

O Paradoxo de Banach-Tarski
Aluno: João Carlos Motta
Orientador: José Afonso Barrionuevo

O Paradoxo de Banach-Tarski é um teorema que em uma de suas formulações contém a seguinte surpreendente afirmação

Theorem 1 (Banach, Tarski) *É possível decompor uma bola B_1 com raio 1 em um número finito de partes*

$$B_1 = P_1 \cup \dots \cup P_N$$

e rearranjar as partes, com movimentos rígidos, de modo a formar uma bola B_2 de raio 2.

Além da conclusão altamente não intuitiva, este teorema demonstra a impossibilidade de estender a teoria da medida de Lebesgue a todo espaço, bem como as conexões com os axiomas da teoria de conjuntos.

A prova envolve a ação do grupo $SO(3)$, mais precisamente de um subgrupo G_2 isomorfo ao grupo livre de 2 geradores F_2 , agindo no espaço \mathbb{R}^3 .

Referencia:

The Banach-Tarski Paradox, Stan Wagon, Cambridge Univ. Press, 1985.