Bem sabemos que o conjunto $\mathbb{N}$ possui infinitos números primos. Mas, e se dirijirmos a nossa atenção para os conjuntos da forma $\{an + b;\ n \in \mathbb{N}\}$, onde $a, b \in \mathbb{N}$, em que circunstâncias poderemos afirmar que esses também possuirão infinitos primos? Se a e b forem divisíveis por um natural $d > 1$, então todo elemento da progressão aritmética $an + b$ será divisível por d, e portanto o conjunto em consideração não poderá ter mais que um primo. Logo, a condição de que a e b sejam primos entre si é necessária. O que Lejeune Dirichlet fez em 1837 foi mostrar que essa condição é também suficiente. Esse resultado tornou-se famoso e é hoje conhecido como o *teorema de Dirichlet sobre primos em progressões aritméticas*.

Ao provar esse teorema, um aspecto interessante que se apresenta é o uso de ferramentas da análise na resolução de problemas que residem no escopo dos inteiros. Por exemplo, entre as várias demonstrações da infinitude dos primos em $\mathbb{N}$, uma que se destaca é a de fazermos isso por provarmos que a série $\sum p^{-1}$ diverge (com $p \in \mathcal{P}$, onde $\mathcal{P}$ representa o conjunto dos primos naturais). Analogamente, quando a e b forem primos entre si, mostrarei que a série $\sum p^{-1} \log p$ diverge (com $p \in \mathcal{P} \cap \{an + b;\ n \in \mathbb{N}\}$).

Embora esse teorema seja bastante conhecido e mencionado em muitos livros de introdução à Teoria dos Números, poucos na graduação são os que se depararam com uma demonstração dele. Esses mesmos livros que o citam, sempre dizem que 'uma prova do mesmo se encontra fora do escopo deste livro'. Sendo assim, me proponho a trazer aos ouvintes uma demonstração baseada no artigo de Harold Shapiro *On Primes in Arithmetic Progressions II*, publicado em 1950.