

Todo Inteiro é Soma de Quatro Quadrados

O estudo das propriedades dos números inteiros positivos é um dos mais antigos da história da Matemática. Mesmo propriedades aparentemente simples podem revelar fatos profundos. Por exemplo, sabe-se que nem todo número inteiro positivo pode ser escrito como a soma de dois números inteiros que são quadrados perfeitos ou, então, de três quadrados perfeitos. O tema deste trabalho é um resultado clássico, devido a Lagrange, que diz que, no entanto, todo inteiro positivo pode ser expresso como a soma de quatro quadrados perfeitos. Para demonstrar isso, consideramos um subanel dos quatérnios que, a menos de comutatividade, é um anel euclidiano e, dessa forma, podemos caracterizar explicitamente todos os seus ideais à esquerda. Esta caracterização nos leva a uma demonstração desse teorema clássico de Lagrange.