_p = \frac{E_1^r}{E_1^i} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad (\text{A-41})$$

e

$$T_{12}^p = r_p = \frac{E_2^t}{E_1^i} = \frac{2n_2 \cos \theta_1}{(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)} \quad (\text{A-42})$$

As equações (A-32), (A-33), (A-41) e (A-42) são conhecidas como coeficientes de Fresnel para as polarizações S e P. São fórmulas gerais e aplicáveis a quaisquer dois meios.

As equações podem ser rescritas da forma:

$$r_p = \frac{\text{tg}(\theta_1 - \theta_2)}{\text{tg}(\theta_1 + \theta_2)} \quad (\text{A-43})$$

e

$$t_p = \frac{2 \cos \theta_1 \text{sen} \theta_2}{\text{sen}(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad (\text{A-44})$$

Na figura A.6 vemos como os campos variam com o ângulo de incidência para interface entre (a) ar/vidro e (b) vidro/ar. Observa-se novamente o ângulo crítico, θ_c , para a interface vidro/ar. Para polarização P observamos que ambas as interfaces apresentam um ângulo, chamado ângulo de Brewster, θ_B , para o qual a reflexão é nula. Isto acontece quando os feixes refletido e refratado são perpendiculares um ao outro. Neste caso, $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$ e a equação (A.33) vai a zero. O ângulo de Brewster pode ser obtido da lei de Snell (A.26) por:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\text{sen}\theta_B}{\text{sen}\left[\left(\frac{\pi}{2}\right) - \theta_B\right]} = \tan\theta_B$$

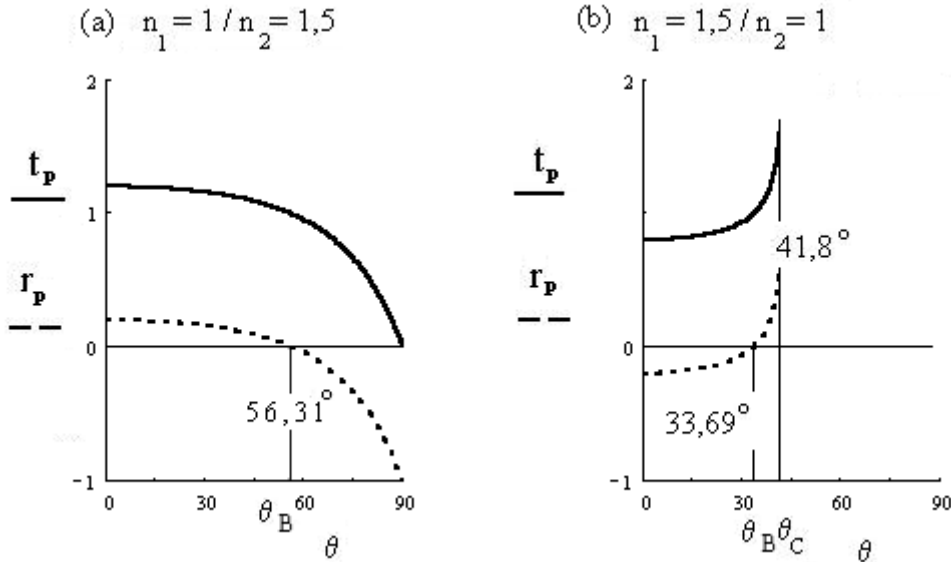


Figura A.6 - Campo refletido e transmitido para uma luz com polarização P. Interface (a) ar ($n_1 = 1$) / vidro ($n_2 = 1,5$) e (b) vidro ($n_2 = 1,5$) / ar ($n_1 = 1$).

Para incidência normal ($\theta_1 = \theta_2 = 0$), temos diretamente de (A-41) e (A-42) que:

$$r_p = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \quad (\text{A-45})$$

e

$$t_p = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \quad (\text{A-46})$$

A diferença de sinal entre (A-34) e (A-46) vem da mudança de fase na reflexão observada para onda S-polarizada para a interface $n_1 < n_2$ e pela onda P-polarizada para a interface $n_1 > n_2$ com $\theta_1 < \theta_B$.

A.8 - Mudança de fase na reflexão interna total em uma guia de onda

Um feixe de luz confinado em uma guia de onda dielétrica sofre reflexão interna total nas interfaces com os dois meios que circundam a guia.

Consideramos uma guia de índice de refração n_2 entre dois meios dielétricos de índice n_i , $i = 1$ e 3 , como podemos observar na figura A.7 (a). Para cada interface $2/i$ o coeficiente de reflexão depende do ângulo de incidência e da polarização da luz. Para cada interface, de acordo com a figura A.7 (b), os coeficientes são dados pelas equações (A.32) e (A.41):

$$r_{12}^S = \frac{n_2 \cos \theta_2 - n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_2 + n_1 \cos \theta_1}$$

$$r_{12}^P = \frac{n_1 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1}$$

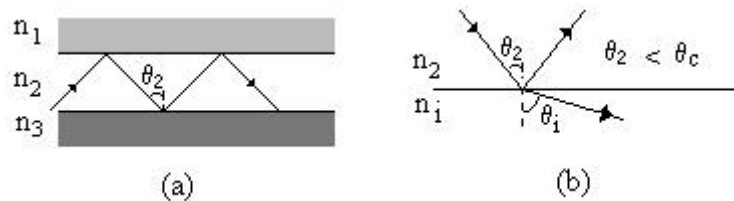


Figura A.7 – (a) Guia de onda dielétrica (b) Interface entre a guia n_2 e uma das camadas que a circunda n_i , $i = 1$ ou 3 . Neste caso o ângulo de incidência é menor que o ângulo crítico para esta interface, resultando em um feixe transmitido.

No caso em que o ângulo de incidência for maior que o ângulo crítico para a interface, a luz é totalmente refletida, e teremos

$$|r| = 1 \quad (\text{A-47})$$

O coeficiente possui um valor complexo e um deslocamento de fase é imposto para a luz refletida. Podemos escrever o coeficiente da forma:

$$r = \exp(-2i\phi) \quad (\text{A-48})$$

Sendo ϕ o deslocamento de fase, que deve ser calculado para cada polarização.

Em reflexão interna total temos:

$$\text{se } \theta_2 \geq \theta_c \Rightarrow n_2 \sin \theta_2 \geq n_1$$

Para cada polarização, considerando a lei de Snell e algumas propriedades trigonométricas, podemos escrever os produtos e os coeficientes de Fresnel

(polarização P)	(polarização S)
$n_2 \cos \theta_i = i \frac{n_2}{n_i} \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}$	$n_i \cos \theta_i = i \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}$
$r_{i2}^P = \frac{n_i^2 \cos \theta_2 - i n_2 \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}}{n_i^2 \cos \theta_2 + i n_2 \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}}$	$r_{i2}^S = \frac{n_2 \cos \theta_2 - i \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}}{n_2 \cos \theta_2 + i \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}} \quad (\text{A-49})$
$= \frac{a - ib}{a + ib}$	$= \frac{a - ib}{a + ib}$
$a = n_i^2 \cos \theta_2$	$a = n_2 \cos \theta_2$
$b = n_2 \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}$	$b = \sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}$

Para ambas as polarizações temos que:

$$R = \frac{a - ib}{a + ib} = \left[\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)^2 - \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)^2 \right] - 2i \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \quad (\text{A-50})$$

Fazendo

$$\sin \phi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{e} \quad \cos \phi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (\text{A-51})$$

Reescrevemos (A.50) da forma:

$$r = e^{-2i\phi} \quad (\text{A-52})$$

O ângulo ϕ é a mudança de fase na reflexão interna total para cada interface e

pode ser obtido através de (A.51):

$$\text{tg} \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{b}{a} \quad (\text{A-53})$$

Temos então para cada polarização [W79]:

(polarização P)	(polarização S)
$\text{tg} \phi_{2i}^P = \frac{n_2}{n_i} \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}}{n_2 \cos \theta_2}$	$\text{tg} \phi_{2i}^S = \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \theta_2 - n_i^2}}{n_2 \cos \theta_2} \quad (\text{A-54})$

Na figura A.8 mostramos o comportamento da diferença de fase obtida pela equação A-54 na reflexão na interface n_i / n_j , em função do ângulo de incidência θ_i . São considerados diversos valores para a razão n_i/n_j e são mostrados os resultados para as duas polarizações. Para a polarização P mostramos apenas a diferença de fase após o ângulo crítico para as interfaces consideradas.

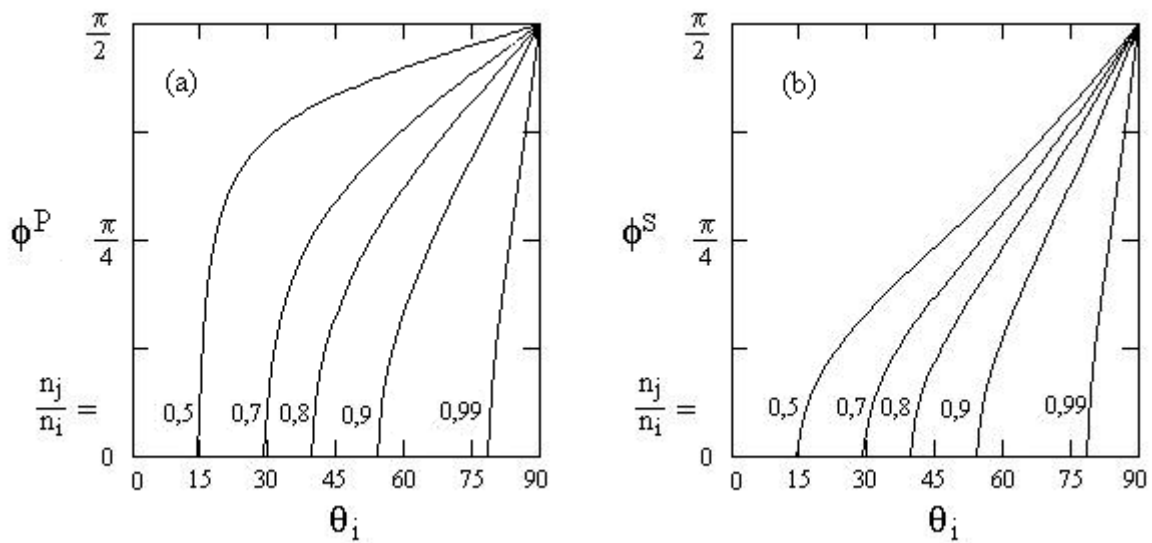


Figura A.8 – Diferença de fase na reflexão de uma onda incidindo na interface n_i / n_j em função do ângulo de incidência, para diversos valores para a razão , considerando ondas (a) P polarizadas (mostrando a fase para ângulo de incidência θ_i maior que o ângulo crítico para esta interface) e (b) S polarizadas.

Apêndice B - Coeficiente de reflexão para um sistema de N camadas e vetor de Poynting nos respectivos meios

Consideramos como exemplo para obtermos o coeficiente de reflexão de um sistema de N camadas, $N = 5$. A primeira e a última camada são consideradas camadas semi-infinitas. As demais possuem espessura d_2 , d_3 e d_4 . Chamamos de θ_1 , θ_2 , θ_3 e θ_4 os ângulos de incidência nas interfaces 1/2, 2/3, 3/4 e 4/5, respectivamente e θ_5 o ângulo de refração no último meio [SBY91, TS89, WS88; AB80, KS77, 78a, 78b].

Para o nosso caso, onde estamos interessados nas montagens tipo Otto ou Kretschmann, a primeira camada corresponde ao prisma. Embora trabalhemos em regime de reflexão interna total, sendo os ângulos θ_2 , θ_3 , θ_4 e θ_5 imaginários, a fórmula continua válida, sendo estes ângulos determinados pela lei de Snell a partir do ângulo de incidência na primeira interface.

B.1 - Polarização P. Exemplo de cálculo para 5 camadas

No caso de um feixe de luz P polarizado, as equações dos campos são dadas por (figura B.1):

$$\vec{k} = k_x \vec{i} + k_z \vec{k} \quad \vec{H} = H_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\} \vec{j}$$

$$\vec{E} = -\frac{v^2 \mu}{\omega} \vec{k} \times \vec{H} = -\frac{E'_0}{n^2} \{(-k_z H_y) \vec{i} + (k_x H_y) \vec{k}\} \quad E'_0 = \frac{c^2 \mu}{\omega}; \quad E_0 = E'_0 H_0 \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (\text{B-1})$$

$$H_0 = \frac{1}{\mu c} E_0$$

E, por simplicidade, adotamos a notação:

$$\exp\{i(k_i \sin \theta_i x \pm k_i \cos \theta_i z - \omega t)\} \equiv \exp\{\alpha_i \pm \beta_i\} \quad (\text{B-2})$$

$$\alpha_i = i(k_i \sin \theta_i x - \omega t) \quad \text{e} \quad \beta_i = i(k_i \cos \theta_i z)$$

As condições de contorno para os campos eletromagnéticos na interface

entre dois meios onde não existam cargas ou correntes externas são que as componentes de \vec{E} e \vec{H} tangenciais e de \vec{D} e \vec{B} normais à interface, sejam contínuas. Escrevendo apenas as componentes de \vec{E} e \vec{H} tangenciais à interface, para cada meio temos:

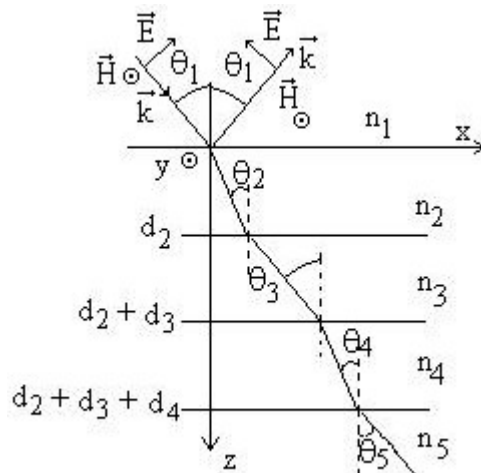


Figura B.1- Diagrama esquemático do sistema de 5 camadas, indicando as componentes dos campos, o vetor de onda e os ângulos nas camadas.

Meio j:

Incidente:

$$\mathbf{k} = k_j \sin \theta_j \hat{i} + k_j \cos \theta_j \hat{k}$$

$$\left(E_j^i\right)_T = E_j^i \frac{\cos \theta_j}{n_j} \exp\{\alpha_j + \beta_j\}$$

$$\left(H_j^i\right)_T = E_j^i \frac{1}{\mu c} \exp\{\alpha_j + \beta_j\}$$

Refletido:

$$\mathbf{k} = k_i \sin \theta_i \hat{i} - k_i \cos \theta_i \hat{k}$$

$$\left(E_j^r\right)_T = -E_j^r \frac{\cos \theta_j}{n_j} \exp\{\alpha_j - \beta_j\}$$

$$\left(H_j^r\right)_T = E_j^r \frac{1}{\mu c} \exp\{\alpha_j - \beta_j\}$$

(B-3)

com

$$E_1^i = E_1^r = 1$$

$$E_N^r = 0$$

Utilizando as condições de contorno para os campos em cada interface

$$\text{cc: } \left(E^i\right)_T = \left(E^j\right)_T; \quad \left(H^i\right)_T = \left(H^j\right)_T \quad \forall x, t \quad (\text{B-4})$$

e utilizando como notação:

$$X_{ij} = ik_i \cos(\theta_i) d_j \quad (\text{B-5})$$

Tomando

$$\alpha_i = i(k_i \sin(\theta_i) x - \omega t) \rightarrow 0; \forall x, t \quad (\text{B-6})$$

temos:

- Interface 1/2: $z=0$

$$\frac{\cos \theta_1}{n_1} - r \frac{\cos \theta_1}{n_1} = E_2^i \frac{\cos \theta_2}{n_2} - E_2^r \frac{\cos \theta_2}{n_2} \quad (\text{B-7})$$

$$1 + r = E_2^i + E_2^r$$

- Interface 2/3: $z=d_2$

$$E_2^i \frac{\cos \theta_2}{n_2} e^{X_{22}} - E_2^r \frac{\cos \theta_2}{n_2} e^{-X_{22}} = E_3^i \frac{\cos \theta_3}{n_3} e^{X_{32}} - E_3^r \frac{\cos \theta_3}{n_3} e^{-X_{32}} \quad (\text{B-8})$$

$$E_2^i e^{X_{22}} + E_2^r e^{-X_{22}} = E_3^i e^{X_{32}} + E_3^r e^{-X_{32}}$$

- Interface 3/4: $z=d_2+ d_3$

$$E_3^i \frac{\cos\theta_3}{n_3} e^{X_{32}+X_{33}} - E_3^r \frac{\cos\theta_3}{n_3} e^{-X_{32}-X_{33}} = E_4^i \frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{X_{42}+X_{43}} - E_4^r \frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{-X_{42}-X_{43}} \quad (B-9)$$

$$E_3^i e^{X_{32}+X_{33}} + E_3^r e^{-X_{32}-X_{33}} = E_4^i e^{X_{42}+X_{43}} + E_4^r e^{-X_{42}-X_{43}}$$

- Interface 4/5: $z=d_2+ d_3 + d_4$

$$E_4^i \frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} - E_4^r \frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} = E_5^i \frac{\cos\theta_5}{n_5} e^{X_{52}+X_{53}+X_{54}} \quad (B-10)$$

$$E_4^i e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} + E_4^r e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} = E_5^i e^{X_{52}+X_{53}+X_{54}}$$

Escrevendo em notação matricial:

- Interface 1/2:

$$\begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_1}{n_1} & -\frac{\cos\theta_1}{n_1} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_2}{n_2} & -\frac{\cos\theta_2}{n_2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2^i \\ E_2^r \end{bmatrix} \quad (B-11)$$

- Interface i/j:

$$\begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_i}{n_i} e^{\sum_{k=2}^i X_{ik}} & -\frac{\cos\theta_i}{n_i} e^{-\sum_{k=2}^i X_{ik}} \\ \sum_{k=2}^i X_{ik} & -\sum_{k=2}^i X_{ik} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i^i \\ E_i^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_j}{n_j} e^{\sum_{k=2}^i X_{jk}} & -\frac{\cos\theta_j}{n_j} e^{-\sum_{k=2}^i X_{jk}} \\ \sum_{k=2}^i X_{jk} & -\sum_{k=2}^i X_{jk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j^i \\ E_j^r \end{bmatrix} \quad (B-12)$$

com $E_N^r = 0$

Sabendo que:

$$\begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_i}{n_i} e^\gamma & -\frac{\cos\theta_i}{n_i} e^{-\gamma} \\ e^\gamma & e^{-\gamma} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} e^{-\gamma} & \frac{\cos\theta_i}{n_i} e^{-\gamma} \\ -e^\gamma & \frac{\cos\theta_i}{n_i} e^\gamma \end{bmatrix} \frac{n_i}{2 \cos\theta_i} \quad (B-13)$$

Podemos escrever as equações na seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\cos\theta_1}{n_1} \\ -1 & \frac{\cos\theta_1}{n_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_2}{n_2} & -\frac{\cos\theta_2}{n_2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2^i \\ E_2^r \end{bmatrix} \frac{n_1}{2\cos\theta_1} \\ \\ \begin{bmatrix} E_2^i \\ E_2^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-X_{22}} & \frac{\cos\theta_2}{n_2} e^{-X_{22}} \\ -e^{X_{22}} & \frac{\cos\theta_2}{n_2} e^{X_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_3}{n_3} e^{X_{32}} & -\frac{\cos\theta_3}{n_3} e^{-X_{32}} \\ e^{X_{32}} & e^{-X_{32}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3^i \\ E_3^r \end{bmatrix} \frac{n_2}{2\cos\theta_2} \end{array} \right. \quad (\text{B-14})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} E_3^i \\ E_3^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-X_{32}-X_{33}} & \frac{\cos\theta_3}{n_3} e^{-X_{32}-X_{33}} \\ -e^{X_{32}+X_{33}} & \frac{\cos\theta_3}{n_3} e^{X_{32}+X_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{X_{42}+X_{43}} & -\frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{-X_{42}-X_{43}} \\ e^{X_{42}+X_{43}} & e^{-X_{42}-X_{43}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_4^i \\ E_4^r \end{bmatrix} \frac{n_3}{2\cos\theta_3} \\ \\ \begin{bmatrix} E_4^i \\ E_4^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} & \frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} \\ -e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} & \frac{\cos\theta_4}{n_4} e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_5 / n_5 \\ 1 \end{bmatrix} n_4 \frac{e^{X_{52}+X_{53}+X_{54}} E_5^i}{2\cos\theta_4} \end{array} \right.$$

Para o segundo conjunto de equações, fazendo:

$$D = n_4 \frac{e^{X_{52}+X_{53}+X_{54}} E_5^i}{2\cos\theta_4} \quad e \quad D' = \frac{n_3}{2\cos\theta_3} \quad (\text{B-15})$$

$$\begin{bmatrix} E_4^i \\ E_4^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\cos\theta_4}{n_4} + \frac{\cos\theta_5}{n_5} \right) e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} \\ \left(\frac{\cos\theta_4}{n_4} - \frac{\cos\theta_5}{n_5} \right) e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} \end{bmatrix} D \quad (\text{B-16})$$

$$\begin{bmatrix} E_4^i \\ E_4^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (n_5 \cos\theta_4 + n_4 \cos\theta_5) e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} \\ (n_5 \cos\theta_4 - n_4 \cos\theta_5) e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} \end{bmatrix} \frac{D}{n_4 n_5} \quad (\text{B-17})$$

Simplificamos, dividindo pelo seguinte termo em parênteses.

$$\div (n_5 \cos\theta_4 + n_4 \cos\theta_5) \quad (\text{B-18})$$

Para facilitar a notação, omitimos o sub-índice p para os coeficientes de

Fresnel R_{ij}^p durante o desenvolvimento. Utilizando o coeficiente de Fresnel R_{54} para a reflexão na interface 4/5:

$$R_{54} = \frac{n_5 \cos\theta_4 - n_4 \cos\theta_5}{n_5 \cos\theta_4 + n_4 \cos\theta_5} \quad (\text{B-19})$$

Para a última interface, por questão de notação, definimos um outro coeficiente $C_{54} = R_{54}$. A razão entre as amplitudes no meio 4 fica:

$$\frac{E_4^r}{E_4^i} = R_{54} e^{2X_{42} + 2X_{43} + 2X_{44}} \Rightarrow \frac{E_4^r}{E_4^i} = C_{54} e^{2X_{42} + 2X_{43} + 2X_{44}} \quad (\text{B-20})$$

$$\begin{bmatrix} E_3^i \\ E_3^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-X_{32} - X_{33}} & \frac{\cos \theta_3}{n_3} e^{-X_{32} - X_{33}} \\ -e^{X_{32} + X_{33}} & \frac{\cos \theta_3}{n_3} e^{X_{32} + X_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_4 \{E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} - E_4^r e^{-X_{42} - X_{43}}\} \\ n_4 \{E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} + E_4^r e^{-X_{42} - X_{43}}\} \end{bmatrix} D' \quad (\text{B-21})$$

Simplificamos a segunda matriz:

$$\div E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} \quad \text{lembrando que} \quad \frac{E_4^r}{E_4^i} e^{-2X_{42} - 2X_{43}} = C_{54} e^{2X_{44}} \quad (\text{B-22})$$

$$D'' = D' E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} \quad (\text{B-23})$$

$$\begin{bmatrix} E_3^i \\ E_3^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ (n_4 \cos \theta_3 + n_3 \cos \theta_4) + (n_4 \cos \theta_3 - n_3 \cos \theta_4) C_{54} e^{2X_{44}} \right\} e^{-X_{32} - X_{33}} \\ \left\{ (n_4 \cos \theta_3 - n_3 \cos \theta_4) + (n_4 \cos \theta_3 + n_3 \cos \theta_4) C_{54} e^{2X_{44}} \right\} e^{X_{32} + X_{33}} \end{bmatrix} \frac{D''}{n_3 n_4} \quad (\text{B-24})$$

Novamente simplificando, utilizando o coeficiente de Fresnel R_{43} para a reflexão na interface 3/4:

$$\div (n_4 \cos \theta_3 + n_3 \cos \theta_4) \quad \therefore \quad R_{43} = \frac{n_4 \cos \theta_3 - n_3 \cos \theta_4}{n_4 \cos \theta_3 + n_3 \cos \theta_4} \quad (\text{B-25})$$

Obtemos a razão entre as amplitudes na interface 3/4:

$$\frac{E_3^r}{E_3^i} = \frac{R_{43} + C_{54} e^{2X_{44}}}{1 + R_{43} C_{54} e^{2X_{44}}} e^{2X_{32} + 2X_{33}} \quad \text{com} \quad C_{43} = \frac{R_{43} + C_{54} e^{2X_{44}}}{1 + R_{43} C_{54} e^{2X_{44}}} \quad (\text{B-26})$$

$$\frac{E_3^r}{E_3^i} = C_{43} e^{2X_{32} + 2X_{33}} \quad (\text{B-27})$$

Levando este resultado para o próximo conjunto de equações, fazendo:

$$D''' = \frac{n_2}{2 \cos \theta_2} : \quad (\text{B-28})$$

$$\begin{bmatrix} E_2^i \\ E_2^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-X_{22}} & \frac{\cos \theta_2}{n_2} e^{-X_{22}} \\ -e^{X_{22}} & \frac{\cos \theta_2}{n_2} e^{X_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_3 \left(E_3^i e^{X_{32}} - E_3^r e^{-X_{32}} \right) \\ n_3 \left(E_3^i e^{X_{32}} + E_3^r e^{-X_{32}} \right) \end{bmatrix} D''' \quad (\text{B-29})$$

Simplificando:

$$\div E_3^i e^{X_{32}} ; D' v = D''' E_3^i e^{X_{32}} \quad \text{e lembrando que:} \quad (\text{B-30})$$

$$\frac{E_3^r}{E_3^i} e^{-2X_{32}} = C_{43} e^{2X_{33}} \quad (\text{B-31})$$

$$\begin{bmatrix} E_2^i \\ E_2^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ (n_3 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_3) + (n_3 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_3) C_{43} e^{2X_{33}} \right\} e^{-X_{22}} \\ \left\{ (n_3 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_3) + (n_3 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_3) C_{43} e^{2X_{33}} \right\} e^{X_{22}} \end{bmatrix} \frac{D^v}{n_2 n_3} \quad (\text{B-32})$$

Novamente, utilizando o coeficiente de Fresnel R_{32} para a reflexão na interface 2/3:

$$\div (n_3 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_3) \quad \therefore \quad R_{32} = \frac{n_3 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_3}{n_3 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_3} \quad (\text{B-33})$$

obtemos a razão entre as amplitudes na interface 2/3:

$$\frac{E_2^r}{E_2^i} = \frac{R_{32} + C_{43} e^{2X_{33}}}{1 + R_{32} C_{43} e^{2X_{33}}} e^{2X_{22}} \quad \text{com} \quad C_{32} = \frac{R_{32} + C_{43} e^{2X_{33}}}{1 + R_{32} C_{43} e^{2X_{33}}} \quad (\text{B-34})$$

$$\frac{E_2^r}{E_2^i} = C_{32} e^{2X_{22}} \quad (\text{B-35})$$

Levando este resultado para a última equação, fazendo:

$$D^v = \frac{n_1}{2 \cos \theta_1} \quad (\text{B-36})$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\cos \theta_1}{n_1} \\ -1 & \frac{\cos \theta_1}{n_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta_2}{n_2} (E_2^i - E_2^r) \\ (E_2^i + E_2^r) \end{bmatrix} D^v \quad (\text{B-37})$$

Simplificando:

$$\div E_2^i \quad ; \quad \frac{E_2^r}{E_2^i} = C_{32} e^{2X_{22}} \quad \text{e} \quad D^v = D^v E_2^i \quad (\text{B-38})$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_2 \cos \theta_1 \left(1 + C_{32} e^{2X_{22}} \right) + n_1 \cos \theta_2 \left(1 - C_{32} e^{2X_{22}} \right) \\ n_2 \cos \theta_1 \left(1 + C_{32} e^{2X_{22}} \right) - n_1 \cos \theta_2 \left(1 - C_{32} e^{2X_{22}} \right) \end{bmatrix} \frac{D^v}{n_1 n_2} \quad (\text{B-39})$$

A razão entre as amplitudes para a interface 1/2 é dada por:

$$r = \frac{(n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2) + (n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2) C_{32} e^{2X_{22}}}{(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2) + (n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2) C_{32} e^{2X_{22}}} \quad (\text{B-40})$$

Que, simplificando e escrevendo utilizando o coeficiente de Fresnel R_{21} para

a reflexão na interface 1/2:

$$\div (n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2) \quad \therefore \quad R_{21} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad (\text{B-41})$$

$$r = \frac{R_{21} + C_{32}e^{2X_{22}}}{1 + R_{21}C_{32}e^{2X_{22}}} \quad \text{com} \quad C_{21} = \frac{R_{21} + C_{32}e^{2X_{22}}}{1 + R_{21}C_{32}e^{2X_{22}}} \quad (\text{B-42})$$

$$r = C_{21}$$

Observa-se que a amplitude de reflexão r para a interface 1/2 é dada em termos dos coeficientes C_{ij} e dos coeficientes de Fresnel para cada interface. Podemos escrever:

$$r = C_{21} \quad (\text{B-43})$$

$$C_{ij} = \frac{R_{ij} + C_{i+1,j+1}e^{2X_{ii}}}{1 + R_{ij}C_{i+1,j+1}e^{2X_{ii}}} \quad \text{com} \quad C_{N,N-1} = R_{N,N-1}$$

$$R_{ij} = \frac{n_i \cos \theta_j - n_j \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_j + n_j \cos \theta_i} \quad (\text{polarização P}) \quad (\text{B-44})$$

$$i = 2 \rightarrow N - 1$$

$$j = 1 \rightarrow i - 1 \quad (j = i - 1)$$

$N=5$

$$X_{ij} = i k_i \cos \theta_i d_j$$

Obtivemos este resultado considerando a polarização P. Refaremos os cálculos para a polarização S. O resultado é bastante semelhante, utilizando os coeficientes de Fresnel para a polarização S.

B.2 - Polarização S. Exemplo de cálculo para 5 camadas

No caso de um feixe de luz S polarizado, as equações dos campos são dadas por (ver figura B.2):

$$\begin{aligned} \vec{k} &= k_x \hat{i} + k_z \hat{k} \\ \vec{E} &= E_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\} \hat{j} \\ \vec{H} &= \frac{1}{\omega \mu} \vec{k} \times \vec{E} = \frac{1}{\omega \mu} \{(-k_z E_y) \hat{i} + (k_x E_y) \hat{k}\} \\ H_0 &= \frac{1}{\mu c} E_0 \end{aligned} \quad (\text{B-45})$$

Escrevendo apenas as componentes tangencial de \vec{E} e de \vec{H} , obtemos:

Meio j :

Incidente:

$$\vec{k} = k_j \sin \theta_j \hat{i} + k_j \cos \theta_j \hat{k}$$

$$\left(\vec{E}_j^i \right)_T = E_j^i \exp\{\alpha_j + \beta_j\}$$

$$\left(\vec{H}_j^i \right)_T = \frac{-E_j^i}{\mu c} n_j \cos \theta_j \exp\{\alpha_j + \beta_j\}$$

Refletido:

$$\vec{k} = k_j \sin \theta_j \hat{i} - k_j \cos \theta_j \hat{k}$$

$$\left(\vec{E}_j^r \right)_T = E_j^r \exp\{\alpha_j - \beta_j\}$$

$$\left(\vec{H}_j^r \right)_T = \frac{E_j^r}{\mu c} n_j \cos \theta_j \exp\{\alpha_j - \beta_j\}$$

(B-46)

com

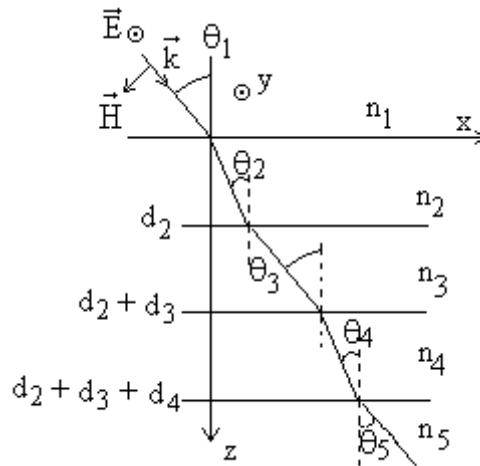


Figura B.2 - Representação das camadas e dos campos para a polarização S

$$E_1^i = E_1^r = 1$$

$$E_N^r = 0$$

Utilizando as condições de contorno para os campos:

$$\text{cc: } (E^i)_T = (E^j)_T; (H^i)_T = (H^j)_T; \quad \forall \mathbf{x}, t \quad (\text{B-47})$$

temos:

- Interface 1/2: $z=0$

$$\begin{aligned} 1 + r &= E_2^i + E_2^r \\ -\frac{1}{c\mu} n_1 \cos\theta_1 + r \frac{1}{c\mu} n_1 \cos\theta_1 &= -E_2^i \frac{1}{c\mu} n_2 \cos\theta_2 + E_2^r \frac{1}{c\mu} n_2 \cos\theta_2 \end{aligned} \quad (\text{B-48})$$

- Interface 2/3: $z=d_2$

$$\begin{aligned} E_2^i e^{X_{22}} + E_2^r e^{-X_{22}} &= E_3^i e^{X_{32}} + E_3^r e^{-X_{32}} \\ -E_2^i \frac{1}{c\mu} n_2 \cos\theta_2 e^{X_{22}} + E_2^r \frac{1}{c\mu} n_2 \cos\theta_2 e^{-X_{22}} &= -E_3^i \frac{1}{c\mu} n_3 \cos\theta_3 e^{X_{32}} + E_3^r \frac{1}{c\mu} n_3 \cos\theta_3 e^{-X_{32}} \end{aligned} \quad (\text{B-49})$$

- Interface 3/4: $z=d_2 + d_3$

$$\begin{aligned} E_3^i e^{X_{32} + X_{33}} + E_3^r e^{-X_{32} - X_{33}} &= E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} + E_4^r e^{-X_{42} - X_{43}} \\ -E_3^i \frac{1}{c\mu} n_3 \cos\theta_3 e^{X_{32} + X_{33}} + E_3^r \frac{1}{c\mu} n_3 \cos\theta_3 e^{-X_{32} - X_{33}} &= \\ &= -E_4^i \frac{1}{c\mu} n_4 \cos\theta_4 e^{X_{42} + X_{43}} + E_4^r \frac{1}{c\mu} n_4 \cos\theta_4 e^{-X_{42} - X_{43}} \end{aligned} \quad (\text{B-50})$$

- Interface 4/5: $z=d_2 + d_3 + d_4$

$$\begin{aligned} E_4^i e^{X_{42} + X_{43} + X_{44}} + E_4^r e^{-X_{42} - X_{43} - X_{44}} &= E_5^i e^{X_{52} + X_{53} + X_{54}} \\ -E_4^i \frac{1}{c\mu} n_4 \cos\theta_4 e^{X_{42} + X_{43} + X_{44}} + E_4^r \frac{1}{c\mu} n_4 \cos\theta_4 e^{-X_{42} - X_{43} - X_{44}} &= \\ &= -E_5^i \frac{1}{c\mu} n_5 \cos\theta_5 e^{X_{52} + X_{53} + X_{54}} \end{aligned} \quad (\text{B-51})$$

Podemos escrever as equações na seguinte forma:

- Interface 1/2

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ -n_1 \cos \theta_1 & n_1 \cos \theta_1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ -n_2 \cos \theta_2 & n_2 \cos \theta_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_2^i \\ E_2^r \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cc} e^{X_{22}} & e^{-X_{22}} \\ -n_2 \cos \theta_2 e^{X_{22}} & n_2 \cos \theta_2 e^{-X_{22}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_2^i \\ E_2^r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} e^{X_{32}} & e^{-X_{32}} \\ -n_3 \cos \theta_3 e^{X_{32}} & n_3 \cos \theta_3 e^{-X_{32}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_3^i \\ E_3^r \end{array} \right] \end{array} \right. \quad (\text{B-52})$$

- Interface i/j

$$\left[\begin{array}{cc} e^{\sum_{k=2}^i X_{ik}} & e^{-\sum_{k=2}^i X_{ik}} \\ -n_i \cos \theta_i e^{\sum_{k=2}^i X_{ik}} & n_i \cos \theta_i e^{-\sum_{k=2}^i X_{ik}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_i^i \\ E_i^r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} e^{\sum_{k=2}^i X_{jk}} & e^{-\sum_{k=2}^i X_{jk}} \\ -n_j \cos \theta_j e^{\sum_{k=2}^i X_{jk}} & n_j \cos \theta_j e^{-\sum_{k=2}^i X_{jk}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_j^i \\ E_j^r \end{array} \right]$$

Sabendo que:

$$\left[\begin{array}{cc} e^\gamma & e^{-\gamma} \\ -n_j \cos \theta_j e^\gamma & n_j \cos \theta_j e^{-\gamma} \end{array} \right]^{-1} = \left[\begin{array}{cc} n_j \cos \theta_j e^{-\gamma} & -e^{-\gamma} \\ n_j \cos \theta_j e^\gamma & e^\gamma \end{array} \right] \frac{1}{2n_j \cos \theta_j} \quad (\text{B-53})$$

Escrevendo as equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{c} 1 \\ r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} n_1 \cos \theta_1 & -1 \\ n_1 \cos \theta_1 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ -n_2 \cos \theta_2 & n_2 \cos \theta_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_2^i \\ E_2^r \end{array} \right] \frac{1}{2n_1 \cos \theta_1} \\ \left[\begin{array}{c} E_2^i \\ E_2^r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} n_2 \cos \theta_2 e^{-X_{22}} & -e^{-X_{22}} \\ n_2 \cos \theta_2 e^{X_{22}} & e^{X_{22}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} e^{X_{32}} & e^{-X_{32}} \\ -n_3 \cos \theta_3 e^{X_{32}} & n_3 \cos \theta_3 e^{-X_{32}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_3^i \\ E_3^r \end{array} \right] \frac{1}{2n_2 \cos \theta_2} \end{array} \right. \quad (\text{B-54})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{c} E_3^i \\ E_3^r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} n_3 \cos \theta_3 e^{-X_{32}-X_{33}} & -e^{-X_{32}-X_{33}} \\ n_3 \cos \theta_3 e^{X_{32}+X_{33}} & e^{X_{32}+X_{33}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} e^{X_{42}+X_{43}} & e^{-X_{42}-X_{43}} \\ -n_4 \cos \theta_4 e^{X_{42}+X_{43}} & n_4 \cos \theta_4 e^{-X_{42}-X_{43}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} E_4^i \\ E_4^r \end{array} \right] \frac{1}{2n_3 \cos \theta_3} \\ \left[\begin{array}{c} E_4^i \\ E_4^r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} n_4 \cos \theta_4 e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} & -e^{-X_{42}-X_{43}-X_{44}} \\ n_4 \cos \theta_4 e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} & e^{X_{42}+X_{43}+X_{44}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ -n_5 \cos \theta_5 \end{array} \right] \frac{E_5^i e^{X_{52}+X_{53}+X_{54}}}{2n_4 \cos \theta_4} \end{array} \right.$$

Para o segundo conjunto de equações, fazendo

$$D = \frac{E_5^i e^{X_{52}+X_{53}+X_{54}}}{2n_4 \cos \theta_4} \quad \text{e} \quad D' = \frac{1}{2n_3 \cos \theta_3} : \quad (\text{B-55})$$

$$\begin{bmatrix} E_4^i \\ E_4^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (n_4 \cos \theta_4 + n_5 \cos \theta_5) e^{-X_{42} - X_{43} - X_{44}} \\ (n_4 \cos \theta_4 - n_5 \cos \theta_5) e^{X_{42} + X_{43} + X_{44}} \end{bmatrix} D \quad (B-56)$$

Simplificamos, dividindo pelo termo em parênteses e escrevemos utilizando o coeficiente de Fresnel R_{54} para a reflexão na interface 4/5 (nesta sessão, os coeficientes de Fresnel R_{ij} são os coeficientes devido à polarização S):

$$\div (n_4 \cos \theta_4 + n_5 \cos \theta_5) \quad \therefore \quad R_{54} = \frac{n_4 \cos \theta_4 - n_5 \cos \theta_5}{n_4 \cos \theta_4 + n_5 \cos \theta_5} \quad (B-57)$$

Para a última interface, a exemplo dos cálculos anteriores, definimos um outro coeficiente $C_{54} = R_{54}$. A razão entre as amplitudes no meio 4 fica:

$$\frac{E_4^r}{E_4^i} = R_{54} e^{2X_{42} + 2X_{43} + 2X_{44}} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_4^r}{E_4^i} = C_{54} e^{2X_{42} + 2X_{43} + 2X_{44}} \quad (B-58)$$

$$\begin{bmatrix} E_3^i \\ E_3^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ n_3 \cos \theta_3 \left[E_4^r e^{-X_{42} - X_{43}} + E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} \right] - n_4 \cos \theta_4 \left[E_4^r e^{-X_{42} - X_{43}} - E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} \right] \right\} e^{-X_{32} - X_{33}} \\ \left\{ n_3 \cos \theta_3 \left[E_4^r e^{-X_{42} - X_{43}} + E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} \right] + n_4 \cos \theta_4 \left[E_4^r e^{-X_{42} - X_{43}} - E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} \right] \right\} e^{X_{32} + X_{33}} \end{bmatrix} D' \quad (B-59)$$

Simplificamos :

$$\div E_4^i e^{X_{42} + X_{43}} \quad (B-60)$$

Fazendo $D'' = D' E_4^i e^{X_{42} + X_{43}}$ e lembrando que

$$\frac{E_4^r}{E_4^i} e^{-2X_{42} - 2X_{43}} = C_{54} e^{2X_{44}} \quad (B-61)$$

$$\begin{bmatrix} E_3^i \\ E_3^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ n_3 \cos \theta_3 \left[C_{54} e^{2X_{44}} + 1 \right] - n_4 \cos \theta_4 \left[C_{54} e^{2X_{44}} - 1 \right] \right\} e^{-X_{32} - X_{33}} \\ \left\{ n_3 \cos \theta_3 \left[C_{54} e^{2X_{44}} + 1 \right] + n_4 \cos \theta_4 \left[C_{54} e^{2X_{44}} - 1 \right] \right\} e^{X_{32} + X_{33}} \end{bmatrix} D'' \quad (B-62)$$

$$\frac{E_3^r}{E_3^i} = \frac{(n_3 \cos \theta_3 - n_4 \cos \theta_4) + (n_3 \cos \theta_3 + n_4 \cos \theta_4) C_{54} e^{2X_{44}}}{(n_3 \cos \theta_3 + n_4 \cos \theta_4) + (n_3 \cos \theta_3 - n_4 \cos \theta_4) C_{54} e^{2X_{44}}} e^{2X_{32} + 2X_{33}} \quad (B-63)$$

Novamente simplificando, e escrevendo utilizando o coeficiente de Fresnel

R_{43} para a reflexão na interface 3/4:

$$\div (n_3 \cos \theta_3 + n_4 \cos \theta_4) \quad \therefore \quad R_{43} = \frac{n_3 \cos \theta_3 - n_4 \cos \theta_4}{n_3 \cos \theta_3 + n_4 \cos \theta_4} \quad (B-64)$$

$$\frac{E_3^r}{E_3^i} = \frac{R_{43} + C_{54} e^{2X_{44}}}{1 + R_{43} C_{54} e^{2X_{44}}} e^{2X_{32} + 2X_{33}} = C_{43} e^{2X_{32} + 2X_{33}} \quad (B-65)$$

$$\text{com } C_{43} = \frac{R_{43} + C_{54}e^{2X_{44}}}{1 + R_{43}C_{54}e^{2X_{44}}} \quad (\text{B-66})$$

Levando este resultado para o próximo conjunto de equações, fazendo

$$D''' = \frac{1}{2n_2 \cos \theta_2} \quad (\text{B-67})$$

$$\begin{bmatrix} E_2^i \\ E_2^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_2 \cos \theta_2 e^{-X_{22}} & -e^{-X_{22}} \\ n_2 \cos \theta_2 e^{X_{22}} & e^{X_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3^r e^{-X_{32}} + E_3^i e^{X_{32}} \\ n_3 \cos \theta_3 [E_3^r e^{-X_{32}} - E_3^i e^{X_{32}}] \end{bmatrix} D''' \quad (\text{B-68})$$

Simplificando:

$$\div E_3^i e^{X_{32}} \quad (\text{B-69})$$

$$\text{Fazendo } D'^v = D''' E_4^1 e^{X_{42} + X_{43}} \text{ e lembrando que } \frac{E_3^r}{E_3^i} e^{-2X_{32}} = C_{43} e^{2X_{33}}$$

$$\begin{bmatrix} E_2^i \\ E_2^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ n_2 \cos \theta_2 [C_{43} e^{2X_{33}} + 1] - n_3 \cos \theta_3 [C_{43} e^{2X_{33}} - 1] \right\} e^{-X_{22}} \\ \left\{ n_2 \cos \theta_2 [C_{43} e^{2X_{33}} + 1] + n_3 \cos \theta_3 [C_{43} e^{2X_{33}} - 1] \right\} e^{X_{22}} \end{bmatrix} D'^v \quad (\text{B-70})$$

A razão entre as amplitudes fica:

$$\frac{E_2^r}{E_2^i} = \frac{(n_2 \cos \theta_2 - n_3 \cos \theta_3) + (n_2 \cos \theta_2 + n_3 \cos \theta_3) C_{43} e^{2X_{33}}}{(n_2 \cos \theta_2 + n_3 \cos \theta_3) + (n_2 \cos \theta_2 - n_3 \cos \theta_3) C_{43} e^{2X_{33}}} e^{2X_{22}} \quad (\text{B-71})$$

Novamente, simplificando e utilizando o coeficiente de Fresnel R_{32} para a reflexão na interface 2/3:

$$\div (n_2 \cos \theta_2 + n_3 \cos \theta_3) \quad \therefore R_{32} = \frac{n_2 \cos \theta_2 - n_3 \cos \theta_3}{n_2 \cos \theta_2 + n_3 \cos \theta_3} \quad (\text{B-72})$$

$$\frac{E_2^r}{E_2^i} = \frac{R_{32} + C_{43} e^{2X_{33}}}{1 + R_{32} C_{43} e^{2X_{33}}} e^{2X_{22}} = C_{32} e^{2X_{22}} \quad (\text{B-73})$$

$$\text{com } C_{32} = \frac{R_{32} + C_{43} e^{2X_{33}}}{1 + R_{32} C_{43} e^{2X_{33}}} \quad (\text{B-74})$$

Na equação restante, fazendo:

$$D^v = \frac{1}{2n_1 \cos \theta_1} \quad (\text{B-75})$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \cos \theta_1 & -1 \\ n_1 \cos \theta_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2^r + E_2^i \\ n_2 \cos \theta_2 (E_2^r - E_2^i) \end{bmatrix} D^v \quad (\text{B-76})$$

Simplificamos:

$$\div E_2^i$$

Fazendo $D^v = D^v E_2^i$ e lembrando que $\frac{E_2^r}{E_2^i} = C_{32} e^{2X_{22}}$ (B-77)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \cos \theta_1 (C_{32} e^{2X_{22}} + 1) - n_2 \cos \theta_2 (C_{32} e^{2X_{22}} - 1) \\ n_1 \cos \theta_1 (C_{32} e^{2X_{22}} + 1) + n_2 \cos \theta_2 (C_{32} e^{2X_{22}} - 1) \end{bmatrix} D^v, \quad (B-78)$$

Simplificando e escrevendo utilizando o coeficiente de Fresnel R_{21} para a

reflexão na interface 1/2:

$$\div (n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2) \quad \therefore \quad R_{21} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (B-79)$$

A amplitude de reflexão para a interface 1/2 é dada por:

$$r = \frac{R_{21} + C_{32} e^{2X_{22}}}{1 + R_{21} C_{32} e^{2X_{22}}} \quad \text{com} \quad C_{21} = \frac{R_{21} + C_{32} e^{2X_{22}}}{1 + R_{21} C_{32} e^{2X_{22}}} \quad (B-80)$$

$$r = C_{21}$$

Observa-se que, novamente, a amplitude de reflexão r é dada em termos dos

coeficientes C_{ij} e dos coeficientes de Fresnel para cada interface.

$$r = C_{21} \quad (B-81)$$

$$C_{ij} = \frac{R_{ij} + C_{i+1,j+1} e^{2X_{ii}}}{1 + R_{ij} C_{i+1,j+1} e^{2X_{ii}}} \quad \text{com} \quad C_{N,N-1} = R_{N,N-1}$$

$$R_{ij} = \frac{n_j \cos \theta_j - n_i \cos \theta_i}{n_j \cos \theta_j + n_i \cos \theta_i} \quad (\text{polarização S}) \quad (B-82)$$

$$i = 2 \rightarrow N - 1$$

$$j = 1 \rightarrow i - 1 \quad (j = i - 1)$$

$$N=5$$

$$X_{ij} = i k_i \cos \theta_i d_j$$

O resultado é o mesmo que o obtido para a polarização P, apenas utilizando

os coeficientes de Fresnel para a polarização S.

B.3 - Fórmula iterativa para o coeficiente de reflexão para um sistema de N camadas para as duas polarizações:

Utilizando um sistema de 5 camadas como exemplo para o cálculo, obtivemos uma fórmula iterativa para o coeficiente de reflexão, que é válida para as duas polarizações, bastando simplesmente utilizar os coeficientes de Fresnel adequados. Devido à simetria dos cálculos, estes podem ser estendidos para um sistema de N camadas. Desta forma, teremos:

$$\begin{aligned}
 C_{ij} &= \frac{R_{ij} + C_{i+1,j+1} e^{2X_{ij}}}{1 + R_{ij} C_{i+1,j+1} e^{2X_{ij}}} \text{ com } C_{N,N-1} = R_{N,N-1} \\
 r &= C_{21} \\
 i &= 2 \rightarrow N - 1 \\
 j &= 1 \rightarrow i - 1 \quad (j = i - 1) \\
 N &\text{ é o número de camadas}
 \end{aligned} \tag{B-83}$$

$$\begin{aligned}
 X_{ij} &= i k_i \cos \theta_i d_j \\
 R_{ij}^P &= \frac{\text{Polarização P} \quad n_i \cos \theta_j - n_j \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_j + n_j \cos \theta_i} \\
 R_{ij}^S &= \frac{\text{Polarização S} \quad n_j \cos \theta_j - n_i \cos \theta_i}{n_j \cos \theta_j + n_i \cos \theta_i}
 \end{aligned} \tag{B-84}$$

B.4 - Vetor de Poynting

Para obtermos a densidade de fluxo de energia do campo eletromagnético no sistema de camadas calculamos o vetor de Poynting, que é dado em termos dos campos elétrico e magnético pela relação:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \tag{B-85}$$

Para cada camada somamos os campos elétricos e magnéticos incidentes e refletidos.

$$E_j = E_j^i + E_j^r \quad \text{e} \quad H_j = H_j^i + H_j^r$$

Num sistema de N camadas,

$$E_N^r = 0 \quad \text{e} \quad H_N^r = 0$$

B.4.1 - Amplitude dos campos para polarização P. Sistema de N camadas

Utilizando as condições de contorno para as componentes de E e H tangenciais à interface em cada interface, podemos obter as relações entre as amplitudes dos campos para cada interface, seguindo o raciocínio das seções anteriores.

Para um sistema de N camadas as componentes dos campos em cada camada, em função da profundidade da camada ($d_{j,z}$), são dadas por

$$\begin{cases} E_x^j = \frac{\cos(\theta_j)}{n_j} \left\{ E_j^i \exp \left[ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] - E_j^r \exp \left[- ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] \right\} \\ E_z^j = \frac{-\sin(\theta_j)}{n_j} \left\{ E_j^i \exp \left[ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] + E_j^r \exp \left[- ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] \right\} \\ H_y^j = \frac{1}{\mu c} E_j^i \exp \left[ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] + E_j^r \exp \left[- ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] \end{cases} \quad (\text{B-88})$$

com, $j = 2, \dots, N$, $E_1^i = 1$, $E_1^r = r$, $E_N^r = 0$ e para $j=2$ $\exp\left\{ \sum (\pm X_{j,k}) \right\} = 1$.

O vetor de Poynting, para esta polarização, é obtido pelo produto:

$$\vec{S}_j = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ -\hat{i} E_z^j H_y^{j*} + \hat{k} E_x^j H_y^{j*} \right\}$$

B.4.2 - Amplitude dos campos para polarização S. Sistema de N camadas

Da mesma forma, utilizando as condições de contorno para os campos, obtemos, para um sistema de N camadas, as componentes dos campos em cada camada, em função da profundidade da camada ($d_{j,z}$):

$$\begin{cases}
E_y^j = E_j^i \exp \left[ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] + E_j^r \exp \left[- ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] \\
H_x^j = \frac{-n_j \cos(\theta_j)}{\mu c} \left\{ E_j^i \exp \left[ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] - E_j^r \exp \left[- ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] \right\} \\
H_z^j = \frac{n_j \sin(\theta_j)}{\mu c} \left\{ E_j^i \exp \left[ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] + E_j^r \exp \left[- ik_j \cos(\theta_j) \left(\sum_{k=2}^{j-1} d_k + d_{j,z} \right) \right] \right\}
\end{cases}
\tag{B-90}$$

com, $j=2, \dots, N$, $E_1^i = 1$, $E_1^r = r$, $E_N^r = 0$ e para $j=2$ $\exp\left\{ \sum (\pm X_{j,k}) \right\} = 1$.

O vetor de Poynting, para esta polarização, é obtido pelo produto:

$$\vec{S}_j = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \hat{i} E_y^j H_z^{j*} - \hat{k} E_y^j H_x^{j*} \right\}$$