

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO IMPLEMENTADO COM  
SUSPENSÕES ATIVAS

por

Juliano Lourega Corrêa

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, junho de 2011

COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO IMPLEMENTADO COM  
SUSPENSÕES ATIVAS

por

Juliano Lourega Corrêa  
Engenheiro Industrial Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de:

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Aprovada por:

Prof. Dr. Alberto Tamagna, UFRGS/PROMEC

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes, UFRGS/PROMEC

Prof. Dr. Marcos Alexandre Luciano, UCS/CCET

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 30 de junho de 2011

## DEDICATÓRIA

*À minha família.  
Aos meus amigos.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas pela competência, dedicação e amizade.

A todos os professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

A Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

## RESUMO

O objetivo do trabalho é melhorar o controle do comportamento dinâmico sob excitação vertical de um modelo veicular completo levando em consideração os três movimentos principais, de elevação (*heave*), balanço (*pitch*) e de rolagem (*roll*), em termos de aceleração. Com essa finalidade desenvolve-se a programação necessária para implementação de um modelo de veículo completo de 7 GDL no programa MATLAB<sup>®</sup> que interage com o sistema de controle ativo desenvolvido em diagrama de blocos no programa Simulink<sup>®</sup>. Em seguida, o desempenho do modelo é avaliado através de programas desenvolvidos de excitações de estrada com perfil senoidal e randômico. Os resultados obtidos mostram que o movimento da massa suspensa, em termos de aceleração, acima e abaixo do valor da frequência natural da roda pode ser diminuído pela filtragem dos coeficientes de mola e amortecimento através de um laço de controle interno, mais a utilização de amortecimento *skyhook* das velocidades de elevação, balanço e rolagem com um laço de controle externo. A atenuação das constantes de mola abaixo da frequência do corpo do veículo reduz as perturbações da estrada, mas podem bater nos limitadores do percurso da suspensão.

Palavras-chave: Dinâmica veicular; sistema multicorpo; vibrações.

## ABSTRACT

The aim of this work is to improve the control of the dynamic behavior under vertical excitation of a full vehicular model whilst taking into consideration the three main movements of *heave*, *pitch* and *roll* in terms of acceleration. With this goal in mind, the necessary programming was carried out for the implementation of a full vehicular model of 7 DOF using the software MATLAB<sup>®</sup> which interacts with the active control system developed via blocks diagram using the software Simulink<sup>®</sup>. Following on from that, the performance of the model is evaluated by means of programmes developed from road excitations with a sinusoidal and random profile. The results show that the motion of the sprung mass, in terms of acceleration, above and below the natural frequency of the wheel can be reduced by filtering the spring and damping coefficients through an internal control loop, plus the usage of *skyhook* damping of heave, pitch and roll velocities with an external control loop. The mitigation of the spring constants below the frequency of the body of the vehicle reduces the excitations of the road, but may strike against the path limiters of the suspension.

Keywords: Vehicular dynamics; multibody system; vibrations.

# ÍNDICE

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>xi</b>
<b>LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS</b>	<b>xii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>xiii</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1    Sistemas ativos	1
1.1.1    Suspensão ativa e amortecimento variável	1
1.1.2    Sistemas baseados na frenagem	5
1.1.3    Sistemas de esterçamento ativo	6
1.1.4    Sistemas de cambagem ativo	6
1.1.5    Distribuição ativa do torque	7
1.1.6    Seleção do sistema ativo	7
1.2    Inteligência nos sistemas de suspensão	8
1.3    Objetivos do trabalho	11
1.4    Metodologia e organização do trabalho	11
<b>2. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>13</b>
2.1    Generalidades	13
2.2    Dinâmica básica de um veículo	13
2.3    Suspensões automotivas	14
2.3.1    Sistemas de suspensão inteligentes	15
2.3.2    Suspensão ativa	16
2.3.3    Suspensões semi-ativas	18
2.3.4    Modelos de veículos produzidos com suspensão ativa e semi-ativa	20
2.4    Pesquisa e desenvolvimento	21
<b>3. CONTROLE DA SUSPENSÃO ATIVA DE UM MODELO VEICULAR COMPLETO</b>	<b>29</b>
3.1    Generalidades	29
3.2    Modelo de sistema de suspensão de veículo completo de 7 GDL	29
3.3    Equações de movimento	32
3.4    Sistema de controle ativo	42
3.4.1    Transformação desacopladora de entrada	44
3.4.2    Laço interno para controle da vibração	46

3.4.3	Laço externo para o controle da atitude	50
<b>4.</b>	<b>EXCITAÇÃO DO MODELO VEICULAR COMPLETO</b>	<b>56</b>
4.1	Generalidades	56
4.2	Modelagem da estrada	56
4.2.1	Perfil senoidal da estrada	56
4.2.2	Perfil randômico da estrada	57
4.2.3	Perfil randômico da estrada em função do tempo	59
4.3	Otimização de parâmetros da suspensão passiva	63
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>64</b>
5.1	Generalidades	64
5.2	Descrição do veículo	64
5.3	Veículo sob excitação de perfil de estrada senoidal	65
5.4	Veículo sob excitação de perfil de estrada senoidal de qualquer frequência	71
5.5	Veículo sob excitação de perfil de estrada randômica	75
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	<b>82</b>
<b>7.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>84</b>
<b>ANEXO A -</b>	<b>Programas implementados no MATLAB® e Simulink®</b>	<b>88</b>
A.1	Excitação de perfil de estrada senoidal	88
A.2	Excitação de perfil de estrada randômica	95

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Conceito de um sistema de suspensão ativa.	2
Figura 1.2 Modelo simplificado de suspensão ativa.	3
Figura 1.3 Conceito de um sistema de suspensão semi-ativa	5
Figura 1.4 Cambagem ativa no modelo F400 da Mercedes	7
Figura 2.1 Sistema de eixos para um veículo segundo a ISO 8855.	13
Figura 2.2 Sistema de eixos para um veículo segundo a SAE.	14
Figura 2.3 Um sistema de suspensão passiva.	15
Figura 2.4 Um sistema de suspensão inteligente.	16
Figura 2.5. Diagrama esquemático de uma suspensão ativa construída em 1954.	17
Figura 3.1 Modelo de sistema de veículo completo de 7 GDL com suspensões passivas.	30
Figura 3.2 Modelo de sistema de veículo completo de 7 GDL com suspensões ativas.	31
Figura 3.3 Representação do movimento de balanço atuando no modelo de estudo	32
Figura 3.4 Representação do movimento de rolagem atuando no modelo de estudo	33
Figura 3.5 Sistema implementado para o controle ativo com realimentação filtrada	43
Figura 3.6 Bloco de equações de espaço estado do sistema	44
Figura 3.7 Representação da função desacopladora em diagrama de blocos	46
Figura 3.8 Laço interno do sistema implementado para o controle ativo.	49
Figura 3.9 Laço externo do sistema implementado para o controle ativo.	50
Figura 4.1 Parâmetros utilizados na descrição de uma estrada bidimensional	60
Figura 4.2 Espectro de potência dividido em faixas de componentes harmônicos	62
Figura 5.1 Aceleração de elevação, balanço e rolagem para $\omega = 9$ rad/s	67
Figura 5.2 Aceleração de elevação, balanço e rolagem para $\omega = 57$ rad/s	69
Figura 5.3 Aceleração de elevação, balanço e rolagem para $\omega = 150$ rad/s	71
Figura 5.4 Aceleração de elevação em função da frequência	72
Figura 5.5 Aceleração de balanço em função da frequência	73
Figura 5.6 Aceleração de rolagem em função da frequência	74
Figura 5.7 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu dianteiro esquerdo	76
Figura 5.8 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu dianteiro direito	77
Figura 5.9 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu traseiro esquerdo	78

Figura 5.10 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu traseiro direito	79
Figura 5.11 Aceleração de elevação sob perfil de estrada secundária de baixa qualidade	80
Figura 5.12 Aceleração de balanço sob perfil de estrada secundária de baixa qualidade	81
Figura 5.13 Aceleração de rolagem sob perfil de estrada secundária de baixa qualidade	81

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 Disponibilidade de sistemas ativos* .....	8
Tabela 4.1 Valores recomendados por Dodds e Robson, 1973, para algumas estradas .....	59
Tabela 5.1 Parâmetros do veículo.....	64

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

### Abreviaturas

<i>CG</i>	Centro de gravidade
<i>CM</i>	Centro de massa
GDL	Graus de liberdade

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Latinas

$a$	Distância do $CM$ até a parte dianteira do veículo	m
$b$	Distância do $CM$ até a parte traseira do veículo	m
$B$	Coefficiente de amortecimento	N·s/m
$B_{sfl}$	Coefficiente de amortecimento da suspensão dianteira esquerda	N·s/m
$B_{sfr}$	Coefficiente de amortecimento da suspensão dianteira direita	N·s/m
$B_{srl}$	Coefficiente de amortecimento da suspensão traseira esquerda	N·s/m
$B_{srr}$	Coefficiente de amortecimento da suspensão traseira direita	N·s/m
$c$	Índice de rugosidade	
$f_{\theta}(t)$	Força equivalente de balanço	N
$f_{\phi}(t)$	Força equivalente de rolagem	N
$f_{fl}(t)$	Força gerada na suspensão dianteira esquerda	N
$f_{fr}(t)$	Força gerada na suspensão dianteira direita	N
$f_{rl}(t)$	Força gerada na suspensão traseira esquerda	N
$f_{rr}(t)$	Força gerada na suspensão traseira direita	N
$f_z(t)$	Força equivalente de elevação	N
$g$	Aceleração gravitacional	m/s <sup>2</sup>
$G$	Densidade espectral de potência	m <sup>3</sup> /ciclo
$I$	Momento de inércia de massa	kg·m <sup>2</sup>
$K$	Coefficiente de rigidez	N/m
$K_{sfl}$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão dianteira esquerda	N/m
$K_{sfr}$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão dianteira direita	N/m
$K_{srl}$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão traseira esquerda	N/m
$K_{srr}$	Coefficiente de rigidez de mola da suspensão traseira direita	N/m
$K_{ufl}$	Coefficiente de rigidez do pneu dianteiro esquerdo	N/m
$K_{ufr}$	Coefficiente de rigidez do pneu dianteiro direito	N/m
$K_{url}$	Coefficiente de rigidez do pneu traseiro esquerdo	N/m
$K_{urr}$	Coefficiente de rigidez do pneu traseiro direito	N/m
$m$	Massa	kg
$m_s$	Massa suspensa	kg
$m_u$	Massa não suspensa	kg
$m_{ufl}$	Massa não suspensa dianteira esquerda	kg
$m_{ufr}$	Massa não suspensa dianteira direita	kg
$m_{url}$	Massa não suspensa traseira esquerda	kg
$m_{urr}$	Massa não suspensa traseira direita	kg
$n$	Número de onda	1/m
$w$	Distância entre pneus dianteiros ou traseiros	m
$yy$	Eixo $y$	
$z$	Deslocamento vertical do corpo do veículo	m
$z_{rfl}$	Altura da perturbação da estrada na roda dianteira esquerda	m
$z_{rfr}$	Altura da perturbação da estrada na roda dianteira direita	m
$z_{rrl}$	Altura da perturbação da estrada na roda traseira esquerda	m
$z_{rrr}$	Altura da perturbação da estrada na roda traseira direita	m

$z_{sfl}$	Elevação da massa suspensa no canto dianteiro esquerdo	m
$z_{sfr}$	Elevação da massa suspensa no canto dianteiro direito	m
$z_{srl}$	Elevação da massa suspensa no canto traseiro esquerdo	m
$z_{srr}$	Elevação da massa suspensa no canto traseiro direito	m
$z_{ufl}$	Elevação da massa não suspensa na roda dianteira esquerda	m
$z_{ufr}$	Elevação da massa não suspensa na roda dianteira direita	m
$z_{url}$	Elevação da massa não suspensa na roda traseira esquerda	m
$z_{urr}$	Elevação da massa não suspensa na roda traseira direita	m

### Símbolos gregos

$\varphi$	Ângulo de rolagem	rad
$\theta$	Ângulo de balanço	rad
$\omega$	Frequência	rad/s
$\omega_0$	Frequência natural da roda	rad/s
$\omega_{bfl}$	Frequência de atenuação da constante de amortecimento dianteira esquerda	rad/s
$\omega_{bfr}$	Frequência de atenuação da constante de amortecimento dianteira direita	rad/s
$\omega_{body}$	Frequência natural do corpo do veículo	rad/s
$\omega_{brl}$	Frequência de atenuação da constante de amortecimento traseira esquerda	rad/s
$\omega_{brr}$	Frequência de atenuação da constante de amortecimento traseira direita	rad/s
$\omega_{kfl}$	Frequência de atenuação da constante de mola dianteira esquerda	rad/s
$\omega_{kfr}$	Frequência de atenuação da constante de mola dianteira direita	rad/s
$\omega_{krl}$	Frequência de atenuação da constante de mola traseira esquerda	rad/s
$\omega_{krr}$	Frequência de atenuação da constante de mola traseira direita	rad/s

### Sobrescritos

·	Velocidade
..	Aceleração

### Subscritos

$f$	relativo à parte dianteira do veículo
$s$	relativo à parte suspensa
$l$	relativo ao lado esquerdo do veículo
$u$	relativo à parte não suspensa
$r$	relativo à parte traseira do veículo
$r$	relativo ao lado direito do veículo
$r$	relativo à estrada
$body$	carroceria (corpo) do veículo
1,2	relativo ao valor médio da estrada

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Sistemas ativos

Os veículos de passeio atuais são desenvolvidos com suficiente minúcia em termos de seu comportamento dinâmico. Aliás, muitos acreditam que pouco pode ser feito para melhorar o desempenho do veículo com ferramentas passivas. Segundo Blundell e Harty, 2004, tem havido diversos avanços desde o começo da engenharia veicular no campo da suspensão:

- adoção de suspensão amortecida;
- adoção de suspensão independente;
- adoção da suspensão amortecida hidráulica;
- adoção de freios hidráulicos;
- adoção de elastômeros de isolamento na suspensão;
- otimização da geometria da suspensão;
- otimização do comportamento elasto-cinemático.

Blundell e Harty, 2004, afirmam que: a) a indústria considera o uso de sistemas ativos para complementar o comportamento passivo do veículo, sendo que o termo *ativo* envolve um sistema no qual a energia é adicionada de alguma forma, embora na atualidade esta distinção venha se perdendo e o termo está sendo usado para qualquer sistema que desenvolve algo a mais que a reação mecânica passiva; b) os sistemas que modificavam seu comportamento sem adição de energia foram referidos como *adaptativos*; e c) sistemas que combinam atuação mecânica com controles eletrônicos são referidos como *mecatrônicos*.

A modelagem de um sistema mecatrônico precisa a utilização de *sensores* no modelo veicular e a consequente implementação das leis de controle, o que pode ser realizado de maneira eficaz com variáveis de estado, [Blundell e Harty, 2004].

### 1.1.1 Suspensão ativa e amortecimento variável

Para providenciar um veículo com condições melhoradas de vibração, manobrabilidade e desempenho sob diferentes condições de operação, o conceito de suspensão ativa foi desenvolvido e diversos sistemas ativos foram propostos ou desenvolvidos. O conceito básico de uma suspensão ativa é exposto na Figura 1.1, [Wong,

2001], onde a mola e o absorvedor de choque em um sistema convencional são substituídos por um atuador em um sistema ativo, embora o atuador possa também ser instalado em paralelo com uma mola de suspensão convencional. As condições de operação do veículo são continuamente monitoradas por sensores, que combinadas com as estratégias de controle prescritas modulam a força no atuador. Contudo, um sistema de suspensão ativa requer considerável potência externa para funcionar, havendo uma penalização importante na complexidade, confiabilidade, custo e peso, [Wong, 2001].

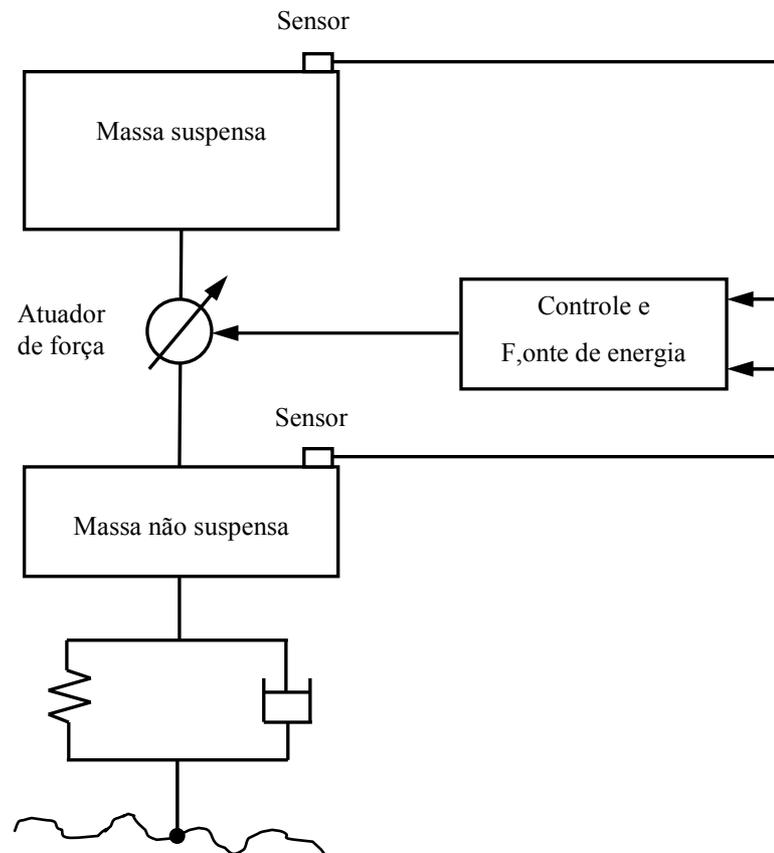


Figura 1.1 Conceito de um sistema de suspensão ativa.

Fonte: adaptada de Wong, 2001.

Blundel e Harty, 2004, mencionam que na década de 1980 a Lotus já realizava trabalhos na procura de uma *suspensão ativa*, desenvolvendo um sistema de atuação rápida que variava o carregamento vertical em cada canto do veículo de acordo com leis de controle na tentativa de preservar a amplitude vibracional, minimizar a variação do carregamento da roda e minimizar a aceleração do veículo; contudo, os componentes caros e o consumo

significativo de potência fez com que, apenas o sistema de *Controle de Veículo Ativo* (*Active Body Control* - ABC) da Mercedes CL e Classe-S permaneçam vigentes. Como um caso exemplo, o ABC da Mercedes sob elevada aceleração lateral apresenta em torno de 1° de rolamento de veículo (uma combinação de flexibilidade do pneu e algumas flexibilidades de rolagem programadas) comparado com 4,5° de rolamento num veículo de suspensão passiva. Esta versão trabalha apenas com os movimentos de elevação primários (até 5 Hz) se comparada com o controle do veículo de pesquisa SID da Lotus sobre os movimentos verticais da roda em altas frequências.

De acordo com Blundell e Harty, 2004, sistemas de suspensão ativa e suas variantes, a exemplo dos sistemas de amortecimento continuamente variáveis, na teoria são fáceis de implementar em modelos multicorpos. Pares de forças de ação-reação são introduzidas em cada unidade da suspensão veicular em adição às forças normais da mola, do amortecedor e da barra anti-rolagem. A magnitude destas forças é controlada por leis de controle; por exemplo, um sistema (Figura 1.2) pode usar um método de laço aberto do momento de rolagem pela aplicação de forças proporcionais à saída vindas de um acelerômetro lateral.

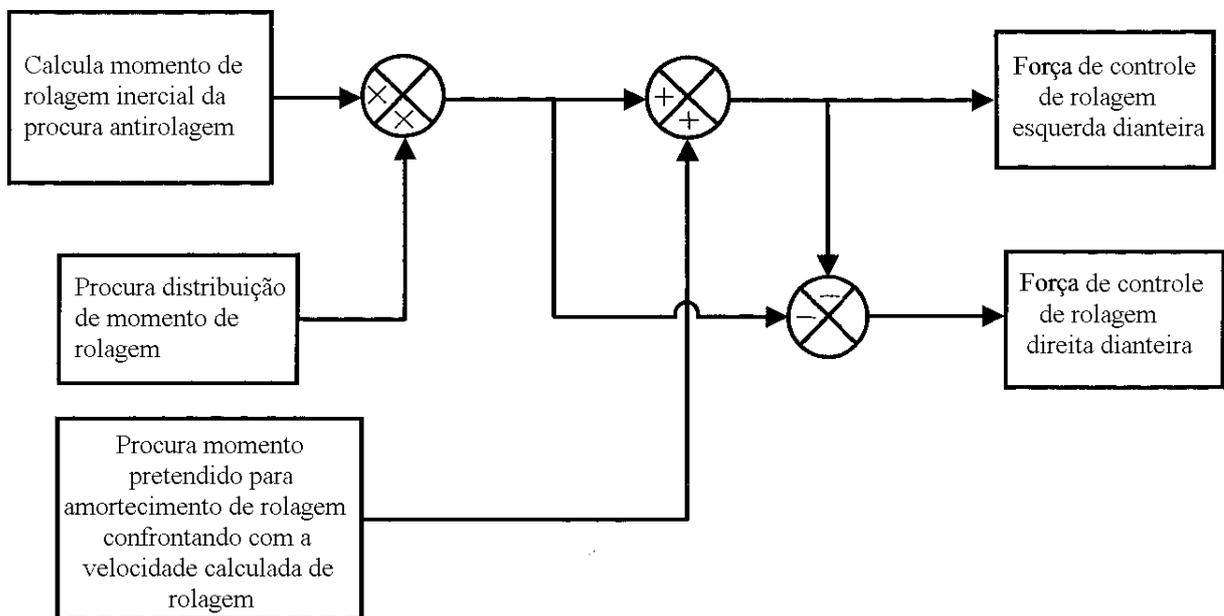


Figura 1.2 Modelo simplificado de suspensão ativa.

Fonte: adaptada de Blundell e Harty, 2004.

A suspensão ativa permite o controle individual das forças de reação do pneu de um modo desassociado da orientação da plataforma. Bem como permite nivelar a plataforma

durante a frenagem e ao percorrer uma curva (preservando o percurso da suspensão nestas situações e melhorando o ângulo no qual o pneu faz contato com a estrada), permitindo a redistribuição do momento reativo de rolagem. [Blundell e Harty, 2004].

Suspensões ativas e amortecedores continuamente variáveis procuram endereçar a compensação dos três itens tradicionais na calibração da suspensão: aceleração do veículo (vibração - *ride*), controle de carregamento no pneu (manobrabilidade), deslocamento da suspensão (espaço de trabalho). Dando espaço de trabalho suficiente é possível melhorar simultaneamente a vibração vertical e a manobrabilidade. [Blundell e Harty, 2004].

Para reduzir a complexidade e o custo, e ainda assim melhorando a vibração, manobrabilidade e desempenho, surge o conceito de suspensão semi-ativa. Nesse caso, a mola da suspensão convencional é usualmente retida, enquanto a força de amortecimento no absorvedor de choque pode ser modulada de acordo com as condições de operação, Figura 1.4, [Wong, 2011]. A regulagem da força de amortecimento poder ser atingida pelo ajuste da área do orifício no absorvedor de choque, assim modificando a resistência ao fluxo de fluido. Na atualidade, há o envolvimento de Fluidos Eletroreológicos (ER) e Magnetoreológicos (MR) no desenvolvimento de amortecedores controláveis.

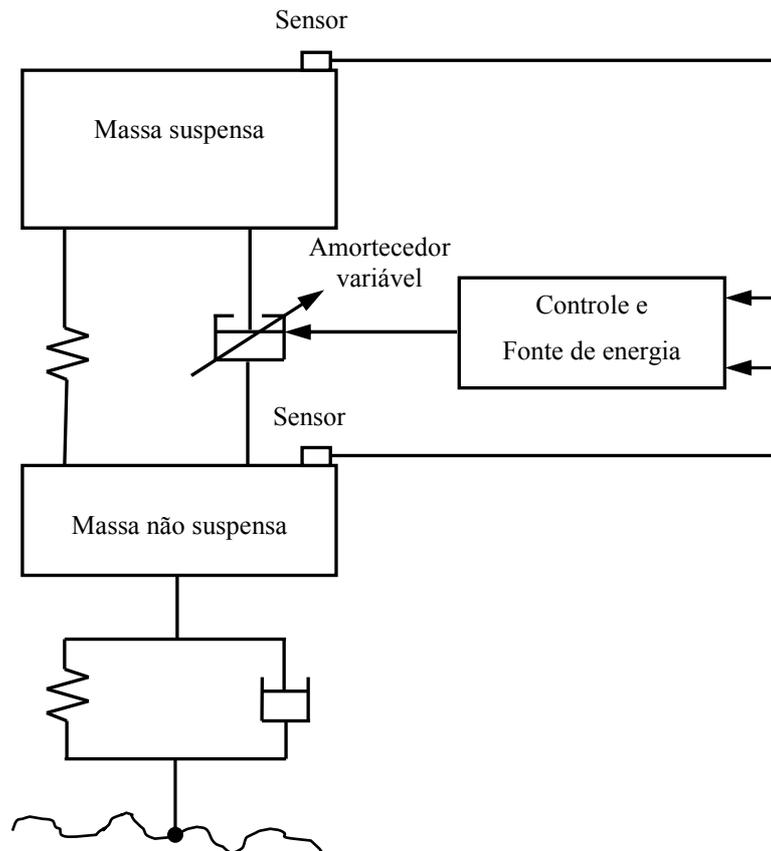


Figura 1.3 Conceito de um sistema de suspensão semi-ativa

Fonte: adaptada de Wong, 2001.

### 1.1.2 Sistemas baseados na frenagem

De acordo com Blundell e Harty, 2004, outros sistemas são menos compreensíveis, mas podem ter grandes benefícios. Em 1978, a Mercedes introduziu o *Anti-Blockier System* da Bosch como uma opção para a Mercedes Classe S. Este sistema, universalmente abreviado como ABS de *Anti-lock Breaking System*, libera, segura e reaplica pressão de freio para frenagem individual da roda de forma a obter estabilidade direcional e controle de direção sem sacrifício na capacidade de frenagem.

Segundo Karnopp e Margolis, 2008; como os sistemas ABS monitoram a velocidade da roda, é possível detectar o giro da roda bem como o travamento iminente da mesma. Se o sistema possui uma fonte de pressão hidráulica diferente da fornecida pelo pé do motorista, o controlador pode ser programado para controlar o giro da roda aplicando o freio apenas na roda que gira.

Em 1995, a Mercedes introduziu o *Programa de Estabilidade Eletrônica (Electronic Stability Program - ESP)* na Classe S. Este sistema aplica os freios assimetricamente sem acionar o pedal de freio, para exercer momentos restauradores de guinada no veículo. A taxa desejada de guinada é definida através de experimentação no veículo e comparada com a taxa vigente de guinada. [Blundell e Harty, 2004].

### **1.1.3 Sistemas de esterçamento ativo**

A Nissan utiliza o conceito de uma subestrutura flexível com sua localização controlada por um atuador hidráulico, enquanto a Honda e a Mitsubishi essencialmente duplicaram o sistema de esterçamento frontal na traseira do veículo, havendo uma grande quantidade de literatura publicada ao respeito, [Ro e Kim, 1996]. O sistema *four-wheel-steer* procura controlar o ângulo e taxa de deslocamento da carroceria e, portanto, apresenta um efeito importante na sensibilidade do motorista, embora na atualidade a Honda o considere desnecessário por causa do avanço da tecnologia do pneu, [Blundell e Harty, 2004].

Uma dificuldade com o esterçamento das quatro rodas é que, enquanto cria uma sensação excelente do veículo na região linear (através do controle do ângulo de deslocamento da carroceria), na medida em que o limite de manobrabilidade se aproxima da parte plana da curva força lateral do pneu versus ângulo de deslizamento significa que sua capacidade para melhorar o controle do veículo desaparece, [Blundell e Harty, 2004].

### **1.1.4 Sistemas de cambagem ativo**

A Milliken Research Associates produziu um Corvette com cambagem ativo em meados dos anos 80 com controle de laço fechado na taxa de guinada. A Mercedes também tem produzido a F400 Carving, que usa um sistema de cambagem ativo, [Blundell e Harty, 2004]. Embora atrativo no funcionamento, Figura 1.4, o requerimento de maior espaço para as rodas faz da cambagem uma limitação inerente para sua comercialização em veículos de passeio.



Figura 1.4 Cambagem ativa no modelo F400 da Mercedes

Fonte: [DaimlerChrysler Press Release, 2010]

### 1.1.5 Distribuição ativa do torque

O coupé Skyline R32 da Nissan utilizou o sistema denominado *Advanced Total Traction Engineering System for All – Eletronic Torque Split* (ATTESA-ETS) em 1989, enquanto o Porsche 959 teve tecnologia similar no mesmo ano. Desde então, os sistemas de redistribuição de torque de acordo com as prioridades da manobrabilidade mantiveram-se na elite da produção de carros. A Prodrive tem se interessado em sistemas de baixo custo para uma ampla variedade de veículos, mas nenhum atingiu ainda status de produção. Na essência, os sistemas com tecnologia de diferencial tradicional procuram minimizar o giro da roda enquanto esses sistemas procuram conectar a distribuição do torque motriz à manobrabilidade do veículo através de realimentação de laço fechado, [Blundell e Harty, 2004].

### 1.1.6 Seleção do sistema ativo

A indústria veicular não quer correr o risco de comercializar um sistema que penalize o custo sem que o cliente observe grandes diferenças. Portanto, um trabalho preditivo detalhado será necessário para classificar a utilidade em termos do controle da dinâmica veicular. Segundo Blundell e Harty, 2004, as expectativas para utilização de sistemas ativos em veículos podem ser classificadas em três regimes, Tabela 1.1.

Tabela 1.1 Disponibilidade de sistemas ativos\*

Regime	Aceleração lateral	Velocidade de giro do volante	Princípios de direção	Sistemas ativos aplicáveis
Normal	0-0,3g	0-400° / segundo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para esterçar o veículo, esterça as rodas.</li> <li>• Vibração vertical.</li> </ul>	<i>Toe</i> traseiro ativo, esterçamento frontal ativo, amortecedores adaptativos.
Audacioso	0,3-0,6g	400-700° / segundo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Combina as forças motrizes e de direção para fornecer controle sem retardo</li> <li>• Controle de movimento do corpo do veículo.</li> <li>• Utiliza freios para reduzir a energia cinética do veículo.</li> </ul>	Distribuição de torque ativo, <i>toe</i> traseiro ativo, esterçamento frontal ativo, amortecedores adaptativos.
Emergencial	0,6g +	700+° / segundo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Minimiza a variação de carga na roda para maior aderência e controle.</li> </ul>	Sistemas baseados nos freios, amortecedores adaptativos, barras antirolagem ativas.

\*Fonte: adaptada de Blundell e Harty, 2004.

Considerando que os amortecedores adaptativos são aplicáveis para os três regimes, este trabalho opta por estudar o controle ativo da suspensão na expectativa de servir para os três regimes, a partir da sua confrontação com o sistema passivo convencional.

## 1.2 Inteligência nos sistemas de suspensão

As suspensões ativas podem ser genericamente divididas em duas classes principais: suspensões puramente ativas e suspensões semi-ativas.

- Suspensões ativas

Foram as primeiras a serem introduzidas, utilizam atuadores exclusivos, os quais podem exercer uma força independente na suspensão para melhorar as características de vibração vertical do corpo do veículo. As desvantagens (na atualidade) são os custos elevados e a massa/complicação dos equipamentos necessários para sua operação, estando disponíveis apenas em veículos de luxo.

As suspensões atuadas hidraulicamente são controladas através de servomecanismos hidráulicos. A pressão hidráulica nos servos é fornecida por uma bomba hidráulica de pistão radial de alta pressão. Os sensores monitoram continuamente o movimento do corpo e o nível de vibração do veículo, fornecendo constantemente novos dados ao processador, o qual opera os servos hidráulicos, posicionados junto a cada roda. Quase que instantaneamente, a suspensão regulada pelo servo gera forças contrárias aos estados de inclinação (*lean*), mergulho (*dive*) e *squat* na manobra do veículo.

Colin Chapman, fundador da Lotus Cars e da equipe de corrida Lotus da Fórmula 1, desenvolveu o conceito original de gerenciamento computadorizado da suspensão hidráulica nos anos 80, como um meio de melhorar o comportamento dos carros de corrida nas curvas.

O sistema *Computer Active Technology Suspension* (CATS) coordena o balanço entre a vibração vertical e a manobrabilidade analisando as condições da pista e fazendo até 3000 ajustes a cada segundo na configuração da suspensão através de amortecedores controlados eletronicamente.

A suspensão ativa recuperativa eletromagnética utiliza motores eletromagnéticos lineares, fixados independentemente em cada roda que possibilitam uma resposta extremamente rápida e permitem a regeneração de energia usando os motores como geradores. Isto supera os problemas dos sistemas hidráulicos com seus tempos de resposta lentos e consumo elevado de energia.

- Suspensões semi-ativas

Os sistemas semi-ativos podem mudar apenas o coeficiente de amortecimento viscoso do absorvedor de choque, e não adicionam energia ao sistema de suspensão.

Apesar de serem limitadas na sua intervenção (por exemplo, a força de controle nunca pode ter sentido diferente do que a velocidade da suspensão), as suspensões semi-ativas são menos onerosas no projeto e consomem menos energia.

O tipo atuado por válvula solenóide é o mais econômico e básico das suspensões semi-ativas. Eles consistem de uma válvula solenóide, que altera o fluxo do meio hidráulico no interior do amortecedor, o que permite modificar as características de amortecimento da configuração da suspensão. Os solenóides são conectados ao computador de controle, que envia comandos, dependendo do algoritmo de controle.

Outro método recentemente desenvolvido incorpora amortecedores magneto reológicos (MR). Ele foi inicialmente desenvolvido pela Delphi Corporation para a GM em 2002. Juntamente com os computadores atuais mais rápidos permitem alterar a rigidez independentemente de todas as suspensões das rodas nas rodovias de alta velocidade. Através do computador de bordo, as características de flexibilidade do amortecedor são controladas por um eletroímã. Essencialmente, o aumento do fluxo de corrente no amortecedor aumenta a taxa de compressão/rebote, enquanto que uma diminuição suaviza o efeito dos amortecedores. Informações provenientes de sensores da roda (sobre o deslocamento da suspensão), direção, sensores de aceleração e outros são usados para calcular a rigidez otimizada. A reação rápida do sistema permite, por exemplo, tornar mais suave a passagem com uma única roda sobre um buraco ou uma pedra na estrada.

Atualmente, no mercado automotivo há um grande número de soluções para o controle ativo de suspensões veiculares. Algumas soluções apresentam mais recursos de controle que outras, mas todas visam um melhor conforto para os motoristas. Além disso, o curso da suspensão e variações de carga na roda podem ser bem resolvidos.

Um sistema de suspensão ativa pode ser usado também para eliminar a inclinação da carroceria nas curvas. No caso de um sistema de suspensão ativa com a rigidez da mola variável, esta pode ser ajustada proporcionalmente em função da mudança da massa. Como consequência, a frequência natural vertical do corpo do carro não vai mudar e pode ser escolhida uma frequência que é menos desconfortável para o corpo humano.

No caso de um sistema de suspensão passiva, uma parcela significativa do curso da suspensão disponível é utilizada para cuidar de variações de carga estática e de rolagem do corpo causada pelas curvas. O sistema de suspensão ativa pode minimizar essas variações, ajustando a sua rigidez. Portanto, uma menor rigidez inicial pode ser usada, o que é favorável para o conforto. Um passageiro será capaz, por exemplo, de ler um texto sem ficar enjoado. Como o carro pode ser usado por pessoas diferentes a cada momento, a suspensão do carro pode ser ajustável, e com isso, as características de direção e de conforto podem ser alcançadas. Graças ao desenvolvimento de um grande número desses sistemas, a segurança ativa nos carros do futuro irá aumentar tremendamente.

Com base nas possíveis vantagens que um sistema de suspensão ativa oferece e que foram introduzidas e comentadas, este trabalho propõe avaliar o comportamento dinâmico de

um modelo veicular completo de sete graus de liberdade implementado com suspensões ativas.

### 1.3 Objetivos do trabalho

O objetivo principal do trabalho é obter o controle do comportamento dinâmico vertical de um modelo veicular completo levando em consideração os três movimentos principais, de elevação (*heave*), de balanço (*pitch*) e de rolagem (*roll*), em termos de aceleração.

Nesse contexto, os objetivos específicos do trabalho são:

- desenvolver a programação necessária para implementação de um modelo de veículo completo de 7 GDL no programa MATLAB<sup>®</sup> que interaja com o sistema de controle ativo desenvolvido em diagrama de blocos no programa Simulink<sup>®</sup>;
- analisar a suspensão com controle ativo quando o modelo é submetido a excitações de estrada previamente desenvolvidas com perfil senoidal e randômico.

### 1.4 Metodologia e organização do trabalho

Este trabalho está estruturado em oito capítulos. Para introduzi-los e também para um melhor entendimento da metodologia da pesquisa realizada, cada capítulo está descrito nos parágrafos que seguem.

O capítulo primeiro introduz o tema suspensão ativa de maneira ampla e justifica a abordagem dada na busca por uma solução dos objetivos traçados para este trabalho. A metodologia que foi utilizada também faz parte deste item.

A pesquisa bibliográfica está contemplada no segundo capítulo, onde as generalidades do sistema em estudo e as normas de auxílio, bem como os resumos de alguns trabalhos desenvolvidos nos últimos dez anos sobre o tema em questão são apresentados.

O terceiro capítulo faz o registro do desenvolvimento do modelo usado neste trabalho, também apresenta a fundamentação teórica necessária para um controle da suspensão ativa de um modelo veicular completo. Na sequência, o modelo de controle é apresentado em forma de diagrama de blocos onde as mais importantes variáveis usadas neste controle são calculadas no final do capítulo.

O quarto capítulo mostra os parâmetros relacionados para desenvolver os princípios essenciais da análise de resposta a partir das excitações randômicas.

O quinto capítulo apresenta os resultados e as discussões dos estudos de casos realizados no modelo construído. Os resultados gráficos mostram as diferentes respostas dos sistemas passivo e ativo quando excitados de forma randômica e senoidal.

As conclusões e as recomendações para o desenvolvimento de futuros trabalhos de controle ativo de suspensões são mostradas no sexto capítulo.

Ao final listam-se as referências bibliográficas utilizadas no trabalho e um apêndice contendo os programas desenvolvidos.

## 2. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Generalidades

Neste capítulo se apresenta uma revisão da literatura relacionada ao tema do trabalho. A pesquisa bibliográfica se desenvolve destacando diversos aspectos relativos à metodologia de abordagem em suspensões ativas, com o objetivo de caracterizar a evolução da pesquisa no assunto.

### 2.2 Dinâmica básica de um veículo

De acordo com a ISO 8855, os eixos são definidos de forma que o sentido positivo do eixo  $X$  aponta para frente do veículo, o eixo  $Y$  aponta para o lado esquerdo do veículo e o eixo  $Z$  aponta para cima, como se observa na Figura 2.1. Em geral o sistema de coordenadas é fixado no centro de gravidade do veículo ( $CG$ ). Os graus de liberdade de rotação em relação aos eixos são denominados como  $\varphi$  (rolagem),  $\theta$  (balanço) e  $\psi$  (guinada).

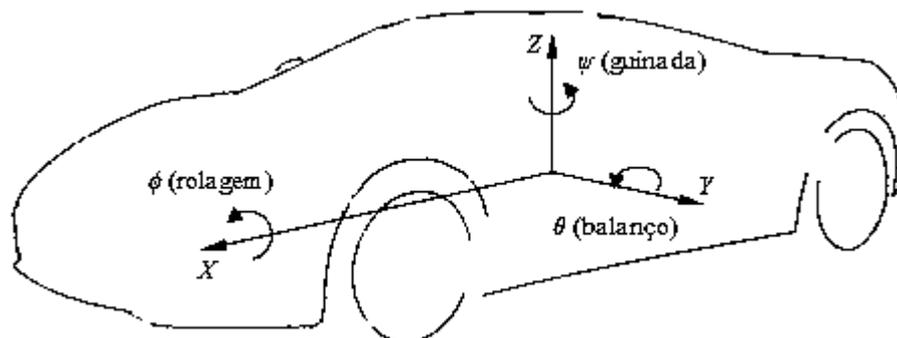


Figura 2.1 Sistema de eixos para um veículo segundo a ISO 8855.

Outro sistema de coordenadas comumente utilizado é o sistema de coordenadas da SAE; a principal diferença em relação ao sistema de coordenadas ISO é que neste caso o sistema de coordenadas está girado  $\pi$  radianos em torno do eixo  $X$ , quer dizer, o eixo  $Z$  está orientado para baixo e o eixo  $Y$  para a direita, como se observa na Figura 2.2. Os eixos de um

sistema fixado à terra são paralelos aos eixos do veículo quando o veículo permanece em um plano horizontal.

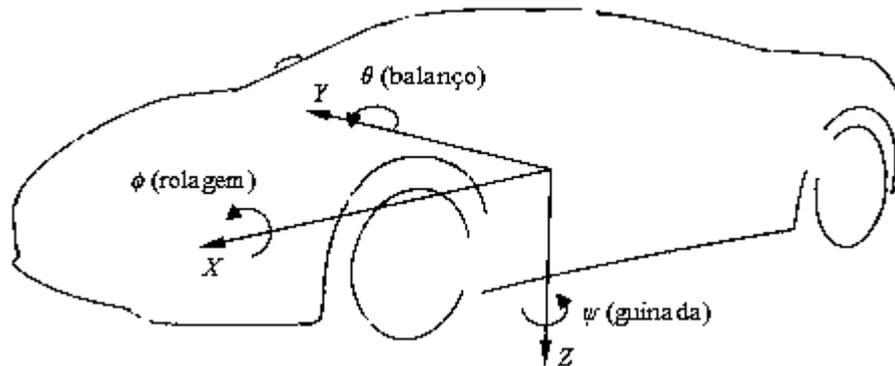


Figura 2.2 Sistema de eixos para um veículo segundo a SAE.

Um sistema de suspensão típico e amplamente utilizado entre as rodas e o corpo do veículo é composto de barras de suspensão, juntas, e uma mola e um amortecedor em paralelo atuando entre a massa suspensa e não suspensa. As propriedades do sistema de suspensão determinam a forma na qual a excitação é transferida entre as rodas e a carroceria. O sistema de suspensão providencia ao veículo o seu comportamento e estabilidade durante as manobras, bem como isola as vibrações provocadas pelos desníveis da estrada. As propriedades cinemáticas do sistema de suspensão afetam o sobre/sub-esterçamento do veículo, bem como a distribuição da transferência de carga longitudinal e transversal em situações de curta duração [Clover e Bernard, 1993, Esmailzadeh e Taghirad, 1995, citado por Hyvärinen, 2004, p. 21-22].

A função de uma mola é suportar o peso da carroceria e isolar ela da vibração causada pela excitação de estrada e pelas manobras, que afetam o conforto vibracional, [Sun et al., 2002]. Da mesma forma, a função da mola é isolar a roda das excitações causadas pelo movimento da carroceria, que afeta a dirigibilidade do veículo. A função do amortecedor é diminuir as vibrações da carroceria e das rodas.

### 2.3 Suspensões automotivas

Desde os anos 40 o crescente progresso na tecnologia dos atuadores e mais recentemente da microeletrônica têm viabilizado o desenvolvimento do controle da suspensão. Estes sistemas são projetados para reduzir a exposição dos usuários dos veículos a vibrações nocivas, bem como melhorar as propriedades de dirigibilidade do veículo.

### 2.3.1 Sistemas de suspensão inteligentes

A palavra inteligente no contexto de um sistema de suspensão significa que a resposta não depende apenas de quantidades físicas que a afetam diretamente, mas também de quantidades físicas que afetam a resposta indiretamente. Uma quantidade física que afeta diretamente um sistema de suspensão é, por exemplo, a velocidade do amortecedor, enquanto que a velocidade de rolagem da carroceria pode ser usada como um exemplo de quantidade física que não afeta diretamente o sistema de suspensão.

O controle caracteriza o sistema como sendo inteligente. A idéia de um sistema de suspensão passiva e de um sistema de suspensão inteligente pode ser avaliada a partir da Figura 2.3 e da Figura 2.4.

Do diagrama de blocos na Figura 2.3, pode-se observar que a resposta à excitação através do sistema de suspensão passiva é afetada apenas pela excitação e os estados da carroceria que têm um efeito direto na função do sistema de suspensão.

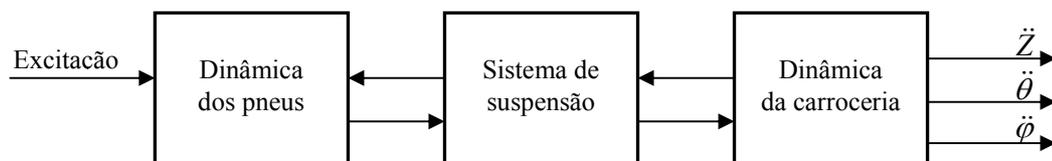


Figura 2.3 Um sistema de suspensão passiva.

Fonte: adaptada de Hyvärinen, 2004.

Já na Figura 2.4, um diagrama de blocos de um sistema de suspensão inteligente é apresentado e a função deste sistema é afetada também pelas quantidades indiretas, por exemplo, a derivada segunda dos movimentos de elevação  $z$ , balanço  $\theta$  e rolagem  $\varphi$ , mas de forma controlada. Uma forma comum de implementar um atuador num sistema de suspensão inteligente é usar a variável de amortecimento, contexto no qual o sistema semi-ativo é definido. Outra maneira de interferir na função de uma suspensão é criar uma contra força ou

contra movimento com o sistema de amortecimento, contexto no qual o sistema ativo é definido.

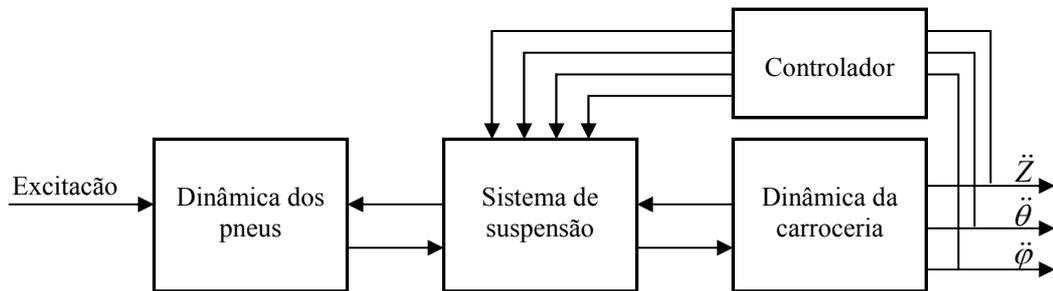


Figura 2.4 Um sistema de suspensão inteligente.

Fonte: adaptada de Hyvärinen, 2004.

O primeiro veículo com características de amortecimento ajustável apareceu no começo dos anos 80. Em princípio, os sistemas de amortecimento ajustável podem ser considerados como sistemas de controle de suspensões adaptativas. Na atualidade, a maioria dos fabricantes de carros tem algum tipo de sistema de suspensão inteligente disponível comercialmente.

Os sistemas de suspensão inteligente variam de uma simples seleção manual entre um amortecimento macio e rígido a um sistema ativo-passivo *tandem* completamente automático. Os pneus atuam como um elo de conexão entre a pista e o veículo e não apresentam influência marcante na dirigibilidade e conforto do veículo. Ainda assim, o pneu é o fator de suspensão mais difícil de controlar. A complexidade do comportamento do pneu tem sido descrita e muito usada em simulações de computador. Apesar desse fato, as propriedades de dirigibilidade e de vibração de um veículo podem ser modificadas dentro de uma faixa importante, com um sistema de suspensão inteligente.

### 2.3.2 Suspensão ativa

A suspensão ativa é uma tecnologia automotiva que controla os movimentos verticais proveniente das rodas através de um sistema eletrônico. Ao contrário do sistema de suspensão comum, que trabalha de acordo com a rodagem, a suspensão ativa corrige as imperfeições da pista com mais eficiência que, por sua vez, dá mais estabilidade e desempenho ao veículo, seja em curvas, aceleração ou frenagem, e facilita o controle do motorista.

Esta tecnologia permite aos fabricantes de automóveis o alcance de um maior grau de qualidade no percurso e na dirigibilidade do veículo, mantendo os pneus perpendiculares à estrada nas curvas, permitindo níveis mais elevados de aderência e controle.

Segundo Picado, 1998, os atuadores nas suspensões ativas utilizam algum tipo de dispositivo eletro-hidráulico para aplicar a força de controle. Dentre as suspensões ativas, dois tipos podem ser comumente reconhecidos. Um é o de banda-larga, em que o atuador é posicionado entre o corpo do veículo e o eixo; tendo em geral, uma mola em paralelo para equilibrar a carga estática. O outro tipo é a suspensão de banda-curta, onde o atuador é posicionado em série com a mola da suspensão.

Basicamente, um computador de bordo detecta o movimento da carroceria a partir de sensores localizados ao longo do veículo, e, usando os dados calculados através de técnicas de controle, controla a ação da suspensão.

Suspensão ativa é provavelmente associada na atualidade principalmente com suspensões de automóveis e esse interesse teve sua origem há cerca de 40 anos. A Figura 2.5 mostra um diagrama esquemático desse sistema que foi construído e testado no Citroën 2CV. Seu sistema hidráulico com válvulas era controlado por um pêndulo e que aparentemente foi inspirado em amplificadores de televisão.

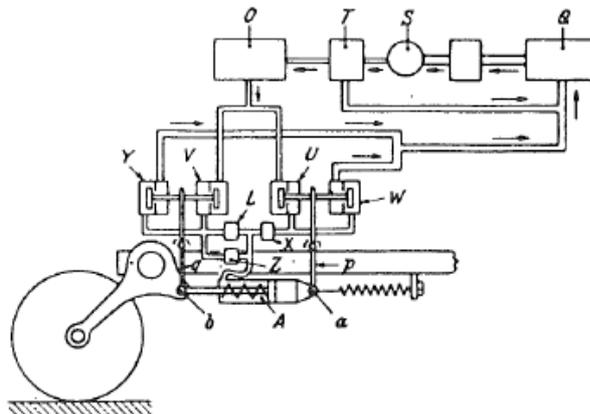


Figura 2.5. Diagrama esquemático de uma suspensão ativa construída em 1954.

Fonte: [Karnopp, 1995].

Houve um considerável lapso de tempo entre os primeiros sistemas de suspensão ativa sem usar eletrônica e o aumento de protótipos e sistemas de produção limitada, que começaram a surgir na década de 1980. Era evidente nessa década que os sensores eletrônicos

e computadores haviam chegado a um estado tal que sofisticados sistemas de suspensão foram possíveis.

É importante reconhecer que as suspensões de automóveis devem executar diversas tarefas, além de isolar a carroceria das vibrações induzidas pelo desnível da estrada. A atitude da carroceria deve ser controlada contra manobras em curva, frenagem e aceleração, e a atitude de cada roda em relação à superfície da estrada deve ser controlada pela suspensão. Muitas dessas exigências levam a conflitos de projeto que só podem ser resolvidos de forma imperfeita, com suspensões passivas.

Carros esportivos tendem a ter suspensões rígidas e duras tornando a qualidade do passeio pobre; enquanto carros de luxo podem ter um bom passeio por estradas retas, mas os movimentos da carroceria mal controlados nas curvas ou estradas irregulares. Apesar do foco nos aspectos de isolamento de vibração através das suspensões, é evidente que as suspensões ativas devem permitir uma maior flexibilidade no cumprimento dos vários requisitos conflitantes de suspensões restritas ao uso de apenas elementos passivos.

Embora existam argumentos a favor da banda larga nas suspensões totalmente ativas, a maioria dos sistemas comerciais podem ser classificadas como sistemas de baixa largura de banda que tentam controlar os modos da carroceria na faixa de frequência de 1 Hz ativamente, já os modos de controle da roda na faixa de frequência de 10 Hz são efetuados principalmente por meio passivo.

Os sistemas ativos têm se revelado eficazes em controlar os movimentos da carroceria melhor do que as suspensões passivas, mas em geral não têm sido tão bem sucedidos em melhorar o isolamento de alta frequência em relação às suspensões passivas.

O número de patentes no campo das suspensões ativas é amplo, havendo ainda a necessidade de conceitos que resolvam o controle de movimento e os problemas de isolamento, sem a necessidade de hardwares irrealis ou custos que superam os benefícios. Há uma série de versões de suspensões ativas que utilizam diferentes configurações de hardware para reduzir a energia, aumentar a confiabilidade e reduzir o custo. Naturalmente, há uma grande variedade de sistemas de controle para as muitas propostas de sistemas ativos.

### **2.3.3 Suspensões semi-ativas**

Para alguns problemas de controle de vibração, o nível de força, a resposta em frequência e a magnitude de deflexão são exigências tais que as limitações da alimentação do atuador são cruciais para a introdução de forças ativamente controladas. Em outros casos, como é o caso das suspensões do veículo, as limitações físicas do atuador ou o seu custo podem tornar um conceito inviável. Por esta razão, há um interesse em explorar a possibilidade de melhorar o desempenho do isolador, modulando as características essencialmente de elementos passivos, tais como molas e amortecedores.

Alguns automóveis antigos permitiam que o condutor pudesse ajustar os amortecedores, mas os motoristas mais experientes não observaram vantagem suficiente nestes sistemas e justificaram assim a despesa extra dessa complexidade. Muitos automóveis atualmente apresentam amortecedores reguláveis, sendo que a maioria das características de amortecimento pode mudar em resposta à variáveis como a velocidade do veículo, a aceleração lateral e longitudinal, dentre outras.

Um exemplo de controle semi-ativo é o amortecedor considerado como um atuador que não usa energia e que tenta gerar forças de controle semelhantes aos que poderiam ser gerados por um servo-atuador com uma fonte de alimentação. A idéia original remonta ao início dos anos 1970 e resultou na primeira de uma série de patentes, que posteriormente envolveu diversos conceitos de hardware e controle de amortecedores controlados ativamente.

Segundo Picado, 1988, nas suspensões semi-ativas, a ação de controle está em ajustar o fator de amortecimento. Desta forma, denomina-se semi-ativo, o controle cuja ação é realizada sobre um componente (amortecedor), que por sua vez, age sobre o sistema que está sendo controlado (o veículo). O veículo sofre os efeitos do controle ativo do fator de amortecimento, portanto o controle dos movimentos do veículo resulta do controle da quantidade de energia dissipada nos amortecedores, o que constitui uma atuação indireta (denominada semi-ativa) sobre o veículo.

Existem, basicamente, três tipos de amortecedores controlados, os "on-off", os de múltiplos estágios de fator de amortecimento e os de regulagem contínua do fator de amortecimento. Os "on-off" são empregados em sistemas de controle de malha aberta e funcionam como um sistema liga-desliga. Os amortecedores de múltiplos estágios e os de regulagem contínua são utilizados em sistemas de malha fechada e apresentam bom desempenho se comparados com as suspensões passivas otimizadas.

Desde o início foi reconhecido que os amortecedores só podem dissipar a energia mecânica e, portanto, o sinal da força de amortecimento (tensão ou compressão) é sempre limitado pelo sinal da velocidade relativa do amortecedor. Assim, não é possível, em princípio, para um amortecedor semi-ativo produzir uma força de controle arbitrária. Esta parecia ser uma limitação importante nas primeiras experiências em sistemas com um único grau de liberdade, mas, como os estudos de simulação em computador mostraram, para sistemas mais complexos e para certos tipos de estratégias de *feedback*, a limitação não foi crítica em diversas ocasiões.

Um estudo sobre um modelo de um quarto de veículo mostrou que uma combinação de forças de amortecimento com velocidades relativas e componentes *skyhook* no amortecedor foi muito efetivo no amortecimento das ressonâncias na carroceria sem efeito prejudicial no isolamento das frequências entre a frequência de ressonância da carroceria e da frequência de movimento vertical da roda. A geração da combinação de forças *skyhook* e forças de amortecimento passivo convencionais no amortecedor ativo significam que a força de controle deve usualmente dissipar energia a fim de um amortecedor semi-ativo ser um atuador próximo do ideal para este tipo de lei de controle [Karnopp, 1983].

### **2.3.4 Modelos de veículos produzidos com suspensão ativa e semi-ativa**

Na sequência listam-se alguns dos principais modelos de veículos produzidos com suspensões ativas e semi-ativas nos últimos 25 anos.

1987 Mitsubishi Galant "*Dynamic ECS*", primeiro veículo produzido comercialmente com sistema de suspensão semi-ativa controlada eletronicamente;

1989 Citroën XM (*Hydractive, semi-active*);

1991 Infiniti Q45 "*Full-Active Suspension FAS*", primeiro veículo produzido comercialmente com sistema de suspensão ativa completa;

1991 Mitsubishi GTO "*Electronic Controlled Suspension*";

1991 Toyota Soarer '*Active*';

1992 Toyota Celica, apenas no Japão;

1992 Citroën Xantia VSX (*Hydractive II, semi-active*);

1993 Cadillac, diversos modelos com suspensão monitorada por sensores da estrada;

1994 Citroën Xantia Activa (*Hydractive II and roll active control*);  
1996 Jaguar XK8 'CATS', opcional;  
1997 Jaguar XJ 'CATS', de série no modelo *XJR*;  
1999 Mercedes-Benz CL-Class;  
1999 Lexus LX470;  
2001 Citroën C5 (*Hydractive III, semi-active*);  
2002 BMW 7-Series;  
2002 Maserati Coupé;  
2002 Cadillac Seville STS, primeiro *MagneRide*;  
2003 Mercedes-Benz S-Class;  
2003 Chevrolet Corvette, alguns Cadillacs e outros veículos da GM com *MagneRide*;  
2004 - 2007 Volvo S60R "4-C Active Chassis";  
2004 - 2007 Volvo V70R "4-C Active Chassis";  
2005 Citroën C6 (*Hydractive III+, semi-active*);  
2007 Maserati GranTurismo;  
2008 Audi TT (*Magnetic Ride*);  
2008 Alfa Romeo Mito.

## 2.4 Pesquisa e desenvolvimento

Pesquisas e desenvolvimentos de diferentes modelos de suspensões ativas e seus respectivos controles foram amplamente estudados. Nos parágrafos seguintes são apresentados e comentados diversos estudos realizados nos últimos 10 anos.

Bouazara e Richard, 2001, analisam os efeitos das vibrações sobre o conforto e a capacidade de aderência dos veículos, considerando a variação de diferentes parâmetros, tais como coeficientes da suspensão, irregularidades da estrada e a posição do banco do motorista. O estudo precisa do desenvolvimento de um modelo matemático para simular o comportamento dinâmico de um veículo em três dimensões. Com esse modelo, diversos tipos de suspensões não lineares, ativas e semi-ativas, podem ser investigados. Os resultados obtidos na simulação demonstram que o uso de modelos de suspensão ativa e semi-ativa é benéfico para o conforto em até 50% comparado ao modelo passivo sem comprometer a capacidade de aderência.

Yao et al., 2002, propõem um controle semi-ativo do sistema de suspensão veicular com amortecedor MR. Primeiro, um amortecedor MR trabalhando em modo de fluxo é projetado. O teste de desempenho é feito para este amortecedor em máquina INSTRON. Em seguida, o modelo de Bouc-Wen é adotado para caracterizar o desempenho do amortecedor MR. Usando o método de otimização disponível em MATLAB<sup>®</sup> e resultados experimentais do amortecedor MR, os coeficientes do modelo são determinados. Finalmente, um modelo em escala de um quarto de carro é configurado incluindo o amortecedor MR, e uma estratégia de controle semi-ativo é adotado para controlar a vibração do sistema de suspensão. Os resultados obtidos mostram que, com o controle semi-ativo a vibração do sistema de suspensão é bem controlada.

Maia, 2002, utiliza análise de sensibilidade para determinar as variações que influenciam o modelo numérico de um veículo, com aplicações direcionadas ao estudo do conforto vibracional em veículos.

Moura, 2003, estuda os fundamentos sobre suspensões veiculares passiva, semi-ativa MR e ativa. Três modelos matemáticos lineares do veículo são utilizados: de 1 GDL; de meio veículo com 2 GDL, composto pelos movimentos da carroceria; e de 4 GDL, sendo considerados os eixos dianteiro e traseiro conectados à carroceria. Os diversos modelos são implementados no programa Simulink<sup>®</sup>, relativo ao conforto dos passageiros, à segurança, à estabilidade e à viabilidade. Os resultados deste trabalho indicam que o sistema com suspensão ativa é mais eficiente comparado com o sistema semi-ativo. Observa-se também que o sistema semi-ativo MR contém características de desempenho e custo que o torna atrativo relativo ao sistema ativo.

Depois de abordar os princípios de suspensões com amortecedores e molas variáveis, bem como componentes ativos, modelos matemáticos destes sistemas de suspensão são derivados por Fischer e Isermann, 2004, mostrando como os parâmetros desconhecidos podem ser obtidos experimentalmente através da estimação de parâmetros usando acelerômetros na carroceria, nas rodas e sensores de deflexão na suspensão em diferentes combinações. Os resultados experimentais são descritos para suspensões numa bancada e em automóveis que circulam sobre as estradas. Através da estimativa recursiva de parâmetros, estes parâmetros podem ser obtidos em tempo real. Então, os princípios da realimentação são derivados para controlar o coeficiente de amortecimento dos amortecedores com atuadores proporcionais magnéticos. Os modelos matemáticos são utilizados para detecção de falhas e

diagnósticos do amortecedor através da combinação da estimativa de parâmetros e métodos das equações de paridade.

Rocha, 2004, apresenta modelos veiculares com 2 e 7 GDL, sujeitos à ação de deslocamentos das irregularidades da pista. A formulação dos modelos é baseada para solução através das equações diferenciais de movimento. Os parâmetros de entrada para os modelos são obtidos a partir de ensaios das molas, amortecedores e pneus, e determinação de propriedades de massa e inércia. Foram feitas comparações dos espectros de frequência de deslocamento dos modelos e do veículo experimental.

Hyvärinen, 2004, desenvolve um novo modelo analítico de veículo completo, o qual leva em conta a cinemática essencial do sistema de suspensão, e também descreve uma nova abordagem para controle da vibração do veículo. Um método de cálculo das forças de amortecimento desejadas, para cada um dos atuadores semi-ativos, é introduzido com base na teoria do *skyhook*. Nesse trabalho, modelos Simulink<sup>®</sup> foram desenvolvidos para o modelo tradicional de massa concentrada e para o novo conceito, que é baseado no cálculo contínuo do eixo de rolagem. Ambos os modelos foram usados para derivar as leis de controle semi-ativas. As leis de controle foram baseadas na teoria do *skyhook*. A lei de controle, a qual foi obtida com o modelo tradicional de massa concentrada, não leva em conta os efeitos da cinemática da suspensão. A lei de controle, a qual foi obtida com o novo modelo envolvendo o eixo de rolagem, considera o efeito de rolagem e balanço individual de cada roda. Como o eixo de rolagem se move durante o movimento da suspensão, o efeito sobre cada uma das rodas varia de acordo com a cinemática da suspensão e do estado do sistema. Os desempenhos entre os sistemas de controle semi-ativo e sistema passivo são comparados em termos do amortecimento da vibração, variação da carga dinâmica no pneu e demanda do percurso de trabalho da suspensão.

Mota, 2005, descreve o sistema de suspensão veicular através de um modelo matemático de 7 GDL, considerando a dinâmica não linear do sistema. Para seu modelo foram adotadas duas estratégias de controle baseadas na teoria do *skyhook*, uma que considera o coeficiente de amortecimento continuamente variável (semi-ativo CVD), e outra que considera a variação do coeficiente de amortecimento assumindo um valor mínimo ou máximo (semi-ativo ON-OFF).

Um modelo no Simulink<sup>®</sup> foi desenvolvido para obter os resultados e para comparar os sistemas analisados. Neste modelo foram definidas algumas excitações (periódicas e

transientes) para analisar o comportamento do sistema passivo não linear e dos sistemas semi-ativos. Os sistemas foram comparados em relação à resposta temporal e à densidade espectral de potência.

A consideração da dinâmica não linear do conjunto amortecedor e mola, para a suspensão passiva, se mostrou imprescindível, pois a comparação de um sistema passivo linear com sistemas semi-ativos e ativos, além de “mascarar” os resultados, não condiz com o efeito real deste sistema em um veículo. O sistema passivo não linear tem um desempenho bastante superior ao passivo linear.

Os resultados obtidos demonstram que existe uma alternância de melhor desempenho entre os sistemas passivo não linear, semi-ativo ON-OFF e semi-ativo CVD, que depende do indicador que está sendo analisado. Outro fato é que a lei de controle, implementada, é resultado da ponderação de três movimentos (elevação, balanço e rolagem), logo o peso atribuído a cada um destes componentes na lei de controle pode otimizar um determinado indicador em detrimento de outro. Em outras palavras, o movimento de rolagem pode ser melhorado no sistema semi-ativo a partir de um maior peso atribuído à componente da lei de controle referente a este movimento. Com esta análise, pode-se confirmar também que os modelos de um quarto de veículo não representam fielmente um sistema veicular, visto que os ângulos de balanço não são levados em consideração e, conseqüentemente, a estratégia de controle visa apenas otimizar o desempenho referente ao deslocamento vertical do veículo.

Du et al., 2005, estudaram o controle semi-ativo  $H^\infty$  para suspensão de um veículo com amortecedor MR. Primeiro, um experimento foi conduzido em um amortecedor MR protótipo submetido à excitação cíclica. Em seguida, um modelo polinomial foi adotado para caracterizar a resposta dinâmica do amortecedor MR. Esse modelo tem uma vantagem que pode representar a dinâmica inversa do amortecedor MR analiticamente, de modo que o resultado desejado no esquema de controle de malha aberta pode ser realizado facilmente. Por fim, um controlador  $H^\infty$  de realimentação de saída estática que utiliza a deflexão da suspensão e velocidade da massa suspensa mensuráveis como sinais de realimentação para veículos com suspensão ativa é projetado. A força de controle ativa é realizada com o amortecedor MR obtido com o modelo polinomial. O esquema proposto é ainda validado através de simulação numérica sob excitação randômica. Os resultados das simulações mostraram que o projeto do controlador  $H^\infty$  realizado pelo amortecedor MR pode atingir um bom desempenho na suspensão ativa.

Patrício, 2005, disserta sobre o desenvolvimento de um modelo veicular tridimensional de 7 graus de liberdade e, através de sua implementação numérica cria uma ferramenta computacional capaz de auxiliar na etapa de pré-projeto. Sua principal característica dinâmica é permitir os deslocamentos de corpos rígidos da carroceria, nos modos de elevação, rolagem e balanço, além do movimento das rodas conectadas entre si por barras estabilizadoras. Criou-se uma interface de entrada de dados geométricos, estruturais e de inércia para facilitar a etapa de simulação no MATLAB<sup>®</sup>. Uma vez obtidas as respostas do modelo partiu-se para a sua análise e validação com testes em condições específicas. O modelo respondeu bem ao propósito para o qual foi desenvolvido, constituindo fonte interessante para o desenvolvimento de trabalhos futuros visando o seu aprimoramento.

Bouazara et al., 2006, formulam um modelo não linear generalizado para análise dinâmica de assentos com suspensões de amortecimento passivo, semi-ativo e ativo. O modelo incorpora o atrito de Coulomb devido às ligações e buchas da suspensão, forças ascendentes das interações com as paradas do limite elástico, uma mola de suspensão linear e uma força de amortecimento não linear para amortecedor passivo, semi-ativo e ativo, enquanto que a contribuição devido à biodinâmica de um operador humano é desconsiderada. Amortecedores semi-ativos e ativos são caracterizados pela geração de força de acordo com as leis de controle baseada em cima da velocidade da massa da suspensão.

Duas suspensões diferentes de assentos são avaliadas experimentalmente em laboratório sobre excitações randômicas e senoidais decorrentes de um ônibus urbano, e os dados medidos são usados para demonstrar a validade do modelo proposto. Os resultados mostram uma concordância relativamente boa entre os resultados do modelo e os dados medidos. Parâmetros de um modelo ótimo são selecionados usando a técnica de minimização irrestrita sequencial com o objetivo de minimizar a aceleração devida à vibração transmitida para a massa do ocupante. As características de desempenho de conforto e segurança de uma suspensão ótima para assentos com amortecedores semi-ativos e ativos são avaliadas em ambas as excitações senoidais e randômicas com base nas diretrizes fornecidas pela ISO-2631. Logo, conclui-se que o desempenho do conforto de um assento de suspensão com amortecedores semi-ativo e ativo pode ser aumentado em 20-30%.

Uys et al., 2007, fizeram uma investigação para determinar configurações da mola e do amortecedor que irão garantir melhor conforto ao dirigir veículos *off-road* em diferentes perfis de estradas e em diferentes velocidades. Estas configurações são requisitos para um

sistema de suspensão semi-ativa hidropneumática mola-amortecedor de quatro estágios (4S4). Para dimensionar em quais configurações da suspensão o conforto vibracional é ideal, diferentes irregularidades de estrada, variações de velocidade e os níveis de conforto vibracional que podem ser alcançados, são abordados. As questões da melhor função objetivo para ser usada ao otimizar e se um único perfil de estrada e velocidade podem ser usados como condições representativas para otimização do conforto vibracional de suspensões semi-ativas, são tratadas. A otimização é realizada com o algoritmo *Dynamic-Q* em um Land Rover Defender 110 modelado no software MSC.ADAMS com velocidades variando de 10 a 50 km/h.

Os resultados indicam que a otimização das configurações da suspensão utilizando uma estrada e velocidade melhora o conforto vibracional na mesma estrada em velocidades diferentes. Essas configurações também melhoram o conforto vibracional para outras estradas na velocidade ótima e em outras velocidades, embora não tanto quanto se a otimização teria sido feita para uma estrada específica. Para melhorar o conforto vibracional, geralmente o amortecimento tem de ser menor do que a configuração padrão, a mola traseira deve ser tão flexível quanto possível e a mola dianteira indo desde tão suave quanto possível a mais rígida, dependendo das condições da estrada e velocidade. Conforto vibracional é mais sensível a uma mudança na rigidez da mola traseira.

Poussot-Vassal et al., 2008, se preocuparam com o projeto e análise do controle de uma suspensão semi-ativa. Uma nova estratégia que, a princípio satisfaz as limitações principais de um atuador de suspensão semi-ativa, é introduzida usando as ferramentas da teoria Linear a Parâmetros Variantes (LPV). Esta nova abordagem apresenta algumas vantagens comparadas com os métodos existentes. Tanto os critérios de avaliação industrial quanto simulações baseadas em um modelo não linear de um quarto de veículo são realizados para mostrar a eficiência do método e para validar a abordagem teórica.

Priyandoko et al., 2009, destacam a viabilidade prática de novas técnicas de controle aplicadas a um sistema de suspensão ativa de um veículo híbrido para um modelo de um quarto de veículo com *skyhook* e controle da força adaptativa neuro-ativa (SANAF). O sistema de controle global é essencialmente constituído por quatro laços de realimentação de controle, a saber, um laço de controle interior proporcional-integral (PI) para o rastreamento da força do atuador pneumático, um *skyhook* intermediário e laço de controle da força ativa (AFC) para a compensação dos distúrbios e um laço externo de controle proporcional-

integral-derivativo (PID) para o cálculo da força ideal/comandada. Uma rede neural (RN) com um algoritmo adaptativo modificado de Levenberg-Marquardt foi usada para aproximar a massa estimada e inverter dinâmicas do atuador pneumático no laço AFC. Uma série de experimentos foi realizada usando uma configuração *hardware-in-the-loop* que incorpora plenamente os elementos teóricos. O desempenho do método de controle proposto foi avaliado e comparado para examinar a eficácia do sistema em suprimir o efeito de vibração no sistema de suspensão. Verificou-se que a simulação e resultados experimentais obtiveram boa concordância, especialmente para o deslocamento da massa suspensa e os comportamentos de aceleração.

Zapateiro et al., 2009, direcionam o problema de projetar um controlador semi-ativo para uma classe de sistema de suspensão de veículo que emprega um amortecedor com atuador magneto-reológico (MR). Um modelo adequado de amortecedor MR foi desenvolvido. A maioria dos modelos encontrados na literatura é baseada no comportamento mecânico do dispositivo e podem estimar a força de amortecimento do dispositivo levando a tensão de controle de velocidade como variável. No entanto, o modelo inverso, ou seja, o modelo que calcula a variável de controle (geralmente a tensão) é ainda mais difícil de encontrar, devido à complexidade numérica que implica o inverso do modelo não linear para frente. Neste caso foi desenvolvida uma rede neural capaz de estimar a entrada de tensão de controle para o amortecedor MR, que é necessário para produzir a força ideal prevista pelo controlador de forma a reduzir as vibrações. O controlador é projetado seguindo a técnica padrão de retrocesso. O desempenho do sistema de controle é avaliado por meio de simulações em MATLAB<sup>®</sup> e Simulink<sup>®</sup>.

Fateh e Alavi, 2009, desenvolvem um novo sistema de controle para controlar o comportamento dinâmico de um veículo sujeito a perturbações da estrada. A novidade neste estudo é aplicar o controle de impedância em um sistema de suspensão ativa veicular operado por um atuador hidráulico. A relação entre o conforto dos passageiros e a movimentação do veículo é feito utilizando os parâmetros de impedância. A lei de controle de impedância pode ser aplicada para uma ampla gama de condições de estrada e é conseguida através de dois laços interiores, que são o controle da força do atuador pela linearização da realimentação e um laço de controle fuzzy para controlar o deslocamento do corpo desejado, previsto pela regra de impedância. É analisada a estabilidade do sistema, e um modelo do sistema de

suspensão de um quarto de veículo assim como um modelo não linear do atuador hidráulico são utilizados para simular o sistema de controle.

Huang et al., 2010, descrevem a aplicação de um controle não linear de estrada-adaptativa integrada com suspensões ativas em um modelo de meio carro empregando regimes algorítmicos para estrada-adaptativa. Se junta este controlador com um algoritmo de caminho-adaptativo, que continuamente monitora o curso da suspensão e ajusta a forma da não linearidade do filtro em resposta aos diferentes perfis de estradas. Este projeto adaptativo resulta num algoritmo de estrada-adaptativa que dispõe uma possibilidade de atingir as metas de controle desejado Além disso, são apresentados alguns resultados de simulação para ilustrar o desempenho em carros com suspensões semi-ativas.

### **3. CONTROLE DA SUSPENSÃO ATIVA DE UM MODELO VEICULAR COMPLETO**

#### **3.1 Generalidades**

O comportamento dinâmico de um veículo é o resultado da interação do condutor, do tipo de veículo, das cargas envolvidas e da estrada onde o veículo transita. O controle do comportamento vibracional pode ser realizado através da implementação do controle utilizando suspensões ativas. Neste capítulo se explora a implementação dessa possibilidade de controle num modelo veicular completo de 7 GDL.

#### **3.2 Modelo de sistema de suspensão de veículo completo de 7 GDL**

Para a análise matemática do problema deste trabalho, considera-se um modelo de sistema de suspensão de veículo completo representado por um sistema linearizado de 7 GDL, com base na proposta de Ikenaga et al., 2000, e usado por Motta, 2005.

O modelo consiste de uma única massa suspensa que representa o corpo ou carroceria do veículo, conectada a quatro massas não suspensas que representam as rodas do veículo em cada canto em contato permanente com o chão, como mostrado na Figura 3.1, onde a definição das variáveis na forma de parâmetros concentrados é exposta na Tabela 5.1.

A massa suspensa é capaz de apresentar movimentos de elevação (*heave*), balanço (*pitch*) e rolagem (*roll*); enquanto as massas não suspensas são livres de saltar (*bounce*) verticalmente com relação à massa suspensa.

As suspensões entre a massa suspensa e as massas não suspensas são modeladas através de elementos de mola e amortecedores viscosos lineares, enquanto os pneus são modelados como molas lineares simples sem amortecimento. Por questões de simplicidade, os ângulos de balanço e de rolagem são assumidos dentro do escopo de pequenos deslocamentos da dinâmica de estruturas.

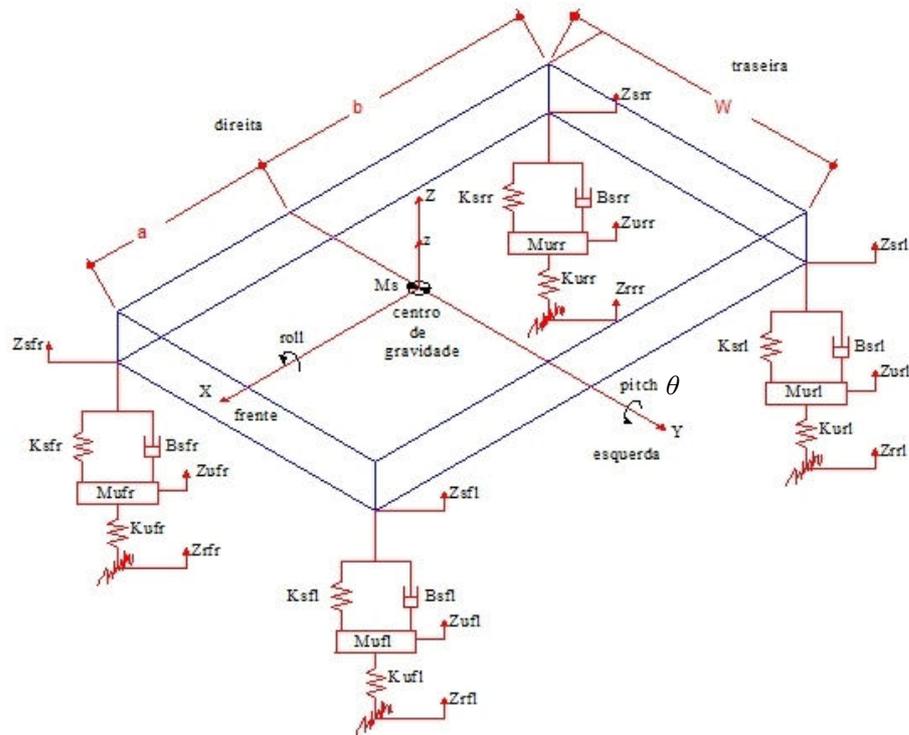


Figura 3.1 Modelo de sistema de veículo completo de 7 GDL com suspensões passivas.

Como mencionado previamente, a finalidade essencial dos sistemas de suspensão é reduzir ou até anular os movimentos da massa suspensa. É sabido que os movimentos da massa suspensa nos modos de frequências naturais das rodas não podem ser reduzidos se a única entrada de controle é a força aplicada entre as massas suspensa e as massas não suspensas. Diversas abordagens para o controle do sistema de suspensão foram pesquisadas, envolvendo controle não linear, controle ótimo, controle *backstepping*, dentre outros. Por exemplo, o controle ótimo já foi aplicado para o caso de modelos de veículos completos por Chalasani, 1996b, e Elbeheiry et al., 1996.

Neste trabalho utiliza-se o sistema de suspensão ativo proposto por Ikenaga et al., 2000, através de forças de excitação de controle nas suspensões frontal esquerda  $f_{fl}$ , frontal direita  $f_{fr}$ , traseira esquerda  $f_{rl}$  e traseira direita  $f_{rr}$ , como se observa na Figura 3.2. O sistema ativo consiste de laços de controle interno que rejeitam as irregularidades da estrada, laços de controle externo que estabilizam os movimentos de elevação, balanço e rolagem, e uma transformação desacopladora na entrada que mistura os dois tipos de laços. Segundo Ikenaga et al., 2000, a melhora no desempenho acima e abaixo dos valores das frequências da roda é atingida pela filtragem em função da frequência dos coeficientes de mola e amortecimento nos laços de controle interno. Atenuando os coeficientes de amortecimento nas altas

frequências podem ser minimizados os movimentos da massa suspensa acima dos valores das frequências da roda, enquanto que atenuando os coeficientes da mola em baixas frequências podem ser diminuídos os movimentos abaixo dos valores das frequências da roda. Por outro lado, os movimentos da massa suspensa abaixo dos valores das frequências naturais da roda podem também diminuir pelo amortecimento *skyhook* nos laços de controle externo.

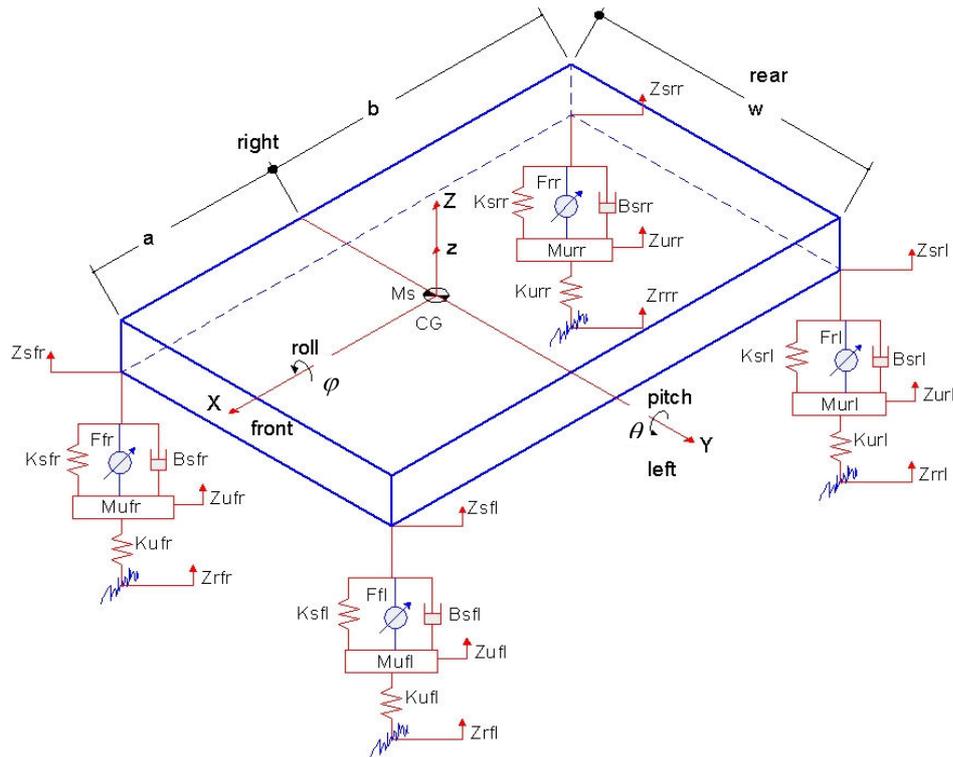


Figura 3.2 Modelo de sistema de veículo completo de 7 GDL com suspensões ativas.

Os laços de controle interno isolam o corpo do veículo das vibrações das rodas induzidas pelas irregularidades da pista enquanto os laços externos providenciam o nivelamento e distribuição da carga durante as manobras do veículo. O controle de realimentação é projetado para incrementar o amortecimento relativo de um modo de movimento específico no sistema pelo aumento de um ou mais coeficientes da equação de movimento ao atuar os sinais de controle em resposta às variáveis de realimentação do movimento.

### 3.3 Equações de movimento

Após aplicação das equações de Newton-Euler do equilíbrio de forças e momentos na Figura 3.1, as equações de movimento são estabelecidas seguindo o exposto por Ikenaga et al., 2000:

Movimento de elevação do corpo do veículo:

$$\begin{aligned}
 m_s \ddot{z} = & -m_s g - (K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr})z - (B_{sfl} + B_{sfr} + B_{srl} + B_{srr})\dot{z} + \dots \\
 & + (aK_{sfl} + aK_{sfr} - bK_{srl} - bK_{srr})\theta + (aB_{sfl} + aB_{sfr} - bB_{srl} - bB_{srr})\dot{\theta} + \dots \\
 & + K_{sfl}z_{ufl} + B_{sfl}\dot{z}_{ufl} + K_{sfr}z_{ufr} + B_{sfr}\dot{z}_{ufr} + K_{srl}z_{url} + B_{srl}\dot{z}_{url} + K_{srr}z_{urr} + B_{srr}\dot{z}_{urr} + \dots \\
 & + f_{fl} + f_{fr} + f_{rl} + f_{rr}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Movimento de balanço do corpo do veículo:

A equação do movimento de balanço é estabelecida pelo equilíbrio de forças e momentos que contribuem para o balanço do corpo do veículo, como se observa no esquema da Figura 3.3.

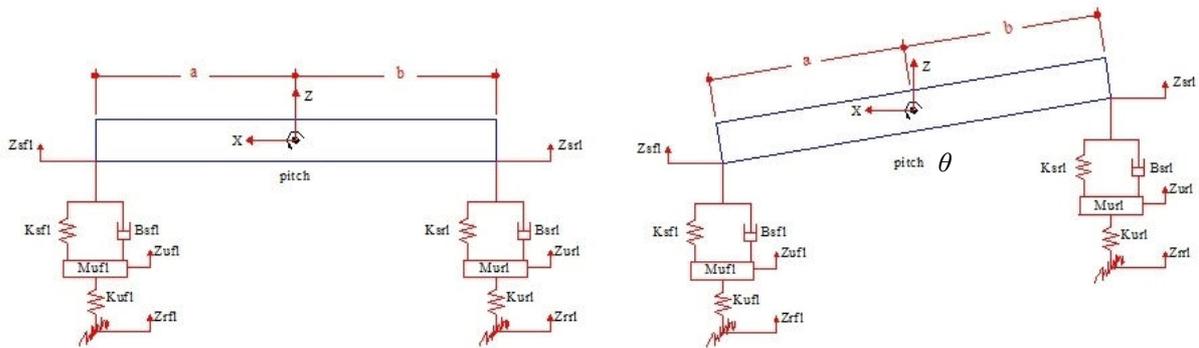


Figura 3.3 Representação do movimento de balanço atuando no modelo de estudo

$$\begin{aligned}
 I_{yy} \ddot{\theta} = & (aK_{sfl} + aK_{sfr} - bK_{srl} - bK_{srr})z + (aB_{sfl} + aB_{sfr} - bB_{srl} - bB_{srr})\dot{z} + \dots \\
 & - (a^2 K_{sfl} + a^2 K_{sfr} + b^2 K_{srl} + b^2 K_{srr})\theta - (a^2 B_{sfl} + a^2 B_{sfr} + b^2 B_{srl} + b^2 B_{srr})\dot{\theta} + \dots \\
 & - aK_{sfl}z_{ufl} - aB_{sfl}\dot{z}_{ufl} - aK_{sfr}z_{ufr} - aB_{sfr}\dot{z}_{ufr} + bK_{srl}z_{url} + bB_{srl}\dot{z}_{url} + bK_{srr}z_{urr} + bB_{srr}\dot{z}_{urr} + \dots \\
 & - af_{fl} - af_{fr} + bf_{rl} + bf_{rr}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Movimento de rolagem do corpo do veículo:

A equação do movimento de rolagem é estabelecida pelo equilíbrio de forças e momentos que contribuem para a rolagem do corpo do veículo, como se observa no esquema da Figura 3.4:

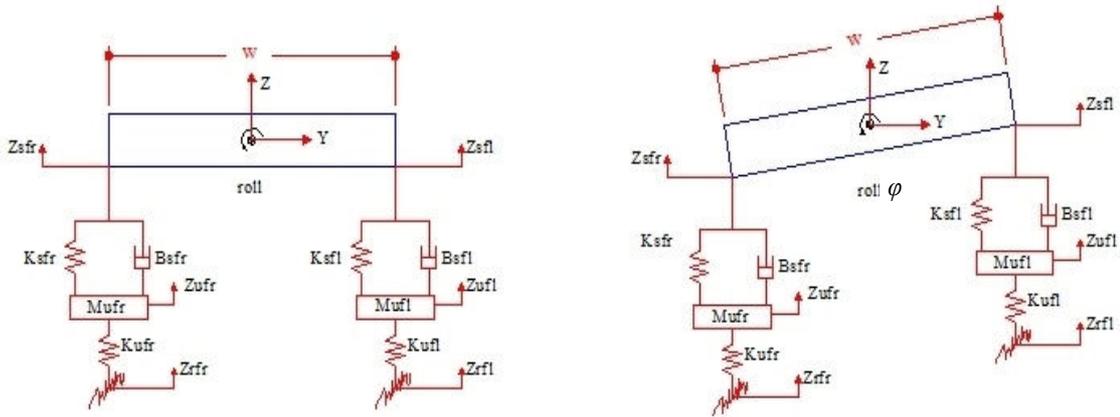


Figura 3.4 Representação do movimento de rolagem atuando no modelo de estudo

$$\begin{aligned}
 I_{xx}\ddot{\phi} = & -0,25w^2(K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr})\phi - 0,25w^2(B_{sfl} + B_{sfr} + B_{srl} + B_{srr})\dot{\phi} + \dots \\
 & + 0,5wK_{sfl}z_{ufl} + 0,5wB_{sfl}\dot{z}_{ufl} - 0,5wK_{sfr}z_{ufr} - 0,5wB_{sfr}\dot{z}_{ufr} + 0,5wK_{srl}z_{url} + \dots \\
 & + 0,5wB_{srl}\dot{z}_{url} - 0,5wK_{srr}z_{urr} - 0,5wB_{srr}\dot{z}_{urr} + 0,5wf_{fl} - 0,5wf_{fr} + 0,5wf_{rl} - 0,5wf_{rr}
 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Movimento vertical da roda dianteira esquerda:

$$\begin{aligned}
 m_{ufl}\ddot{z}_{ufl} = & -m_{ufl}g + K_{sfl}z + B_{sfl}\dot{z} - aK_{sfl}\theta - aB_{sfl}\dot{\theta} + 0,5wK_{sfl}\phi + 0,5wB_{sfl}\dot{\phi} + \dots \\
 & - (K_{sfl} + K_{ufl})z_{ufl} - B_{sfl}\dot{z}_{ufl} + K_{ufl}z_{rfl} - f_{fl}
 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Movimento vertical da roda dianteira direita:

$$\begin{aligned}
 m_{ufr}\ddot{z}_{ufr} = & -m_{ufr}g + K_{sfr}z + B_{sfr}\dot{z} - aK_{sfr}\theta - aB_{sfr}\dot{\theta} - 0,5wK_{sfr}\phi - 0,5wB_{sfr}\dot{\phi} + \dots \\
 & - (K_{sfr} + K_{ufr})z_{ufr} - B_{sfr}\dot{z}_{ufr} + K_{ufr}z_{rfr} - f_{fr}
 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Movimento vertical da roda traseira esquerda:

$$\begin{aligned}
 m_{url}\ddot{z}_{url} = & -m_{url}g + K_{srl}z + B_{srl}\dot{z} + bK_{srl}\theta + bB_{srl}\dot{\theta} + 0,5wK_{srl}\phi + 0,5wB_{srl}\dot{\phi} + \dots \\
 & - (K_{srl} + K_{url})z_{url} - B_{srl}\dot{z}_{url} + K_{url}z_{rrl} - f_{rl}
 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Movimento vertical da roda traseira direita:

$$m_{urr} \ddot{z}_{urr} = -m_{urr} g + K_{srr} z + B_{srr} \dot{z} + bK_{srr} \theta + bB_{srr} \dot{\theta} - 0,5wK_{srr} \varphi - 0,5wB_{srr} \dot{\varphi} + \dots - (K_{srr} + K_{urr}) z_{urr} - B_{srr} \dot{z}_{urr} + K_{urr} z_{rrr} - f_{rr} \quad (3.7)$$

Com a finalidade de resolver o sistema das Equações (3.1) a (3.7), as seguintes variáveis de estado são definidas:

- $x_1 = z$  : posição de elevação (altura de vibração vertical da massa suspensa)
- $x_2 = \dot{z}$  : velocidade de elevação da massa suspensa
- $x_3 = \theta$  : ângulo de balanço
- $x_4 = \dot{\theta}$  : velocidade angular de balanço
- $x_5 = \varphi$  : ângulo de rolagem
- $x_6 = \dot{\varphi}$  : velocidade angular de rolagem
- $x_7 = z_{ufl}$  : elevação da massa não suspensa da roda dianteira esquerda
- $x_8 = \dot{z}_{ufl}$  : velocidade da massa não suspensa da roda dianteira esquerda
- $x_9 = z_{ufr}$  : elevação da massa não suspensa da roda dianteira direita
- $x_{10} = \dot{z}_{ufr}$  : velocidade da massa não suspensa da roda dianteira direita
- $x_{11} = z_{url}$  : elevação da massa não suspensa da roda traseira esquerda
- $x_{12} = \dot{z}_{url}$  : velocidade da massa não suspensa da roda traseira esquerda
- $x_{13} = z_{urr}$  : elevação da massa não suspensa da roda traseira direita
- $x_{14} = \dot{z}_{urr}$  : velocidade da massa não suspensa da roda traseira direita
- $x_{15} = z_{sfl} - z_{ufl}$  : elevação relativa do canto dianteiro esquerdo do corpo do veículo
- $x_{16} = \dot{z}_{sfl} - \dot{z}_{ufl}$  : velocidade relativa do canto dianteiro esquerdo do corpo do veículo
- $x_{17} = z_{sfr} - z_{ufr}$  : elevação relativa do canto dianteiro direito do corpo do veículo
- $x_{18} = \dot{z}_{sfr} - \dot{z}_{ufr}$  : velocidade relativa do canto dianteiro direito do corpo do veículo
- $x_{19} = z_{srl} - z_{url}$  : elevação relativa do canto traseiro esquerdo do corpo do veículo
- $x_{20} = \dot{z}_{srl} - \dot{z}_{url}$  : velocidade relativa do canto traseiro esquerdo do corpo do veículo
- $x_{21} = z_{srr} - z_{urr}$  : elevação relativa do canto traseiro direito do corpo do veículo
- $x_{22} = \dot{z}_{srr} - \dot{z}_{urr}$  : velocidade relativa do canto traseiro direito do corpo do veículo

As derivadas das primeiras quatorze variáveis de estado se relacionam com as variáveis originais de velocidade e aceleração conforme as Equações (3.8):

$$\begin{aligned}
 x_1 &= z & \dot{x}_1 &= \dot{z} = x_2 \\
 x_2 &= \dot{z} & \dot{x}_2 &= \ddot{z} \\
 x_3 &= \theta & \dot{x}_3 &= \dot{\theta} = x_4 \\
 x_4 &= \dot{\theta} & \dot{x}_4 &= \ddot{\theta} \\
 x_5 &= \varphi & \dot{x}_5 &= \dot{\varphi} = x_6 \\
 x_6 &= \dot{\varphi} & \dot{x}_6 &= \ddot{\varphi} \\
 x_7 &= z_{ufl} & \dot{x}_7 &= \dot{z}_{ufl} = x_8 \\
 x_8 &= \dot{z}_{ufl} & \dot{x}_8 &= \ddot{z}_{ufl} \\
 x_9 &= z_{ufr} & \dot{x}_9 &= \dot{z}_{ufr} = x_{10} \\
 x_{10} &= \dot{z}_{ufr} & \dot{x}_{10} &= \ddot{z}_{ufr} \\
 x_{11} &= z_{url} & \dot{x}_{11} &= \dot{z}_{url} = x_{12} \\
 x_{12} &= \dot{z}_{url} & \dot{x}_{12} &= \ddot{z}_{url} \\
 x_{13} &= z_{urr} & \dot{x}_{13} &= \dot{z}_{urr} = x_{14} \\
 x_{14} &= \dot{z}_{urr} & \dot{x}_{14} &= \ddot{z}_{urr}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Substituindo as variáveis de estado nas Equações (3.1) a (3.7) e utilizando as simplificações  $K_{sfl} = K_{sfr} = K_{sf}$ ,  $K_{srl} = K_{srr} = K_{sr}$ ,  $B_{sfl} = B_{sfr} = B_{sf}$ ,  $B_{srl} = B_{srr} = B_{sr}$  e  $K_{ufl} = K_{ufr} = K_{url} = K_{urr} = K_u$ , resulta o seguinte sistema de equações de estado, de acordo com Ikenaga et al., 2000.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -g - \frac{(2K_{sf} + 2K_{sr})}{m_s} x_1 - \frac{(2B_{sf} + 2B_{sr})}{m_s} x_2 + \frac{(2aK_{sf} - 2bK_{sr})}{m_s} x_3 + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{m_s} x_4 + \dots \\
 &\quad + \frac{K_{sf}}{m_s} (x_7 + x_9 + x_{11} + x_{13}) + \frac{B_{sf}}{m_s} (x_8 + x_{10} + x_{12} + x_{14}) + \frac{1}{m_s} (f_{fl} + f_{fr} + f_{rl} + f_{rr}) \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= \frac{(2aK_{sf} - 2bK_{sr})}{I_{yy}} x_1 + \frac{(2aB_{sf} - 2bB_{sr})}{I_{yy}} x_2 - \frac{(2a^2K_{sf} + 2b^2K_{sr})}{I_{yy}} x_3 - \frac{(2a^2B_{sf} + 2b^2B_{sr})}{I_{yy}} x_4 + \dots \\
 &\quad - \frac{aK_{sf}}{I_{yy}} x_7 - \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} x_8 - \frac{aK_{sf}}{I_{yy}} x_9 - \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} x_{10} + \frac{bK_{sf}}{I_{yy}} x_{11} + \frac{bB_{sf}}{I_{yy}} x_{12} + \frac{bK_{sf}}{I_{yy}} x_{13} + \frac{bB_{sf}}{I_{yy}} x_{14} + \dots \\
 &\quad - \frac{a}{I_{yy}} f_{fl} - \frac{a}{I_{yy}} f_{fr} + \frac{b}{I_{yy}} f_{rl} + \frac{b}{I_{yy}} f_{rr} \\
 \dot{x}_5 &= x_6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_6 &= -\frac{w^2(2K_{sf} + 2K_{sr})}{4I_{xx}}x_5 - \frac{w^2(2B_{sf} + 2B_{sr})}{4I_{xx}}x_6 + \frac{wK_{sf}}{2I_{xx}}x_7 + \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}}x_8 - \frac{wK_{sf}}{2I_{xx}}x_9 + \dots \\
&\quad - \frac{wB_{sf}}{2I_{xx}}x_{10} + \frac{wK_{sr}}{2I_{xx}}x_{11} + \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}}x_{12} - \frac{wK_{sr}}{2I_{xx}}x_{13} - \frac{wB_{sr}}{2I_{xx}}x_{14} + \dots \\
&\quad - \frac{w}{2I_{xx}}f_{fl} - \frac{w}{2I_{xx}}f_{fr} + \frac{w}{2I_{xx}}f_{rl} - \frac{w}{2I_{xx}}f_{rr} \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \frac{K_{sf}}{m_u}x_1 + \frac{B_{sf}}{m_u}x_2 - \frac{aK_{sf}}{m_u}x_3 - \frac{aB_{sf}}{m_u}x_4 + \frac{wK_{sf}}{2m_u}x_5 + \frac{wB_{sf}}{2m_u}x_6 - \frac{(K_{sf} + K_u)}{m_u}x_7 + \dots \\
&\quad - \frac{B_{sf}}{m_u}x_8 - \frac{1}{m_u}f_{fl} - g + \frac{K_u}{m_u}z_{rfl} \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= \frac{K_{sf}}{m_u}x_1 + \frac{B_{sf}}{m_u}x_2 - \frac{aK_{sf}}{m_u}x_3 - \frac{aB_{sf}}{m_u}x_4 - \frac{wK_{sf}}{2m_u}x_5 - \frac{wB_{sf}}{2m_u}x_6 - \frac{(K_{sf} + K_u)}{m_u}x_9 - \frac{B_{sf}}{m_u}x_{10} + \dots \quad (3.9) \\
&\quad - \frac{1}{m_u}f_{fr} - g + \frac{K_u}{m_u}z_{rfr} \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= \frac{K_{sr}}{m_u}x_1 + \frac{B_{sr}}{m_u}x_2 + \frac{bK_{sr}}{m_u}x_3 + \frac{bB_{sr}}{m_u}x_4 + \frac{wK_{sr}}{2m_u}x_5 + \frac{wB_{sr}}{2m_u}x_6 - \frac{(K_{sr} + K_u)}{m_u}x_{11} - \dots \\
&\quad - \frac{B_{sr}}{m_u}x_{12} - \frac{1}{m_u}f_{rl} - g + \frac{K_u}{m_u}z_{rrl} \\
\dot{x}_{13} &= x_{14} \\
\dot{x}_{14} &= \frac{K_{sr}}{m_u}x_1 + \frac{B_{sr}}{m_u}x_2 + \frac{bK_{sr}}{m_u}x_3 + \frac{bB_{sr}}{m_u}x_4 - \frac{wK_{sr}}{2m_u}x_5 + \frac{wB_{sr}}{2m_u}x_6 - \frac{(K_{sr} + K_u)}{m_u}x_{13} + \dots \\
&\quad - \frac{B_{sr}}{m_u}x_{14} - \frac{1}{m_u}f_{rr} - g + \frac{K_u}{m_u}z_{rrr}
\end{aligned}$$

As equações de estado em forma matricial são expressas por

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}(t)_{(22 \times 1)} &= \mathbf{A}_{(14 \times 22)} \mathbf{x}(t)_{(22 \times 1)} + \mathbf{HL}_{(8 \times 22)} \mathbf{x}(t)_{(22 \times 1)} + \mathbf{B}_{(22 \times 4)} \mathbf{f}(t)_{(4 \times 1)} + \mathbf{B}_d(22 \times 5) \mathbf{d}(t)_{(5 \times 1)} \\
\mathbf{y}(t)_{(22 \times 1)} &= \mathbf{C}_{(22 \times 22)} \mathbf{x}(t)_{(22 \times 1)} + \mathbf{D}_{(22 \times 9)} \mathbf{u}_{(9 \times 1)}
\end{aligned} \quad (3.10)$$

A excitação na entrada  $\mathbf{d}(t)$  é definida através da Equação (3.11) onde  $g$  é a aceleração gravitacional e as variáveis  $z_{rfl}(t)$ ,  $z_{rfr}(t)$ ,  $z_{rrl}(t)$  e  $z_{rrr}(t)$  representam as alturas das irregularidades da estrada nas rodas frontal esquerda, frontal direita, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente. A excitação de controle  $\mathbf{f}(t)$  é definida como a força gerada nas suspensões frontal esquerda, frontal direita, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente, segundo a Equação (3.12).

$$\mathbf{d}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{g} \\ z_{rfl}(t) \\ z_{rfr}(t) \\ z_{rml}(t) \\ z_{rrr}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{f}(t) = \begin{Bmatrix} f_{fl}(t) \\ f_{fr}(t) \\ f_{rl}(t) \\ f_{rr}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

A saída  $\mathbf{y}(t)$  poderá mudar em função de objetivos de análise de desempenho específicos. A Equação (3.10) pode ser exposta de forma mais compacta segundo a Equação (3.13).

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t)_{(22 \times 1)} &= \mathbf{A}_c_{(22 \times 22)} \mathbf{x}(t)_{(22 \times 1)} + \mathbf{B}_c_{(22 \times 9)} \mathbf{u}(t)_{(9 \times 1)} \\ \mathbf{y}(t)_{(22 \times 1)} &= \mathbf{C}_{(22 \times 22)} \mathbf{x}(t)_{(22 \times 1)} + \mathbf{D}_{(22 \times 9)} \mathbf{u}(t)_{(9 \times 1)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Onde,

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{(14 \times 22)} \\ \mathbf{HL}_{(8 \times 22)} \end{bmatrix}_{(22 \times 22)} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{22} \end{Bmatrix}_{(22 \times 1)} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{B}_c = [\mathbf{B}_d \quad \mathbf{B}]_{(22 \times 9)}. \quad (3.16)$$

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{f}(t) \end{Bmatrix}_{(9 \times 1)} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(22 \times 22)} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{(22 \times 9)} \quad (3.19)$$

A matriz  $\mathbf{A}$  pode ser exposta na forma de sub-matrizes segundo a Equação (3.20).

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \quad \mathbf{A}_2 \quad \mathbf{A}_3] \quad (3.20)$$

Onde,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{m_s}(K_{sf} + K_{sr}) & -\frac{2}{m_s}(B_{sf} + B_{sr}) & \frac{2}{m_s}(aK_{sf} - bK_{sr}) & \frac{2}{m_s}(aB_{sf} - bB_{sr}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{I_{yy}}(aK_{sf} - bK_{sr}) & \frac{2}{I_{yy}}(aB_{sf} - bB_{sr}) & -\frac{2}{I_{yy}}(a^2K_{sf} + b^2K_{sr}) & -\frac{2}{I_{yy}}(a^2B_{sf} + b^2B_{sr}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w^2}{(2I_{xx})(K_{sf} + K_{sr})} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{sf}}{mu} & \frac{B_{sf}}{mu} & -\frac{aK_{sf}}{mu} & -\frac{aB_{sf}}{mu} & \frac{wK_{sf}}{mu} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{sf}}{mu} & \frac{B_{sf}}{mu} & -\frac{aK_{sf}}{mu} & \frac{aB_{sf}}{mu} & -\frac{wK_{sf}}{mu} \\ \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} \\ \frac{K_{sr}}{mu} & \frac{B_{sr}}{mu} & \frac{bK_{sr}}{mu} & \frac{bB_{sr}}{mu} & \frac{wK_{sr}}{2mu} \\ \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} & \frac{0}{wK_{sr}} \\ \frac{K_{sr}}{mu} & \frac{B_{sr}}{mu} & \frac{bK_{sr}}{mu} & \frac{bB_{sr}}{mu} & -\frac{wK_{sr}}{2mu} \\ \frac{mu}{mu} & \frac{mu}{mu} & \frac{mu}{mu} & \frac{mu}{mu} & \frac{2mu}{2mu} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{K_{sf}}{ms} & \frac{B_{sf}}{ms} & \frac{K_{sf}}{ms} & \frac{B_{sf}}{ms} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{aK_{sf}}{I_{yy}} & \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} & \frac{aK_{sf}}{I_{yy}} & \frac{aB_{sf}}{I_{yy}} \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{1}{w^2} & \frac{wK_{sf}}{(2I_{xx})(B_{sf} + B_{sr})} & \frac{wB_{sf}}{(2I_{xx})} & \frac{wK_{sf}}{(2I_{xx})} & \frac{wB_{sf}}{(2I_{xx})} \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\frac{0}{wB_{sf}} & \frac{(K_{sf} + K_u)}{B_{sf}} & -\frac{1}{B_{sf}} & 0 & 0 \\
\frac{mu}{wB_{sf}} & \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} & \frac{0}{(K_{sf} + K_u)} & \frac{1}{B_{sf}} \\
-\frac{2mu}{wB_{sf}} & 0 & 0 & \frac{mu}{0} & \frac{mu}{0} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{wB_{sr}}{2mu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{2mu}{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{wB_{sr}}{2mu} & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix}
\frac{0}{K_{sr}} & \frac{0}{B_{sr}} & \frac{0}{K_{sr}} & \frac{0}{B_{sr}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{ms}{0} & \frac{ms}{0} & \frac{ms}{0} & \frac{ms}{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{bK_{sf}}{I_{yy}} & \frac{bB_{sf}}{I_{yy}} & \frac{bK_{sf}}{I_{yy}} & \frac{bB_{sf}}{I_{yy}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{0}{wK_{sr}} & \frac{0}{wB_{sr}} & \frac{0}{wK_{sr}} & \frac{0}{wB_{sr}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{2I_{xx}}{0} & \frac{2I_{xx}}{0} & -\frac{2I_{xx}}{0} & -\frac{2I_{xx}}{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{K_{sr} + K_u}{mu} & -\frac{B_{sr}}{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{K_{sr} + K_u}{mu} & -\frac{B_{sr}}{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \quad (3.23)$$

A matriz  $\mathbf{HL}$ , decorrente das equações de estado associadas aos filtros passa alto (*High Pass Filter*) e passa baixo (*Low Pass Filter*), pode ser exposta na forma de submatrizes segundo a Equação (3.24).

$$\mathbf{HL} = [\mathbf{HL}_1 \quad \mathbf{HL}_2 \quad \mathbf{HL}_3] \quad (3.24)$$

Onde,

$$\mathbf{HL}_1 = \begin{bmatrix} \omega_{kfl} & 0 & -a \omega_{kfl} & 0 & 0.5 w \omega_{kfl} & 0 \\ 0 & \omega_{bfl} & 0 & -a \omega_{bfl} & 0 & 0.5 w \omega_{bfl} \\ \omega_{kfr} & 0 & -a \omega_{kfr} & 0 & -0.5 w \omega_{kfr} & 0 \\ 0 & \omega_{bfr} & 0 & -a \omega_{bfr} & 0 & -0.5 w \omega_{bfr} \\ \omega_{krl} & 0 & b \omega_{krl} & 0 & 0.5 w \omega_{krl} & 0 \\ 0 & \omega_{brl} & 0 & b \omega_{brl} & 0 & 0.5 w \omega_{brl} \\ \omega_{krr} & 0 & b \omega_{krr} & 0 & 0.5 w \omega_{krr} & 0 \\ 0 & \omega_{brr} & 0 & b \omega_{brr} & 0 & -0.5 w \omega_{brr} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{HL}_2 = \begin{bmatrix} -\omega_{kfl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_{bfl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{kfr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_{bfr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{krl} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{brl} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{krr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{brr} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{HL}_3 = \begin{bmatrix} -\omega_{kfl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_{bfl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{kfr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_{bfr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{krl} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{brl} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{krr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{brr} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

As matrizes  $\mathbf{B}_d$  e  $\mathbf{B}$  são expostas nas Equações (3.28) e (3.29), respectivamente.





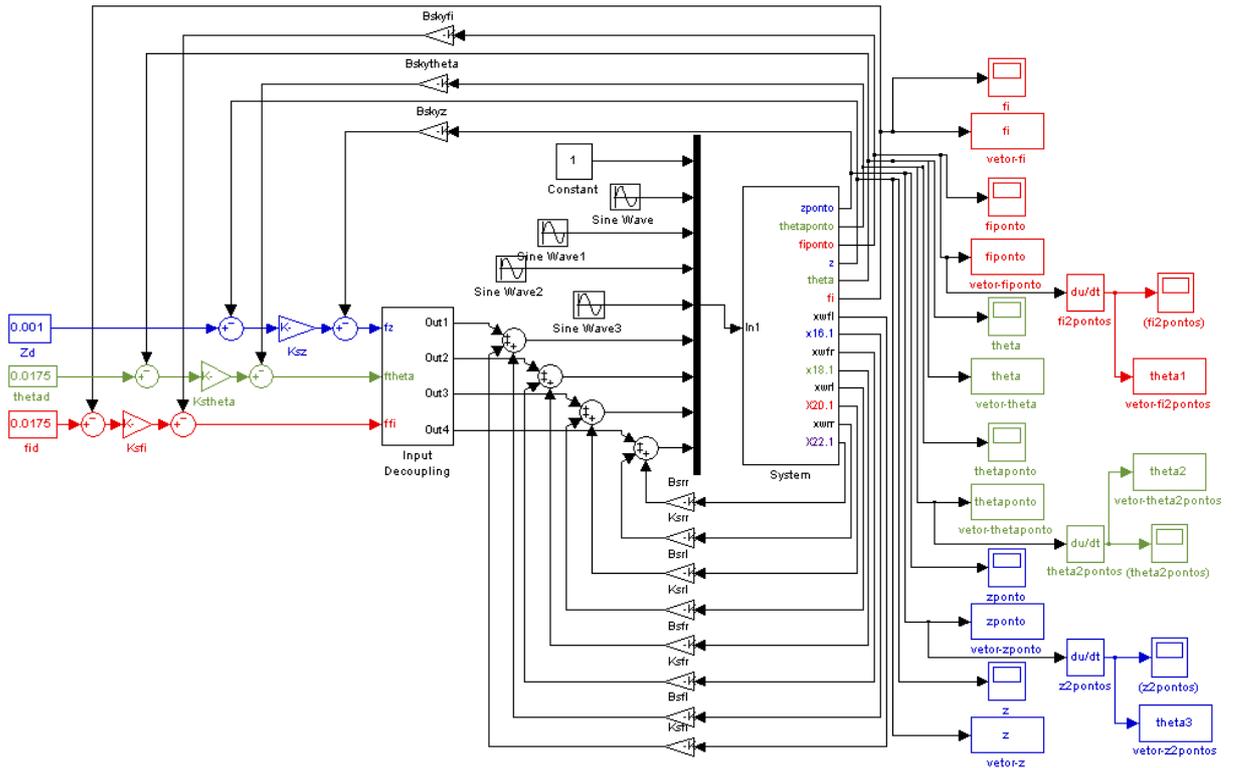


Figura 3.5 Sistema implementado para o controle ativo com realimentação filtrada

O detalhe do bloco *System* da Figura 3.5, representativo das equações de espaço estado das Equações (3.10), é apresentado na Figura 3.6.

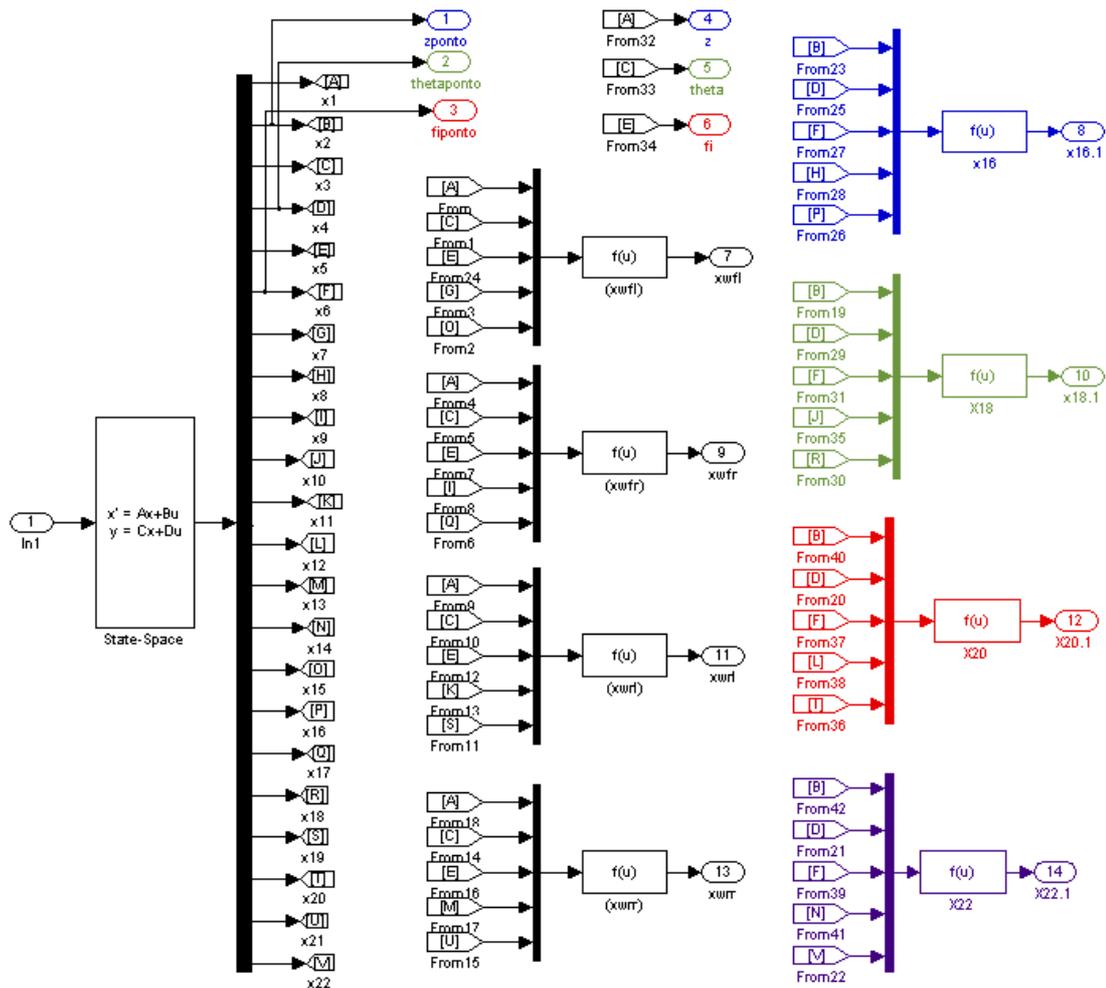


Figura 3.6 Bloco de equações de espaço estado do sistema

### 3.4.1 Transformação desacopladora de entrada

Um exame das Equações (3.1) a (3.7) destaca que há apenas quatro entradas de controle  $f_{fl}$ ,  $f_{fr}$ ,  $f_{rl}$  e  $f_{rr}$ , mas se deseja controlar sete variáveis envolvendo os movimentos de elevação, balanço e rolagem do corpo do veículo, além dos movimentos verticais da roda dianteira esquerda, roda dianteira direita, roda traseira esquerda e roda traseira direita.

Esse problema pode ser contornado utilizando um laço de controle interno que afete o conforto das vibrações e rejeite as irregularidades da estrada, e um laço de controle externo para controlar a elevação, balanço e rolagem. O sucesso do projeto do sistema de controle apresentado na Figura 3.5 depende da mistura correta dos controles gerados pelos laços internos e externos.

Da Figura 3.2, as forças equivalentes para elevação, balanço e rolagem podem ser definidas como:

$$\begin{aligned} f_z(t) &= f_{fl}(t) + f_{fr}(t) + f_{rl}(t) + f_{rr}(t) \\ f_\theta(t) &= -a f_{fl}(t) - a f_{fr}(t) + b f_{rl}(t) + b f_{rr}(t) \\ f_\varphi(t) &= 0.5w(f_{fl}(t) - f_{fr}(t) + f_{rl}(t) - f_{rr}(t)) \end{aligned} \quad (3.30)$$

ou dadas na forma matricial

$$\begin{Bmatrix} f_z(t) \\ f_\theta(t) \\ f_\varphi(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -a & -a & b & b \\ 0.5w & -0.5w & 0.5w & -0.5w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{fl} \\ f_{fr} \\ f_{rl} \\ f_{rr} \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

Como exposto por Ikenaga et al. em 2000, para um sistema de equações lineares  $Y=WX$ , se  $W \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  é de posto-linha completo, ou seja, todas as suas linhas são linearmente independentes, então existe uma matriz pseudo-inversa  $W^\dagger$  de forma que  $WW^\dagger = I^{m \times m}$ . Calculando a matriz pseudo-inversa através de  $W^\dagger = W^T(WW^T)^{-1}$ , a expressão inversa da Equação (3.31) resulta na equação (3.32), tornando-se a transformação desacopladora de entrada e misturando os laços de controle internos e externos.

$$\begin{Bmatrix} f_{fl}(t) \\ f_{fr}(t) \\ f_{rl}(t) \\ f_{rr}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b}{2(a+b)} & -\frac{b}{2(a+b)} & \frac{1}{2w} \\ \frac{b}{2(a+b)} & -\frac{b}{2(a+b)} & -\frac{1}{2w} \\ \frac{b}{2(a+b)} & \frac{b}{2(a+b)} & \frac{1}{2w} \\ \frac{b}{2(a+b)} & \frac{b}{2(a+b)} & -\frac{1}{2w} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_z(t) \\ f_\theta(t) \\ f_\varphi(t) \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

A representação desta função em diagrama de blocos, identificada como o bloco *input decoupling* na Figura 3.5, foi construída como ilustra a Figura 3.7:

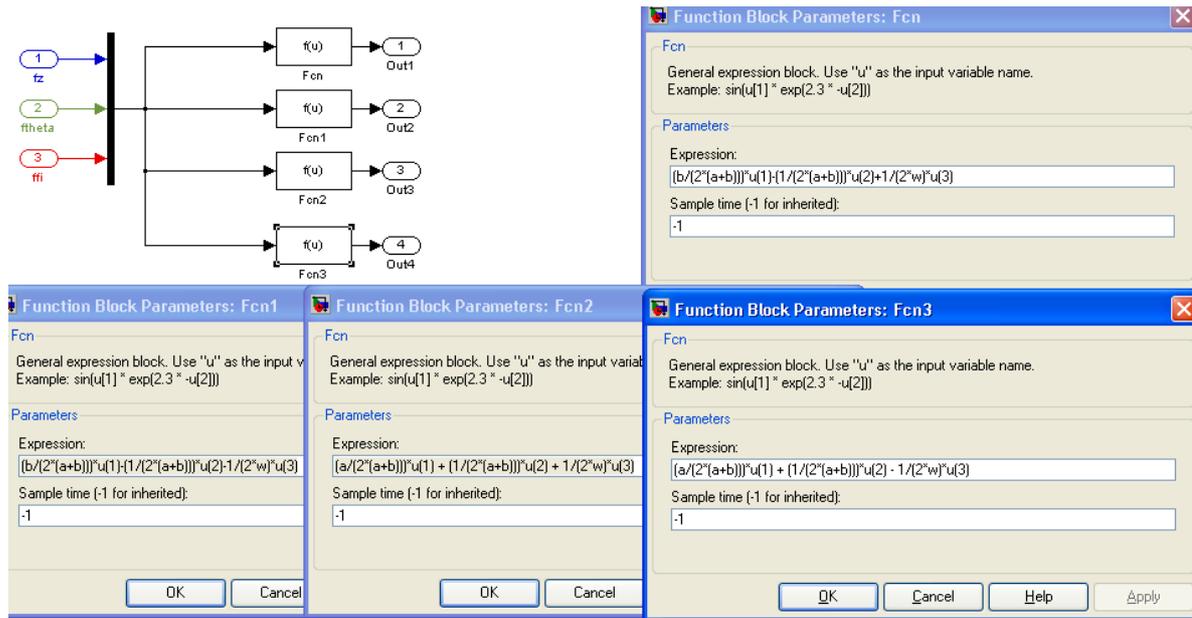


Figura 3.7 Representação da função desacopladora em diagrama de blocos

### 3.4.2 Laço interno para controle da vibração

Como exposto por Ikenaga et al., 2000, é bem conhecido que os movimentos da massa suspensa na frequência da roda  $\omega_0$  não podem ser reduzidos se apenas a entrada de controle é a força aplicada entre as massas suspensa e não suspensas, como nas suspensões veiculares. Ao selecionar essa entrada localiza-se um zero perto da frequência da roda  $\omega_0$ , resultando em um modo incontrolável por causa dos cancelamentos de pólo-zero efetivos. É difícil reduzir os movimentos acima da massa suspensa sem esquemas elaborados de controle.

Para um modelo de um quarto de veículo, com uma massa não suspensa  $m_u$  e rigidez do pneu  $K_u$ , a frequência natural da roda pode ser calculada aproximadamente como:

$$\omega_0 = \sqrt{K_u/m_u} \quad (3.33)$$

No caso de um modelo de veículo completo, há quatro valores distintos das frequências naturais dos pneus, mas para simplificar assume-se que todos eles são aproximados pela Equação (3.33).

Existe a possibilidade de melhorar o desempenho acima e abaixo da frequência da roda  $\omega_0$ , através da atenuação da constante de amortecimento  $B_s$  acima de  $\omega_0$  e da atenuação

da constante da mola  $K_s$  abaixo da frequência do corpo do veículo  $\omega_{body}$ . Isto não pode ser realizado usando realimentação passiva, mas há a possibilidade com um projeto de controle de suspensão ativa.

Para um modelo de veículo completo, com uma massa suspensa  $m_s$  e rigidez equivalente das molas das suspensões, a frequência natural do corpo do veículo pode ser calculada aproximadamente como:

$$\omega_{body} = \sqrt{\frac{K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}}{m_s}} \quad (3.34)$$

Com a finalidade de atenuar (mas não rejeitar)  $B_s$  nas altas frequências para cada roda, filtros passa-baixo (FPB) são introduzidos através da definição:

$$\begin{aligned} x_{16} &= \frac{\omega_{b_{fl}}}{s + \omega_{b_{fl}}} (\dot{z}_{s_{fl}} - \dot{z}_{u_{fl}}) = \frac{\omega_{b_{fl}}}{s + \omega_{b_{fl}}} (\dot{z} - a\dot{\theta} + 0,5w\dot{\varphi} - \dot{z}_{u_{fl}}) = \frac{\omega_{b_{fl}}}{s + \omega_{b_{fl}}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_8) \\ x_{18} &= \frac{\omega_{b_{fr}}}{s + \omega_{b_{fr}}} (\dot{z}_{s_{fr}} - \dot{z}_{u_{fr}}) = \frac{\omega_{b_{fr}}}{s + \omega_{b_{fr}}} (\dot{z} - a\dot{\theta} - 0,5w\dot{\varphi} - \dot{z}_{u_{fr}}) = \frac{\omega_{b_{fr}}}{s + \omega_{b_{fr}}} (x_2 - ax_4 - 0,5wx_6 - x_{10}) \\ x_{20} &= \frac{\omega_{b_{rl}}}{s + \omega_{b_{rl}}} (\dot{z}_{s_{rl}} - \dot{z}_{u_{rl}}) = \frac{\omega_{b_{rl}}}{s + \omega_{b_{rl}}} (\dot{z} + b\dot{\theta} + 0,5w\dot{\varphi} - \dot{z}_{u_{rl}}) = \frac{\omega_{b_{rl}}}{s + \omega_{b_{rl}}} (x_2 + bx_4 + 0,5wx_6 - x_{12}) \\ x_{22} &= \frac{\omega_{b_{rr}}}{s + \omega_{b_{rr}}} (\dot{z}_{s_{rr}} - \dot{z}_{u_{rr}}) = \frac{\omega_{b_{rr}}}{s + \omega_{b_{rr}}} (\dot{z} + b\dot{\theta} - 0,5w\dot{\varphi} - \dot{z}_{u_{rr}}) = \frac{\omega_{b_{rr}}}{s + \omega_{b_{rr}}} (x_2 + bx_4 - 0,5wx_6 - x_{14}) \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde  $\omega_{b_{fl}}$ ,  $\omega_{b_{fr}}$ ,  $\omega_{b_{rl}}$  and  $\omega_{b_{rr}}$  são as frequências de atenuação para as constantes de amortecimento frontal esquerda, frontal direita, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente. Estas podem ser realizadas pelas equações de estado fornecidas pela Equação (3.36), as quais são adicionadas às Equações (3.9).

$$\begin{aligned} \dot{x}_{16} &= \omega_{b_{fl}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_8) - \omega_{b_{fl}} x_{16} = \omega_{b_{fl}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_8 - x_{16}) \\ \dot{x}_{18} &= \omega_{b_{fr}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_{10}) - \omega_{b_{fr}} x_{18} = \omega_{b_{fr}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_{10} - x_{18}) \\ \dot{x}_{20} &= \omega_{b_{rl}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_{12}) - \omega_{b_{rl}} x_{20} = \omega_{b_{rl}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_{12} - x_{20}) \\ \dot{x}_{22} &= \omega_{b_{rr}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_{14}) - \omega_{b_{rr}} x_{22} = \omega_{b_{rr}} (x_2 - ax_4 + 0,5wx_6 - x_{14} - x_{22}) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Com a finalidade de atenuar (mas não rejeitar)  $K_s$  nas baixas frequências para cada roda, filtros passa-alto (FPA) são introduzidos através da definição:

$$\begin{aligned}
x_{W_{fl}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{fl}}} (z_{s_{fl}} - z_{u_{fl}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{fl}}} (z - a \theta + 0,5w \varphi - z_{u_{fl}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{fl}}} (x_1 - a x_3 + 0,5w x_5 - x_7) \\
x_{W_{fr}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{fr}}} (z_{s_{fr}} - z_{u_{fr}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{fr}}} (z - a \theta - 0,5w \varphi - z_{u_{fr}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{fr}}} (x_1 - a x_3 - 0,5w x_5 - x_9) \\
x_{W_{rl}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{rl}}} (z_{s_{rl}} - z_{u_{rl}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{rl}}} (z + b \theta + 0,5w \varphi - z_{u_{rl}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{rl}}} (x_1 + b x_3 + 0,5w x_5 - x_{11}) \\
x_{W_{rr}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{rr}}} (z_{s_{rr}} - z_{u_{rr}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{rr}}} (z + b \theta - 0,5w \varphi - z_{u_{rr}}) = \frac{s}{s + \omega_{k_{rr}}} (x_1 + b x_3 - 0,5w x_5 - x_{13})
\end{aligned} \tag{3.37}$$

onde  $\omega_{k_{fl}}$ ,  $\omega_{k_{fr}}$ ,  $\omega_{k_{rl}}$  e  $\omega_{k_{rr}}$  são as frequências de atenuação para as constantes da mola frontal esquerda, frontal direita, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente. Para desenvolver os FPA como um sistema de estado escreve-se a Equação (3.38),

$$\begin{aligned}
x_{W_{fl}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{fl}}} (x_1 - a x_3 + 0,5w x_5 - x_7) = \left( 1 - \frac{\omega_{k_{fl}}}{s + \omega_{k_{fl}}} \right) (x_1 - a x_3 + 0,5w x_5 - x_7) \\
x_{W_{fr}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{fr}}} (x_1 - a x_3 - 0,5w x_5 - x_9) = \left( 1 - \frac{\omega_{k_{fr}}}{s + \omega_{k_{fr}}} \right) (x_1 - a x_3 - 0,5w x_5 - x_9) \\
x_{W_{rl}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{rl}}} (x_1 + b x_3 + 0,5w x_5 - x_{11}) = \left( 1 - \frac{\omega_{k_{rl}}}{s + \omega_{k_{rl}}} \right) (x_1 + b x_3 + 0,5w x_5 - x_{11}) \\
x_{W_{rr}} &= \frac{s}{s + \omega_{k_{rr}}} (x_1 + b x_3 - 0,5w x_5 - x_{13}) = \left( 1 - \frac{\omega_{k_{rr}}}{s + \omega_{k_{rr}}} \right) (x_1 + b x_3 - 0,5w x_5 - x_{13})
\end{aligned} \tag{3.38}$$

e define-se estados adicionais de forma que:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{15} &= \omega_{k_{fl}} (x_1 - a x_3 + 0,5w x_5 - x_7 - x_{15}) \\
x_{W_{fl}} &= x_1 - a x_3 + 0,5w x_5 - x_7 - x_{15} \\
\dot{x}_{17} &= \omega_{k_{fr}} (x_1 - a x_3 - 0,5w x_5 - x_9 - x_{17}) \\
x_{W_{fr}} &= x_1 - a x_3 - 0,5w x_5 - x_9 - x_{17} \\
\dot{x}_{19} &= \omega_{k_{rl}} (x_1 + b x_3 + 0,5w x_5 - x_{11} - x_{19}) \\
x_{W_{rl}} &= x_1 + b x_3 + 0,5w x_5 - x_{11} - x_{19} \\
\dot{x}_{21} &= \omega_{k_{rr}} (x_1 + b x_3 - 0,5w x_5 - x_{13} - x_{21}) \\
x_{W_{rr}} &= x_1 + b x_3 - 0,5w x_5 - x_{13} - x_{21}
\end{aligned} \tag{3.39}$$

onde as equações de estado  $\dot{x}_{15}$ ,  $\dot{x}_{17}$ ,  $\dot{x}_{19}$ ,  $\dot{x}_{21}$  são adicionadas às Equações (3.9).

O laço interno do sistema de realimentação é mostrado na Figura 3.8, o qual não pode ser realizado usando realimentação passiva, visto que os coeficientes de amortecimento e constantes de mola são dinamicamente filtrados.

Os coeficientes de amortecimento e constantes de mola desejados para compor os valores da força de controle são fornecidos através dos laços de realimentação internos através da Equação (3.40).

$$\mathbf{f}_d = \begin{Bmatrix} f_{fl}(t) \\ f_{fr}(t) \\ f_{rl}(t) \\ f_{rr}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_{s_{fl}} & -B_{s_{fl}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{s_{fr}} & -B_{s_{fr}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{s_{rl}} & -B_{s_{rl}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{s_{rr}} & -B_{s_{rr}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{W_{fl}} \\ x_{16} \\ x_{W_{fr}} \\ x_{18} \\ x_{W_{rl}} \\ x_{20} \\ x_{W_{rr}} \\ x_{22} \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

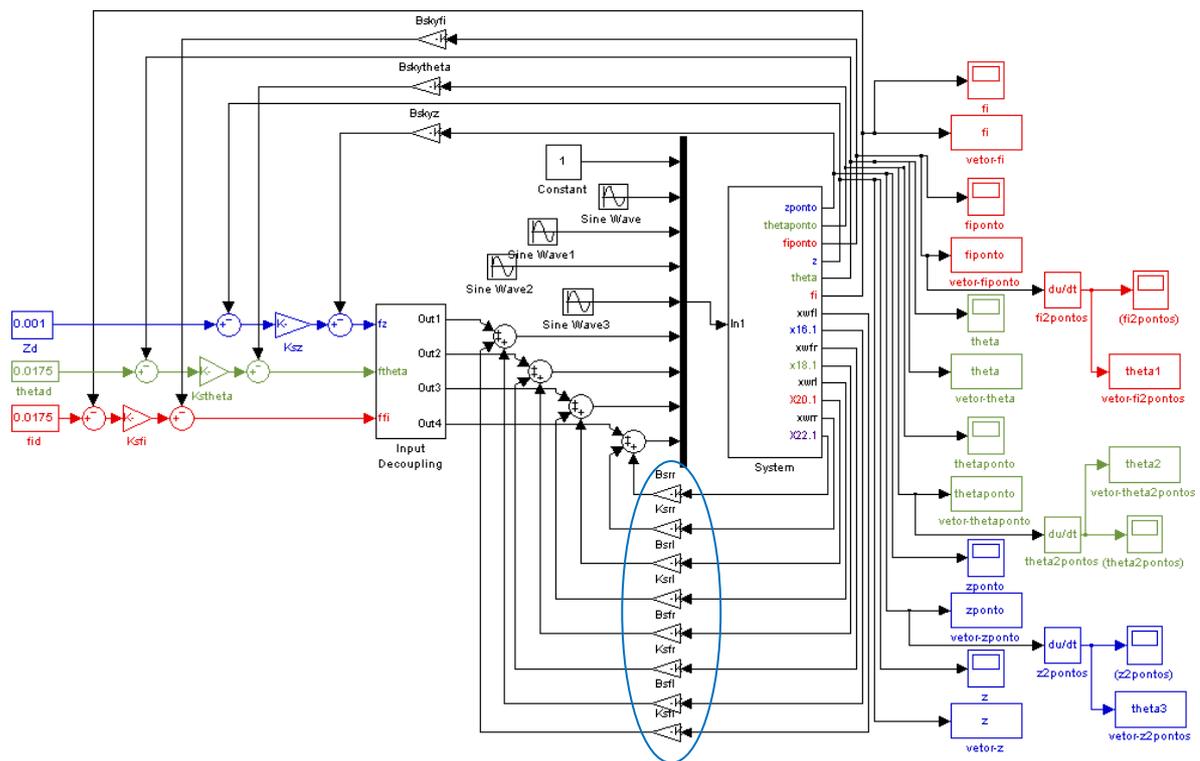


Figura 3.8 Laço interno do sistema implementado para o controle ativo.

### 3.4.3 Laço externo para o controle da atitude

O desempenho abaixo da frequência da roda  $\omega_0$  pode também ser melhorado pela utilização do amortecimento *skyhook*, Karnopp, 1995. O amortecimento *skyhook* é o termo usado para descrever a realimentação das velocidades de elevação, balanço e rolagem da massa suspensa. Este é usado para gerar as forças equivalentes de elevação, balanço e rolagem, como se observa na Figura 3.9.

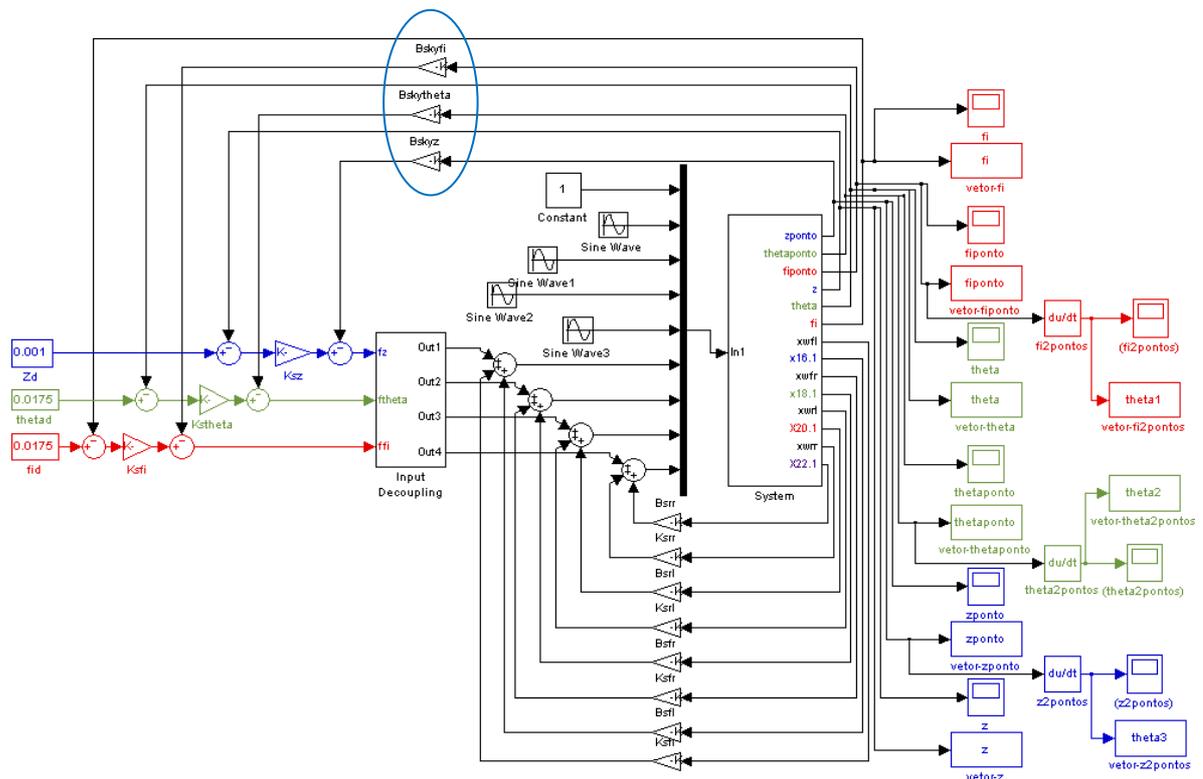


Figura 3.9 Laço externo do sistema implementado para o controle ativo.

A teoria do *skyhook ideal* considera a força de amortecimento como sendo proporcional à velocidade de elevação da carroceria em relação a um referencial inercial, ao invés de uma velocidade de elevação relativa entre a carroceria e o eixo. De acordo com Motta, 2005, as vibrações do eixo não seriam transmitidas à carroceria, o que otimiza a força de amortecimento, proporcionando maior conforto veicular.

Para calcular a força por causa do deslocamento de elevação da carroceria, a carroceria é ligada ao céu fixo através de um amortecedor *skyhook* de elevação, Hyvärinen, 2004. A força de amortecimento gerada pelo amortecedor *skyhook*  $f_{sky,z}$  é função da velocidade de

elevação da carroceria  $z$  e do coeficiente de amortecimento *skyhook* ideal de elevação  $B_{sky,z}$  segundo a Equação (3.41).

$$f_{sky,z} = B_{sky,z} \dot{z} \quad (3.41)$$

Motta, 2005, afirma que para efeito de otimização do coeficiente de amortecimento de *skyhook* de elevação, é comum considerar que este seja função do coeficiente de amortecimento crítico de *skyhook* de elevação  $B_{skyc,z}$ , segundo a Equação (3.42),

$$B_{sky,z} = \frac{\sqrt{2}}{2} B_{skyc,z} \quad (3.42)$$

onde o coeficiente de amortecimento crítico de *skyhook* de elevação é dado pela Equação (3.43),

$$B_{skyc,z} = 2\sqrt{K_{eq} m_s} \quad (3.43)$$

e  $K_{eq}$  indica o coeficiente de rigidez equivalente das suspensões. Para o caso de veículo completo, como neste trabalho, o coeficiente de amortecimento de *skyhook* referente à elevação é calculado com a Equação (3.44).

$$B_{sky,z} = \sqrt{2} \left( \sqrt{(K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}) m_s} \right) \quad (3.44)$$

Para calcular o momento por causa do balanço da carroceria, a carroceria é ligada ao céu fixo através de um amortecedor *skyhook* de balanço, possibilitando a rotação do veículo em torno do centro de gravidade no plano  $XZ$ , Hyvärinen, 2004. O momento de amortecimento gerado pelo amortecedor *skyhook* de balanço  $f_{sky,\theta}$  é função da velocidade angular de balanço da carroceria  $\dot{\theta}$  e do coeficiente de amortecimento *skyhook* ideal de balanço  $B_{sky,\theta}$  segundo a Equação (3.45).

$$f_{sky,\theta} = B_{sky,\theta} \dot{\theta} \quad (3.45)$$

A frequência natural  $\omega_{body}$  da carroceria do veículo completo considerando a rigidez equivalente das suspensões  $K_{eq}$  e a massa suspensa  $m_s$  é fornecida pela Equação (3.46), similar à Equação (3.34). Por sua vez o raio de giração de balanço  $r_\theta$  é expresso pela Equação (3.47),

$$\omega_{body} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m_s}} \quad (3.46)$$

$$r_\theta = \sqrt{\frac{I_{yy}}{m_s}} \quad (3.47)$$

Ao substituir a Equação (3.47) na Equação(3.46) e considerando  $r_\theta$  igual à distância  $a$  entre o eixo dianteiro do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa resulta,

$$\omega_{body} = a \sqrt{\frac{K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}}{I_{yy}}} \quad (3.48)$$

Motta, 2005, considera que o coeficiente de amortecimento *skyhook* de balanço  $B_{sky,\theta}$  é função do coeficiente de amortecimento crítico de *skyhook* de balanço  $B_{skyc,\theta}$ , segundo a Equação (3.49),

$$B_{sky,\theta} = \frac{\sqrt{2}}{2} B_{skyc,\theta} \quad (3.49)$$

O coeficiente de amortecimento crítico de *skyhook* de balanço é dado pela Equação (3.50),

$$B_{skyc,\theta} = 2\sqrt{K_{eq} m_s} \quad (3.50)$$

Substituindo a Equação (3.47) na Equação (3.50), e com  $r_\theta$  igual a  $a$ , resulta:

$$B_{sky,\theta} = \frac{2}{a} \sqrt{(K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}) I_{yy}} \quad (3.51)$$

Assim, para o caso de veículo completo, como neste trabalho, ao substituir a Equação (3.51) na Equação (3.49), o coeficiente de amortecimento de *skyhook* referente ao balanço resulta na Equação (3.52).

$$B_{sky,\theta} = \frac{\sqrt{2}}{a} \sqrt{(K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}) I_{yy}} \quad (3.52)$$

Para calcular o momento por causa da rolagem da carroceria, a carroceria é ligada ao céu fixo através de um amortecedor *skyhook* de rolagem, possibilitando a rotação do veículo em torno do centro de gravidade no plano *YZ*, Hyvärinen, 2004. O momento de amortecimento gerado pelo amortecedor *skyhook* de rolagem  $f_{sky,\varphi}$  é função da velocidade angular de rolagem da carroceria  $\dot{\varphi}$  e do coeficiente de amortecimento *skyhook* ideal de rolagem  $B_{sky,\varphi}$  segundo a Equação (3.53).

$$f_{sky,\varphi} = B_{sky,\varphi} \dot{\varphi} \quad (3.53)$$

A frequência natural  $\omega_{body}$  da carroceria do veículo completo considerando a rigidez equivalente das suspensões  $K_{eq}$  e a massa suspensa  $m_s$  é fornecida pela Equação (3.54), similar à Equação (3.47) e Equação (3.34). Por sua vez o raio de giração de rolagem  $r_\varphi$  é expresso pela Equação (3.55),

$$\omega_{body} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m_s}} \quad (3.54)$$

$$r_\varphi = \sqrt{\frac{I_{xx}}{m_s}} \quad (3.55)$$

Ao substituir a Equação (3.55) na Equação (3.54) e considerando  $r_\varphi$  igual à distância  $w/2$  entre a lateral do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa resulta,

$$\omega_{body} = \frac{w}{2} \sqrt{\frac{K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}}{I_{xx}}} \quad (3.56)$$

Motta, 2005, considera que o coeficiente de amortecimento *skyhook* de rolagem  $B_{sky,\varphi}$  é função do coeficiente de amortecimento crítico de *skyhook* de rolagem  $B_{skyc,\varphi}$ , segundo a Equação (3.57),

$$B_{sky,\varphi} = \frac{\sqrt{2}}{2} B_{skyc,\varphi} \quad (3.57)$$

O coeficiente de amortecimento crítico de *skyhook* de rolagem é dado pela Equação (3.58),

$$B_{skyc,\varphi} = 2\sqrt{K_{eq} m_s} \quad (3.58)$$

Substituindo a Equação (3.55) na Equação (3.58), e com  $r_\varphi$  igual a  $w/2$ , resulta:

$$B_{skyc,\varphi} = \frac{4}{w} \sqrt{(K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}) I_{xx}} \quad (3.59)$$

Assim, para o caso de veículo completo, como neste trabalho, ao substituir a Equação (3.59) na Equação (3.57), o coeficiente de amortecimento de *skyhook* referente à rolagem resulta na Equação (3.60).

$$B_{sky,\varphi} = \frac{2\sqrt{2}}{w} \sqrt{(K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr}) I_{xx}} \quad (3.60)$$

Em relação ao laço de controle de atitude, os coeficientes de rigidez de elevação, de balanço e de rolagem são calculados através das Equações (3.61), (3.62) e (3.63), respectivamente.

$$K_{sz} = K_{sfl} + K_{sfr} + K_{srl} + K_{srr} \quad (3.61)$$

$$K_{s\theta} = (K_{sfl} + K_{sfr}) + \left(\frac{b}{a}\right)^2 (K_{srl} + K_{srr}) \quad (3.62)$$

$$K_{s\varphi} = (K_{sfl} + K_{srl}) + \left(\frac{w/2}{w/2}\right)^2 (K_{sfr} + K_{srr}) \quad (3.63)$$

## 4. EXCITAÇÃO DO MODELO VEICULAR COMPLETO

### 4.1 Generalidades

A otimização do comportamento dinâmico de um veículo está diretamente envolvida com a melhoria do conforto e da segurança, e indiretamente com a redução do dano à estrada.

Neste capítulo define-se o modelo de excitação necessária para avaliação do comportamento dinâmico vertical do veículo. Assim, definem-se os perfis de excitação senoidal e de excitação randômica da estrada, os quais foram devidamente implementados no veículo com suspensões independentes. A determinação dos parâmetros que influenciam a dinâmica de um veículo toma como base resultados de laboratório, testes de campo e simulações computacionais, logo os coeficientes de amortecimento e rigidez das suspensões foram previamente definidos.

### 4.2 Modelagem da estrada

#### 4.2.1 Perfil senoidal da estrada

A excitação gerada pelas irregularidades da estrada nas rodas traseiras  $z_{r_{rl}}(t)$  e  $z_{r_{rr}}(t)$  são relativamente idênticas às irregularidades da estrada nas rodas dianteiras  $z_{r_{fl}}(t)$  e  $z_{r_{fr}}(t)$ , exceto por uma defasagem no tempo, sendo definidas pela Equação (4.1),

$$\begin{aligned}
 z_{r_{fl}}(t) &= A_{fl} \sin(\omega t) \\
 z_{r_{fr}}(t) &= A_{fr} \sin(\omega t) \\
 z_{r_{rl}}(t) &= A_{rl} \sin(\omega(t + \tau)) \\
 z_{r_{rr}}(t) &= A_{rr} \sin(\omega(t + \tau))
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde  $\omega$  é a frequência da irregularidade da estrada, e  $A_{fl}$ ,  $A_{fr}$ ,  $A_{rl}$  e  $A_{rr}$  são as amplitudes da irregularidade nas rodas frontal esquerda, frontal direita, traseira esquerda e traseira direita, respectivamente.

O atraso ou defasagem no tempo  $\tau$  é dado por,

$$\tau = \frac{L}{v} = \frac{a+b}{v} \quad (4.2)$$

onde  $L$  é a distância entre os eixos dianteiro e traseiro do veículo, e  $v$  é a velocidade constante com a qual o veículo se desloca.

#### 4.2.2 Perfil randômico da estrada

Ao avaliar a qualidade do projeto de um veículo, as características do comportamento vibracional do veículo tornam-se critérios de desempenho dos mais importantes mesmo sendo subjetivos. Como observado por Gillespie, 1992, resulta complexo estabelecer métodos objetivos de engenharia para tratar os movimentos vibratórios nos veículos como uma forma de performance.

Uma metodologia para a modelagem das estradas, atendendo ao caráter aleatório de suas irregularidades, consiste em descrever a estrada através de espectros de potência. O modelo matemático adotado para a representação da superfície da estrada, por exemplo, consiste de um campo aleatório gaussiano bidimensional isotrópico e homogêneo, como proposto por Dodds e Robson, 1973. Esse modelo facilita a análise, porquanto as propriedades da estrada podem ser obtidas através de medições realizadas em uma única trilha ao longo da estrada.

O modelo isotrópico usado neste trabalho é empregado com espectros de perfis previamente definidos. Diversas propostas para descrições analíticas desse espectro foram estabelecidas, de forma a representar diferentes tipos de estradas. Uma dessas propostas, baseada num espectro obtido através de um grande número de medições, é

$$\begin{aligned} G_z(n) &= c n_0^{-r_1}, & 0 \leq n \leq n_0 \\ G_z(n) &= c n_0^{-r_2}, & n_0 \leq n \leq n_f \\ G_z(n) &= c n_0^{-r_1}, & n_f \leq n \end{aligned} \quad (4.3)$$

Simplificando,

$$G_z(n) = c n^{-r} \quad (4.4)$$

onde  $r_1$  e  $r_2$  recebem valores específicos em função do tipo de estrada, mas neste caso o expoente  $r$  é uma constante que utiliza o valor mais usual, isto é 2,5.

A variável  $c$  é obtida em função da estrada segundo os valores apresentados por Dodds e Robson, 1973, na Tabela 4.1.

A variável  $n_0$  é um comprimento de onda especificado, comumente igual a  $1/(2\pi)$  ciclos/m, que corresponde a um comprimento de onda de 6,28 m, o qual está normalmente associado às técnicas utilizadas na construção de estradas, Boéssio, 2002.

Vale lembrar que  $\lambda$  [m] é o comprimento de onda da estrada, e através dele pode-se representar o número de onda  $\varphi$  [rad/m] segundo a Equação (4.5). O número de onda  $n$  [ciclos/m] é definido como o inverso do comprimento de onda, assim obtém-se o número de onda  $n$  através da Equação (4.6).

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (4.5)$$

$$n = \frac{1}{\lambda} = \frac{\varphi}{2\pi} \quad (4.6)$$

Como o veículo se move com uma velocidade constante  $v$  [m/s], um comprimento de onda  $\lambda$  é coberto num tempo ou período  $T$  [s] definido pela Equação (4.7).

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2\pi}{\varphi v} \quad (4.7)$$

O número de onda  $n$  pode ser relacionado com a frequência angular ou circular  $\omega$  [rad/s] através da Equação (4.8).

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ &= \frac{2\pi v}{\lambda} = 2\pi n v \end{aligned} \quad (4.8)$$

Boéssio, 2002, afirma que a equação do espectro de potência  $G_z(n)$  dada pela Equação (4.4) é válida no intervalo de frequências de 0,5 Hz a 50 Hz e velocidades do veículo entre 5 m/s (18 km/h) a 50 m/s (180 km/h), correspondente a um intervalo de números de onda de acordo com a Equação (4.8) entre 0,01 ciclos/m a 10 ciclos/m. A limitação dos equipamentos para captarem maiores números de onda, determina a faixa de aplicação confiável da função.

Concluindo, valores encontrados no espectro da estrada fora destes intervalos não tem influência na previsão do espectro de resposta dentro da faixa de interesse, Morsch, 2001. Além disso, como é adotada a hipótese de contato pontual entre a pista e o pneu são desprezadas as irregularidades com comprimento de onda  $\lambda$  menores que o comprimento médio da zona de contato real entre o pneu e a pista. Assim, sabendo-se que tal comprimento vale cerca de 0,15 m, na discretização do perfil da estrada não são utilizados números de onda  $n$  maiores que 6,67.

Tabela 4.1 Valores recomendados por Dodds e Robson, 1973, para algumas estradas

Tipo de Estrada	Qualidade da Estrada	$\psi_{Irreg.}(cm)$	$c (x 10^{-8})$	$r_1$	$r_2$
Autopistas	Muito boa	0,58 - 1,15	2 - 8	1,945	1,36
	Boa	1,15 - 2,31	8 - 32		
Rodovias	Muito boa	0,58 - 1,15	2 - 8	2,05	1,44
	Boa	1,15 - 2,31	8 - 32		
	Média	2,31 - 4,62	32 - 128		
	Pobre	4,62 - 9,13	128 - 500		
Estradas secundárias	Média	2,31 - 4,62	32 - 128	2,28	1,428
	Pobre	4,62 - 9,13	128 - 500		
	Muito pobre	9,13 - 22,4	500 - 3000		

#### 4.2.3 Perfil randômico da estrada em função do tempo

Considera-se a superfície da estrada uma função de  $x$  medida na direção de deslocamento do veículo e de  $y$  na largura da estrada. A descrição estatística com média igual a zero e baseada no histórico das irregularidades da estrada precisa apenas dos espectros de potência.

Sendo  $R_E$  e  $R_D$  as funções de auto-correlação das trilhas esquerda e direita de uma estrada, e os termos  $S_E(n)$  e  $S_D(n)$  os espectros de potência das irregularidades das trilhas esquerda e direita em função do número de onda, respectivamente.

Com base nos estudos de auto correlação da excitação realizados por Dodds e Robson, 1973, citado por Morsch, 2001, tem-se que o perfil de irregularidades ao longo de uma linha

reta qualquer deve ter forma idêntica ao perfil de irregularidades de outra reta paralela à primeira, o que pode ser expresso pela Equação (4.9).

$$R_E(\xi) = R_D(\xi) \quad (4.9)$$

A correspondente relação espectral segue a Equação (4.10).

$$S_E(n) = S_D(n) = S(n) \quad (4.10)$$

Para um processo isotrópico tem-se que,  $R(\xi, 0) = R(0, \eta)$  para  $\xi = \eta$ , e deve-se respeitar a Equação (4.11), a qual tem suas variáveis ilustradas na Figura 4.1.

$$R(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) = R(\rho) \quad (4.11)$$

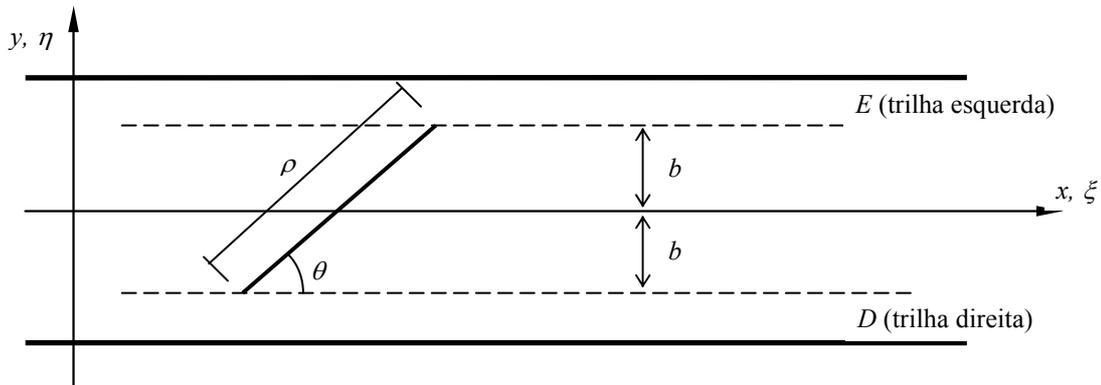


Figura 4.1 Parâmetros utilizados na descrição de uma estrada bidimensional

Fonte: [Morsch, 2001 e Boéssio, 2001].

A geometria possibilita obter a relação apresentada na Equação (4.12).

$$R_{ED}(\xi) = R(\rho) = R\left(\sqrt{\xi^2 + 4b^2}\right) \quad (4.12)$$

O espectro de potência unilateral dos perfis  $z_D(x)$  e  $z_E(x)$  das trilhas separadas pela distância  $2b$  é determinado pela Equação (4.13) e, conhecendo a função de auto-correlação

$R(\xi)$  para uma única trilha na direção  $x$ , pode-se definir  $R(\rho)$  em outra direção aplicando-se a Equação (4.12). Assim, o espectro de potência cruzado é definido pela expressão (4.14).

$$G(n) = \int_{-\infty}^{\infty} 2R(\xi) \cdot e^{-2i\pi n \xi} d\xi \quad (4.13)$$

$$G_c(n) = \int_{-\infty}^{\infty} 2R_{ED}(\xi) \cdot e^{-2i\pi n \cdot \xi} d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} 2R(\rho) \cdot e^{-2i\pi n \cdot \xi} d\xi, \quad \rho = \sqrt{\xi^2 + 4b^2} \quad (4.14)$$

Ainda, Dodds e Robson (1973), definem a função de coerência conforme a Equação (4.15).

$$g(n) = \frac{G_c(n)}{G(n)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} 2R\left(\sqrt{\xi^2 + 4b^2}\right) e^{-2i\pi n \cdot \xi} d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} 2R(\xi) e^{-2i\pi n \cdot \xi} d\xi} \quad (4.15)$$

Os valores da função de coerência  $g(n)$  tendem a unidade para números de onda pequenos e a zero para números de onda grandes. Morsch, 2001, apresenta os resultados da função de coerência para diferentes valores da constante  $r$ , onde se pode verificar que há uma pequena variação de resultados para os valores de  $r$  entre 2 e 3. Por essa razão, se emprega o valor médio de  $r$  igual a 2,5.

A função que descreve o perfil aleatório da superfície da trilha percorrida pelo veículo, de acordo com Reckziegel e Schmidt, 2002, é uma função de deslocamento em função do tempo, constituída por um somatório de harmônicos, conforme a Equação (4.16).

$$z(t) = \sum_{i=1}^N A_i \text{sen}(\omega_i t + \phi_i) \quad (4.16)$$

O ângulo de fase  $\phi_i$  utilizado na equação é gerado de forma aleatória e, uniformemente distribuído entre 0 e  $2\pi$ . A frequência  $\omega_i$  pode ser relacionada com os respectivos números de onda  $n$  [ciclos/m] e com a velocidade de deslocamento horizontal do veículo  $v$  [m/s] através da Equação (4.17), sendo  $\lambda$  [m] o comprimento de onda. Observa-se que a equação é similar à Equação (4.8), citada previamente.

$$\omega_i = \frac{2\pi}{\lambda} V = 2\pi n_i V \quad (4.17)$$

Conforme Boéssio, 2002, o termo  $A_i$  da Equação (4.16) define a amplitude para cada componente da função de deslocamento e é definido pela Equação (4.18).

$$A_i^2 = \int_{n_1}^{n_2} G(n_i) dn = \sum_{i=1}^N G(n_i) \Delta n_i \quad (4.18)$$

onde:

$$n_b - n_a = \sum_{i=1}^N \Delta n_i \quad (4.19)$$

Conforme está apresentado na Figura 4.2,  $n_a$  e  $n_b$ , são portanto, o menor e o maior número de onda utilizados na análise, os quais devem estar dentro da faixa de aplicação do método conforme exposto na seqüência.

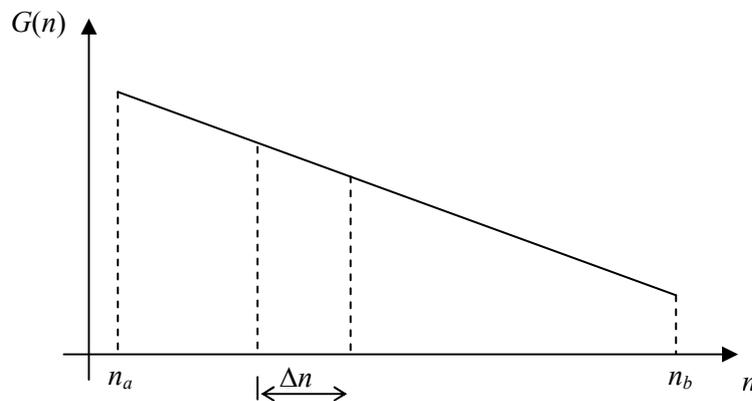


Figura 4.2 Espectro de potência dividido em faixas de componentes harmônicos

Segundo Whirsching, 1995, citado por Boéssio, 2002, até cerca de 20 componentes harmônicos são necessários para que se obtenham bons resultados de discretização da curva que descreve o perfil da estrada. Por outro lado, quanto maior for este número maior deverá ser o cuidado para que a divisão do espectro da **FDEP** seja realizada mantendo-se semelhante o conteúdo energético de cada componente.

### 4.3 Otimização de parâmetros da suspensão passiva

Para realizar a otimização da dinâmica vertical do veículo, Rill, 2004, propõe uma função mérito  $\in$  que combina termos do conforto e segurança como expressos pela Equação (4.20), onde a aceleração gravitacional  $g$  e a pré-carga no pneu  $F_T^0$  são usadas para ponderar os termos do conforto e segurança, respectivamente.

$$\in_{G_c}^2 = \int_{t_i}^{t_n} \left\{ \left( \frac{\ddot{z}}{g} \right)^2 + \left( \frac{K_s z}{M_s g} \right)^2 + \left( \frac{K_u z_u}{F_T^0} \right)^2 \right\} dt \quad (4.20)$$

Os primeiros dois termos da Equação (4.20) são associados com o conforto e o ultimo com a segurança. Logo, a função objetivo  $\in$  a ser utilizada como sugestão para fins de otimização dos coeficientes de rigidez e amortecimento da suspensão é fornecida pela Equação (4.21).

$$\begin{aligned} \text{Minimize}_{\{K_s, B_s\} \in \mathbb{R}^n} \quad & \in_{G_c}^2 = \int_{t_i}^{t_n} \left\{ \left( \frac{\ddot{z}}{g} \right)^2 + \left( \frac{K_s z}{M_s g} \right)^2 + \left( \frac{K_u z_u}{F_T^0} \right)^2 \right\} dt \\ \text{subjeito a :} \quad & (K_s)_{min} < K_s < (K_s)_{max} \\ & (B_s)_{min} < B_s < (B_s)_{max} \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde,

$\ddot{z}$ : aceleração da massa suspensa,  $m/s^2$ ,

$K_s$ : coeficiente de rigidez da suspensão,  $N/m$ ,

$z$ : deslocamento vertical da massa suspensa,  $m$ ,

$m_s$ : massa suspensa,  $kg$ ,

$B_s$ : coeficiente de amortecimento da suspensão,  $N \cdot s/m$ ,

$z_u$ : deslocamento vertical da massa não suspensa,  $m$ ,

$m_u$ : massa não suspensa,  $kg$ ,

$K_u$ : rigidez vertical do pneu,  $N/m$ ,

$F_T^0$ : pré-carga do pneu considerado como  $(m_s + m_u)g$ ,  $N$ .

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Generalidades

Objetivo deste capítulo é apresentar os resultados dos casos avaliados, observando que a implementação dos programas foi realizada nos softwares MATLAB<sup>®</sup> e Simulink<sup>®</sup>.

### 5.2 Descrição do veículo

De forma a comparar os resultados obtidos com os da literatura consideram-se os dados utilizados por Ikenaga et al., 2000, os mesmos que são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 Parâmetros do veículo

Variável	Descrição	Unidade	Valor	Intervalo sugerido para otimização
$K_{sfl}$	Rigidez da suspensão dianteira esquerda	N/m	35000	28000 – 42000
$K_{sfr}$	Rigidez da suspensão dianteira direita	N/m	35000	28000 – 42000
$K_{srl}$	Rigidez da suspensão traseira esquerda	N/m	38000	30400 – 45600
$K_{srr}$	Rigidez da suspensão dianteira direita	N/m	38000	30400 – 45600
$B_{sfl}$	Amortecimento da suspensão dianteira esquerda	N s/m	1000	800 – 1200
$B_{sfr}$	Amortecimento da suspensão dianteira direita	N s/m	1000	800 – 1200
$B_{srl}$	Amortecimento da suspensão traseira esquerda	N s/m	1100	880 – 1320
$B_{srr}$	Amortecimento da suspensão traseira direita	N s/m	1100	880 – 1320
$K_u$	Rigidez do pneu dianteiro ou traseiro	N/m	190000	-
$m_s$	Massa suspensa	kg	1500	-
$m_{ufl}$	Massa não suspensa dianteira esquerda	kg	59	-
$m_{ufr}$	Massa não suspensa dianteira direita	kg	59	-
$m_{url}$	Massa não suspensa traseira esquerda	kg	59	-
$m_{urr}$	Massa não suspensa traseira direita	kg	59	-
$I_{xx}$	Momento de inércia no eixo de rolagem	Kg·m <sup>2</sup>	460	
$I_{yy}$	Momento de inércia no eixo de balanço	Kg·m <sup>2</sup>	2160	
$a$	Distância entre a parte dianteira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	m	1,4	
$b$	Distância entre a parte traseira do veículo e o centro de gravidade da massa suspensa	m	1,7	
$L$	Distância entre eixos ( $a+b$ )	m	3,1	
$w$	Largura da massa suspensa	m	3	

Em relação ao laço de controle de atitude, os coeficientes de amortecimento de *skyhook* relativo à elevação, balanço e rolagem do corpo do veículo são calculados através das Equações (3.44), (3.52) e (3.60), respectivamente, se obtendo:

$$B_{sky,z} = 20928,5 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$B_{sky,\theta} = 17938,7 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$$

$$B_{sky,\varphi} = 7726,4 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$$

Em relação ao laço de controle de atitude, os coeficientes de rigidez de elevação, de balanço e de rolagem do corpo do veículo são calculados através das Equações (3.61), (3.62) e (3.63), respectivamente, se obtendo:

$$K_{sz} = 146000 \text{ N/m}$$

$$K_{s\theta} = 182061,2 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

$$K_{s\varphi} = 146000 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

A frequência da roda é calculada com a Equação (3.33) e a frequência do corpo do veículo com a Equação (3.34), respectivamente, se obtendo os valores seguintes,

$$\omega_0 = 56,75 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{body} = 9,87 \text{ rad/s}$$

Escolhe-se as frequências de atenuação de amortecimento  $\omega_{b_{fl}} = \omega_{b_{fr}} = \omega_{b_{rl}} = \omega_{b_{rr}}$  como sendo iguais à frequência da roda  $\omega_0$ . Além disso, escolhe-se as frequências de atenuação da constante da mola  $\omega_{k_{fl}} = \omega_{k_{fr}} = \omega_{k_{rl}} = \omega_{k_{rr}}$  como sendo iguais à frequência da carroceria do veículo  $\omega_{body}$ .

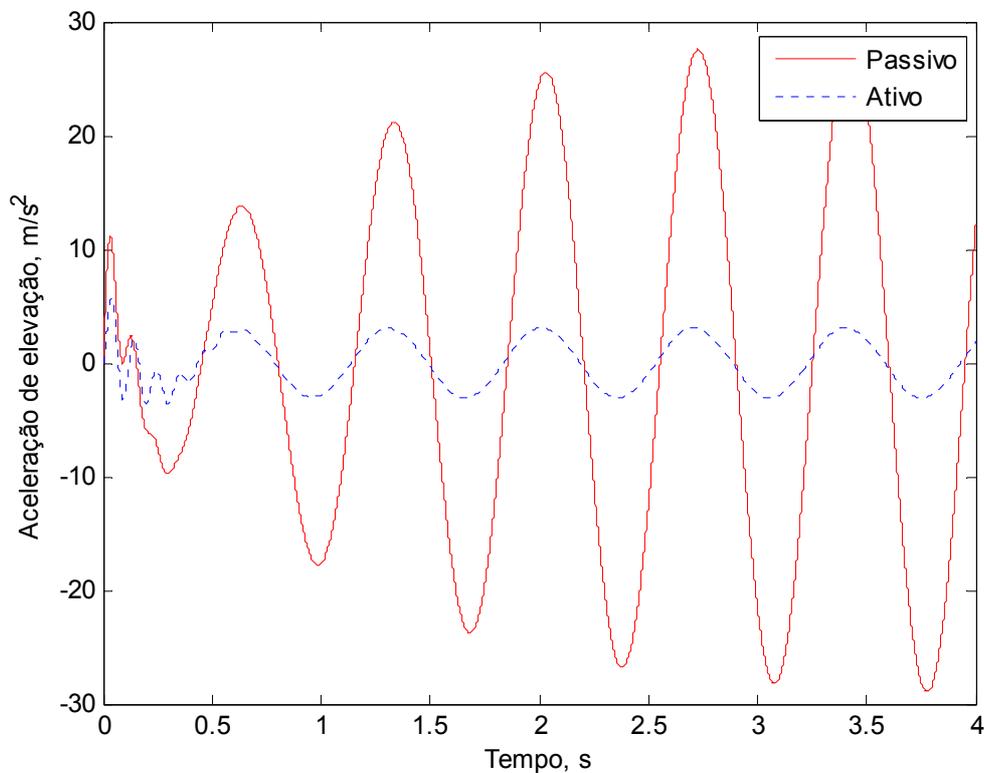
### 5.3 Veículo sob excitação de perfil de estrada senoidal

Consideram-se os dados de excitação de Ikenaga et al., 2000, para comparação. O veículo se desloca com uma velocidade  $v=22 \text{ m/s}$ . O veículo é excitado para três valores diferentes de frequência do perfil senoidal da estrada, tendo sido selecionados os valores de

$\omega = 9 \text{ rad/s}$  (próximo ao valor de frequência do corpo do veículo  $\omega_{body} = 9,87 \text{ rad/s}$ ),  $\omega = 57 \text{ rad/s}$  (próximo ao valor de frequência da roda  $\omega_0 = 56,75 \text{ rad/s}$ ) e  $\omega = 150 \text{ rad/s}$ . Além disso, as amplitudes das ondas senoidais são estabelecidas como  $A_{fl} = A_{fr} = 0,05 \text{ m}$  e  $A_{rl} = A_{rr} = 0,15 \text{ m}$ .

A partir da Figura 5.1, Figura 5.2 e Figura 5.3, observa-se que a suspensão ativa melhora as acelerações de elevação, balanço e rolagem nas baixas e altas frequências, tomando como referência para definir como sendo de baixa e alta frequência o valor da frequência da roda  $\omega_0$  de  $56,75 \text{ rad/s}$  e não havendo justamente melhorias significativas na frequência da roda  $\omega_0$  segundo a Figura 5.2, o qual concorda com o observado por Ikenaga et al., 2000. Assim, destaca-se que se a frequência de excitação está próxima da frequência natural da roda, a suspensão ativa não oferece nenhuma vantagem com relação à suspensão passiva.

Observa-se que uma mudança de fase é introduzida pela atenuação da constante de mola nas baixas frequências ou pela atenuação do coeficiente de amortecimento nas altas frequências.



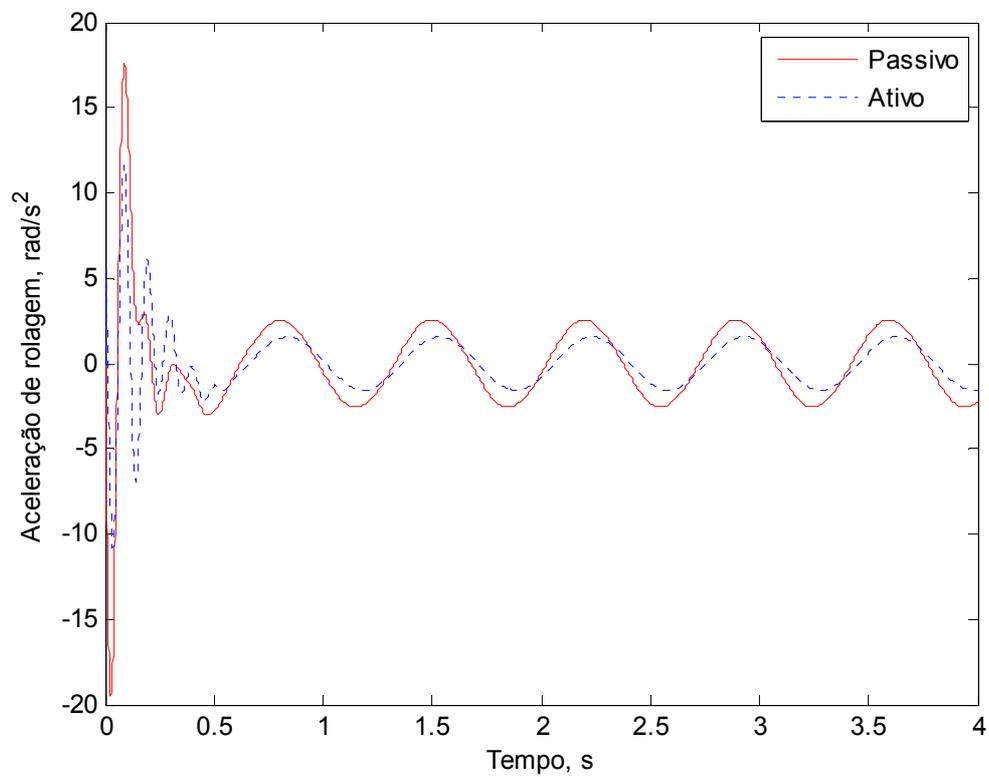
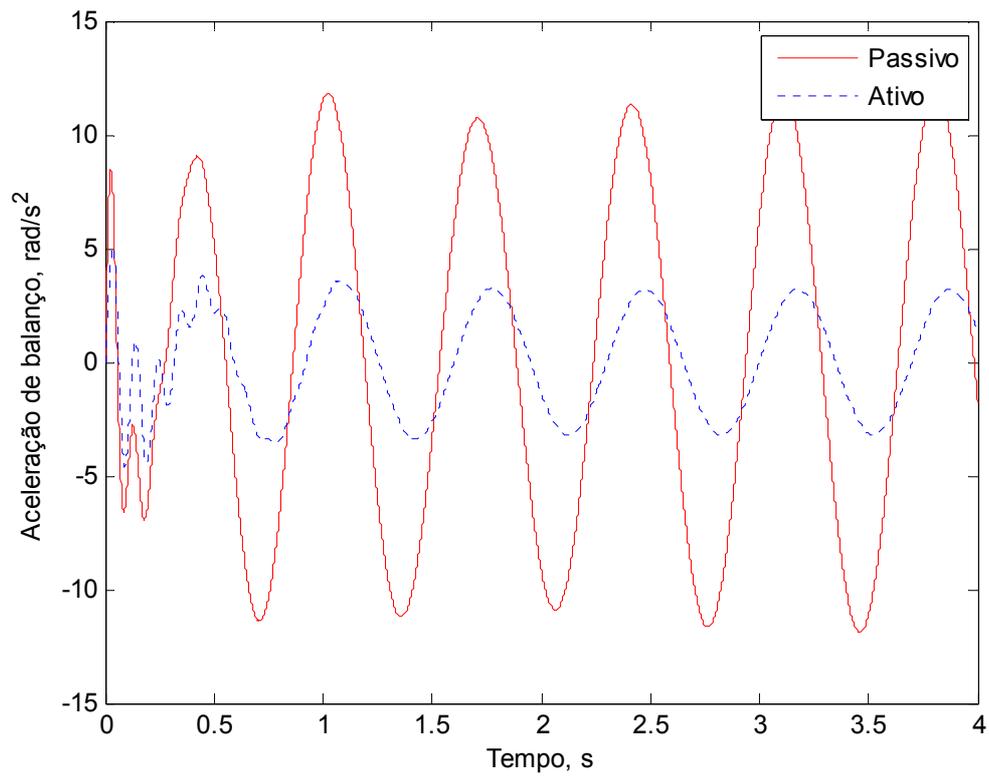
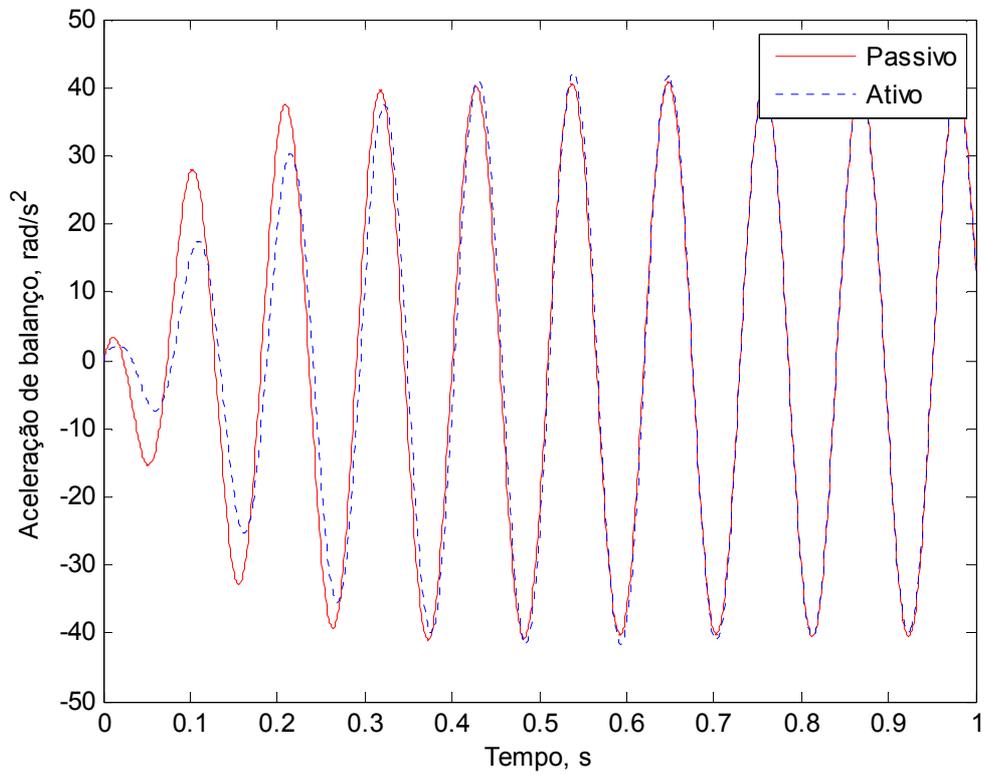
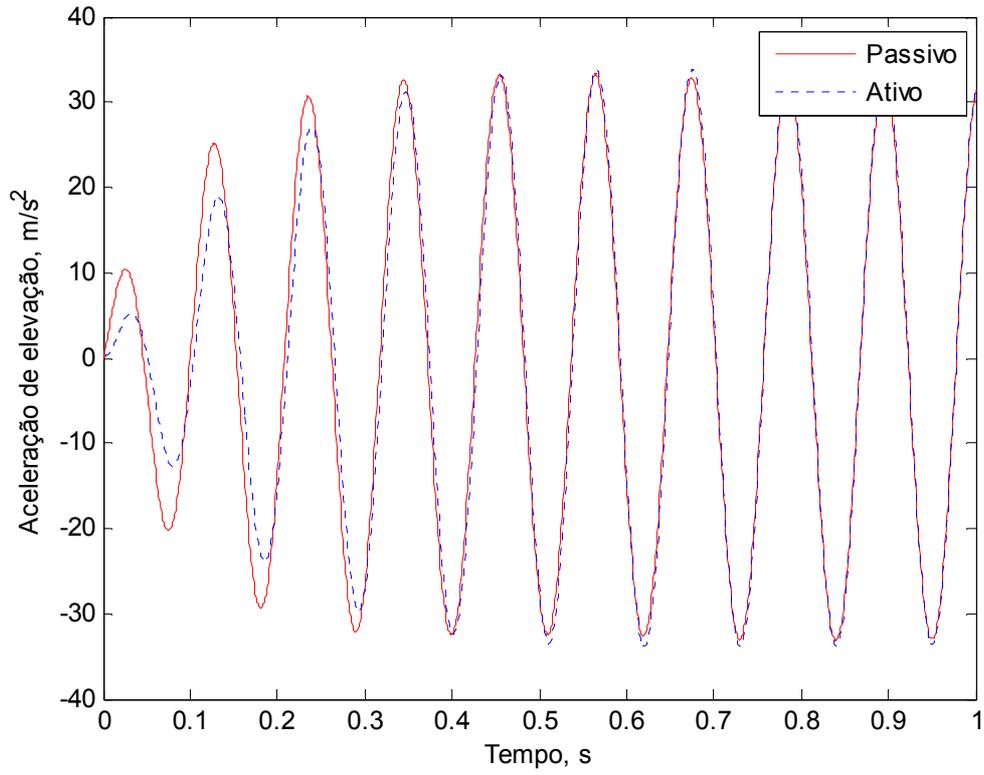


Figura 5.1 Aceleração de elevação, balanço e rolagem para  $\omega = 9$  rad/s



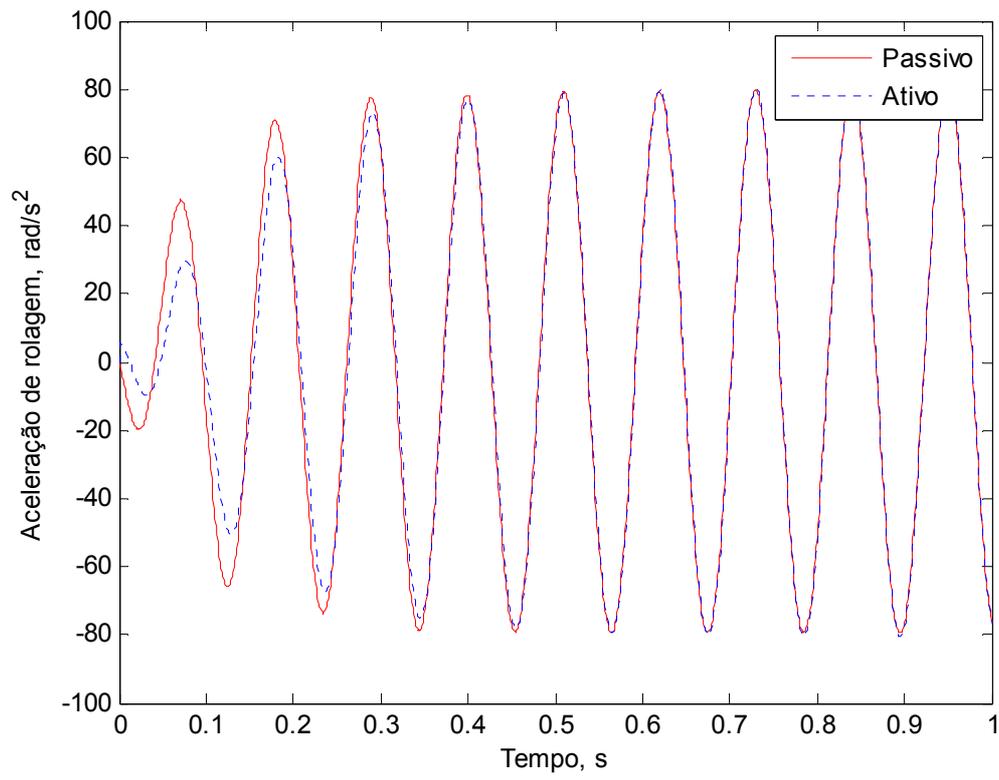
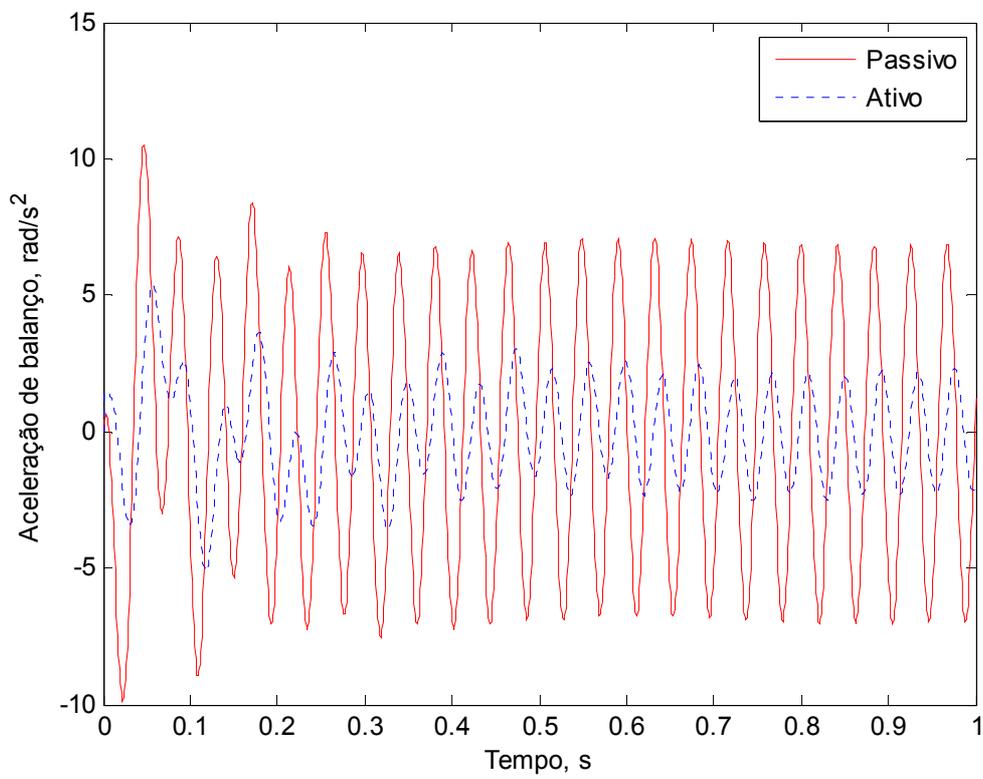
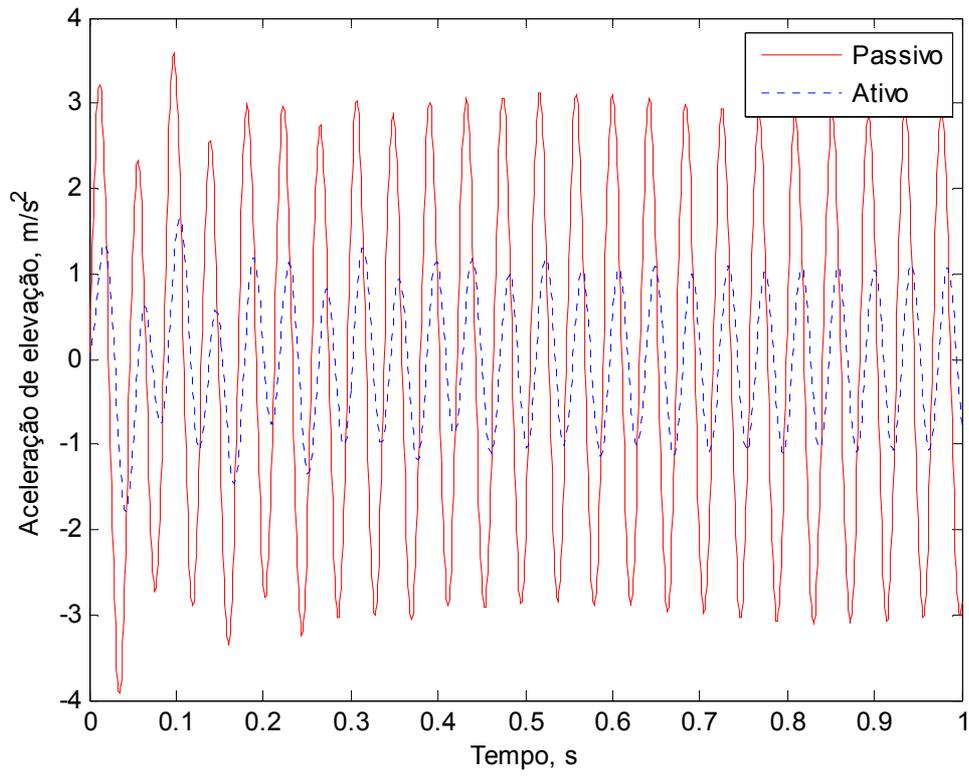


Figura 5.2 Aceleração de elevação, balanço e rolagem para  $\omega = 57$  rad/s



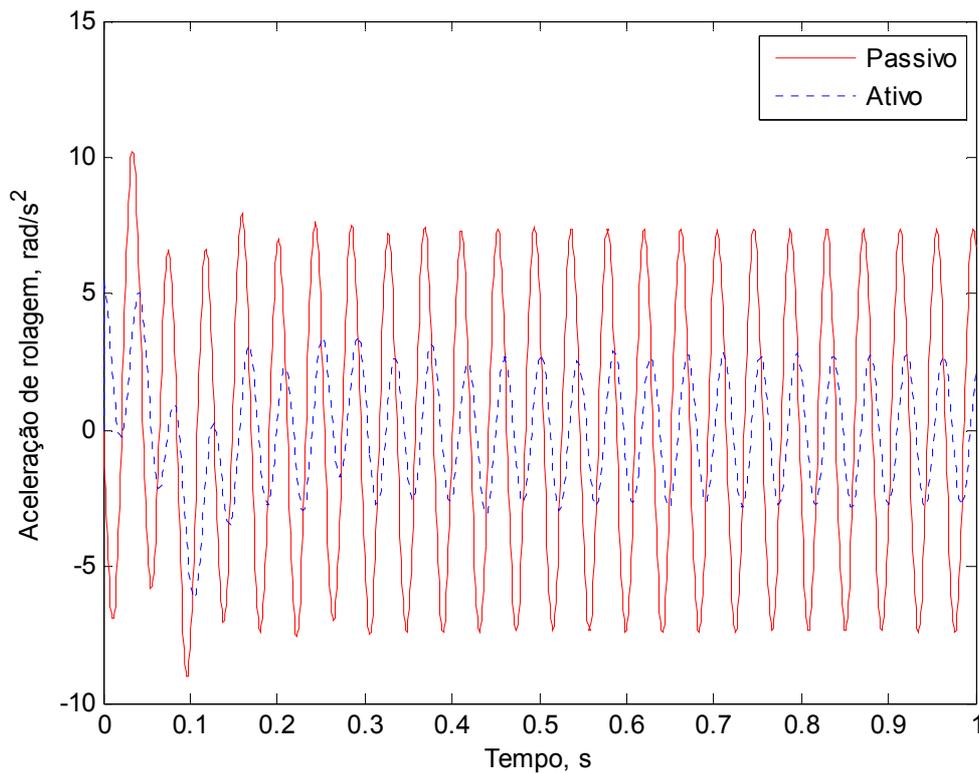


Figura 5.3 Aceleração de elevação, balanço e rolagem para  $\omega = 150$  rad/s

#### 5.4 Veículo sob excitação de perfil de estrada senoidal de qualquer frequência

Esta seção considera os mesmos parâmetros de excitação da Seção 5.3, mas varia a frequência do perfil senoidal da estrada, entre  $\omega = 1$  rad/s a  $\omega = 1000$  rad/s.

Observa-se na Figura 5.4, Figura 5.5 e Figura 5.6 as acelerações de elevação, balanço e rolagem, respectivamente, se destacando as melhorias geradas nas baixas frequências quando o amortecimento *skyhook* é implementado como um laço de controle externo junto com o esquema filtrado de realimentação. As figuras mostram a curva de Bode inicial (linha sólida) para amortecimento passivo e a curva de Bode (linha pontilhada) com realimentação filtrada no laço de controle interno e amortecimento *skyhook* no laço de controle externo.

As variáveis selecionadas para o estudo do conforto vibracional são as acelerações de elevação, balanço e rolagem, por causa das excitações da estrada. O amortecimento *skyhook* melhora as acelerações de elevação, balanço e rolagem na maioria das frequências abaixo da frequência da roda  $\omega_0$ .

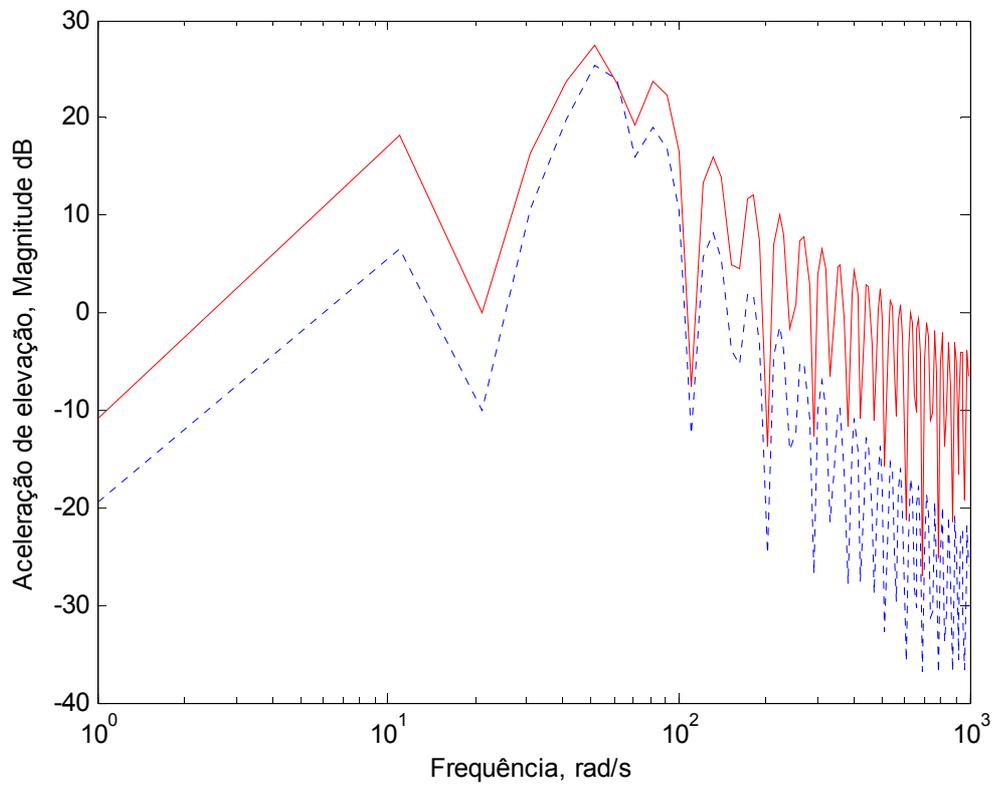
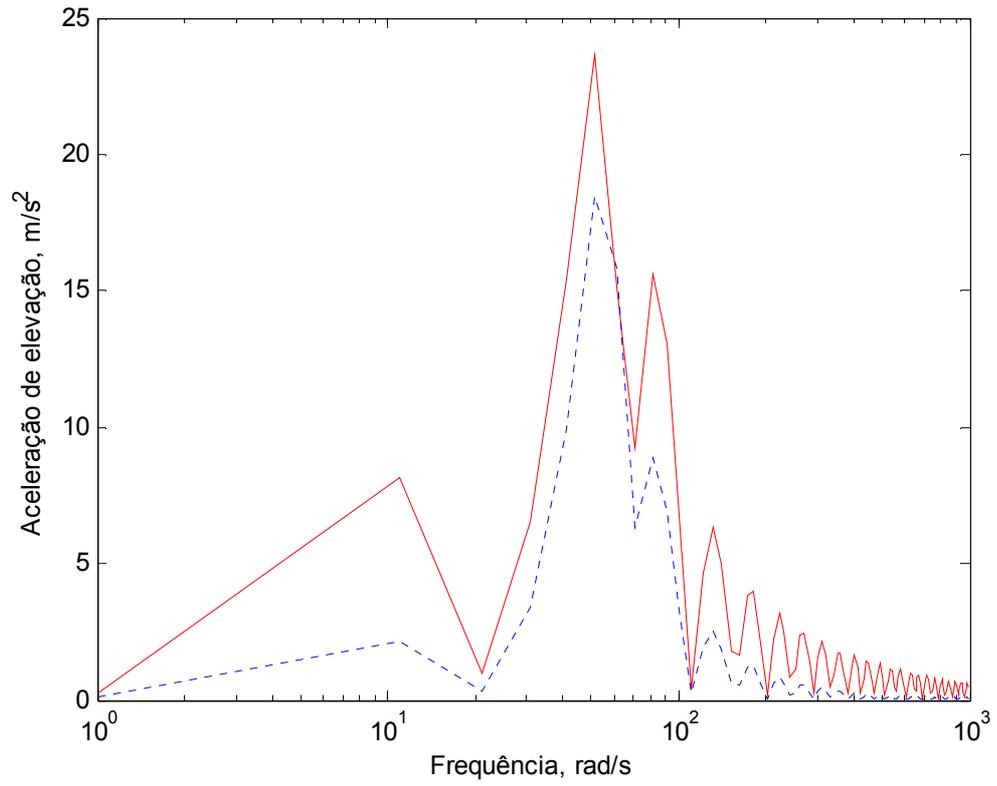


Figura 5.4 Aceleração de elevação em função da frequência

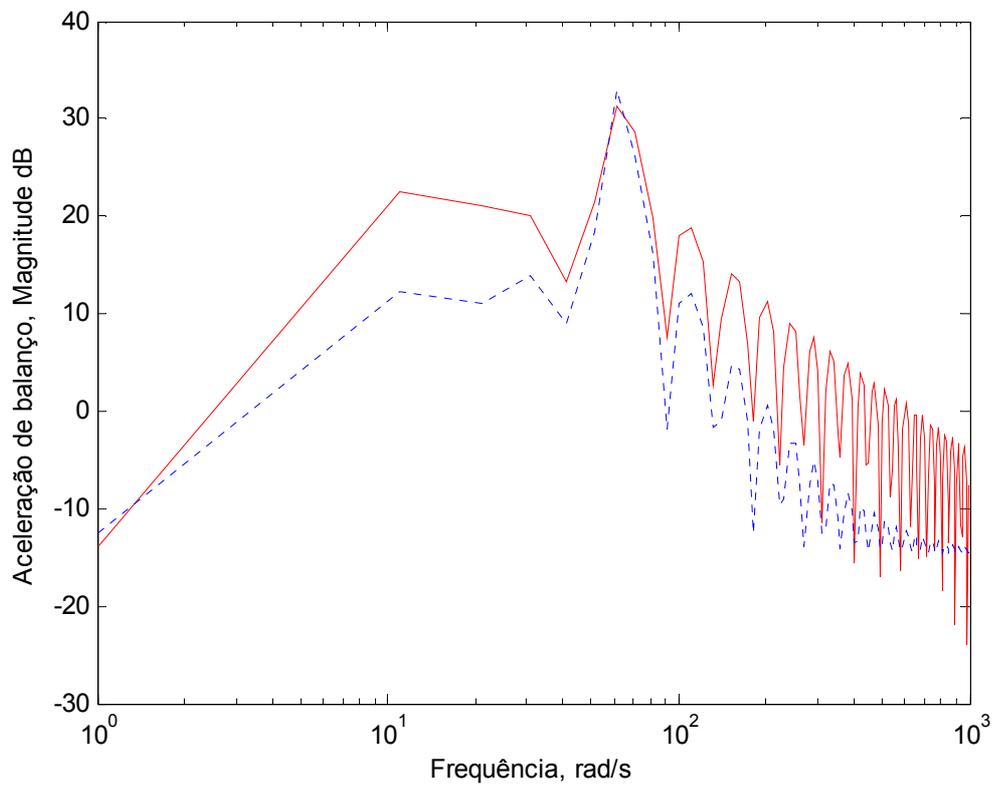
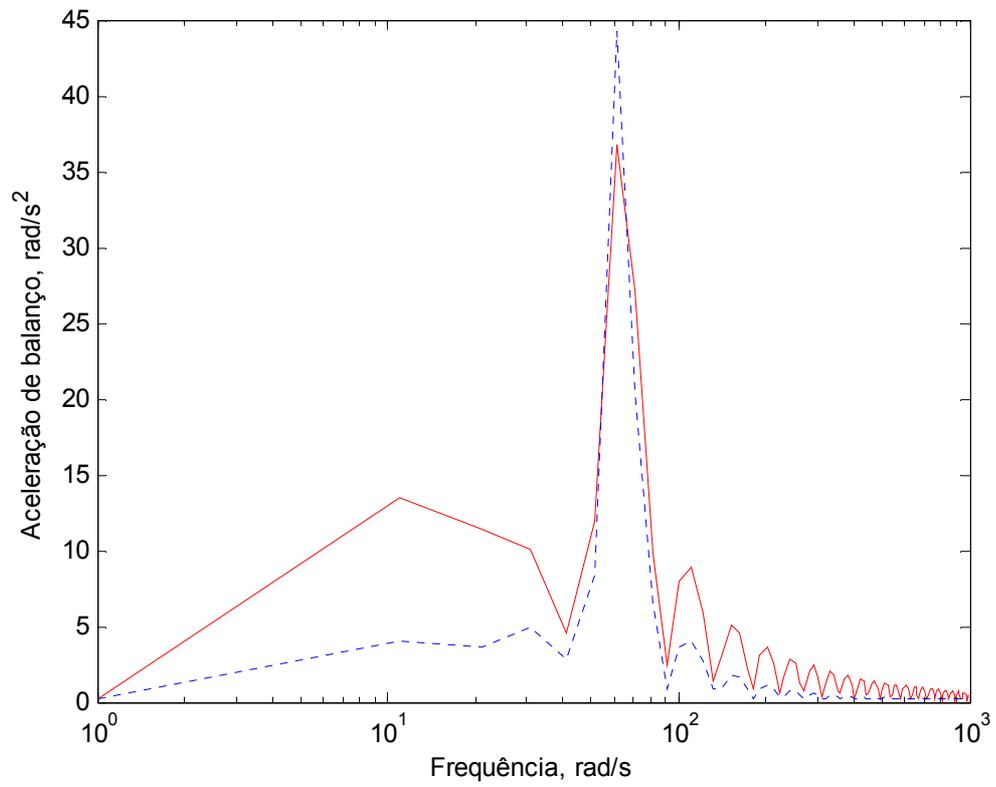


Figura 5.5 Aceleração de balanço em função da frequência

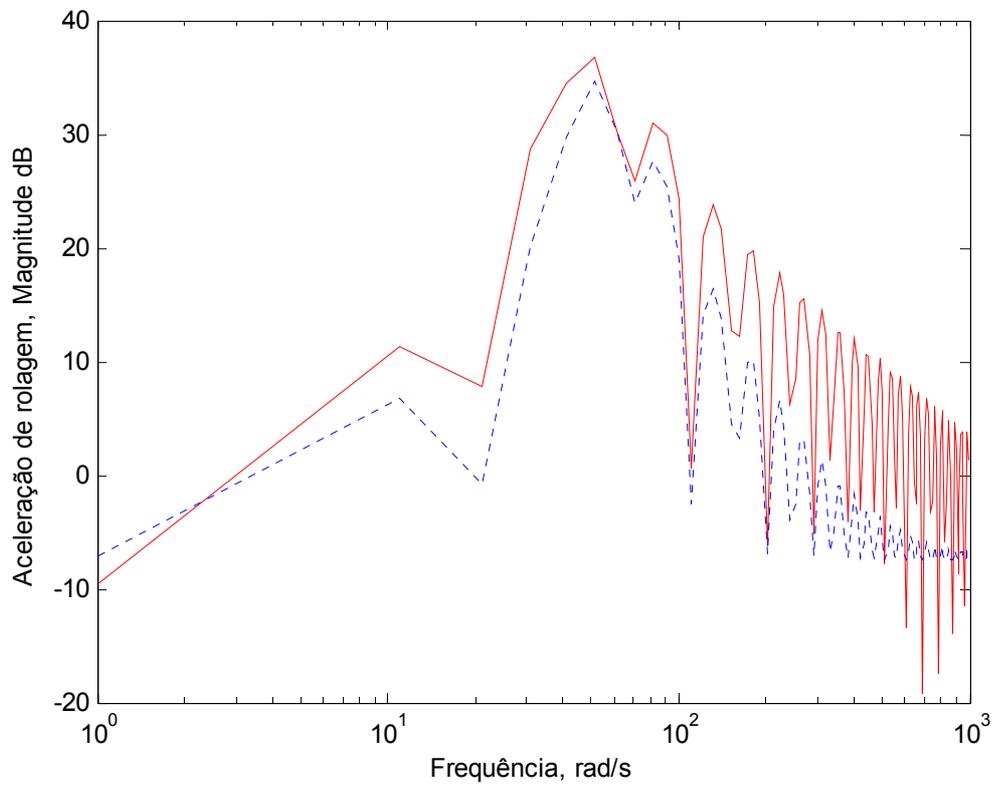
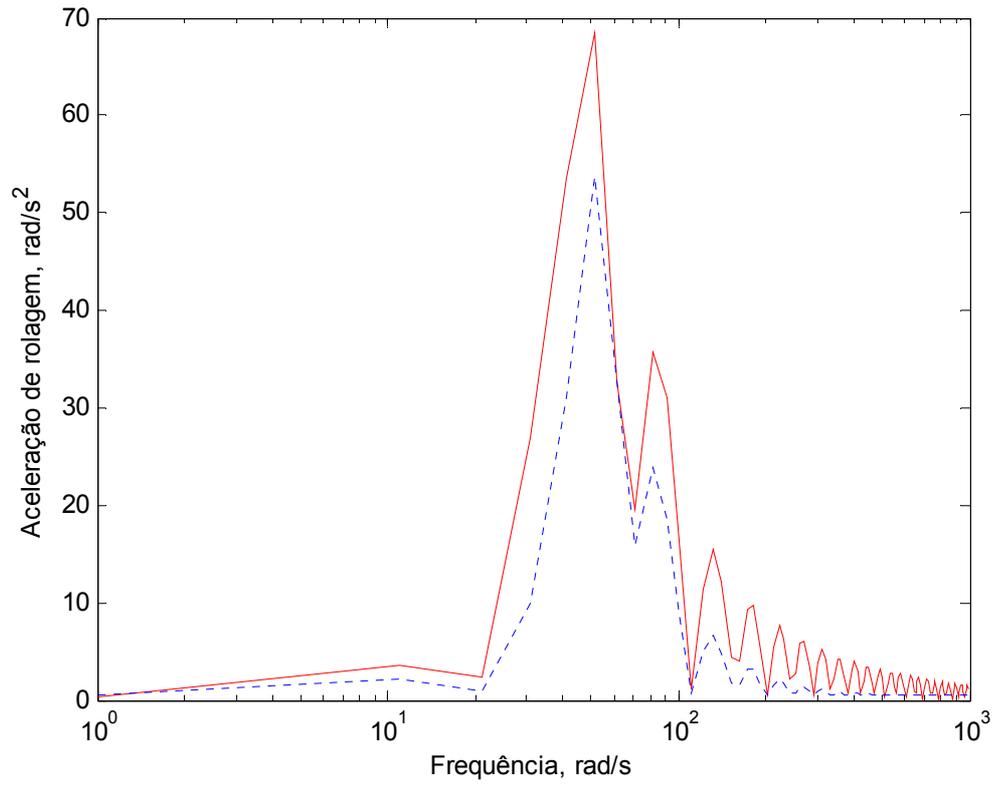


Figura 5.6 Aceleração de rolagem em função da frequência

## 5.5 Veículo sob excitação de perfil de estrada randômica

Um perfil de estrada randômico é aplicado aos pneus esquerdos e outros aos pneus direitos. Também, os pneus do lado esquerdo e do lado direito estão expostos ao mesmo perfil, mas a função do pneu traseiro está atrasada em relação ao sinal dianteiro. O veículo se movimenta com uma velocidade de 80 km/h ( $\sim 22$  m/s) e a curva densidade espectral de potencia é composta neste caso por 12 componentes. As irregularidades do perfil da estrada ou a excitação vertical de cada pneu, desenvolvidas com base nas considerações da Seção 4.2.3, podem ser observadas na Figura 5.7, Figura 5.8, Figura 5.9 e Figura 5.10.

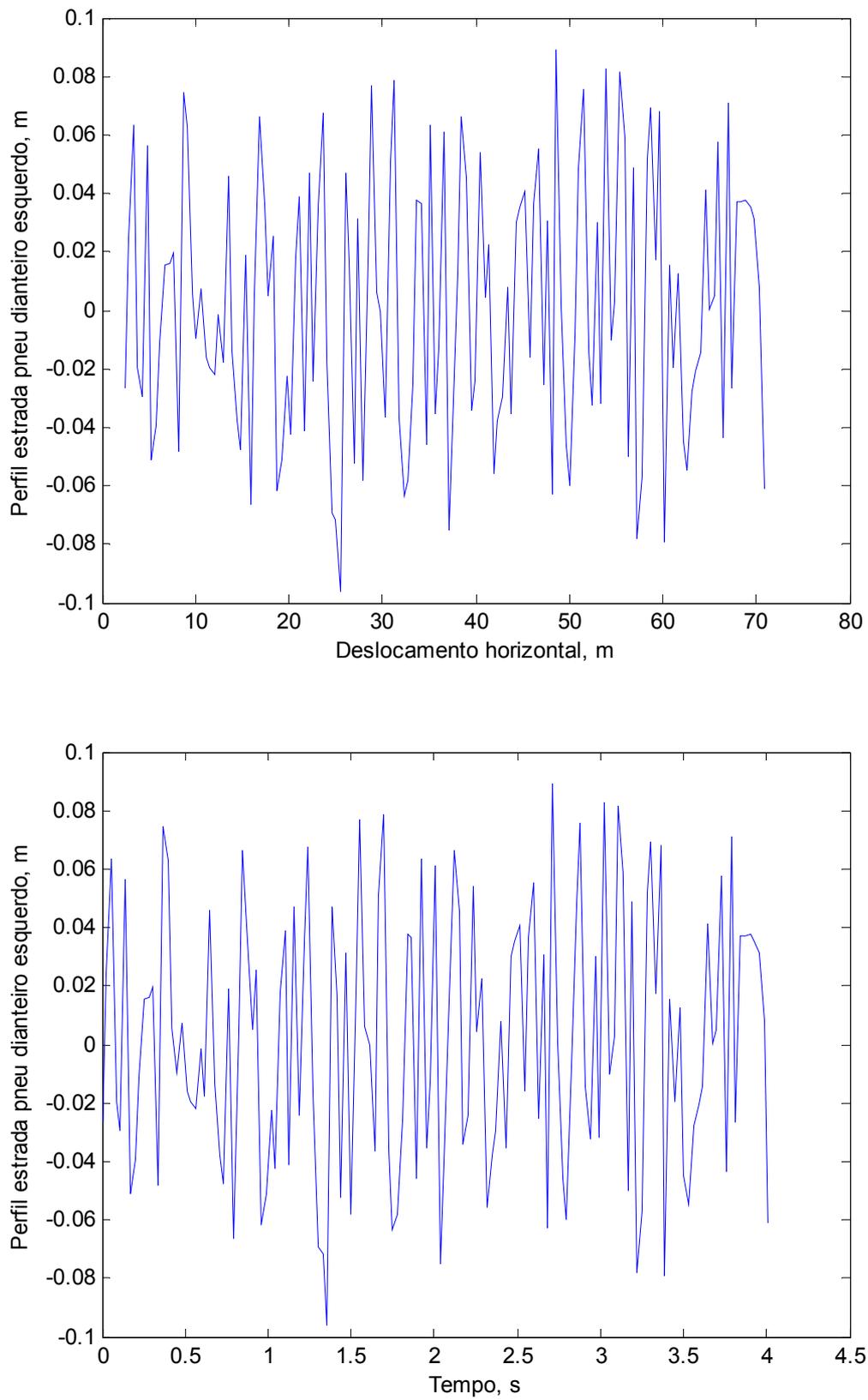


Figura 5.7 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu dianteiro esquerdo

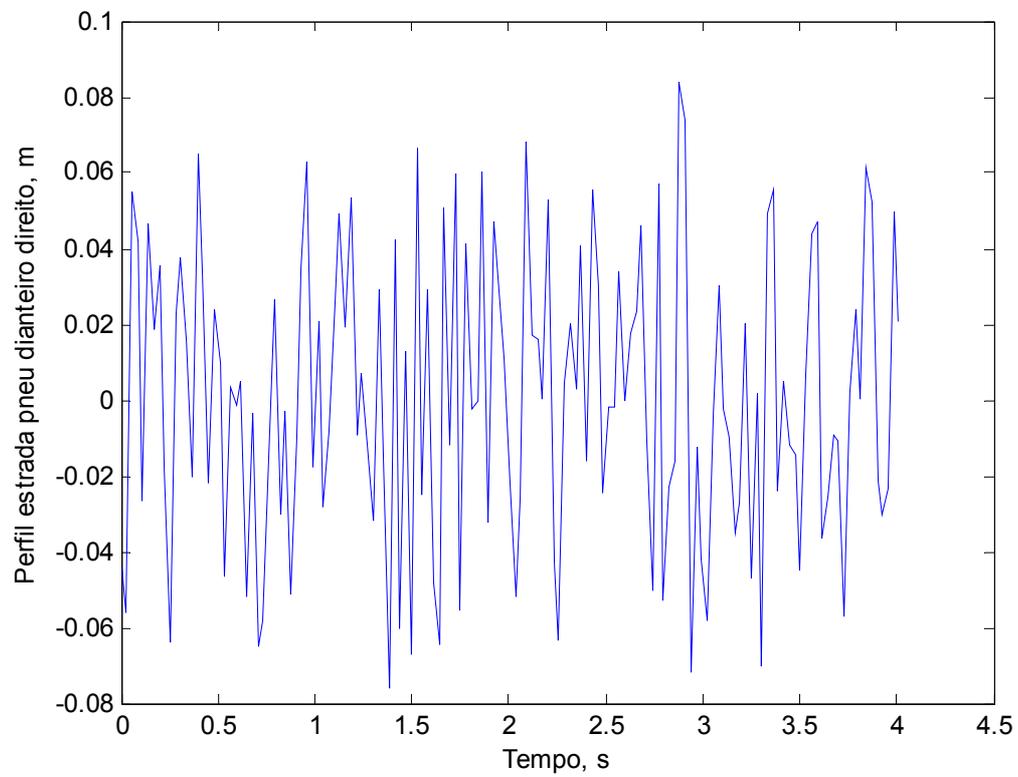
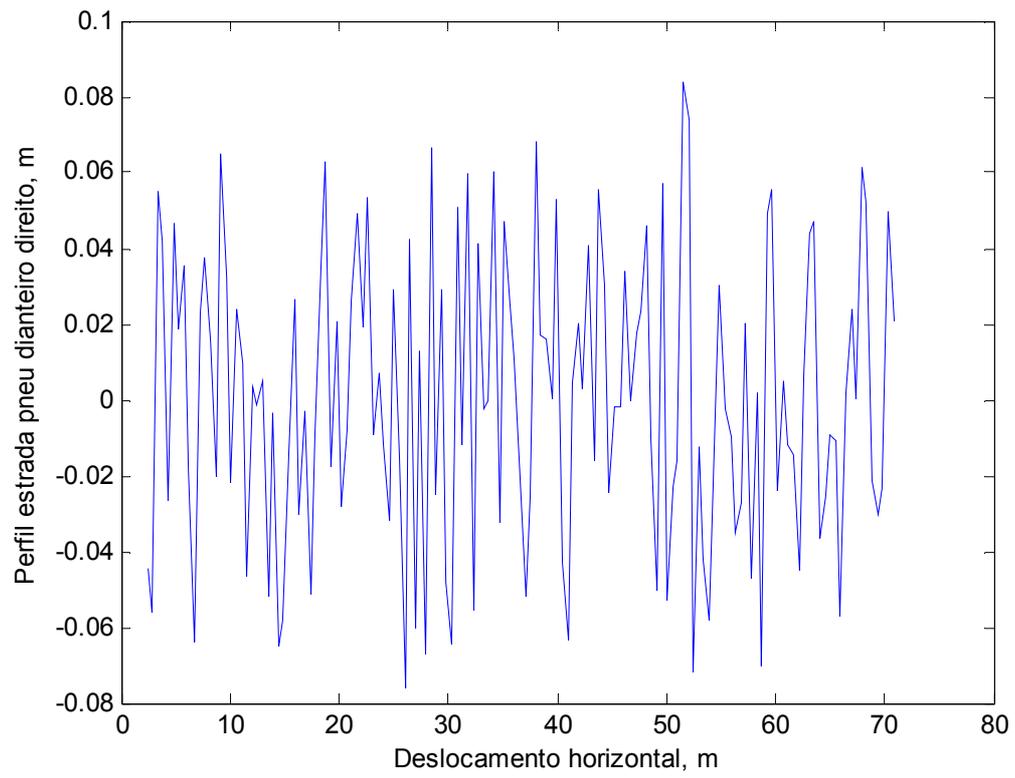


Figura 5.8 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu dianteiro direito

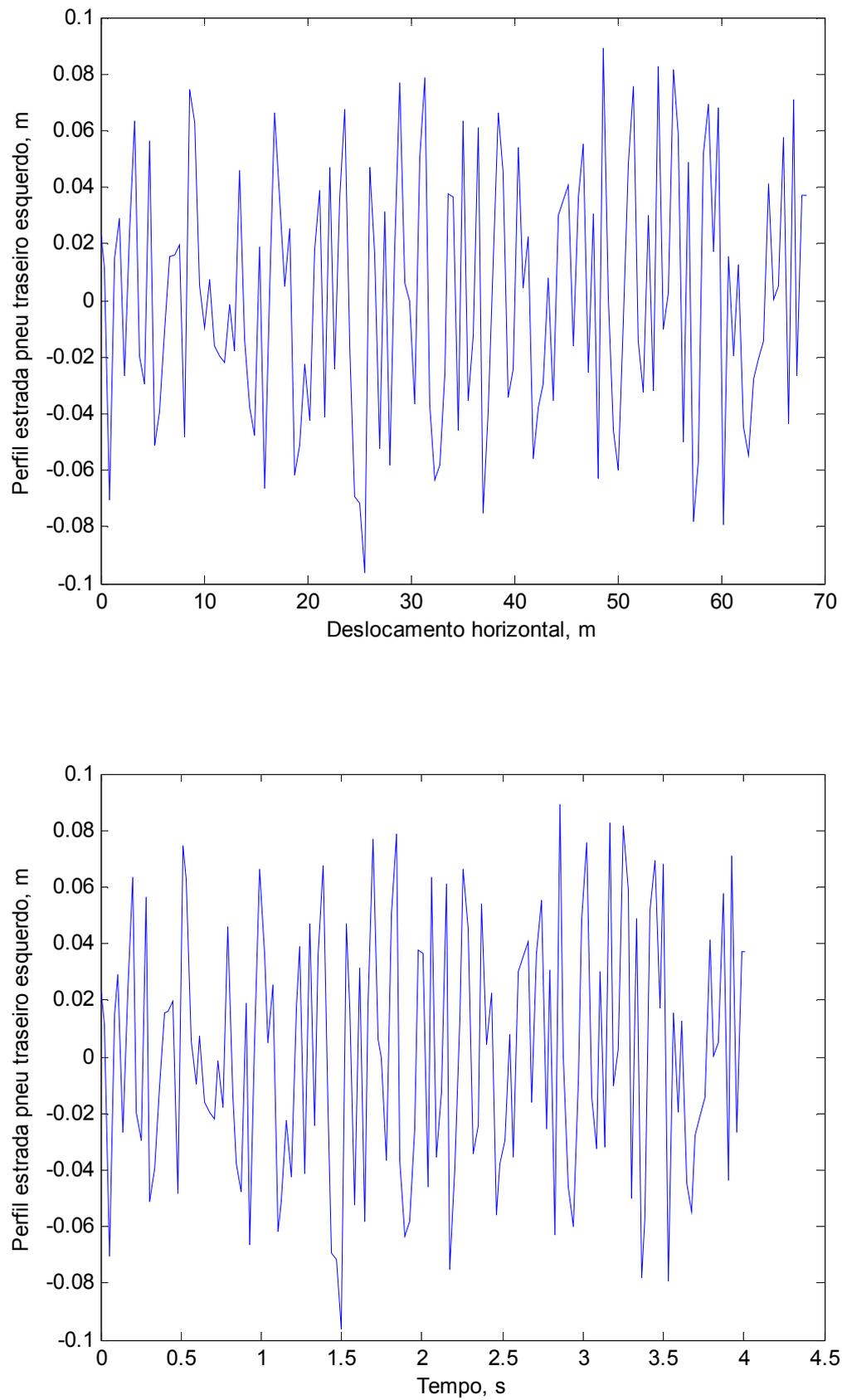


Figura 5.9 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu traseiro esquerdo

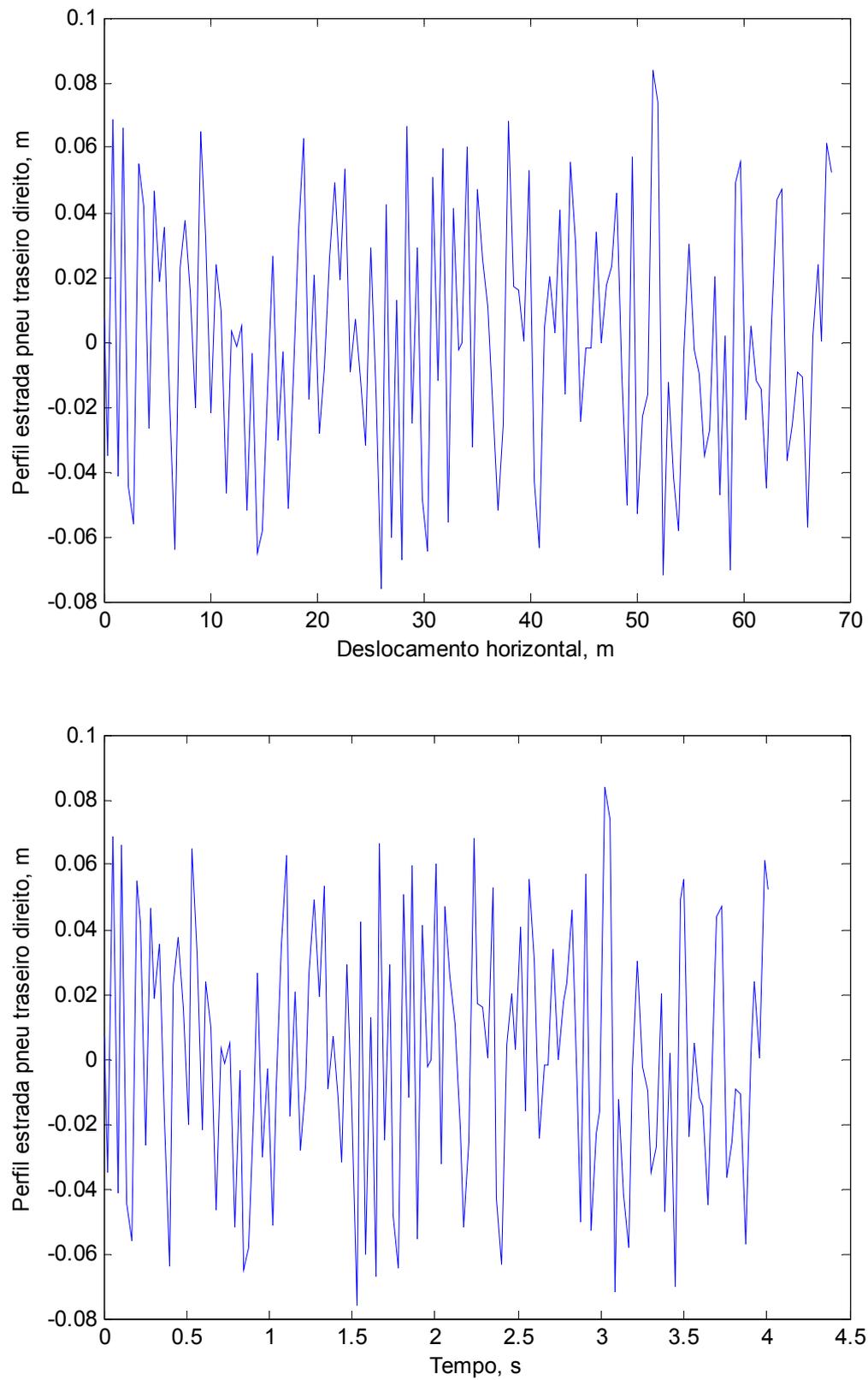


Figura 5.10 Perfil de estrada secundária de baixa qualidade no pneu traseiro direito

As acelerações de elevação, balanço e de rolagem sob o perfil de estrada secundária de baixa qualidade são apresentados na Figura 5.11, Figura 5.12 e Figura 5.13, respectivamente; se observando os ganhos correspondentes pela utilização da suspensão ativa.

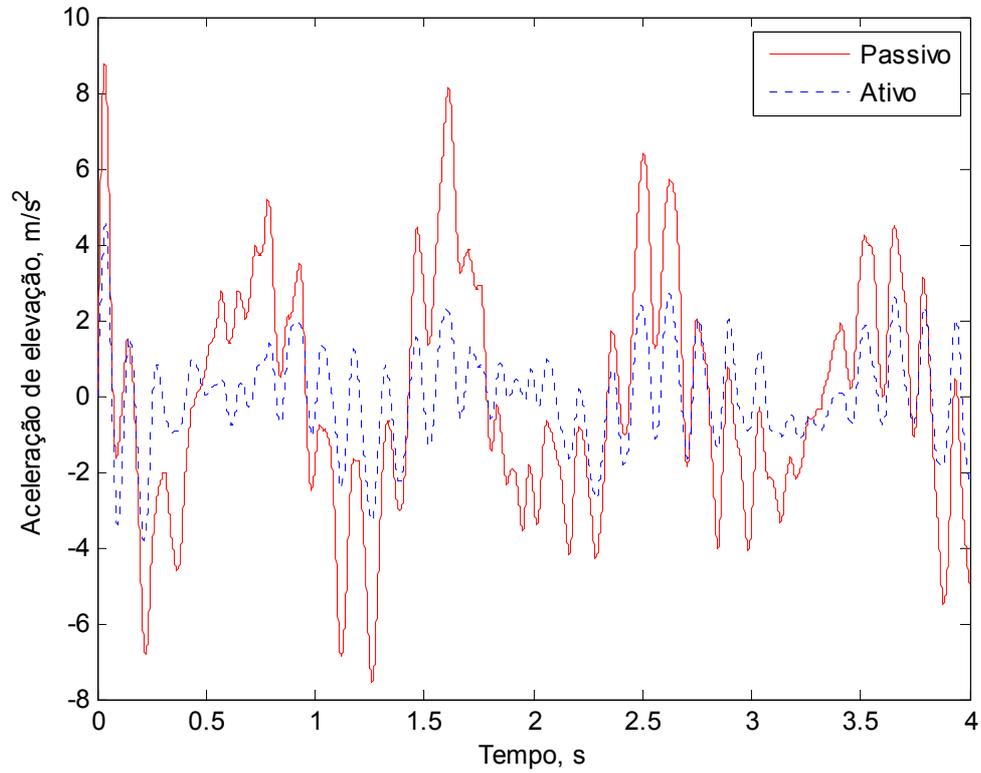


Figura 5.11 Aceleração de elevação sob perfil de estrada secundária de baixa qualidade

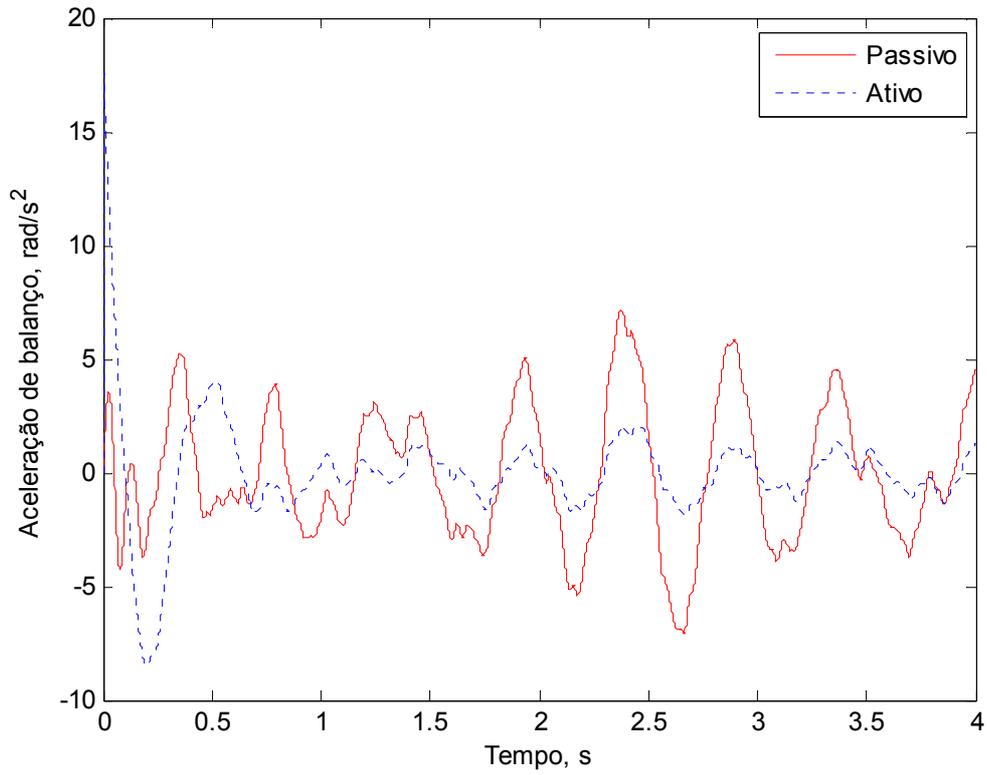


Figura 5.12 Aceleração de balanço sob perfil de estrada secundária de baixa qualidade

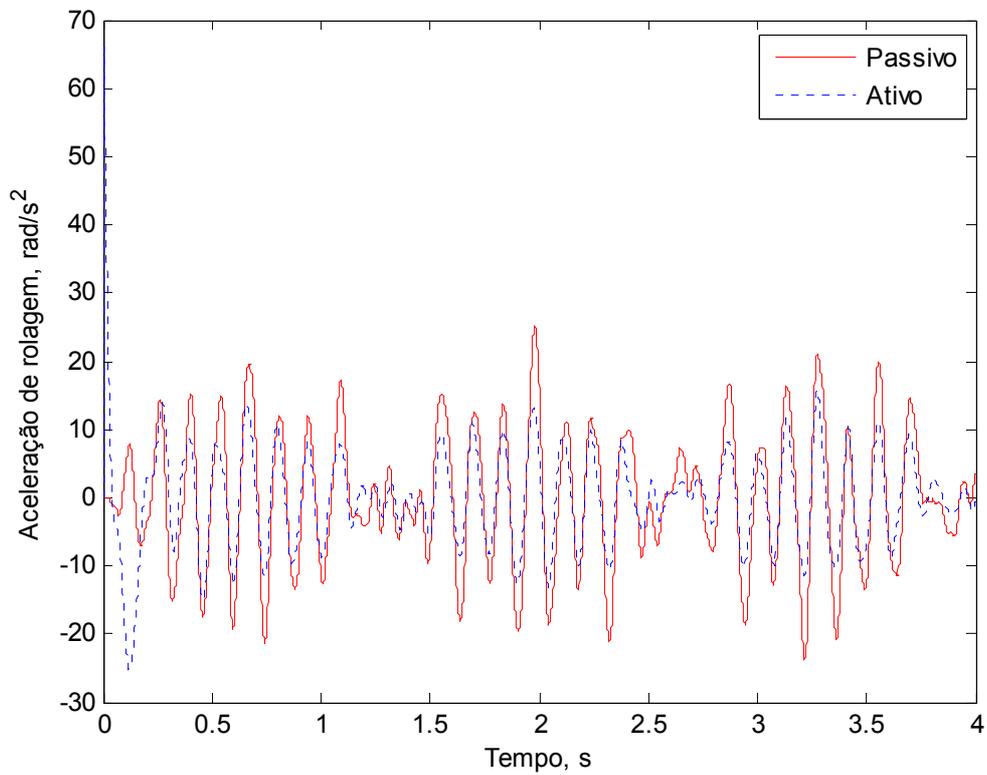


Figura 5.13 Aceleração de rolagem sob perfil de estrada secundária de baixa qualidade

## 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O modelo proposto por Ikenaga et al., 2000, de suspensão ativa para um veículo completo foi desenvolvido e implementado através de programação em código e por blocos utilizando os programas MATLAB<sup>®</sup> e Simulink<sup>®</sup>, o mesmo que utiliza um esquema de realimentação filtrada interna mais uma transformação desacopladora na entrada de forma a reduzir as acelerações de elevação, balanço e rolagem, como parâmetros associados à qualidade vibracional de um veículo. O amortecimento *skyhook* das velocidades de elevação, balanço e rolagem através de um laço externo auxiliam na resposta das baixas frequências.

O desempenho da suspensão ativa é exposto através de algumas simulações:

Em relação à excitação senoidal, exposta na Seção 5.3,

A suspensão ativa melhora as acelerações de elevação, balanço e rolagem nas baixas e altas frequências, tomando como referência o valor da frequência da roda  $\omega_0$ .

Não há melhorias significativas na frequência da roda  $\omega_0$ , o qual concorda com o observado por Ikenaga et al., 2000.

Uma mudança de fase é introduzida pela atenuação da constante de mola nas baixas frequências ou pela atenuação do coeficiente de amortecimento nas altas frequências.

Em relação à excitação senoidal de qualquer frequência, exposta na Seção 5.4,

Melhorias são geradas nas baixas frequências quando o amortecimento *skyhook* é implementado como um laço de controle externo junto com o esquema filtrado de realimentação como um laço de controle interno.

As variáveis selecionadas para o estudo do conforto vibracional são as acelerações de elevação, balanço e rolagem, decorrentes das excitações da estrada. O amortecimento *skyhook* melhora as acelerações de elevação, balanço e rolagem na maioria das frequências abaixo da frequência da roda  $\omega_0$ .

Em relação à excitação randômica, exposta na Seção 5.5,

As acelerações de elevação, balanço e de rolagem sob o perfil de estrada secundária de baixa qualidade são apresentados e diminuem consideravelmente em decorrência da utilização da suspensão ativa.

Como sugestões de continuidade deste trabalho sugere-se:

Realizar a otimização dos coeficientes de rigidez e amortecimento da suspensão previamente com uma expressão similar à Equação (4.21), de forma a comparar os resultados com os obtidos neste trabalho, pressupondo que os resultados devem melhorar ainda mais.

Utilizar parâmetros experimentais da literatura nas simulações.

Comparar os resultados com outros modelos de suspensões ativas, de forma a definir as vantagens e desvantagens de cada um.

Explorar melhor a formulação utilizada para as rigidezes equivalentes de elevação, balanço e rolagem.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blundell, M.; Harty, D. **The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics**. Elsevier Limited, Oxford, 2004. 519 p.

Boéssio, M.L. **Análise e Dimensionamento de Estruturas de Ônibus Considerando a Fadiga e Utilizando Ferramentas de Confiabilidade e Otimização**. Porto Alegre, 2002. 206 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Bouazara, M.; Richard, M.J. An Optimization Method Designed to Improve 3-D Vehicle Comfort and Road Holding Capability Through the Use of Active and Semi-Active Suspensions, **European Journal of Mechanics**, v. 20, n. 3, p. 509–520, 2001.

Bouazara, M.; Richard, M.J.; Rakheja, S. Safety and Comfort Analysis of a 3-D Vehicle Model with Optimal Non-linear Active Seat Suspension, **Journal of Terramechanics**, v. 43, n. 2, p. 97–118, 2006.

Chalasanani, R.M. Ride Performance Potential of Active Suspension Systems - Part II: Comprehensive Analysis Based on a Full-Car Model. In: ASME Symposium on Simulation and Control of Ground Vehicles and Transportation Systems, 1996, Anaheim CA. **Proceedings ... ASME AMD - v. 80, DSC - v. 2.**, 1996, p. 205-234.

Clover, C.L.; Bernard, J.E. The Influence of Lateral Load Transfer Distribution on Directional Response. SAE Technical Paper 930763. In: International Congress & Exposition, 1993, Detroit, MI, USA, Session: International Congress & Exposition. **Proceedings ...**, SAE International, 1993.

DaimlerChrysler Press Release. Disponível em  
<<http://www.seriouswheels.com/cars/top-2002-Mercedes-Benz-F400-Carving-Concept.htm>>  
Acesso em: 15 março 2010.

Dodds, C.J.; Robson, J.D. The Description of Road Surface Roughness, **Journal of Sound and Vibration**, v. 31, n. 2, p. 175-183, 1973.

Du, H.; Sze, K.Y.; Lam, J. Semi-Active  $H_\infty$  Control of Vehicle Suspension With Magneto-Rheological Dampers, **Journal of Sound and Vibration**, v. 283, n. 3-5, pp. 981–996, 2005.

Elbeheiry, E.M.; Karnopp D.C.; Elaraby, M.E.; Abdelraaouf, A. M.; Suboptimal Control Design of Active and Passive Suspensions Based on a Full Car Model, **Vehicle System Dynamics**, v. 26, n. 3, p. 197-222, 1996.

Esmailzadeh, E.; Taghirad H.D. Ride Comfort and Roll Characteristics of Tandem-Axled Trucks. SAE Technical Paper 958529. In: International Truck & Bus Meeting & Exposition, 1995, Winston-Salem, NC, USA, Session: International Truck & Bus Meeting & Exposition. **Proceedings ...**, SAE International, 1995. p 1-8.

Fateh, M.M.; Alavi, S.S. Impedance Control of an Active Suspension System, **Mechatronics**, v. 19, n. 1, p. 134–140, 2009.

Fischer, D.; Isermann, R. Mechatronic Semi-active and Active Vehicle Suspensions, **Control Engineering Practice** 12, v. 12, n. 11, p. 1353–1367, 2004.

Gillespie, T.D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Society of Automotive Engineers Inc., 1992. 519 p.

Huang, C.-J.; Lin, J.-S.; Chen, C.-C.; Road-Adaptive Algorithm Design of Half-Car Active Suspension System, **Expert Systems with Applications**, v. 37, n. 6, p. 4392–4402, 2010.

Hyvärinen, J.P. **The Improvement of Full Vehicle Semi-Active Suspension Through Kinematical Model**. Oulun Yliopisto, Oulu, Finland, 2004. 159 f. Academic Dissertation. Department of Mechanical Engineering, University of Oulu.

Ikenaga S.; Lewis F.L.; Davis, J. Active Suspension Control of Ground Vehicle Based on a Full-Vehicle Model. In: American Control Conference, 2000, Chicago, IL, USA. **Proceedings ...** Chicago, 2000, v. 6, p. 4019-4024.

Karnopp, D. Active Damping in Road Vehicle Suspension Systems, **Vehicle System Dynamics**, v. 12, n. 6, p. 291-311, 1983.

Karnopp, D. Active and Semi-Active Vibration Isolation, **Journal of Mechanical Design**, v. 117, n. B, p. 177-85, 1995.

Karnopp, D.C.; Margolis D. L. **Engineering Applications of Dynamics**. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2008. 417 p.

Maia, R.H. **Análise de Sensibilidade Aplicada a Estudos de Conforto Vibracional em Automóveis**. Belo Horizonte, 2002. 175 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica). Mestrado em Engenharia Automotiva. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

Morsch, I.B., **Análise Estrutural de Veículos Comerciais Tipo Ônibus**. Porto Alegre, 2001. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Moura, E.D.A. **Estudo de Suspensões Passiva, Semi-Ativa MR e Ativa**. Itajubá, 2003. 170 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Itajubá.

Motta, D.d.S. **Modelagem de uma Suspensão Veicular com Elementos Não Lineares e Comparação de seu Desempenho com um Modelo Semi-Ativo**. Campinas, 2005, 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Comissão de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica. Universidade Estadual de Campinas.

Ro, P.I.; Kim, H. Four Wheel Steering for Vehicle Handling Improvement: A Robust Model Reference Control Using the Sliding Mode. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, v. 210, n. 4, p. 335-346, 1996.

Patrício, L.F.S. **Desenvolvimento Matemático e Implementação Numérica de um Modelo Tridimensional para Determinação das Respostas Dinâmicas de um Veículo Automotor**. Belo Horizonte, 2005, 185 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica). Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

Picado, R.M. **Controle Semi-Ativo em Suspensões Automotivas**. Campinas, 1998, 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Comissão de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica. Universidade Estadual de Campinas.

Poussot-Vassal, C.; Sename, O.; Dugard, L.; Gáspár, P.; Szabó, Z.; Bokor, J. A New Semi-Active Suspension Control Strategy Through LPV Technique, **Control Engineering Practice**, v. 16, n. 12, p. 1519–1534, 2008.

Priyandoko, G.; Mailah, M.; Jamaluddin, H. Vehicle Active Suspension System Using Skyhook Adaptive Neuro Active Force Control, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, n. 3, p. 855–868, 2009.

Reckziegel, G.; Schmidt, M. A. **Uma Metodologia para a Análise de Vida de um Semi-Reboque para Transporte de Automóveis**. Porto Alegre, 2002, 52 f. Projeto (Disciplina: Análise de Sistemas Mecânicos). Curso de Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Rill, G. **Vehicle Dynamics. Lecture Notes**. Fachhochschule Regensburg University of Applied Sciences, 2007. 180 p.

Rocha, F.K. **Desenvolvimento de uma Metodologia para Análise de Estrutura Veicular**. Florianópolis, 2004, 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina.

Sun, T.; Zhang, Y.; Barak P. Quarter Vehicle Ride Model. SAE Technical Paper 2002-01-1581. In: **SAE 2002 Automotive Dynamics & Stability Conference & Exhibition**, Detroit, MI, USA, 2002. 12p.

Uys, P.E.; Els, P.S.; Thoresson, M. Suspension Settings for Optimal Ride Comfort Off-Road Vehicles Travelling on Roads with Different Roughness and Speeds, **Journal of Terramechanics**, v. 44, n. 2, p. 163–175, 2007.

Wong, J.Y. **Theory of Ground Vehicles**. Wiley-Interscience, 3<sup>rd</sup> ed., 2001. 560 p.

Yao, G.Z.; Yap, F.F.; Chen, G.; Li, W.H.; Yeo, S.H. MR Damper and its Application for Semi-Active Control of Vehicle Suspension System, **Mechatronics**, v. 12, n. 7, p. 963–973, 2002.

Zapateiro, M.; Karimi, H.R.; Luo, N; Phillips, B.M.; Spencer Jr., B.F. Semiactive Backstepping Control for Vibration Reduction in a Structure with Magnetorheological Damper Subject to Seismic Motions, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. v. 20, n. 17, p 2037-2053, 2009.

## ANEXO A - Programas implementados no MATLAB® e Simulink®

### A.1 Excitação de perfil de estrada senoidal

```

% ARQUIVO: parametros_06_apos_SNEW3_Ks.m

%% Parâmetros usados

clear all

disp('PASSO 1: Carregamento de parâmetros no Workspace !!! ')

%% Massas dos elementos (m)

% Massa do carro
ms=1500; % kg

% Massa das suspensões
mu=59; % kg

%% Rigidez de mola (K)

% Rigidez de mola das suspensões dianteiras
Ksf=35000; % N/m
Ksfl=35000; % N/m
Ksfr=35000; % N/m

% Rigidez de mola das suspensões traseiras
Ksr=38000; % N/m
Ksrl=38000; % N/m
Ksrr=38000; % N/m

% Rigidez de mola dos pneus
Ku=190000; % N/m
Kuf1=190000; % N/m
Kuf2=190000; % N/m
Kuf3=190000; % N/m
Kuf4=190000; % N/m
Kuf5=190000; % N/m
Kuf6=190000; % N/m
Kuf7=190000; % N/m
Kuf8=190000; % N/m

%% Amortecimento (B)

% Amortecimento das suspensões dianteiras
Bsf=1000; % Ns/m
Bsfl=1000; % Ns/m
Bsfr=1000; % Ns/m

% Amortecimento das suspensões traseiras
Bsr=1100; % Ns/m
Bsrl=1100; % Ns/m
Bsrr=1100; % Ns/m

%% Momentos de inércia

% Momento de inércia de roll
Ixx=460; % kg*m^2

% Momento de inércia de pitch
Iyy=2160; % kg*m^2

%% Dimensões do carro

```

```

% Comprimento entre a frente do carro e o centro de massa
a=1.4; % m

% Comprimento entre a parte traseira do carro e o centro de massa
b=1.7; % m

% Largura do carro
w=3; % m
%w=1.6; % m

%% Frequências
w0=sqrt(Ku/mu);
wbody=sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)/ms);
% wbody=sqrt(Ksfl/ms);

% Frequências de roll-off do amortecimento
wbfl=w0;
wbfr=w0;
wbrl=w0;
wbrr=w0;

% Frequências de roll-off da mola
%wkfl=w0;
%wkfr=w0;
%wkrl=w0;
%wkrr=w0;

wkfl=wbody;
wkfr=wbody;
wkrl=wbody;
wkrr=wbody;

% Aceleração da gravidade
%g=9.81; % kg*m/s^2
g=0; % kg*m/s^2   jan 2011

%% Tipo de excitação
excitacao=input('Tipo de excitação -> [1] senoidal, [2] randômico : ');

if excitacao==1      % senoidal

    % Amplitudes da estrada
    Afl=0.05; % m
    Arl=0.05; % m
    Afr=0.15; % m
    Arr=0.15; % m

    % Velocidade do carro
    v=22; % m/s

    % Comprimento do carro
    L=a+b; % m

    % Constante do tempo Tau
    tau=L/v; % s

    % Frequência da estrada
    % omega=8; % rad/s este dado tem que variar a cada simulação
    omega=9; % rad/s este dado tem que variar a cada simulação
    omega=input('Ingresse omega [rad/s]= ');

else      % randômico

end

tsimula=input('Tempo de simulação = ');

%% Definição das matrizes

```

```
% Matrizes do Sistema
```

```
% Matriz A
```

```
A1_4=[0 1 0 0
-2/ms*(Ksf+Ksr) -2/ms*(Bsf+Bsr) 2/ms*(a*Ksf-b*Ksr) 2/ms*(a*Bsf-b*Bsr)
0 0 0 1
2/Iyy*(a*Ksf-b*Ksr) 2/Iyy*(a*Bsf-b*Bsr) -2/Iyy*(a^2*Ksf+b^2*Ksr) -2/Iyy*(a^2*Bsf+b^2*Bsr)
0 0 0 0
0 0 0 0
0 0 0 0
Ksf/mu Bsf/mu -a*Ksf/mu -a*Bsf/mu
0 0 0 0
Ksf/mu Bsf/mu -a*Ksf/mu -a*Bsf/mu
0 0 0 0
Ksr/mu Bsr/mu b*Ksr/mu b*Bsr/mu
0 0 0 0
Ksr/mu Bsr/mu b*Ksr/mu b*Bsr/mu];
```

```
A5_9=[0 0 0 0 0
0 0 Ksf/ms Bsf/ms Ksf/ms
0 0 0 0 0
0 0 -a*Ksf/Iyy -a*Bsf/Iyy -a*Ksf/Iyy
0 1 0 0 0
-w^2/(2*Ixx)*(Ksf+Ksr) -w^2/(2*Ixx)*(Bsf+Bsr) w*Ksf/(2*Ixx) w*Bsf/(2*Ixx) -w*Ksf/(2*Ixx)
0 0 0 1 0
w*Ksf/(2*mu) w*Bsf/(2*mu) -(Ksf+Ku)/mu -Bsf/mu 0
0 0 0 0 0
-w*Ksf/(2*mu) -w*Bsf/(2*mu) 0 0 -(Ksf+Ku)/mu
0 0 0 0 0
w*Ksr/(2*mu) w*Bsr/(2*mu) 0 0 0
0 0 0 0 0
-w*Ksr/(2*mu) -w*Bsr/(2*mu) 0 0 0];
```

```
A10_14=[0 0 0 0 0
Bsf/ms Ksr/ms Bsr/ms Ksr/ms Bsr/ms
0 0 0 0 0
-a*Bsf/Iyy b*Ksf/Iyy b*Bsf/Iyy b*Ksf/Iyy b*Bsf/Iyy
0 0 0 0 0
-w*Bsf/(2*Ixx) w*Ksr/(2*Ixx) w*Bsr/(2*Ixx) -w*Ksr/(2*Ixx) -w*Bsr/(2*Ixx)
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
1 0 0 0 0
-Bsf/mu 0 0 0 0
0 0 1 0 0
0 -(Ksr+Ku)/mu -Bsr/mu 0 0
0 0 0 0 1
0 0 0 0 -(Ksr+Ku)/mu -Bsr/mu];
```

```
A15_22=[0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
A = A1_4 + A5_9 + A10_14 + A15_22;
```

```
% Matriz B
```

```
B=[ 0 0 0 0;
1/ms 1/ms 1/ms 1/ms;
0 0 0 0;
-a/Iyy -a/Iyy b/Iyy b/Iyy;
0 0 0 0;
w/(2*Ixx) -w/(2*Ixx) w/(2*Ixx) -w/(2*Ixx);
```



```

0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1];

% Matriz Ac
Ac=[A; HL];

% Matriz Bc
Bc=[Bd B];

% Matriz D
D=zeros(22,9);

% Parâmetros para a simulação

% Molas em paralelo (sem rigidez dos pneus)
Ksz=Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr;
Ksttheta=(Ksfl+Ksfr)+(b/a)^2*(Ksrl+Ksrr); % Pg 536 Norton
Ksfi=(Ksfl+Ksrl)+(w/2)/(w/2)^2*(Ksfr+Ksrr); % Pg 536 Norton

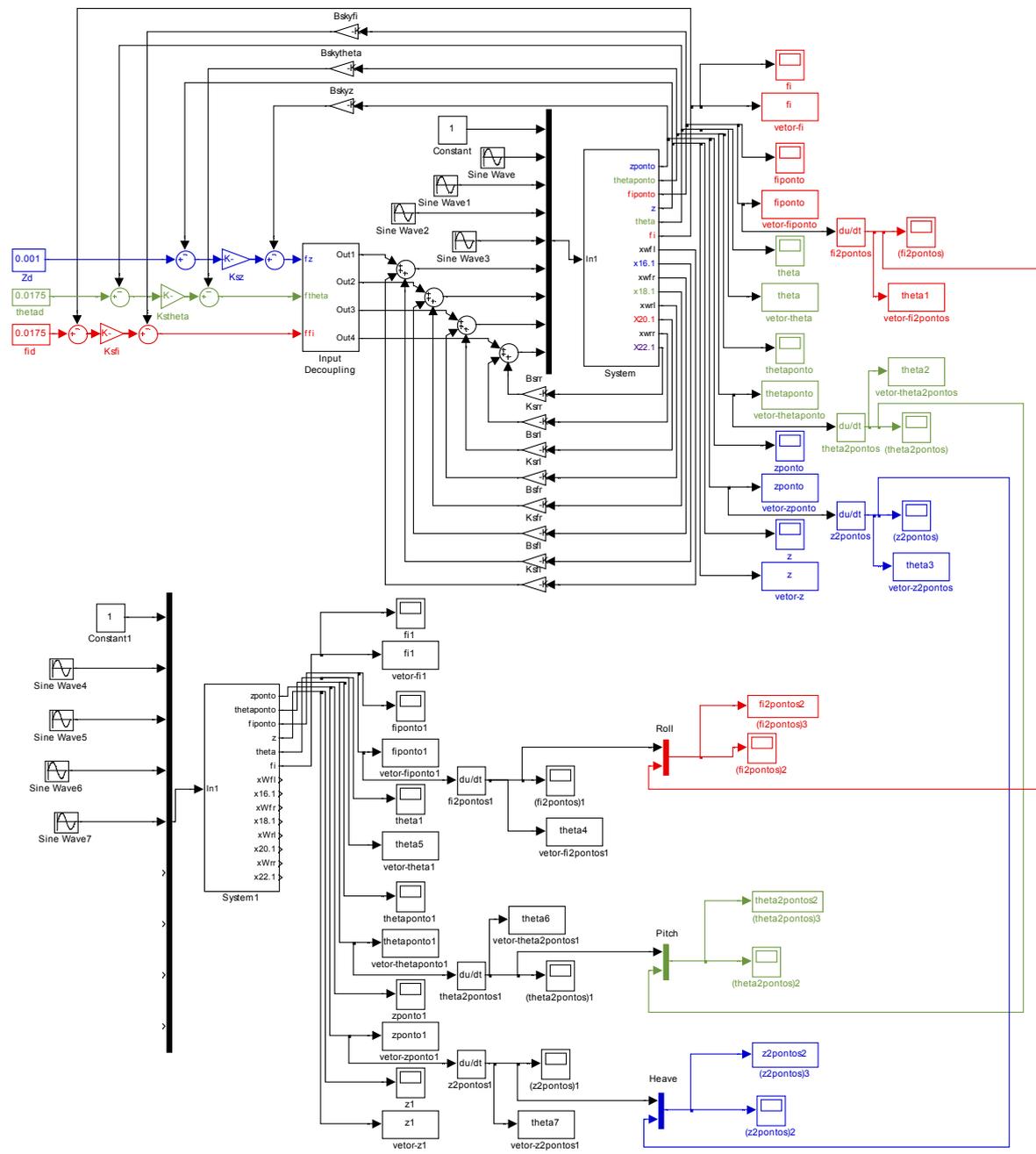
% Parâmetros skyhook
% Calculo Bsky
Bskyz = sqrt(2)*sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)*ms);
Bskytheta = sqrt(2)*sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)*Iyy)/a;
Bskyfi = 2*sqrt(2)*sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)*Ixx)/w;

disp('PASSO 2: Start Simulation no arquivo Simulink !!!')

% sim('susp_ativa_fullcar_10_at_pas_noso')

```

```
% ARQUIVO: sen_at_pas_noso_gotoBoaMauf_tmenor.mdl
```



```
% ARQUIVO: plotagem.m
```

```
disp('PASSO 3: Plotagem de resultados !!! ');

divi_tempo=tsimula/(size(z2pontos2,1)-1);

tempo_vetor=0:divi_tempo:tsimula;

figure(100);
plot(tempo_vetor,theta2pontos2(:,1),'r-',tempo_vetor,theta2pontos2(:,2),'b:');
ylabel('Aceleração de balanço, rad/s^2')
xlabel('Tempo, s'),
%title('Aceleração de balanço, rad/s2'),
legend('Passivo','Ativo')
saveas(100,'theta2pontos2.emf')

figure(200);
plot(tempo_vetor,fi2pontos2(:,1),'r-',tempo_vetor,fi2pontos2(:,2),'b:');
ylabel('Aceleração de rolagem, rad/s^2')
xlabel('Tempo, s'),
%title('Aceleração de rolagem, rad/s2'),
legend('Passivo','Ativo')
saveas(200,'fi2pontos2.emf')

figure(300);
plot(tempo_vetor,z2pontos2(:,1),'r-',tempo_vetor,z2pontos2(:,2),'b:');
ylabel('Aceleração de elevação, m/s^2')
xlabel('Tempo, s'),
%title('Aceleração de elevação, m/s2'),
legend('Passivo','Ativo')
saveas(300,'z2pontos2.emf')

%FUNCIONA MAS ESCURECIDO
%imwrite(300, 'z2pontos2.jpg', 'Quality', 100)
%imwrite(300, 'myfile.jpg', 'Quality', 100);

%print -djpeg100-r600 100.jpg
%print -r600-depsc 100.jpg

% FUNCIONA MAS ESCURECIDO
% I = getframe(gcf);
% imwrite(I.cdata, 'myplot.png');

% FUNCIONA
% saveas(100,'100.tif')
%% OKOK saveas(100,'100.emf')
```

## A.2 Excitação de perfil de estrada randômica

```

% ARQUIVO: Principal_perfil_freq.m

% ARQUIVO: Principal_perfil_freq

% Dados
% global passo_excitacao

clear all
rand('state',0)

% c=2000e-8;
% w=3;
c=2048e-8; % (m3/ciclo)
w_exp=2.5;

Vkm_h=input('Velocidade do carro (km/h). (Ex 79km/h=22m/s): ');
V=Vkm_h/3.6 % [V (km/h) expresso em (m/s)]

%% Dimensões do carro
% Comprimento entre a frente do carro e o centro de massa
a=1.4; % m

% Comprimento entre a parte traseira do carro e o centro de massa
b=1.7; % m

% Largura do carro
w=3; % m
%w=1.6; % m

% Comprimento do carro
% L=a+b; % m

% Defasagem entre pneus
dpneus=a+b; % m
tdefasagem=dpneus/V; % s
% Constante do tempo tau
tau=tdefasagem; % s

% Número de pontos entre pneus
pontos=input('Pontos entre pneus (recomendável INTEIRO >= 6): ');
passo_excitacao=(dpneus/(pontos-1))/V;

% Tempo de simulação
tsimula=input('Tempo de simulação (s): ');

% Tsimula arredondado
tsimula=passo_excitacao*round(tsimula/passao_excitacao);

% Vetor t
t=[0:passo_excitacao:tsimula+tdefasagem]; % para desenho pista
t=[0:0.001:4]; % para o Simulink

% Perfil estrada direita
nbaseD=[
0.126
0.224
0.513
0.800
1.670
2.150
3.056
3.509
3.962
4.390

```

```

5.500
6.774
8.000];

% Perfil estrada esquerda
nbaseE=[
0.118
0.274
0.535
0.888
1.550
2.200
2.723
3.150
3.922
4.370
5.325
6.816
8.000];

nD=pi/8*nbaseD;
nE=pi/8*nbaseE;

vetor_omegaD=2*pi*nD*V; % rad/s
vetor_omegaE=2*pi*nE*V; % rad/s

% PSD, pista Direita e Esquerda
SnD=c*nD.^(-w_exp);
SnE=c*nE.^(-w_exp);

% Amplitude das ondas ADireita e AEsquerda
for i=1:size(nbaseD,1)-1
    AD(i)=sqrt(SnD(i)*(nD(i+1)-nD(i)));
end

for i=1:size(nbaseE,1)-1
    AE(i)=sqrt(SnE(i)*(nE(i+1)-nE(i)));
end

% =D2*(SEN(2*PI()*B$17/3,6*B2*E$1+ALEATÓRIO()))

% Perfil estrada direita
for j=1:length(t)
    ZD(j)=0; % ZD: Z direito

    for i=1:size(nbaseD,1)-1
        ZD(j) = ZD(j) + AD(i)*sin(2*pi*V*nD(i)*t(j) + 2*pi*rand);
    end
    dD(j)=V*t(j); % distância avanço
end

% Ativar para gerar o mesmo perfil direito e esquerdo
% rand('state',0)

% Perfil estrada esquerda
for j=1:length(t)
    ZE(j)=0; % ZE: Z esquerdo

    for i=1:size(nbaseE,1)-1
        ZE(j) = ZE(j) + AE(i)*sin(2*pi*V*nE(i)*t(j) + 2*pi*rand);
    end
    dE(j)=V*t(j);
end

% for j=1:length(t)
z2pontos2rand(length(t),1)=0; % aceleração heave massa suspensa passiva
z2pontos2rand(length(t),2)=0; % aceleração heave massa suspensa ativa

theta2pontos2rand(length(t),1)=0; % aceleração pitch massa suspensa passiva
theta2pontos2rand(length(t),2)=0; % aceleração pitch massa suspensa ativa

```

```

fi2pontos2rand(length(t),1)=0; % aceleração roll massa suspensa passiva
fi2pontos2rand(length(t),2)=0; % aceleração roll massa suspensa ativa

for i=1:size(nbaseE,1)-1
    % omega=2*pi*V*nE(i)+2*pi*rand; % rad/s
    % omega=2*pi*V*nE(i); % rad/s
    omegaE=vetor_omegaE(i);
    omegaD=vetor_omegaD(i);
    Afl=AE(i);
    Arl=AE(i);
    Afr=AD(i);
    Arr=AD(i);

    [Bsfl,Bsfr,Bsrl,Bsrr,Bskyfi,Bskytheta,Bskyz,...
    Ksfl,Ksfr,Ksrl,Ksrr,Ksfi,Ksttheta,Ksz,...
    Ac,Bc,C,D]=parametros_06_apos_SNEW3_randKs(a,b,w);

    % sim('sen_at_pas_noso_goto')
    % sim('sen_at_pas_noso_gotoBoaMau')
    sim('sen_at_pas_noso_gotoBoaMauf_tmenor')
    % ZE(j) = ZE(j) + AE(i)*sin(2*pi*V*nE(i)*t(j) + 2*pi*rand);
    % z2pontos2(j)=z2pontos2(j)+z2pontos2;

    z2pontos2rand(:,1)=z2pontos2(:,1)+z2pontos2rand(:,1); % aceleração heave massa
suspensa passiva
    z2pontos2rand(:,2)=z2pontos2(:,2)+z2pontos2rand(:,2); % aceleração heave massa
suspensa ativa

    theta2pontos2rand(:,1)=theta2pontos2(:,1)+theta2pontos2rand(:,1); % aceleração pitch
massa suspensa passiva
    theta2pontos2rand(:,2)=theta2pontos2(:,2)+theta2pontos2rand(:,2); % aceleração pitch
massa suspensa ativa

    fi2pontos2rand(:,1)=fi2pontos2(:,1)+fi2pontos2rand(:,1); % aceleração roll massa
suspensa passiva
    fi2pontos2rand(:,2)=fi2pontos2(:,2)+fi2pontos2rand(:,2); % aceleração roll massa
suspensa ativa

    end
% end

figure(200)
%plot(t,z2pontos2rand) % heave passivo e ativo
plot(t,z2pontos2rand(:,1),'r-',t,z2pontos2rand(:,2),'b:');
ylabel('Aceleração de elevação, m/s^2')
xlabel('Tempo, s'),
%title('Aceleração de elevação, m/s^2'),
legend('Passivo','Ativo')
saveas(200,'z2pontos2rand.emf')

figure(210)
%plot(t,theta2pontos2rand) % pitch passivo e ativo
plot(t,theta2pontos2rand(:,1),'r-',t,theta2pontos2rand(:,2),'b:');
ylabel('Aceleração de balanço, rad/s^2')
xlabel('Tempo, s'),
%title('Aceleração de balanço, rad/s^2'),
legend('Passivo','Ativo')
saveas(210,'theta2pontos2rand.emf')

figure(220)
%plot(t,fi2pontos2rand) % roll passivo e ativo
plot(t,fi2pontos2rand(:,1),'r-',t,fi2pontos2rand(:,2),'b:');
ylabel('Aceleração de rolagem, rad/s^2')
xlabel('Tempo, s'),
%title('Aceleração de rolagem, rad/s^2'),
legend('Passivo','Ativo')
saveas(220,'fi2pontos2rand.emf')

% Desenho pista
time=[0:passo_excitacao:tsimula];

```

```

t=[0:passo_excitacao:tsimula+tdefasagem]; % para desenho pista

% DD: pneu direito dianteiro
ZDD=ZD(round(tdefasagem/passo_excitacao)+1:length(t));
dDD=dD(round(tdefasagem/passo_excitacao)+1:length(t))*V;

% DT: pneu direito traseiro
ZDT=ZD(1:(tsimula/passo_excitacao)+1);
dDT=dD(1:(tsimula/passo_excitacao)+1)*V;

% ED: pneu esquerdo dianteiro
ZED=ZE(round(tdefasagem/passo_excitacao)+1:length(t));
dED=dE(round(tdefasagem/passo_excitacao)+1:length(t))*V;

% ET: pneu esquerdo traseiro
ZET=ZE(1:(tsimula/passo_excitacao)+1);
dET=dE(1:(tsimula/passo_excitacao)+1)*V;

% Plotagem estrada direita
% figure(1)
% subplot(2,2,1)
figure(1)
plot(time,ZDD)
xlabel('Tempo, s')
ylabel('Perfil estrada pneu dianteiro direito, m')
saveas(1,'ZFR_s.emf')

% subplot(2,2,3)
figure(2)
plot(dDD,ZDD)
xlabel('Deslocamento horizontal, m')
ylabel('Perfil estrada pneu dianteiro direito, m')
saveas(2,'ZFR_m.emf')

% subplot(2,2,2)
figure(3)
plot(time,ZDT)
xlabel('Tempo, s')
ylabel('Perfil estrada pneu traseiro direito, m')
saveas(3,'ZRR_s.emf')

% subplot(2,2,4)
figure(4)
plot(dDT,ZDT)
xlabel('Deslocamento horizontal, m')
ylabel('Perfil estrada pneu traseiro direito, m')
saveas(4,'ZRR_m.emf')

% Plotagem estrada esquerda
% figure(2)
% subplot(2,2,1)
figure(5)
plot(time,ZED)
xlabel('Tempo, s')
ylabel('Perfil estrada pneu dianteiro esquerdo, m')
saveas(5,'ZFL_s.emf')

% subplot(2,2,3)
figure(6)
plot(dED,ZED)
xlabel('Deslocamento horizontal, m')
ylabel('Perfil estrada pneu dianteiro esquerdo, m')
saveas(6,'ZFL_m.emf')

% subplot(2,2,2)
figure(7)
plot(time,ZET)
xlabel('Tempo, s')
ylabel('Perfil estrada pneu traseiro esquerdo, m')
saveas(7,'ZRL_s.emf')

```

```
% subplot(2,2,4)
figure(8)
plot(dET,ZET)
xlabel('Deslocamento horizontal, m')
ylabel('Perfil estrada pneu traseiro esquerdo, m')
saveas(8,'ZRL_m.emf')

saidaDD = [time;ZDD]';
saidaDT = [time;ZDT]';
saidaED = [time;ZED]';
saidaET = [time;ZET]';

% fid = fopen('saidaDD.dat','w');
% fprintf(fid,'%8.4f %9.5f\n',saidaDD);
% fclose(fid);

save saidaDD.txt saidaDD -ascii
save saidaDT.txt saidaDT -ascii
save saidaED.txt saidaED -ascii
save saidaET.txt saidaET -ascii
```

```

% ARQUIVO: parametros_06_apos_SNEW3_randKs.m

% clear all
% disp('PASSO 1: Carregamento de parâmetros no Workspace !!! ')

function [Bsfl,Bsfr,Bsrl,Bsrr,Bskyfi,Bskytheta,Bskyz,...
         Ksfl,Ksfr,Ksrl,Ksrr,Ksfi,Ksttheta,Ksz,...
         Ac,Bc,C,D]=parametros_06_apos_SNEW3_randKs(a,b,w)

%% Massas dos elementos (m)

% Massa do carro
ms=1500; % kg

% Massa das suspensões
mu=59; % kg

%% Rigidez de mola (K)

% Rigidez de mola das suspensões dianteiras
Ksf=35000; % N/m
Ksfl=35000; % N/m
Ksfr=35000; % N/m

% Rigidez de mola das suspensões traseiras
Ksr=38000; % N/m
Ksrl=38000; % N/m
Ksrr=38000; % N/m

% Rigidez de mola dos pneus
Ku=190000; % N/m
Kuf=190000; % N/m

%% Amortecimento (B)

% Amortecimento das suspensões dianteiras
Bsf=1000; % Ns/m
Bsfl=1000; % Ns/m
Bsfr=1000; % Ns/m

% Amortecimento das suspensões traseiras
Bsr=1100; % Ns/m
Bsrl=1100; % Ns/m
Bsrr=1100; % Ns/m

%% Momentos de inércia

% Momento de inércia de roll
Ixx=460; % kg*m^2

% Momento de inércia de pitch
Iyy=2160; % kg*m^2

%% Frequências
w0=sqrt(Ku/mu);
wbody=sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)/ms);
% wbody=sqrt(Ksfl/ms);

% Frequências de roll-off do amortecimento
wbfl=w0;
wbfr=w0;
wbrl=w0;
wbrr=w0;

```



```

0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0];

A = A1_4 + A5_9 + A10_14 + A15_22;

% Matriz B
B=[ 0 0 0 0;
1/ms 1/ms 1/ms 1/ms;
0 0 0 0;
-a/Iyy -a/Iyy b/Iyy b/Iyy;
0 0 0 0;
w/(2*Ixx) -w/(2*Ixx) w/(2*Ixx) -w/(2*Ixx);
0 0 0 0;
-1/mu 0 0 0;
0 0 0 0;
0 -1/mu 0 0;
0 0 0 0;
0 0 -1/mu 0;
0 0 0 0;
0 0 0 -1/mu;
0 0 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 0;
0 0 0 0];

% Matriz Bd
Bd=[ 0 0 0 0 0;
-g 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
-g Ku/mu 0 0 0;
0 0 0 0 0;
-g 0 Ku/mu 0 0;
0 0 0 0 0;
-g 0 0 Ku/mu 0;
0 0 0 0 0;
-g 0 0 0 Ku/mu;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0];

% Matriz de variaveis de estado auxiliares para o controle
HL1_6=[ wkfl 0 -a*wkfl 0 0.5*w*wkfl 0
0 wbf1 0 -a*wbf1 0 0.5*w*wbf1
wkfr 0 -a*wkfr 0 -0.5*w*wkfr 0
0 wbfr 0 -a*wbfr 0 -0.5*w*wbfr
wkrl 0 b*wkrl 0 0.5*w*wkrl 0
0 wbrl 0 b*wbrl 0 0.5*w*wbrl
wkrr 0 b*wkrr 0 -0.5*w*wkrr 0
0 wbrr 0 b*wbrr 0 -0.5*w*wbrr];

HL7_14=[-wkfl 0 0 0 0 0 0 0
0 -wbf1 0 0 0 0 0 0
0 0 -wkfr 0 0 0 0 0
0 0 0 -wbfr 0 0 0 0
0 0 0 0 -wkrl 0 0 0
0 0 0 0 0 -wbrl 0 0
0 0 0 0 0 0 -wkrr 0
0 0 0 0 0 0 0 -wbrr];

HL15_22=[-wkfl 0 0 0 0 0 0 0;
0 -wbf1 0 0 0 0 0 0;

```

```

0      0      -wkfr  0      0      0      0      0;
0      0      0      -wbfr  0      0      0      0;
0      0      0      0      -wkrl  0      0      0;
0      0      0      0      0      -wbrl  0      0;
0      0      0      0      0      0      -wkrr  0;
0      0      0      0      0      0      0      -wbrr];

HL = HL1_6 + HL7_14 + HL15_22;

% Matriz C
C=[ 1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1];

% Matriz Ac
Ac=[A; HL];

% Matriz Bc
Bc=[Bd B];

% Matriz D
D=zeros(22,9);

% Parâmetros para a simulação
Ksz=Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr; % molas em paralelo
Ksttheta=(Ksfl+Ksfr)+(b/a)^2*(Ksrl+Ksrr); % Pg 536 Norton
Ksfi=(Ksfl+Ksrl)+((w/2)/(w/2))^2*(Ksfr+Ksrr); % Pg 536 Norton

% Cálculo Bsky
Bskyz = sqrt(2)*sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)*ms);
Bskytheta = sqrt(2)*sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)*Iyy)/a;
Bskyfi = 2*sqrt(2)*sqrt((Ksfl+Ksfr+Ksrl+Ksrr)*Ixx)/w;

% disp('PASSO 2: Start Simulation no arquivo Simulink !!!')

% sim('susp_ativa_fullcar_10_at_pas_noso')
```

```
% ARQUIVO: sen_at_pas_noso_gotoBoaMauf_tmenor.mdl
```

