

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

O CONTROLE EM CASCATA E A ESTRUTURA VARIÁVEL DE UM
SERVOPOSICIONADOR PNEUMÁTICO

por

Mário Roland Sobczyk Sobrinho

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Agosto de 2005

O CONTROLE EM CASCATA E A ESTRUTURA VARIÁVEL DE UM
SERVOPOSICIONADOR PNEUMÁTICO

por

Mário Roland Sobczyk Sobrinho
Engenheiro Eletricista

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Processos de Fabricação - Automação Industrial

Orientador: Prof. Dr. Eduardo André Perondi

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Mauro André Barbosa Cunha

Prof. Dr. Jorge Rodolfo Silva Zabadal

Prof. Dr. Ney Francisco Ferreira

Prof. Dr. Flávio José Lorini
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 19 de Agosto de 2005.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe, Maria Lúcia Ferraz, em reconhecimento pelo carinho e apoio incondicionais em todas as fases de minha vida: das mais negras às mais brilhantes.

Dedico-o, ainda, à minha querida filha Andressa, como uma promessa de dias cada vez mais próximos, calorosos e felizes.

AGRADECIMENTOS

À minha querida esposa, Susiane Freitag, pela paciência, pelo companheirismo, e pela noção de “Norte” em minha vida.

Ao meu pai adotado, Nelson Schäfer, pela mão amiga nas horas difíceis e pelo insuperável pernil de porco assado.

Ao Prof. Eduardo Perondi, pela confiança depositada, pela orientação segura e pelo tratamento excepcionalmente atencioso.

Aos mestres Milton Zaro, John Wisbeck e Paulo Mors, por formarem o modelo do professor que pretendo ser.

Ao Eng. Carlos Alberto Thomas (o caríssimo “Pato”), por me ensinar o que vem a ser um engenheiro de verdade (o fato de que não aprendi direito não é responsabilidade dele!).

À minha irmã Mariana, pelos muitos anos de convivência calorosa.

À minha avó Valda, pelo cuidado e pelo apoio de todas as horas.

À prima/amiga Vera Corazza, pelo carinho de sempre e pelo valioso suporte nos primórdios de minha graduação.

A todos os meus amigos mais próximos, por razões diversas: Daniel Alves, Guilherme “Gigimon” Schmidt, André “Cervi” Cervieri, André “China” Schneider, Március Prestes, Tiago Piazza, Eliane “Li” Deleski, Rodrigo “Alemão” Porsche, Ricardo Tafas, Alexandre “Valdir” Gregoski e Carlos Garss. Suas presenças fazem do mundo um lugar mais divertido onde se viver.

Ao grande Heraldo, engenheiro brilhante e dileto colega, pela Dark Tower.

Ao guitarrista e compositor Frank Zappa, pela fantástica obra musical que invariavelmente me leva a um estado de encanto e estupefação.

RESUMO

Este trabalho aborda o desenvolvimento de um algoritmo de controle para servoposicionadores pneumáticos. Esses dispositivos são limpos, baratos e apresentam boa relação entre seu peso e a potência que são capazes de fornecer, o que os torna vantajosos para muitas aplicações. Seu emprego em tarefas de precisão é comprometido, no entanto, pelo seu comportamento fortemente não-linear. Visando compreender os fenômenos envolvidos, e realizar testes dos controladores propostos através de simulações, é realizado um estudo da modelagem matemática desses sistemas.

Buscando situar este trabalho no campo de pesquisa proposto, é apresentada uma introdução aos critérios de estabilidade utilizados no âmbito dos sistemas não-lineares, com atenção especial ao Teorema da Estabilidade Assintótica de Lyapunov. Também são discutidas as técnicas de controle não-linear utilizadas neste trabalho.

O controlador não-linear proposto é sintetizado com base na estratégia de controle em cascata. Essa técnica consiste na interpretação do servoposicionador como dois subsistemas interconectados: um subsistema mecânico e outro pneumático. O modelo do subsistema mecânico é utilizado para determinar o valor de pressão necessário para que o sistema siga a trajetória desejada. Com essa informação, é calculada a entrada de controle adequada para o subsistema pneumático, de forma que esta última forneça a pressão desejada ao subsistema mecânico. A fim de assegurar robustez ao sistema controlado frente à presença de incertezas paramétricas e de forças externas e/ou de atrito, utiliza-se uma técnica de controle a estrutura variável no subsistema pneumático. A lei originalmente proposta para o subsistema pneumático é, então, modificada, com os objetivos de eliminar a necessidade de monitorar o sinal de aceleração do sistema e de reduzir o grau de solitação dos componentes eletromecânicos do servoposicionador.

As propriedades de estabilidade e robustez do sistema em malha fechada são provadas analiticamente para cada uma das duas leis de controle propostas. As demonstrações são obtidas por meio da teoria de estabilidade de Lyapunov. Essas propriedades são corroboradas por meio de simulação do sistema controlado, com e sem a presença dos efeitos não-lineares do atrito e das incertezas paramétricas. Além de ratificar as características analiticamente previstas para o servoposicionador em malha fechada, os resultados das simulações também são utilizados para comparar os méritos das diferentes leis de controle propostas para o seguimento no subsistema pneumático.

ABSTRACT

“Variable Structure Cascade Control of a Pneumatic Positioning System”

This work proposes the development of a control scheme to be applied to pneumatic positioning systems. These devices are clean, cheap, and present a good force/weight ratio. In spite of these advantages, pneumatic positioning systems present a highly nonlinear nature that limit their use in applications that require a precise response. In order to understand the system behaviour and perform closed loop simulations with the proposed control schemes, a mathematical model of the system is studied. This model is then employed to design a nonlinear control system.

With the objective of fitting this work in its research field, an introduction to the stability criteria used in nonlinear systems is presented, with special attention given to Lyapunov's Asymptotic Stability Theorem. Such introduction includes the nonlinear control techniques used in this work.

The proposed controller is synthesized according to the cascade control strategy. This methodology consists of dividing the whole pneumatic positioning system model into two subsystems: mechanical and pneumatic. The mechanical subsystem model is employed to determine the amount of pressure required to drive a specific load to its desired position. With that information, the control input acts upon the pneumatic subsystem, so that the required pressure is provided to the mechanical subsystem. In order to ensure the robustness of the controlled system with respect to parametric uncertainties and to the presence of external and/or friction forces, a variable structure technique is applied to the pneumatic subsystem control. The control law initially proposed for the pneumatic subsystem is then modified, so that the necessity of acceleration signals measurement is eliminated and the premature wearing out of electromechanical components is reduced.

Stability and robustness properties of the closed loop system are proven for both proposed control laws. Such proofs are obtained through Lyapunov's stability theory. The proven properties are confirmed by means of simulation, with and without the presence of nonlinear friction effects and parametrical uncertainties. Besides assisting the reinforcement of the stability properties of the controlled system, simulation results are also used to compare the main features of each control law proposed for the pneumatic subsystem.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO E ABORDAGEM PROPOSTA.....	1
1.2 O SERVOATUADOR PNEUMÁTICO	3
1.3 SERVOVÁLVULAS DIRECIONAIS.....	5
1.4 OBJETIVOS DO TRABALHO.....	9
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	10
2. MODELAGEM MATEMÁTICA DO SERVOPOSICIONADOR	11
2.1 INTRODUÇÃO	11
2.2 DINÂMICA DAS PRESSÕES NAS CÂMARAS DO CILINDRO.....	12
2.3 CARACTERIZAÇÃO DAS VAZÕES MÁSSICAS NA SERVOVÁLVULA	14
2.4 SUBSISTEMA MECÂNICO.....	20
3. SISTEMA DE CONTROLE: CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	21
3.1 INTRODUÇÃO	21
3.2 CRITÉRIOS DE ESTABILIDADE	22
3.2.1 Estabilidade Assintótica: Método Direto de Lyapunov.....	23
3.3 O CONTROLE EM CASCATA	28
3.4 LINEARIZAÇÃO POR REALIMENTAÇÃO.....	30
3.5 O CONTROLE A ESTRUTURA VARIÁVEL.....	32
4. PROJETO DO ALGORITMO DE CONTROLE.....	36
4.1 A ESTRATÉGIA DE CONTROLE	36
4.2 DETERMINAÇÃO DAS CURVAS DE VAZÃO MÁSSICA.....	37
4.3 ADAPTAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO À FORMA EM CASCATA	40
4.4 SEGUIMENTO NO SUBSISTEMA MECÂNICO	42
4.5 SEGUIMENTO NO SUBSISTEMA PNEUMÁTICO.....	43
4.5.1 Seguimento no Subsistema Pneumático – Lei Original	43
4.5.2 Análise da Estabilidade – Lei Original.....	45
4.5.3 Análise da Robustez – Lei Original.....	46
4.5.4 Seguimento no Subsistema Pneumático – Lei Modificada.....	49
4.5.5 Análise de Estabilidade e Robustez – Lei Modificada	54
5. SIMULAÇÕES	58
5.1 VALORES NUMÉRICOS UTILIZADOS.....	58
5.1.1 Componentes do sistema pneumático	58
5.1.2 Ajuste dos Parâmetros do Controlador	60

5.2 TRAJETÓRIAS DESEJADAS	61
5.3 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA SERVOVÁLVULA.....	64
5.4 SIMULAÇÕES – LEI DE CONTROLE ORIGINAL.....	64
5.4.1 <i>Comportamento Frente ao Atrito</i>	64
5.4.2 <i>Robustez Frente à Variação de Massa</i>	71
5.5 SIMULAÇÕES – LEI DE CONTROLE MODIFICADA.....	76
5.5.1 <i>Comportamento Frente ao Atrito</i>	76
5.5.2 <i>Robustez Frente à Variação de Massa</i>	81
5.6 SINAIS DE CONTROLE SIMULADOS.....	86
5.7 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO.....	90
6. CONCLUSÕES.....	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96
APÊNDICE A: OBTENÇÃO EXPERIMENTAL DAS CURVAS DE VAZÃO MÁSSICA.....	101
APÊNDICE B: LINEARIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ESTADO	103
APÊNDICE C: MODELAGEM DO ATRITO.....	109

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Servoposicionador pneumático acoplado a uma carga externa.....	3
Figura 1.2 – Principais elementos de uma servoválvula	5
Figura 1.3 – Mecanismo de obstrução de um orifício de passagem	6
Figura 1.4 – Curvas de vazão típicas para cada tipo de centro.....	6
Figura 1.5 – Não-linearidade tipo ganho variável	7
Figura 1.6 – Não-linearidade tipo zona morta.....	8
Figura 1.7 – Não-linearidade tipo saturação.....	8
Figura 2.1 – Estrangulamento da seção transversal de um trecho de tubulação.....	15
Figura 2.2 - Comportamento teórico da vazão mássica.....	20
Figura 3.1 – Equilíbrio foco-estável.....	24
Figura 3.2 – Equilíbrio foco-instável	25
Figura 3.3 – Equilíbrio tipo centro	26
Figura 3.4 – Região de convergência em torno de um equilíbrio foco-estável.....	28
Figura 3.5 – Convergência para uma superfície de deslizamento por meio da aplicação de um sinal chaveado	33
Figura 3.6 – Região de convergência do sistema para uma superfície de deslizamento	33
Figura 4.1 – Esquema do atuador pneumático na forma em cascata.....	36
Figura 4.2 – Sistema de Controle em Malha Fechada	37
Figura 5.1 – Trajetória senoidal desejada.....	62
Figura 5.2 – Função passo	62
Figura 5.3 – Trajetória polinomial desejada.....	63
Figura 5.4 – Seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)	65
Figura 5.5 – Seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)	65
Figura 5.6 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: aproximação linear (lei original, trajetória desejada senoidal)	66
Figura 5.7 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: modelo LuGre (lei original, trajetória desejada senoidal)	66
Figura 5.8 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)	66
Figura 5.9 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)	67

Figura 5.10 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)	67
Figura 5.11 – Seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)	68
Figura 5.12 – Seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)	68
Figura 5.13 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: aproximação linear (lei original, trajetória desejada polinomial)	68
Figura 5.14 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: modelo LuGre (lei original, trajetória desejada polinomial)	69
Figura 5.15 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)	69
Figura 5.16 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)	69
Figura 5.17 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: aproximação linear (lei original, trajetória desejada polinomial)	70
Figura 5.18 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito: modelo LuGre (lei original, trajetória desejada polinomial)	70
Figura 5.19 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada senoidal)	71
Figura 5.20 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa: operação normal (lei original, trajetória desejada senoidal)	72
Figura 5.21 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada senoidal)	72
Figura 5.22 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa: operação normal (lei original, trajetória desejada senoidal)	73
Figura 5.23 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada senoidal)	73
Figura 5.24 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: operação normal (lei original, trajetória desejada senoidal)	73
Figura 5.25 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada polinomial)	74
Figura 5.26 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada polinomial)	74
Figura 5.27 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada polinomial)	75

Figura 5.28 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: ampliação (lei original, trajetória desejada polinomial)	75
Figura 5.29 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	77
Figura 5.30 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	77
Figura 5.31 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	78
Figura 5.32 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	78
Figura 5.33 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	78
Figura 5.34 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	79
Figura 5.35 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada polinomial)	79
Figura 5.36 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada polinomial).....	80
Figura 5.37 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada polinomial)	80
Figura 5.38 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	81
Figura 5.39 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	82
Figura 5.40 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa: operação normal (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	82
Figura 5.41 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	82
Figura 5.42 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	83
Figura 5.43 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa: operação normal (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	83
Figura 5.44 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	83
Figura 5.45 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal).....	84

Figura 5.46 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: operação normal (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	84
Figura 5.47 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada polinomial)	85
Figura 5.48 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada polinomial)	86
Figura 5.49 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: resposta transiente (lei modificada, trajetória desejada polinomial)	86
Figura 5.50 – Sinal de controle aplicado à servoválvula (lei original, trajetória desejada senoidal)	87
Figura 5.51 – Sinal de controle aplicado à servoválvula: ampliação (lei original, trajetória desejada senoidal)	87
Figura 5.52 – Sinal de controle aplicado à servoválvula (lei original, trajetória desejada polinomial)	88
Figura 5.53 – Sinal de controle aplicado à servoválvula: ampliação (lei original, trajetória desejada polinomial)	88
Figura 5.54 – Sinal de controle aplicado à servoválvula (lei modificada, trajetória desejada senoidal)	89
Figura 5.55 – Sinal de controle aplicado à servoválvula: ampliação (lei modificada, trajetória desejada polinomial)	89
Figura A. 1 – Exemplos de curvas empíricas de pressão <i>versus</i> tensão	102
Figura A. 2 – Exemplos de curvas empíricas de vazão <i>versus</i> tempo	102
Figura A. 3 – Exemplos de curvas estáticas de vazão <i>versus</i> tensão	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 Características Técnicas da Válvula Reguladora de Pressão.	58
Tabela 5.2 Características Técnicas da Servoválvula Direcional.....	59
Tabela 5.3 Características Técnicas do Atuador Pneumático Linear.	59
Tabela 5.4 Valores numéricos dos parâmetros do sistema.	59
Tabela 5.5 Valores das vazões mássicas máximas.	60
Tabela 5.6 - Valores dos parâmetros estáticos e dinâmicos para o atrito.	60

1. INTRODUÇÃO

Este capítulo descreve as características básicas dos servoposicionadores pneumáticos, com o fim de situar o presente trabalho nos contextos da pesquisa e da utilização desses dispositivos. Discutem-se os principais aspectos da operação desses sistemas, ressaltando suas qualidades e limitações. Os principais objetivos visados neste trabalho são apresentados na seção 1.4. A seção 1.5 descreve a organização do presente trabalho, encerrando este capítulo.

1.1 Justificativa do Trabalho e Abordagem Proposta

Servoposicionadores pneumáticos são dispositivos leves e baratos, apresentando boa relação entre seu peso e a potência que podem disponibilizar. Adicionalmente, por empregar somente ar comprimido, sua operação não representa grandes riscos, de modo que as precauções de segurança necessárias ao seu ambiente de trabalho são reduzidas. Devido a essas características, seu emprego é vantajoso para uma larga faixa de aplicações industriais, especialmente aquelas em que se requer apenas que o servoposicionador se mova de uma extremidade à outra de seu curso útil, sem paradas intermediárias.

Devido à alta velocidade de desenvolvimento tecnológico que caracteriza o mundo moderno, as aplicações de alta precisão têm ganho um espaço crescente no ambiente industrial. Em particular, os campos da automação e da robótica estão hoje presentes em todas as áreas de produção manufatureira, e não somente nas aplicações “de ponta” a que estavam restritos em um passado recente. Esses sistemas automatizados requerem um alto grau de flexibilidade, velocidade de resposta e, particularmente, precisão. Infelizmente, as características construtivas dos servoposicionadores pneumáticos comuns não permitem que estes últimos se adequem a essa nova realidade.

Todos os sistemas pneumáticos sofrem de uma limitação severa, caracterizada pela *compressibilidade* do ar. Esse efeito é não-linear, e apresenta conseqüências significativas sobre o desempenho desses sistemas, particularmente no que concerne ao seu tempo de reação às solicitações aplicadas. Adicionalmente, esse tipo de dispositivo apresenta outras características indesejáveis, tais como vazamentos e alta sensibilidade ao atrito, que comprometem a eficácia de sua operação. O resultado líquido de todos esses efeitos é o de um comportamento fortemente não-linear, que dificulta muito o controle desses sistemas por meio das técnicas convencionais, baseadas em modelos lineares, como a abordagem PID ou a realimentação de estados (veja Ogata, 2000, por exemplo). Conseqüentemente, sua utilização para aplicações de alta precisão é

comprometida. Esse resultado implica uma subvalorização dos servoposicionadores pneumáticos, uma vez que o desempenho desses dispositivos não deveria ser muito inferior ao de seus equivalentes hidráulicos, como normalmente acontece (Mannetje, 1981).

Contudo, graças ao desenvolvimento da tecnologia eletrônica, novas alternativas de controle estão-se tornando possíveis para os servoposicionadores pneumáticos. As novas técnicas de instrumentação, por exemplo, propiciam sistemas de aquisição e tratamento de dados rápidos e confiáveis, que melhoram em muito a capacidade de monitoração de diversos tipos de processos físicos. Ainda mais importante para a área dos sistemas de controle é o notável progresso dos microprocessadores digitais, tanto em termos de capacidade de processamento como de redução dos custos de produção e aquisição. Devido a essa evolução, tornou-se possível a implementação de algoritmos de controle muito mais sofisticados do que os dos métodos tradicionais, sem que o considerável acréscimo no esforço computacional envolvido nessa transição represente um elemento proibitivo. Finalmente, os próprios sistemas pneumáticos têm apresentado um desenvolvimento considerável, particularmente no que concerne ao desempenho de suas servoválvulas e à redução dos níveis de vazamento em seus diversos componentes. Em consequência de todos esses fatores, a ampliação significativa dos limites de aplicação dos servoposicionadores pneumáticos em tarefas de precisão é hoje uma possibilidade real, uma vez que se podem compensar ou atenuar suas características indesejáveis por meio de *uma estratégia de controle mais elaborada* do que as técnicas comuns, baseadas no modelo linear desses sistemas. O presente trabalho está inserido nessa tendência de pesquisa. De fato, o emprego dessa abordagem vem caracterizando os servoposicionadores pneumáticos como uma alternativa viável, capaz de competir em custo e desempenho com sistemas equivalentes baseados em atuadores elétricos e hidráulicos. Em Martin (1995), é possível encontrar um quadro comparativo entre esses diferentes tipos de servoposicionadores.

O presente trabalho propõe um algoritmo de controle não-linear para servoposicionadores pneumáticos. Esse algoritmo se baseia na técnica de controle em *cascata*, que consiste em interpretar o sistema completo como dois subsistemas interconectados: um subsistema mecânico, e um outro, pneumático. O modelo do subsistema mecânico é empregado para determinar o valor de força necessário ao posicionamento preciso do êmbolo do sistema. Com essa informação, um algoritmo a *estrutura variável* determina a tensão elétrica aplicada à servoválvula (dispositivo que controla a passagem do ar para as câmaras), de modo a assegurar a obtenção da força desejada. Esta abordagem permite compensar os efeitos das não-linearidades indesejadas presentes no servoposicionador. O sistema, assim, é levado ao posicionamento correto por meio da aplicação de um sinal elétrico, calculado adequadamente pelo algoritmo de controle.

A fim de melhor situar o leitor, a próxima seção provê uma descrição das características gerais de um servoposicionador pneumático. O modelo apresentado é baseado em uma bancada experimental, estudada por Perondi (2002).

1.2 O Servoatuador Pneumático

Define-se por *servoposicionador* um sistema que possibilita o posicionamento de uma carga mecânica em uma localização desejada. Essa localização é usualmente denotada pelo eixo coordenado y , e ela pode ser fixa ou variável no tempo. Nesse caso, a posição requerida é denominada $y(t)$, e o servoposicionador pode ser também chamado de seguidor.

O elemento responsável pela aplicação da força sobre a carga mecânica é dito *atuador*. Sua forma de acionamento pode ser elétrica, hidráulica ou pneumática. Discussões mais detalhadas a respeito das características e aplicações de cada tipo de atuador podem ser encontradas em Merritt (1967) e em Martin (1995). O sistema de posicionamento estudado neste trabalho possui um atuador pneumático. Por essa razão, o sistema será doravante denominado *servoposicionador pneumático*.

A Fig. 1.1 representa esquematicamente o servoatuador pneumático em estudo. Essencialmente, o sistema consiste de uma servoválvula direcional e uma câmara cilíndrica, dividida em duas pelo êmbolo acoplado à carga inercial M . Os efeitos do atrito e de eventuais forças externas aplicadas à carga são modelados na força única F .

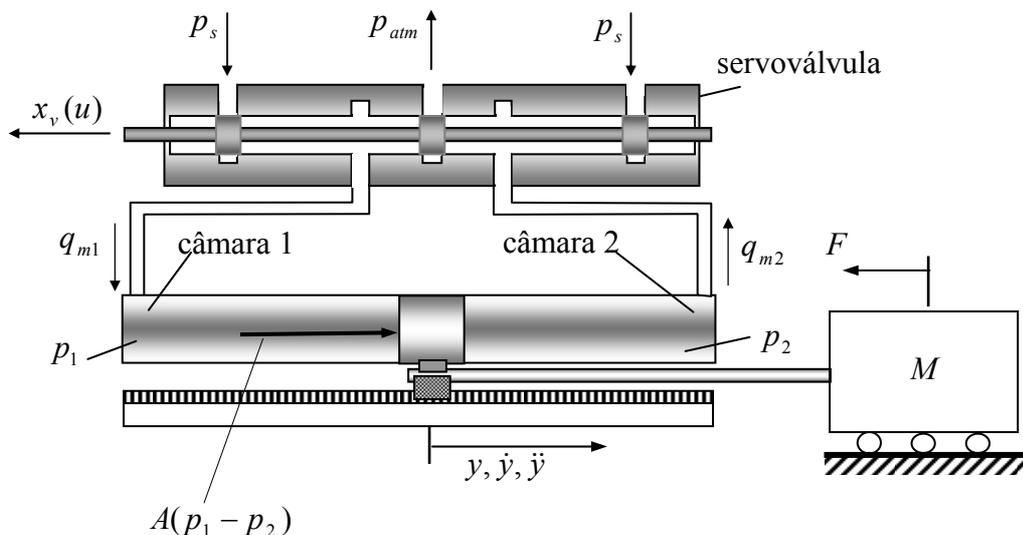


Figura 1.1 – Servoposicionador pneumático acoplado a uma carga externa

O servoposicionador utiliza a energia proveniente de um sistema de suprimento (não representado na figura), que mantém o ar a uma pressão aproximadamente constante p_s . A servoválvula é empregada para controlar o escoamento do ar sob pressão. Quando o carretel da válvula é deslocado na direção de x_v positivo (para a esquerda, na figura), abre-se uma comunicação entre a câmara e o sistema de suprimento, enquanto a câmara 2 é conectada à atmosfera. Como a pressão de suprimento (p_s) é maior do que a da câmara 1 (p_1), surge a vazão mássica q_{m1} da válvula para a câmara 1. Analogamente, é estabelecida uma vazão mássica q_{m2} da câmara para a válvula, e desta para o ambiente. Com isso, p_1 tende a p_s , e p_2 tende a p_{atm} . Da diferença de pressão sobre o êmbolo resulta uma força no sentido de y positivo, deslocando a carga para a direita.

É bastante usual que o deslocamento x_v do carretel da válvula seja provocado por uma tensão elétrica (u), aplicada a um solenóide ou motor torque. Assim, a dinâmica do sistema tem como entrada a tensão elétrica u e, como saída, o deslocamento y do êmbolo do cilindro (ou da massa M acoplada). Os processos que regem essa dinâmica são os seguintes:

1. A relação entre a tensão aplicada u (entrada) e o deslocamento x_v do carretel (dinâmica da válvula);
2. As relações entre as aberturas na válvula (ocasionadas pelo deslocamento do carretel) e as vazões do ar através dela;
3. As relações entre as vazões mássicas nas câmaras do cilindro e as pressões que elas provocam;
4. A relação entre a diferença de pressão e o deslocamento y do êmbolo (saída).

Na maioria dos casos, o sistema eletromecânico de controle da válvula tem uma resposta muito mais rápida que a do sistema pneumático. Isso permite que a dinâmica da servoválvula seja desconsiderada, de modo que se pode assumir uma relação estática entre a entrada em tensão e a saída em deslocamento do carretel (Morse, 1963, Lai et al., 1990). Em válvulas mais simples, essa relação tem caráter meramente proporcional. Em válvulas mais complexas e precisas, a abertura dos orifícios de passagem do ar é uma função aproximadamente linear da tensão elétrica aplicada, e independe das pressões de trabalho. Essas válvulas de alta precisão são baseadas em realimentações internas, sendo comumente denominadas servoválvulas.

É importante ressaltar que não é possível controlar diretamente a posição do êmbolo do pistão por meio de uma razão direta entre a posição desejada e a abertura da válvula. Conforme poder-se-á verificar posteriormente neste trabalho, a resposta em deslocamento do pistão tem

uma dependência integral com respeito à tensão de controle da abertura da servoválvula. Assim, por exemplo, para uma abertura constante, o êmbolo permanece submetido a uma diferença constante de pressão. Logo, este último continua acelerando, e sua posição y tende a saturar em um dos extremos do cilindro. Dessa forma, y não depende diretamente da abertura da válvula, e sim da posição inicial y_0 do êmbolo e da integral de x_v ao longo do tempo. Em outras palavras, o deslocamento, ao contrário da velocidade, depende não somente do estado inicial do sistema, como também de todo o seu histórico desde o instante inicial até o instante considerado.

1.3 Servoválvulas Direcionais

A servoválvula direcional permite o controle do sentido da vazão, através de um carretel (*spool*) deslizante. Esse é o tipo mais comum de válvula utilizada em servoposicionadores, tanto hidráulicos como pneumáticos, para a transmissão de potência para o atuador. Essas válvulas são diferenciadas pelo número de ressaltos de bloqueio do carretel deslizante e pelo número de vias de passagem da vazão. Mais informações sobre tipos, projetos, controle e especificações de válvulas direcionais podem ser obtidas em Merrit (1967). Os principais elementos componentes deste dispositivo estão ilustrados na Fig. 1.2.

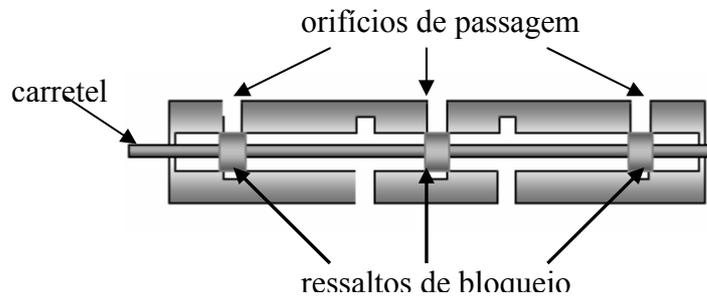


Figura 1.2 – Principais elementos de uma servoválvula

Todas as válvulas direcionais necessitam de uma linha de suprimento, um retorno e ao menos uma linha para a carga (as linhas não estão representadas na Fig. 1.2). Assim, se o controle nas duas direções é necessário, as válvulas direcionais são sempre de 3 ou 4 vias. Devido às suas características construtivas, as válvulas de 3 vias são geralmente utilizadas para equilibrar as forças em sistemas com cilindros de haste simples (não passante). Normalmente, o número de ressaltos de bloqueio de uma válvula é 3 ou 4, embora as válvulas mais simples possam apresentar um único ressalto (Merritt, 1967). A Fig. 1.3 ilustra o mecanismo de obstrução de um orifício de passagem por meio de um ressalto de bloqueio, em decorrência do deslocamento do carretel.

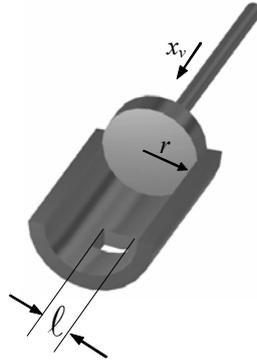


Figura 1.3 – Mecanismo de obstrução de um orifício de passagem

O comportamento da vazão mássica com respeito à posição do carretel depende das características construtivas da servoválvula. Dentre elas, um aspecto determinante é a largura dos ressaltos de bloqueio. Se a largura do ressalto de bloqueio é menor que a da abertura radial de passagem do fluido, a válvula é dita de *centro aberto* (*underlapped*). Uma válvula de *centro crítico* (*zero lapped*) possui ressalto de bloqueio com largura tão próxima à da abertura de passagem quanto possível. As válvulas de *centro fechado* ou com *sobrepassamento* (*overlapped*) possuem carretel com ressalto de bloqueio maior que a largura da abertura radial, quando a válvula está em posição neutra. A Fig. 1.4 mostra, para cada tipo de centro (aberto, crítico ou fechado), as variações típicas da vazão volumétrica através da válvula, em função do deslocamento do carretel de controle na região próxima à sua posição neutra. As transições suaves entre os regimes de cada curva se devem aos vazamentos que ocorrem entre as câmaras do cilindro. Esses vazamentos podem ser minimizados, mas não eliminados de todo.

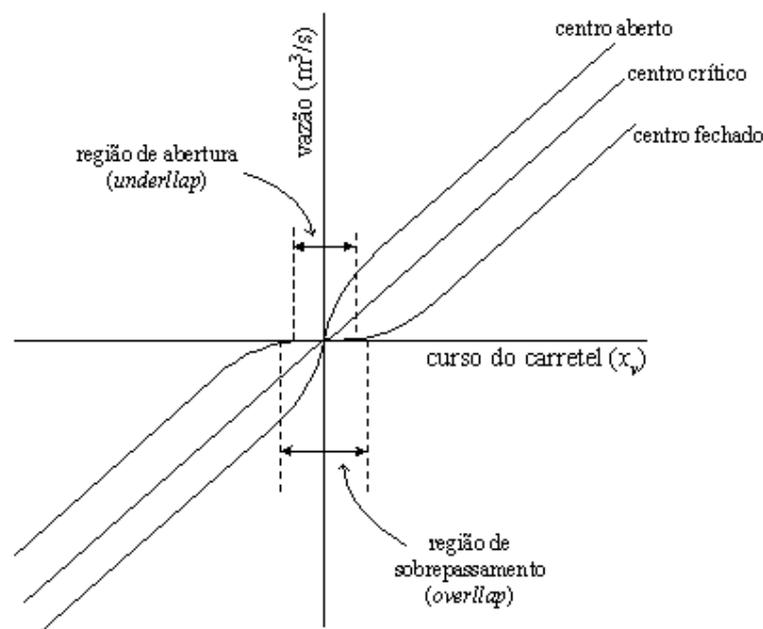


Figura 1.4 – Curvas de vazão típicas para cada tipo de centro

O caso ideal é a válvula de *centro crítico*. Nesta condição, a relação entre a vazão do fluido e a posição do carretel é aproximadamente linear. Nos demais casos, entretanto, o sistema apresentará um comportamento não-linear característico para cada situação. Estes elementos interferem no desempenho dinâmico do sistema, requerendo técnicas adequadas de controle.

No caso em que a válvula possui *centro aberto*, o escoamento tem faixas de ganhos diferentes com respeito à posição do carretel: quando este se encontra distante da origem, um ressalto bloqueia completamente a passagem de fluido em uma das aberturas, enquanto ocorre vazão pela outra. Na região próxima à origem, porém, ambas aberturas encontram-se liberadas, acarretando um aumento no ganho de vazão. Essa não-linearidade é conhecida como *ganho variável*, e está ilustrada na Fig. 1.5. Nesta figura, o comportamento da não-linearidade é representado como simétrico, o que é aproximadamente verdadeiro para as servoválvulas pneumáticas em estudo. Não há obrigatoriedade alguma, porém, que essa simetria também ocorra em outros sistemas. Embora esse tipo de comportamento seja indesejável do ponto de vista de aplicação, essa não-linearidade não é particularmente grave, uma vez que pode ser compensada por técnicas não-lineares de controle de forma relativamente simples.

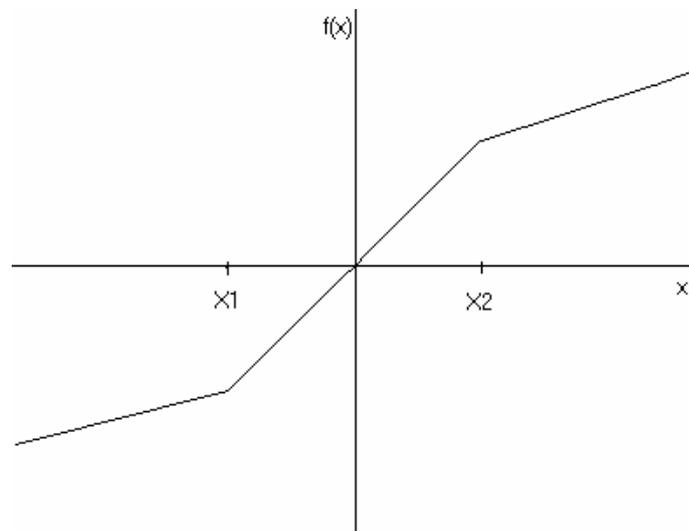


Figura 1.5 – Não-linearidade tipo ganho variável

Se a válvula considerada possui *centro fechado* ou *sobrepassamento*, há uma faixa de posições próximas à origem em que, mesmo com o deslocamento do carretel, o sistema permanece na condição de vazão mássica nula. Essa não-linearidade pode ser encarada como uma *zona morta*, e suas conseqüências são potencialmente mais danosas do que as que provêm de um comportamento de ganho variável: se os valores de entrada forem suficientemente grandes, esse tipo de comportamento pode causar o surgimento de oscilações sustentadas,

comumente conhecidas como ciclos-limite (Merritt, 1967). A Fig. 1.6 é uma representação da não-linearidade do tipo zona morta, sendo x_{zm} o valor absoluto das coordenadas que demarcam o limite entre as regiões linear e não-linear .

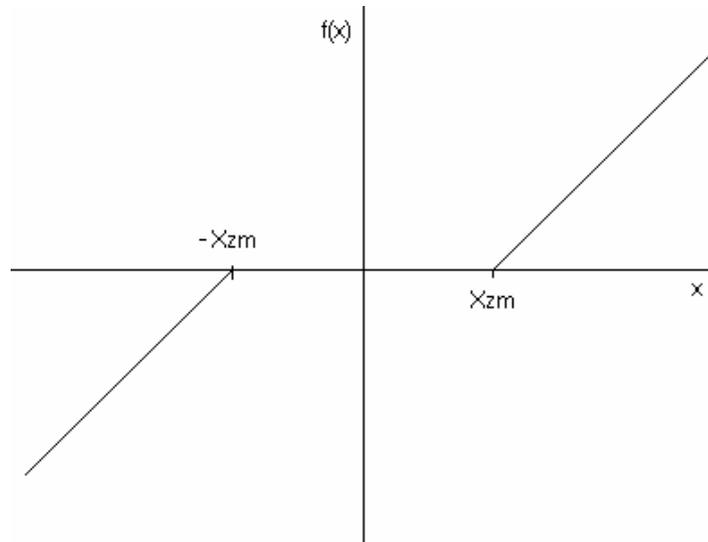


Figura 1.6 – Não-linearidade tipo zona morta

Outra não-linearidade comum às servoválvulas é a *saturação*, que se refere ao curso útil do carretel. Quando este é deslocado de uma distância crítica x_c , os ressaltos de bloqueio ultrapassam as aberturas radiais cuja obstrução devem controlar. Assim, deslocamentos ulteriores do carretel não causam aumento da abertura útil de passagem do fluido. Conseqüentemente, a vazão mássica através do orifício permanece constante. A Fig. 1.7 ilustra esse comportamento. Assim como a zona morta, esse tipo de não-linearidade pode ter conseqüências sérias no que diz respeito ao desempenho do sistema de controle.

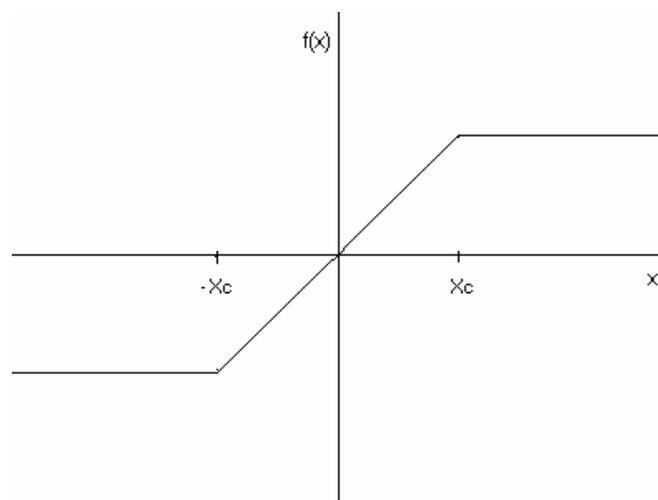


Figura 1.7 – Não-linearidade tipo saturação

Uma análise dessas e de outras não-linearidades, especialmente voltada para servoposicionadores hidráulicos e pneumáticos, pode ser encontrada em Merritt (1967). Além disso, em Gibson (1963), há um estudo minucioso e abrangente de um grande número de não-linearidades inerentes a processos físicos em geral. O referido trabalho se baseia no método da função descritiva, e provê uma extensa tabela de não-linearidades com as respectivas funções que as modelam.

O método mais comum de tratar essas características não-lineares se resume à verificação da possibilidade de que sua presença prejudique o desempenho do sistema controlado. Em caso afirmativo, tudo que se pode fazer por meio das abordagens lineares de controle é uma análise do quanto esse desempenho fica comprometido, estabelecendo limites para sua faixa útil de operação (Merritt, 1967). Outras técnicas, mais sofisticadas, visam o cancelamento desses elementos não-lineares por meio dos algoritmos de controle. Alguns exemplos deste tipo de abordagem podem ser encontrados em Slotine e Li (1988), Tao e Kokotovic (1996), Pandian et al. (1997), Pandian et al. (2002) e Cunha et al. (2004). O desenvolvimento do presente trabalho também segue este método de controle.

1.4 Objetivos do Trabalho

Os principais objetivos deste trabalho são os seguintes:

- Estudar o desenvolvimento de um modelo não-linear para o comportamento de um servoposicionador pneumático, com o fim de desenvolver um algoritmo de controle adequado;
- Prover uma introdução aos critérios de estabilidade e às técnicas de controle de sistemas não-lineares aplicadas ao servoposicionador pneumático em estudo;
- Projetar um algoritmo de controle não-linear para o servoposicionador pneumático, baseado nas técnicas de controle em cascata e a estrutura variável, de modo a fazer frente às características não-lineares e às incertezas paramétricas inerentes à operação do sistema, provando sua estabilidade em malha fechada;
- Verificar, por meio de simulação, as propriedades de estabilidade do sistema controlado em malha fechada pelo algoritmo proposto.

1.5 Organização do Trabalho

O Capítulo 2 apresenta o desenvolvimento de um modelo não-linear para o comportamento do servoposicionador pneumático. No Capítulo 3, é dada uma descrição das técnicas de análise de estabilidade de sistemas não-lineares. É discutido, em particular, o Método Direto de Lyapunov, que embasa as provas de estabilidade e robustez do sistema controlado em malha fechada. Adicionalmente, no mesmo capítulo, são descritas as técnicas não-lineares de controle utilizadas no algoritmo proposto no presente trabalho. O Capítulo 4 descreve o desenvolvimento do algoritmo de controle propriamente dito, nas duas versões propostas (original e modificada), incluindo as provas de estabilidade e robustez para ambos os casos. No Capítulo 5, as propriedades de estabilidade e robustez do sistema controlado pelo algoritmo proposto são verificadas por meio de simulação. O Capítulo 6 discute as conclusões obtidas ao longo do trabalho.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA DO SERVOPOSICIONADOR

Esta seção descreve a seqüência de procedimentos para a obtenção do modelo matemático do servoposicionador pneumático, precedida de uma breve introdução. O comportamento dinâmico das pressões nas câmaras é modelado por meio da equação da continuidade. Para a vazão mássica, emprega-se a teoria do escoamento de fluidos compressíveis. A dinâmica do êmbolo acoplado à massa é modelada por meio da 2ª Lei de Newton.

2.1 Introdução

A modelagem é o processo pelo qual o comportamento físico de um sistema é descrito por meio de equações matemáticas, para fins de análise e manipulação. Qualquer processo físico real é complexo demais para que todas as suas nuances sejam levadas em consideração. Isso implica que todo modelo matemático provê uma descrição apenas aproximada do sistema a que se refere. Assim, a escolha das hipóteses simplificadoras utilizadas num modelo é sempre um passo de importância crucial no projeto de um sistema de controle, uma vez que é necessário evitar que essa escolha despreze algum aspecto crucial do processo a ser controlado. Se o modelo empregado for muito complexo, porém, sua manipulação pode envolver um esforço computacional excessivo, e a extensão do tempo de processamento pode prejudicar a eficácia do algoritmo de controle, tornando-o inócuo. Cabe ao pesquisador ou projetista usar de bom-senso, portanto, para encontrar uma condição de equilíbrio entre os dois aspectos e produzir um modelo efetivo.

Este capítulo descreve os procedimentos para a obtenção do modelo teórico para o servoposicionador pneumático em estudo. O referido modelo foi desenvolvido de acordo com o método da continuidade, presente nas obras clássicas da bibliografia pesquisada (veja Fox e McDonald, 1981, ou Streeter, 1979, por exemplo), e tendo em vista sua aplicação ao controle em cascata. Neste trabalho, para que o desenvolvimento segundo a abordagem da continuidade seja efetivo, as principais simplificações admitidas são as seguintes:

- A energia cinética do gás é desprezada;
- As diferenças de pressão por efeitos dissipativos ocorrem somente nos orifícios de passagem na servoválvula (as demais resistências à passagem do ar são desprezadas);

- As temperaturas nas câmaras do cilindro e da servoválvula assumem valores médios homogêneos, iguais à temperatura de suprimento, sendo esta última considerada constante;
- O ar é assumido como um gás perfeito (a lei geral de estados dos gases é válida);
- Os calores específicos a pressão e volume constantes não se alteram durante os processos;
- Os vazamentos nos dutos, na servoválvula e no êmbolo são desprezados;
- Os efeitos da gravidade são considerados desprezíveis;
- A dinâmica da servoválvula não é considerada;
- Os processos termodinâmicos nas câmaras são considerados isentrópicos.

2.2 Dinâmica das Pressões nas Câmaras do Cilindro

Este item discute a modelagem da dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro, através da equação da continuidade. O princípio que embasa este equacionamento é o da conservação da massa no interior de um volume de controle nas câmaras do atuador (veja Fox e McDonald, 1981, por exemplo).

Seja vc o volume de controle e sc a superfície de controle por onde ocorre a passagem do fluido. Nessas condições, o princípio de conservação da massa no volume de controle de fronteira variável pode ser formulado como segue (Streeter, 1979):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV = \int_{sc} \rho \vec{y} \cdot d\vec{A} \quad (2.1)$$

Esta expressão indica que a taxa de variação da massa no interior do volume de controle é igual à vazão mássica total que entra ou sai através da superfície de controle. Sendo Δq_m a diferença líquida entre a vazão mássica que entra e a vazão mássica que sai, pode-se escrever:

$$\Delta q_m = \frac{\partial}{\partial t} (\rho V) = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt} \quad (2.2)$$

Na Eq.(2.2), o termo $\rho \frac{dV}{dt}$ representa a taxa de acúmulo de massa no volume de controle devido à variação do próprio volume, e o termo $V \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt}$ representa o acúmulo de massa no volume de controle devido à compressibilidade do ar.

O módulo de elasticidade volumétrica β do ar a temperatura constante (*isothermal bulk modulus*) pode ser definido como a razão entre a alteração da pressão aplicada e a variação volumétrica de um dado volume de controle. Assim, uma maneira conveniente de expressar β é através de:

$$\beta = -\frac{dp}{dV/V} \quad (2.3)$$

Se a massa no volume de controle for mantida constante:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} \quad (2.4)$$

Portanto, combinando a Eq. (2.4) com a Eq. (2.3), obtém-se,

$$\beta = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (2.5)$$

Que, substituída na Eq. (2.2), resulta:

$$q_m = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{\rho}{\beta} \frac{dp}{dt} \quad (2.6)$$

Onde q_m é a vazão mássica que atravessa a fronteira do volume de controle. O módulo de elasticidade volumétrica para processos adiabáticos reversíveis pode ser dado na forma (veja Fox e McDonald, 1981, por exemplo):

$$\beta = r p \quad (2.7)$$

Onde r é a relação de calores específicos a pressão e volume constantes, isto é, $r = C_p / C_v$. Adicionalmente, da lei dos gases perfeitos, pode-se escrever:

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (2.8)$$

Na Eq. (2.8), ρ é a massa específica do gás, R é sua constante característica e T é a temperatura média absoluta. Assumindo, conforme mencionado na seção 2.1, que o processo é isentrópico e que o ar se comporta como um gás perfeito, a equação (2.6) pode ser reescrita como:

$$q_m = \rho \frac{dV}{dt} + \frac{V}{rRT} \frac{dp}{dt} \quad (2.9)$$

Usando uma notação mais apropriada à formulação em variáveis de estado, e lembrando que a câmara cilíndrica tem área de seção reta A , constante, tem-se:

$$q_m = \rho A \dot{y} + \frac{V}{rRT} \dot{p} \quad (2.10)$$

O primeiro termo da equação (2.10) indica que a vazão mássica no sentido da vizinhança para o interior do volume de controle aumenta em proporção ao crescimento desse volume, desde que a massa específica permaneça constante. O segundo termo significa que a presença de uma vazão mássica para o interior do volume de controle, mantidos os demais parâmetros constantes, ocasiona um aumento na pressão do mesmo. Em outras palavras, portanto, esta equação afirma que a vazão mássica para o interior do volume de controle se comporta de modo a compensar as oscilações das propriedades deste último, para que a lei dos gases perfeitos seja respeitada.

Observando que as variações de volume nas câmaras 1 e 2 têm sinais opostos (enquanto uma delas se expande, a outra se contrai), obtém-se:

$$q_{m1} = \rho A \dot{y} + \frac{V_1}{rRT} \dot{p}_1 \quad (2.11)$$

$$q_{m2} = -\rho A \dot{y} + \frac{V_2}{rRT} \dot{p}_2 \quad (2.12)$$

Considerando que o volume total de cada câmara do cilindro é dado pela soma dos volumes variáveis das câmaras com os respectivos volumes mortos, e definindo L como o comprimento do curso útil do cilindro, pode-se obter as equações para a dinâmica das pressões para cada câmara:

$$\dot{p}_1 = -\frac{Ar\dot{y}}{Ay + V_{10}} p_1 + \frac{RrT}{Ay + V_{10}} q_{m1} \quad (2.13)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{Ar\dot{y}}{A(L-y) + V_{20}} p_2 + \frac{RrT}{A(L-y) + V_{20}} q_{m2} \quad (2.14)$$

2.3 Caracterização das Vazões Mássicas na Servoválvula

A abordagem teórica aqui apresentada se baseia nos princípios da mecânica de fluidos, em sua parte referente a escoamentos em fluidos compressíveis. Estratégias semelhantes podem ser encontradas em Perondi e Guenther (1999), Maré et al. (2000) e Nouri et al. (2000).

Neste estudo, o equacionamento é embasado em Fox e McDonald (1981). Como hipótese simplificadora, admite-se que a compressão durante o estrangulamento do volume de ar considerado ocorra de forma adiabática e reversível, o que a caracteriza como um processo isentrópico (Lai et al., 1990, Virvalo, 1995, McDonnell, 1996, Nouri et al., 2000). Assume-se, ainda, que o processo se dê a uma velocidade bastante elevada (Perondi, 2002).

Para fins de análise, considere-se um trecho de tubulação onde ocorra um estrangulamento na seção de passagem, conforme representado na Fig. 2.1. Nela, q_m representa a vazão mássica, p é a pressão média, T significa a temperatura e A_0 é a área geométrica de passagem. Os sub-índices u e d identificam os estados do sistema a montante e a jusante, respectivamente, com respeito à seção de estrangulamento.

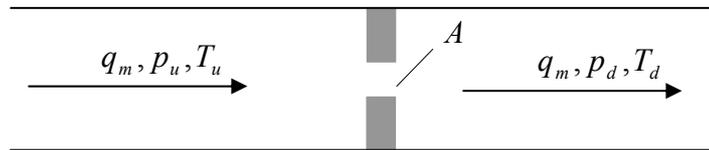


Figura 2.1 – Estrangulamento da seção transversal de um trecho de tubulação

Utilizando-se o princípio de conservação da energia e considerando que o processo termodinâmico do estrangulamento ocorra sem perdas, obtém-se (Martin, 1995):

$$mC_p(T_u - T_d) = \frac{mv_d^2}{2} - \frac{mv_u^2}{2} \quad (2.15)$$

Onde m é a massa contida em um volume de controle na região de estrangulamento, C_p é o calor específico a pressão constante, e v_d e v_u são as velocidades médias do escoamento associadas, respectivamente, às vazões a jusante e a montante. Esta equação caracteriza a transformação da energia calorífica em energia cinética, evidenciada pelo acréscimo na velocidade do escoamento na região estrangulada.

A partir da hipótese de que $v_u \ll v_d$, pode-se estabelecer a condição de estagnação a montante, ou seja, assume-se $v_u \approx 0$. Assim, a equação (2.15) pode ser reescrita como:

$$C_p(T_u - T_d) = \frac{v_d^2}{2} \quad (2.16)$$

Isolando a velocidade a jusante, obtém-se

$$v_d = \sqrt{2C_p(T_u - T_d)} \quad (2.17)$$

A medição da temperatura a jusante T_d é de difícil implementação prática. A temperatura a montante T_u , por outro lado, pode ser considerada a própria temperatura da vazão de suprimento. Por hipótese, esta última é assumida igual à temperatura ambiente ($T_u = T_a = T$). Por essas razões, é conveniente escrever T_d como função de T_u e dos demais parâmetros do sistema, de modo a eliminar T_d do equacionamento. Isso pode ser feito a partir da lei dos gases perfeitos e da hipótese da transformação isentrópica no estrangulamento.

A equação que define um processo de expansão ou compressão isentrópica pode ser escrita como (veja Nussenzveig, 2002, por exemplo):

$$pV^r = K_n \quad (2.18)$$

Onde K_n é uma constante e r é a razão entre os calores específicos do fluido.

Empregando a equação de gases perfeitos, com o termo da pressão isolado, obtém-se:

$$p = \frac{mRT}{V} \quad (2.19)$$

Substituindo a pressão da Eq. (2.18) na expressão anterior, e isolando a temperatura T , chega-se a

$$T = \frac{K_n V}{mRV^r} = \frac{K_n}{mRV^{(r-1)}} \quad (2.20)$$

Que, em termos dos parâmetros do ar na montante e na jusante, pode ser reescrita em cada caso:

$$T_u = \frac{K_n}{mRV_u^{(r-1)}} \quad (2.21)$$

$$T_d = \frac{K_n}{mRV_d^{(r-1)}} \quad (2.22)$$

A razão entre as temperaturas a montante e a jusante resulta:

$$\frac{T_d}{T_u} = \left(\frac{V_u}{V_d} \right)^{r-1} = \left(\frac{V_d}{V_u} \right)^{1-r} \quad (2.23)$$

Utilizando a forma alternativa da equação dos gases perfeitos,

$$\frac{p_u V_u}{T_u} = \frac{p_d V_d}{T_d} \quad (2.24)$$

Chega-se a

$$\frac{V_d}{V_u} = \frac{p_u T_d}{p_d T_u} \quad (2.25)$$

Que, substituída na equação (2.23) da relação entre as temperaturas, permite escrever

$$\frac{T_d}{T_u} = \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} = \left(\frac{P_u}{P_d} \right)^{\frac{1-r}{r}} \quad (2.26)$$

De onde se extrai T_d , em função das demais variáveis do sistema:

$$T_d = T_u \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \quad (2.27)$$

Conforme pretendido, a equação (2.27) elimina a necessidade de conhecer ou medir a temperatura a jusante. Assim, a equação para o cálculo da velocidade a jusante resulta:

$$v_d = \sqrt{2C_p T_u \left[1 - \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \right]} \quad (2.28)$$

A vazão mássica é definida como a variação da massa no volume de controle ao longo do tempo, ou seja $q_m = dm/dt$. A massa contida em um volume de controle é dada, por sua vez, por $m = \rho V$. Assumindo-se o volume de controle na região de estrangulamento com forma cilíndrica, de área de passagem variável $A_o(u)$ e com comprimento x , o referido volume pode ser expresso por $V = A_o(u)x$. Admitindo-se ainda a hipótese de que, em regime permanente, $d\rho/dt = 0$, a vazão mássica a jusante pode ser expressa por:

$$q_m = \frac{d(\rho_d V)}{dt} = \rho_d A_o(u) \frac{dx}{dt} = \rho_d A_o(u) v_d \quad (2.29)$$

Analisando a equação (2.29), verifica-se que a vazão mássica do fluido depende de sua velocidade e massa específica, ambos a jusante, e da área de passagem. A expressão da

velocidade está determinada na equação (2.28), em função do calor específico a pressão constante, da temperatura do gás a montante, da razão entre os calores específicos e da relação de pressões a jusante e a montante. Assim, para viabilizar o cálculo da vazão mássica, é necessário calcular a massa específica a jusante. Isso pode ser feito por meio de uma relação entre as massas específicas a montante e jusante, que pode ser obtida a partir da equação característica de uma transformação adiabática (Eq. (2.18)), definida anteriormente. Com o emprego da referida equação, obtém-se facilmente a seguinte expressão para a relação entre os volumes e as pressões:

$$\frac{V_u}{V_d} = \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (2.30)$$

que pode ser reescrita como

$$\frac{1}{V_d} = \frac{1}{V_u} \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (2.31)$$

Multiplicando por m , obtém-se a relação procurada para as massas específicas a jusante e a montante:

$$\frac{m}{V_d} = \rho_d = \frac{m}{V_u} \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} = \rho_u \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (2.32)$$

A substituição desta última e da expressão para a velocidade (Eq. (2.28)) na equação (2.29) para a vazão mássica, resulta:

$$q_m = \rho_u A_o (u) \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \sqrt{2C_p T_u \left[1 - \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \right]} \quad (2.33)$$

A partir da lei dos gases perfeitos, pode-se escrever:

$$\rho_u = \frac{p_u}{RT_u} \quad (2.34)$$

Adicionalmente, utilizando a relação

$$R = C_p - C_v \quad (2.35)$$

associada à razão r entre os calores específicos, obtém-se:

$$C_p = \frac{Rr}{r-1} \quad (2.36)$$

Substituindo essa expressão alternativa para o calor específico a pressão constante na equação (2.33) para a vazão mássica, resulta:

$$q_m = \frac{P_u}{RT_u} A_o(u) \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \sqrt{2 \frac{Rr}{r-1} T_u \left[1 - \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \right]} \quad (2.37)$$

que pode ser reescrita facilmente como

$$q_m = A_o(u) p_u \sqrt{\frac{2r}{(r-1)} \frac{1}{RT_u} \left[\left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{2}{r}} - \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{1+r}{r}} \right]} \quad (2.38)$$

A equação (2.38) é uma expressão analítica da vazão mássica de um fluido compressível na região de estrangulamento, conforme desejado.

De acordo com Maré et al. (2000), nos casos em que $p_d / p_u \leq p_{crit}$, a vazão mássica entra em regime *saturado* (ou *sônico*), e apresenta valor máximo e fixo dado por:

$$q_m = A_o p_u \sqrt{\frac{r}{RT} \left(\frac{2}{r+1} \right)^{\frac{r+1}{r-1}}} \quad (2.39)$$

A Fig. 2.2 apresenta o comportamento teórico da vazão mássica em função da razão p_d / p_u , com p_u constante. Segundo Martin (1995), a relação crítica de pressões em que a transição ocorre é dada por

$$p_{crit} = \left(\frac{2}{r+1} \right)^{\frac{r}{r-1}} \quad (2.40)$$

No caso do ar, o referido valor crítico é dado por $p_{crit} = 0,528$ (Nouri et al., 2000).

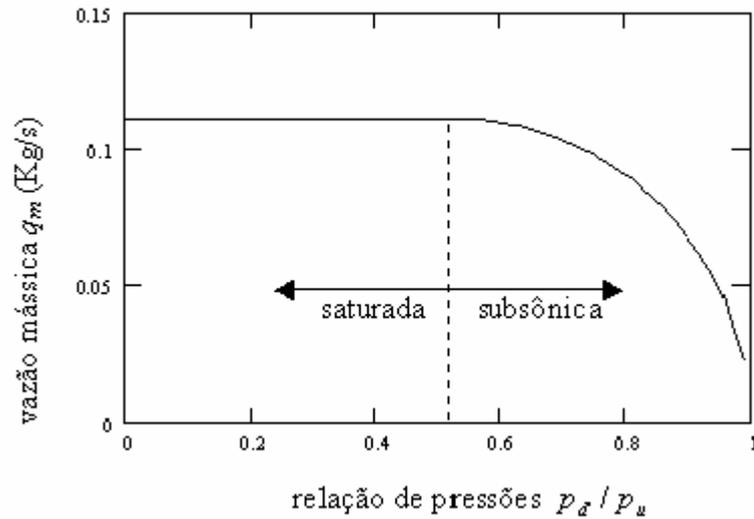


Figura 2.2 - Comportamento teórico da vazão mássica

2.4 Subsistema Mecânico

O equacionamento do subsistema mecânico é obtido pela aplicação direta da segunda lei de Newton:

$$M\ddot{y} = A(p_1 - p_2) - F \quad (2.41)$$

Em que M denota a massa do conjunto cilindro + carga externa, A é a área da seção transversal do cilindro, p_1 e p_2 são as pressões nas duas câmaras do cilindro, e F é a força única que representa a soma dos efeitos do atrito e dos carregamentos externos sobre o sistema.

3. SISTEMA DE CONTROLE: CONSIDERAÇÕES GERAIS

Este capítulo provê um resumo das técnicas de controle utilizadas no presente trabalho. A primeira seção é uma justificativa para o uso de uma abordagem não-linear, em detrimento das técnicas de controle lineares, mais simples e tradicionais. A segunda seção define o termo *estabilidade*, conforme o sentido com que é empregado no âmbito dos sistemas não-lineares. Na mesma seção, é exposto o Método Direto de Lyapunov, no qual se baseiam todas as análises de estabilidade desenvolvidas neste trabalho. As demais seções são dedicadas à introdução das técnicas de controle não-lineares em que se baseia o projeto do controlador proposto.

3.1 Introdução

Usualmente, a primeira abordagem empregada no projeto do sistema de controle de um processo qualquer é baseada em uma técnica linear. Nos casos mais simples, apenas um controle *proporcional* (P) pode ser suficiente. Se os requisitos de desempenho são mais restritivos, lança-se mão de um controle *proporcional-integral* (PI), *proporcional-derivativo* (PD) ou *proporcional-integral-derivativo* (PID). Para uma ampla gama de processos, alguma dessas técnicas – normalmente o controle PID – é plenamente satisfatória. Por essa razão, o emprego de um sistema PID como primeira abordagem de controle para um processo qualquer é muito comum.

De fato, a prática de usar diretamente uma técnica PID é tão usual que suas limitações podem passar despercebidas. A mais séria delas refere-se ao fato de que o controle PID consiste em uma abordagem *linear*. Todos os processos encontrados na natureza são, em essência, não-lineares. Em grande parte dos casos, o emprego de uma aproximação linear para esses processos é satisfatória, dentro da faixa de operação considerada. Adicionalmente, algumas características dinâmicas desses processos podem se mostrar dominantes, o que permite uma redução de ordem no modelo matemático do sistema completo. Um exemplo comum desse procedimento consiste na prática de desconsiderar as constantes de tempo das grandezas elétricas, quando comparadas àquelas das grandezas mecânicas, em sistemas eletromecânicos (veja Franklin et al., 2002, por exemplo). É justamente em casos como este que a abordagem PID se mostra bem sucedida. Efetivamente, Aström e Hägglund (1995) recomendam o uso do controle PID para sistemas cuja dinâmica seja de ordem até 2, isto é, para sistemas cuja função de transferência possui até dois pólos. Para sistemas de ordem superior, segundo os mesmos autores, a técnica PID pode ainda ser efetiva, mas suas limitações tornam-se mais severas, o que torna recomendável o emprego de outras abordagens.

O servoposicionador em estudo, como visto no Capítulo 2, tem dinâmica eminentemente não-linear. Além disso, como se pode verificar no Apêndice B, a função de transferência resultante da linearização do sistema é de quarta ordem, podendo ser aproximada por uma função de terceira ordem. A combinação destas características, portanto, indica que o emprego de uma abordagem PID não é recomendável. Essa observação é confirmada em Perondi (2002), onde se pode verificar que os métodos lineares de controle mais tradicionais são ineficazes quando aplicados ao servoposicionador pneumático em questão. Adicionalmente, em Bobrow e McDonell (1998), afirma-se que o desenvolvimento de uma lei de controle inerentemente não-linear pode aumentar consideravelmente a faixa de operação estável de servoposicionadores pneumáticos.

Muitas abordagens têm sido propostas para o controle de servoposicionadores hidráulicos e pneumáticos, que procuram contornar as dificuldades acima mencionadas, e ampliar sua capacidade de operação. Cunha (1997) e Guenther et al. (2000), por exemplo, propõem o emprego de controladores em *cascata*, associados a técnicas adaptativas de ajuste de parâmetros. Em Perondi (2002), encontra-se um controlador também em cascata, complementado por uma *linearização por realimentação*. Perondi e Guenther (2000) apresentam um controlador por *estrutura variável*, baseado no modelo linearizado do servoposicionador pneumático.

O sistema de controle proposto neste trabalho combina três técnicas: cascata, linearização por realimentação e estrutura variável. O primeiro método tem por fim simplificar o cálculo da entrada de controle requerida, através de uma reformulação adequada de seu modelo matemático. O segundo busca a compensação das não-linearidades do sistema. O terceiro visa prover flexibilidade ao aparato de controle, de modo a dar conta dos erros paramétricos inerentes ao modelo matemático do servoposicionador. As próximas seções provêm uma breve explanação a respeito de cada um dos métodos empregados. Uma vez que as provas de estabilidade são baseadas no Método Direto de Lyapunov, uma descrição sumária do mesmo também é fornecida.

3.2 Critérios de Estabilidade

Esta seção tem por fim definir o termo *estabilidade*, no sentido em que é utilizada no presente trabalho, e expor os aspectos gerais das técnicas empregadas na formulação da lei de controle, que será discutida em detalhes no próximo capítulo. Uma vez que a estabilidade do sistema é avaliada por meio do Método Direto de Lyapunov, este último é também definido aqui, com uma exposição de seus princípios gerais.

3.2.1 Estabilidade Assintótica: Método Direto de Lyapunov

Uma definição precisa do termo *estabilidade* não é algo simples de se obter em sistemas não-lineares (DeRusso et al., 1965). Intuitivamente, um sistema é estável se, uma vez perturbado, retorna à sua condição original quando essa perturbação se extingue. No âmbito dos sistemas de controle, porém, o termo carece de um significado mais específico. Nesse caso, a definição mais comum é a da *estabilidade BIBO* (do termo inglês *bounded input, bounded output*). Segundo este conceito, um sistema é dito *BIBO-estável* se, para um valor de entrada finito, a variável de saída também tende a um valor finito (Kuo, 1985). Para o caso dos sistemas lineares, a verificação dessa estabilidade é relativamente simples: um sistema é BIBO-estável se, e somente se, todas as raízes de sua equação característica encontram-se no semi-plano esquerdo do plano complexo. Em outras palavras, a parte real dos pólos de sua função de transferência (ou, equivalentemente, os autovalores de sua matriz de transição de estados) deve ser negativa (veja Franklin et al., 2002, por exemplo). Uma característica marcante dos sistemas lineares é o fato de que seu comportamento com respeito à estabilidade é independente das condições iniciais do sistema.

Em um sistema não-linear, porém, essa independência das condições iniciais não se verifica. Por essa razão, dependendo dessas condições iniciais, o vetor de estados $\mathbf{x}(t) = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ de um sistema não-linear pode convergir para determinadas regiões, ou divergir completamente, com um ou mais estados tendendo a valores infinitos. Quando ocorre convergência, ainda, ela não se dá necessariamente para um ponto específico: o sistema pode convergir para uma região do espaço de estados, e ficar confinado a essa região. Assim, em lugar de estabilizar em um ponto fixo, os estados permanecem oscilando dentro de uma certa faixa de valores. Esse é o fenômeno denominado ciclo-limite, já mencionado na seção 1.2.

Além da dependência das condições iniciais, os sistemas não-lineares se caracterizam por necessitar de um tratamento matemático muito mais elaborado, o que torna a solução de suas equações diferenciais muito mais complicada. Em muitos casos, inclusive, uma solução analítica é inviável (DeRusso et al., 1965). Dessa forma, a ênfase na necessidade de ferramentas de análise que não incluam a solução do sistema de equações diferenciais é grandemente reforçada.

Grande parte dos sistemas físicos estudados no âmbito da Engenharia podem ser satisfatoriamente aproximados por modelos matemáticos de 1ª e 2ª ordem. Neste caso, é possível visualizar seu comportamento dinâmico através de um gráfico cartesiano cujos eixos sejam os próprios estados. Em cada ponto escolhido, os valores calculados de \dot{x}_1 e \dot{x}_2 são empregados para traçar setas, que indicam a progressão do sistema ao longo do tempo naquele ponto. Unindo

os pontos de uma forma que respeite a orientação das setas, obtém-se a trajetória seguida pelo sistema no espaço de estados, que representa o comportamento dos estados em função do tempo a partir de uma certa condição inicial. Esse gráfico é denominado *plano de fase*, e é uma ferramenta visual de estudo da estabilidade do sistema. As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, apresentadas a seguir, são exemplos característicos. Nelas, as trajetórias desenhadas em traço contínuo indicam a progressão do sistema no sentido positivo do tempo, isto é, seu comportamento a partir das condições iniciais dadas. As trajetórias em tracejado indicam sua progressão para valores de tempo negativos. Esses “tempos negativos” são uma representação dos estados em que o sistema deveria estar *antes* de chegar à condição inicial dada. Assim, as trajetórias contínuas indicam o futuro do sistema a partir de uma condição inicial arbitrária, enquanto as tracejadas representam o seu passado. As condições iniciais de cada trajetória são dadas pelo encontro entre um traçado sólido e outro tracejado.

Usualmente, as propriedades de estabilidade de um sistema não-linear são consideradas nas regiões em torno de seus possíveis *equilíbrios*, isto é, em torno dos pontos que são soluções homogêneas para esse sistema (Khalil, 1996). O comportamento desses equilíbrios pode ser avaliado através dos autovalores λ_i da matriz de transição de estados, obtida na linearização do sistema. Em sua forma mais geral, esses autovalores são números complexos, e a condição de estabilidade de um dado equilíbrio depende da parte real desses autovalores.

Se $\text{Re}(\lambda_i) < 0$ para todo i , o equilíbrio é dito *foco-estável*. Este equilíbrio possui uma região ao seu redor, para a qual toda trajetória iniciada em seu interior converge para o valor de equilíbrio obtido. No que diz respeito à estabilidade, diz-se que este equilíbrio é *assintoticamente estável*, pois $\mathbf{x}(t)$ tende a um conjunto definido de estados à medida em que $t \rightarrow \infty$. Este tipo de equilíbrio está ilustrado na Fig. 3.1, em que o ponto de equilíbrio é a própria origem.

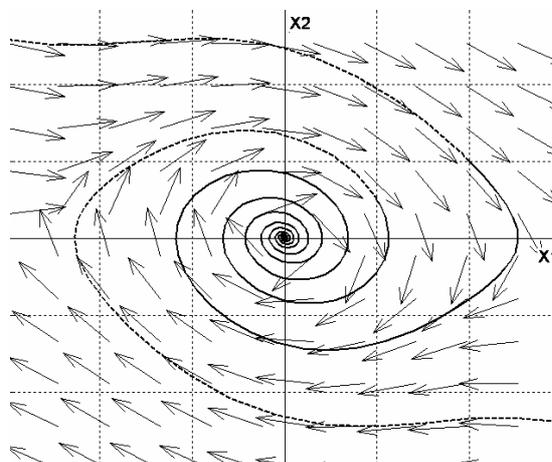


Figura 3.1 – Equilíbrio foco-estável

Se $\text{Re}(\lambda_i) > 0$ para todo i , o equilíbrio é dito *foco-instável*. Este equilíbrio possui uma região ao seu redor, para a qual toda trajetória iniciada em seu interior *diverge* do valor de equilíbrio obtido. Esse tipo de equilíbrio é, portanto, *instável*, pois $\|\mathbf{x}(t)\| \rightarrow \infty$ à medida em que $t \rightarrow \infty$. Seu comportamento está ilustrado na Fig. 3.2. Observe-se que, nesta figura, as linhas que demarcam as trajetórias estão trocadas: as linhas *tracejadas* se mostram espiraladas em torno da origem. Uma vez que essas trajetórias indicam o *passado* do sistema, pode-se ver claramente que $\|\mathbf{x}(t)\|$ cresce com o passar do tempo. Essa informação é corroborada pela orientação das setas em verde, que apontam “para fora” da origem.

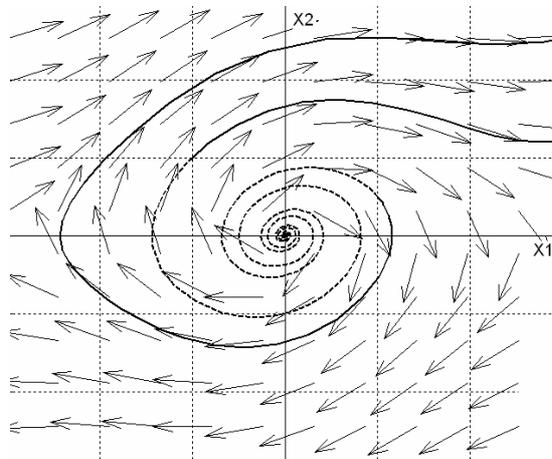


Figura 3.2 – Equilíbrio foco-instável

Se $\text{Re}(\lambda_i) = 0$ para todo i , o equilíbrio é dito um *centro*. Este equilíbrio possui uma região ao seu redor, para a qual toda trajetória iniciada em seu interior *permanece* nessa mesma região, mas não *converge* para o valor de equilíbrio. Os estados convergem de sua condição inicial para uma trajetória fechada em torno do equilíbrio. Neste caso, o equilíbrio é denominado *estável*, somente, pois, embora $\|\mathbf{x}(t)\|$ não cresça indefinidamente à medida em que $t \rightarrow \infty$, o vetor de estados $\mathbf{x}(t)$ não tende a um conjunto de valores definidos. Este tipo de equilíbrio está ilustrado na Fig. 3.3. Quando possui esse tipo de comportamento, o sistema apresenta estados com oscilação periódica, entrando numa condição de ciclo-limite.

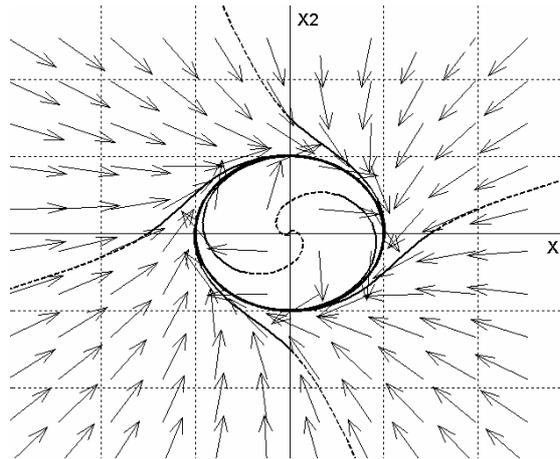


Figura 3.3 – Equilíbrio tipo centro

Se $\text{Re}(\lambda_i) < 0$ apenas para alguns valores de i , e $\text{Re}(\lambda_i) > 0$ para outros, o equilíbrio é dito uma *sela*. Nesse caso, na região em torno do equilíbrio, existem trajetórias tanto divergentes como convergentes, sem uma nítida separação entre as zonas de ocorrência de cada caso. Sua sensibilidade às condições iniciais é extremamente alta, e não há um comportamento de estabilidade definido. Por essa razão, esses equilíbrios são também tratados como *instáveis*.

O plano de fase é uma ferramenta útil, mas limitada, por ser aplicável apenas a sistemas de ordem 2. Para que a análise de estabilidade de um sistema seja de fato operacional, é preciso empregar um método mais geral. O Método Direto de Lyapunov - ou, segundo alguns autores, o Segundo Método de Lyapunov – é a abordagem mais efetiva e geral conhecida até o presente momento (Slotine e Li, 1991). Seu emprego é largamente difundido no âmbito dos sistemas não-lineares, e seus fundamentos e aplicações podem ser encontrados numa vasta bibliografia. Dentre as obras pesquisadas para a elaboração do presente trabalho, Ogata (2000) provê uma breve introdução, francamente voltada à sua aplicação prática. DeRusso et al. (1965) também trata o assunto em nível introdutório, porém com uma fundamentação mais cuidadosa. Abordagens muito mais detalhadas e rigorosas podem ser encontrada em Khalil (1996) e Slotine e Li (1991). Ambas as fontes provêem a prova completa do teorema que define o método.

O Método Direto de Lyapunov é uma analogia generalizada, embora meramente abstrata, do conceito de dissipação da energia (DeRusso et al., 1965). Durante seu ciclo de operação, se não receber excitações externas, um sistema físico real perde energia continuamente. Quando toda a energia disponível do sistema se esgota, sua operação cessa, e há convergência para um estado permanente. Nesse processo, dois aspectos podem ser observados:

1. Pela forma como é definida, a energia de um sistema é uma quantidade sempre positiva, enquanto em operação, ou nula, quando sua atividade cessa. Em termos matemáticos, se a origem do sistema for definida na condição de inatividade, isso corresponde a dizer que a função energia é *positiva definida*, isto é, uma função que é nula na origem e que tem valor positivo em todos os outros pontos de seu domínio.
2. Devido à interação com o ambiente, o sistema perde continuamente sua energia, por diversas formas de dissipação. Matematicamente, esse fenômeno pode ser equacionado de modo tal que a *derivada com respeito ao tempo* da função energia seja uma quantidade nula na origem, e permanentemente negativa fora dela. De maneira análoga à do item anterior, portanto, diz-se que a derivada com respeito ao tempo da função energia do sistema é uma função *negativa definida*.

O Método Direto de Lyapunov generaliza o conceito de dissipação energética, e o utiliza para estudar a estabilidade do sistema. Segundo o referido método, se for possível encontrar uma função escalar *qualquer*, dependente do vetor de estados do sistema, e que possua as mesmas características da função energia discutidas nos dois itens acima, o sistema é assintoticamente estável. A função encontrada é denominada *função de Lyapunov*. Este resultado pode ser sintetizado formalmente por meio do Teorema 3.1.

Teorema 3.1 (Khalil, 1996): Seja $\mathbf{x} = \mathbf{x}_e$ um vetor de estados para o qual um sistema do tipo $\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ se encontra em equilíbrio, e $D \subset \mathfrak{R}^n$ um domínio que contenha $\mathbf{x} = \mathbf{x}_e$. Seja $V : D \rightarrow \mathfrak{R}$ uma função continuamente diferenciável, tal que

$$V(\mathbf{x}_e) = 0, \text{ e } V(\mathbf{x}) > 0 \text{ em } D - \{\mathbf{x}_e\}$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ em } D$$

Então, $\mathbf{x} = \mathbf{x}_e$ é *estável*. Adicionalmente, se:

$$\dot{V}(\mathbf{x}_e) = 0, \text{ e } \dot{V}(\mathbf{x}) < 0 \text{ em } D - \{\mathbf{x}_e\}$$

Então, o sistema é *assintoticamente estável*. Ainda, se

$$\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$$

Então, o sistema é *globalmente assintoticamente estável*.

É importante ressaltar que o método de Lyapunov pode apenas garantir que há estabilidade do sistema para um região em particular, isto é, se for possível encontrar uma região em torno de um equilíbrio para a qual as condições do Teorema 3.1 sejam satisfeitas, pode-se afirmar que *o equilíbrio é (assintoticamente ou não) estável para aquela região*. Por outro lado, se nenhuma função de Lyapunov for encontrada, *nada se pode afirmar inicialmente*, isto é, a região em torno do equilíbrio considerado *não é necessariamente instável*. Essa idéia está claramente ilustrada na Fig. 3.4. Nela, há uma curva de nível de $V(\mathbf{x})$, representando uma região fechada em que as condições de Lyapunov são satisfeitas. Em outras palavras, há uma estimativa para a região de convergência do equilíbrio considerado. Pode-se observar que as trajetórias iniciadas no interior da curva de nível convergem para seu equilíbrio correspondente, conforme assegurado pelo Teorema de Lyapunov. Nas regiões externas a essas curvas de nível, porém, também podem ocorrer trajetórias convergentes *que não são asseguradas pelo teorema*. Isto é evidenciado pelas trajetórias partindo de condições iniciais (os pontos de encontro entre as linhas sólidas e tracejadas) *externas* à curva de nível, mas que ainda assim se mostram convergentes.

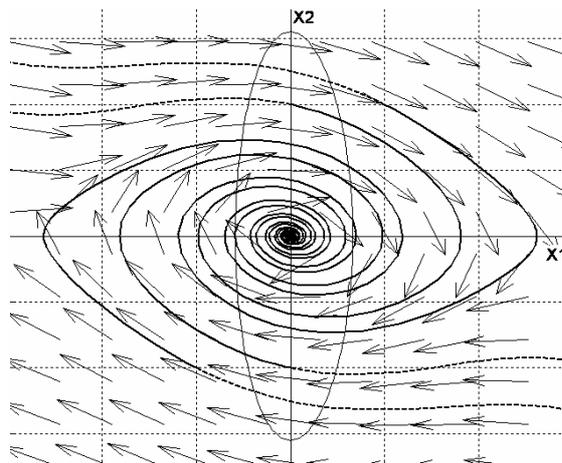


Figura 3.4 – Região de convergência em torno de um equilíbrio foco-estável

3.3 O Controle em Cascata

O controle em cascata é uma técnica particularmente adequada ao emprego em posicionadores controlados por servoválvulas. Ele pode proporcionar uma grande simplificação ao lidar com sistemas dependentes da medição de muitas variáveis, mas que possuem apenas uma variável de entrada (Aström e Hägglund, 1995). Os trabalhos de Cunha (2001), Guenther et al. (2004) e Guenther e Perondi (2002) são exemplos característicos do uso dessa técnica. Esta seção provê uma breve descrição de seus fundamentos. Seu desenvolvimento é baseado no trabalho de Cunha (1997).

Seja um sistema de equações diferenciais, lineares ou não, descrito pela forma:

$$\dot{\varepsilon}_1 = h_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) \quad (3.1)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = h_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) + B_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t)u \quad (3.2)$$

Onde $\varepsilon_1 \in \mathfrak{R}^{n-m}$, $\varepsilon_2 \in \mathfrak{R}^m$ são vetores de estado do sistema, $u \in \mathfrak{R}^0$ é a entrada de controle, n é a ordem do sistema completo e m é a ordem do subsistema (3.2).

Quando o objetivo da lei de controle consiste em fazer com que o vetor $\varepsilon_1(t)$ siga uma trajetória desejada $\varepsilon_{1d}(t)$, é possível promover seu *desacoplamento*. Esta técnica consiste em interpretar o vetor ε_2 como uma entrada de controle para a Eq. (3.1), e utilizar a entrada u da Eq. (3.2) para fazer com que ε_2 atinja o valor desejado para a Eq. (3.1).

No caso em que a dependência de $\dot{\varepsilon}_1$ com respeito a ε_2 é linear, a Eq. (3.1) pode ser rearranjada como:

$$\dot{\varepsilon}_1 = f_1(\varepsilon_1, t) + B_1 \varepsilon_2 \quad (3.3)$$

Em que B_1 é uma matriz constante.

Seja ε_{2d} o sinal de controle que, aplicado à equação (3.3), assegura a convergência de $\varepsilon_1(t)$ para $\varepsilon_{1d}(t)$. Então, define-se o erro de seguimento em ε_2 como:

$$\tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_{2d} \quad (3.4)$$

Que, substituída na equação (3.3), resulta,

$$\dot{\varepsilon}_1 = f_1(\varepsilon_1, t) + B_1 \varepsilon_{2d} + B_1 \tilde{\varepsilon}_2 \quad (3.5)$$

Esta última equação pode ser interpretada como um subsistema dinâmico controlado por ε_{2d} , submetido a uma perturbação dada por $d(t) = B_1 \tilde{\varepsilon}_2$. O sistema formado pelas equações (3.2) e (3.5) está na forma dita em *cascata*. Esta técnica consiste em separar a atuação do controle em duas etapas:

1. Determinar uma lei de controle $\varepsilon_{2d}(t)$ tal que $\varepsilon_1(t)$ siga $\varepsilon_{1d}(t)$ na presença de uma perturbação $d(t)$;
2. Empregar uma lei de controle $u(t)$ que leve o erro $\tilde{\varepsilon}_2(t)$ para zero, isto é, que faça com que $\varepsilon_2(t)$ siga $\varepsilon_{2d}(t)$.

A grande vantagem desse método consiste em sua flexibilidade: com ele, é possível gerar leis de controle que empreguem técnicas diferentes em cada subsistema. Assim, pode-se escolher a abordagem mais conveniente para cada caso, atendendo melhor as especificidades de cada subsistema.

3.4 Linearização por Realimentação

A idéia básica da linearização por realimentação é a de transformar parcial ou completamente um sistema não-linear em um sistema com dois laços de realimentação: um interno, usado para compensar as não-linearidades através de uma realimentação adequada dos seus estados, e um laço externo, onde são aplicadas as técnicas usuais de controle de sistemas lineares.

O método de linearização por realimentação normalmente requer o conhecimento do vetor de estados completo e é aplicável aos sistemas de fase mínima (com dinâmica interna estável), não garantindo, porém, a robustez quanto às incertezas de parâmetros ou perturbações (Slotine e Li, 1991). Segundo os mesmos autores, a estratégia de linearização por realimentação de estados pode ser implementada facilmente à classe de sistemas não-lineares que podem ser representados na chamada forma companheira (ou forma canônica controlável). Um sistema é dito estar na forma canônica controlável se sua dinâmica pode ser representada por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Onde u é a entrada escalar de controle, x é a saída escalar de interesse, \mathbf{x} é o vetor de estados e $f(\mathbf{x})$ é uma função não-linear dos estados. Esta forma é caracterizada pelo fato de que, apesar de derivadas da saída de interesse y aparecerem na equação, nenhuma derivada de u está presente. Além disso, a saída de interesse $y = x_1$ está relacionada com o sinal de controle e as funções dos estados através de n integrações. No domínio em que $b(\mathbf{x}) \neq 0$, os sistemas que podem ser expressos na forma canônica controlável têm suas não-linearidades compensadas através do uso de uma lei de controle na forma

$$u = \frac{1}{b(\mathbf{x})} [v - f(\mathbf{x})] \tag{3.7}$$

Onde v é um sinal de entrada equivalente, a ser especificado.

A Eq. (3.8) determina a relação entrada/saída simples, na forma de múltipla integração, dada por:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= v \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{3.8}$$

Assim, a saída $y = x_1$ está relacionada com a função de entrada v através de n integrações. Além disso, a lei de controle $v = -k_0x - k_1\dot{x} - \dots - k_{n-1}x^{(n-1)}$, com os coeficientes k_i escolhidos de forma que $s^n + k_{n-1}s^{(n-1)} + \dots + k_0$ seja um polinômio característico no domínio frequência estável, conduz a uma dinâmica estável dada por $x^{(n)} + k_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + k_0x = 0$, o que implica que $x(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Em tarefas que envolvem o seguimento de uma determinada trajetória $x_d(t)$, a lei de controle

$$v = x_d^{(n)} - k_0e - k_1\dot{e} - \dots - k_{n-1}e^{(n-1)}\tag{3.9}$$

onde $e = x(t) - x_d(t)$ é o erro de seguimento, leva a um seguimento de trajetória exponencialmente convergente.

Uma generalização destes conceitos consiste da aplicação da técnica de linearização por realimentação de estados a uma outra classe especial de sistemas, os chamados sistemas na forma *linear no controle* (*linear in control* - Slotine e Li, 1991), ou seja, na forma

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u\tag{3.10}$$

onde f e g são funções vetoriais contínuas. Note que, neste caso, a saída de interesse x_1 não está relacionada diretamente com o sinal de controle e as funções dos estados apenas através de n integrações como no caso dos sistemas representados pela Eq. (3.6).

Neste caso, através do uso da linearização por realimentação de estados a dinâmica do sistema não-linear é decomposta em uma parte externa (entrada/saída) e em uma parte interna (não-observável). A parte externa consiste de uma relação linear entre a saída y e v (equivalente à forma canônica controlável entre y e v apresentada na Eq. (3.6)), sendo, portanto, fácil projetar uma entrada v de forma que y se comporte como desejado. Assim, o problema restante se reduz a verificar se os estados da dinâmica interna permanecerão limitados.

Em outras palavras, o projeto do controlador deve levar em consideração a dinâmica completa do sistema, não se podendo permitir que sua dinâmica interna seja instável.

3.5 O Controle a Estrutura Variável

A robustez é uma característica importante, no âmbito da robótica, para o comportamento adequado de um sistema de posicionamento. Um sistema é dito *robusto* quando não apresenta mudanças significativas em seu desempenho, mesmo diante de imprecisões do modelo matemático ou de alterações imprevistas na condição da planta controlada (Dorf, 1989). Logo, um sistema de controle robusto deve ser dotado de características que o habilitem a se adaptar a tais efeitos indesejáveis.

Os controladores a estrutura variável são caracterizados por uma alta robustez (Edge, 1997). Por essa razão, essa estratégia é largamente empregada para o controle de diversos tipos de plantas, tais como: motores elétricos, tanto trifásicos (Furtunato, 1997) como de corrente contínua (Silva, 1998); manipuladores robóticos com acionamento elétrico (Guenther, 1993); servoposicionadores hidráulicos (Guenther et al., 2000); servoposicionadores pneumáticos (Pandian et al., 1997, Perondi, 2000). Sua aplicação a sistemas de múltiplas variáveis é discutida em DeCarlo et al. (1988). A fundamentação teórica para esse tipo de sistema de controle é extensivamente discutida em Utkin (1978). Em Slotine e Li (1991), Khalil (1996) e Spong e Vidyasagar (1989), podem-se encontrar descrições gerais do método de forma simplificada, tornando acessível uma primeira abordagem ao tema.

A técnica usual de aplicação do controle a estrutura variável consiste em usar uma ação de controle descontínua ou “chaveada”, de modo a fazer com que o sistema se comporte de alguma forma específica, a critério do projeto. O esquema de controle por *modos deslizantes* (*slide mode control*) é o mais empregado de forma prática. De acordo com essa abordagem, os estados do sistema são relacionados uns aos outros por meio de uma função escalar $S(x)$, dependente desses estados. Para que o sistema cumpra as especificações fornecidas, a função $S(x)$ é projetada de tal forma que a condição $S = 0$ imponha a dinâmica desejada aos estados do sistema. A trajetória formada pelos estados, quando estes atendem à condição $S = 0$, forma uma curva no espaço de estados, denominada *superfície de deslizamento*. Se o sistema é composto de n estados, a superfície de deslizamento resultante tem dimensão igual a $n - 1$, o que acarreta uma *redução de ordem* do sistema sob o ponto de vista de controle. No controle por modos deslizantes, a lei de controle descontínua é utilizada para forçar o sistema a convergir de sua condição inicial arbitrária – desde que dentro de uma vizinhança definida – para essa superfície.

Uma vez dentro da superfície de deslizamento, o sistema passa a se comportar conforme as condições estabelecidas por $S(x)$, que caracterizam a dinâmica pretendida. Para o caso em que o sistema considerado é de ordem 2, é possível visualizar a ação do sinal de controle por meio de um plano de fase. Sendo o sistema de ordem 2, o espaço de estados considerado é um plano, e a superfície de deslizamento resultante é uma curva contida neste plano. As Figuras 3.5 e 3.6 ilustram esse comportamento.

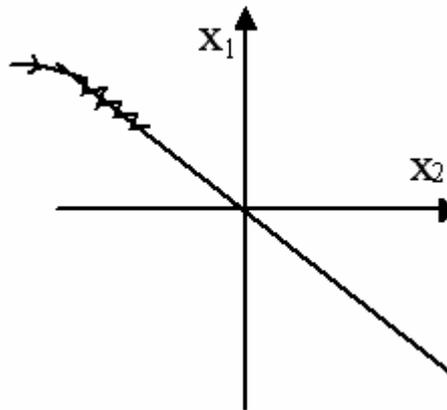


Figura 3.5 – Convergência para uma superfície de deslizamento por meio da aplicação de um sinal chaveado

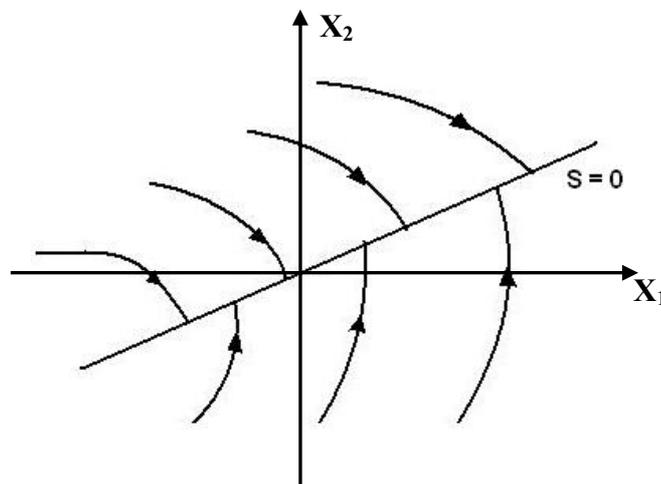


Figura 3.6 – Região de convergência do sistema para uma superfície de deslizamento

Em linhas gerais, o controle por modos deslizantes é similar ao controle a duas posições (veja Ogata, 2000). Em ambos os casos, a estratégia de convergência é baseada num esforço máximo do sinal de controle. Em termos mais simples, ambos seguem uma estratégia do tipo “se o sistema está indo na direção errada, aplique uma força no sentido oposto”. Há, porém, uma diferença fundamental entre as duas abordagens: no controle a duas posições, a ação de entrada

estabelece uma margem de erro admissível para a saída; no controle a estrutura variável, busca-se fazer com que os estados do sistema se comportem em toda sua trajetória de acordo com uma dinâmica pré-estabelecida, com o erro da variável de saída tendendo assintoticamente a zero.

Uma alternativa para o projeto de uma lei de controle a estrutura variável segue a abordagem denominada “método do controle equivalente” (Spong e Vidyasagar, 1989). Essa técnica consiste em dois passos:

1. Estabelecer uma superfície de deslizamento S , em função dos estados do sistema, de forma que essa superfície caracterize o comportamento desejado, segundo algum critério de desempenho;
2. Impor condições ao sinal de controle, de modo que o sistema convirja para a superfície desejada.

O primeiro passo depende de um critério de projeto e do sistema em estudo para cada caso. O segundo é o controle equivalente propriamente dito, definido pelas condições:

$$S = 0 \quad (3.11)$$

$$\dot{S} = 0 \quad (3.12)$$

A primeira condição é usada para assegurar que o sistema esteja sobre a superfície de deslizamento. É através dela que se pode estabelecer a relação desejada entre os estados do sistema. A segunda condição garante que, tendo chegado à superfície, o sistema não deixa de percorrê-la. Por meio da equação (3.12), pode-se estabelecer o sinal \hat{u} , que é a melhor aproximação para uma lei de controle contínua que faz com que o sistema convirja para $S = 0$ (Slotine e Li, 1991). Assim, \hat{u} é uma lei ideal, que corresponde à linearização exata por realimentação quando todos os parâmetros do sistema são conhecidos. Ainda segundo Slotine e Li, para assegurar a convergência do sistema para $S = 0$, mesmo diante de incertezas paramétricas ou alterações inesperadas, adiciona-se uma parcela descontínua a \hat{u} , de modo que a lei de controle completa seja dada por:

$$u = \hat{u} - k \operatorname{sgn}(S) \quad (3.13)$$

Onde u é a lei de controle efetivamente empregada, \hat{u} é a lei contínua “ideal” de linearização do sistema, k é uma constante positiva, e $\operatorname{sgn}(S)$ é a função sinal de S , definida como:

$$\operatorname{sgn}(S) = \begin{cases} -1 & S < 0 \\ 1 & S > 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Para esta abordagem de controle, o Método de Lyapunov é empregado de forma mais ampla. Além de ser apenas uma ferramenta para análise de estabilidade, é também um critério de projeto: a superfície de deslizamento $S(\mathbf{x})$ é projetada de modo a ser descrita por uma função positiva definida. Dessa forma, a própria superfície $S(\mathbf{x})$ é usada como função de Lyapunov do sistema. Utilizando-se a condição $\dot{S}(\mathbf{x}) < 0$ para garantir a convergência do sistema como critério de projeto, é possível determinar o valor do ganho k necessário para garantir a estabilidade do sistema. Procedendo dessa forma, o projeto da lei de controle e a prova da estabilidade são sintetizados em um único processo.

4. PROJETO DO ALGORITMO DE CONTROLE

Este capítulo descreve o projeto do algoritmo de controle propriamente dito. A seção 4.1 provê uma visão geral da estratégia de controle. A seção 4.2 descreve o modelo empírico utilizado nas equações de vazão mássica, com vistas ao aumento da eficiência do sistema de controle e à simplificação das operações matemáticas envolvidas. A seção 4.3 apresenta a modelagem do sistema explicitamente na forma em cascata. A seção 4.4 descreve o projeto da lei de controle no subsistema mecânico. A seção 4.5 discute a lei de controle proposta para o subsistema pneumático. Esta última lei é proposta em duas versões: a lei denominada *original*, desenvolvida estritamente nos mesmos moldes propostos por Slotine e Li (1991); a lei *modificada*, em que um termo da lei originalmente proposta é descartado. Esse descarte visa a eliminar a necessidade de monitorar o sinal de aceleração do sistema, enquanto outras modificações buscam a redução do grau de sollicitação da servoválvula durante o controle do sistema. As propriedades de estabilidade e robustez do sistema controlado por ambas as leis no subsistema pneumático são provadas por meio do Segundo Método de Lyapunov.

4.1 A Estratégia de Controle

A estrutura básica da estratégia proposta neste trabalho é o controle em cascata. Basicamente, essa abordagem consiste na interpretação do servoposicionador como sendo formado por dois subsistemas interconectados: um subsistema mecânico e um subsistema pneumático. Os diagramas de blocos das Figuras 4.1 e 4.2 ilustram essa abordagem.

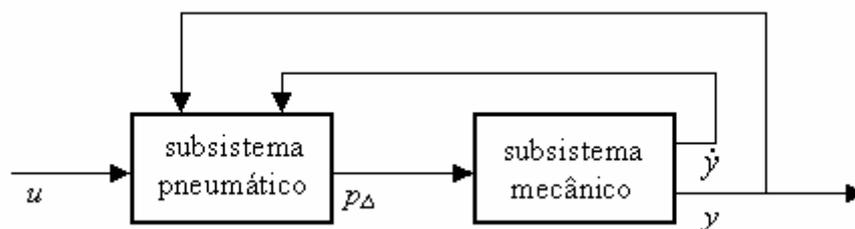


Figura 4.1 – Esquema do atuador pneumático na forma em cascata

O modelo do subsistema mecânico é empregado para determinar a pressão diferencial p_{Δ} , necessária para que o êmbolo siga a trajetória desejada. A conveniência da definição desta variável é discutida na seção 4.3, que trata da modelagem do sistema na forma em cascata. Através do modelo do subsistema pneumático, o algoritmo de controle calcula a tensão elétrica que assegura a convergência para a pressão diferencial requerida. Isto é feito em dois estágios:

1. O algoritmo determina o valor da lei de controle \hat{u} para que a pressão diferencial desejada seja atingida. Essa lei depende do modelo matemático do sistema, que é dependente da tensão elétrica u aplicada à servoválvula.
2. Com o valor calculado da lei de controle \hat{u} , determina-se o valor do sinal u que deve ser aplicado ao sistema para que a pressão da servoválvula atinja o valor necessário. Esse cálculo é feito através da inversão da função $\hat{u}(p_1, p_2, y, u)$, isto é, por meio da função $u(p_1, p_2, y, \hat{u})$.

A Fig. 4.2 provê uma visão geral da estratégia de controle proposta. Nela, y_d é a trajetória de posição desejada para o êmbolo do atuador, $p_{\Delta d}$ é a trajetória de pressão diferencial requerida para o posicionamento preciso, e y é a trajetória da posição efetiva do êmbolo do atuador.

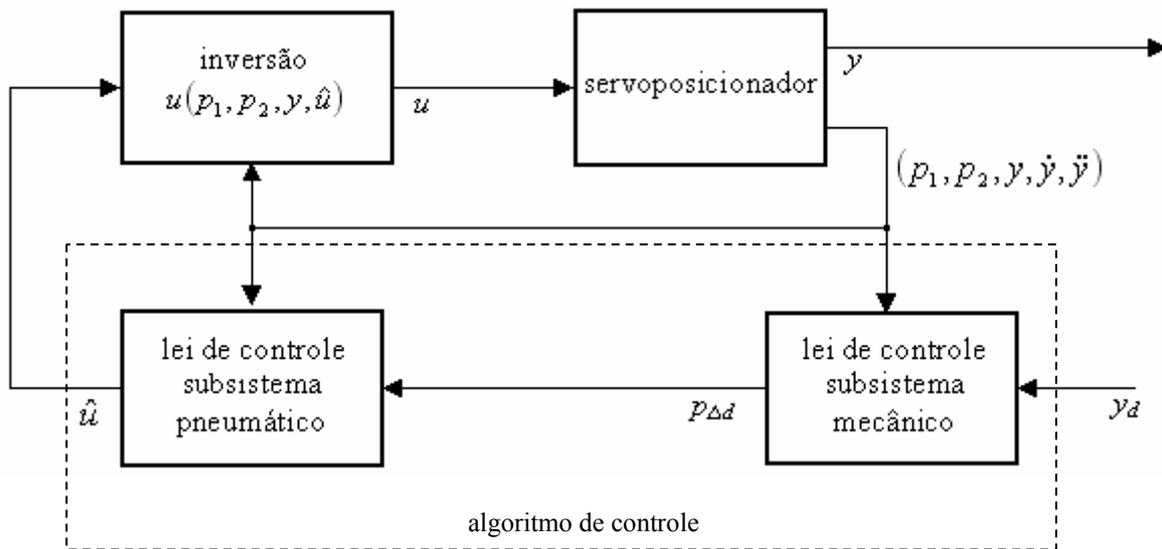


Figura 4.2 – Sistema de Controle em Malha Fechada

As próximas seções detalham cada estágio do sistema de controle completo.

4.2 Determinação das Curvas de Vazão Mássica

Devido às características construtivas da servoválvula, a área do orifício (A_0) varia de acordo com a tensão de controle u , isto é, $A_0 = A_0(u)$. Como consequência, conforme verificado na seção 2.3, a vazão mássica teórica (deprezando-se os termos referentes às perdas) é expressa por uma equação com a seguinte forma geral:

$$q_m = A_0(u) p_u \Psi(p_d/p_u) \quad (4.1)$$

onde a função $\Psi(p_d/p_u)$ tem um valor constante para $p_d/p_u \leq 0,528$, característico do escoamento saturado. Quando a relação p_d/p_u supera esse valor crítico, o escoamento é dito subsônico, e a função $\Psi(p_d/p_u)$ tem valor dependente da relação entre as pressões.

O equacionamento desenvolvido na seção 2.3 não leva em conta a geometria efetiva dos orifícios. Com isso, desconsideram-se os fenômenos relacionados às perdas e irreversibilidades decorrentes da passagem do gás pelas aberturas. Por essa razão, as curvas de vazão mássica em função das pressões críticas encontradas na prática diferem de suas previsões teóricas. Mesmo fazendo os devidos ajustes para a abertura efetiva e a relação de pressões críticas, a expressão teórica obtida pode desviar-se significativamente dos resultados experimentais, fazendo com que a vazão mássica através dos orifícios da servoválvula não seja descrita adequadamente de forma teórica. Em Bobrow e McDonell (1998), há um estudo experimental cuidadoso, em que se verifica que as hipóteses simplificadoras usadas no modelo das vazões mássicas (seção 2.3) podem comprometer a confiabilidade do equacionamento. Para a implementação de um sistema de controle preciso, portanto, torna-se necessário realizar um levantamento experimental da vazão mássica do sistema considerado. Adicionalmente, para que esse sistema de controle atue em intervalos de tempo que o tornem efetivo, é importante que as equações empregadas sejam facilmente inversíveis, isto é, que se possa calcular com facilidade a entrada de controle u , a partir das variáveis do sistema em um dado instante. Por esse motivo, o modelo matemático a ser usado no levantamento experimental deve ser desenvolvido levando a viabilidade dessa inversibilidade em consideração.

Foi visto que a vazão mássica pode ser aproximada pelo produto entre uma função que depende da tensão na servoválvula (u) e uma função das pressões a montante e a jusante. Com base nessa abordagem, a função empírica que descreve a vazão mássica na servoválvula pode ser tomada como o produto entre duas funções: uma dependente da tensão $f_u(u)$, e a outra das pressões $f_p(p_u, p_d)$. Seu formato, portanto, é o seguinte (Perondi e Guenther, 2003):

$$q_m(p_u, p_d, u) = [q_m]_{\max} f_p(p_u, p_d) f_u(u) \quad (4.2)$$

Na Eq. (4.2), $[q_m]_{\max}$ é a vazão mássica máxima através do orifício, $0 \leq f_p(p_u, p_d) \leq 1$ é uma função normalizada da variação da vazão mássica em função das pressões, e $0 \leq f_u(u) \leq 1$ é uma função que considera a abertura efetiva e depende da tensão na servoválvula u , também normalizada. Em Perondi (2002), a função $f_u(u)$ é aproximada por uma função polinomial,

visando a facilitar o trabalho de obtenção do valor desejado para a entrada de controle u . Esta abordagem também é utilizada no presente trabalho.

Os servossistemas pneumáticos são geralmente projetados de forma que se possa assumir as seguintes hipóteses:

- 1 – A pressão de suprimento (p_{sup}) é constante; e
- 2 – A pressão de exaustão é igual à pressão atmosférica (p_{atm}).

Dessa forma, no enchimento de um cilindro, a pressão a montante é $p_u = p_{sup}$, a pressão a jusante é a pressão p_i na câmara “i” do cilindro, e a vazão mássica de enchimento da câmara “i” (q_{mi}^{ench}) é dada por:

$$q_{mi}^{ench}(p_i, u) = [q_{mi}^{ench}]_{\max} f_{pi}^{ench}(p_i) f_{ui}^{ench}(u) \quad (4.3)$$

Onde $f_{pi}^{ench}(p_i)$ é a função de pressão no enchimento da câmara “i”, e $f_{ui}^{ench}(u)$ é a função de tensão correspondente ao enchimento da câmara “i”.

Analogamente, na exaustão, a pressão a montante é a pressão no interior da câmara “i”, ou seja, $p_u = p_i$, e a pressão a jusante é a pressão atmosférica ($p_d = p_{atm}$). Assim, a vazão mássica de exaustão da câmara “i” resulta:

$$q_{mi}^{exau}(p_i, u) = [q_{mi}^{exau}]_{\max} f_{pi}^{exau}(p_i) f_{ui}^{exau}(u) \quad (4.4)$$

No Apêndice A, descreve-se a seqüência de procedimentos para a obtenção das curvas empíricas de vazão mássica. Adicionalmente, são apresentadas as curvas típicas obtidas por esse método. O trabalho de Perondi e Guenther (2003) é um exemplo de implementação prática dessa abordagem, no que diz respeito à modelagem de sistemas pneumáticos com vistas ao seu controle.

Em Perondi (2002), as funções de pressão e tensão foram ajustadas através do método dos mínimos quadrados, com polinômios de terceira ordem. Foram utilizadas como base as curvas das vazões mássicas máximas em ambos os casos. Para as funções de pressão, esse tipo de ajuste simplifica os cálculos envolvidos. Para as funções de tensão, isso possibilita a inversão para a entrada de controle desejada, através do cálculo das raízes do polinômio.

As funções de interpolação obtidas em Perondi (2002) estão apresentadas a seguir. Elas são normalizadas tanto em função das vazões quanto em função das pressões e da tensão de controle. Assim, nestas curvas, as variáveis independentes normalizadas são definidas como

$\bar{p}_i = (p_i - p_{atm}) / (p_{sup} - p_{atm})$ para as pressões nas câmaras “i”, e $\bar{u} = u / u_{max}$ para a tensão, onde u_{max} é a tensão que corresponde à abertura máxima da servoválvula.

Interpolações das curvas de vazão mássica versus pressão:

$$f_{p_1}^{ench}(\bar{p}_1) = -1,888\bar{p}_1^3 + 1,157\bar{p}_1^2 - 0,191\bar{p}_1 + 1,007 \quad (4.5)$$

$$f_{p_1}^{exau}(\bar{p}_1) = 0,346\bar{p}_1^3 - 1,747\bar{p}_1^2 + 2,312\bar{p}_1 + 0,09 \quad (4.6)$$

$$f_{p_2}^{ench}(\bar{p}_2) = -2,395\bar{p}_2^3 + 1,851\bar{p}_2^2 - 0,362\bar{p}_2 + 1,014 \quad (4.7)$$

$$f_{p_2}^{exau}(\bar{p}_2) = -0,029\bar{p}_2^3 - 0,957\bar{p}_2^2 + 1,88\bar{p}_2 + 0,109 \quad (4.8)$$

Interpolações das curvas de vazão mássica versus tensão:

$$f_{u_1}^{ench}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,58\bar{u} - 0,3 \quad (4.9)$$

$$f_{u_1}^{exau}(\bar{u}) = 1,265\bar{u}^3 - 3,282\bar{u}^2 + 3,148\bar{u} - 0,112 \quad (4.10)$$

$$f_{u_2}^{ench}(\bar{u}) = 1,198\bar{u}^3 - 3,446\bar{u}^2 + 3,42\bar{u} - 0,161 \quad (4.11)$$

$$f_{u_2}^{exau}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,6\bar{u} - 0,3 \quad (4.12)$$

4.3 Adaptação do Modelo Matemático à Forma em Cascata

Nesta seção, o sistema a ser controlado é estabelecido e seu equacionamento é rearranjado. A modificação na forma de apresentação do sistema tem por fim deixá-lo em uma forma mais apropriada à aplicação do sinal de controle. Em particular, o sistema é reescrito de forma a explicitar a aplicabilidade da estratégia de controle em cascata.

O sistema completo, em malha aberta, é representado pelas equações (2.41), (2.13) e (2.14), aqui reproduzidas de forma agrupada e renumerada:

$$M\ddot{y} = A(p_1 - p_2) - F \quad (4.13)$$

$$\dot{p}_1 = -\frac{Ar\dot{y}}{Ay + V_{10}} p_1 + \frac{RrT}{Ay + V_{10}} q_{m1} \quad (4.14)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{Ar\dot{y}}{A(L - y) + V_{20}} p_2 + \frac{RrT}{A(L - y) + V_{20}} q_{m2} \quad (4.15)$$

Observando a equação (4.13), percebe-se que o processo de posicionamento do êmbolo depende apenas da *diferença de pressão* sobre ele aplicada, e não dos valores específicos de p_1 e p_2 . Então, se for definida a variável p_Δ , tal que $p_\Delta = p_1 - p_2$, o controle é simplificado.

Reescrevendo a Eq. (4.13) conforme a definição de p_Δ , e subtraindo as equações (4.14) e (4.15), obtém-se:

$$M\ddot{y} = Ap_\Delta - F \quad (4.16)$$

$$\dot{p}_\Delta = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u) \quad (4.17)$$

Onde $\hat{u}(p_1, p_2, y, u)$ e $\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y})$ são, respectivamente, as partes da equação (4.17) que dependem ou não da entrada de controle u , isto é:

$$\hat{u}(p_1, p_2, y, u) = RrT \left[\frac{q_{m1}(p_1, u)}{Ay + V_{10}} - \frac{q_{m2}(p_2, u)}{A(L - y) + V_{20}} \right] \quad (4.18)$$

$$\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) = -rA\dot{y} \left[\frac{p_1}{Ay + V_{10}} + \frac{p_2}{A(L - y) + V_{20}} \right] \quad (4.19)$$

Convém lembrar que as expressões de $q_{m1}(p_1, u)$ e $q_{m2}(p_2, u)$ empregadas pelo sistema de controle são aquelas obtidas empiricamente, conforme descrito na seção 4.2 e no Apêndice A.

Para reescrever o sistema no formato apropriado ao controle em cascata, define-se o erro no seguimento da diferença de pressão como:

$$\tilde{p}_\Delta = p_\Delta - p_{\Delta d} \quad (4.20)$$

Onde $p_{\Delta d}$ é a diferença de pressão desejada, a ser definida com base na força $g_d = Ap_{\Delta d}$ que deve ser aplicada à massa para obter um desempenho desejado no posicionamento. A obtenção de g_d é discutida de forma mais detalhada na seção referente ao seguimento no subsistema mecânico.

Utilizando a definição (4.20) as expressões (4.16) e (4.17) podem ser reescritas como:

$$M\ddot{y} = Ap_{\Delta d} + A\tilde{p}_\Delta - F \quad (4.21)$$

$$\dot{p}_\Delta = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u) \quad (4.22)$$

Este sistema está na forma em cascata, descrita na seção 3.2.2. A expressão (4.21) pode ser interpretada como um subsistema mecânico de segunda ordem, acionado por uma força desejada $g_d = Ap_{\Delta d}$, sujeito a uma perturbação $d(t) = A\tilde{p}_\Delta - F$. A expressão (4.22) descreve o

comportamento do subsistema pneumático. Uma interpretação da Eq. (4.22) é a de que, nos sistemas pneumáticos, a ação de controle não é efetuada diretamente sobre a pressão do sistema, mas sobre a *derivada* de sua *pressão diferencial*.

Para o servoposicionador abordado neste trabalho, a estratégia em cascata consiste em:

1. Projetar uma lei de controle (força desejada $g_d(t) = Ap_{\Delta d}(t)$) para o subsistema mecânico (4.21) de modo que a saída $y(t)$ siga uma trajetória desejada $y_d(t)$ na presença da perturbação $d(t) = A\tilde{p}_{\Delta} - F$;
2. Projetar uma lei de controle $u(t)$, para que o subsistema (4.22) gere uma força pneumática $g(t) = Ap_{\Delta}(t)$ que siga a força desejada.

4.4 Seguimento no Subsistema Mecânico

De acordo com Slotine e Li (1988), a lei de controle para obter o seguimento de trajetória no subsistema mecânico é dada por

$$g_d = M\dot{y}_r - K_D s \quad (4.23)$$

Onde K_D é uma constante positiva, \dot{y}_r é uma velocidade de referência e s é uma medida do erro de seguimento da velocidade. As definições adequadas das variáveis envolvidas podem ser dadas como segue.

$$\dot{y}_r = \dot{y}_d - \lambda \tilde{y}; \quad \tilde{y} = y - y_d; \quad s = \dot{y} - \dot{y}_r = \dot{\tilde{y}} + \lambda \tilde{y} \quad (4.24)$$

Onde λ é uma constante positiva a ser definida. A trajetória desejada y_d e suas derivadas temporais até a terceira ordem devem ser contínuas.

Substituindo a Eq. (4.23) na Eq. (4.21), a dinâmica do erro no subsistema mecânico resulta:

$$M\dot{s} + K_D s = A\tilde{p}_{\Delta} - F \quad (4.25)$$

Considere a função não negativa

$$2V_1 = Ms^2 + P\tilde{y}^2 \quad (4.26)$$

Onde P é uma constante real positiva que será definida convenientemente na análise de estabilidade. Utilizando a expressão (4.25), a derivada da Eq. (4.26) em relação ao tempo e ao longo das trajetórias do subsistema mecânico resulta:

$$\dot{V}_1 = -K_D s^2 + A\tilde{p}_\Delta s + P\tilde{y}\dot{\tilde{y}} - Fs \quad (4.27)$$

A expressão (4.27) é usada nas seções 4.5.2 e 4.5.5, em que são feitas as análises de estabilidade do sistema com as duas versões da lei de controle para o subsistema pneumático.

4.5 Seguimento no Subsistema Pneumático

Com o fim de fazer com que a força desejada seja fornecida pelo subsistema pneumático, propõe-se uma lei de controle baseada na técnica de estrutura variável. Dentre as possíveis abordagens de aplicação desta técnica, utiliza-se o controle por modos deslizantes, nos moldes definidos por Slotine e Li (1991). Esta lei é aqui denominada *lei original*. Posteriormente, a lei original é modificada pela supressão de um dos termos obtidos na formulação original. O descarte do referido termo tem por fim eliminar a necessidade de medir o sinal de aceleração durante o controle do processo, e reduzir o grau de solitação da servoválvula do sistema pneumático. A nova lei obtida é chamada *lei modificada*. Em ambos os casos, é dada uma prova das propriedades de estabilidade e robustez do servoposicionador controlado em malha fechada.

4.5.1 Seguimento no Subsistema Pneumático – Lei Original

Para alcançar o seguimento da força no subsistema pneumático, define-se a superfície de deslizamento:

$$\tilde{p}_\Delta = 0 \quad (4.28)$$

Da definição de \tilde{p}_Δ , é fácil verificar que o emprego dessa superfície implica forçar o subsistema pneumático a seguir a dinâmica $p_\Delta(t) = p_{\Delta d}(t)$, conforme desejado.

A dinâmica do subsistema pneumático é dependente da derivada temporal de $p_\Delta(t)$. Assim, a fim de estabelecer uma lei de controle capaz de levar o sistema para a superfície escolhida, é preciso derivar a Eq. (4.28).

$$\dot{\tilde{p}}_\Delta = \dot{p}_\Delta - \dot{p}_{\Delta d} = 0 \quad (4.29)$$

Substituindo \dot{p}_Δ da Eq. (4.22) na expressão (4.29), e isolando o termo de controle, obtém-se facilmente:

$$\hat{u} = \dot{p}_{\Delta d} - \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) \quad (4.30)$$

De acordo com a abordagem proposta por Slotine e Li (1991), essa é a parcela contínua, ideal, da lei de controle. Na ausência de erros paramétricos no modelo, ela corresponde à linearização exata por realimentação. Quando o modelo não é perfeitamente conhecido, é possível adicionar um termo descontínuo à lei empregada, dependente da superfície \tilde{p}_Δ , de acordo com a estratégia de controle por modos deslizantes. Esse procedimento confere robustez ao algoritmo de controle, aumentando sua eficácia.

Propõe-se, dessa forma, a seguinte lei de controle para o subsistema pneumático:

$$\hat{u} = u_a - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_\Delta) - As \quad (4.31)$$

Em (4.31), k é uma constante positiva, As é uma medida ponderada do erro em velocidade do subsistema mecânico, e o termo u_a denota a parcela linearizante “ideal” da lei de controle, isto é,

$$u_a = \dot{p}_{\Delta d} - \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) \quad (4.32)$$

E $\operatorname{sgn}(\tilde{p}_\Delta)$ é a função sinal de \tilde{p}_Δ , conforme definida na Eq. (3.14).

Substituindo a lei de controle da Eq. (4.31) na Eq. (4.22), obtém-se a dinâmica do subsistema pneumático em malha fechada:

$$\dot{p}_\Delta = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + u_a - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_\Delta) - As \quad (4.33)$$

O projeto da constante k é baseado na função escalar V_2 , que, pela teoria de Lyapunov, deve ser não-negativa:

$$2V_2 = \tilde{p}_\Delta^2 \quad (4.34)$$

E sua derivada temporal é:

$$\dot{V}_2 = \tilde{p}_\Delta \dot{\tilde{p}}_\Delta = \tilde{p}_\Delta (\dot{p}_\Delta - \dot{p}_{\Delta d}) \quad (4.35)$$

onde a derivada da diferença de pressão desejada ($\dot{p}_{\Delta d} = \dot{g}_d / A$) é obtida derivando a lei de controle (Eq. (4.23)) do subsistema mecânico. Disso decorre que, para calcular $\dot{p}_{\Delta d}$, é necessário conhecer a aceleração (veja (4.24)). No caso ideal, isto é, com parâmetros conhecidos, sem atrito e sem força externa, a aceleração pode ser calculada através da expressão (4.13), medindo a diferença de pressões p_Δ .

Utilizando (4.33), obtém-se a expressão de \dot{V}_2 ao longo das trajetórias em malha fechada do subsistema pneumático:

$$\dot{V}_2 = \tilde{p}_\Delta [\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + u_a - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_\Delta) - As - \dot{p}_{\Delta d}] \quad (4.36)$$

A modelagem matemática do servoposicionador depende necessariamente dos valores nominais do sistema, que não correspondem exatamente aos seus valores reais. Portanto, o termo u_a está sujeito a erros paramétricos. Para avaliar o efeito desses erros paramétricos, define-se o sinal de controle ideal:

$$u_a^* = \dot{p}_{\Delta d} - \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) \quad (4.37)$$

Isto é, u_a^* é o sinal de controle que produz a linearização exata por meio da realimentação.

Define-se, ainda, o erro Δu_a da estimativa do sinal contínuo de controle:

$$\Delta u_a = u_a - u_a^* \quad (4.38)$$

De modo que, quando a formulação é exata, $u_a = u_a^*$ e $\Delta u_a = 0$.

Da substituição de (4.38) em (4.36), resulta a nova formulação de \dot{V}_2 , isto é,

$$\dot{V}_2 = \tilde{p}_\Delta [\Delta u_a - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_\Delta) - As] \quad (4.39)$$

No caso em que a formulação do sistema é exata, $u_a = u_a^*$, $\Delta u_a = 0$, e a expressão (4.39) resulta:

$$\dot{V}_2 = -k|\tilde{p}_\Delta| - As\tilde{p}_\Delta \quad (4.40)$$

A Eq. (4.39) e sua versão simplificada (Eq. (4.40)) são usadas na seção de análise de estabilidade.

4.5.2 Análise da Estabilidade – Lei Original

Considere o modelo não linear de quarta ordem e o controlador em cascata. Neste caso, o sistema em malha fechada é dado por $\Omega = \{(4.16), (4.17), (4.23), (4.31)\}$. Define-se o vetor de erros de seguimento $\mathbf{p} = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \tilde{p}_\Delta]^T$, na malha fechada Ω .

Para o caso ideal, em que os parâmetros do servoposicionador pneumático são conhecidos e não há o efeito de forças externas ou de atrito, a convergência assintótica do vetor erro de seguimento \mathbf{p} é demonstrada por meio do teorema 4.1, utilizando a teoria de Lyapunov.

Teorema 4.1 – Quando os parâmetros do posicionador pneumático são conhecidos e não há forças externas nem de atrito, o sistema em malha fechada Ω é globalmente assintoticamente estável.

Prova: A estabilidade global pode ser demonstrada considerando a função não negativa

$$2V = 2V_1 + 2V_2 = \mathbf{\rho}^T \mathbf{M}_1 \mathbf{\rho} \quad (4.41)$$

Onde as funções V_1 e V_2 foram definidas nas equações (4.26) e (4.34), respectivamente. A transição da notação escalar para matricial foi feita através do método das formas quadráticas (Lay, 1999). A matriz $\mathbf{M}_1 > 0$ é dada por

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \lambda^2 M + P & \lambda M & 0 \\ \lambda M & M & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Neste caso (parâmetros conhecidos, sem atrito e sem força externa), $\Delta u_a = 0$ e, de acordo com as expressões (4.27) e (4.40), a derivada em relação ao tempo da Eq. (4.41) é

$$\dot{V} = -K_D s^2 + P \tilde{y} \dot{\tilde{y}} - k |\tilde{p}_\Delta| \quad (4.43)$$

Definindo a constante $P = 2\lambda K_D$, obtém-se:

$$\dot{V} = -K_D \lambda^2 \tilde{y}^2 - K_D \dot{\tilde{y}}^2 - k |\tilde{p}_\Delta| \quad (4.44)$$

Deve-se observar que $\dot{V}(\mathbf{\rho})$ é negativa definida.

Das equações (4.41) e (4.44), verifica-se que $V(\mathbf{\rho})$ satisfaz o Teorema de Lyapunov. Logo, $\|\mathbf{\rho}(t)\| \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$, ou seja, $y(t) \rightarrow y_d(t)$, $\dot{y}(t) \rightarrow \dot{y}_d(t)$ e $p_\Delta(t) \rightarrow p_{\Delta d}(t)$ para $t \rightarrow \infty$. Adicionalmente, quando $\|\mathbf{\rho}(t)\| \rightarrow \infty$, $V(\mathbf{\rho}) \rightarrow \infty$. Pode-se concluir, portanto, que o sistema em malha fechada Ω é globalmente assintoticamente estável.

4.5.3 Análise da Robustez – Lei Original

Nesta seção, verifica-se a robustez do sistema na presença de erros paramétricos e dos efeitos do atrito e das forças externas. Para simplificar a análise matemática, redefine-se o vetor de erros do sistema como $\mathbf{\mu} = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \sqrt{|\tilde{p}_\Delta|}]^T$. Essa redefinição permite escrever $\dot{V}(\mathbf{\mu})$ em

formato matricial, para tornar possível a aplicação do teorema de Rayleigh-Ritz (veja Noble e Daniels, 1986, por exemplo). É importante ressaltar que, se $\tilde{p}_\Delta \rightarrow 0$, então $\sqrt{|\tilde{p}_\Delta|} \rightarrow 0$. Logo, a transformação do vetor de erros de $\boldsymbol{\rho}$ para $\boldsymbol{\mu}$ está de acordo com a análise de estabilidade desenvolvida na seção anterior.

Usando o novo vetor de erros, a função $\dot{V}(\boldsymbol{\mu})$ fica definida como:

$$\dot{V} = -\boldsymbol{\mu}^T \mathbf{M}_2 \boldsymbol{\mu} \quad (4.45)$$

E \mathbf{M}_2 é uma matriz diagonal, cujos elementos são os coeficientes da equação (4.44), isto é,

$$\mathbf{M}_2 = \text{diag}[\lambda^2 K_D \quad K_D \quad k] \quad (4.46)$$

A análise de robustez do sistema em malha fechada Ω foi realizada para os seguintes casos:

1. Sistema com parâmetros conhecidos (na presença de forças externas e de atrito)
2. Sistema com incerteza nos parâmetros (com e sem forças externas e de atrito)

Sistema com Parâmetros Conhecidos

Quando os parâmetros são conhecidos e, adicionalmente ao estado, a aceleração é usada na implementação do controlador em cascata (para calcular $\dot{p}_{\Delta d}$ - veja Eq. 4.10 e comentário que segue), na presença de uma força externa e da força de atrito, modeladas juntas pelo termo F , a norma do vetor de erros $\|\boldsymbol{\mu}(t)\|$ converge globalmente para um conjunto residual que depende dos ganhos do controlador.

Isto pode ser verificado lembrando que, neste caso, a derivada em relação ao tempo de $V(\boldsymbol{\mu})$, de acordo com as expressões (4.27) e (4.40), é:

$$\dot{V}(\boldsymbol{\mu}) = -\boldsymbol{\mu}^T \mathbf{M}_2 \boldsymbol{\mu} - Fs \quad (4.47)$$

Definindo o vetor força $\mathbf{F} = [F\lambda \quad F \quad 0]^T$ e utilizando a Eq. (4.24), a expressão (4.47) pode ser reescrita como

$$\dot{V}(\boldsymbol{\mu}) = -\boldsymbol{\mu}^T \mathbf{M}_2 \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{F} \quad (4.48)$$

Da expressão (4.48), observa-se que, mesmo que a matriz \mathbf{M}_2 seja definida positiva, $\dot{V}(\boldsymbol{\mu})$ não é definida negativa para todo $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{0}$.

Utilizando o teorema de Rayleight-Ritz, a partir de (4.48) pode-se escrever:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{M}_2)\|\boldsymbol{\mu}\|^2 + \|\boldsymbol{\mu}\|\|\mathbf{F}\| \quad (4.49)$$

Considerando que existe um limite superior $\bar{F} \geq \|\mathbf{F}\|$ para a norma do vetor \mathbf{F} , ou seja, que a força externa e a força de atrito são limitadas, tem-se:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{M}_2)\|\boldsymbol{\mu}\|^2 + \bar{F}\|\boldsymbol{\mu}\| \quad (4.50)$$

De onde se verifica que uma condição suficiente para que $\dot{V}(\boldsymbol{\mu})$ seja negativa definida é

$$\|\boldsymbol{\mu}\| > \frac{\bar{F}}{\lambda_{\min}(\mathbf{M}_2)} \quad (4.51)$$

Se a expressão (4.51) é satisfeita, $\dot{V}(\boldsymbol{\mu})$ é negativa e $V(\boldsymbol{\mu})$ decresce. Se $V(\boldsymbol{\mu})$ decresce, então a norma do vetor de erros $\|\boldsymbol{\mu}(t)\|$ também decresce. No entanto, se a norma de $\boldsymbol{\mu}$ decresce de forma tal que

$$\|\boldsymbol{\mu}\| \leq \frac{\bar{F}}{\lambda_{\min}(\mathbf{M}_2)} \quad (4.52)$$

Então $\dot{V}(\boldsymbol{\mu})$ pode tornar-se positiva, o que significa que as condições de Lyapunov deixam de ser satisfeitas. Dessa forma, é possível - embora não seja garantido, conforme a teoria de Lyapunov - que $\|\boldsymbol{\mu}(t)\|$ volte a crescer. Se este possível acréscimo em $\|\boldsymbol{\mu}(t)\|$ ocorrer, entretanto, essa condição só perdura até que a inequação (4.52) seja novamente satisfeita, fazendo com que $\dot{V}(\boldsymbol{\mu})$ volte a ser negativa e forçando que $\|\boldsymbol{\mu}(t)\|$ torne a decrescer. Isso mostra que $\|\boldsymbol{\mu}(t)\|$ - e com isso, $\|\boldsymbol{\rho}(t)\|$ - tende a ficar confinado em um conjunto residual definido por (4.52). Esse conjunto residual depende de \bar{F} e do menor autovalor da matriz \mathbf{M}_2 , definido pelos ganhos do controlador (λ, K_D, k - veja a expressão (4.44)).

Sistema com Incertezas Paramétricas, sem Atrito ou Forças Externas

Quando existe incerteza nos parâmetros, mesmo sem atrito ou forças externas, o vetor de erros $\boldsymbol{\mu}(t)$ converge localmente para um conjunto residual. Este conjunto depende dos ganhos do controlador e do valor máximo admissível para a incerteza paramétrica.

Este fato pode ser demonstrado considerando que, quando os parâmetros têm incertezas, o sinal de controle auxiliar é calculado a partir de valores estimados. Em conseqüência disso, a

modelagem do sistema está sujeita a um erro paramétrico $\Delta u_a(y, \dot{y}, p_1, p_2)$. Então, a inclusão deste termo na derivada temporal da função $V(\boldsymbol{\mu})$ - veja as equações (4.27) e (4.39) - leva a

$$\dot{V}(\boldsymbol{\mu}) = -\boldsymbol{\mu}^T \mathbf{M}_2 \boldsymbol{\mu} + \tilde{p}_\Delta \Delta u_a \quad (4.53)$$

Como na seção anterior, de (4.53) verifica-se que, mesmo a matriz \mathbf{M}_2 sendo definida positiva, a derivada $\dot{V}(\boldsymbol{\mu})$ não é definida negativa para todo $\boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{0}$. Novamente, utilizando o teorema de Rayleigh-Ritz, pode-se escrever:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{M}_2) \|\boldsymbol{\mu}\|^2 + |\tilde{p}_\Delta| |\Delta u_a| \quad (4.54)$$

Pelo mesmo mecanismo discutido no tópico anterior, a norma do vetor de erros $\|\boldsymbol{\mu}(t)\|$ tende para um conjunto residual, que depende do máximo erro paramétrico admissível $|\Delta u_a|_{\max}$ e do menor autovalor da matriz \mathbf{M}_2 . A expressão para essa dependência é:

$$\|\boldsymbol{\mu}\| \leq \sqrt{\frac{|\tilde{p}_\Delta|_{\max} |\Delta u_a|_{\max}}{\lambda_{\min}(\mathbf{M}_2)}} \quad (4.55)$$

Deve-se observar que o limite para $\|\boldsymbol{\mu}\|$ depende, também, do máximo erro de seguimento da pressão $|\tilde{p}_\Delta|_{\max}$.

Sistema com Incertezas Paramétricas e com Forças Externas e Atrito

Quando existe incerteza nos parâmetros, na presença de uma força externa e da força de atrito, o vetor de erros $\boldsymbol{\rho}(t)$ converge localmente para um conjunto residual que depende dos ganhos do controlador.

Este resultado decorre das demonstrações apresentadas nos dois tópicos acima.

4.5.4 Seguimento no Subsistema Pneumático – Lei Modificada

Conforme se pode verificar na seção anterior, a lei de controle proposta em (4.31) assegura a convergência do vetor de erros para uma região limitada, quando há erros paramétricos e/ou forças externas e de atrito. Além disso, provou-se que, para o caso ideal (parâmetros perfeitamente conhecidos e ausência de forças externas ou de atrito), essa lei também garante a convergência dos erros em posição, velocidade e pressão para zero.

O Capítulo 5 deste trabalho apresenta os resultados obtidos nas simulações do sistema em malha fechada. Nessas simulações, pode-se observar que a lei de controle expressa em (4.31) apresenta desempenho satisfatório, particularmente no que se refere a suas características de robustez. A efetividade da lei de controle, porém, é obtida às custas de um chaveamento em alta frequência do sinal elétrico de controle u . Tal efeito é indesejável, porque a frequência máxima de resposta de uma servoválvula pneumática dificilmente ultrapassa um limite de 200 Hz (Perondi, 2002). Em decorrência disso, esta última acaba atuando como um filtro de passagem baixa entre o sinal de controle elétrico e o sistema mecânico real (Bobrow e McDonell, 1998). Essa circunstância, por si só, não compromete o desempenho da lei de controle em aplicações práticas (veja Perondi e Guenther, 2000, por exemplo). Entretanto, mesmo que o sistema responda adequadamente a um sinal de controle com alta frequência de chaveamento, sua aplicação acarreta uma solicitação muito severa dos componentes eletromecânicos envolvidos, reduzindo a vida útil dos mesmos. Adicionalmente, para que essa lei de controle seja aplicada, é necessário conhecer a aceleração do subsistema mecânico. Essa informação, na maioria dos casos, é obtida por meio da derivação numérica do sinal medido de velocidade, ou mesmo por uma dupla derivação numérica do sinal de posição. Pode-se, ainda, monitorar essa aceleração diretamente, através do emprego de acelerômetros. Qualquer um dos casos, porém, é caracterizado por uma grande suscetibilidade a ruído, o que implica uma grande dificuldade para a aplicação da lei proposta a um sistema experimental. Logo, a obtenção de uma lei de controle que não empregue o sinal de aceleração do subsistema mecânico é muito desejável.

Observando a lei de controle original (Eq. (4.31)), verifica-se que o único termo dependente do sinal de aceleração é a parcela linearizante “ideal” u_a , devido a $\dot{p}_{\Delta d}$. Com o intuito de eliminar a necessidade de monitorar esse sinal, portanto, propõe-se alterar a Eq. (4.31), por meio da supressão do termo $\dot{p}_{\Delta d}$. A lei de controle obtida por essa modificação se reduz a:

$$\hat{u} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_{\Delta}) \quad (4.56)$$

Esta lei de controle também é compatível com a abordagem proposta por Slotine e Li (1991). Ela mantém a parcela contínua $-\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y})$, correspondente à linearização exata por realimentação. O termo descontínuo $k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_{\Delta})$ também está presente, de modo que o método de controle por estrutura variável continua caracterizado.

Substituindo a lei de controle (4.56) em (4.22), obtém-se a dinâmica do subsistema pneumático em malha fechada:

$$\dot{p}_{\Delta} = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_{\Delta}) = -As - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_{\Delta}) \quad (4.57)$$

O projeto da constante k é baseado na função escalar não-negativa V_2 :

$$2V_2 = \tilde{p}_\Delta^2 \quad (4.58)$$

E sua derivada temporal é:

$$\dot{V}_2 = \tilde{p}_\Delta \dot{\tilde{p}}_\Delta = \tilde{p}_\Delta (\dot{p}_\Delta - \dot{p}_{\Delta d}) \quad (4.59)$$

Utilizando (4.57), obtém-se a expressão de \dot{V}_2 ao longo das trajetórias em malha fechada do subsistema pneumático:

$$\dot{V}_2 = \tilde{p}_\Delta [-k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_\Delta) - As - \dot{p}_{\Delta d}] \quad (4.60)$$

É importante ressaltar, uma vez mais, que a parcela $\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y})$ do sinal de controle está sujeita a erros paramétricos. Para avaliar o efeito desses erros paramétricos, define-se o sinal de controle ideal $\hat{h}^*(p_1, p_2, y, \dot{y})$, isto é, o sinal de controle que produz a linearização exata por meio da realimentação. Define-se, ainda, o erro $\Delta\hat{h}$ da estimativa do sinal contínuo de controle:

$$\Delta\hat{h} = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - \hat{h}^*(p_1, p_2, y, \dot{y}) \quad (4.61)$$

De modo que, quando a formulação é exata, $\Delta\hat{h} = 0$.

Da substituição de (4.61) em (4.60), resulta a nova formulação de \dot{V}_2 , isto é,

$$\dot{V}_2 = \tilde{p}_\Delta [\Delta\hat{h} - k \operatorname{sgn}(\tilde{p}_\Delta) - As - \dot{p}_{\Delta d}] \quad (4.62)$$

No caso em que a formulação do sistema é exata, $\hat{h} = \hat{h}^*$, $\Delta\hat{h} = 0$, e a expressão (4.62) resulta:

$$\dot{V}_2 = -k|\tilde{p}_\Delta| - \tilde{p}_\Delta (As + \dot{p}_{\Delta d}) \quad (4.63)$$

Pela teoria de Lyapunov, se \dot{V}_2 for não-positiva, $\tilde{p}_\Delta = 0$ é um equilíbrio assintoticamente estável, o que implica $p_\Delta \rightarrow p_{\Delta d}$. Uma vez que, por definição, $k > 0$, o termo $-k|\tilde{p}_\Delta|$ é sempre negativo. Logo, o sinal da Eq. (4.63) depende apenas de $\tilde{p}_\Delta (As + \dot{p}_{\Delta d})$:

- Se $\tilde{p}_\Delta (As + \dot{p}_{\Delta d}) > 0$, a expressão (4.63) é sempre negativa;
- Se $\tilde{p}_\Delta (As + \dot{p}_{\Delta d}) < 0$, o sinal de \dot{V}_2 na Eq. (4.63) depende de $|\tilde{p}_\Delta (As + \dot{p}_{\Delta d})|$.

Portanto, para assegurar que \dot{V}_2 seja não-positiva, k deve satisfazer a inequação:

$$|\tilde{p}_\Delta (As + \dot{p}_{\Delta d}) - k|\tilde{p}_\Delta| < 0 \quad (4.64)$$

De onde é fácil verificar que k deve ser tal que:

$$k > |As|_{\max} + |\dot{p}_{\Delta d}|_{\max} \quad (4.65)$$

Por outro lado, se $\Delta\hat{h} \neq 0$, considerações análogas às da determinação de (4.65) levam a:

$$k > |As|_{\max} + |\dot{p}_{\Delta d}|_{\max} + |\Delta\hat{h}|_{\max} \quad (4.66)$$

Ou seja, se k é uma constante positiva maior do que a soma dos limites superiores estimados para os erros de modelagem e operação previstos, $\dot{V}_2(\tilde{p}_\Delta)$ é negativa definida. Como $V_2(\tilde{p}_\Delta)$ é positiva definida e ilimitada no domínio considerado, todas as condições de Lyapunov são satisfeitas, e $\tilde{p}_\Delta = 0$ é um equilíbrio globalmente assintoticamente estável. Em outras palavras, a condição $p_\Delta \rightarrow p_{\Delta d}$ é garantida. Essa convergência é assegurada inclusive para o caso em que a modelagem apresenta incertezas paramétricas.

É importante ressaltar que a nova lei proposta não depende da medição do sinal de aceleração do subsistema mecânico, pois a condição requerida para convergência depende apenas que o valor do ganho k seja superior à *estimativa* dos *limites máximos* de incerteza do sistema. Dessa forma, a necessidade de monitorar o valor instantâneo do sinal de aceleração é evitada.

A nova lei proposta, porém, ainda faz uso da função $\text{sgn}(\tilde{p}_\Delta)$, o que implica uma frequência alta de chaveamento do sinal de controle u . É necessário, portanto, adaptar a lei de controle mais uma vez, de modo que esse efeito seja evitado. Isso pode ser feito por meio da substituição do termo $\text{sgn}(\tilde{p}_\Delta)$ por $\text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right)$, na lei de controle da Eq. (4.57). A função

$\text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right)$ é chamada *função saturação*, e é definida como:

$$\text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) = \begin{cases} -1 & \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} < -1 \\ \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} & -1 \leq \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \leq 1 \\ 1 & \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} > 1 \end{cases} \quad (4.67)$$

Basicamente, a substituição da função sinal pela função saturação significa permitir que a lei de controle apresente um comportamento linear na região próxima à origem. Dessa forma, o sinal de controle não apresenta transições violentas quando a pressão aplicada ao sistema está próxima do valor desejado. Como resultado, o chaveamento do sinal elétrico u é “suavizado”, e sua frequência de oscilação tende a assumir um valor menor.

O termo divisor Φ é uma constante positiva, que define a região denominada *camada limite* (Slotine e Li, 1991). Trata-se de uma medida do grau de tolerância à variação de \tilde{p}_Δ , sem que esta última implique ação máxima do controle em cada um dos dois sentidos: à medida em que Φ cresce, é necessária uma variação mais significativa em \tilde{p}_Δ para que o sinal de controle sature. Por outro lado, se $\Phi \rightarrow 0$, $sat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) \rightarrow \text{sgn}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) = \text{sgn}(\tilde{p}_\Delta)$, e a lei de controle aproxima-se de sua configuração original.

A lei de controle empregada é, portanto:

$$\hat{u} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - ksat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) \quad (4.68)$$

A determinação do valor de k para assegurar a convergência de \tilde{p}_Δ para $\tilde{p}_{\Delta d}$ pode ser feita de forma análoga à do caso em que a função sinal é empregada. Dessa forma, a Eq. (4.62) pode ser reescrita como:

$$\dot{V}_2 = -\tilde{p}_\Delta \left[ksat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) + As + \dot{p}_{\Delta d} - \Delta\hat{h} \right] \quad (4.69)$$

Quando $\left|\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right| > 1$, $sat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) = \text{sgn}(\tilde{p}_\Delta)$. Adicionalmente, se $\Delta\hat{h} = 0$, a expressão (4.69) se reduz à Eq. (4.70). Logo, a condição expressa em (4.66) mantém-se válida. Para o caso em que $\left|\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right| < 1$, a condição de Lyapunov $\dot{V}_2 < 0$ implica:

$$k \frac{\tilde{p}_\Delta^2}{\Phi} + As\tilde{p}_\Delta + \dot{p}_{\Delta d}\tilde{p}_\Delta > 0 \quad (4.70)$$

O termo $k \frac{\tilde{p}_\Delta^2}{\Phi}$ é sempre positivo, enquanto os demais podem mudar de sinal. Logo, para que a inequação (4.70) seja satisfeita, é preciso que:

$$k \frac{\tilde{p}_\Delta^2}{\Phi} > |As + \dot{p}_{\Delta d}| |\tilde{p}_\Delta| \quad (4.71)$$

De onde se conclui que o valor de k deve ser tal que:

$$k > \frac{\Phi}{|\tilde{p}_\Delta|} (|As|_{\max} + |\dot{p}_{\Delta d}|_{\max}) \quad (4.72)$$

Uma vez que $\dot{V}_2(\tilde{p}_\Delta) < 0$ implica $|\tilde{p}_\Delta| \rightarrow 0$, a inequação (4.72) só pode ser satisfeita para todo \tilde{p}_Δ se k for um valor infinito. Logo, não se pode encontrar um valor de k para o qual $V_2(\tilde{p}_\Delta)$ sempre atenda às condições de Lyapunov. Não é possível, portanto, afirmar que $\tilde{p}_\Delta = 0$ consiste em um equilíbrio assintoticamente estável. Por outro lado, se k for pelo menos suficiente para satisfazer a inequação (4.66), uma argumentação igual à da seção 4.5.3 (veja as equações (4.51) e (4.52), com os respectivos comentários) permite concluir que \tilde{p}_Δ converge para a região definida por $\left| \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right| \leq 1$. Logo, pode-se garantir que *o erro na pressão diferencial do sistema converge para uma região limitada*. Uma vez atingida essa região, a amplitude de \tilde{p}_Δ é limitada pelos valores da camada limite Φ e do ganho k . A seção a seguir provê uma demonstração analítica de que essa convergência é de fato obtida. No Capítulo 5, em que se discutem os resultados das simulações, pode-se verificar que a amplitude do vetor de erros obtido é de fato limitada, e que o sinal de controle possui uma baixa frequência de chaveamento.

4.5.5 Análise de Estabilidade e Robustez – Lei Modificada

Considere novamente o modelo não linear de quarta ordem com o controlador em cascata, usando a lei de controle modificada para o seguimento no subsistema pneumático, dado por $\Omega = \{(4.16), (4.17), (4.23), (4.68)\}$, e tendo o vetor de erros de seguimento em malha fechada $\mathbf{p} = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \tilde{p}_\Delta]^T$. A convergência de \mathbf{p} para uma região limitada em torno da origem é demonstrada no teorema 4.2, utilizando a teoria de Lyapunov.

Teorema 4.2 – Quando os parâmetros do posicionador pneumático possuem incertezas e há sobre ele o efeito de forças externas e de atrito, o sistema em malha fechada Ω converge assintoticamente para uma região limitada em torno da origem.

Prova: A estabilidade global pode ser demonstrada considerando uma vez mais a função não negativa $2V = 2V_1 + 2V_2$ (veja a Eq.(4.41)). Neste caso, de acordo com as expressões (4.27) e (4.69), a derivada em relação ao tempo de (4.41) é

$$\dot{V} = -K_D s^2 + P\tilde{y}\dot{\tilde{y}} - Fs - \tilde{p}_\Delta \left(ksat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) - \dot{p}_{\Delta d} + \Delta\hat{h} \right) \quad (4.73)$$

Definindo a constante $P = 2\lambda K_D > 0$ e rearranjando os termos da Eq. (4.73), obtém-se:

$$\dot{V} = -K_D \lambda^2 \tilde{y}^2 - K_D \dot{\tilde{y}}^2 - ksat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) \tilde{p}_\Delta - Fs - \tilde{p}_\Delta (\Delta\hat{h} - \dot{p}_{\Delta d}) \quad (4.74)$$

Da Eq. (4.66), sabe-se que \tilde{p}_Δ converge para uma região limitada, caracterizada pela condição $\left| \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right| < 1$. Nessa região, em decorrência da definição da função saturação, $sat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) = \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}$. Definindo o vetor de perturbações $\mathbf{P} = [\lambda F \quad F \quad \tilde{p}_{\Delta d} - \Delta\hat{h}]^T$, empregando a definição $s = \tilde{y} + \lambda\tilde{y}$, e usando uma vez mais a manipulação por formas quadráticas, a equação (4.74) se reduz a:

$$\dot{V}(\boldsymbol{\rho}) = -\boldsymbol{\rho}^T \mathbf{M}_3 \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}^T \cdot \mathbf{P} \quad (4.75)$$

Onde \mathbf{M}_3 é uma matriz diagonal dada por:

$$\mathbf{M}_3 = \text{diag} \left[\lambda^2 K_D \quad K_D \quad \frac{k}{\Phi} \right] \quad (4.76)$$

De (4.76), observa-se que, mesmo sendo a matriz \mathbf{M}_3 definida positiva, não se pode afirmar que $\dot{V}(\boldsymbol{\rho})$ seja definida negativa para todo $\boldsymbol{\rho} \neq \mathbf{0}$, pois a parcela $\boldsymbol{\rho}^T \cdot \mathbf{P}$ não é definida em sinal.

Utilizando novamente o teorema de Rayleigh-Ritz, pode-se escrever:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{M}_3) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 + \|\boldsymbol{\rho}\| \|\mathbf{P}\| \quad (4.77)$$

Considerando que existe um limite superior $\bar{P} \geq \|\mathbf{P}\|$ para a norma do vetor \mathbf{P} , ou seja, que as componentes do vetor de perturbação são limitadas, tem-se:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{M}_3) \|\boldsymbol{\rho}\|^2 + \bar{P} \|\boldsymbol{\rho}\| \quad (4.78)$$

Segundo o Teorema de Lyapunov, uma vez que $V(\boldsymbol{\rho})$ é positiva definida, se $\dot{V}(\boldsymbol{\rho})$ ser negativa definida é uma condição suficiente para que o sistema seja assintoticamente estável. De (4.78), isso pode ser garantido se:

$$-\lambda_{\min}(\mathbf{M}_3)\|\boldsymbol{\rho}\|^2 + \bar{P}\|\boldsymbol{\rho}\| < 0 \quad (4.79)$$

De onde se verifica que uma condição suficiente para que $\dot{V}(\boldsymbol{\rho})$ seja negativa definida é

$$\|\boldsymbol{\rho}\| > \frac{\bar{P}}{\lambda_{\min}(\mathbf{M}_3)} \quad (4.80)$$

Mais uma vez, uma argumentação análoga àquela empregada na seção 4.5.3 (veja a discussão das equações (4.51) e (4.52)) leva à conclusão de que o vetor de erros $\boldsymbol{\rho} = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \tilde{p}_\Delta]^T$, do sistema em malha fechada dado por $\Omega = \{(4.16), (4.17), (4.23), (4.68)\}$, converge a uma região limitada do espaço de estados, definida por:

$$\|\boldsymbol{\rho}\| \leq \frac{\bar{P}}{\lambda_{\min}(\mathbf{M}_3)} \quad (4.81)$$

O que completa a prova do teorema 4.2.

Observação 1 – A dedução acima leva em consideração os limites superiores de todas as incertezas paramétricas do sistema, bem como da dinâmica não-modelada do atrito e da aplicação de forças externas. Conforme demonstrado nesta seção, uma estimativa desses limites superiores é suficiente para assegurar a convergência do vetor de erros a uma região limitada, sem a necessidade de um conhecimento detalhado das incertezas envolvidas. Logo, o algoritmo de controle proposto apresenta um grau significativo de robustez frente a alterações imprevistas em suas condições de operação.

Observação 2 – Para ser implementado, o controlador proposto (4.23), (4.45) necessita apenas do estado $\mathbf{x} = [y \quad \dot{y} \quad p_\Delta]^T$ do sistema, somado a uma estimativa dos limites superiores de incerteza dos demais parâmetros envolvidos. Não há necessidade de monitorar o sinal de aceleração do subsistema mecânico.

Observação 3 – A “suavização” do termo descontínuo da lei de controle por meio da camada limite Φ foi efetuada apenas na lei modificada. Esse procedimento não foi realizado na lei de controle original, pois a amplitude do termo $\dot{p}_{\Delta d}$ desta última é muito grande. Por essa razão, o sinal de controle u decorrente da inversão da lei de controle \hat{u} já se encontra em

condição saturada durante todo o período de operação, fazendo com que a “suavização” do termo descontínuo perca o sentido.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos nas simulações do sistema controlado em malha fechada, com as duas versões da lei de controle para o seguimento no subsistema pneumático.

5. SIMULAÇÕES

Este capítulo descreve os resultados obtidos na simulação do sistema em malha fechada, para as duas versões da lei de controle no subsistema pneumático. A seção 5.1 deste capítulo apresenta os dados numéricos utilizados nas simulações. A seção 5.2 mostra as trajetórias desejadas para o seguimento do sistema. Na seção 5.3, são verificadas as propriedades do sistema controlado quando se utiliza a lei de controle original. A seção 5.4 discute os resultados obtidos com o emprego da lei modificada. A seção 5.5 compara os sinais de controle resultantes da utilização de cada uma das leis. As conclusões obtidas são discutidas na seção 5.6.

5.1 Valores Numéricos Utilizados

Esta seção apresenta os valores numéricos utilizados nas simulações. A seção 5.1.1 descreve os parâmetros utilizados no servoposicionador pneumático. A seção 5.1.2 discute o modelo utilizado para o atrito. Os parâmetros do controlador são apresentados na seção 5.1.3.

5.1.1 Componentes do sistema pneumático

Os dados utilizados nas simulações do presente trabalho são baseados no atuador pneumático estudado por Perondi (2002), que é composto de um cilindro de dupla ação sem haste e de uma servoválvula direcional. Parte dos dados referentes à sua operação foram obtidos a partir dos manuais dos fabricantes dos componentes. As demais informações foram levantadas experimentalmente. Uma descrição minuciosa da obtenção desses parâmetros é dada por Perondi (2002). Os valores numéricos utilizados para as variáveis empregadas são apresentados nas tabelas 5.1 a 5.5.

Tabela 5.1 Características Técnicas da Válvula Reguladora de Pressão.

Modelo/fabricante	MPYE 3-1/2 FESTO
Pressão de entrada	$(10^5 \text{ a } 12 \cdot 10^5) \text{ [Pa]}$
Pressão de saída	$(2 \cdot 10^4 \text{ a } 10^6) \text{ [Pa]}$
Temperatura do fluido	$(0 \text{ a } +50) \text{ [}^\circ\text{C]}$
Temperatura ambiente	$(0 \text{ a } +50) \text{ [}^\circ\text{C]}$
Tensão de alimentação	24 [V] DC $\pm 15\%$
Tensão de controle	$(0 \text{ a } 10) \text{ [V]}$

Tabela 5.2 Características Técnicas da Servoválvula Direcional.

Modelo/fabricante	MPYE 5-1/8 FESTO
Tipo	5/3 vias
Pressão absoluta de trabalho	(0 a 10^6) [Pa]
Vazão nominal teórica	700 [l/min]
Vazão nominal medida (Vieira, 1998)	410 [l/min]
Temperatura do fluido de trabalho	(+5 a +40) [°C]
Temperatura ambiente	(0 a +50) [°C]
Tensão teórica de trabalho	(0 a 10) [V] DC, posição central em 5 [V]
Tempo de resposta na faixa (2 a 8) [V]	5 [ms]; 200 [Hz]
Potência absorvida	Máximo 20 [W]

Tabela 5.3 Características Técnicas do Atuador Pneumático Linear.

Modelo/fabricante	DGPL-25 FESTO
Diâmetro do êmbolo	0,025 [m]
Construção	Cilindro pneumático de dupla ação
Pressão de serviço	($2 \cdot 10^5$ a $8 \cdot 10^5$) [Pa]
Força de atuação	295 [N]
Temperatura Admissível	(-10°C a +60) [°C]
Componente de carga admissível verticalmente em relação ao eixo do cilindro	330 [N]
Curso do amortecimento fim de curso	0,018 [m]
Velocidade máxima do carro a $6 \cdot 10^5$ [Pa] e 20 [°C]	1 [m/s] para uma massa de 3 [Kg]

Tabela 5.4 Valores numéricos dos parâmetros do sistema.

Parâmetro	valor
A - área útil do êmbolo do cilindro atuador	$4,91 \cdot 10^{-4}$ [m ²]
r - relação de calores específicos do ar	1,4 [adimensional]
R - constante universal dos gases	286,9 [J Kg/K]
V_{10} - volume morto da linha de conexão 1	$1,96 \cdot 10^{-6}$ [m ³]
V_{20} - volume morto da linha de conexão 2	$4,9 \cdot 10^{-6}$ [m ³]
T - temperatura do ar de suprimento	293 [K]
M - massa deslocada do conjunto êmbolo + carro do cilindro	0,3 [Kg]
L - curso útil do cilindro atuador	1,016 [m]
p_{sup} - pressão de suprimento utilizada nos ensaios	$6 \cdot 10^5$ [Pa]
p_{atm} - pressão atmosférica	10^5 [Pa]
Q_N - vazão nominal volumétrica medida	0,007 [m ³ / s]

Tabela 5.5 Valores das vazões mássicas máximas.

câmara	Enchendo	esvaziando
1	$[q_{m_1}^{ench}]_{\max} = 0,0089 \text{ [Kg/s]}$	$[q_{m_1}^{exau}]_{\max} = 0,0115 \text{ [Kg/s]}$
2	$[q_{m_2}^{ench}]_{\max} = 0,0083 \text{ [Kg/s]}$	$[q_{m_2}^{exau}]_{\max} = 0,0109 \text{ [Kg/s]}$

Tabela 5.6 - Valores dos parâmetros estáticos e dinâmicos para o atrito.

sentido	σ_0 [N/m ²]	σ_1 [Ns/m]	σ_2 [Ns/m]	v_s [m/s]	F_c [N]	F_s [N]
$\dot{y} > 0$	$6,3 \cdot 10^6$	8460	90,4	0,02	35,3	42
$\dot{y} < 0$	$6,3 \cdot 10^6$	8460	89,3	0,02	30,4	35

A modelagem matemática do atrito, que emprega os parâmetros descritos na Tabela 5.6, é discutido no Apêndice C.

5.1.2 Ajuste dos Parâmetros do Controlador

O ajuste dos ganhos para o controlador foi baseado na abordagem apresentada por Perondi (2002). Neste trabalho, são estimadas as funções de transferência em malha fechada do servoposicionador pneumático, e os valores dos parâmetros são escolhidos com base na definição de amplitudes adequadas para o ganho estático do sistema.

Subsistema mecânico

Substituindo as definições de \dot{y}_r , \ddot{y}_r e s em função de y e y_d (Eq. (4.24)) e da lei de controle do subsistema mecânico (Eq. (4.23)) na equação de equilíbrio dinâmico do sistema (Eq. (4.21)), é possível obter:

$$M\ddot{y} + (\lambda M + K_D)\dot{y} + \lambda K_D y = M\ddot{y}_d + (\lambda M + K_D)\dot{y}_d + \lambda K_D y_d + A\tilde{p}_\Delta - F \quad (5.1)$$

A Eq. (5.1) representa o sistema em malha fechada resultante da aplicação da lei de controle do subsistema mecânico. Aplicando sobre ela a transformada de Laplace com condições iniciais nulas, tem-se:

$$Y(s) = H_1(s)Y_d(s) + H_2(s)(A\tilde{p}_\Delta(s) - F(s)) \quad (5.2)$$

onde “s” é a variável de Laplace e, para parâmetros do sistema conhecidos:

$$H_1(s) = \frac{Ms^2 + (\lambda M + K_D)s + \lambda K_D}{Ms^2 + (\lambda M + K_D)s + \lambda K_D} = 1 \quad (5.3)$$

$$H_2(s) = \frac{1}{Ms^2 + (\lambda M + K_D)s + \lambda K_D} \quad (5.4)$$

Observando-se as expressões (5.2), (5.3) e (5.4), verifica-se que na condição ideal (em que os parâmetros do sistema são conhecidos), o êmbolo do servoposicionador pneumático seguirá a trajetória desejada com qualquer conjunto de ganhos que obedeça às condições de estabilidade, o que é evidenciado pela função de transferência $H_1(s)$. O segundo termo da Eq. (5.2), porém, provoca um desvio proporcional ao erro de seguimento de pressão e às forças de atrito e demais forças externas aplicadas, por meio de $H_2(s)$. O ganho estático da função $H_2(s)$ é dado por $1/(\lambda K_D)$, de forma que, quanto maiores os valores de K_D e λ , menor é a influência das perturbações externas (forças de atrito e demais forças externas) e do erro de seguimento na diferença de pressão. Com base nessa análise, e tomando os valores utilizados por Perondi e Guenther (2003) como referência, os parâmetros utilizados para a lei de controle do subsistema pneumático são $K_D = 1500$ e $\lambda = 50$.

Subsistema pneumático

Para o subsistema pneumático, tendo em vista a natureza descontínua da lei de controle proposta, não é possível recorrer ao método da função de transferência. As propriedades de estabilidade obtidas na seção 4.5, contudo, impõem apenas limites *inferiores* ao valor do ganho k . Dessa forma, o ajuste deste parâmetro foi obtido diretamente por simulações sucessivas, em que o valor de k era incrementado a cada nova série de testes. Os resultados de Perondi (2002) foram utilizados como critério de desempenho para a escolha do valor definitivo para cada lei. Os valores resultantes são $k_o = 5 \cdot 10^6$ e $k_m = 5 \cdot 10^3$, sendo k_o e k_m os ganhos das leis de controle original e modificada, respectivamente.

5.2 Trajetórias desejadas

As simulações foram realizadas utilizando-se os seguintes curvas para as trajetórias de referência: trajetória senoidal e trajetória polinomial. Em ambos os casos, as condições iniciais do servoposicionador em velocidade e aceleração são nulas.

A trajetória senoidal empregada é dada por:

$$y_d = \bar{y} + y_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t) \quad (5.5)$$

onde \bar{y} denota o valor médio da trajetória desejada, $y_{máx}$ é a sua amplitude, e ω é a sua frequência natural de oscilação. Os valores numéricos são $\bar{y} = 0,5$ m, $y_{máx} = 0,45$ m e $\omega = 2$ rad/s. O tempo utilizado para as simulações com essa trajetória é de 5s. A Fig. 5.1 ilustra a trajetória senoidal desejada, com os parâmetros numéricos escolhidos.

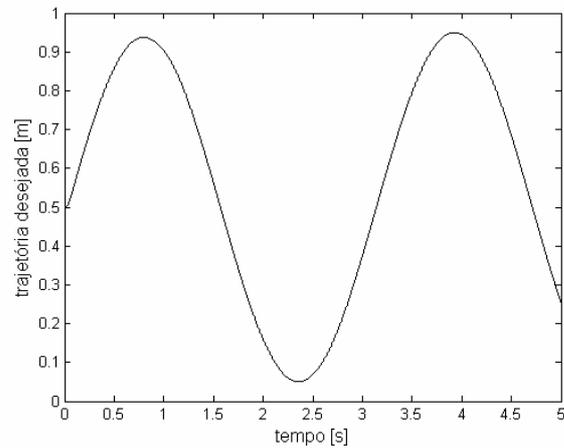


Figura 5.1 – Trajetória senoidal desejada

Um tipo comum de trajetória desejada é aquele em que o servoposicionador é solicitado a levar a carga de um ponto específico para outro, nele permanecendo por algum intervalo arbitrário de tempo. Usualmente, esse tipo de trajetória é modelado matematicamente através da função passo, ilustrada na Fig. 5.2.

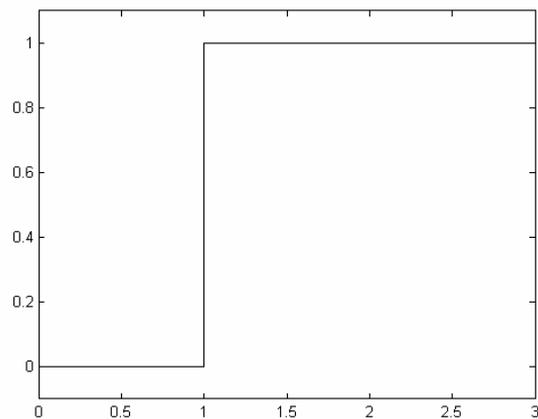


Figura 5.2 – Função passo

A função passo é uma solicitação descontínua, de modo que ela não pode ser utilizada como trajetória desejada para a lei de Slotine e Li (veja a seção 4.4). Assim, utiliza-se uma trajetória polinomial para aproximar o comportamento de uma função salto por meio de uma

função contínua. Nas simulações, o pistão do servoposicionador é inicialmente colocado a 0,05m da origem ($y_d(0) = 0,05$ m). A seguir, requer-se que o pistão se desloque para uma posição a 0,95 m da outra extremidade do seu curso útil, de modo a estar realocado quando $t = 2$ s, isto é, $y_d(2) = 0,95$ m. O pistão deve permanecer nessa posição durante 2 segundos, e depois retornar à sua condição inicial. Após outros 2 segundos, todo o ciclo é repetido. Dessa forma, o pistão se move sucessivamente entre as duas posições, com intervalos de 2 segundos entre um deslocamento e outro. A trajetória polinomial é apresentada em Perondi (2002), e é descrita por:

$$y_d(t) = \begin{cases} 0,05 + y_{dp}(t/2) & t < 2 \\ 0,95 & 2 \leq t < 4 \\ 0,95 - y_{dp}((t-4)/2) & 4 \leq t < 6 \\ 0,05 & 6 \leq t < 8 \end{cases} \quad [\text{m}] \quad (5.6)$$

onde $y_{dp}(t)$ é dada por:

$$y_{dp}(t) = -6t^7 + 21t^6 - 25,2t^5 + 10,5t^4 \quad (5.7)$$

O tempo utilizado para as simulações com esta trajetória é de 12s. A trajetória polinomial desejada está representada na Fig. (5.3).

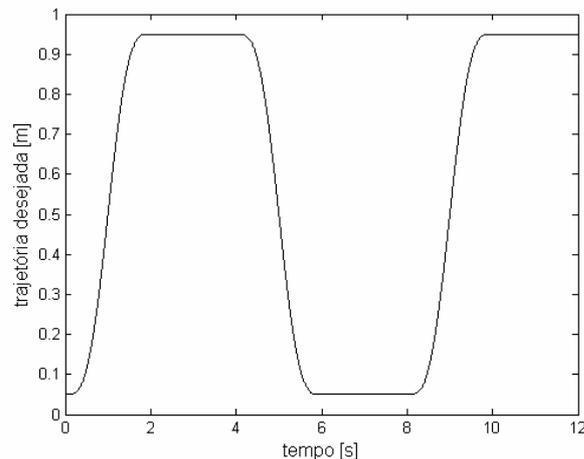


Figura 5.3 – Trajetória polinomial desejada

A frequência da trajetória senoidal e os coeficientes do polinômio de 7ª ordem foram escolhidos de forma a requerer do servoposicionador uma velocidade de 0,9 m/s, próxima ao limite máximo recomendado pelo fabricante do cilindro utilizado por Perondi (2002) (ver tabela 5.3). Adicionalmente, as pressões iniciais utilizadas nas duas câmaras do cilindro são de 4,2 atm.

Esse valor corresponde a 2/3 da faixa de pressões diferenciais que podem ser aplicadas sobre o êmbolo, conforme as discussões apresentadas por Virvalo (1995). As próximas seções detalham os resultados obtidos por simulação para o servoposicionador controlado em malha fechada por ambas as versões da lei de controle do subsistema pneumático quando submetido às duas trajetórias aqui apresentadas. Em todas as simulações, as variáveis de interesse são os erros de seguimento nos seguintes parâmetros do pistão: posição, velocidade e força sobre ele aplicada.

5.3 Resposta em Freqüência da Servoválvula

A modelagem do limite para a resposta em freqüência da servoválvula foi feita por meio de uma *filtragem* do sinal de controle aplicado. O filtro utilizado é um passa-baixas de 1ª ordem, cuja função de transferência é definida por (Chen, 1989):

$$H(s) = \frac{2\pi \cdot f_c}{s + 2\pi \cdot f_c} \quad (5.8)$$

Na Eq. (5.8), s é a variável de Laplace e f_c é a freqüência de corte. Nas simulações apresentadas neste trabalho, o valor dessa freqüência é de 200 Hz (Perondi, 2002).

5.4 Simulações – Lei de Controle Original

Esta seção apresenta os resultados obtidos nas simulações do servoposicionador, quando controlado segundo a lei original para o seguimento no subsistema pneumático. A seção 5.3.1 apresenta o comportamento do sistema controlado quando os efeitos não-lineares do atrito estão presentes ou não. Na seção 5.3.2, é verificada a robustez do sistema frente à variação (desconhecida pelo algoritmo de controle) da massa da carga acoplada ao pistão.

5.4.1 Comportamento Frente ao Atrito

Esta seção analisa os resultados do sistema controlado pela lei original, com respeito à presença dos efeitos não-lineares do atrito. A primeira bateria de simulações corresponde a uma aproximação simplificada, em que o atrito não é eliminado de todo, mas sua modelagem se restringe à sua parcela viscosa. Esse modelo de atrito é *linear* com respeito à velocidade do pistão, o que não representa uma limitação severa em termos de compensação por meio do algoritmo de controle.

A segunda série de simulações apresenta o desempenho do controlador, quando as condições de operação não-lineares impostas pelo atrito são levadas em consideração por meio

do modelo LuGre. É importante ressaltar que o efeito do atrito não é explicitamente modelado pelo algoritmo de controle. Assim, o atrito é interpretado pelo controlador como uma característica não-linear da planta, que deve ser compensada por meio da ação de controle.

Os resultados obtidos podem ser verificados nas Figuras 5.4, a 5.10, quando a trajetória desejada é senoidal. A Fig. 5.4 ilustra o seguimento de trajetória em termos de posição. A Fig. 5.5, em velocidade. As Figs 5.6 e 5.7 apresentam o comportamento do sistema em termos de força, quando o atrito é representado pela aproximação linear e pelo modelo LuGre, respectivamente. As Figuras 5.8, 5.9 e 5.10 comparam os erros de seguimento obtidos em cada uma das três variáveis, para os dois modelos do atrito.

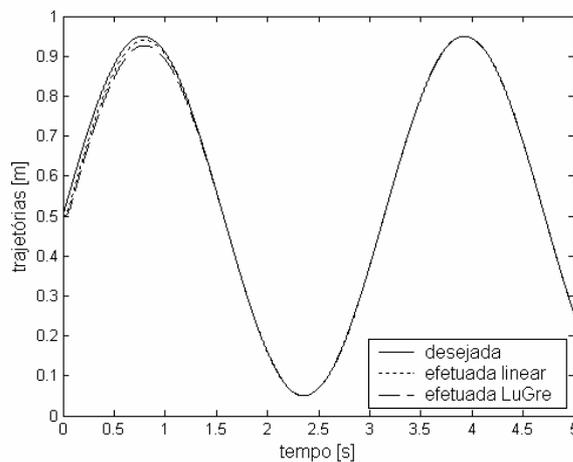


Figura 5.4 – Seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)

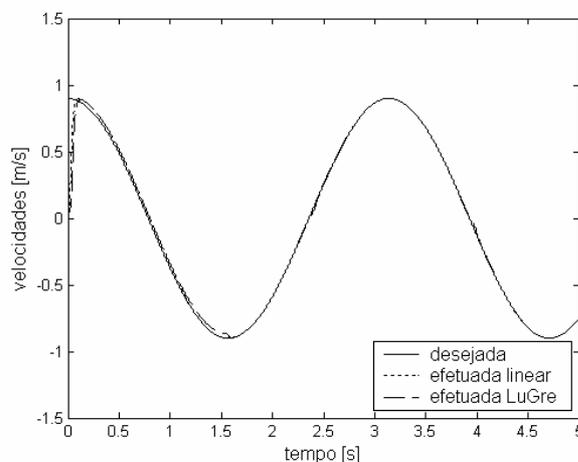


Figura 5.5 – Seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)

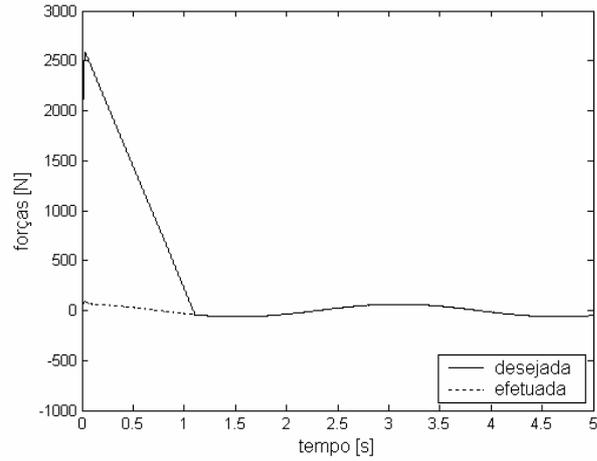


Figura 5.6 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: aproximação linear (lei original, trajetória desejada senoidal)

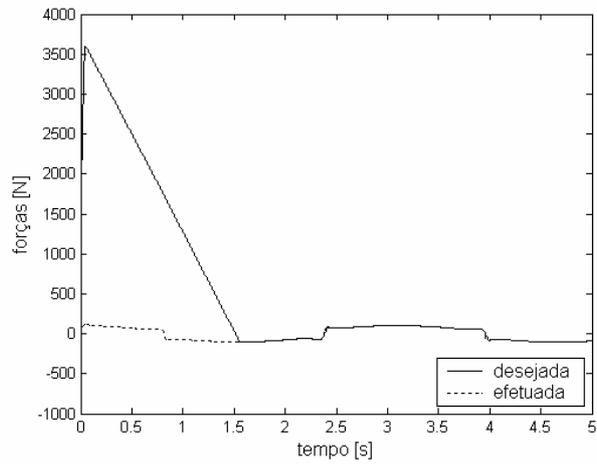


Figura 5.7 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: modelo LuGre (lei original, trajetória desejada senoidal)

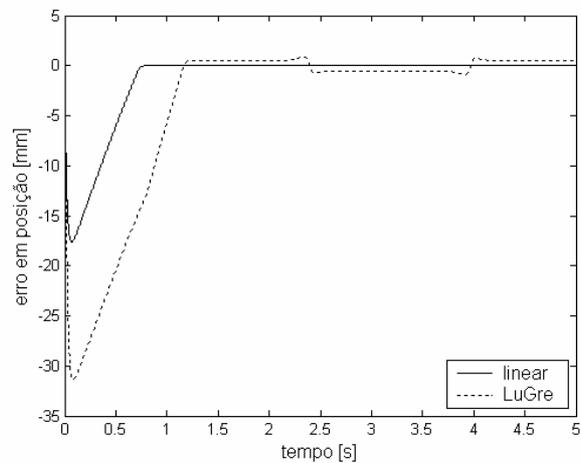


Figura 5.8 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)

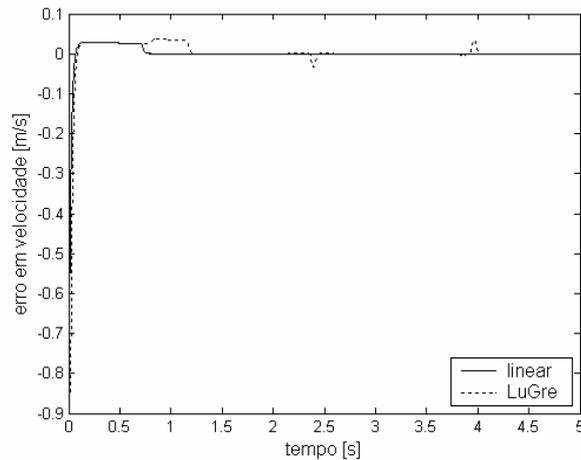


Figura 5.9 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)

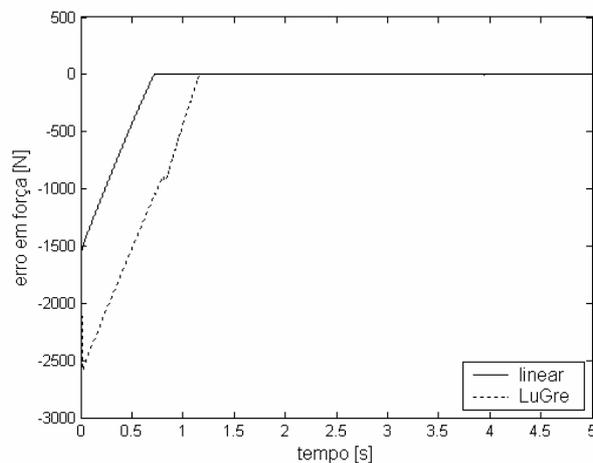


Figura 5.10 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada senoidal)

No comportamento das três componentes do vetor de erros do sistema, quando a trajetória desejada é senoidal, é possível verificar que o comportamento não-linear do atrito compromete a eficácia do controlador. Essa deterioração em seu desempenho se reflete no aumento do tempo necessário para a redução dos erros de seguimento, e na presença de uma oscilação dos valores de erro em torno de zero. As amplitudes desses erros de seguimento, porém, permanecem limitadas. Esses resultados são compatíveis com as observações feitas na seção 4.5.3: o sistema controlado, quando submetido à presença de forças externas e/ou de atrito, apresenta um vetor de erros que converge a uma região limitada quando $t \rightarrow \infty$.

As Figuras 5.11 a 5.18 apresentam os resultados obtidos para a trajetória desejada polinomial. A ordem de apresentação das figuras é análoga ao caso senoidal.

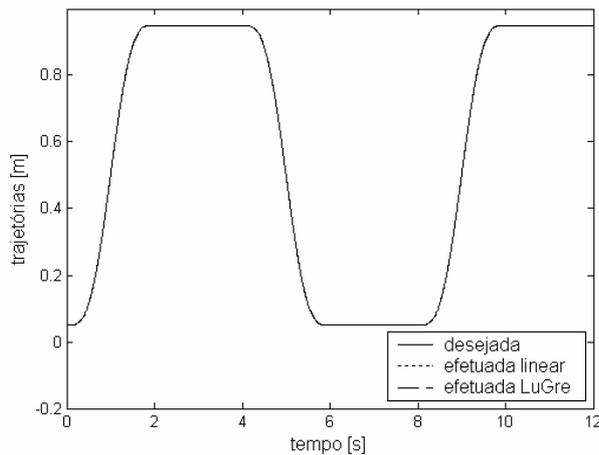


Figura 5.11 – Seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)

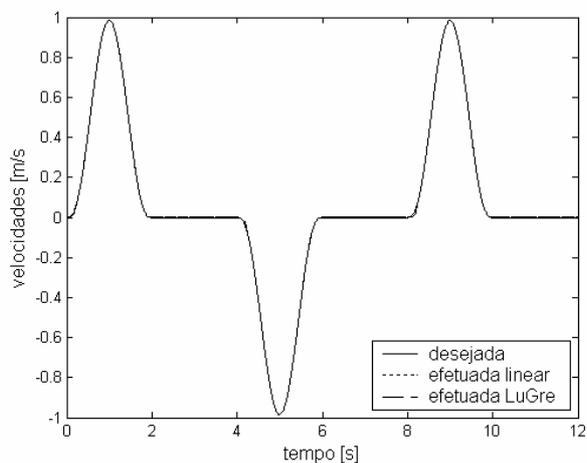


Figura 5.12 – Seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)

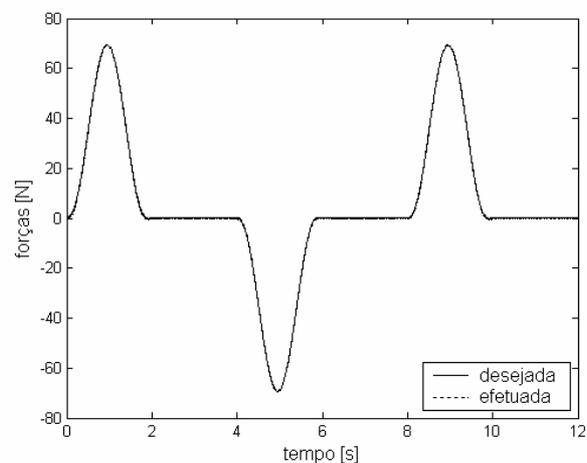


Figura 5.13 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: aproximação linear (lei original, trajetória desejada polinomial)

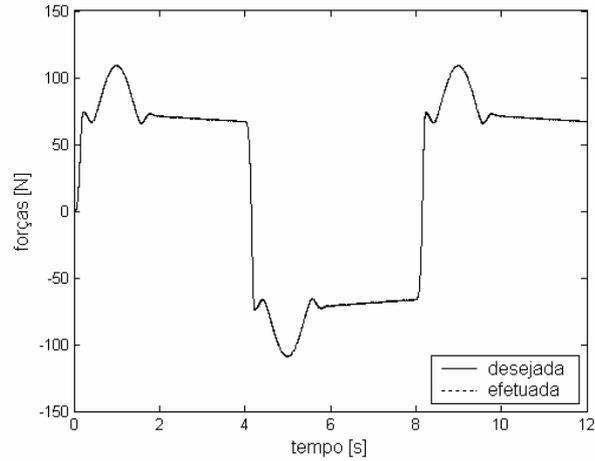


Figura 5.14 – Seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: modelo LuGre (lei original, trajetória desejada polinomial)

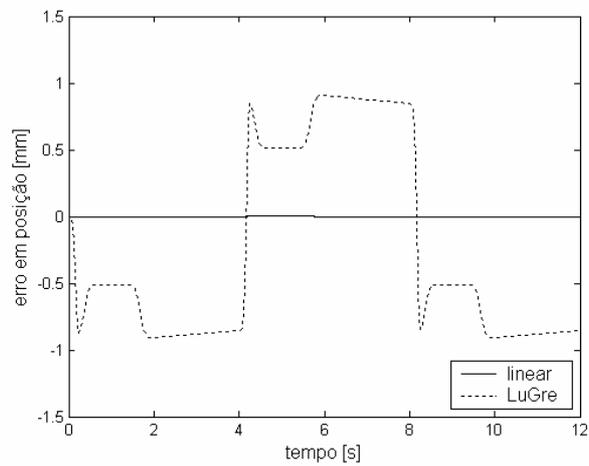


Figura 5.15 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)

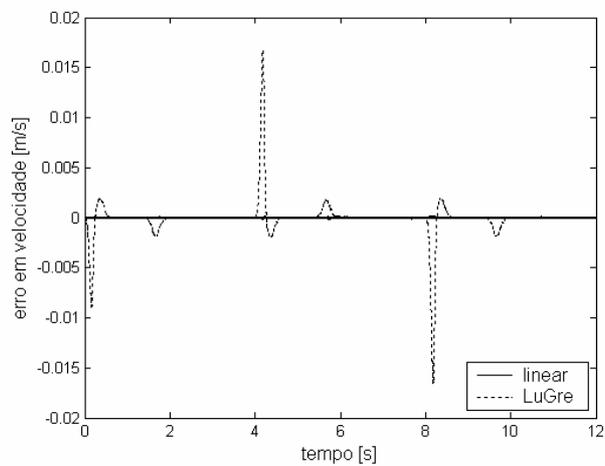


Figura 5.16 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei original, trajetória desejada polinomial)

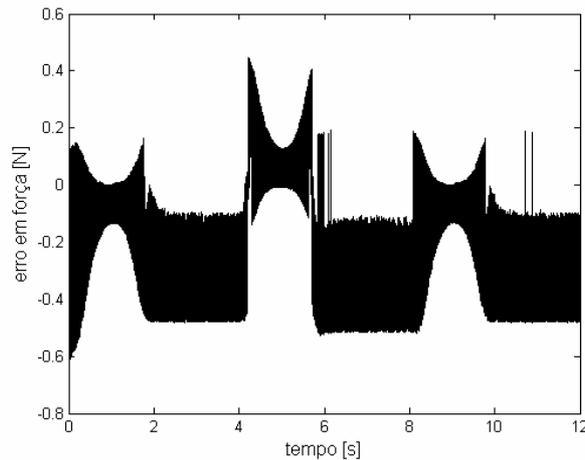


Figura 5.17 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: aproximação linear (lei original, trajetória desejada polinomial)

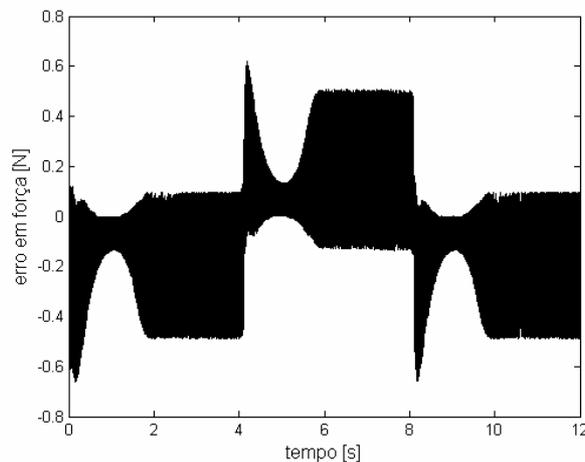


Figura 5.18 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito: modelo LuGre (lei original, trajetória desejada polinomial)

O comportamento das componentes do vetor de erros para a trajetória polinomial é similar àquele obtido para o caso em que a trajetória solicitada é senoidal. Verifica-se, inclusive, que não é possível discernir entre as diferentes trajetórias sem recorrer aos gráficos de erro de seguimento. Logo, é possível concluir que são mantidas as propriedades previstas na seção 4.5.3. É importante ressaltar, ainda, a presença de uma oscilação de alta frequência no erro de seguimento em força, com ambos os modelos do atrito. Essa é uma característica indesejável da aplicação da lei de controle originalmente proposta, e tornará a ser discutida na seção 5.5.

As amplitudes de oscilação das componentes do vetor de erros de seguimento do sistema controlado serão discutidas na próxima seção. Ela descreve o estudo da robustez do sistema frente à variação da massa da carga acoplada ao pistão, quando a lei de controle original do subsistema pneumático é adotada e o modelo LuGre para a força de atrito é empregado.

5.4.2 Robustez Frente à Variação de Massa

Esta seção descreve os resultados obtidos nas simulações do servoposicionador controlado pela lei original do subsistema pneumático, quando a massa da carga acoplada ao pistão é variada. Conforme se pode verificar na seção 4.4, Eq. (4.23), o algoritmo de controle depende do valor da massa manipulada pelo servoposicionador para calcular a lei de controle do subsistema mecânico. Em todas as simulações feitas a seguir, o controlador assume que a massa do sistema pistão+carga tem valor nominal de 0,3 kg, e que este é mantido constante. O valor da massa efetivamente empregada, porém, é alterado para 1,8 kg e 3,3 kg, *sem que isso resulte em alteração nos parâmetros do algoritmo de controle*. Assim, essas alterações no valor da massa manipulada podem ser interpretadas como uma *incerteza paramétrica*. Adicionalmente, o modelo LuGre para o atrito é mantido, agindo sobre o sistema em todas as simulações. Dessa forma, o controlador interpreta o servoposicionador como um sistema de comportamento não-linear, submetido a incertezas paramétricas e forças externas, aproximando-se assim das condições de controle de um sistema real.

As Figuras 5.19 e 5.20 apresentam o comportamento do erro de seguimento em posição do sistema controlado, quando a trajetória desejada é senoidal. A Fig. 5.19 apresenta a simulação do sistema no intervalo de 0 a 5 s. A Fig. 5.20 utiliza um intervalo de 2 s a 8 s, e é dedicada a melhor representar a amplitude do erro de seguimento na região em que a diferença de pressão percorre a superfície de deslizamento para ela definida (veja a seção 4.5). Essa condição “estabilizada” de operação do sistema será doravante denominada *regime de operação normal*.

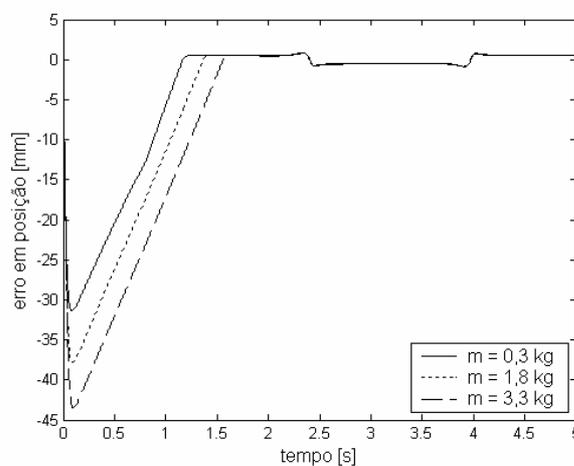


Figura 5.19 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada senoidal)

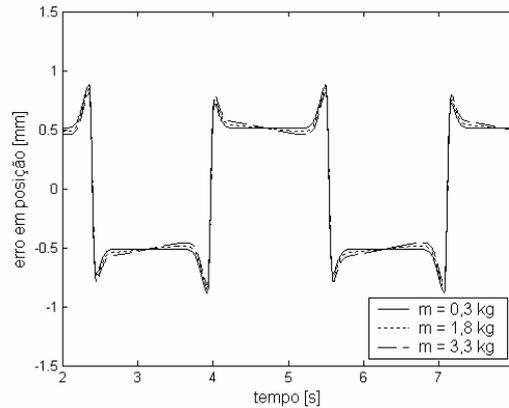


Figura 5.20 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa: operação normal (lei original, trajetória desejada senoidal)

Através da Fig. 5.19, é possível perceber que o aumento na massa da carga acoplada ao pistão acarreta um atraso crescente na convergência dos erros de seguimento em posição. Este período corresponde ao intervalo necessário para que a pressão diferencial aplicada sobre o êmbolo convirja para a superfície de deslizamento para ela definida. Esse intervalo será de agora em diante definido como *período de acomodação*. A amplitude do erro em regime de operação normal (Fig. 5.20), porém, é pouco afetada pela alteração no valor da massa manipulada. Deve-se observar, ainda, que a amplitude do erro obtido é inferior a 1 mm, para uma trajetória com curso de 0,9 m. Após a convergência, portanto, o erro percentual de seguimento em posição do sistema controlado é de cerca de 0,1 %.

As Figuras 5.21 e 5.22 apresentam os erros de seguimento obtidos em simulação para a velocidade, enquanto as Figuras 5.23 e 5.24 ilustram os erros de seguimento em termos de força. Nos dois casos, a primeira figura representa o intervalo de 0 a 5 s, enquanto a segunda é definida entre 2 s e 8 s, para facilitar a verificação dos erros em regime de operação normal.

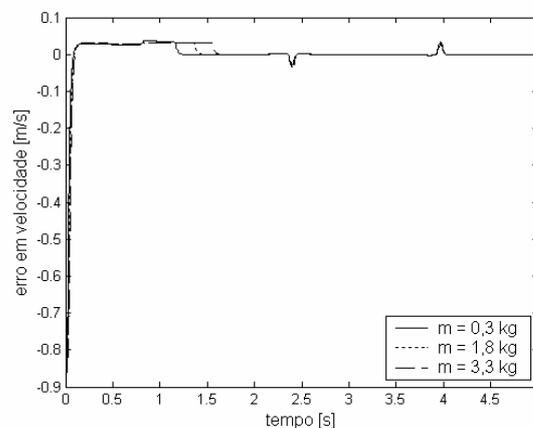


Figura 5.21 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada senoidal)

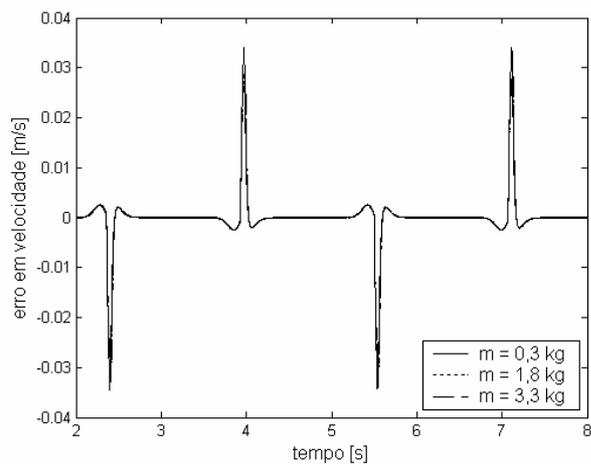


Figura 5.22 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa: operação normal (lei original, trajetória desejada senoidal)

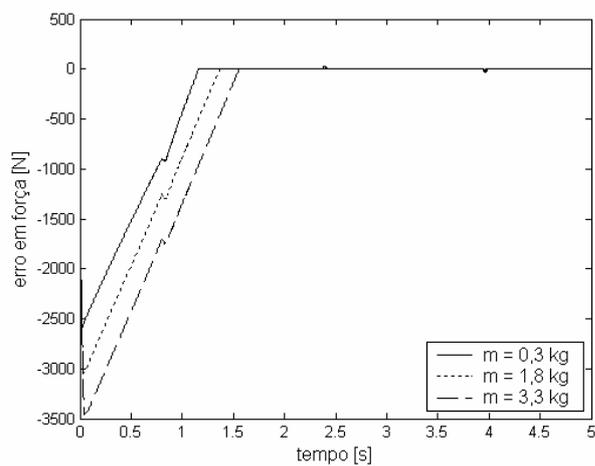


Figura 5.23 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada senoidal)

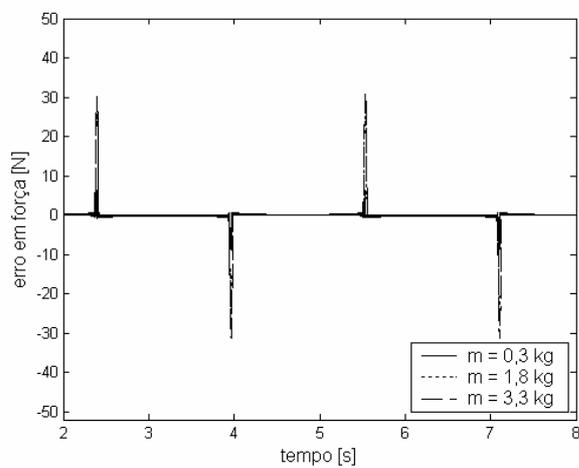


Figura 5.24 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: operação normal (lei original, trajetória desejada senoidal)

Assim como no erro de seguimento em posição, pode-se verificar que os tempos de acomodação dos erros de seguimento em termos de velocidade e de força têm forte dependência da variação da massa. A amplitude desses erros em regime de funcionamento normal, contudo, não apresenta variação significativa com respeito a essas alterações.

As Figuras 5.25, 5.26, 5.27 e 5.28 ilustram o comportamento do vetor de erros do sistema com respeito à variação de massa, quando a trajetória desejada é polinomial. A seqüência de apresentação – erros em posição, velocidade e força, nesta ordem – é a mesma utilizada nas análises de erro anteriores, e é mantida ao longo de todo este capítulo. A fig. 5.28 apresenta uma ampliação da Fig. 5.27, para permitir a observação do comportamento dos erros devidos aos três valores de massa diferentes.

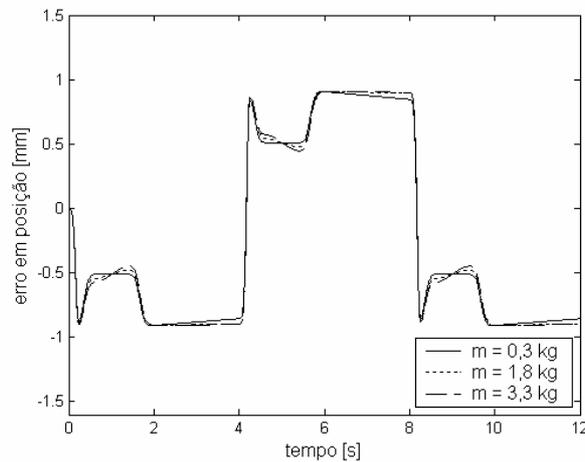


Figura 5.25 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada polinomial)

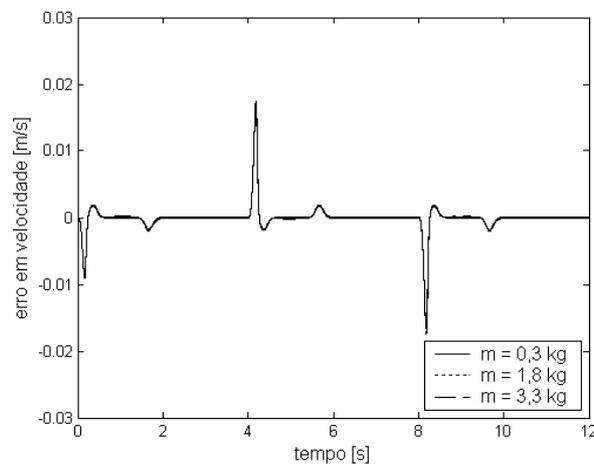


Figura 5.26 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada polinomial)

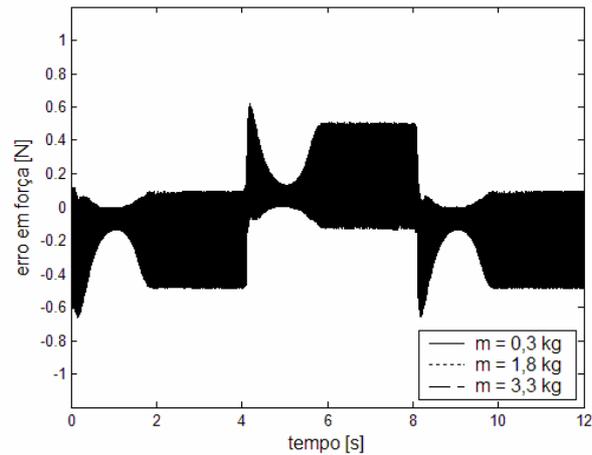


Figura 5.27 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa (lei original, trajetória desejada polinomial)

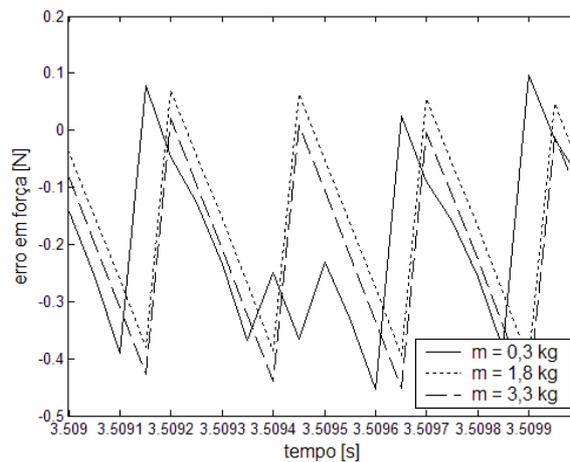


Figura 5.28 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: ampliação (lei original, trajetória desejada polinomial)

Observando os resultados das simulações com a trajetória desejada polinomial, pode-se perceber que estes, em linhas gerais, são qualitativamente similares àqueles obtidos para o caso da trajetória senoidal. Os erros em termos de posição dos dois casos, em particular, apresentam grande semelhança no que diz respeito às amplitudes dos erros em regime de operação normal. Os erros em termos de velocidade também são similares nos dois casos, embora as diferenças de amplitude sejam maiores que as dos erros em posição. Uma diferença significativa é percebida, porém, nos tempos de convergência dos erros em cada caso. Os intervalos de tempo necessários à convergência para a trajetória polinomial são consideravelmente menores. De fato, é difícil distinguir um intervalo de acomodação (no sentido definido anteriormente nesta seção) para os erros referentes a essa trajetória.

Deve-se observar que a variação dos erros obtidos com respeito à alteração nos valores de massa é muito pequena. Nos erros em velocidade e força, inclusive, não é possível discernir as curvas de erro correspondentes às diferentes massas umas das outras, pois estas últimas são virtualmente superpostas.

Adicionalmente, pode-se verificar que os erros em termos de força são bastante diferentes em cada caso, não só em comportamento como também em amplitude. No caso da trajetória senoidal, o erro em força apresenta picos bem localizados e de amplitude em torno de 30 N, que correspondem às posições dos valores máximos e mínimos da trajetória desejada. Isto significa que o valor de força aplicado ao sistema está sempre próximo do valor desejado, exceto nos momentos em que o pistão pára e inverte o sentido de seu deslocamento. Nessas condições, devido à transição no comportamento do atrito de dinâmico para estático, a força necessária para que o pistão continue a seguir a trajetória desejada resulta muito maior. Quando a trajetória requerida é polinomial, percebe-se que a amplitude do erro de força em regime permanente é de apenas 0,6 N, portanto muito menor que aquela da trajetória senoidal. Por outro lado, o padrão de variação do erro em força para a trajetória polinomial tem caráter fortemente oscilatório, o que evidencia mais uma vez o chaveamento em alta frequência que caracteriza a lei de controle original: pela forma como é definida, essa lei não é capaz de aplicar um sinal de controle nulo ao sistema, enquanto o pistão deve permanecer em uma posição fixa. Por essa razão, a lei de controle alterna continuamente seu valor, chaveando em alta frequência o sinal de controle aplicado à servoválvula.

A próxima seção descreve os resultados obtidos em simulação para o sistema controlado por meio da lei modificada para o seguimento no subsistema pneumático.

5.5 Simulações – Lei de Controle Modificada

Esta seção descreve os resultados obtidos nas simulações realizadas com a lei de controle modificada para o seguimento no subsistema pneumático. As seqüências de simulações realizadas são as mesmas da lei original, visando à comparação entre os desempenhos apresentados pelas duas abordagens propostas.

5.5.1 Comportamento Frente ao Atrito

Esta seção apresenta os resultados do sistema controlado pela lei modificada, com respeito à modelagem do atrito. Assim como na análise da robustez da lei original, a primeira

bateria de simulações corresponde ao emprego exclusivo da parcela viscosa do atrito, de modo que sua modelagem é linear. A segunda série de simulações ilustra o desempenho do controlador, quando os efeitos do atrito são novamente considerados por meio do modelo LuGre.

Conforme se pode verificar na seção anterior, as figuras que ilustram os seguimentos de trajetória tornam difícil visualizar cada curva individualmente, dadas as pequenas amplitudes dos erros obtidos em regime normal de operação. Uma vez que essa condição se repete para as simulações discutidas nesta seção, portanto, figuras dessa natureza serão omitidas. Os erros de seguimento obtidos, porém, são apresentados nas Figuras 5.29 a 5.34, quando a trajetória desejada é senoidal. A seqüência de variáveis de estado apresentadas segue a mesma ordem utilizada na seção anterior. Novamente, para cada variável, a primeira figura corresponde à simulação completa, enquanto a segunda é uma ampliação. Neste caso, no entanto, isto se destina a ilustrar o período de *acomodação* do sistema, em lugar de sua operação normal.

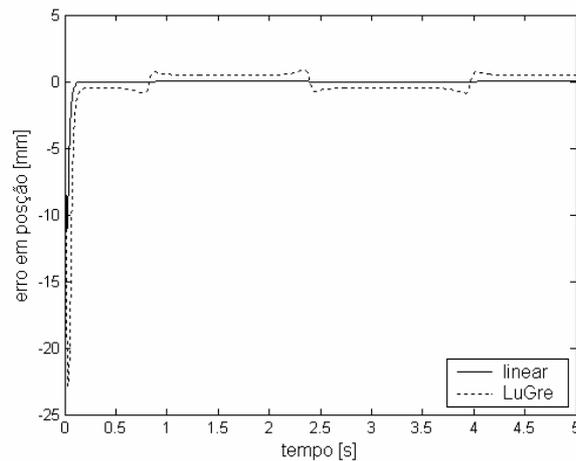


Figura 5.29 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

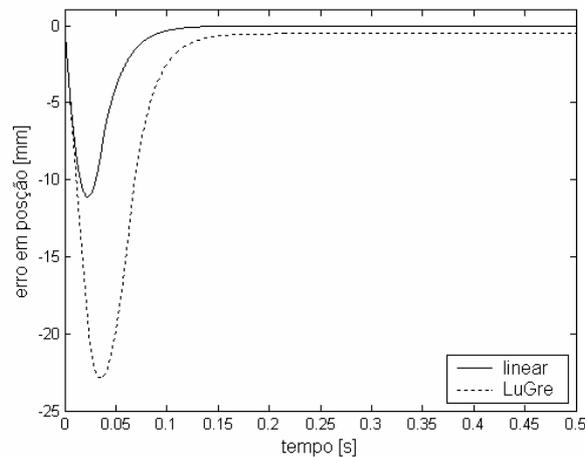


Figura 5.30 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

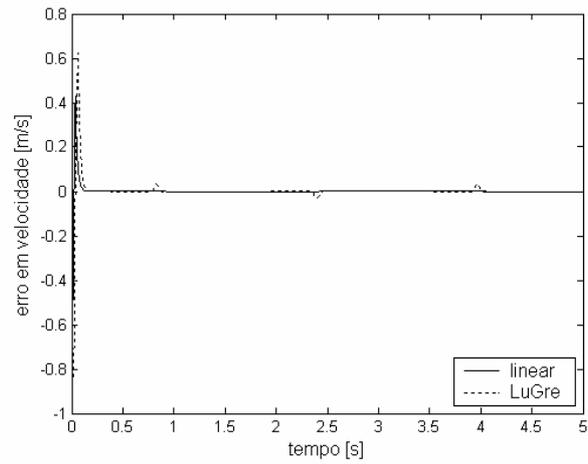


Figura 5.31 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

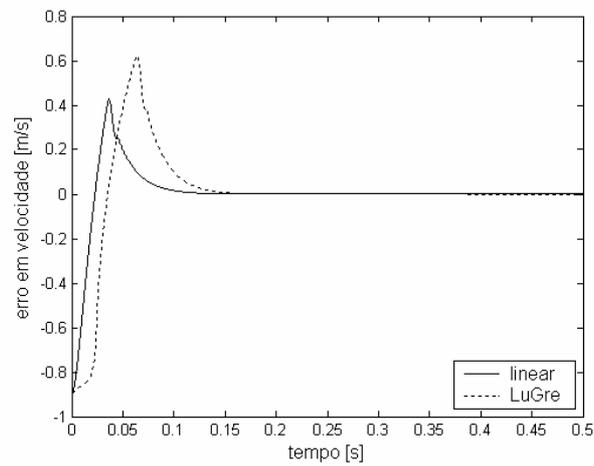


Figura 5.32 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

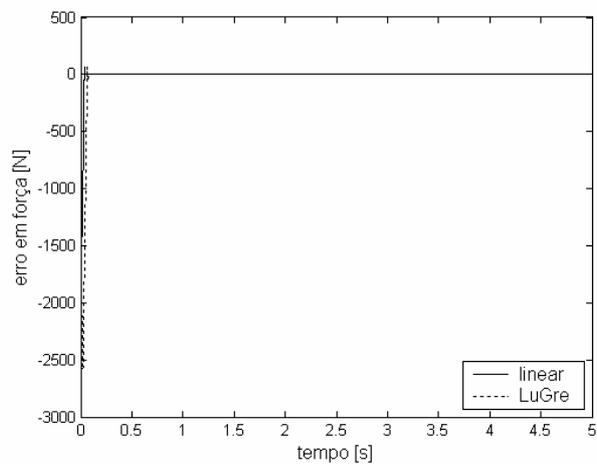


Figura 5.33 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

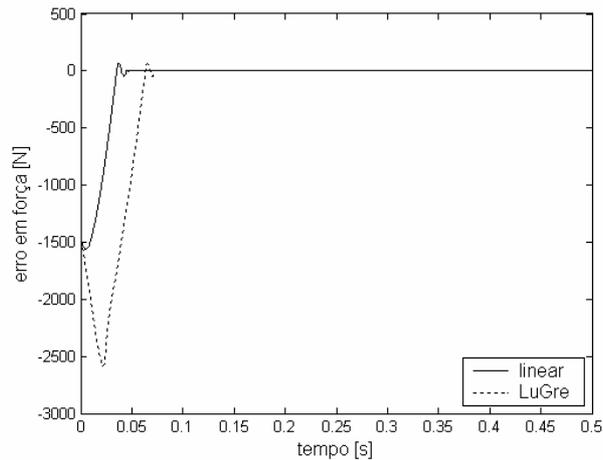


Figura 5.34 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

Quando a trajetória desejada é senoidal, os resultados obtidos com o emprego da lei de controle modificada - expressos pelas Figuras 5.29 a 5.34 - são qualitativamente equivalentes àqueles proporcionados pela lei original, expressos pelas Figuras 5.8 a 5.10. Quantitativamente, porém, é possível notar que a lei modificada provê uma convergência muito mais rápida para o vetor de erros do sistema (veja a seção 5.3.1, Figs 5.8, 5.9 e 5.10). Enquanto os tempos de convergência obtidos com a lei original são de cerca de 1,2 s, a lei modificada requer tempos de convergência máximos de 0,2 s.

As Figuras 5.35, 5.36 e 5.37 ilustram o erro em posição com respeito ao atrito, obtido com a lei de controle modificada, quando a trajetória desejada é polinomial.

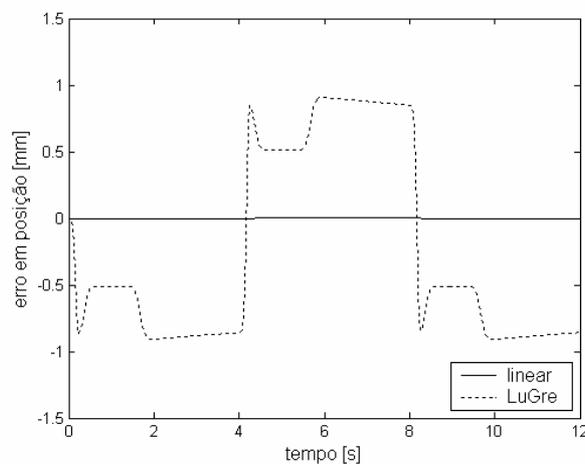


Figura 5.35 – Erros de seguimento em posição com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada polinomial)

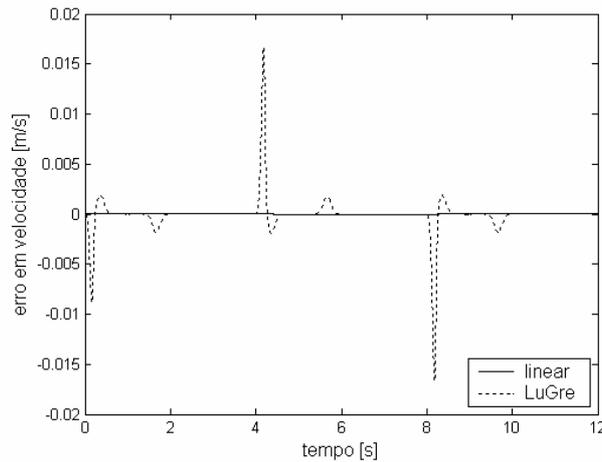


Figura 5.36 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada polinomial)

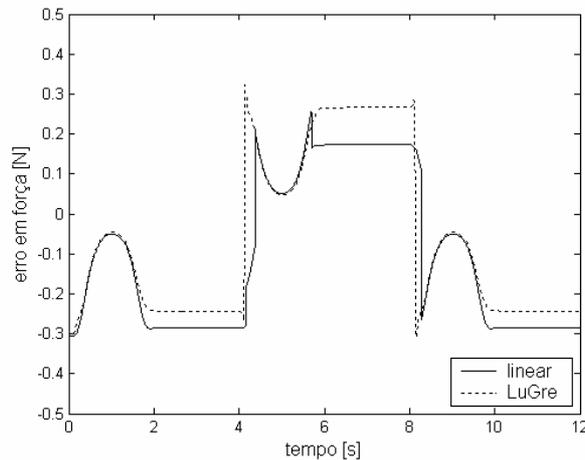


Figura 5.37 – Erros de seguimento em força com respeito à modelagem do atrito (lei modificada, trajetória desejada polinomial)

Uma vez mais, é possível verificar que o desempenho da lei de controle modificada em termos de velocidade de convergência é muito superior ao da lei original. Além disso, o erro em força da lei modificada apresenta uma oscilação muito inferior àquela obtida pela lei original (veja as Figuras 5.17 e 5.18).

A próxima seção discute os resultados obtidos para o sistema controlado pela lei modificada, quando o comportamento não-linear do atrito é mantido e o valor da massa acoplada ao pistão é variada.

5.5.2 Robustez Frente à Variação de Massa

Esta seção apresenta os resultados obtidos nas simulações do servoposicionador controlado pela lei modificada do subsistema pneumático, quando a massa da carga acoplada ao pistão é variada. Novamente, o controlador assume que a massa do sistema pistão+carga tem valor nominal de 0,3 kg, e que este é mantido constante. Como a massa da carga acoplada é variada sem que isso seja levado em conta no controlador, este último trata essa variação como uma incerteza paramétrica. Ainda, o modelo LuGre para o atrito é mantido. Dessa forma, o controlador interpreta mais uma vez o servoposicionador como um sistema de comportamento não-linear, submetido a incertezas paramétricas e forças externas.

As Figuras 5.38 a 5.46 apresentam o comportamento do erro de seguimento do sistema controlado pela lei modificada, quando a trajetória desejada é senoidal. A seqüência de apresentação das figuras é análoga à das seções anteriores, isto é, a primeira figura apresenta a simulação completa, enquanto as duas seguintes são vistas em detalhe, dedicadas a melhor representar o comportamento do sistema no período de acomodação e em regime de operação normal. Dessa forma, são apresentados três gráficos correspondentes a cada variável de erro de seguimento: posição, velocidade e força.

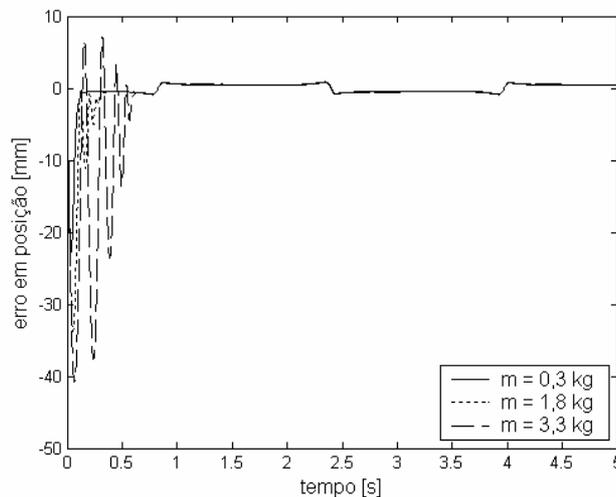


Figura 5.38 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

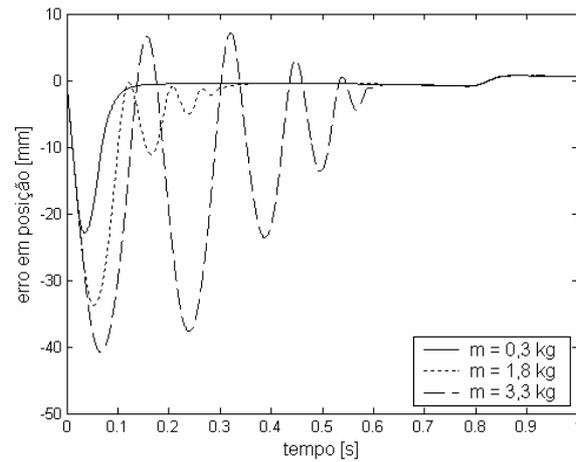


Figura 5.39 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

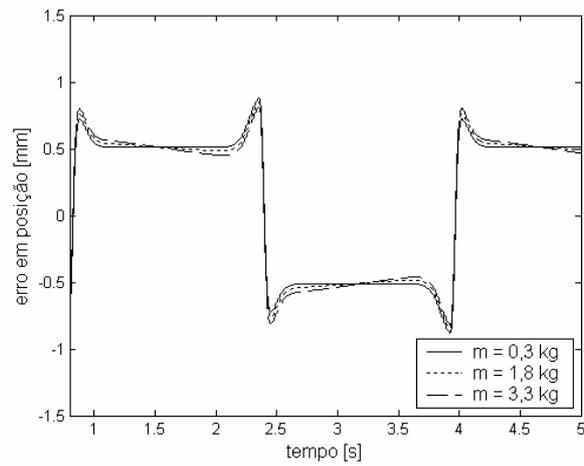


Figura 5.40 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa: operação normal (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

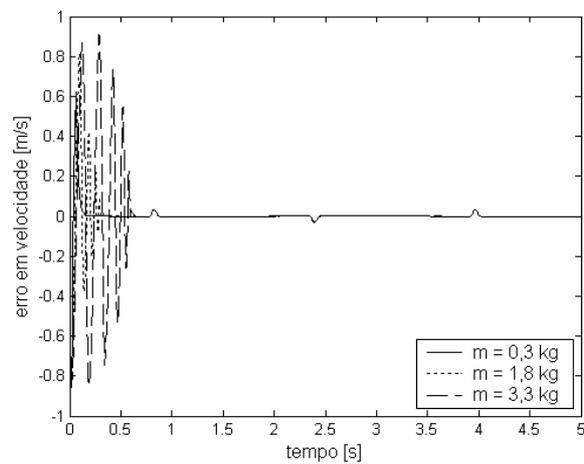


Figura 5.41 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

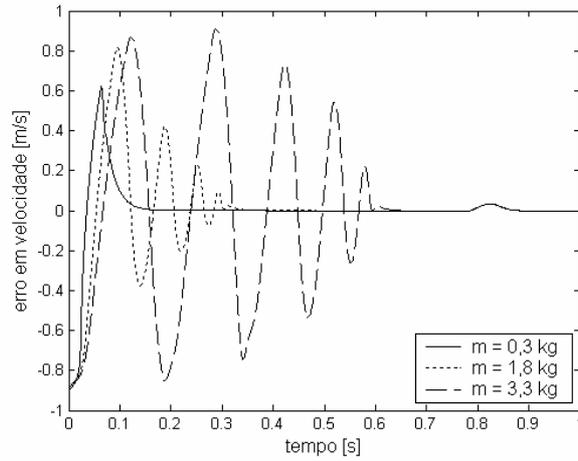


Figura 5.42 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

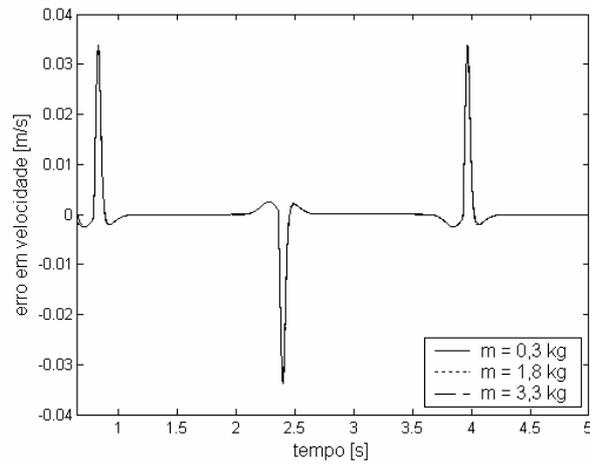


Figura 5.43 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa: operação normal (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

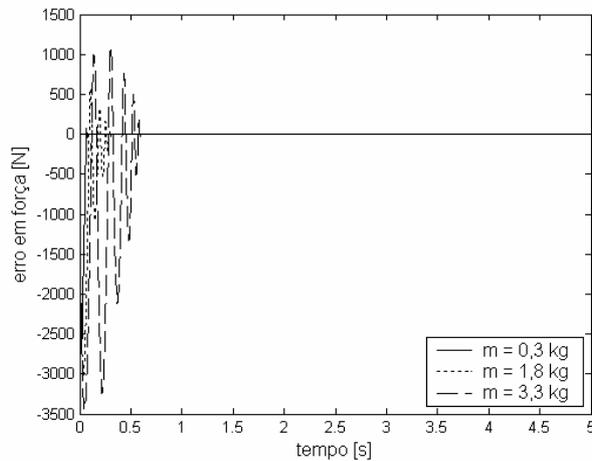


Figura 5.44 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

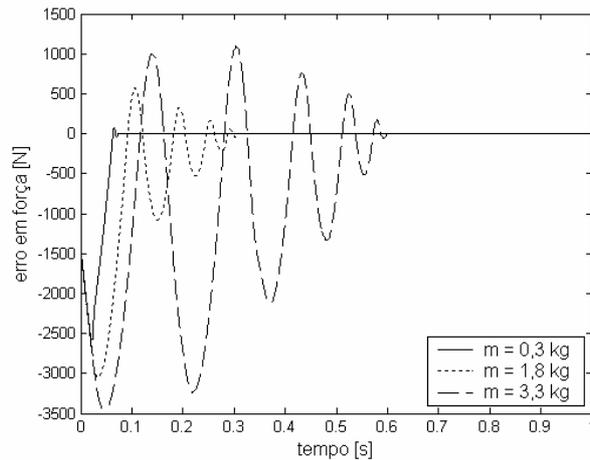


Figura 5.45 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: período de acomodação (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

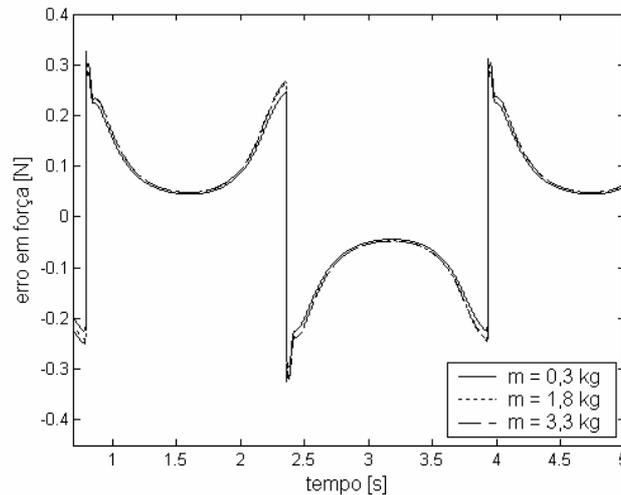


Figura 5.46 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: operação normal (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

A primeira característica que se pode notar para o sistema controlado pela lei modificada, com excitação senoidal, é a resposta oscilatória durante o período de acomodação. Quanto maior o valor da massa desconhecida pelo algoritmo de controle, maior o grau de oscilação. O tempo de convergência também cresce em proporção ao aumento da massa. Logo, assim como na seção 5.3.2, é possível concluir que a alteração da massa da carga acoplada ao servoposicionador é um elemento de grande importância no período de acomodação do sistema controlado.

As respostas em regime de operação normal, porém, não apresentam modificação significativa com respeito à alteração na massa aplicada. Além disso, os erros de seguimento em

termos de posição e velocidade obtidos aqui e na seção 5.3.2 são muito semelhantes. (veja as Figuras 5.20 e 5.22)

Quanto à comparação de desempenho entre as duas leis de controle, deve-se ressaltar que o tempo de convergência proporcionado pela lei modificada ainda é significativamente menor que o obtido por meio da lei original: enquanto esta apresenta um tempo de cerca de 1,2 s, a convergência daquela se dá em cerca de 0,6 s. Esse ganho em velocidade de resposta, porém, apresenta uma relação de compromisso com a amplitude de sua oscilação, que cresce com a imprecisão paramétrica no valor da massa manipulada.

Os erros em regime permanente de posição e velocidade, como já foi mencionado, não apresentam diferença expressiva quanto à alteração da lei de controle aplicada ao subsistema pneumático. No caso do erro de seguimento em força, porém, os resultados obtidos por meio de cada lei são diferentes. Enquanto a lei original se caracteriza por erros apresentar picos bem definidos e de amplitude considerável (veja a Fig. 5.24, na seção 5.3.2), a lei modificada apresenta um padrão de erro cuja distribuição é relativamente uniforme, com amplitude muito pequena quando comparada àquela obtida com a lei original.

As Figuras 5.47, 5.48 e 5.49 ilustram os erros de seguimento (em termos de posição, velocidade e força) do sistema controlado pela lei modificada, quando a trajetória desejada é polinomial.

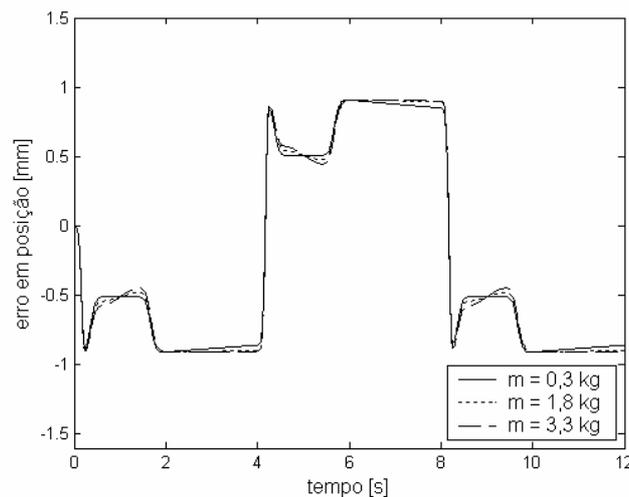


Figura 5.47 – Erros de seguimento em posição com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada polinomial)

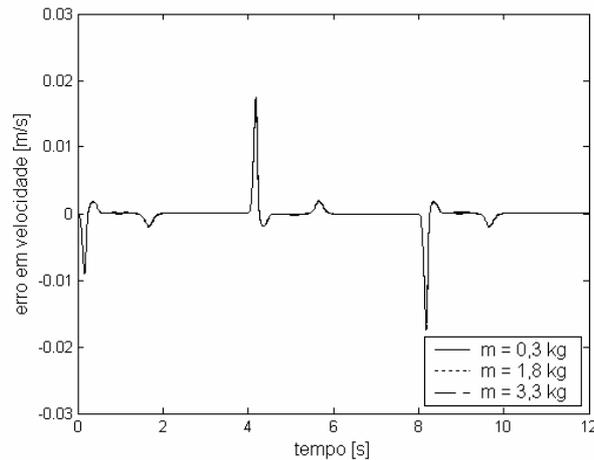


Figura 5.48 – Erros de seguimento em velocidade com respeito à variação da massa (lei modificada, trajetória desejada polinomial)

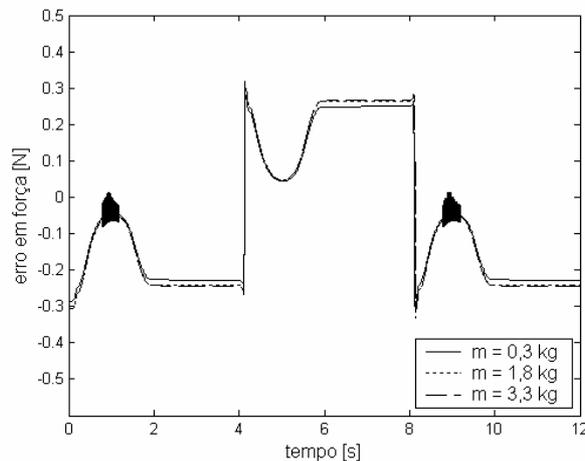


Figura 5.49 – Erros de seguimento em força com respeito à variação da massa: resposta transiente (lei modificada, trajetória desejada polinomial)

As simulações apresentadas nas Figuras 5.47 a 5.49 indicam que a lei de controle modificada, quando a trajetória desejada é polinomial, fornece resultados similares aos das demais condições discutidas neste trabalho. Para esta trajetória, porém, não está presente a dependência de um comportamento oscilatório com respeito à variação de massa, como no caso senoidal.

A próxima seção descreve os sinais de controle fornecidos em simulação para cada uma das leis de controle propostas.

5.6 Sinais de Controle Simulados

Esta seção compara os sinais de controle fornecidos por cada uma das leis de controle propostas neste trabalho. O nível de chaveamento desse sinal é um critério importante de

comparação entre os méritos das duas abordagens, pois tem conseqüências diretas sobre a vida útil dos componentes eletromecânicos utilizados no sistema.

Todas as simulações desta seção consideram o sistema submetido a uma *solicitação padrão*, em termos de condições de operação. Assim, os efeitos complexos do atrito são sempre considerados. A massa manipulada tem o valor intermediário de 1,8 kg. Dessa forma, os dois tipos de situação adversa previstos estão presentes. O sinal de controle é normalizado em termos da tensão máxima que pode ser aplicada pela servoválvula. Assim, seu valor nas simulações é adimensional, representando o aproveitamento percentual dos limites de tensão elétrica admitidos pela servoválvula.

As Figuras 5.50 e 5.51 ilustram o sinal de controle resultante da aplicação da lei original ao subsistema pneumático, quando a trajetória requerida é senoidal. A Fig. 5.50 representa a simulação completa, enquanto a Fig. 5.51 é uma vista em detalhe, destinada a prover uma estimativa da frequência de chaveamento do sinal de controle.

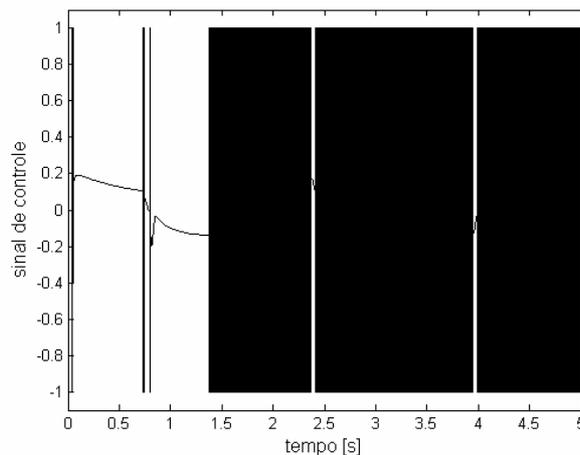


Figura 5.50 – Sinal de controle aplicado à servoválvula (lei original, trajetória desejada senoidal)

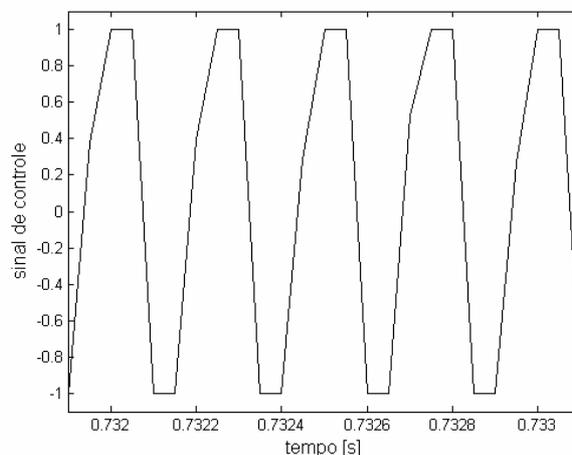


Figura 5.51 – Sinal de controle aplicado à servoválvula: ampliação (lei original, trajetória desejada senoidal)

Baseado na Fig. 5.51, pode-se verificar que a frequência de chaveamento do sinal de controle aplicado à servoválvula, com o emprego da lei de controle original, é próxima de 4 kHz. Esse valor excede em muito o limite da resposta em frequência de uma servoválvula pneumática, que está em torno de 200 Hz. Logo, é possível observar que o emprego da lei de controle original resulta em uma condição muito severa de sollicitação da servoválvula.

As Figuras 5.52 e 5.53 apresentam o sinal de controle aplicado à servoválvula, quando o servoposicionador segue a trajetória polinomial e é controlado pela lei original. As figuras são ordenadas de forma similar à do caso senoidal.

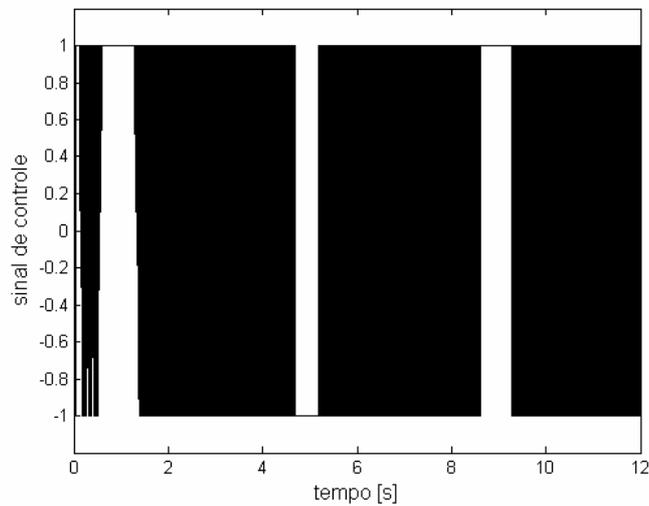


Figura 5.52 – Sinal de controle aplicado à servoválvula (lei original, trajetória desejada polinomial)

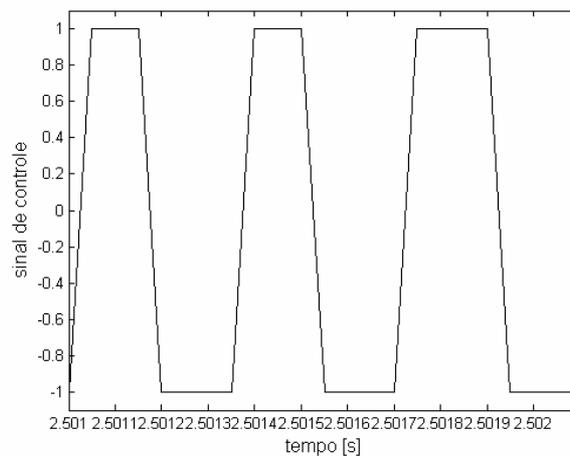


Figura 5.53 – Sinal de controle aplicado à servoválvula: ampliação (lei original, trajetória desejada polinomial)

A Fig. 5.53 permite observar que a frequência de chaveamento do sinal de controle obtido pela lei original é próxima a 3 kHz quando a excitação do sistema é polinomial. Uma vez mais, portanto, pode-se perceber que a servoválvula é submetida a um alto grau de solitação.

As Figs 5.54 e 5.55 ilustram os sinais de controle obtidos para as trajetórias senoidal e polinomial, respectivamente, quando a lei de controle modificada é aplicada ao subsistema pneumático.

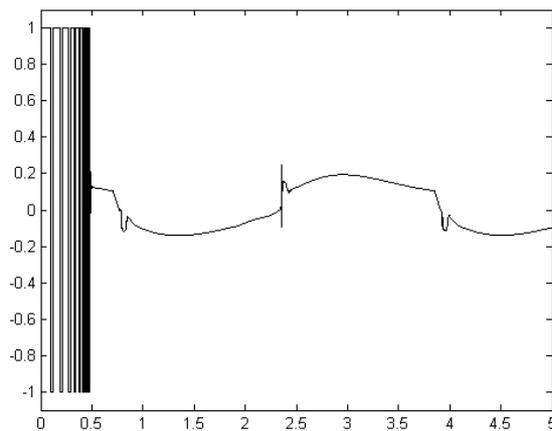


Figura 5.54 – Sinal de controle aplicado à servoválvula (lei modificada, trajetória desejada senoidal)

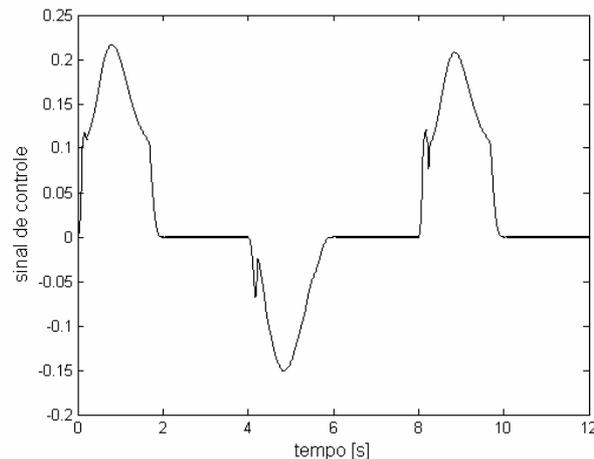


Figura 5.55 – Sinal de controle aplicado à servoválvula: ampliação (lei modificada, trajetória desejada polinomial)

As Figuras 5.54 e 5.55 indicam que os sinais de controle calculados com a lei modificada só apresentam frequências significativas de chaveamento durante os períodos de acomodação do sistema, e se caracterizam por uma solitação muito menos severa da servoválvula durante os períodos de operação normal. No caso da trajetória polinomial, o chaveamento inicial sequer está

presente. Este comportamento se deve ao procedimento de “suavização” da lei de controle descontínua, que permite que esta última tenha comportamento *linear* na região em que a amplitude do vetor de erros é pequena. Convém ressaltar, mais uma vez, que o processo de suavização não pode ser efetuado sobre a lei original, devido à grande amplitude do termo $\dot{p}_{\Delta d}$ que nela se insere.

5.7 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo foram apresentados os resultados das simulações realizadas com o servoposicionador pneumático controlado em malha fechada. Essas simulações permitiram verificar o desempenho do sistema sob diferentes condições de operação, tais como: efeitos do comportamento não-linear do atrito, resultando na aplicação de forças que não estão modeladas no algoritmo de controle, sendo por ele consideradas de natureza externa ao sistema; alterações no valor da massa manipulada, acarretando o surgimento de incertezas paramétricas do ponto de vista do controlador. Essas condições foram simuladas para trajetórias diferentes, e toda a seqüência de testes foi repetida para cada uma das leis de controle propostas.

Por meio dos resultados das simulações realizadas, é possível observar que o comportamento não-linear do atrito tem efeitos significativos sobre o desempenho do sistema controlado. Basicamente, esse desempenho é deteriorado, o que se evidencia pelo aumento do tempo necessário para a redução dos erros de seguimento, e na presença de uma oscilação dos valores desses erros em torno de zero. As amplitudes desses erros de seguimento, porém, permanecem limitadas. Dessa forma, pode-se concluir que os resultados obtidos confirmam as conclusões apresentadas na seção 4.5, a respeito da estabilidade do sistema controlado diante de perturbações externas: o sistema controlado (por qualquer uma das duas leis de controle propostas), quando submetido à presença de forças externas e/ou de atrito, apresenta um vetor de erros que converge a uma região limitada quando $t \rightarrow \infty$.

No que diz respeito à variação na massa manipulada pelo servoposicionador pneumático, verifica-se que seus efeitos sobre o período de acomodação do sistema são significativos. Quanto maior a incerteza na massa manipulada, maior o tempo necessário para que o regime de operação normal seja atingido. Em alguns casos, inclusive, a presença deste tipo de incerteza causou uma resposta oscilatória do sistema controlado, durante seu período de acomodação. Esse comportamento foi detectado somente para o emprego da lei de controle modificada, no problema de seguimento de uma trajetória senoidal. Os efeitos das variações na massa manipulada sobre as amplitudes dos erros de seguimento do sistema em regime de operação

normal, por outro lado, mostraram-se muito pequenos quando comparado àqueles causados pelo comportamento não-linear do atrito. Assim, pode-se concluir que o efeito não-linear do atrito é o elemento preponderante sobre a amplitude dos erros do sistema controlado em regime de operação normal.

Os períodos de acomodação do sistema se mostram diferentes para cada lei de controle aplicada ao subsistema pneumático. Quando a lei original é empregada, os períodos de acomodação são de cerca de 1,2 s, podendo chegar a 1,5 s na condição de maior massa manipulada. Nenhum tipo de resposta oscilatória é detectada. Ao utilizar-se a lei de controle modificada, esses períodos ficam em torno de 0,2 s, podendo chegar a 0,6 s para o caso de maior incerteza na massa manipulada. Diante de uma trajetória desejada senoidal, contudo, a resposta do sistema controlado por essa lei se mostra substancialmente oscilatória durante a fase de acomodação.

Em regime de operação normal, as amplitudes dos erros em posição e velocidade não apresentam variação significativa com respeito à lei de controle aplicada. Além disso, essas mesmas amplitudes não parecem sofrer alterações consideráveis em quaisquer circunstâncias: seu comportamento se altera muito pouco – particularmente no caso do erro em posição - para variações tanto na lei de controle empregada como na trajetória desejada.

Quanto aos erros em regime permanente de seguimento em força, o desempenho da lei modificada é superior ao da lei original. Quando a trajetória desejada é senoidal, a amplitude dos erros da lei de controle modificada é muito menor que a da lei original (veja as Figuras 5.25 e 5.46). No caso da trajetória polinomial (Figuras 5.28 e 5.49), a diferença em amplitude não é significativa. Entretanto, o grau de oscilação do erro em força da lei original é muito maior do que o obtido com a lei modificada. Essa é uma forte evidência em favor da lei modificada, pois indica uma redução significativa no chaveamento do sinal de controle aplicado. Essa é uma característica muito desejável para o controlador, por reduzir o grau de solicitação dos componentes do sistema e prolongar sua vida útil.

A conclusão tirada da comparação entre os erros de seguimento em força para a aplicação das duas leis de controle é confirmada na seção 5.5, em que se estudam os sinais de controle aplicados sobre a servoválvula quando cada uma das leis é utilizada. As frequências de chaveamento do sinal de controle obtidas pela lei modificada são muito inferiores àquelas resultantes do emprego da lei original. Dessa forma, pode-se concluir que a lei de controle modificada tem desempenho significativamente superior ao da lei original, no que concerne à solicitação da servoválvula e ao conseqüente prolongamento de sua vida útil.

Sob quase todos os critérios de comparação, o uso da lei de controle modificada resultou em um desempenho pelo menos equivalente àquele obtido com o emprego da lei original. A única exceção detectada foi a presença de uma resposta oscilatória durante o período de acomodação, quando a lei de controle modificada é utilizada no seguimento de uma trajetória senoidal e há incerteza no valor da massa manipulada. A lei de controle original não apresenta comportamento oscilatório, sob quaisquer condições. No que diz respeito ao grau de solitação da servoválvula, porém, vê-se que este último é muito menor no caso da lei modificada quando comparado ao da lei original. Reunindo as evidências discutidas, portanto, conclui-se que *a lei de controle modificada apresenta um comportamento mais adequado na maioria dos casos, quando comparado com a lei originalmente proposta*. Essa superioridade relativa de desempenho só é válida, porém, para aquelas aplicações que possuam alta tolerância a oscilações na resposta do servoposicionador durante seu período de acomodação.

6. CONCLUSÕES

Inicialmente, foi discutido no presente trabalho o emprego dos servoposicionadores pneumáticos. Suas principais virtudes foram ressaltadas, ao mesmo tempo em que foram enfatizadas suas maiores limitações. Foi visto que estas últimas são, basicamente, decorrentes de características não-lineares envolvidas no funcionamento destes sistemas, e que dificultam o seu controle por meio das técnicas tradicionais baseadas em modelos lineares. Em consequência disso, foi possível concluir que a utilização desse tipo de atuador em aplicações que requeiram alta precisão fica comprometida.

O acelerado desenvolvimento dos sistemas de instrumentação e processamento, porém, está mudando essa conjuntura. O crescimento exponencial da capacidade computacional dos dispositivos eletrônicos, associado ao seu custo relativamente baixo, tem permitido ampliar muito a eficiência dos sistemas modernos de controle. Essas novas condições permitem compensar os efeitos indesejáveis dos sistemas pneumáticos por meio de algoritmos de controle mais sofisticados do que as técnicas lineares, ampliando a gama de aplicações desses sistemas. Este trabalho foi proposto de modo a se inserir nessa perspectiva, utilizando a técnica de modelagem em cascata associada ao controle por estrutura variável.

Com o fim de projetar uma lei de controle não-linear para servoposicionadores pneumáticos, realizou-se no Capítulo 2 o estudo de um modelo matemático para o comportamento desses sistemas. A abordagem utilizada para seu equacionamento foi baseada no princípio da continuidade, da teoria da mecânica dos fluidos. O modelo resultante se mostrou não-linear e de quarta ordem.

De modo a melhor situar este trabalho dentro do contexto dos sistemas de controle não-linear, foi apresentada no Capítulo 3 uma introdução às técnicas aplicadas a estes sistemas. Nessa introdução foi também discutida a definição do conceito de estabilidade, no sentido em que é utilizado dentro desta obra. Por ser de grande relevância para as provas de estabilidade aqui desenvolvidas, o Teorema da Estabilidade Assintótica de Lyapunov, usualmente denominado Método Direto de Lyapunov, foi discutido detalhadamente. O restante do capítulo foi dedicado à apresentação das técnicas de controle não-linear utilizadas no algoritmo proposto: controle em cascata, linearização por realimentação e controle a estrutura variável.

No Capítulo 4, discutiu-se o algoritmo de controle proposto. A lei de controle empregada para o seguimento no subsistema pneumático foi a Lei de Slotine e Li (1988). Essa lei se caracteriza por apresentar bons resultados para o controle do seguimento de trajetórias, mas

requer que a trajetória desejada seja continuamente diferenciável até a terceira ordem, pelo menos. Para o subsistema pneumático, foi proposta uma lei de controle a estrutura variável. Essa lei foi posteriormente modificada, com o fim de eliminar a necessidade de medição do sinal de aceleração do êmbolo e de reduzir o grau de solitação dos componentes eletromecânicos do sistema.

Através do Método Direto de Lyapunov, provou-se que a lei de controle para o subsistema mecânico, associada à lei de controle originalmente proposta, fazem com que o vetor de erros do servoposicionador pneumático a malha fechada convirja para zero, desde que não haja incertezas paramétricas ou efeitos de forças externas e/ou de atrito. No caso em que essas condições adversas estão presentes, provou-se que o vetor de erros converge a uma região limitada em torno da origem

No caso em que a lei de controle empregada no subsistema pneumático é a lei modificada, foi provado que o vetor de erros do sistema controlado em malha fechada também converge para uma região limitada. Esta prova também foi baseada no Método Direto de Lyapunov, e é estreitamente relacionada com a prova dada para a lei original. Neste caso, porém, não foi possível provar que o sistema controlado é assintoticamente estável, mesmo que as incertezas paramétricas e as forças externas e/ou de atrito sejam nulas.

As propriedades de estabilidade e robustez do sistema controlado foram verificadas por meio de simulação, no Capítulo 5. Nele, verificou-se que o comportamento não-linear do atrito compromete o desempenho do sistema, particularmente no que concerne às amplitudes das componentes do vetor de erros do sistema. A incerteza no valor da massa manipulada, por outro lado, tem efeito significativo no comportamento de acomodação do sistema, mas não interfere seriamente no seu regime de operação normal.

Ainda no Capítulo 5, foi observado que a lei de controle modificada tem desempenho igual ou superior àquele obtido com a lei original, em quase todos os critérios de comparação. O único caso em que a lei original se mostra mais efetiva é quanto ao comportamento do sistema durante o período de acomodação: enquanto a lei de controle modificada pode causar comportamento oscilatório frente a incertezas na massa manipulada, a resposta obtida com a lei original não se mostra oscilatória em nenhuma das circunstâncias simuladas. No que diz respeito ao grau de solitação dos componentes servomecânicos do sistema, porém, o desempenho obtido com o uso da lei modificada é significativamente superior. Dessa forma, conclui-se que o emprego da lei de controle modificada em detrimento da lei original é recomendado para todas

as aplicações em que a resposta oscilatória durante o período de acomodação não constitua uma dificuldade séria.

Pesquisas futuras na área de controle de servoposicionadores pneumáticos poderão abordar os seguintes tópicos:

- Implementação do algoritmo de controle proposto neste trabalho em um sistema experimental;
- Inclusão de técnicas adaptativas para os parâmetros do controlador durante sua operação, de modo a aprimorar seu desempenho;
- Desenvolvimento de modelos matemáticos mais completos para o servoposicionador pneumático, incluindo outras características não-lineares que até o momento não foram tratadas, tais como os vazamentos nos componentes e a dinâmica da servoválvula;
- Extensão do algoritmo de controle proposto para sistemas com múltiplos graus de liberdade;
- Desenvolvimento de algoritmos semelhantes para o problema do controle de força em sistemas pneumáticos.

Referências Bibliográficas

Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., Canudas de Wit, C., “**A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction**”. *Automatica*, Vol 30, No 7, pp1083 – 1138, Great Britain, 1994.

Aström, K., Hägglund, T., “**PID Controllers: Theory, Design, and Tuning, 2nd Edition**”. Instrument Society of América, USA, 1995.

Bobrow, J. E., McDonell, B. W., “**Modelling, Identification and Control of a Pneumatically Actuated, Force Controllable Robot**”. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 14, No 15, pp 732-742, USA, October 1998.

Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K.J., Lischinsky, P., “**A New Model for Control Systems with Friction**”, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 40, n. 3, pp.419-425, 1995.

Chapman, S. J., “**Programação em MATLAB[®] para Engenheiros**”. Thomson Learning, São Paulo – SP, 2003.

Chen, C-T, “**System and Signal Analysis**”. Holt, Rinehart and Winston, Inc., USA, 1989.

Cunha, M. A. B., “**Controle em Cascata com Adaptação de Parâmetros Aplicado a um Atuador Hidráulico**”. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 1997.

Cunha, M. A. B., “**O Controle em Cascata de um Atuador Hidráulico: Contribuições Teóricas e Experimentais**”. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2001.

Cunha, M.A.B., Guenther, R. e De Pieri, E.R., “**A Fixed Cascade Controller with an Adaptive Dead-zone Compensation Scheme Applied to a Hydraulic Actuator**”. Control 2004, Bath - UK, September, 2004.

DeCarlo, R. A., Zak, S. H., Matthews, G. P., “**Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial**”. Proceedings of the IEEE, Vol. 76, n° 3, 1988.

DeRusso, P. M., Roy, R. J., Close, C. M., “**State Variables for Engineers**”. John Wiley & Sons, USA, 1965.

Dorf, R. H., “**Modern Control Systems**”. Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1989.

Edge, K. A., “**The Control of Fluid Power Systems – Responding to the Challenges**”. United Kingdom Automatic Council Lecture, *Proc. Inst. Mechanical Engineering*, Vol. 211, Part 1, pp.91-110, UK, 1997.

Fox, R. W. & McDonald, A. T., “**Introdução à Mecânica dos Fluidos**”. Editora Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro – RJ, 1981.

Franklin, G. F., Powell, J. D., Emami-Naeini, A., “**Feedback Control of Dynamic Systems, 4th Edition**”. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 2002.

Furtunato, A. F. A., “**Implementação de um Controlador de Velocidade usando Modos Deslizantes Suaves para um Motor de Indução Trifásico**”. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal – RN, Outubro de 1997.

Gibson, J. E., “**Nonlinear Automatic Control – International Student Edition**”. McGraw-Hill, Inc. e Kogakusha Co. Ltd., Tokyo – Japan, 1963.

Guenther, R., “**Controle Adaptativo e a Estrutura Variável de Robôs Manipuladores com Incerteza Dinâmicas no Acionamento Elétrico ou nas Transmissões Flexíveis**”. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Novembro de 1993.

Guenther, R., Cunha, M. A. B., De Pieri, E. R., De Negri, V. J., “**VS-ACC Applied to a Hydraulic Actuator**”. *Proceedings of the American Control Conference 2000*, pp. 4124-4128, Chicago – USA, 2000.

Guenther, R., Perondi, E.A., “**O Controle em Cascata de um Sistema Pneumático de Posicionamento**”. *Anais do XIV Congresso Brasileiro de Automática*, dezembro, Natal-RN-Brasil, pp936-942, 2002.

Khalil, H. K., “**Nonlinear Systems, 2nd Edition**”. Prentice-Hall, Inc., New Jersey – USA, 1996.

Kuo, B. C., “**Sistemas de Controle Automático, 4^a Edição**”. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro – RJ, 1985.

Lai, J.-Y., Menq, C.-H., Singh, R., “**Accurate Position Control of a Penumatic Actuator**”. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 112, pp 734 – 739, Dec. 1990.

Lay, D C., “**Álgebra Linear e suas Aplicações, 2^a Edição**”. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro - RJ, 1999.

Mannetje, J. J., “**Pneumatic Servo Design Improves System Bandwidth Twenty-fold**”, *Control Engineering*, pp 79 – 83, June 1981.

Maré, J. C., Geider, O., Colin, S., “**An Improved Dynamic Model of Pneumatic Actuators**”. *International Journal of Fluid Power*, n^o 2, pp. 39-47, 2000.

Martin, H., “**The Design of Hydraulic Components and Systems**”. Elis Horwood Limited, Great Britain, 1995.

McDonell, B. W., “**Modelling, Identification and Control of a Pneumatically Actuated Robotic Manipulator**”. PhD Thesis, University of California, Irvine, 1996.

Merritt, H. E., “**Hydraulic Control Systems**”. John Wiley & Sons Inc., USA, 1967.

Morse, A. C., “**Electrohydraulic Servomechanisms**”. McGraw-Hill Inc., USA, 1963.

Nouri, B., AI-Bender, F., Swevers, J., Vanherck, P., Van Brussel, H., “**Modeling a Pneumatic Servo Positioning System with Friction**”. *Proceedings of the American Control Conference 2000*, pp. 1067 – 1071, 2000.

Nussenzveig, M. H., “**Curso de Física Básica, 4ª Edição, Vol. 2**”. Editora Edgar Blücher, São Paulo – SP, 2002.

Ogata, K., “**Engenharia de Controle Moderno, 3ª Edição**”. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. Rio de Janeiro – RJ, 2000.

Pandian, S. R., Hayakawa, Y., Kanazawa, Y., Kamoyama, Y., Kawamura, S., “**Practical Design of a Sliding Mode Controller for Pneumatic Actuators**”. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 119, pp. 666-674, 1997.

Pandian, S. R., Takemura, F., Hayakawa, Y., Kawamura, S., “**Pressure Observer-Controller Design for Pneumatic Cylinder Actuators**”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 7, no. 4, pp. 490-499, December 2002.

Perondi, E. A., Guenther, R., “**Controle de um Servoposicionador Pneumático por Modos Deslizantes**”. Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM/2000, Natal - RN, 2000.

Perondi, E. A., “**Controle Não-Linear em Cascata de um Servoposicionador Pneumático com Compensação do Atrito**”. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2002.

Perondi, E. A., Guenther, R., “**Modelagem de um Servoposicionador Pneumático com Atrito**”. *Revista Ciência & Engenharia*, Uberlândia, v. 12, n. 1, p. 43-52, 2003.

Silva, W. A. C. M., “**Implementação de um Controlador de Velocidade Adaptativo por Modelo de Referência e Estrutura Variável aplicado a Motores de Corrente Contínua**”. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal – RN, 1998.

Slotine, J.-J. E., Li, W., “**Adaptive Manipulator control: a Case Study**”. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 33, Nº. 11, pp. 995-1003, Novembro 1988.

Slotine, J.-J. E., Li, W., “**Applied Nonlinear Control**”. Prentice-Hall, Inc., USA, 1991.

Spong, M. W., Vidyasagar, M., “**Robot Dynamics and Control**”. John Wiley & Sons, Inc., USA, 1989.

Streeter, V.L., “**Mecânica dos Fluidos**”. Editora McGraw-Hill do Brasil, São Paulo – SP, 1979.

Tao, G., Kokotovic, P. V., “**Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Nonlinearities**”. John Wiley & Sons, Inc., USA, 1996.

Utkin, V. I., “**Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems**”. MIR Publishers, Moscow, 1978.

Apêndice A: Obtenção Experimental das Curvas de Vazão Mássica

O equacionamento aqui desenvolvido foi extraído de Perondi e Guenther, 2003.

O levantamento experimental das funções de pressão ($f_{p_i}^{ench}(p_i)$ e $f_{p_i}^{exau}(p_i)$), e das funções de tensão ($f_{u_i}^{ench}(u)$ e $f_{u_i}^{exau}(u)$) é feito observando-se que, quando o êmbolo do cilindro está parado, o volume nas câmaras é constante (V) e a velocidade do êmbolo é nula ($\dot{y} = 0$). Com isso, a partir da equação (2.10), pode-se escrever:

$$q_{mi}[p_i(t), u] = \frac{V}{RrT} \dot{p}_i(t) \quad (\text{A.1})$$

Baseado na expressão acima, o procedimento experimental, realizado tanto para o enchimento como para a exaustão em cada câmara, consiste em:

1 – Para uma seqüência de valores de tensão na válvula, medir o comportamento da pressão ao longo do tempo;

2 – Calcular a derivada da pressão em relação ao tempo, obtendo a vazão mássica em função do tempo (através da equação (A.1)), para cada valor de tensão na válvula. Desse procedimento resulta uma curva de vazão para cada caso de escoamento (de enchimento ou exaustão), em cada câmara;

3 – Obter as curvas estáticas vazão-pressão, cruzando termo a termo os valores das curvas obtidas nos passos 1 e 2;

4 – Determinar, a partir das curvas obtidas no passo 2, os valores máximos da vazão $[q_{mi}]_{\max}$ (de enchimento e exaustão com abertura máxima), em cada câmara;

5 – Utilizar os valores máximos das vazões mássicas para normalizar as funções obtidas no passo 2, resultando nas funções de vazão em relação à tensão;

6 – Normalizar as curvas vazão mássica-pressão calculadas no passo 3 pelos respectivos valores máximos da vazão (determinados no passo 4), mantendo-se a tensão constante para obter as correspondentes funções de pressão.

As figuras A.1, A.2 e A.3 são exemplos dos tipos de curva obtidos por meio desse método.

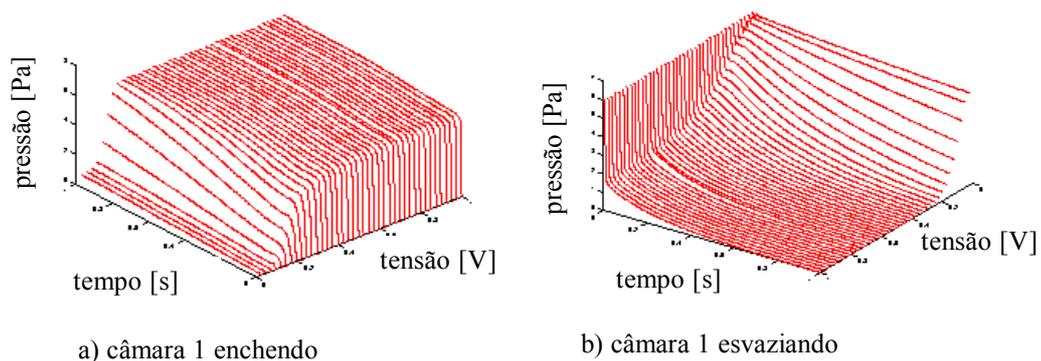


Figura A. 1 – Exemplos de curvas empíricas de pressão *versus* tensão

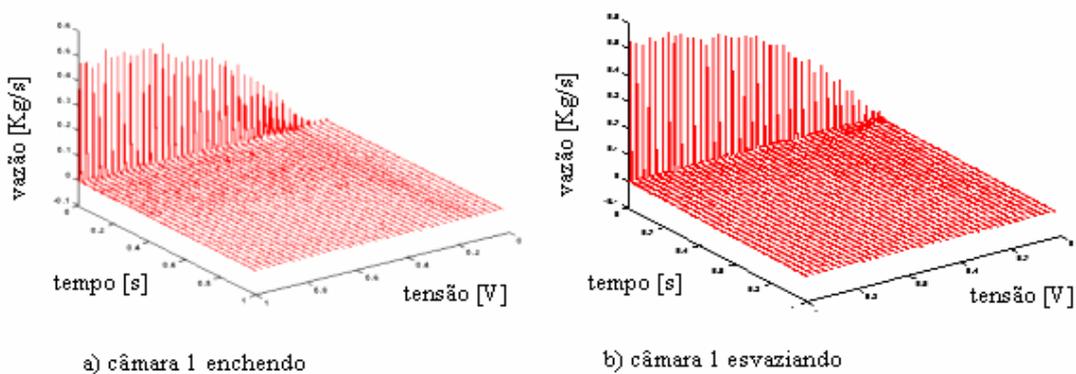


Figura A. 2 – Exemplos de curvas empíricas de vazão *versus* tempo

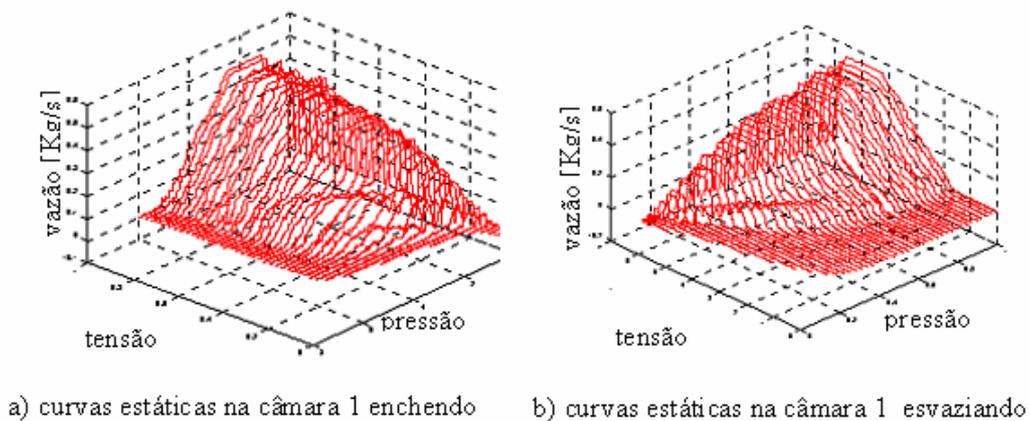


Figura A. 3 – Exemplos de curvas estáticas de vazão *versus* tensão

Apêndice B: Linearização das Equações de Estado

Seguem os procedimentos para obtenção das equações linearizadas que descrevem o comportamento do servoposicionador pneumático. Estes procedimentos são baseados no levantamento experimental das curvas que caracterizam o comportamento da vazão mássica tanto com relação à tensão aplicada à servoválvula e com relação à variação das pressões a montante e a jusante. Uma maneira alternativa é a utilização da equação teórica (baseada na hipótese de estagnação do fluido a montante e nas leis da termodinâmica) que caracteriza a vazão mássica de um fluido compressível em um estrangulamento da tubulação.

B.1 Sistema de 4ª Ordem

A linearização é realizada aqui através da expansão e truncamento da série de Taylor das funções não-lineares que descrevem o sistema e é efetuada em torno de um ponto médio de operação, caracterizado doravante pelo subíndice “i”. Para executar a linearização é necessário o uso da hipótese de que as características de escoamento da vazão do ar sejam consideradas simétricas nos dois sentidos de deslocamento do êmbolo. Para a execução do equacionamento considera-se o caso em que a vazão dirige-se da câmara 1 para a câmara 2 do cilindro atuador, levando em conta a hipótese de que a vazão no sentido inverso apresenta características semelhantes. Este sentido de escoamento corresponde à situação em que a tensão de controle ocasiona uma abertura convencionalmente positiva na servoválvula, na qual $p_1 > p_2$.

Considera-se ainda a hipótese de que as perdas de carga nas tubulações são baixas quando comparadas com as que ocorrem nas câmaras da válvula, e que os volumes das câmaras da válvula são também muito pequenos com relação aos das câmaras do cilindro atuador. Assim, as vazões mássicas nos pórticos da servoválvula são consideradas idênticas aos das respectivas câmaras do cilindro atuador e as pressões nas câmaras do cilindro são, por sua vez, iguais às dos respectivos pórticos da servoválvula.

Convém lembrar que as vazões mássicas teóricas que atravessam os orifícios de controle na servoválvula podem ser expressas por

$$q_m = A_o(u) p_u \sqrt{\frac{2r}{(r-1)} \frac{1}{RT_u} \left[\left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{2}{r}} - \left(\frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{1+r}{r}} \right]} \quad (\text{B.1})$$

Assume-se assim que a equação das vazões mássicas nos orifícios das câmaras pode ser escrita genericamente como:

$$q_m(p_u, p_d, u) = [q_m]_{\max} f_p(p_u, p_d) f_u(u) \quad (\text{B.2})$$

Experimentos realizados em servoválvulas mostram que as funções $f_p(p_u, p_d)$ e $f_u(u)$ são diferentes para os casos de enchimento ou exaustão em cada câmara o que resulta ao todo em um conjunto de oito funções a serem identificadas experimentalmente. Considerando as condições de simetria das vazões em ambas as direções, o conjunto reduz-se a quatro funções que caracterizam os efeitos médios em cada direção ($f_p^{ench}(p_i)$, $f_u^{ench}(u)$, $f_p^{exau}(p_i)$ e $f_u^{exau}(u)$). Assim, por exemplo, para o caso de enchimento da câmara 1 e exaustão da câmara 2, tem-se:

$$q_{m1}^{ench}(p_1, u) = [q_m^{ench}]_{\max} f_p^{ench}(p_1) f_u^{ench}(u) \quad (\text{B.3})$$

$$q_{m2}^{exau}(p_2, u) = [q_m^{exau}]_{\max} f_p^{exau}(p_2) f_u^{exau}(u) \quad (\text{B.4})$$

Onde $[q_m^{ench}]_{\max}$ e $[q_m^{exau}]_{\max}$ são as vazões mássicas médias máximas de enchimento e exaustão na servoválvula. Note que com a hipótese de simetria, tem-se $q_{m1}^{ench}(p, u) = q_{m2}^{ench}(p_2, u)$ e $q_{m1}^{exau}(p, u) = q_{m2}^{exau}(p_2, u)$.

A linearização é realizada através da expansão por série de Taylor das equações do sistema em torno do ponto central de operação com seu truncamento no termo de primeira ordem. Levando-se em consideração o caso em estudo, em que ocorre o enchimento da câmara 1 e esvaziamento da câmara 2, representa-se aqui, com o objetivo de simplificar a notação, as vazões nas câmaras 1 e 2 como $q_{m1} \equiv q_{m1}^{ench}$ e $q_{m2} \equiv q_{m2}^{exau}$. Utilizando esta notação, a expansão em série de Taylor da Eq. (B.3) resulta:

$$\Delta q_{m1} = K_{q1} \Delta u + K_{p1} \Delta p_1 \quad (\text{B.5})$$

Onde $K_{p1} = [q_m^{ench}]_{\max} \left. \frac{\partial q_{m1}}{\partial p_1} \right|_{\substack{p_{1i} \\ u_i \\ T_i}}$ é o coeficiente vazão-pressão, e $K_{q1} = [q_m^{ench}]_{\max} \left. \frac{\partial q_{m1}}{\partial u} \right|_{\substack{p_{1i} \\ u_i \\ T_i}}$ é

o ganho de vazão (ou sensibilidade de vazão) dos orifícios de entrada. As constantes p_{1i} , u_i e T_i são os valores da pressão, tensão e temperatura no ponto de operação em torno do qual está-se linearizando o sistema.

Expandindo também a Eq.(B.4), obtém-se

$$\Delta q_{m2} = K_{q2}\Delta u + K_{p2}\Delta p_2 \quad (\text{B.6})$$

Onde K_{p2} e K_{q2} são definidos de forma análoga.

Note que os valores de K_{p1} , K_{p2} , K_{q1} e K_{q2} podem ser obtidos a partir das equações teóricas ou de curvas experimentais.

As equações para as vazões mássicas em ambas as câmaras podem ser obtidas por meio da inversão das equações (2.13) e (2.14):

$$q_{m1} = A \frac{p_1}{RT} \dot{y} + \frac{V_{01} + Ay}{rRT} \dot{p}_1 \quad (\text{B.7})$$

$$q_{m2} = -A \frac{p_2}{RT} \dot{y} + \frac{V_{02} + (L - y)A}{rRT} \dot{p}_2 \quad (\text{B.8})$$

Para facilitar o procedimento de linearização, é apropriado isolar nestas expressões as funções das vazões mássicas acrescidas de algumas pequenas modificações. Uma delas reside na consideração de que, considerando que o equilíbrio de interesse corresponde ao êmbolo posicionado no meio do cilindro, o movimento do pistão se dá em um curso definido entre $-L/2$ e $+L/2$. Isto implica na translação da coordenada y do pistão de forma que na posição central do cilindro o êmbolo encontra-se em $y = 0$. Assim, os volumes das câmaras no ponto de linearização resultam na soma da metade do volume útil do cilindro com os respectivos volumes mortos de cada câmara ($V_{1i} = AL/2 + V_{10}$ e $V_{2i} = AL/2 + V_{20}$, onde V_{10} e V_{20} são, respectivamente, os volumes mortos da câmaras 1 e 2). Assume-se, além disso, as hipóteses de que as temperaturas nas câmaras são constantes e iguais à temperatura ambiente ($T_i = T$) e que no ponto de linearização a taxa de variação da pressão ao longo do tempo e a velocidade de deslocamento do pistão são nulos (assim $\dot{p}_{1i} = 0$ e $\dot{y}_i = 0$).

As equações para as vazões podem ser, portanto, reescritas como,

$$q_{m1} = -\dot{p}_1 \frac{Ay + V_{1i}}{rRT} + p_1 \dot{y} \frac{A}{RT} \quad (\text{B.9})$$

$$q_{m2} = \dot{p}_2 \frac{Ay + V_{2i}}{rRT} + p_2 \dot{y} \frac{A}{RT} \quad (\text{B.10})$$

A expansão da Eq.(B.9) em torno do ponto central de operação, considerando as hipóteses acima, resulta,

$$\Delta q_{m1} = \frac{\partial q_{m1}}{\partial \dot{y}} \bigg|_{\substack{p_{1i} \\ \dot{y}_{1i} \\ T_i \\ y_i}} \Delta \dot{y} + \frac{\partial q_{m1}}{\partial \dot{p}_1} \bigg|_{\substack{p_{1i} \\ V_{1i} \\ T_i \\ y_i}} \Delta \dot{p}_1 + \frac{\partial q_{m1}}{\partial y} \bigg|_{\substack{p_{1i} \\ V_{1i} \\ T_i \\ y_i}} \Delta y + \frac{\partial q_{m1}}{\partial p_1} \bigg|_{\substack{p_{1i} \\ V_{1i} \\ T_i \\ y_i}} \Delta p_1 \quad (\text{B.11})$$

de onde se obtém:

$$\Delta q_{m1} = p_{1i} \frac{A}{RT} \Delta \dot{y} - V_{1i} \frac{1}{rRT} \Delta \dot{p}_1 \quad (\text{B.12})$$

Aplicando as mesmas hipóteses à câmara 2, obtém-se

$$\Delta q_{m2} = p_{2i} \frac{A}{RT} \Delta \dot{y} + V_{2i} \frac{1}{rRT} \Delta \dot{p}_2 \quad (\text{B.13})$$

Definido as constantes, $C_{v1} \equiv \frac{Ap_{1i}}{RT}$, $C_{p1} \equiv -\frac{V_{1i}}{rRT}$, $C_{v2} \equiv \frac{Ap_{2i}}{RT}$ e $C_{p2} \equiv \frac{V_{2i}}{rRT}$, chega-se

ao seguinte sistema de equações:

$$\Delta q_{m1} = C_{v1} \Delta \dot{y} + C_{p1} \Delta \dot{p}_1 \quad (\text{B.14})$$

$$\Delta q_{m2} = C_{v2} \Delta \dot{y} + C_{p2} \Delta \dot{p}_2 \quad (\text{B.15})$$

Considerando o caso de ausência de força externas e aproximando-se a força de atrito por uma parcela de força viscosa equivalente $C_f \dot{y}$, pode-se reescrever a equação de equilíbrio dinâmico no êmbolo como

$$M\ddot{y} + C_f \dot{y} = A(p_1 - p_2) \quad (\text{B.16})$$

que, expandida linearmente, resulta:

$$M\Delta \ddot{y} + C_f \Delta \dot{y} = A(\Delta p_1 - \Delta p_2) \quad (\text{B.17})$$

As equações linearizadas para as vazões mássicas na servoválvula (Eq. (B.5) e Eq. (B.6)) podem agora ser igualadas às correspondentes equações lineares para as vazões mássicas nas câmaras do cilindro (Eq. (B.14) e Eq. (B.15)), assim,

$$\Delta q_{m1} = C_{v1} \Delta \dot{y} + C_{p1} \Delta \dot{p}_1 = K_{q1} \Delta u + K_{p1} \Delta p_1 \quad (\text{B.18})$$

$$\Delta q_{m2} = C_{v2} \Delta \dot{y} + C_{p2} \Delta \dot{p}_2 = K_{q2} \Delta u + K_{p2} \Delta p_2 \quad (\text{B.19})$$

Escolhendo as variáveis de estado como $x_1 = \Delta y$, $x_2 = \Delta \dot{y}$, $x_3 = \Delta \dot{p}_1$ e $x_4 = \Delta \dot{p}_2$, obtém-se, a partir destas últimas equações, a seguinte representação na forma de espaço de estados ($\dot{\mathbf{x}} = A_e \mathbf{x} + B_e u$) para a dinâmica do servossistema pneumático linearizado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{y} \\ \Delta \ddot{y} \\ \Delta \dot{p}_1 \\ \Delta \dot{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -C_f/M & A/M & -A/M \\ 0 & -C_{v1}/C_{p1} & K_{p1}/C_{p1} & 0 \\ 0 & -C_{v2}/C_{p2} & 0 & K_{p2}/C_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{q1}/C_{p1} \\ K_{q2}/C_{p2} \end{bmatrix} \Delta u \quad (\text{B.20})$$

Cuja função de transferência correspondente é:

$$G(S) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s(s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1)} \quad (\text{B.21})$$

Onde, definindo $a_4 \equiv MC_{p1}C_{p2}$, os coeficientes b_0, b_1, a_1, a_2 e a_3 são dados por

$$b_0 = \frac{[(K_{p1}K_{q2} - K_{q1}K_{p2})A]}{a_4}$$

$$b_1 = \frac{[(K_{q1}C_{p2} - K_{q2}C_{p1})A]}{a_4}$$

$$a_1 = \frac{[A(-K_{p2}C_{v1} + K_{p1}C_{v2}) + C_f K_{p1}K_{p2}]}{a_4}$$

$$a_2 = \frac{[C_f(-K_{p2}C_{p1} - K_{p1}C_{p2}) + MK_{p1}K_{p2} + A(C_{v1}C_{p2} - C_{v2}C_{p1})]}{a_4}$$

$$a_3 = \frac{[C_f C_{p1}C_{p2} + M(-K_{p2}C_{p1} - K_{p1}C_{p2})]}{a_4}$$

B.2 Redução para o Sistema de 3ª Ordem

Mediante certas hipóteses de simetria para o comportamento da servoválvula, o sistema linear de 4ª ordem pode ser reduzido a um sistema de 3ª ordem. Este procedimento é apresentado a seguir.

Isolando $\Delta \dot{p}_1$ e $\Delta \dot{p}_2$ nas equações (B.18) e (B.19), obtém-se o seguinte sistema linear:

$$\Delta \dot{p}_1 = -(C_{v1}/C_{p1})\Delta \dot{y} + (K_{p1}/C_{p1})\Delta p_1 + (K_{q1}/C_{p1})\Delta u \quad (\text{B.22})$$

$$\Delta \dot{p}_2 = -(C_{v2}/C_{p2})\Delta \dot{y} + (K_{p2}/C_{p2})\Delta p_2 + (K_{q2}/C_{p2})\Delta u \quad (\text{B.23})$$

Definindo a diferença de pressão entre as câmaras como $\Delta p_\Delta \equiv \Delta p_1 - \Delta p_2$, tem-se, a partir do sistema (B.22), (B.23),

$$\begin{aligned} \Delta \dot{p}_\Delta = & \left[-(C_{v1}/C_{p1}) + (C_{v2}/C_{p2}) \right] \Delta \dot{y} + \left[(K_{p1}/C_{p1}) - (K_{p2}/C_{p2}) \right] \Delta p_\Delta + \\ & + \left[(K_{q1}/C_{p1}) - (K_{q2}/C_{p2}) \right] \Delta u \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Se o ponto do curso do êmbolo onde a linearização é realizada é $L/2$ e os *volumes mortos* nas tubulações são considerados iguais, os volumes iniciais V_{1i} e V_{2i} resultam idênticos, implicando em $C_{p1} = -C_{p2}$. Acrescentando ainda a hipótese de que os ganhos de pressão $[\partial q_{m1}/\partial p_1]$ e $[\partial q_{m2}/\partial p_2]$ sejam iguais, os termos $A_e(3,3)$ e $A_e(4,4)$ da equação de estados (B.20) resulta em um coeficiente nulo para Δp_Δ na Eq. (B.24). Será demonstrado a seguir que, sob esta condição, ocorre um cancelamento zero-pólo na Eq.(B.21), resultando em um sistema linear de 3ª ordem.

Sob as hipóteses anteriores, a Eq. (B.24) pode ser reescrita como

$$\Delta \dot{p}_\Delta = \left[-(C_{v1}/C_{p1}) + (C_{v2}/C_{p2}) \right] \Delta \dot{y} + \left[(K_{q1}/C_{p1}) - (K_{q2}/C_{p2}) \right] \Delta u \quad (\text{B.25})$$

Derivando no tempo a expressão do equilíbrio dinâmico, Eq. (14), e substituindo nela a Eq. (25) resulta

$$M \Delta \ddot{y} + C_f \Delta \dot{y} + A \left(\frac{C_{v1}}{C_{p1}} - \frac{C_{v2}}{C_{p2}} \right) \Delta \dot{y} = A \left(\frac{K_{q1}}{C_{p1}} - \frac{K_{q2}}{C_{p2}} \right) \Delta u \quad (\text{B.26})$$

A aplicação da transformação de Laplace considerando condições iniciais nulas fornece:

$$Ms^3 \Delta Y + C_f s^2 \Delta Y + A \left(\frac{C_{v1}}{C_{p1}} - \frac{C_{v2}}{C_{p2}} \right) s \Delta Y = A \left(\frac{K_{q1}}{C_{p1}} - \frac{K_{q2}}{C_{p2}} \right) \Delta U \quad (\text{B.27})$$

o que resulta na seguinte função de transferência:

$$G(S) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{s(s^2 + a_2 s + a_1)} \quad (\text{B.28})$$

$$\text{Onde, } b_0 = \frac{A}{M} \left(\frac{K_{q1}}{C_{p1}} - \frac{K_{q2}}{C_{p2}} \right), \quad a_1 = \frac{A}{M} \left(\frac{C_{v2}}{C_{p2}} - \frac{C_{v1}}{C_{p1}} \right) \text{ e } a_2 = C_f / M$$

O mesmo resultado é obtido se é utilizada a hipótese de que os coeficientes vazão-pressão K_{p1} e K_{p2} são considerados suficientemente pequenos para poderem ser desprezados.

Apêndice C: Modelagem do Atrito

O atrito é uma das principais não linearidades que dificultam o controle dos servoposicionadores pneumáticos, e seus efeitos podem ocasionar erros de regime e de seguimento de trajetória. Além disso, o atrito pode levar o sistema a ciclos limites em torno da posição desejada. Nos posicionadores pneumáticos, o atrito é ocasionado principalmente pelo contato do anel de vedação com o corpo do cilindro. Os efeitos do atrito são geralmente variáveis com o tempo e podem depender de uma grande quantidade de parâmetros, o que torna difícil sua modelagem adequada (Canudas et al., 1994).

Para realizar simulações que representem adequadamente o sistema físico, é necessário um bom modelo para o atrito.

No presente trabalho, foi adotado o modelo LuGre para o atrito, proposto por Canudas et al. (1995). Este modelo é capaz de reproduzir a maioria dos comportamentos não lineares observados experimentalmente, tais como efeito de Stribeck, histerese, força de quebra variável e características elásticas no movimento de pré-deslizamento.

O modelo LuGre é baseado no entendimento do mecanismo microscópico do fenômeno de atrito. Nesta escala, as superfícies são muito irregulares, e o contato entre elas se dá através de rugosidades. No modelo em questão, este comportamento é aproximado por dois corpos rígidos em contato através de pequenos elementos elásticos.

Quando ocorre um movimento relativo entre as partes, surge uma força tangencial de reação que tende a deformar os elementos elásticos na região de contato. Esta força tende a impedir o movimento relativo das superfícies. Se a tendência de movimento do sistema for suficientemente grande, ocorrerá deslizamento entre alguns dos elementos, ocasionando uma redução na força de reação. Este fenômeno é aleatório, tendo em vista que essas superfícies são irregulares. O modelo LuGre utiliza uma variável não mensurável, que representa a deformação média dos elementos elásticos em contato. Essa deformação, denotada por z , é definida por

$$\frac{dz}{dt} = \dot{y} - \frac{|\dot{y}|\sigma_0}{g(\dot{y})} z \quad (\text{C.1})$$

onde \dot{y} é a velocidade relativa entre as duas superfícies e $g(\dot{y})$ é uma função positiva que depende de fatores como as propriedades dos materiais, a lubrificação, e a temperatura. A função $g(\dot{y})$ não necessita ser simétrica, podendo assim capturar comportamentos que dependam do

sentido do movimento. Em regime permanente ($dz/dt = 0$ e \dot{y} constante), a deformação z é dada por

$$z_{ss} = \frac{\dot{y}}{|\dot{y}|} \frac{g(\dot{y})}{\sigma_0} = g(\dot{y}) \operatorname{sgn}(\dot{y}) \quad (\text{C.2})$$

onde o sub-índice ss indica regime permanente (*steady state*).

A força de atrito gerada pela reação ao movimento dos elementos elásticos em contato é aproximada por $F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z}$, onde σ_0 é o coeficiente de rigidez elástica e σ_1 é um coeficiente de amortecimento. As forças viscosas são levadas em conta através da adição de um termo proporcional à velocidade relativa, de modo que:

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 \dot{y} \quad (\text{C.3})$$

O modelo estabelecido pelas equações (C.1) e (C.3) é definido pela função $g(\dot{y})$ e pelos parâmetros σ_0 , σ_1 e σ_2 . Em Canudas et al. (1995), propõe-se o uso de uma parametrização para $g(\dot{y})$, que leva em conta os atritos seco e viscoso, bem como o efeito de Stribeck e é definida por:

$$g(\dot{y}) = F_c + (F_s - F_c) e^{-(\dot{y}/v_s)^2} \quad (\text{C.4})$$

onde F_c é a força de atrito seco (ou de Coulomb), F_s é a força de atrito estático (que corresponde à força limite do regime de pré-deslizamento) e v_s é a velocidade de Stribeck. Por meio desta descrição, o modelo é caracterizado por quatro parâmetros estáticos (σ_2 , F_c , F_s e v_s) e dois dinâmicos (σ_0 e σ_1). A função ($\infty > F_s \geq g(v) \geq F_c > 0$) descreve parte das características de regime permanente do modelo para movimentos com velocidade constante e $dz/dt = 0$. Dessa forma, o comportamento em regime permanente para o atrito é governado por:

$$F_{ss}(\dot{y}) = g(\dot{y}) \operatorname{sgn}(\dot{y}) + \sigma_2 \dot{y} = F_c \operatorname{sgn}(\dot{y}) + (F_s - F_c) e^{-(\dot{y}/v_s)^2} \operatorname{sgn}(\dot{y}) + \sigma_2 \dot{y} \quad (\text{C.5})$$

Os parâmetros utilizados nas equações (C.1) a (C.5) e apresentados na Tabela 5.6 foram levantados experimentalmente por Perondi e Guenther (2003), que incluem uma explicação detalhada do procedimento experimental necessário a esse levantamento.